

W poprzednim rozdziale rozważaliśmy ogólne prawa promieniowania anten bez wnikania w szczegóły ich budowy. Zajmiemy się teraz specyfiką poszczególnych rodzajów anten. Przede wszystkim omówimy *anten liniowe*, tzn. takie, które mają jeden wymiar znacznie większy od pozostałych. Anteny tego typu znajdują szerokie zastosowanie w praktyce, poczynając od najmniejszych częstotliwości aż do częstotliwości rzędu kilku, a nawet kilkunastu gigaherców. Mogą być one wykorzystywane jako samodzielne anteny, a także mogą wchodzić w skład skomplikowanych układów antenowych. Przykładami praktycznego zastosowania anten liniowych mogą być: anteny radiofoniczne w postaci stalowych masztów, telewizyjne anteny nadawcze będące układami złożonymi z dużej liczby anten liniowych, anteny Uda-Yagi i inne.

Nasze rozważania ograniczymy do przypadku anten wykonanych z doskonałego przewodnika. Ograniczenie to nie zmniejszy praktycznej przydatności teorii, bowiem w praktyce anteny wykonuje się z dobrze przewodzących materiałów. Rygorystyczne rozwiązanie zagadnienia promieniowania anteny liniowej jest bardzo trudne nawet przy wprowadzonym wyżej założeniu upraszczającym. Znaczne trudności powstają wówczas, gdy chcemy uwzględnić skończony przekrój poprzeczny anteny [17, 22]. Najpierw rozpatrzmy więc, jako najprostszą, teorię *anten nieskończenie cienkich*. Teoria ta może być stosowana w praktyce do anten bardzo smukłych, dla których stosunek długości anteny do jej promienia jest większy od 100 i których długość jest mniejsza niż długość fali. Następnie rozpatrzmy teorię *anten dwustożkowej*, która umożliwia już uwzględnienie wpływu skończonego przekroju poprzecznego anteny. Praktyczne zastosowanie tej teorii mimo jej stosunkowo dużej prostoty i przejrzystości jest ograniczone faktem, że stosowane w praktyce anteny mają raczej kształt *cylin-drów* niż *stożków*. W przypadku anten smukłych teorię anteny dwustożkowej można w przybliżeniu stosować również do anten cylindrycznych. W zakończeniu rozdziału omówimy teorię *anten cylindrycznych*, która daje dobre wyniki także w przypadku grubych anten.

### 3.1. CIENKIE SYMETRYCZNE ANTENY LINIOWE

#### 3.1.1. ROZKŁAD PRĄDU I CHARAKTERYSTYKA PROMIENIOWANIA

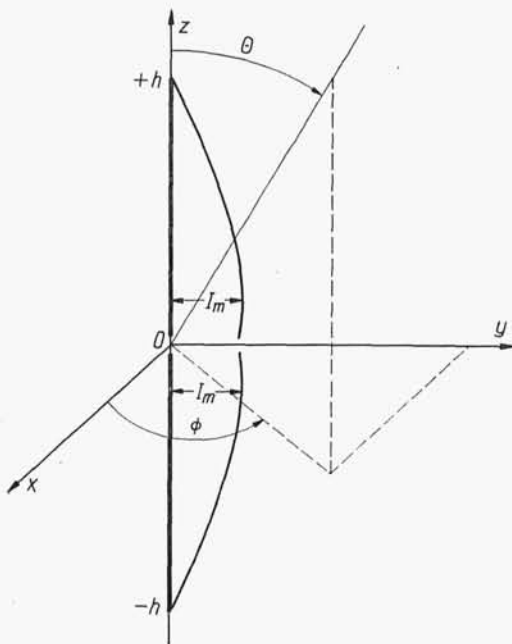
Zakładamy, że rozkład prądu w nieskończenie cienkiej symetrycznej antenie liniowej o długości  $2h$  jest taki sam jak w torze rozwartym o długości  $h$  [10, 26, 38]. Mamy więc dla anteny umieszczonej wzdłuż osi  $z$  (rys. 3-1)

$$I(z) = I_m \sin[k(h - |z|)] \quad (3-1)$$

$$|z| \leq h$$

Pole w strefie promieniowania znajdziemy wstawiając zależność (3-1) do wzoru (2-40). Po scałkowaniu otrzymujemy

$$E_\theta = \frac{j60 I_m}{r} e^{-jkr} \left[ \frac{\cos(kh \cos \Theta) - \cos(kh)}{\sin \Theta} \right] \quad (3-2)$$



