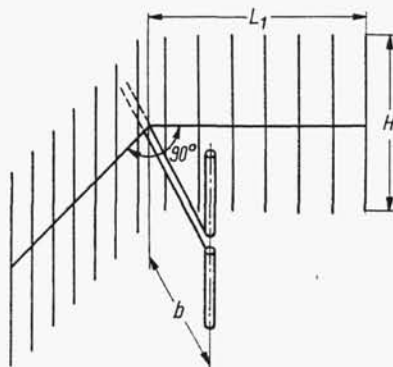


Przebieg zysku energetycznego  $G_{\lambda/2}$  i rezystancji wejściowej  $R_0$  anten kątowych o różnych kątach wierzchołkowych pobudzanych za pomocą dipola półfalowego w funkcji odległości dipola od wierzchołka reflektora przedstawiono na rys. 8-10.

Zysk anteny dla danego  $\alpha$  wzrasta ze zmniejszaniem odległości dipola od wierzchołka reflektora, natomiast rezystancja wejściowa maleje, osiągając wartości 0 dla  $b = 0$ . Przy bardzo małych wartościach  $b$  gwałtownie maleje sprawność anteny



Rys. 8-11. Reflektor kątowy wykonany z prętów

(rys. 8-10a). W związku z tym odległość dipola od wierzchołka reflektora nie powinna być mniejsza od  $0,1\lambda$  dla reflektora płaskiego,  $0,2\lambda$  — dla  $\alpha = 90^\circ$  i  $0,4\lambda$  — dla  $\alpha = 60^\circ$ .

Reflektor kątowy, podobnie jak reflektor płaski, może być wykonany z metalowych prętów lub rurek równoległych do dipola (rys. 8-11). Jeśli jako element czynny stosuje się dipol półfalowy, to szerokość ekranu  $H$  nie powinna być mniejsza od  $0,6\lambda$ . Zwiększenie szerokości ekranu powoduje zmniejszenie promieniowania wstecznego. Długość reflektora  $L$  zależy od kąta  $\alpha$  oraz od położenia elementu czynnego. Uważa się, że zasadniczą część reflektora stanowi ta część, od której promienie odbijają się równoległe do osi anteny. Z tego warunku wynika następująca zależność na długość reflektora:

$$L = 2,8b \cos \frac{\alpha}{2} \quad (8-1)$$

Dla  $\alpha = 90^\circ$  jest  $L = 2b$ , dla  $\alpha = 60^\circ$  jest  $L = 2,4b$ .

### 8.3. REFLEKTOR PARABOLICZNY

Anteny z reflektorami parabolicznymi znajdują szerokie zastosowanie w zakresie b.w.cz. Wynika to ze stosunkowo prostej konstrukcji tych anten, możliwości uzyskania charakterystyki promieniowania o różnych kształtach, dużej kierunkowości, niskiej temperatury szumowej itp. Anteny z reflektorami parabolicznymi są



aby oś  $z$  pokrywała się z osią reflektora, a początek układu leżał w jego wierzchołku. W tym układzie współrzędnych równanie paraboloidy obrotowej ma postać

$$x^2 + y^2 = 4fz \quad (8-2)$$

przy czym  $f = OF$  jest *długością ogniskowej*.

Drugim układem współrzędnych będzie układ cylindryczny  $\varrho, \varphi, z$ , przy czym  $\varrho$  i  $\varphi$  są współrzędnymi biegunowymi w płaszczyznach  $z = \text{const}$ . Równanie powierzchni reflektora w cylindrycznym układzie współrzędnych ma postać

$$\varrho^2 = 4fz \quad (8-3)$$

Do określenia charakterystyki promieniowania źródła oświetlającego użyjemy sferycznego układu współrzędnych  $r, \vartheta, \varphi$  z początkiem w ognisku reflektora i osią biegunową zwróconą w kierunku ujemnych wartości  $z$ . Równanie powierzchni reflektora zapisane w tym układzie współrzędnych ma postać

$$r = \frac{2f}{1 + \cos\vartheta} = f \sec^2 \left( \frac{\vartheta}{2} \right) \quad (8-4)$$

Wreszcie, przy opisie charakterystyki promieniowania reflektora będziemy się posługiwać sferycznym układem współrzędnych  $R, \Theta, \Phi$  z początkiem również w ognisku, ale z osią biegunową zwróconą w kierunku dodatnich wartości  $z$ .

Płaszczyzna apertury przecina oś  $z$  w punkcie  $z_0$ . Średnicę apertury oznaczmy przez  $d_a$ , a jej powierzchnię przez  $A$ . Kształt reflektora określa parametr  $\tau = 4f/d_a$  lub *apertura kątowa*  $2\vartheta_0$ , tj. kąt, pod jakim widać aperturę z ogniska. Parametr  $\tau$  przyjmuje wartość równą jedności, gdy ognisko leży w aperturze reflektora.

Między parametrem  $\tau$  a aperturą kątową zachodzą następujące związki:

$$\sin\vartheta_0 = \frac{2\tau}{1 + \tau^2} \quad (8-5a)$$

$$\operatorname{tg}\vartheta_0 = \frac{2\tau}{\tau^2 - 1} \quad (8-5b)$$

$$\operatorname{ctg} \frac{\vartheta_0}{2} = \tau \quad (8-5c)$$

Głębokość reflektora  $z_0$ , średnica apertury  $d$  i długość ogniskowej  $f$  są związane zależnością

$$z_0 = \frac{d_a^2}{16f} = \frac{d_a}{4\tau} \quad (8-6)$$

Przejdziemy teraz do określenia rozkładu prądów na powierzchni reflektora. Założymy przy tym, że reflektor znajduje się w obszarze promieniowania źródła oświetlającego i że charakterystyka promieniowania źródła oświetlającego w obecności reflektora jest taka sama jak w swobodnej przestrzeni; oznaczmy ją przez  $F(\vartheta, \varphi)$ .

Założenie to jest słuszne, gdy odległość źródła oświetlającego od reflektora jest dostatecznie duża. Jeśli zysk energetyczny źródła oświetlającego jest równy  $G_0$  i jeśli źródło promieniuje moc  $P_z$ , to natężenie pola elektrycznego fali padającej w punkcie  $M(r, \vartheta, \varphi)$  na powierzchni reflektora wyraża się wzorem

$$E_p = \sqrt{\frac{\zeta_0 P_z G_0}{2\pi}} \frac{e^{-jk_r}}{r} F(\vartheta, \varphi) I_p \quad (8-7)$$

przy czym wektor jednostkowy  $I_p$  określa polaryzację fali padającej<sup>1)</sup>. Wobec przyjętego założenia, że reflektor znajduje się w obszarze promieniowania źródła oświetlającego, wektory pola magnetycznego i pola elektrycznego fali padającej są związane zależnością

$$H_p = \frac{1}{\zeta_0} (I_r \times E_p) \quad (8-8)$$

Zgodnie z metodą rozkładu prądu zakładamy, że powierzchniowa gęstość prądu na zacienionej części reflektora jest równa zero, natomiast na części oświetlonej jest określona wzorem (2-90); mamy więc

$$K = \sqrt{\frac{2P_z G_0}{\pi \zeta_0}} \frac{e^{-jk_r}}{r} F(\vartheta, \varphi) [I_n \times (I_r \times I_p)] \quad (8-9)$$

przy czym  $I_n$  jest wektorem normalnym do powierzchni reflektora, skierowanym od reflektora.

