ROZDZIAŁ II.

Linie proste połączone z prostemi.

§ 1. Prosta uważana z poprzeczną.

37. Wszelka linia prosta AB, (fig. 10) dzieli płaszczyznę na dwie części. Jeśli ją przetniemy drugą prostą, zwaną względem niéj *poprzeczną*, to ta przetnie prostą AB w jednym punkcie (4 wn 4), i rozdzieli obie części płaszczyzny utworzone przez AB na dwie części. Płaszczyzna więc dwóch prostych AB i CD (18), została przez te linie podzielona na cztery części, DEB, BEC, CEA i AED.

Odcinki nieograniczone ED, EB, EC, EA prostych AB i CD, rachowane od punktu przecięcia się E, zowią się liniami *zbiegającemi się*, punkt przecięcia się E, *punktem zbiegu*.

38. *Część płaszczyzny* DEB, *zawarta między dwoma prostemi* ED i EB *zbiegającemi się, zowie się kątem.*

Pod względem kształtu kąt jest nachyleniem się dwóch linii zbiegających się i dla tego mówiąc o kształcie wyłącznie tę własność w kącie uważać będziemy. Pod względem wielkości kąt jest pewną częścią ca-

łéj płaszczyzny; i dla tego zmierzyć jego wielkość jest to wyrazić jaką on stanowi część płaszczyzny *).
Punkt zbiegu E zowie się *wierzchołkiem kąta*, zbiegające się ED i EB, jego *ramionami*. Jeżeli kilka kątów mają wierzchołek wspólny, kąt czyta się trzema literami, jedną będącą w wierzchołku a dwoma na ramionach, wymawiając w środku wierzchołek tym sposobem czytamy oba ramiona BE i ED; jeśli zaś kąty niemają wierzchołków wspólnych czytają się jedną płoską, położoną przy wierzchołku. Wielkość kąta nie zależy od długości ramion, bo te są nieograniczone i oznaczają się jakiemikolwiek swemi dwoma punktami (4 wn. 3): jednym wspólnym dla obu ramion, a drugim leżącym na ramieniu o które nam idzie.

39 Łuk zakreślony z wierzchołka kąta i zawarty między jego ramionami, zowie się *łukiem odpowiednim*. Łuki odpowiednie dwóch kątów mają równe promienie.

40. Kąty CBA i FED, (fig 18) *zowią się równe*, jeżeli położywszy płaszczyznę kąta CBA na płaszczyznę kąta FED tak: aby wierzchołek B, padł na wierzchołek E i ramie BA na ED, drugie ramie BC przystaje do EF.

---

*) Rozbiór definicyi kąta znajduje się w Przeglądzie Naukowym z roku 1847, za miesiąc Wrzesień w rozprawie: *o dwóch liniach prostych leżących na płaszczyznie.*

Kąt GED *jest większy* od kąta ABC, czyli ABC *jest mniejszy od* GED, jeżeli po przeniesieniu drugie ramie BC pada wewnątrz kąta GED. I nawzajem.

Ztąd widzimy *że linie przystają do linji dla równości kątów—równie linia pada wewnątrz lub zewnątrz kąta, z przyczyny nierówności kątów.*

41. Kąty utworzone przez poprzeczną CD (fig 10.) z prostą AB, leżą albo z jednéj strony poprzecznéj, DEB i BEC, albo też z przeciwnych jéj stron. BEC i AED. W pierwszym razie zowią się *przyległemi*, w drugim zaś, *wierzchołkiem przeciwległemi* albo *przeciwległemi*.

Kąty więc *przyległe są te które mają wierzchołek* E *wspólny, jedno ramię* EB, *wspólne, a dwa inne ich ramiona* ED i EC *stanowią jedną linię prostą* DC. W ogólności kąty przyległe DEB i BEC nie są równe; a ramie ich wspólne BE zowie sie linią *pochyłą* do linji dwóch ramion tych kątów t. j. linii CD. Im większa różnica między kątami BED i BEC, tém linia BE jest bardziéj pochyloną do CD. W tym szczególnym przypadku w którym (fig. 19) kąty przyległe DEB i BEC są sobie równe, kąty te zowią się *prostemi*, a ramie ich wspólne BE— linią *prostopadłą* do dwóch innych ramion, t. j. do linii CD.

Kąty BEC i AED (fig. 10) *wierzchołkiem przeciwległe są te, które mają wierzchołek* E *wspólny, a ramiona jednego są przedłużeniem ramion drugiego*: EA przedłużeniem BE zaś ED przedłużeniem EC.

