

## PLANIMETRYI CZĘŚĆ II.

### Plaszczyzny ograniczone liniami.

## ROZDZIAŁ I.

### Równość.

#### § 1. Przystawanie.

249. Plaszczyzna ograniczona liniami nosi też same nazwiska jak linie ograniczające ją i zowie się trójkątem, czworokątem i t.d.; summa zaś linii ograniczających płaszczyznę zowie się jej obwodem. Obwód figury różni się od figury, uważanej jako połączenie linii tém, że w połączeniu linii uważaliśmy własności kształtu czyli zależność jednych od drugich co do wielkości i położenia wyrażanego przez kąty, zaś obwód wyraża tylko summę tych linii. Plaszczyzna ograniczona okręgiem, zowie się *kołem*,—ograniczona łukiem i jego cięciwą, *odcinkiem*,—zaś łukiem i promieniami przez jego koniec przechodzącemi, *wycinkiem*. Figury są równe gdy mają kształt i wielkość jednakową—takiemi są figury przystające we wszystkich punktach i figury sy-

metryczne. Płaszczyzny mające trzy punkta wspólne, mają wszystkie punkta wspólne czyli stanowią jedną płaszczyznę (18, 2<sup>o</sup>), przeto płaszczyzny ograniczone przystają, gdy ich obwody przystają do siebie. Przystawanie figur ograniczonych liniami prostemi, uskutecznia się na téj zasadzie, że punkt pada na punkt dla równości linii prostych (4. Wn. 4), zaś linia prosta przystaje do linii dla równości kątów (40); lecz dla innych figur to nie ma miejsca, ich przeto przystawanie zasadza się na własności punktów i linii odpowiednich, jak w kołach na własności ich środków. Płaszczyzny ograniczone tak prostemi, jako téż i krzywemi jeometrycznemi liniami (punkta bez przerwy po sobie idące, mające jednakową własność), mają pewne punkta odpowiednie, jak w okręgach środek, — w owalu utworzonym ciągłym ruchem czyli hiperboli (244) dwa punkta, od których summa odległości każdego punktu owalu jest jednakowa i t. d., w ograniczonych prostemi liniami, wierzchołki kątów: równych zawartych między równemi bokami, przeciwległych bokom równym, odpowiednie części boków i t. d. Jeśli z punktu jednej figury poprowadzimy dowolne proste do jéj obwodu, z punktu zaś odpowiedniego drugiej figury linie główną odpowiednią którejkolwiek linii pierwszej figury, a inne tak, aby kąty rachowane od dwóch linii głównych odpowiednich tych figur kolejno były sobie równe, linie te zowią się nachyleniami, a punkta zbiegu punktem *nachylenia* (Convergenzpunkt); przeto *nachylone odpowiednie w dwóch figurach są te*



które czynią z odpowiedniami głównemi liniami kąty równe, punkta zaś przecięcia się ich z obwodem lub z sobą zowią się *odpowiedniami* (homologe), różnica między pierwszemi punktami odpowiedniami, przez które poprowadziliśmy główne linie odpowiednie, — a ostatniemi, wyznaczonemi przez inne linie odpowiednie, jest ta, że pierwsze wskazuje nam sam kształt figury t. j. główną własność różniącą ją od innych figur, zaś ostatnie, są punkta jednakowo położone względem pierwszych. — Figurami równemi mogą być tylko figury tego samego nazwiska, trójkąty, prostokąty, pięciokąty, okręgi, wycinki i t. d. gdyż takie tylko pod względem kształtu mają jednakową główną własność, a tém samém i odpowiednie główne punkta.

250. *Tw. gł. Gdy nachylone odpowiednie są sobie równe:  $AD=ad$ ,  $AF=af$ ., to i odlegalenia odpowiednich punktów są jednakowe:  $EG=eg$ ,  $EF=ef$ ,  $GC=gc$  (fig. 215).*

Linie łączące odpowiednie punkta są sobie równe jako boki trójkątów mających z założenia po dwa boki i po kącie zawartym równym (92).