Rozkład prądów na powierzchni reflektora przedstawiono schematycznie na rys. 8-13. Wektor gęstości prądu ma w ogólności wszystkie trzy składowe.

Rozkład prądów na powierzchni reflektora można również wyrazić przez natężenie pola odbitego; biorąc pod uwagę, że promień odbity jest równoległy do osi z, otrzymujemy

$$K = \sqrt{\frac{2P_z G_0}{\pi \zeta_0}} \frac{e^{-jk_r}}{r} F(\vartheta, \varphi) [I_n \times (I_z \times I_o)] \quad (8-10)$$

przy czym zgodnie z zależnością (2-89)

$$I_o = (I_n \cdot I_p) I_n - (I_n \times I_p) \times I_n \quad (8-11)$$

jest wektorem jednostkowym określającym polaryzację fali odbitej [porównaj wzór (2-89)].

Znając rozkład prądów na powierzchni reflektora możemy określić wytwarzane przezeń pole za pomocą wzoru (2-79a). Ponieważ interesuje nas tylko pole w obszarze promieniowania, możemy operator  $\nabla'$  zastąpić przez  $jk I_R$ ; wówczas

$$E = -\frac{j\omega\mu}{4\pi} \frac{e^{-jkR}}{R} \int_S [K - (K \cdot I_R) I_R] e^{jkR \cdot I_R} dS \quad (8-12)$$

<sup>1)</sup> Zakładamy, że pole źródła oświetlającego jest spolaryzowane liniowo, ale że wektor  $I_p$  jest funkcją  $\vartheta$  i  $\varphi$ .

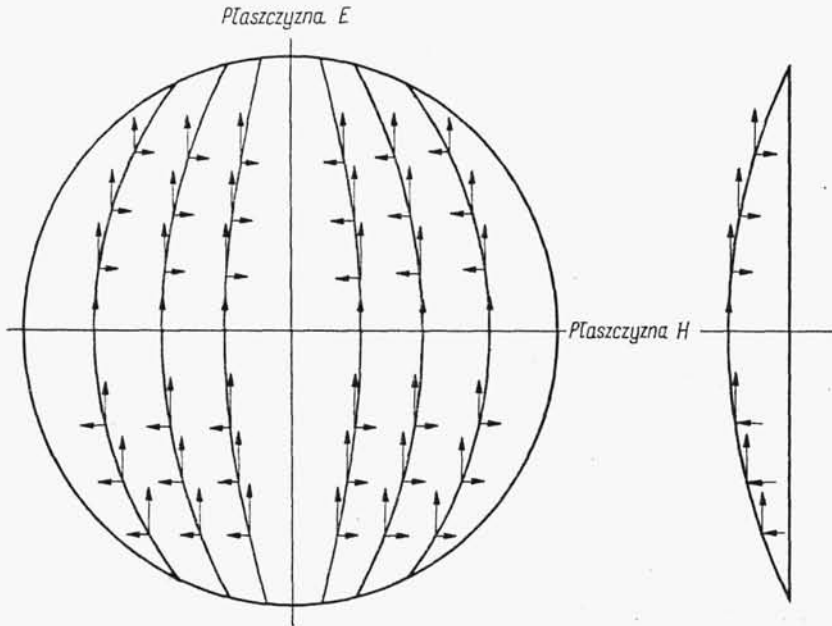
Z wyrażenia (8-12) wynika, jak należało tego oczekiwać, że pole reflektora w obszarze promieniowania nie ma składowej radialnej.

Podstawiając zależność (8-10) do wzoru (8-12) znajdujemy następujące zależności na składowe poprzeczne pola:

$$\begin{Bmatrix} E_\Theta \\ E_\Phi \end{Bmatrix} = -\frac{j\omega\mu}{4\pi} \frac{e^{-jkR}}{R} \sqrt{\frac{2P_z G_0}{\pi\zeta_0}} \begin{Bmatrix} I_\Theta \cdot I \\ I_\Phi \cdot I \end{Bmatrix} \quad (8-13)$$

przy czym

$$I = \int_0^{2\pi} \int_0^{\vartheta_0} \frac{F(\vartheta, \varphi)}{r} [I_n \times (I_z \times I_o)] e^{-jk(r-r \cdot I_R)} dS \quad (8-14)$$



Rys. 8-13. Rozkład prądów na powierzchni reflektora parabolicznego

Biorąc pod uwagę, że element powierzchni paraboloidy wyraża się wzorem

$$dS = r^2 \sin\vartheta \sec \frac{\vartheta}{2} d\vartheta d\varphi \quad (8-15)$$

oraz obliczając iloczyn skalarny wektorów  $r$  i  $I_R$

$$\begin{aligned} r \cdot I_R &= (I_x r \sin\vartheta \cos\varphi + I_y r \sin\vartheta \sin\varphi - I_z r \cos\vartheta) \times \\ &\times (I_x \sin\vartheta \cos\varphi + I_y \sin\vartheta \sin\varphi + I_z \cos\vartheta) = r [\sin\vartheta \sin\vartheta \cos(\varphi - \varphi) - \cos\vartheta \cos\vartheta] \end{aligned} \quad (8-16)$$

a także podwójny iloczyn wektorowy wektorów  $I_n$ ,  $I_z$  i  $I_o$

$$I_n \times (I_r \times I_o) = I_r (I_n \cdot I_o) - I_o (I_n \cdot I_r) = I_z (I_n \cdot I_o) - I_o \cos \frac{\vartheta}{2} \quad (8-17)$$

możemy składową poprzeczną  $I_t$  i składową wzdłużną  $I_z$  wektora  $I$  przedstawić w postaci:

$$I_t = - \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_0} \frac{F(\vartheta, \varphi)}{r} I_0 \cos \frac{\vartheta}{2} e^{-jkr[1 + \cos\vartheta \cos\Theta - \sin\vartheta \sin\Theta \cos(\Phi - \varphi)]} \times \\ \times r^2 \sin\vartheta \sec \frac{\vartheta}{2} d\vartheta d\varphi \quad (8-18a)$$

$$I_z = I_z \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_0} \frac{F(\vartheta, \varphi)}{r} (I_n \cdot I_0) \times e^{-jkr[1 + \cos\vartheta \cos\Theta - \sin\vartheta \sin\Theta \cos(\Phi - \varphi)]} \times \\ \times r^2 \sin\vartheta \sec \frac{\vartheta}{2} d\vartheta d\varphi \quad (8-18b)$$

Składowa wzdłużna  $I_z$  nie bierze udziału w powstawaniu składowej  $E_\Phi$  pola elektrycznego, ponieważ wektory  $I_\Phi$  i  $I_z$  są zawsze wzajemnie prostopadłe. Ponadto ponieważ  $I_z \cdot I_\Theta = \sin\Theta$ , więc składowa wzdłużna nie ma wpływu na pole w kierunku  $\Theta = 0$ . Jest to zrozumiałe, bowiem element prądu jest równoważny dipolowi elektrycznemu, który nie promieniuje wzdłuż swojej osi. Wpływ składowej wzdłużnej przejawia się w sposób zauważalny tylko przy dużych odchyleniach od osi reflektora. W antenach, które aktualnie rozważamy, szerokość głównej wiązki promieniowania i przyległych listków bocznych jest na tyle mała, że przy ich obliczaniu można pominąć wpływ składowej wzdłużnej. Z tego samego względu możemy pominąć zmiany  $\cos\Theta$  w wyrażeniu na składową poprzeczną wektora  $I$ , możemy więc przyjąć  $r(1 + \cos\vartheta \cos\Theta) \approx 2f$ . Wprowadzając jeszcze nową zmienną całkowania  $\varrho = r \sin\vartheta$  możemy wyrażenie (8-18a) zapisać w postaci

$$I_t \approx e^{-j2k f} \int_0^{d_a/2} \int_0^{2\pi} I_0 \frac{F(\vartheta, \varphi)}{r} e^{jk\varrho \sin\Theta \cos(\Phi - \varphi)} \varrho d\varrho d\varphi \quad (8-19)$$