42. *Tw. Z punktu* E *wziętego na linii* CD, *jedną tylko prostopadłą* EB *do tej linii poprowadzić można* (fig. 19.)

Jeżeli oprócz linii BE prostopadłéj do CD, byłaby inna linia EF do niéj prostopadła, to kąt CEB = BED i CEF = FED. Lecz kąt CEB < CEF, przeto i kąt równy pierwszemu, byłby mniejszy od kąta równego drugiemu, czyli BED < FED co być nie może. A zatem kąt CEF nie może być równy kątowi FED, a tem samem ani linia FE prostopadłą do CD.

43. *Tw. Wszystkie kąty proste są sobie równe*; CEB = GKI, BED = IKH, (fig. 20.)

1.) Odcinam EC = KG; 2.) przenoszę płaszczyznę linii GH i IK na płaszczyznę drugich dwóch linii (18), tak aby punkt G padł na punkt C, prosta GH poszła po prostéj CD, zatem punkt K padnie na punkt E, dla równości linii GK z linią CE (4 wn. 4). Po przystaniu tych dwóch płasczyzn linia KI padnie na EB, gdyż z punktu E jedną tylko prostopadłą do CD poprowadzić można.

44. *Tw. gł. Punkta* E i B, *równo oddalone od końców linii* AC, *leżą na prostopadłéj* EB *przechodzącéj przez* D *środek téj linii* AC. (fig. 21.)

Zak: AE = EC i AB = BC. Tw. że kąt CDB = BDA i CD = AD.

Obracam płaszczyznę BDC (18) około linii BD aż póki nie padnie na płaszczyznę ABD. Wtedy oba punkta A i C leżą z jednéj strony linii BE w jednakowéj odległości od jéj końców B i E, przeto leżą w jednym punkcie (26 wn.); czyli punkt C padł na A i linia DC przystała do DA (4 Wn. 2); a zatem kąt CDB = BDA i linia BD jest prostopadłą do AC (41), tudzież DC = DA czyli punkt D jest środkiem linii AC (4. Uw.)

45. *Tw. odw. Każdy punkt* B *prostopadłéj* BD *wyprowadzonéj ze środka linii* AC, *jest równo oddalony od jéj końców*, czyli BC = BA (fig. 21.)

Obracając płaszczyznę BD, kładę ją na pł. BDA, linia DC padnie na DA, dla równości kątów CDB i BDA prostych z założenia, punkt C padnie na punkt A, dla równości linii DC i DA, linie więc BC i BA mające w tém położeniu końce wspólne są sobie równe.

Wn. *Punkt* F *wzięty nie na prostopadłéj* BD *wyprowadzonéj ze środka linii* AC, *nie jest równo oddalony od końców téj linii*, bo połączywszy punkt F z końcami linii A i C; jedna z nich przetnie prostopadłą w punkcie B. Punkt B z drugim końcem C, prostéj AC, łączę linią prostą. Linia FB + BC > FC (3. wn. 2); lecz BC = BA przeto i FB + BA > FC czyli FA > FC.

46. *Tw. Summa kątów przyległych* CEF i FED, *równa się dwom kątom prostym* (fig. 19).

Jeżeli kąty CEF i FED nie są sobie równe t. j. proste, wtedy z punktu E wyprowadziwszy prostopadłą EB, kąt CEF = CEB + BEF; dodawszy więc po kącie FED, mamy CEF + FED = CEB + BEF + FED; lecz kąt DEB=DEF+FEB, jeśli więc dodamy do obu stron po kącie BEC, otrzymamy DEB+BEC= DEF+FEB+BEC. Przeto tak kąty przyległe CEF+FED, jak i dwa kąty proste DEB+BEC, równają się summie trzech kątów CEB+BEF+FED, a zatem summa kątów przyległych równa się dwom kątom prostym.

Wn. 1. *Summa kątów po sobie idących, utworzonych z jednéj strony linii prostéj, równa się dwóm kątom prostym*; dla tego że składa dwa kąty przyległe.

Wn. 2. *Przedłużenie* (fig. 20.) KL *prostopadłéj* IK *jest także prostopadłe do linii* GH; summa bowiem kątów przyległych IKH+HKL równa się dwóm kątom prostym, a że IKH jest prosty, przeto i HKL jest prosty; dla podobnéj przyczyny kąt LKG jest prosty przeto równy kątowi LKH i LK jest prostopadłą do GH (41).