*Wn.* Kąty zawarte między liniami łączącemi odpowiednie punkta są sobie równe, gdyż kąt  $EDA=eda$ ,  $ADF=adf$  jako kąty trójkątów mających po dwa boki i po kącie zawartym równym, zatem i kąt  $EDF=edf$  i t. d. Kąt  $AHC=ahe$ , gdyż kąt  $HAC=hac$  i  $ACG=acg$ .

251. *Tw. od.* Gdy oddalenia odpowiednich punktów  $A, E, G, D.., a, e, g, d..$ , są jednakowe, to linie łączące te punktu z którymkolwiek z nich, lub z punktem jednakowo oddalonym od dwóch odpowiednich, są nachylone odpowiednio (fig. 241).

1<sup>o</sup> Linie  $AE$  i  $ae$ ,  $AG$  i  $ag$ ,  $AD$  i  $ad..$ , są nachylone odpowiednio, gdyż trójkąty  $AEG$  i  $aeg$ ,  $AGD$  i  $agd..$ , jako mające z założenia po trzy boki równe, mają kąty  $A$  i  $a$  równe. 2<sup>o</sup> W figurach  $EDCB$  i  $edcb$  punkta  $A$  i  $a$  są równo oddalone od punktów odpowiednich  $E, B$  i  $e, b$ , a linie  $AE, AG, AD.., ae, ag, ad..$ , są nachylone odpowiednio, gdyż kąt  $A=a$  jako w trójkątach  $EAB$  i  $eab$  mających po trzy boki z założenia równe; — bok  $AC=ac$  i kąt  $CAB=cab$  jako w trójkątach mających boki  $AB=ab, BC=bc$  i kąt  $B=ABE+EBC$ , równy kątowi  $b=abe+ebc$  gdyż  $ABE=abe$  z poprzedzających trójkątów i  $EBC=ebc$  (250. Wn.) — linia  $AF=af$  i kąt  $FAC=fac$  jako w trójkątach mających boki  $AC=ac, CF=cf$  i po kącie zawartym równym jako będącym różnicą kątów  $FCB$  i  $ACB, fcb$  i  $acb$ , i t.d.

252. *Tw. gł.* Gdy nachylone odpowiednio są sobie równe, figury przystają do siebie i nawzajem (f. 214).

1<sup>o</sup> Linie odpowiednio główne  $AD$  i  $ad$  są sobie równe, prowadzę z punktu  $A$  dowolne linie  $AE, AG, AF..$ , zaś z punktu  $a$  linie  $ae, ag, af..$ , tak aby kąt  $EAD=ead$ ,  $GAD=gad$ ,  $DAF=daf..$ , i zakładam że one odpowiednio są sobie równe  $AE=ae, AG=ag, AF=af..$ , a mam dowieść że figura  $ad$  przystaje do  $AD$ . — Przenoszę figurę  $ad$  na  $AD$  tak aby punkt  $a$  padł na



A, linia główna *ad* padła na linię główną AD, to punkt *d* padnie na D dla równości tych linii, wtedy linia *ae* przystanie do linii AE dla równości kątów EAD i *ead* i punkt *e* padnie na E dla równości tych linii; dla podobnej przyczyny wszystkie odpowiednie linie, a tём samém i punkta, przystają do siebie, a że punkta E, G, F., są dowolne, przeto wszystkie punkta obwo-  
du figury *ad* przystają do obwo-  
du figury AD, a za-  
tém figury te przystają we wszystkich punktach (149).

2<sup>o</sup> I nawzajem: gdyż po przeniesieniu figury *ad* na AD, jeśli z jakiegokolwiek punktu poprowadzimy linie do obwo-  
du jednej figury, one będą wspólne dla obu figur, a przeto w obu figurach są sobie równe i czynią z jedną z nich kąty równe.

Wn. Wielokąty przystają do siebie gdy ich wierzchołki przystają, są więc sobie równe gdy linie poprowadzone do ich wierzchołków, są nachyleniami odpowiedniami. Odpowiedniami punktami wielokątów są punkta dzielące boki równe na jednakowe części; odpowiedniami zaś liniami, są linie dzielące kąty równe na części odpowiednie — w figurach więc różnych tak linie łączące punkta odpowiednie, jako tём same linie odpowiednie, są sobie równe.