W dowolnym kierunku pole ma obie składowe  $E_\Theta$  i  $E_\Phi$ , przy czym na ogół nie są one współfazowe, tak że pole jest spolaryzowane eliptycznie. Jednakże, w płaszczyznach głównych  $\Phi = 0$  i  $\Phi = \pi/2$  pole jest spolaryzowane liniowo w kierunku określonym przez podstawową składową pola w aperturze. W płaszczyźnie  $E$  ( $\Phi = 0$ ) znika składowa  $y$  wektora  $I$ , bowiem elementarne pola, pochodzące od składowych  $y$  prądów płynących w punktach rozmieszczonych na powierzchni reflektora symetrycznie względem płaszczyzny  $xz$ , są przesunięte w fazie o  $180^\circ$  i wzajemnie się znośzą. Pole w tej płaszczyźnie powstaje więc tylko pod wpływem składowych  $I_z$  i  $I_{tx}$ , a przeto ma tylko składową  $E_\Theta$ . Podobnie w płaszczyźnie  $H$  ( $\Phi = \pi/2$ ) pole ma tylko składową  $E_\Phi$ , a zatem jest wszędzie normalne do płaszczyzny  $H$  i równoległe do podstawowej składowej pola w aperturze. Wyrażenia na pole w płasz-

czyznach głównych reflektora parabolicznego możemy więc przedstawić w postaci:  
— dla płaszczyzny  $E$ :

$$\left. \begin{aligned} E_{\theta} &= \frac{j\omega\mu}{4\pi} \frac{e^{-jk(R+2f)}}{R} \sqrt{\frac{2P_z G_0}{\pi\zeta_0}} \cos\Theta \int_0^{d_a/2} \int_0^{2\pi} \frac{F(\vartheta, \varphi)}{r} e^{jk\rho \sin\Theta \cos\varphi} \rho d\rho d\varphi \\ E_{\phi} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (8-20a)$$

— dla płaszczyzny  $H$ :

$$\left. \begin{aligned} E_{\theta} &= 0 \\ E_{\phi} &= \frac{j\omega\mu}{4\pi} \frac{e^{-jk(R+2f)}}{R} \sqrt{\frac{2P_z G_0}{\pi\zeta_0}} \int_0^{d_a/2} \int_0^{2\pi} (I_{\phi} \cdot I_z) \frac{F(\vartheta, \varphi)}{r} e^{jk\rho \sin\Theta \sin\varphi} \rho d\rho d\varphi \end{aligned} \right\} \quad (8-20b)$$

Jeżeli wyrażenie  $(I_{\phi} \cdot I_z) \frac{F(\vartheta, \varphi)}{r}$  potraktujemy jako funkcję rozkładu pola w aperturze, to wzór (8-20b) jest identyczny, z dokładnością do stałego mnożnika, ze wzorem (2-127) na charakterystykę promieniowania apertury kołowej.

Polaryzację pola w wiązce szpilkowej określa się zwykle względem osi  $x$  i  $y$ , a nie we współrzędnych sferycznych, jak to zrobiliśmy wyżej. Stosowanie współrzędnych prostokątnych prowadzi do pewnego błędu, bowiem pole jest prostopadłe do radialnego kierunku propagacji, a nie do osi  $z$ ; jeżeli jednak główna wiązka promieniowania jest wąska, to błąd jest znikomo mały. Nowy sposób opisu ma tę korzyść, że składowa  $E_x$  jest związana wprost z podstawową składową pola w aperturze, natomiast składowa  $E_y$  ze składową ortogonalną. Wprowadzając kartezjański układ współrzędnych możemy rozłożyć polaryzacyjną charakterystykę promieniowania reflektora na dwie składowe: *podstawową* i *ortogonalną*.

Ze względu na symetrię, charakterystyka ortogonalna ma zera dla kierunków leżących w płaszczyznach głównych. W innych kierunkach warunek symetrii nie jest spełniony i składowa o polaryzacji ortogonalnej jest różna od zera. Charakterystyka promieniowania dla składowej o polaryzacji ortogonalnej ma więc maksima w czterech ćwiartkach między płaszczyznami głównymi. Szczegółowa analiza wykazuje, że charakterystyka ortogonalna ma cztery listki główne, których maksima leżą w płaszczyznach tworzących kąt  $45^\circ$  z płaszczyznami głównymi.

### 8.3.2. KIERUNKOWOŚĆ

Zgodnie z definicją kierunkowość anteny reflektorowej określimy jako stosunek maksymalnej gęstości promieniowania do średniej gęstości promieniowania. Ponieważ symetryczny reflektor paraboliczny promieniuje maksymalnie w kierunku osiowym, więc

$$D = 4\pi \frac{U(0, 0)}{P_z} \quad (8-21)$$

przy czym  $P_z$  jest mocą promieniowaną przez źródło oświetlające, a maksymalna gęstość promieniowania wyraża się zależnością

$$U(0, 0) = \frac{|R^2 E(R, 0, 0)|^2}{2\zeta_0} \quad (8-22)$$

przy czym  $E(R, 0, 0)$  — wektor natężenia pola elektrycznego na osi anteny w odległości  $R$  od ogniska.

Wektor natężenia pola elektrycznego na osi anteny możemy, korzystając z zależności (8-13) i (8-18a), wyrazić następującym wzorem:

$$E(R, 0, 0) = I_x \frac{j\omega\mu}{4\pi} \frac{e^{-jk(R+2f)}}{R} \sqrt{\frac{2P_z G_0}{\pi\zeta_0}} \int_0^{\vartheta_0} \int_0^{2\pi} (I_o \cdot I_x) F(\vartheta, \varphi) r \sin\vartheta d\vartheta d\varphi \quad (8-23)$$

Iloczyn skalarny wektorów  $I_o$  i  $I_x$  jest w ogólnym przypadku funkcją  $\vartheta$  i  $\varphi$  ze względu na obecność składowej prądu o polaryzacji ortogonalnej. Na ogół jednak składowa ortogonalna jest na tyle mała, że możemy pominąć zmiany  $I_o \cdot I_x$  na powierzchni apertury reflektora. Zakładając ponadto, że źródło oświetlające ma symetrię osiową (charakterystyka promieniowania źródła nie zależy od  $\varphi$ ) oraz wprowadzając równanie paraboloidy (8-4), w miejsce (8-23) (po wykonaniu całkowania względem  $\varphi$ ) otrzymujemy

$$E(R, 0, 0) = I_x j\omega\mu f \frac{e^{-jk(R+2f)}}{R} \sqrt{\frac{2P_z G_0}{\pi\zeta_0}} \int_0^{\vartheta_0} F(\vartheta) \operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2} d\vartheta \quad (8-24)$$

Podstawiając zależności (8-24) i (8-22) do wzoru (8-21) wyznaczamy kierunkowość anteny reflektorowej

$$D = \frac{16\pi^2 f^2 G_0}{\lambda^2} \left| \int_0^{\vartheta_0} F(\vartheta) \operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2} d\vartheta \right|^2 \quad (8-25)$$