Wn. 3. Linia prosta dzieli płaszczyznę na dwie równe części, gdyż tak z jednéj jak i z drugiej jéj strony summa kątów równa się dwom kątom prostym, cała zaś płaszczyzna około jednego punktu zapełnia się czterema kątami prostemi, tak, że kąt prosty jest czwartą częścią płaszczyzny.

Uw. 1. Kąt mniejszy od prostego zowie się *ostrym*, większy zaś od prostego *rozwartym*.

Uw. 2. Kąt czyniący z danym kąt prosty zowie się jego *spełnieniem*. Wszystkie kąty proste są sobie równe już to podług Nr. 43, lub jako czwarte części płaszczyzn, a które są sobie równe (18); przeto *jeśli kąty są równe, to i ich spełnienia są równe, kąta zaś większego spełnienie jest mniejsze*. Kąt czyniący z danym dwa kąty proste zowie się jego *dopełnieniem*. Kątów więc równych dopełnienia są równe, kąta zaś większego dopełnienie jest mniejsze.

Uw. 3. Dla krótkości, wielkość kąta prostego oznaczymy przez R, dwóch kątów prostych przez Π; przeto R wyraża czwartą część płaszczyzny T, połowę płaszczyzny.

47. *Tw. od. Jeżeli summa dwóch kątów mających jedno ramię wspólne, równa się dwóm kątom prostym, to ramiona ich zewnętrzne składają jedną linię prostą* (fig. 19.)

Zak. CEF+FED=Π. *Tw.* CE i ED składają jedną linię prostą CD.

Gdyby linia ED nie była przedłużeniem prostej CE, to przedłużeniem tem byłaby linia EM wtedy; CEF+FED=CEF+FEM; gdyż pierwsze z założenia, drugie jako przyległe z przypuszczenia zrównają się Π. Odejmując po kącie wspólnym CEF, mamy FED=FEM, co być nie może, a zatem przedłużenie prostéj CE nie może być pod linią ED ani, dla podobnéj przyczyny, nad tą linią, więc linia ED jest przedłużeniem CD; czyli te dwie linie składają jedną linię prostą.

48. *Tw. Kąty wierzchołkiem przeciwległe* BED i AEC *są sobie równe* (fig. 10).

Kąt BED+DEA=Π. jako przyległe (46); dla podobnéj przyczyny i kąt CEA+AED=Π, przeto kąt BED+DEA=CEA+AED. Odjąwszy po kącie AED mamy BED=CEA.

49. *Tw. odw. Kąty równe* BED i CEA, *mające wierzchołek* E *wspólny, ramię jednego* ED *na przedłużeniu ramienia drugiego* CE, *a dwa inne ramiona z przeciwnych stron linii pierwszych ramion; są kątami przeciwległemi.* (fig 17.)

Gdyby ramie EA nie było przedłużeniem ramienia EB, to przedłużywszy ramię BE do F, kąt BED równał by się kątowi CEF, jako przeciwległemu, z założenia zaś jest równy kątowi CEA, przeto kąt CEF równałby się kątowi CEA, co bym nie może.

50. *Tw. Z punktu* C *wziętego nad prostą* AB, *jedną tylko prosto padłą* CE *do téj linii poprowadzić można* (fig. 22)

Jeżeliby można było poprowadzić i drugą CF, to przedłużenia ich byłyby także prostopadłe do linii AB. Obracając płaszczyznę CEF około linii EF, gdy położę ją na płaszczyznę ADB, prostopadłe CE i EF padną na swoje przedłużenia, dla równości kątów prostych (40); lecz że z przypuszczenia prostopadłe schodzą się w jednym punkcie C, więc i ich przedłużenia, schodziłyby się w jednym punkcie D; co być nie może, gdyż przez dwa punkta C i D można tylko poprowadzić jedną linię prostą (4 wn 2); a zatem z punktu C nie można poprowadzić dwóch prostopadłych do linii AB.

Uwaga. Z poprzedzających twierdzeń widzimy że 1. W jednem tylko położeniu poprzeczna jest jednakowo nachylona do obudwóch przez nią utworzonych odcinków linii (42, 46 wn. 2, 50.) 2. W tém położeniu poprzeczna jest miejscem wszystkich punktów, jednakowo oddalonych od końców równych sobie odcinków linii (41, 45). 3. Nachylenie się odcinków jakiejkolwiek poprzecznéj, do odcinków linii, jest jednakowe (48). Te własności poprzecznéj odnoszą się głównie do jéj położenia.