253. Tw. Wielokąty przystają, gdy mają boki i kąty idące w tym samym porządku równe (fig. 215). Poprowadziwszy przekątnie z wierzchołków odpowiednich A i *a*, one są pochyłemi odpowiedniami AD i *ad* jako leżące w trójkątach EAD i *ead* mających po dwa boki równe i po kącie E i *e* zawartym między

temi bokami równym. — linie  $AC$  i  $ac$  dla téj saméj przyczyny są odpowiednie, kąt bowiem  $ADC = adc$  gdyż  $EDC = edc$ , z założenia, zaś  $EDA = eda$  z poprzedzającego trójkąta i t. d.

**Wn. 1.** Wielokąty równe składają się z jednakowej liczby trójkątów równych i podobnie położonych i nawzajem.

**Wn. 2.** Trójkąty są równe gdy mają po dwa boki i po kącie zawartym równym, gdyż te dwa boki są pochylemi odpowiedniemi; lecz że trójkąty, w sześciu przypadkach, mając trzy części równe mają i pozostałe części równe, przeto w tych wszystkich przypadkach № 92, 93... 97, trójkąty są sobie równe i dla tego one zowią się: *sześcioma przypadkami przystawiania trójkątów*; te 6 przyp. przystawiania trójkątów od poprzedzających różnią się tém, że tam równość trzech części pociągała za sobą tylko równość trzech pozostałych, tu zaś równość trzech części, pociąga za sobą równość wszystkich linii odpowiednich (252. Wn.) i kątów między temi liniami zawartych.

**Wn. 3.** *Czworokąty są sobie równe gdy mają po pięć części równych, gdyż składają się z trójkątów równych i podobnie położonych* (253. Wn. 1). A głównie: a) *wszystkie boki kolejno równe i po jednym kącie* (fig. 216), bo poprowadziwszy przekątnie  $BD$  i  $FH$  przeciwległe kątom równym  $A$  i  $E$ , — pierwsze dwa trójkąty  $DAB$  i  $HEF$  są równe jako mające po dwa boki i kącie zawartym równym z założenia, drugie zaś jako mające po trzy boki równe, dwa z założenia a trzeci z poprzedzających trójkątów; b) *trzy*



*boki i dwa kąty między niemi zawarte równe:  $AB=EF$ ,  $BC=FG$ ,  $CD=GH$  i kąt  $B=F$ ,  $C=G$ , gdyż trójkąty  $BCD$  i  $FGH$  z założenia mają po dwa boki i kąt zawartym, zaś trójkąty  $ABD$  i  $EFH$  mają bok  $AB=EF$  z założenia,  $BD=EH$  z poprzedzających trójkątów, i kąt zawarty  $ABD=EFH$  jako różnice kątów równych: czworokąta i pierwszego trójkąta; c) po trzy kąty i dwa boki przy nich leżące równe: kąt  $A=E$ ,  $B=F$ ,  $D=H$  i bok  $AB=EF$ ,  $AD=EH$ ; trójkąty  $ABD$  i  $EFH$ , mają z założenia po dwa boki i po kąt zawartym, zaś  $BCD$  i  $FGH$  bok  $BD=EH$  i kąty przy nim leżące jako różnice, kątów równych z założenia i kątów dwóch pierwszych trójkątów; d) po cztery boki i przekątniej, gdyż tak dwa pierwsze jako też i dwa drugie trójkąty mają po trzy boki równe.*

*Wn. 4. Równoległoboki są równe gdy mają po trzy części równe, gdyż równoległość boków przeciwległych zastępuje dwa pozostałe warunki—a głównie dwa boki i kąt zawarty, dwa boki i przekątnia łącząca ich końce. Prostokąty są równe gdy mają po dwa boki przyległe równe, gdyż prostopadłość boków zastępuje miejsce trzeciego warunku; kwadraty ukośne czyli romby są równe, gdy mają po boku i kącie równym,—równość boków zastępuje miejsce trzeciego warunku. Kwadraty są równe gdy mają po boku równym,—równość boków i kątów zastępuje miejsce dwóch innych warunków.*