Długość ogniskowa jest związana z aperturą kątową i średnicą reflektora następującą zależnością:

$$f = \frac{d_a}{4} \operatorname{ctg} \frac{\vartheta_0}{2} \quad (8-26)$$

Wstawiając zależność (8-26) do wzoru (8-25) otrzymujemy końcowe wyrażenie na kierunkowość anteny z reflektorem parabolicznym

$$D = \left( \frac{\pi d_a}{\lambda} \right)^2 G_0 \operatorname{ctg}^2 \frac{\vartheta_0}{2} \left| \int_0^{\vartheta_0} F(\vartheta) \operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2} d\vartheta \right|^2 \quad (8-27)$$



Czynnik  $(\pi d_a/\lambda)^2$  jest kierunkowością równomiernie oświetlonej współfazowej apertury o średnicy  $d_a$ ; pozostała część prawej strony wyrażenia (8-27) jest więc współczynnikiem wykorzystania apertury

$$\nu = G_0 \operatorname{ctg}^2 \frac{\vartheta_0}{2} \left| \int_0^{\vartheta_0} F(\vartheta) \operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2} d\vartheta \right|^2 \quad (8-28)$$

Z wyrażenia (8-28) wynika, że współczynnik wykorzystania apertury zależy tylko od charakterystyki promieniowania źródła oświetlającego i apertury kątowej reflektora, tzn. że przy ustalonym źródle oświetlającym współczynnik wykorzystania apertury jest taki sam dla wszystkich paraboloid mających taki sam stosunek  $f/d_a$ .

Często rzeczywistą charakterystykę promieniowania źródła oświetlającego zastępujemy łatwą do scałkowania charakterystyką przybliżoną, na przykład charakterystyką określoną w następujący sposób:

$$F(\vartheta) = \begin{cases} \cos^n \vartheta & \text{dla } 0 \leq \vartheta \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{dla } \vartheta \geq \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (8-29)$$

Zysk energetyczny anteny o charakterystyce określonej przez zależność (8-29) wyraża się wzorem

$$G_0^{(n)} = 2(2n+1) \quad (8-30)$$

Podstawiając zależności (8-30) i (8-29) do wyrażenia (8-28) otrzymujemy

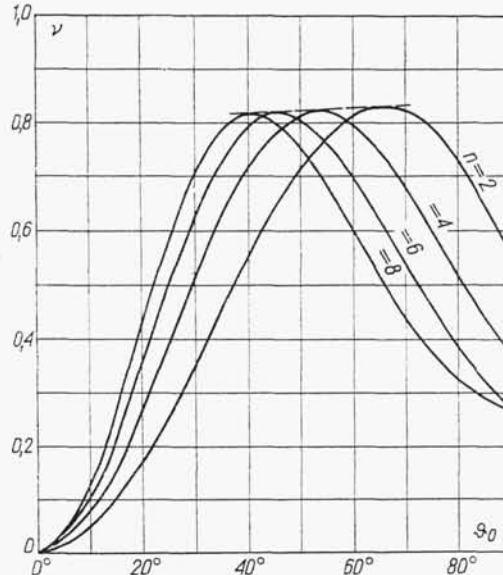
$$\nu_n = 2(2n+1) \left[ \operatorname{ctg} \frac{\vartheta_0}{2} \int_0^{\vartheta_0} \cos^n \vartheta \operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2} d\vartheta \right]^2 \quad (8-31)$$

Całkę w zależności (8-31) można obliczyć dla określonego  $n$ ; na przykład dla  $n = 2$  otrzymujemy

$$\nu_2 = 40 \left( \sin^4 \frac{\vartheta_0}{2} + \ln \cos \frac{\vartheta_0}{2} \right)^2 \operatorname{ctg}^2 \frac{\vartheta_0}{2}$$

Na rysunku 8-14 pokazano zależność współczynnika wykorzystania apertury od charakterystyki promieniowania źródła oświetlającego i rozmiarów apertury kątowej reflektora dla kilku wartości  $n$  [45]. Jak wynika z przedstawionych wykresów, dla każdej charakterystyki promieniowania źródła oświetlającego istnieje optymalna apertura kątowa, przy której kierunkowość anteny osiąga maksimum. Występowanie tego maksimum znajduje prostą interpretację fizyczną. Kierunkowość anteny reflektorowej jest bowiem iloczynem dwóch czynników: 1) współczynnika określającego, jaka część energii promieniowanej przez źródło oświetlające pada na reflektor i 2) sprawności, z jaką reflektor koncentruje padającą nań energię w kierunku osiowym. Przy ustalonej charakterystyce promieniowania źródła oświetlającego pierwszy czynnik wzrasta oczywiście ze wzrostem apertury kątowej reflektora.

Natomiast drugi czynnik maleje ze wzrostem  $\vartheta_0$ , jako że temu wzrostowi towarzyszy malejące ku brzegom oświetlenie reflektora. Optymalny rozmiar apertury jest więc kompromisem między ilością energii przechwytywanej przez reflektor a równomiernością jego oświetlenia.



Rys. 8-14. Zależność współczynnika wykorzystania apertury od charakterystyki promieniowania źródła oświetlającego i rozmiarów apertury kątowej reflektora (według S. Silver: *Microwave Antenna Theory and Design*, McGraw-Hill, New York 1949; zamieszczono za zgodą McGraw-Hill Book Company)

### 8.3.3. ROZKŁAD POŁA W OTOCZENIU OGNISKA

W poprzednim punkcie rozważaliśmy właściwości anteny reflektorowej, traktując ją jako antenę nadawczą. Wiele ciekawych informacji można uzyskać rozpatrując działanie reflektora parabolicznego jako anteny odbiorczej. Niech na symetryczny reflektor paraboliczny o rozmiarach skończonych, ale dużych w stosunku do długości fali, pada jednorodna fala płaska rozchodząca się wzdłuż osi reflektora (rys. 8-15). Chcemy określić rozkład pola w otoczeniu ogniska [70, 133]. Podobnie jak poprzednio posłużymy się w tym celu metodą rozkładu prądu, zakładając, że gęstość powierzchniowa prądu na oświetlonej stronie reflektora jest określona wzorem (2-90) oraz że na zacienionej stronie reflektora prądy nie płyną. Mamy więc

$$K = 2(I_n \times H_p) = \frac{2}{\zeta_0} [I_n \times (I_z \times E_p)] \quad (8-32)$$

Bez zmniejszenia ogólności rozważań możemy ograniczyć się do przypadku fali padającej spolaryzowanej liniowo, której równanie zapiszemy w postaci