51. *Tw. Jeżeli z punktu* A *wziętego nad prostą, poprowadzimy prostopadłą* AB, *tudzież pochyłe* AC, AD i AE *to* 1. *Prostopadła* AB *jest najkrótszą ze wszystkich pochyłych.* 2. *Dwie pochyłe równo oddalone od spodka prostopadłéj są sobie równe.* 3. *Z dwóch pochyłych ta jest dłuższą, która jest bardziéj oddalona od spodka prostopadłéj.*(fig. 29.)

Na dowiedzenie tego przedłużam prostopadłą AB tak, aby jéj przedłużenie BF, równało się saméj linii AB. Przedłużenie to jest prostopadłe do EB (46 wn. 2); przeto BE jest prostopadłą wyprowadzoną ze środka linii AF.

1°. Połączywszy punkt D z F, linia AD=DF (45). Lecz AD+DF > AB+BF (3. wn. 2); więc i AD > AB, gdyż pierwsza jest połową AD+DF druga zaś połową AB+BF.

2°. Jeżeli BD=BC to i AD=AC, gdyż AB jest prostopadłą do środka linii DC (45).

3°. AE > AD. Połączywszy punkt E z F, AE=EF jako mierzące oddalenie punktu prostopadłéj BE od końców linii AF. Lecz AE+EF > AD+DF, przeto połowa pierwszych jest większa od połowy drugich, czyli AE $>$ AD.

Wn. 1. Prostopadła, jako najkrótsza ze wszystkich pochyłych, wskazuje najkrótsze a przeto prawdziwe oddalenie punktu A od linii EC. *Oddalenie punktu od linii, mierzy prostopadła wyprowadzona z tego punktu do linii.*

Wn. 2. Dwie tylko pochyłe równe, można poprowadzić z punktu do linii, gdyż linia prosta ma tylko jeden środek (4. Uw.)

52. *Tw. gł. Kątom równym odpowiadają łuki równe* (fig. 23,)

Posuwam kąt D po płaszczyznie, tak aby punkt D padł na A, ramię DF poszło po AC, tedy punkt F padnie na punkt C, dla równości tych ramion (4 wn. 4) Ramię DE przystanie do ramienia AB, dla równości kąta D z kątem A, i punkt E padnie na B, dla równości ramion DE i AB; a że środki A i D, i końce łuków równych promieni FE i BC przystały do siebie przeto i łuk FE przystał do BC (25) i jest jemu równy.

Wn. Gdy kąt GDF $>$ BAC, to i łuk FG $>$ CB; gdyż ramię DG po przeniesieniu padnie zewnątrz ramienia AB (40) i łuk FG=CH jest większy od łuku CB.

53. *Tw. od. Kąty odpowiednie łukom równym są sobie równe* (fig. 23).

Posuwam łuk EF po płaszczyznie, tak aby środek D padł na środek A, i promień DF poszedł po promieniu AC; zatem punkt F padnie na punkt C, dla równości promieni (4. wn. 4), łuk FE przystanie do CB (25) a że łuki te z założenia są sobie równe, przeto i punkt E padnie na B; zatem ramie DE padnie na AB i kąt D równy kątowi A.

Wn. Kąt GDF odpowiedni łukowi GF > CB jest wiekszy od kąta BAC, gdyż koniec G, łuku GF po przeniesieniu padnie za końcem B w punkcie H, a tem samem i ramie DG, padnie w kierunku AH, zewnątrz ramienia AB; przeto kąt FDG > CAB.

54. *Tw. gł. Stosunek kątów równa się stosunkowi łuków im odpowiednich* (fig. 24).

Przenoszę łuk DF na AB, zawiera się on w nim trzy razy i pozostaje łuk iB < DF. Poprowadziwszy promienie do punktów g, h, i, kąty ACg, gCh, hCi, są równe kątowi DEF (53), kąt zaś iCB mniejszy od DEF (53 wn); przeto i kąt DEF zawiera się w kącie ACB trzy razy i pozostaje kąt iCB < DEF, przenoszę łuk iB na DF zawiera się on w nim dwa razy od D dom i pozostaje łuk mF < iB;—zatem kąt iCB zawiera się w kącie DEF dwa razy i pozostaje kąt mEF < iCB. Podobnym sposobem przenosząc łuk mF na iB, to ile razy on będzie się zawierał w iB, tyle razy i kąt odpowiedni łukowi mF, zawierać się będzie w kącie odpowiednim łukowi iB; a zatem stosunek kątów równa się stosunkowi łuków odpowiednich (14).