*Wn. 5. Wielokąty są równe gdy mają wszystkie części równe, prócz trzech niebędących samemi bokami—co miało miejsce w trójkątach i czworokątach:*

a) *dwóch boków i kąta między niemi zawartego* (fig. 215):  $DE$  i  $de$ ,  $EA$  i  $ea$  i kąt  $E$  i  $e$ ; poprowadziwszy z wierzchołków  $A$  i  $a$  przekątnie, trójkąty  $ABC$  i  $abc$ , mają po dwa boki i kącie między niemi zawartym równym z założenia, podobnie trójkąty  $ACD$  i  $acd$  mają bok  $AC=ac$  z poprzedzających trójkątów,  $CD=cd$  z założenia i kąty między niemi zawarte równe, jako różnice kątów wielokąta i trójkąta poprzedzającego i t. d. ostatnie zaś trójkąty  $DEA$  i  $dea$  mają bok  $AD=ad$  z poprzedzających trójkątów i kąty przy nim leżące równe  $D=d$ , jako różnice kątów równych,  $DAE=dea$  różnice między kątami wielokąta a summa kątów poprzedzających trójkątów mających wierzchołek w  $A$  i  $a$ ; b) *dwóch kątów i boku będącego wspólnym ich ramieniem*:  $D$  i  $d$ ,  $E$  i  $e$  i boku  $DE$  i  $de$ , pierwsze trójkąty są równe jak poprzednio, ostatnie zaś  $ADE$  i  $ade$  mają po dwa boki i po kącie zawartym równym:  $AD=ad$  z poprzedzającego trójkąta,  $AE=ae$  z założenia, kąt  $DAE=dae$  jako różnice kątów równych wielokąta i summy kątów mających wierzchołki w  $A$  i  $a$  poprzedzających trójkątów; c) *trzech kątów kolejno idących*:  $D$  i  $d$ ,  $E$  i  $e$ ,  $A$  i  $a$ ; pierwsze są równe jak poprzednio, ostatnie zaś  $ADE$  i  $ade$  jako mające po trzy boki równe. d) *Wielokąty są także równe gdy mają boki i przekątnie równe*, gdyż trójkąty z założenia mają po trzy boki równe. e) *Wielokąty foremne są sobie równe*, gdy mają po boku równym, bo wtedy wszystkie boki i kąty są także równe.

Wn. 6. *Koła są sobie równe, gdy mają promienie równe* (fig. 217). Poprowadziwszy w jednym z nich



dowolne promienie  $OA, OC, OD, OB..$ , w drugim zaś dowolny promień  $oa$ , a inne promienie tak, aby czyniły z tym promieniem takie kąty, jakie w kole  $O$  czynią inne promienie z  $OA$  t. j.  $aoc = \angle AOC$ ,  $aod = \angle AOD$ ,  $AOB = \angle aob..$ , to promienie te są nachylone odpowiednio, a że są sobie równe, przeto i koło  $o$  równe kołu  $O$  (252). *Wycinki*  $AOB$  i  $aob$  okręgów równych zawierające jednakową liczbę stopni są sobie równe, gdyż poprowadziwszy w jednym z nich dowolne promienie, zaś w drugim odpowiednie, co uskutecznić można z przyczyny równości kątów  $AOB$  i  $aob$ , nachylone te są sobie równe. *Odcinki* kół równych i równych łuków  $ADB$  i  $adb$  są sobie równe, gdyż poprowadziwszy odpowiednie pochyłe, one są sobie równe, przeto łuk  $adb$  przystaje do łuku  $ADB$ , i cięciwa  $ab$  do cięciwy  $AB$  z przyczyny przystawania punktów  $A$  z  $a$  i  $B$  z  $b$ .

