

Przyjęcie średniej impedancji falowej w miejsce Z_f we wzorze (3-32) nie daje jeszcze poprawnych rezultatów. Na przykład antena o długości $kl = \pi/2$ miałaby impedancję wejściową $Z_A = 73,13 + j156,6\Omega$ niezależnie od kształtu przekroju poprzecznego, co jest sprzeczne z doświadczeniem i innymi teoriami. W celu uzyskania lepszego przybliżenia Schelkunoff wprowadza zamiast toru jednorodnego o impedancji falowej $Z_{f\delta r}$ tor ze zmienną impedancją falową. Dla anteny cylindrycznej o małym promieniu a i długości $2h = 2l$ otrzymujemy wówczas następujące wyrażenie na impedancję wejściową:

$$Z_A = Z_{f\delta r} \frac{(Z_m - jN) \sin(kl) - j(Z_{f\delta r} - M) \cos(kl)}{(Z_{f\delta r} + M) \sin(kl) - j(Z_m + jN) \cos(kl)} \quad (3-36)$$

przy czym:

$$M = 60[\text{Cin}(2kl) - 1 + \cos(2kl)] \quad (3-37a)$$

$$N = 60[\text{Si}(2kl) - \sin(2kl)] \quad (3-37b)$$

Porównanie z wynikami doświadczeń (rys. 3-17) wykazuje, że teoria Schelkunoffa może być stosowana do obliczania impedancji wejściowych cienkich anten cylindrycznych, dla których stosunek h/a jest większy od 75 ($Z_{f\delta r} > 480\Omega$). Na rys. 3-11 przedstawiono zależność impedancji wejściowej anten cylindrycznych od ich długości dla dwóch wartości średniej impedancji falowej, obliczoną na podstawie wzoru (3-36).

3.3. ANTENA CYLINDRYCZNA

3.3.1. RÓWNANIE CAŁKOWE HALLÉNA

Niech będzie dana antena w postaci odcinka rury o nieskończonej cienkich ściankach wykonanych z doskonałego przewodnika. Długość anteny jest równa $2h$ a jej średnic — $2a$ (rys. 3-12). W środku anteny jest utworzona wąska szczelina o szerokości 2δ , w obszarze której działa hipotetyczny generator o SEM E_s . Natężenie pola elektrycznego w szczelinie E_{sz} przy założeniu, że szerokość szczeliny δ dąży do zera i że SEM E_s jest przy tym stała, wyraża się poprzez funkcję delta Diraca $\delta(z)$

$$E_{sz} = -E_s \delta(z) \quad (3-38)$$

Natężenie pola elektrycznego w dowolnym punkcie przestrzeni jest związane z potencjałem Herta zależnościami (2-14). Zależność ta jest ogólnie słuszna, jest więc również słuszna na powierzchni anteny. Biorąc pod uwagę, że w rozważanym przypadku potencjał Herta ma tylko jedną składową wzdłuż osi z i że pole elektryczne na powierzchni anteny jest określone przez wzór (3-38) otrzymujemy następujące równanie dla potencjału Herta na powierzchni anteny:

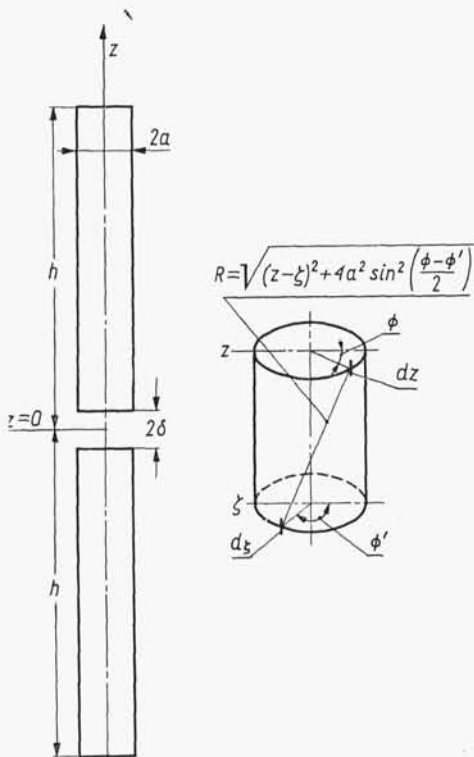
$$-\frac{\partial^2 \Pi_p}{\partial z^2} + k^2 \Pi_p = -E_s \delta(z) \quad (3-39)$$