Wn. 1. *Miarą kąta jest łuk jemu odpowiedni.* Stosunek kątów równa się stosunkowi odpowiednich łuków, czyli, kąt zawiera się w kącie tyle razy ile łuk odpowiedni zawiera się w łuku. Zmierzyć kąt, jest to dowiedzieć się ile razy kąt wzięty za jednośc zawiera się w mierzonym kącie; dla zmierzenia więc kąta mierzymy łuk mu odpowiedni, łukiem odpowiednim jedności kąta, i dla tego łuk odpowiedni zowie się miarą kąta.

Kąt jednak nie jest wielkością jedno-wymiarową, gdyż wielkość jego zależy nietylko od długości łuku odpowiednego, ale i od długości ramion; a że ramiona, we wszystkich kątach, jako linie proste nieograniczone są sobie równe (4); przeto kąty, tak jaki wszystkie powierzchnie mające jeden wymiar równy, są w stosunku drugiego wymiaru, czyli łuku.

Uw. 1. Tworzenie się kąta jest takie jak każdéj powierzchni: odcinek, linii prostéj nieograniczonéj, mający koniec w środku łuku, posuwając się po tym łuku. utworzy kąt. *Kąt* więc, nieżależnie od płaszczyzny, *jest miejscem prostych, bez przerwy po sobie idących, wychodzących ze środka łuku i przecinających się z łukiem.*

Uw. 2. Wyobraziwszy okrąg koła podzielony na stopnie, minuty sekundy i t. d., jeżeli ze środka koła poprowadzimy linie do końców pierwszych podziałów, t. j. stopni cała płaszczyzna podzieli się na 360 kątów równych, jako odpowiednich łukom równym (stopniom). Każdy więc z tych kątów jest 360tą częścią płaszczyzny; a że wielkość wszystkich płaszczyzn jest jednakowa (18), przeto 360-ta część płaszczyzny ma wielkość stałą i kąt ten zowiemy stopniem kąta. Poprowadziwszy promienie do podziałów stopnia okręgu, stopień kąta podzieli się na 60 części równych, zwanych minutami będących 60-tą częścią stopnia kątowego, czyli $360 \times 60 = 21600$-tą częścią płaszczyzny.—

Dla podobnéj przyczyny sekunda kąta jest 60-tą częścią minuty kąta czyli $21600 \times 60 = 1296000$-ną częścią płaszczyzny. Porównywając wielkość kąta z całą płaszczyzną zwaną *kątem pełnym*, będzie on taką częścią płaszczyzny, jaką częścią całego okręgu koła jest łuk jemu odpowiedni; a że jednostki kątów mają za łuki odpowiednie, jednostki okręgu koła zmniejszające się o 60 razy, przeto dla zmierzenia kąta mierzymy łuk mu odpowiedni, i ile on zawiera stopni, minut, sekund i t. d. okręgu, tyle kąt mierzony zawiera stopni minut i sekund kąta. Stopnie te minuty, sekundy i t. d. tak samo oznaczają się jak w łuku, i to niemoże nas w błąd wprowadzić dlatego, że ta wielkość kąta jest wyrażona w jego jedności, jedność zaś jest jednakowego gatunku z mierzoną ilością, a przeto jednością w kącie nie jest łuk, ale kąt. Kąt prosty jako czwarta część płaszczyzny ma 90^o, ostry mniej, a rozwarty więcéj od 90^o.

Uw. 3. *Łuki odpowiednie kątom równym, nierównych promieni zawierają jednakową liczbę stopni i t. d*; gdyż każdy z nich jest taką częścią okręgu koła, jaką kąt płaszczyzny; a że kąty równe są jednakową częścią płaszczyzny, przeto i łuki są jednakową częścią okręgów kół, czyli zawierają jednakową liczbę stopni i t. d.

Uw. 4. Linie proste i łuki okręgów równych mogliśmy dodawać, odejmować i mnożyć przez liczbę całą; podobne działania odbywać możemy i z kątami, i kąt jest summą dwóch innych, jeśli łuk mu odpowiedni jest summą odpowiednich łuków i t. p.