## § II. Symetryczność.

254. Figury symetryczne tém się różnią od przystających, że ich punkta odpowiednie idą w przeciwnym porządku, linie więc łączące odpowiednie punkta, równie jak i nachylone, są sobie równe, i zawierają kąty równe, tak jak w figurach przystających, tylko leżą w przeciwnym porządku. Linia połowiąca kąt zawarty między dwoma liniami odpowiedniami dwóch figur symetrycznych, wychodzącami z ich punktu wspólnego odpowiedniego, lub odpowiednio położonego zowie się *osią symetrii*, figury zaś *symetrycznie położone*.

*żonemi względem tej osi.* \*) Tylko figury symetryczne płaskie przystają do siebie, gdyż płaszczyzny jakkolwiek położone, wierzchnią lub spodnią stroną do wierzchniej, mając trzy punkta wspólne przystają do siebie,—przystawanie to skutecznia się położeniem wierzchniej strony płaszczyzny na wierzchnią. W powierzchniach np. wypukłych, wierzchnia strona różni się od spodniej, gdyż jedna jest wypukłą a druga wklęsłą, a przeto ani wierzchnia do wierzchniej, ani spodnia do spodniej części nie przystaje, lecz tylko spodnia do wierzchniej—ztaąd widzimy, że przystawanie figur symetrycznych płaskich wynika z wyłącznej własności płaszczyzn. W ogólności więc figury symetryczne mają kształt i wielkość jednakową lecz nie przystają do siebie. Nazwawszy równymi figury mające kształt i wielkość jednakową, odróżnić należy własność figur przystających, od własności figur nieprzystających, lecz równych przez symetrię.

255. *Tw. gł. Wierzchołki figur symetrycznych leżą na linii prostopadłej do osi symetrii w równej od niej odległości.*

---

\*) Podług dawniejszych Jeometrów, figury symetryczne są te, których punkta odpowiednie leżą na liniach prostopadłych do osi lub płaszczyzny symetrii, w równej od niej odległości; definicya więc ta nie ściąga się do figur symetrycznych bezwzględnie uważanych, które w każdym położeniu są symetrycznymi np. dwa trójkąty prostokątne powstałe z trójkąta symetrycznego, z których jeden posuwany po płaszczyźnie, nie przystaje do drugiego w żadnym położeniu,—lecz ściąga się do szczególnego położenia względem linii lub płaszczyzny dwóch figur symetrycznych.



1<sup>o</sup> Jeżeli punkt  $C$ , odpowiedni i wspólny dla obu figur symetrycznych leży na ich obwodzie  $ABC$  i  $a'b'C$  lub  $a''b''C$  (fig. 218), to dla pierwszej z drugą osią symetrii jest linia  $CX'$  połowiąca kąt między liniami odpowiedniami  $CA$  i  $Ca'$  wychodzącymi z punktu  $C$ , a tém samym i między wszystkimi liniami łączącymi ten punkt z punktami odpowiedniami  $B, b, \dots$  bo jeśli kąt  $ACX' = a'CX$ , to i kąt  $BCX' = b'CX$ , gdyż dodaliśmy kąty równe  $ACB$  i  $a'Cb'$  jako zawarte między liniami odpowiedniami (250. Wn.); połączywszy więc punkta odpowiednie  $A$  z  $a'$  otrzymamy trójkąt równoramienny  $ACA'$ , gdyż linie  $CA$  i  $Ca'$  łączące punkta odpowiednie figur symetrycznych są sobie równe, a zatem oś  $CX'$  dzieląca kąt tego trójkąta jest prostopadłą do środka jego podstawy  $Aa'$ ; dla podobnej przyczyny linia  $CX'$  jest prostopadłą do środka podstawy  $Bb'$  trójkąta symetrycznego  $BCb'$  i t. d. 2<sup>o</sup> Jeżeli punkta symetrycznie i odpowiednio położone względem dwóch odpowiednich punktów dwóch figur symetrycznych (fig. 219), umieścimy w jednym punkcie  $C'$  i z tego punktu poprowadzimy odpowiednie pochyłe  $C'A, C'B, C'C.., C'a, C'b, C'c..$ , to linia  $C'X$  połowiąca kąt między odpowiedniami pochyłymi  $C'A$  i  $C'a$  jest osią symetrii;—oś symetrii połowiąca kąt dwóch odpowiednich pochyłych, połowi kąty zawarte między innemi pochyłemi, gdyż kąt  $AC'B = aC'b$ ,  $AC'C = aCc..$ , przeto w trójkątach równoramiennych  $AC'a, BC'b$ , linia  $C'X$  połowiąca kąt jest prostopadłą do środka podstawy.