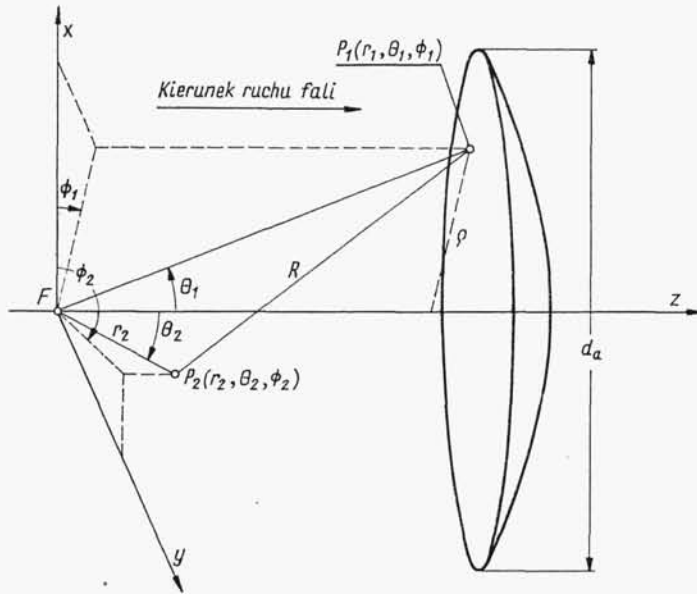
$$E_p = I_x E_p e^{-jk(z-f)} \quad (8-33)$$

Każdy element powierzchni reflektora  $dS$  możemy uważać za elementarny dipol elektryczny o momencie

$$dp = \frac{1}{j\omega} K dS \quad (8-34)$$

wytwarzający w punkcie  $P_2(r_2, \theta_2, \phi_2)$  w pobliżu ogniska elementarne pole dane zależnością

$$dE = \frac{-\pi}{\varepsilon_0 R \lambda^2} [dp - (I_R \cdot dp) I_R] e^{-jkR} dS \quad (8-35)$$



Rys. 8-15. Układy współrzędnych do analizy rozkładu pola w otoczeniu ogniska reflektora parabolicznego

przy czym  $R$  jest odległością od elementu powierzchni reflektora do punktu  $P_1$ , wyrażającą się zależnością

$$R = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos \gamma} \quad (8-36)$$

przy czym:

$$\cos \gamma = \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos(\phi_1 - \phi_2) + \cos \theta_1 \cos \theta_2;$$

$r_1, \theta_1, \phi_1$  — współrzędne środka elementu powierzchni  $dS$ .

Ograniczając nasze zainteresowanie do bezpośredniego otoczenia ogniska ( $r_2 \ll r_1$ ) możemy przyjąć  $I_R \approx I_{r1}$  oraz  $R \approx r_1$  wszędzie z wyjątkiem członu eksponencjalnego; korzystając z tych uproszczeń i podstawiając zależności (8-32), (8-33) i (8-34) do zależności (8-35) otrzymujemy

$$dE = \frac{jE_p}{r_1 \lambda} \{ (I_n \times I_y) - [I_{r1} \cdot (I_n \times I_y)] I_{r1} \} e^{-jk(R+z-f)} dS \quad (8-37)$$

Rozważmy teraz argument członu eksponencjalnego. Rozwijając  $R$  w szereg potęgowy otrzymujemy następujące wyrażenie:

$$-jk(R+z-f) = -jk \left[ f - r_2 \cos \Theta_2 + 2r_2 \cos \Theta_2 \sin^2 \frac{\Theta_1}{2} + \right. \\ \left. - r_2 \sin \Theta_1 \sin \Theta_2 \cos(\Phi_1 - \Phi_2) + \frac{r_2^2}{2r_1} - \frac{r_2^2}{2r_1} \cos^2 \gamma + \dots \right] \quad (8-38)$$

Zachowując w rozwinięciu tylko człony zawierające  $r_2$  w pierwszej potędze wprowadzamy błąd, którego rząd wartości określają człony zawierające  $r_2$  w drugiej potędze

$$\delta = \frac{kr_2^2}{2r_1} \sin^2 \gamma \quad (8-39)$$

Wartość maksymalną błąd  $\delta$  osiąga na krawędzi reflektora

$$\delta_{\max} = \frac{16\pi}{d_a \lambda} \left( \frac{\tau}{1+\tau^2} \right)^3 r_2^2 \quad (8-40)$$

Dopuszczając maksymalną wartość błędu  $\delta_{\max} = \pi/8$  możemy wyznaczyć z zależności (8-40) maksymalną wartość  $r_2$ , dla której będą jeszcze słuszne wyniki prowadzonej analizy

$$\frac{r_{2\max}}{\lambda} = \frac{1}{8} \sqrt{\frac{d_a}{2\lambda} \left( \frac{1+\tau^2}{\tau} \right)^3} \quad (8-41)$$

Z zależności (8-41) wynika, że obszar stosowalności analizy wzrasta ze wzrostem średnicy apertury reflektora mierzonej w długościach fali i ze wzrostem długości ogniskowej.

Dla skrócenia zapisu i uogólnienia rezultatów analizy wprowadzimy unormowane odległości punktu  $P_2$ :

od osi  $z$

$$u = \frac{2}{\tau} kr_2 \sin \Theta_2 \quad (8-42a)$$

od ogniska wzdłuż osi  $z$

$$u' = \frac{1}{\tau^2} kr_2 \cos \Theta_2 \quad (8-42b)$$

oraz pomocniczą funkcję  $w$

$$w = \frac{1 + \cos \Theta_1}{2} = \frac{\tau^2}{\tau^2 + \varrho'^2} \quad (8-43)$$

przy czym:  $\varrho' = 2\varrho/d_a$ ;  $\varrho$  – odległość punktu  $P_1$  od osi  $z$ .

Argument funkcji eksponencjalnej możemy teraz przedstawić w następującej postaci:

$$-jk(R+z-f) \approx -j[kR_0 + 2u'w\varrho'^2 - uw\varrho' \cos(\Phi_1 - \Phi_2)] \quad (8-44)$$

przy czym  $R_0$  – odległość od wierzchołka reflektora do punktu  $P_2$ .

Biorąc pod uwagę, że jednostkowy wektor normalny do powierzchni reflektora parabolicznego wyraża się zależnością

$$I_n = -I_x \sin \frac{\Theta_1}{2} \cos \Phi_1 - I_y \sin \frac{\Theta_1}{2} \sin \Phi_1 - I_z \cos \frac{\Theta_1}{2} \quad (8-45)$$

wyrażenie w nawiasie klamrowym w zależności (8-37) możemy przedstawić w postaci

$$\begin{aligned} (I_n \times I_y) - [I_{r1} \cdot (I_n \times I_y)] I_{r1} = \cos \frac{\Theta_1}{2} \left[ I_x \cos^2 \frac{\Theta_1}{2} - \sin^2 \frac{\Theta_1}{2} \cos 2\Phi_1 + \right. \\ \left. - I_y \sin^2 \frac{\Theta_1}{2} \sin 2\Phi_1 - I_z \sin \Theta_1 \cos \Phi_1 \right] = \cos \frac{\Theta_1}{2} \left[ I_x \left( w - \frac{w \varrho'^2}{\tau} \cos 2\Phi_1 \right) + \right. \\ \left. - I_y \frac{w \varrho'^2}{\tau} \sin 2\Phi_1 - I_z \frac{2w}{\tau} \cos \Phi_1 \right] \end{aligned} \quad (8-46)$$