55. *Zg. Z punktu* D *danego na prostéj* AC *wyprowadzić do niéj prostopadłą* (fig. 21.)

Odcinam DA=DC, z punktu A promieniem większym od połowy linii AC zakreślam łuk, i tą samą otwartością z C przecinam łuk w B. Prosta BD jest żądaną; gdyż punkt B, jako równo oddalony od końców linii AC, leży na prostopadłéj przechodzącéj przez środek téj linii, czyli przez punkt leżący na linii AC, równo oddalony od końców (44).

56. *Zg. Daną linię prostą* AC *podzielić na dwie równe części* (fig. 21.)

Wynajduję dwa punkta B i E równo oddalone od końców linii danéj AC, one leżą na linii prostopadłéj do AC, przechodzącéj przez jéj srodek szukany D. (44).

57 *Zg. Z punktu* B *danego nad prostą, wyprowadzić do niéj prostopadłą* (fig. 21.)

Znajduję dwa punkta linii AC, jednakowo oddalone od punktu B, (zakreślając z tego punktu łuk przecinający tę linię w punktach A i C,) punkt jakikolwiek E równo oddalony od A i C leży z punktem B, na szukanéj prostopadłéj. (44.)

58. *Zg. Kąt dany* IDH *wyrazić w stopniach* (fig. 16)

Kładę wewnętrzną krawędź liniału przenośnika (34) przy ramieniu DH, a liczba stopni odpowiadająca ramieniowi DI, jest liczbą stopni kąta IDH (54, Wn. i Uw. 2).

59. *Zg. Przez punkt dany na prostéj poprowadzić prostą pod kątem danym.*

1o. *Zapomocą cerkla* (fig. 23.) Między ramionami kąta danego EDF zwierzchołka D zakreślam łuk, tym samym promieniem z punktu danego A przy linii danéj AC zakreślam także łuk i odcinam na nim łuk CB równy łukowi FE (30),—CAB jest kątem żądanym (53.)

2o. Za pomocą węgielnicy z ruchomém prawidłem (fausse-equerre)(fig. 25). Węgielnica taka jest to cerkiel którego nóżki są liniałami. Roztwieram liniały tak aby ich wewnętrzne krawędzie czyniły kąt żądany. Przenoszę je w tém położeniu nóżek na linię daną AB, wewnętrzny brzeg liniału przykladam do téj linii i posuwam, dopóki przecięcie się krawędzi wewnętrznych liniałów nie padnie w punkcie A. Przy drugiéj krawędzi poprowadzona linia AC czyni z daną AB kąt żądany (40.)

3o. Jeśli kąt dany jest w stopniach (fig. 16.) przykładam przenośnik i przy podziale jego, odpowiednim danéj liczbie stopni, stawiam punkt K. a linia DK będzie żądaną (54 wn.)

60. *Zg. Przez punkt dany* C *nad linią* AB, *poprowadzić linią pod kątem danym.* (fig. 25.)

Ustawiam węgielnicę z ruchomém prawidłem pod kątem danym, przykładam ją do linii danéj i posuwam dopóki drugie ramię węgielnicy, lub liniał będący na jego przedłużeniu, nie padnie na punkt dany C; linia poprowadzona przy krawędzi tego liniału, czyni z linią daną kąt dany.

2re. *Za pomocą przenośnika* (fig. 16.) Przykładam przenośnik do linii danéj, tak, aby podział odpowiedniéj liczby stopni padł na punkt dany. Środek przenośnika jest wierzchołkiem żądanego kąta.

61. *Zt. Prowadzenie prostopadłych w rzemiosłach.* W rzemiosłach, w rysunkach nawet architektonicznych, prostopadłe zazwyczaj prowadzą się za pomocą węgielnicy rysunkowéj. (équerre), to jest narzędzia w którém dwa przyległe boki spotykają się pod kątem prostym. Jest kilka rodzajów węgielnic:

a.) Ciesielska, używana u kamieniarzy, składa się z dwóch liniałów żelaznych, spojonych końcami w ten sposób, że krawędzie spotykając się tworzą kąty proste (fig. 26.)

b.) Rysunkowa, deska gładka, jednakowéj grubości (fig. 27.)

c.) Stolarska, z listwą dozwalającą jéj przytykać się do dwóch ścian desek.