Uw. Jeżeli dwa wielokąty symetryczne mają jeden

bok odpowiedni wspólny, to on jest osią symetrii, gdyż połowi kąt zawarty między liniami łączącemi koniec tego boku (lub jakikolwiek punkt jego) z dwoma punktami odpowiedniami tych figur, bo każda z nich  $CB$  i  $Cb$  czyni ze wspólnym odpowiednim bokiem  $CA$  kąty równe (250. Wn.).

256. *Tw. od. Figury  $ABC$  i  $a'b'c'$  mające punktu na prostopadłej do linii  $CX'$  w równej od niej odległości, są symetryczne, zaś linia  $CX'$  jest osią symetrii* (fig. 219).

Z punktu dowolnego  $C'$  linii  $CX'$  do której poprowadzone prostopadłe  $Aa'$ ,  $Bb'$ ,  $Cc'$ , zawarte między obwodami figur  $ABC$  i  $a'b'c'$ , są sobie równe; — prowadzę linie  $C'A$ ,  $C'a'$ ,  $C'B$ ,  $C'b'$ ., a mam dowieść że one są odpowiedniami nachyleniami. Trójkąty  $AC'a'$ ,  $BC'b'$ ,  $CC'c'$ ., są symetryczne, gdyż z założenia prostopadła  $X'C'$  połowi ich podstawy, przeto  $C'A = C'a'$ ,  $C'B = C'b'$ ,  $C'C = C'c'$ , i kąty  $CC'X' = c'C'X'$ ,  $BC'X' = b'C'X'$ ,  $AC'X' = a'C'X'$  jako różnice kątów równych utworzonych przez oś symetrii w trójkątach równoramiennych (91. Wn. 3); linie więc  $C'A$ ,  $C'B$ ,  $C'C$  i  $C'a'$ ,  $C'b'$ ,  $C'c'$  jako równe i tworzące odpowiednio kąty równe są nachylone odpowiednio, a że idą w przeciwnym porządku, przeto figury  $ABC$  i  $a'b'c'$  są symetryczne, linia zaś  $CX'$  połowiąca kąt  $CC'c'$  jest osią symetrii.

Wn. Figury symetryczne i symetrycznie położone, obracane około osi symetrii przystają do siebie, gdyż linie łączące odpowiednie punkta, jako prostopadłe



do téj osi przystają dla równości kątów równych, zaś punkta odpowiednie przystają dla równości prostopadłych; *albo* nachylone odpowiednie przystają dla równości kątów zawartych między temi liniami a osią, zaś punkta odpowiednie przystają dla równości tych linii.

257. Zg. Wykreślić wielokąt równy danemu ABCD... za pomocą *a) trójkątów równych i jednakowo położonych* (fig. 220). Z wierzchołka A prowadzę przekątnie AD, AC, AB, i na linii  $ae=AE$  kreślę trójkąt  $aed=AED$ , za pomocą trzech boków albo téż dwóch i kąta zawartego (109); następnie trójkąt  $adc=ADC$  i t.d. *b) prostopadłych na linie odpowiednie*; prowadzę linię dowolną XY, i na nią z wierzchołków wielokąta prostopadłe, na linii  $xy$  odcinam  $xf=XF$ ,  $FJ=fi$ ,  $JG=ig$ ,  $GH=gh$  i z punktów  $f, i, g, h$ , wyprowadzam prostopadłe równe odpowiednim  $fb=FB$ ,  $gc=GC$ ., a wielokąt  $bcdea$  jest żądany, gdyż po położeniu linii  $kh$  na KH, wielokąty przystają do siebie; *c) prostopadłych na boki trójkąta, czworokąta i t. p.* (fig. 221); kreślę trójkąt AEG mający za wierzchołki trzy wierzchołki wielokąta, zaś z innych na boki trójkąta prowadzę prostopadłe, kreślę trójkąt  $aeg=AEG$  i odcinam  $ai=AJ$ ,  $ik=JK$  i t. d. i z punktów ztąd otrzymanych prowadzę prostopadłe równe odpowiednim  $ib=JB$ ,  $kc=KC$ ., a wielokąt  $abcd$ ., równa się wielokątowi ABCD., gdyż po położeniu trójkąta  $aeg$  na AEG, wierzchołki przystają do siebie; *d) równoległych* (fig. 222); przez wierzchołki wielokąta prowa-