Rys. 3-1. Nieskończenie cienka antena liniowa z sinusoidalnym rozkładem prądu

Wyrażenie w nawiasie kwadratowym jest charakterystyką promieniowania nieskończenie cienkiej symetrycznej anteny liniowej

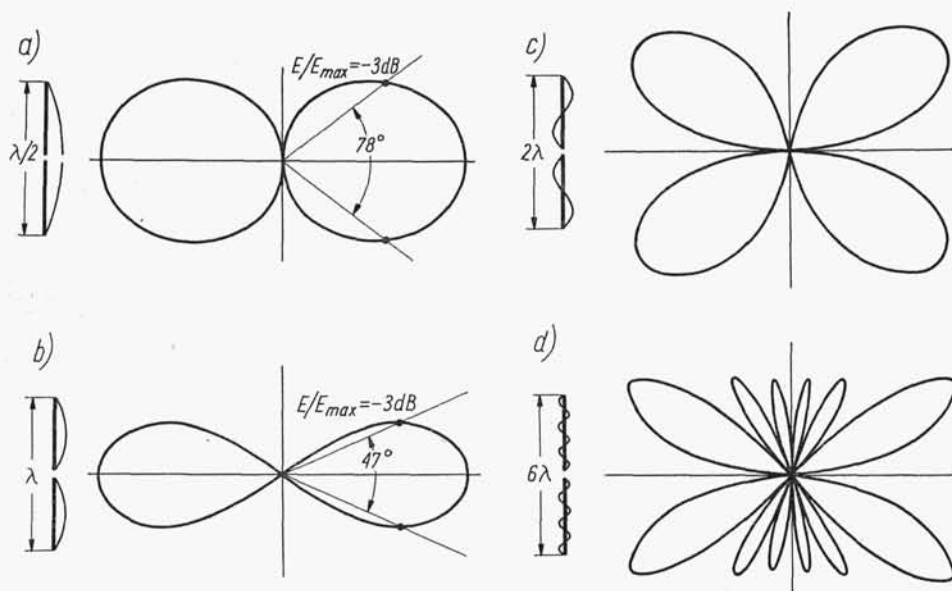
$$f(\Theta) = \frac{\cos(kh \cos \Theta) - \cos(kh)}{\sin \Theta} \quad (3-3)$$

Wyrażenie to jest rzeczywiste, co oznacza, że antena ma środek fazowy pokrywający się z jej środkiem geometrycznym. Duże praktyczne znaczenie ma antena o długości  $2h = \lambda/2$ , zwana *dipolem półfalowym*. Podstawiając we wzorze (3-3) wartość  $kh = \pi/2$  otrzymujemy wyrażenie na charakterystykę promieniowania dipola półfalowego

$$F(\Theta) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \Theta\right)}{\sin \Theta} \quad (3-4)$$

Wyrażenie określające pole w strefie promieniowania uzyskujemy w wyniku całkowania rozkładu prądu wzdłuż całej anteny. Wynika stąd, że niewielkie błędy w funkcji

rozkładu prądu, praktycznie biorąc nie mają wpływu na kształt charakterystyki promieniowania anteny. Do obliczania charakterystyki promieniowania anten liniowych o dużej smukłości możemy więc przyjmować sinusoidalny rozkład prądu nawet



Rys. 3-2. Rozkłady prądu i charakterystyki promieniowania symetrycznych anten liniowych z sinusoidalnym rozkładem prądu: a) antena półfalowa; b) antena całofalowa; c) antena o długości  $2\lambda$ ; d) antena o długości  $6\lambda$

wówczas, gdy długość anteny przekracza długość fali. Na rys. 3-2 pokazano rozkłady prądów i odpowiadające im charakterystyki promieniowania symetrycznych anten liniowych o różnych długościach.