Te wszystkie ekierki używają się prawie jednakowym sposobem: przykładając jedną z prostopadłych krawędzi do linii, zaś przy drugiéj prowadząc linię kąt między temi liniami jest prosty, jako równy kątowi prostemu. Jeśli mamy dany punkt, przez który ma przechodzić prostopadła, ramię drugie lub liniał przy niem położony, powinno przezeń przechodzić.

62. *Zt. Sprawdzenie dokładności węgielnicy rysunkowéj.*

Prowadzi się prostopadła do linii, i jeśli oba kąty przystają do kąta ekierki, wtedy te kąty są sobie równe jako równe kątowi ekierki, a tem samem proste (41.) a zatém i kąt ekierki jako im równy (40) jest także prosty.

63. *Zt. Poziom mularski i jego sprawdzenie* (fig30.) Linia w któréj kierunku spada swobodnie padające ciało, a któréj kierunek oznacza nić z zawieszonym w końcu ciężarkiem zowie się *pionową*, wszelka linia do niej prostopadła zowie się *poziomą*. Płaszczyzna zawierająca w sobie linie poziome zowie się płaszczyzną poziomą, do któréj się zbliża powierzchnia spokojnie stojącéj wody.

W poziomie mularskim (fig. 30) potrzeba oznaczyć linię prostopadłą do nici CD z zawieszonym ciężarkiem, i końce liniałów równych CA i CB, będą leżały na téj linii, wtenczas, gdy nić przechodzi przez środek linii AB, czyli przez punkt D liniału EF. (44).

Dokładność tego narzędzia wymaga, aby długość ramion była niezmieną. Dla tego końce A i B podbijają się blachą.

Narzędzie to sprawdza się w ten sposób:

Na jakimkolwiek liniale IK ustawiam narzędzie i podnoszę koniec K, dopóki sznurek z ciężarkiem nie padnie na wyżłobienie D. W pewnéj odległości ustawiam liniał, patrzę w kierunku liniału AB, i naznaczam odpowiedni punkt G na liniale GH. Potem stawiam narzędzie przeciwną stroną;—jeśli nić z ciężarkiem nie pada na wyżłobienie D, to poziom jest fałszywy. Podnoszę lub zniżam końce liniału K, póki nić nie padnie w D, i uważam jaki punkt liniału HG jest w kierunku liniału AB; odległość zaś jego od punktu G, oznaczy wielkość fałszywości narzędzia.

64. *Zł. Znaleść różnicę w odległościach punktów wziętych na gruncie, od danego poziomu.* (fig. 28.)

Najprostsze narzędzia używane w tém celu są:

1º. *Poziom wodny.* Jest to rurka blaszana po obu końcach zakrzywiona pod kątem prostym w tych końcach osadzają się rurki szklanne. U spodu rurki blaszanéj w jednakowej odległości od końców, znajduje się rurka metaliczna, służąca do osadzenia narzędzia na trójnogu. Linia przechodząca przez powierzchnie wody będącéj w rurkach jest poziomą.

2º. Żerdź biała, podzielona na stopy, cale, linie, lub inne jednostki miar długości, z tarczą posuwalną pół białą a pół czarną.

Aby oznaczyć różnicę między odległościami punktów A i B od linii poziomej, w jednakowéj odległości od tych punktów stawiam poziom wodny w G i tarczą naznaczam, na żerdzi stojącéj pionowo w punkcie A, punkt *a*, leżący w kierunku linii poziomej mn;—podział odpowiedni punktowi *a* wskazuje na ile punkt A jest oddalony od linii pozioméj an (51 Wn. 1.) np. Aa=7 stóp. Ustawiając żerdź w B, znajdę podobnym sposobem oddalenie punktu B od linii pozoméj mn. Jeśli oddalenie to Bb=2 stóp, to różnica między oddaleniami punktów A i B od poziomu jest 5 stóp, czyli punkt A leży o 5 stóp niżej od punktu B.—Podobnym sposobem można oznaczyć o ile wyżéj leży punkt C od B, a tém samém od A i t. d.

65. *Zt. Posuwanie ciała po linii prostopadłéj do do linii danéj* AC. (fig. 21.)

Jeżeli ciało B chcę posuwać w kierunku BD, przymocowywam do tego ciała dwa sznury równe BA i BC, które posuwam po punktach A i C tak aby się skracały jednakowo.

Jeśli zaś ciało E, należy posuwać w kierunku EB, to przytwierdzam do niego dwa drągi których części EA i EC, są sobie równe, i posuwam po punktach A i C tak aby te części powiększały się jednakowo.— W obu razach posuwające się ciało będzie w jednakowéj odległości od końców linii AC, a przeto znajdować się będzie na linii do niéj prostopadłéj.