Podstawiając zależności (8-44) i (8-46) do wzoru (8-37) oraz uwzględniając, że  $r_1 = f/w$  i  $dS = \frac{d_a^2}{4} \sec \frac{\Theta_1}{2} \varrho' d\varrho' d\Phi_1$  otrzymujemy następujące wyrażenia na składowe pola elektrycznego wytwarzane w punkcie  $P_2$  przez dipol elementarny znajdujący się w punkcie  $P_1$ :

$$\left. \begin{aligned} dE_x &= \frac{j d_a E_p}{\lambda \tau} e^{-jkR_0} \left( w^2 - w^2 \frac{\varrho'^2}{\tau^2} \cos 2\Phi_1 \right) e^{-jw[2u'\varrho'^2 - u\varrho' \cos(\Phi_1 - \Phi_2)]} \varrho' d\varrho' d\Phi_1 \\ dE_y &= \frac{-j d_a E_p}{\lambda \tau} e^{-jkR_0} \frac{w^2}{\tau^2} \sin 2\Phi_1 e^{-jw[2u'\varrho'^2 - u\varrho' \cos(\Phi_1 - \Phi_2)]} \varrho'^3 d\varrho' d\Phi_1 \\ dE_z &= \frac{-j d_a E_p}{\lambda \tau} e^{-jkR_0} \frac{2w^2}{\tau} \cos \Phi_1 e^{-jw[2u'\varrho'^2 - u\varrho' \cos(\Phi_1 - \Phi_2)]} \varrho'^2 d\varrho' d\Phi_1 \end{aligned} \right\} \quad (8-47)$$

Całkując wyrażenie (8-47) po całej powierzchni reflektora otrzymujemy wyrażenia na pole elektryczne w otoczeniu ogniska reflektora parabolicznego. Całkowanie względem  $\Phi_1$  można wykonać rozwijając funkcję eksponencjalną w szereg Fouriera-Bessela

$$e^{jw u \varrho'^2 \cos(\Phi_1 - \Phi_2)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (j)^n J_n(w u \varrho') e^{jn(\Phi_1 - \Phi_2)} \quad (8-48)$$

Po scałkowaniu względem  $\Phi_1$  otrzymujemy:

$$\left. \begin{aligned} E_x &= \frac{j 2\pi d_a E_p}{\lambda \tau} (I_1 + I_2 \cos 2\Phi_2) e^{-jkR_0} \\ E_y &= \frac{j 2\pi d_a E_p}{\lambda \tau} I_2 \sin 2\Phi_2 e^{-jkR_0} \\ E_z &= \frac{2\pi d_a E_p}{\lambda \tau} I_3 \cos \Phi_2 e^{-jkR_0} \end{aligned} \right\} \quad (8-49)$$

przy czym:

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \int_0^1 w^2 J_0(wu\rho') e^{-j2wu'\rho'^2} \rho' d\rho' \\ I_2 &= \frac{1}{\tau^2} \int_0^1 w^2 J_2(wu\rho') e^{-j2wu'\rho'^2} \rho'^3 d\rho' \\ I_3 &= \frac{2}{\tau} \int_0^1 w^2 J_1(wu\rho') e^{-j2wu'\rho'^2} \rho'^2 d\rho' \end{aligned} \right\} \quad (8-50)$$

W ogólny przypadku nie można wykonać całkowania względem  $\rho'$ . Jeśli jednak ogniskowa reflektora jest dostatecznie długa ( $\tau > 4$ ), to możliwe są dalsze uproszczenia. Minimalna wartość funkcji pomocniczej  $w$  dla  $\tau = 4$  wynosi 0,94, można więc przyjąć w przybliżeniu  $w = 1$ , a ponadto można pominąć  $I_2$  względem  $I_1$  i  $I_3$ . Całkowanie względem  $\rho'$  można teraz wykonać efektywnie. W szczególności w płaszczyźnie ogniskowej ( $u' = 0$ ) otrzymujemy znane w optyce rezultaty:

$$\left. \begin{aligned} E_x &\approx \frac{j2\pi d_a E_p}{\lambda \tau} \frac{J_1(u)}{u} e^{-jkR_0} \\ E_y &\approx 0 \\ E_z &\approx \frac{4\pi d_a E_p}{\lambda \tau^2} \frac{J_2(u)}{u} \cos \Phi_2 e^{-jkR_0} \end{aligned} \right\} \quad (8-51)$$

Zauważmy, że rozkład pola w płaszczyźnie ogniskowej jest określony tą samą funkcją co charakterystyka promieniowania równomiernie oświetlonej apertury kołowej [porównaj wzór (2-132)]. Rozkład pola w płaszczyźnie ogniskowej reflektora o długiej ogniskowej można więc uważać za transformatę Fouriera rozkładu pola w aperturze.

Całkę określającą rozkład pola wzdłuż osi  $z$  można obliczyć dla dowolnej długości ogniskowej reflektora; po wykonaniu całkowania otrzymujemy

$$E_x = \frac{j\pi d_a w_0 E_p}{\lambda \tau} \frac{\sin(w_0 u')}{w_0 u'} e^{-j(kR_0 + w_0 u')} \quad (8-52)$$

przy czym

$$w_0 = \frac{\tau^2}{1 + \tau^2}$$

Podstawiając w zależności (8-52)  $u' = 0$  otrzymujemy wyrażenie na pole w ognisku reflektora

$$E_0 = \frac{j\pi d_a w_0 E_p}{\lambda \tau} e^{-jkf} \quad (8-53)$$

Pole w ognisku jest więc proporcjonalne do średnicy reflektora mierzonej w długościach fali i odwrotnie proporcjonalne do parametru  $\tau$ .

Rozkład pola elektrycznego w otoczeniu ogniska reflektora parabolicznego o krótkiej ogniskowej ( $\tau < 4$ ) różni się zasadniczo od rozkładu obserwowanego w optyce. Ponieważ miejsca zerowe składowych  $E_x$  i  $E_y$  nie pokrywają się, więc znikają pierścienie dyfrakcyjne odpowiadające miejscom zerowym funkcji  $J_1(u)$ . Pole spada do zera jedynie w pewnych punktach leżących na osiach  $x$  i  $y$ .

Obecność składowej  $E_y$  powoduje, że wektory pola elektrycznego w płaszczyźnie ogniskowej nie są równoległe do płaszczyzny polaryzacji fali padającej, przy tym odchylenia od równoległości są tym większe, im krótsza jest ogniskowa reflektora. Na rys. 8-16 przedstawiono schematycznie obraz pola w płaszczyźnie ogniskowej dla reflektora parabolicznego z ogniskiem w aperturze ( $\tau = 1$ ) oraz dla reflektora o długiej ogniskowej ( $\tau = 4$ ). Położenie strzałek na rysunku odpowiada kierunkom wektora pola elektrycznego w punktach odpowiadających środkom strzałek. Dla reflektora o długiej ogniskowej obraz pola w płaszczyźnie ogniskowej jest zbliżony do obrazu wynikającego ze wzorów przybliżonych dla  $\tau \gg 1$ . Z wyjątkiem niewielkich obszarów w otoczeniu minimów, kierunek pola jest zgodny z kierunkiem polaryzacji fali padającej. W miarę zmniejszania stosunku długości ogniskowej do średnicy reflektora obraz pola w płaszczyźnie ogniskowej komplikuje się; składowa prostopadła do płaszczyzny polaryzacji przyjmuje znaczne wartości również w większej odległości od minimów. Ponadto krzywe wyznaczające położenie minimów ( $E_x = 0$ ) wyraźnie odbiegają od kół.