Ogólne rozwiązanie tego równania ma postać

$$\Pi_p = C_1 \cos(kz) + C_2 \sin(k|z|) \quad (3-40)$$

Wstawiając zależność (3-40) do wzoru (3-39) wyznaczamy stałą C_2 ; otrzymujemy wówczas

$$\Pi_p = C_1 \cos(kz) - \frac{E_s}{2k} \sin(k|z|) \quad (3-41)$$



Rys. 3-12. Antena cylindryczna

Z drugiej strony potencjał Hertza jest związany z prądem w antenie zależnością (2-13), która w naszym przypadku przyjmuje postać

$$\Pi_p = \frac{1}{4\pi j \omega \epsilon} \int_0^{2\pi} \int_{-h}^h J \frac{e^{-jkR}}{R} a d\xi d\Phi' \quad (3-42)$$

przy czym:

a, ξ, Φ' — współrzędne punktu całkowania;

a, z, Φ — współrzędne punktu obserwacji.

Biorąc pod uwagę, że całkowity prąd przepływający przez przekrój anteny w punkcie ξ jest równy

$$I(\xi) = 2\pi a J(\xi) \quad (3-43)$$

oraz uwzględniając, że ze względu na symetrię osiową istotna jest tylko różnica współrzędnych $\Phi - \Phi'$ wyrażenie (3-42) możemy przedstawić w postaci

$$\Pi_p = \frac{1}{4\pi j \omega \varepsilon} \int_{-h}^h I(\zeta) K(z, \zeta) d\zeta \quad (3-44)$$

przy czym:

$$K(z, \zeta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{e^{-jkR}}{R} d\Phi \quad (3-45)$$

$$R = \sqrt{(z - \zeta)^2 + 4a^2 \sin^2 \frac{\Phi}{2}}$$

Wyrażenia (3-44) i (3-41) określają ten sam potencjał Hertza; porównując je otrzymujemy

$$\frac{1}{4\pi j \omega \varepsilon} \int_{-h}^h I(\zeta) K(z, \zeta) d\zeta = C_1 \cos(kz) - \frac{E_s}{2k} \sin(k|z|) \quad (3-46)$$

Jest to równanie całkowe dla prądu w symetrycznej antenie cylindrycznej. Zostało ono wyprowadzone po raz pierwszy przez Halléna [17]. Stałą C_1 wyznacza się przy tym z warunku granicznego

$$I(\pm h) = 0 \quad (3-47)$$

3.3.2. ITERACYJNA METODA ROZWIĄZANIA RÓWNANIA HALLÉNA

Rygorystyczne rozwiązanie równania całkowego dla prądu w antenie cylindrycznej nie jest znane. Poszukuje się więc różnymi metodami rozwiązań przybliżonych. Ograniczymy się tu jedynie do naszkicowania metody iteracyjnej. Przekształcimy najpierw równanie (3-46) w postać dogodną do iteracji. W tym celu pomnożymy obie strony równania (3-46) przez $4\pi j \omega \varepsilon$

$$\int_{-h}^h I(\zeta) K(z, \zeta) d\zeta = C \cos(kz) - \frac{j E_s}{60} \sin(k|z|) \quad (3-48)$$

Nową stałą C wyznaczamy również z warunku (3-47). Dodajmy następnie do równania (3-48) następujące równanie:

$$I(z) \Psi(z) = \int_{-h}^h I(\zeta) w(z, \zeta) d\zeta \quad (3-49)$$

przy czym $\Psi(z)$ i $w(z, \zeta)$ — dowolne funkcje spełniające to równanie.