### 3.1.2. IMPEDANCJA PROMIENIOWANIA

Rozważmy antenę cylindryczną o długości  $2h$  i promieniu  $a$  wykonaną z doskonałego przewodnika. Zakładamy przy tym, że promień anteny jest znikomą małą w stosunku do jej długości i że rozkład prądu w antenie jest sinusoidalny. Pole wytwarzane przez taką antenę możemy obliczyć korzystając z ogólnych zależności (2-17). Po wykonaniu całkowania otrzymujemy następujące wyrażenia na składowe pola w cylindrycznym układzie współrzędnych (rys. 3-3):

$$E_{\varrho} = j30 I_m \left( \frac{z-h}{\varrho} \frac{e^{-jkR_1}}{R_1} + \frac{z+h}{\varrho} \frac{e^{-jkR_2}}{R_2} - 2 \cos kh \frac{z}{\varrho} \frac{e^{-jkR_0}}{R_0} \right) \quad (3-5a)$$

$$E_z = -j30 I_m \left( \frac{e^{-jkR_1}}{R_1} + \frac{e^{-jkR_2}}{R_2} - 2 \cos kh \frac{e^{-jkR_0}}{R_0} \right) \quad (3-5b)$$

$$H_{\phi} = \frac{j I_m}{4\pi\mu\varrho} (e^{-jkR_1} + e^{-jkR_2} - 2 \cos kh e^{-jkR_0}) \quad (3-5c)$$

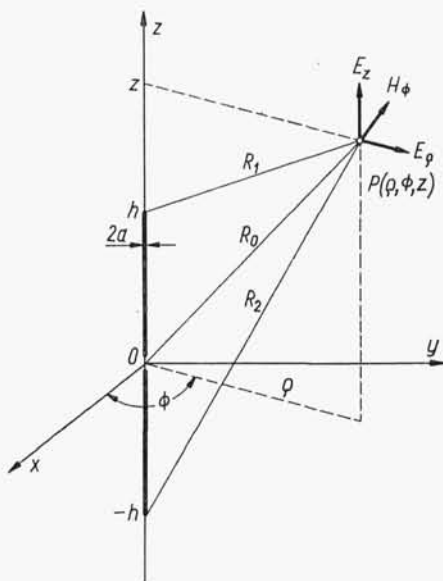
przy czym:

$$R_1 = \sqrt{(z-h)^2 + \rho^2}$$

$$R_2 = \sqrt{(z+h)^2 + \rho^2}$$

$$R_0 = \sqrt{z^2 + \rho^2}$$

Łatwo przekonać się podstawiając we wzorze (3-5b) wartość  $\rho = a$ , że składowa styczna pola elektrycznego nie znika na powierzchni anteny, tzn. że nie jest spełniony warunek brzegowy wyrażony wzorem (2-5a). Takiego rezultatu mogliśmy oczekiwać,



Rys. 3-3. Składowe pola elektromagnetycznego symetrycznej anteny liniowej

bowiem rozkład prądu wzdłuż anteny wybraliśmy zupełnie dowolnie. W celu spełnienia warunku brzegowego na powierzchni anteny należy wzdłuż jej długości rozmieścić w sposób ciągły generatory o SEM

$$E_s(z) = -E_z(a, z)dz \quad (3-6)$$

Nie można natomiast zapewnić sinusoidalnego rozkładu prądu w antenie za pomocą generatora punktowego.

Moc pozorną ciągłego rozkładu generatorów jest oczywiście równa

$$P_{pr} = -\frac{1}{2} \int_{-h}^h E_z(a, z) I^*(z) dz \quad (3-7)$$

Możemy założyć, że moc ta jest związana z hipotetyczną impedancją promieniowania

$$P_{pr} = \frac{1}{2} I_m^2 Z_{mpr} \quad (3-8)$$

przy czym  $Z_{mpr} = R_{mpr} + jX_{mpr}$  jest impedancją promieniowania odniesioną do strzałki prądu.