Określając w podobny sposób rozkład pola magnetycznego w otoczeniu ogniska reflektora parabolicznego możemy następnie wyznaczyć składowe wektora Poyntinga:

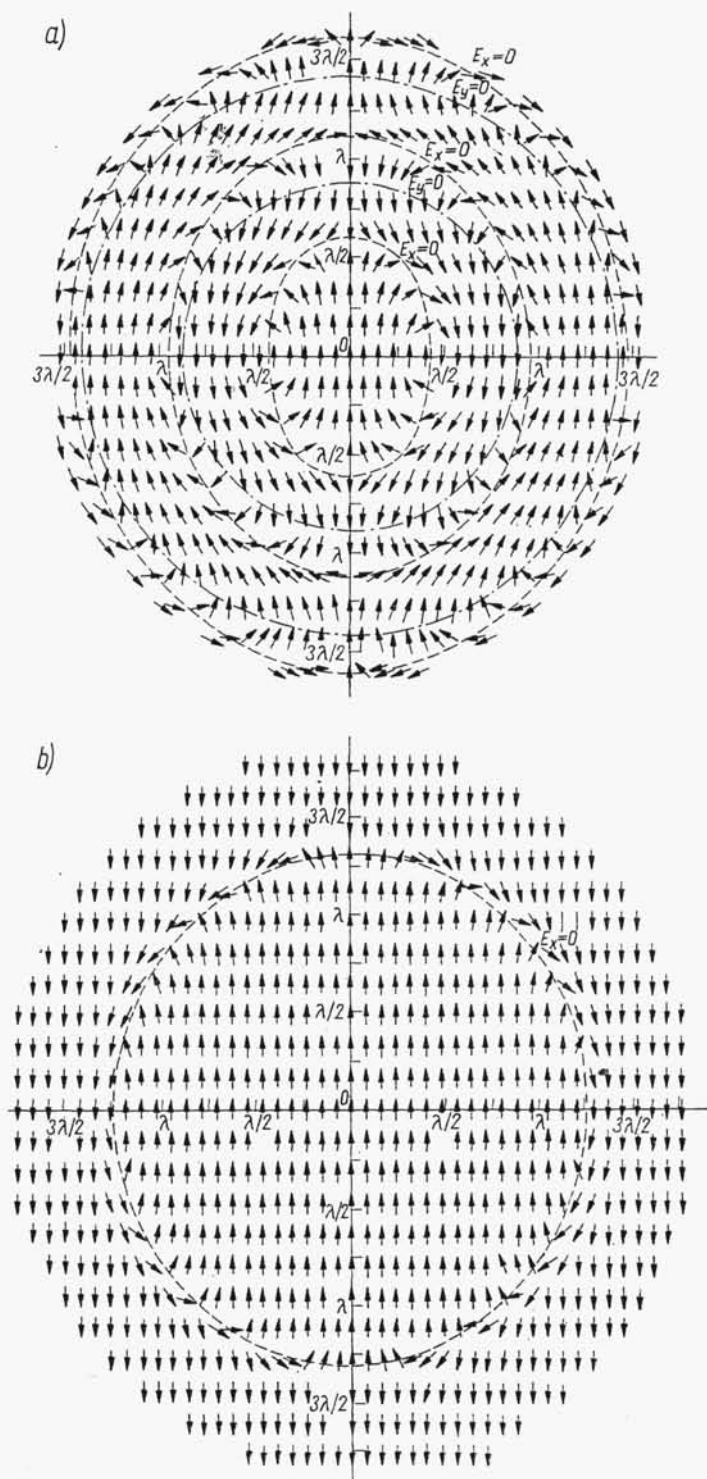
$$\left. \begin{aligned} S_z &= \frac{-\pi d_a^2 E_p^2}{60 \lambda^2 \tau^2} (|I_1|^2 - |I_2|^2) \\ S_\theta &= \frac{\pi d_a^2 E_p^2}{60 \lambda^2 \tau^2} [(I'_1 - I'_2)I'_3 - (I'_1 - I'_2)I'_3] \end{aligned} \right\} \quad (8-54)$$

przy czym:

$S_\theta$  — składowa promieniowa w cylindrycznym układzie współrzędnych;

$$I_1 = I'_1 + jI''_1; \quad I_2 = I'_2 + jI''_2; \quad I_3 = I'_3 + jI''_3.$$

Warto zauważyć, że aczkolwiek rozkłady pola elektrycznego i magnetycznego nie wykazują symetrii osiowej, to przepływ mocy jest symetryczny względem osi reflektora. W płaszczyźnie ogniskowej całki  $I_1$  i  $I_2$  są rzeczywiste, a więc znika składowa radialna wektora Poyntinga. Oznacza to, że w płaszczyźnie ogniskowej strumień mocy jest równoległy do osi reflektora. Analizując rozkład pola w otoczeniu ogniska reflektora parabolicznego stwierdzamy, że w przypadku reflektora o krótkiej ogniskowej występują obszary, w których moduł  $I_2$  jest większy od modułu  $I_1$ . Oznacza to, że składowa  $S_z$  wektora Poyntinga zmienia kierunek, czyli że przepływ



Rys. 8-16. Obraz pola elektrycznego w płaszczyźnie ogniskowej reflektora parabolicznego: a)  $\tau = 1$ ;  
b)  $\tau = 4$



mocy w tych obszarach odbywa się w kierunku przeciwnym względem kierunku ruchu fali odbitej od reflektora. W punktach, w których moduły  $I_1$  i  $I_2$  są równe, znika składowa  $S_z$  i przepływ mocy odbywa się tylko w kierunku radialnym.

Określmy teraz moc przepływającą przez koło o promieniu  $\varrho$  prostopadłe do osi  $z$ . Całkując składową  $S_z$  wektora Poyntinga otrzymujemy

$$P = \int_0^{\varrho} \int_0^{2\pi} S_z \varrho d\varrho d\Phi = \frac{\pi^2 d_a E_p^2}{30 \lambda^2 \tau^2} \int_0^{\varrho} (|I_1|^2 - |I_2|^2) \varrho d\varrho \quad (8-55)$$

Wprowadzając zamiast  $\varrho$  promień unormowany

$$u = \frac{2k\varrho}{\tau} \quad (8-56)$$

wzór (8-55) możemy sprowadzić do postaci

$$\frac{P}{P_p} = 2 \int_0^u (|I_1|^2 - |I_2|^2) u du \quad (8-57)$$

przy czym  $P_p = d_a^2 E_p^2 / 960$  — moc fali padającej na reflektor.

Wyrażenie (8-57) określa, jaka część fali padającej na reflektor wydzieli się w doskonałym absorberze o promieniu  $\varrho$  umieszczonym prostopadłe do osi  $z$ . Wykres zależności (8-57) przedstawiono na rys. 8-17.

Jeśli  $\tau > 4$ , to można pominąć  $I_2$ , a  $I_1$  zastąpić funkcją  $J_1(u)/u$ ; otrzymujemy wówczas

$$\frac{P}{P_p} = 2 \int_0^u \frac{J_1^2(u)}{u} du = 1 - J_0^2(u) - J_1^2(u) \quad (8-58)$$