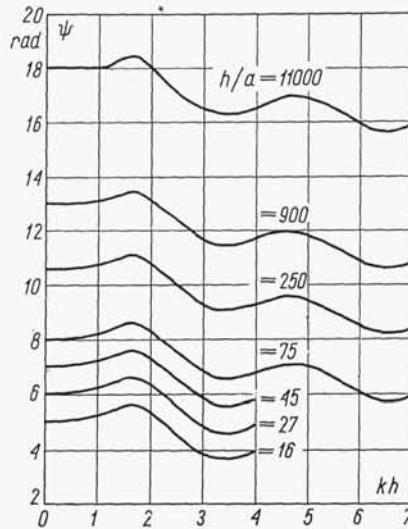
Po drobnych przekształceniach otrzymujemy

$$I(z) = \frac{1}{\Psi(z)} \left\{ C \cos(kz) - \frac{j E_s}{60} \sin(k|z|) - \int_{-h}^h [I(\zeta) K(z, \zeta) + I(z) w(z, \zeta)] d\zeta \right\} \quad (3-50)$$

Przy założeniu, że $w(z, \zeta)$ zostało wybrane, postępowanie w celu uzyskania rozwiązania równania (3-50) jest następujące:

- a) zakładamy przybliżenie zerowego rzędu $I_0(z)$ np. przez odrzucenie całki we wzorze (3-50) i podstawiamy je do wyrażenia pod całką;
- b) wykonujemy całkowanie uzyskując przybliżenie pierwszego rzędu $I_1(z)$;
- c) wyznaczamy stałą C z warunku granicznego $I_1(\pm h) = 0$;
- d) powtarzamy cykl wstawiając do wyrażenia podcałkowego przybliżenie pierwszego rzędu, uzyskując w ten sposób przybliżenie drugiego rzędu.

W zasadzie proces iteracji może być prowadzony nieograniczenie, dając przybliżenia coraz to wyższych rzędów. Równanie (3-50) jest formalnie słuszne dla każdej



Rys. 3-13. Zależność parametru rozwinięcia Ψ od długości kh i smukłości h/a anteny cylindrycznej (według R. W. P. King: The Theory of Linear Antennas, Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts 1956)

funkcji $w(z, \zeta)$; jest jednak oczywistym, że należy ją tak dobrać, aby uzyskać szybką zbieżność procesu iteracji.

Rozwiązanie iteracyjne równania (3-50) ma następującą postać:

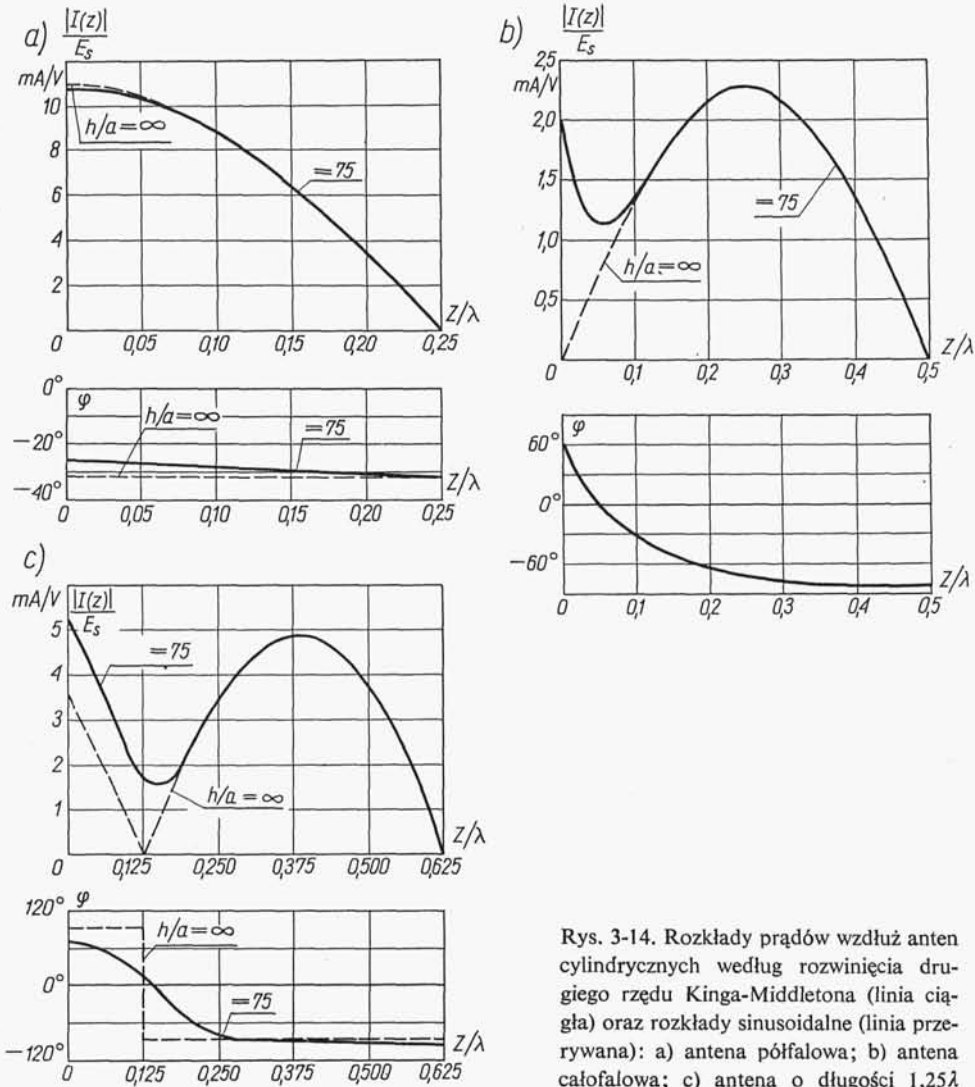
$$I(z) = \frac{j E_s}{60 \Psi} \frac{\sin[k(h-z)] + \frac{M_1(z)}{\Psi} + \frac{M_2(z)}{\Psi^2} + \dots}{\cos(kh) + \frac{A_1}{\Psi} + \frac{A_2}{\Psi^2} + \dots} \quad (3-51)$$