66 *Zt. Zmierzyć kąt między dwoma przedmiotami.*

Linia prosta na gruncie, jest to linia wyobrażalna łącząca dwa punkta leżące na gruncie. Jeżeli z punktu, zwanego *stanowiskiem* przedstawiemy sobie dwie proste, poziome do dwóch przedmiotów, kąt zawarty między niemi, zowie się *kątem zawartym między dwoma przedmiotami.* Kąta tego nie można zmierzyć czyli zdjąć zapomocą węgielnicy rysunkowéj z ruchomém prawidłem, ani zapomocą przenośnika, gdyż do narzędzi, wyobrażalnych jego ramion niemożna przyłożyć tych ale należy ramiona oznaczyć dotykalnie, t. j. mając wierzchołek oznaczyć po jednym punkcie na ramionach kąta.

Jeśli na płaszczyznie poziomej (63) weźmiemy punkt leżący z punktem stanowiska na jednéj i tejże saméj pionowéj, to on zowie się *odpowiednim temu punktowi;* potrzeba więc tylko na téj płaszczyznie pozioméj oznaczyć po jednym punkcie, leżącym na linijach łączących punkt odpowiedni stanowisku z przedmiotami.

Kąt zawarty między przedmiotami można albo wyrysować na płaszczyznie pozioméj, albo wyrazić go w stopniach.

W pierwszym przypadku, w punkcie odpowiednim stanowisku wbijamy cienkie ostrze np. igłę, przykładamy do niéj brzeg liniału zwanego *Dioptrą*, opatrzonego w końcach pionowemi liniałami. Jeden z tych liniałów ma wązki podłużny otwór, z włosem przez jego środek przechodzącym, w drugim zaś znajduje się szczelina, w takiem położeniu, że włos pierwszego liniału leży z nią nad krawędzią liniału *dioptry*. Obracamy dioptrę około igły, dopóki włos, szczelina i przedmiot nie będą na jednéj linii prostéj (17) a wtenczas i krawędź dioptry znajdzie się na tejże prostéj, tém samém i linia nakreślona przy krawędzi dioptry. Poprowadziwszy na płaszczyznie poziomej linie w kierunku obudwóch przedmiotów, nakreślimy kąt zawarty między dwoma przedmiotami.

W drugim przypadku, kiedy chcemy kąt wyrazić w stopniach, używamy do tego *węgielnicy mierniczéj z rachomém prawidłem* (60), któréj dwa liniały opatrzone są dioptrami. Linie odpowiednie dioptrom, przecinają się w punkcie obrotu liniałów, drugie zaś ich punkta oznaczają się na tych liniałach strzałkami. Prawidło nieruchome przechodzi przez zero przenośnika mającego środek w punkcie obrotu prawidła ruchomego. Narzędzie to zowie się *kątomiarem* (Graphomètre.)

Jeśli postawimy narzędzie poziomo i punkt obrotu zgodzimy ze stanowiskiem a prawidło nieruchome z jednym, ruchome zaś z drugim przedmiotem, to strzałka ruchomego prawidła wskaże na przenośniku liczbę stopni mierzonego kąta, gdyż strzałki leżą na jego ramionach.

67. *Zt. Do ustawienia płaszczyzny poziomo służy Libella* t. j. rurka szklanna, nieco wypukła, umieszczona na podstawie. Rurka ta napełnia się wodą, zostawując nieco powietrza, i zatyka się szczelnie z obu końców.

Powierzchnia wody jest płaszczyzną poziomą (63), przeto gdy podstawka Libelli leży na płaszczyznie pozioméj, to powierzchnia wody jest do niéj równoległą, a przeto powietrze znajduje się pośrodku rurki wypukłéj.

68. *Zt. Bussola*. Jest to czworograniasta puszka z igłą magnesową, mającą kierunek zbliżony do północno-południowego. Jeśli prawidło nieruchome zgodzimy z kierunkiem igły magnesowéj, to ruchome oznaczy kąt zawarty między przedmiotem a kierunkiem igły magnesowéj. Gdy z jednego stanowiska zdejmujemy kilka takich kątów, to bussola pokaże nam, czy narzędzie nie zostało zruszone w czasie roboty, gdyż wtedy igła magnesowa jako mająca stałe położenie nie będzie w kierunku zruszonego nieruchomego prawidła.