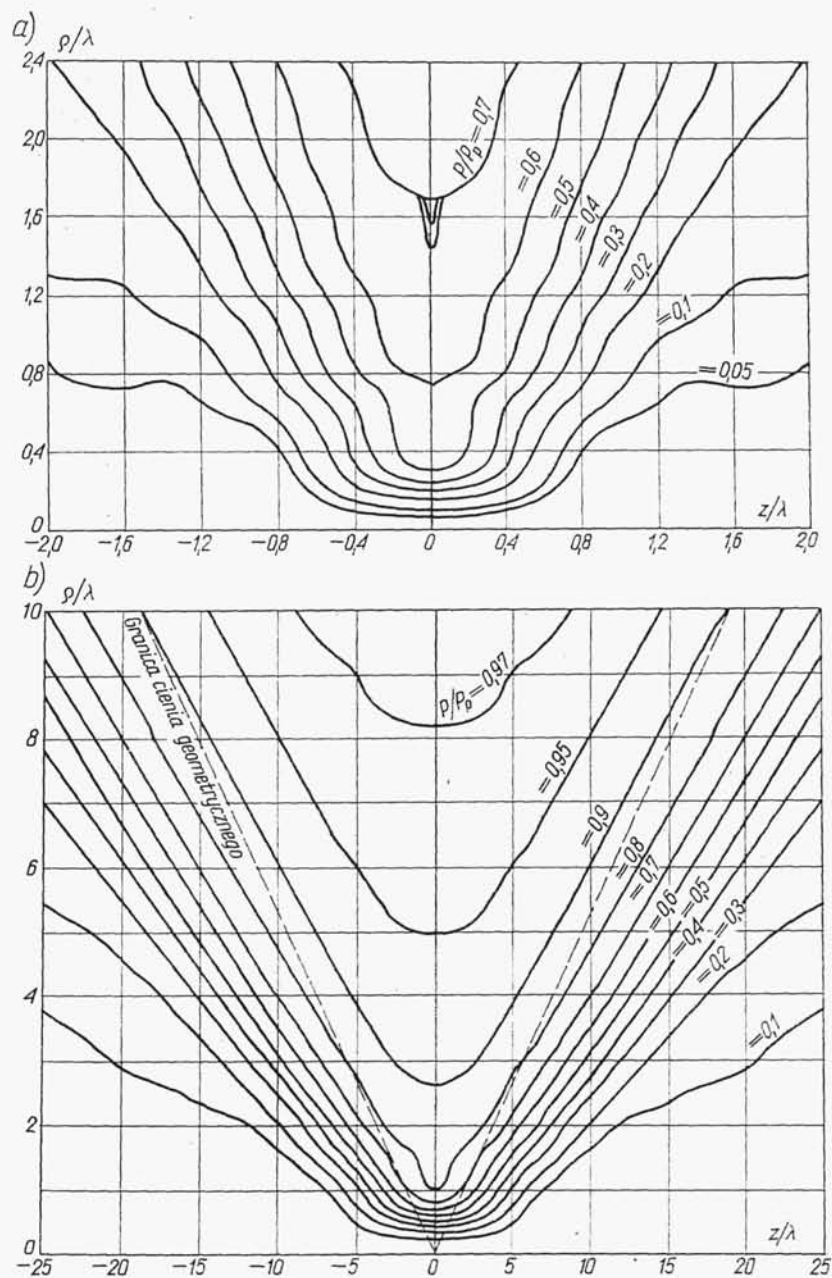
Uzyskane informacje o rozkładzie pola w otoczeniu ogniska reflektora parabolicznego mogą być wykorzystane do optymalizacji źródła oświetlającego.

Jeśli w płaszczyźnie ogniskowej reflektora parabolicznego umieścimy źródło oświetlające, w którego aperturze (w przypadku nadawczym) występuje pole  $E_w$ ,  $H_w$ , to zgodnie z [77] współczynnik przenoszenia mocy od reflektora do źródła oświetlającego, który oczywiście jest równy współczynnikowi wykorzystania apertury, wyraża się zależnością

$$\nu = \frac{\left| \int_0^{d_0/2} \int_0^{2\pi} [I_z, E_w, H] \varrho d\varrho d\Phi \right|^2}{\int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} [I_z, E, H^*] \varrho d\varrho d\Phi \int_0^{d_0/2} \int_0^{2\pi} [I_z, E_w, H_w^*] \varrho d\varrho d\Phi} \quad (8-59)$$

w której  $d_0$  — średnica apertury źródła oświetlającego.

Jak wynika z zależności (8-59), współczynnik wykorzystania apertury osiąga wartość równą jedności tylko wówczas, gdy:



Rys. 8-17. Moc przepływająca przez koło o promieniu  $\rho$  leżące w płaszczyźnie równoległej do płaszczyzny ogniskowej reflektora parabolicznego: a)  $\tau = 1$ ; b)  $\tau = 4$

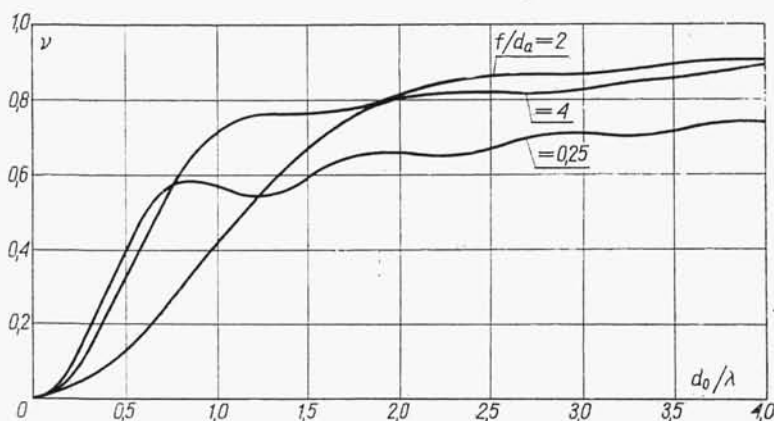
— pole w aperturze źródła oświetlającego jest sprzężone z polem w płaszczyźnie ogniskowej reflektora,

— średnica apertury źródła oświetlającego jest nieskończenie wielka.

Źródło oświetlające spełniające pierwszy warunek będziemy nazywali *źródłem dopasowanym*. Zbadajmy, jak wpływa średnica apertury dopasowanego źródła oświetlającego na współczynnik wykorzystania apertury reflektora. Korzystając z zależności (8-49) i (8-59) otrzymamy następujące wyrażenie:

$$\nu = \frac{128\pi^2}{\lambda^2 \tau^2} \int_0^{d_0/2} (I_1^2 - I_2^2) \varrho d\varrho \quad (8-60)$$

z którego wynika, że wartość współczynnika wykorzystania apertury przy ustalonej wartości stosunku  $f/d_a$  zależy tylko od średnicy źródła oświetlającego. Na rys. 8-18



Rys. 8-18. Przebieg współczynnika wykorzystania apertury dla dopasowanego źródła oświetlającego

przedstawiono tę zależność dla trzech wartości stosunku  $f/d_a$ . Wartość współczynnika  $\nu$  odpowiadająca pierwszemu maksimum jest maksymalną wartością współczynnika wykorzystania apertury, jaką można uzyskać przy użyciu źródła oświetlającego z współfazowym rozkładem pola w aperturze. Wartość ta wynosi 0,58 dla reflektora, którego ognisko leży w płaszczyźnie apertury, i zwiększa się do wartości 0,84, gdy stosunek  $f/d_a$  wzrasta nieograniczenie.

Jeśli jako źródła oświetlającego używa się tuby stożkowej pobudzonej modem podstawowym, to średnica jej apertury powinna być w przybliżeniu równa wartości, przy której współczynnik wykorzystania apertury dla źródła dopasowanego osiąga pierwsze maksimum. W celu uzyskania współczynnika wykorzystania apertury większego od wartości pierwszego maksimum należy odpowiednio ukształtować pole w aperturze źródła oświetlającego. Można to uzyskać na przykład przez pobudzenie tuby stożkowej dwoma lub więcej modami bądź przez otoczenie tuby kilkoma współosiowymi pierścieniami i odpowiednie sfazowanie pól w poszczególnych aperturach [97, 115, 119].