przy czym parametr rozwinięcia Ψ oraz parametry A i funkcje $M(z)$ zależą od długości anteny kh i jej smukłości tj. stosunku długości do promienia h/a . Szczegółowe wyrażenia zależą ponadto od przyjęcia funkcji $w(z, \zeta)$ i są podane w literaturze [17, 22, 25].

Na rysunku 3-13 przedstawiono zależność parametru rozwinięcia od długości anteny kh i jej smukłości h/a podaną przez Kinga i Middletona [22]. Przy dużej

smukłości anteny parametr Ψ przybiera duże wartości i rozkład prądu w antenie jest zbliżony do rozkładu sinusoidalnego (rys. 3-14).

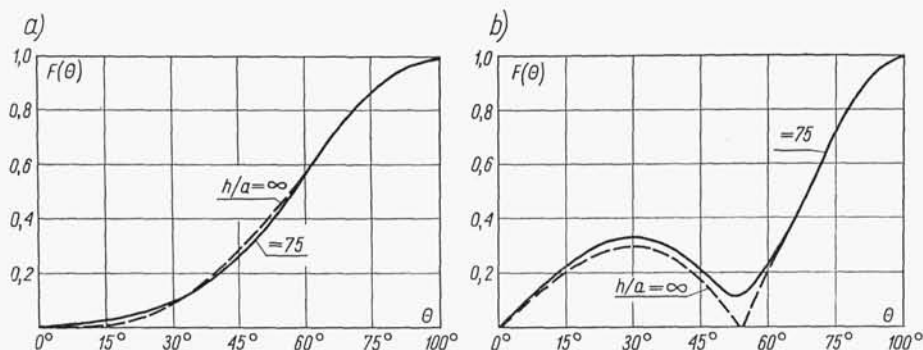
Znając rozkład prądu w antenie można łatwo określić jej charakterystykę promieniowania korzystając z zależności (2-40). Na rys. 3-15 przedstawiono charakterystyki



Rys. 3-14. Rozkłady prądów wzdłuż anten cylindrycznych według rozwinięcia drugiego rzędu Kinga-Middletona (linia ciągła) oraz rozkłady sinusoidalne (linia przerywana): a) antena półfalowa; b) antena całofalowa; c) antena o długości $1,25\lambda$

promieniowania dwóch anten cylindrycznych, przy czym za podstawę obliczeń przyjęto rozkład prądu według drugiego przybliżenia Kinga-Middletona. Dla porównania na tych samych wykresach podano również charakterystyk dla sinusoidalnego rozkładu prądu wzdłuż anteny. Jak widać, przyjęcie dokładniejszej funkcji określa-

jącej rozkład prądu wzdłuż anteny powoduje wystąpienie zauważalnych zmian w charakterystyce promieniowania dopiero wówczas, gdy długość anteny przekracza długość fali. Zmiany te dotyczą przede wszystkim otoczenia miejsc zerowych charakterystyki, które ulegają rozmocy; listek główny ulega tylko nieznacznemu zawężeniu.