dzie równoległe równe sobie  $Aa, Bb, Cc...$  a wielokąt  $abcde$  ma z danym boki i kąty równe, gdyż czworoboki  $Ae, Ed...$  jako mające dwa boki równe i równoległe, są równoległobokami; *e) opisanie figury prostokątem podzielonym na kwadraty* (fig. 223); kreślę prostokąt  $fi=FJ$ , i dzielę go na takie kwadraty na jakie podzieliłem  $FJ$ ; dla oznaczenia w prostokącie  $hg$  punktów odpowiednich punktom  $ABCD...$ , w odpowiednich kwadratach znajduję punkta jednakowo położone względem któregośkolwiek boku tego kwadratu np. w  $lk$  punkt  $a$  odpowiedni punktowi  $A$  kwadratu  $lk$ , zakreślając z  $l$  promieniem  $LA$  łuk, przecinając go z  $k$  promieniem  $KA$ ;—po przeniesieniu więc prostokąta  $hg$  na  $HG$ , kwadraty a tém samém punkta odpowiednie przystają do siebie.

*Uw.* Według powyższych sposobów otrzymamy figury symetryczne, biorąc linie odpowiednie w przeciwnym porządku i tak w *a)* biorąc punkt  $e$  za odpowiedni z  $A$ , zaś  $a$  z  $E$  i trójkąty idące z prawej ku lewej stronie rysując w porządku od lewej ku prawej w *b)* prostopadłe będące nad  $XH$ , prowadząc pod  $xh$  lub ten sam zostawiając kierunek prostopadłych, odcinki linii  $XH$  wziąć na linii  $xh$  od punktu  $h$  do  $x$ ; w *e)* biorąc punkt  $a$  za odpowiedni z  $G$  zaś  $g$  za odpowiedni z  $a$ ; w *d)* prowadząc linię  $C'X'$  (fig. 219) prostopadłą do linii równoległych, poprowadzonych z wierzchołków figury  $ABC$  tak, aby przedłużenia ich nad linią prostopadłą równały się samym liniom rachowanym do tej prostopadłej; w *e)* biorąc bok  $gi$  za odpowiedni bokowi  $FH$ .



258. *Zt.* Chcąc figurę daną przenieść na kamień, blachę i t. p. tak aby po położeniu powierzchni kamienia na powierzchnią figury przystały do siebie, potrzeba odrysować na kamieniu figurę symetryczną z daną, bo takie tylko figury przystają po położeniu na sobie jednakowych stron płaszczyzny figur (254 i 256. Wn.). Jeśli figurę litografowaną na papierze przeniesiemy na kamień, to ona na kamieniu będzie symetryczną względem danej, zaś kamień przy odbiciu da symetryczną względem figury będącej na kamieniu, a tém samém równą zrysowanej na papierze, gdyż w obu tych figurach linie odpowiedniesz w odwrotnym porządku z liniami figury będącej na kamieniu, a zatém idą w jednakowym porządku.—W Budownictwie ozdoby robią się zazwyczaj symetrycznie.

## ROZDZIAŁ II.

### *Podobieństwo.*

#### § 1. Podobieństwo proste.

259. Jak figury równe są te w których odległości odpowiednich punktów (249) są proporcjonalne, tak podobnemi są te w których odległości odpowiednich punktów są proporcjonalne.

Figury równe mogły być albo przystające, albo równe przez symetrię podług tego, czy punkta odpowiednie leżały w tym samym lub w przeciwnym porząd-