Porównując wzory (3-8) i (3-7) otrzymujemy

$$Z_{mpr} = \frac{-1}{I_m^2} \int_{-h}^h E_z(a, z) I^*(z) dz \quad (3-9)$$

Całki występujące we wzorze (3-9) nie da się przedstawić jako skończonej kombinacji funkcji elementarnych, możemy ją jednak wyrazić za pomocą sinusa i cosinusa całkowego

$$R_{mpr} = 30 \{ 2[1 + \cos(2kh)] \text{Cin}(2kh) - \cos(2kh) \text{Cin}(4kh) + \sin(2kh)[\text{Si}(4kh) - 2\text{Si}(2kh)] \} \quad (3-10a)$$

$$X_{mpr} = 30 \left\{ 2 \text{Si}(2kh) + \sin(2kh) \left[ 2 \text{Cin}(2kh) - \text{Cin}(4kh) + 2 \ln \frac{h}{a} \right] + \cos(2kh)[2 \text{Si}(2kh) - \text{Si}(4kh)] \right\} \quad (3-10b)$$

przy czym:

$$\text{Cin}(x) = \int_0^x \frac{1 - \cos t}{t} dt = -\text{Ci}(x) + \ln x + \gamma$$

$$\text{Ci}(x) = - \int_x^\infty \frac{\cos t}{t} dt \text{ — cosinus całkowy;}$$

$$\text{Si}(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt \text{ — sinus całkowy;}$$

$$\gamma = 0,577 \text{ — stała Eulera.}$$

Funkcje  $\text{Si}(x)$  i  $\text{Cin}(x)$  są stabelaryzowane [22].

Identyczne wyrażenie na rezystancję promieniowania anteny moglibyśmy otrzymać całkując wektor Poyntinga po powierzchni kuli o dużym promieniu otaczającej antenę. Jest to zrozumiałe, bowiem w przypadku anteny bezstratnej cała moc doprowadzona do anteny musi być przez nią wypromieniowana.

Dla anteny półfalowej ( $kh = \pi/2$ ) otrzymujemy:

$$R_{mpr} = 30 \text{Cin}(2\pi) = 73,13 \Omega$$

$$X_{mpr} = 30 \text{Si}(2\pi) = 42,55 \Omega$$

a dla anteny całofalowej ( $kh = \pi$ ):

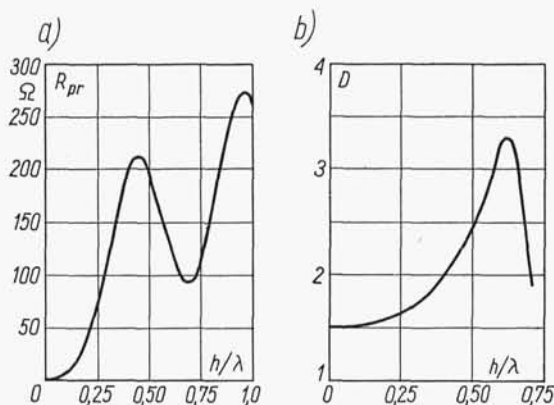
$$R_{mpr} = 30[4 \text{Cin}(2\pi) - \text{Cin}(4\pi)] = 199,1 \Omega$$

$$X_{mpr} = 30[4 \text{Si}(2\pi) - \text{Si}(4\pi)] = 125,4 \Omega$$

Impedancję promieniowania można odnieść do amplitudy prądu w dowolnym punkcie anteny, np. do wartości prądu na jej zaciskach. Między impedancją promieniowania odniesioną do amplitudy prądu na zaciskach anteny  $Z_{0pr}$  a impedancją promieniowania odniesioną do amplitudy prądu w strzałce zachodzi związek

$$Z_{0pr} = \frac{Z_{mpr}}{\sin^2(kh)} \quad (3-11)$$

Impedancja określona wzorem (3-11) może być przyjmowana za przybliżenie impedancji wejściowej anteny. Przybliżenie to jest tym lepsze, im bardziej rzeczywisty rozkład prądu w antenie jest zbliżony do rozkładu sinusoidalnego.



Rys. 3-4. Zależność rezystancji promieniowania (a) i kierunkowości (b) od długości anteny

Znajomość rezystancji promieniowania anteny umożliwia łatwe określenie jej kierunkowości. Zgodnie z definicją kierunkowość anteny jest równa wartości stosunku maksymalnej gęstości promieniowania do całkowitej mocy promieniowanej przez antenę pomnożonej przez  $4\pi$ . Korzystając ze wzorów (3-2) i (3-3) oraz wyrażając moc promieniowaną przez rezystancję promieniowania anteny znajdujemy

$$D = 4\pi \frac{\frac{|E_\theta|_{\max}^2 r^2}{2\zeta}}{\frac{1}{2} I_m^2 R_{mpr}} = 120 \frac{f_{\max}^2(\theta)}{R_{mpr}} \quad (3-12)$$

W szczególności dla anteny półfalowej

$$D = \frac{120}{73,13} = 1,64$$

a dla anteny całofalowej

$$D = \frac{120 \cdot 2^2}{199,1} = 2,41$$

Na rysunku 3-4 przedstawiono zależność rezystancji promieniowania i kierunkowości anteny od jej długości.

## 3.1.3. ANTENA KRÓTKA

Analizując zależność (3-2) dochodzimy do wniosku, że dla anten krótkich ( $kh \ll 1$ ) przyjmuje ona postać

$$E_{\Theta} = \frac{j60\pi I_0 h}{\lambda r} e^{-jkr} \sin \Theta \quad (3-13)$$

przy czym  $I_0 = I_m \sin(kh)$  — określa prąd dopływający do anteny.

Jest to wyrażenie na pole elementarnego dipola elektrycznego o momencie wyrażającym się zależnością [porównaj wzory (2-31) i (2-33a)]

$$p = \frac{I_0 h}{j\omega} \quad (3-14)$$

Zauważmy dalej, że charakterystyka promieniowania anteny półfalowej nieznacznie tylko odbiega od charakterystyki opisanej funkcją  $\sin \Theta$ . Dla dalszego uproszczenia obliczeń możemy więc antenę o długości nie przekraczającej  $\lambda/2$  zastąpić dipolem elementarnym o odpowiednio dobranym momencie

$$p = \frac{I_0 l_{sk}}{j\omega} \quad (3-15)$$

przy czym  $l_{sk}$  — długość skuteczna anteny.

Długość skuteczną anteny znajdziemy żądając, aby na kierunku maksymalnego promienia, pola wytwarzane przez zastępczy dipol elementarny i antenę rzeczywistą były jednakowe

$$l_{sk} = \frac{2}{k} \operatorname{tg} \left( \frac{kh}{2} \right) \quad (3-16)$$

Dla anten bardzo krótkich zastępując funkcję tangens jej argumentem otrzymujemy

$$l_{sk} = h$$

Długość skuteczna anteny bardzo krótkiej jest więc równa połowie jej długości geometrycznej.

Dla anteny półfalowej

$$l_{sk} = \frac{\lambda}{\pi}$$

Rozwijając funkcje trygonometryczne występujące we wzorach (3-10) i (3-11) oraz sinus i cosinus całkowity w szereg potęgowy i zachowując tylko najbardziej znaczące wyrazy otrzymujemy wzór przybliżony na impedancję promieniowania anteny krótkiej odniesioną do amplitudy prądu wejściowego

$$Z_{opr} = 20(kh)^2 - j \frac{120}{kh} \ln \frac{h}{a} \quad (3-17)$$

Na przykład impedancja promieniowania anteny o długości  $2h = 0,1\lambda$  i promieniu  $a = 5 \cdot 10^{-4}\lambda$  wynosi

$$Z_{opr} = 1,97 - j1760 \Omega$$