Rys. 3-15. Charakterystyki promieniowania anten cylindrycznych obliczone na podstawie rozkładu prądu według rozwinięcia drugiego rzędu Kinga-Middletona (linia ciągła) oraz na podstawie rozkładu sinusoidalnego (linia przerywana): a) antena całofalowa; b) antena o długości $1,25\lambda$

3.3.3. IMPEDANCJA WEJŚCIOWA ANTENY CYLINDRYCZNEJ

Impedancję wejściową anteny cylindrycznej określamy jako stosunek SEM generatora E_s do prądu płynącego przez zaciski anteny

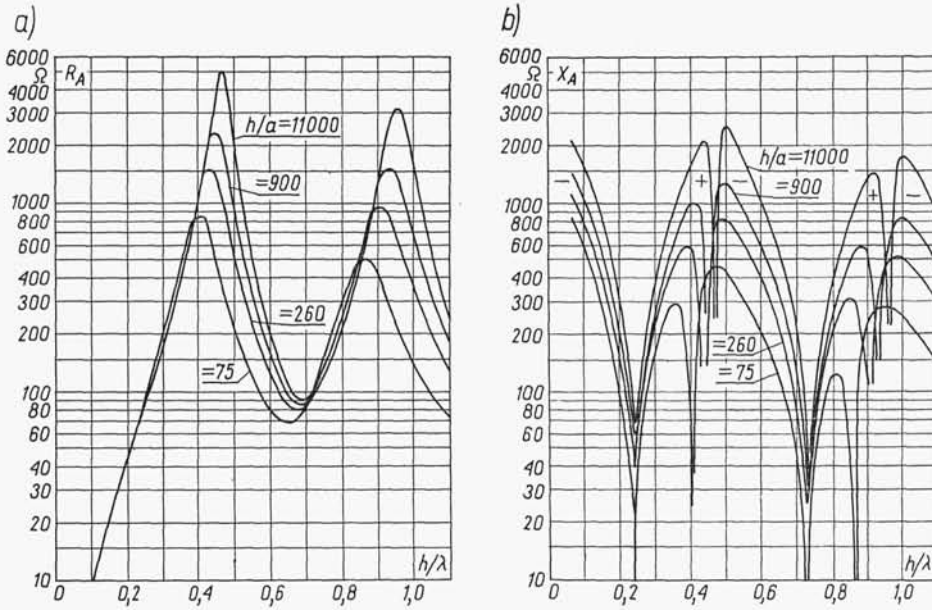
$$Z_A = \frac{E_s}{I(0)} = -j60\Psi \frac{\cos(kh) + \frac{A_1}{\Psi} + \frac{A_2}{\Psi^2} + \dots}{\sin(kh) + \frac{M_1}{\Psi} + \frac{M_2}{\Psi^2} + \dots} \quad (3-52)$$

Wykres impedancji wejściowej anteny cylindrycznej w funkcji jej długości według rozwinięcia drugiego rzędu Kinga-Middletona przedstawiono na rys. 3-16.

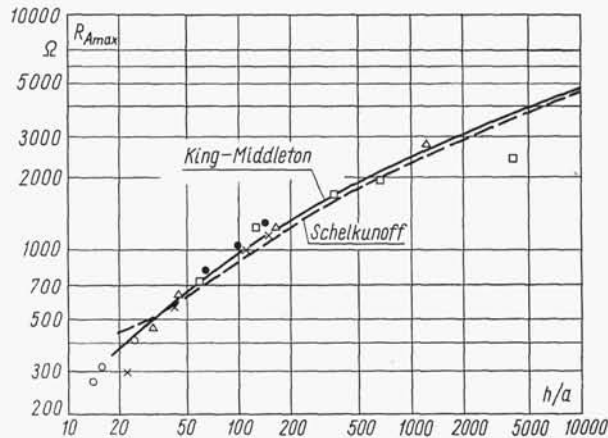
Dla porównania przedstawionych teorii anteny cylindrycznej na rys. 3-17 przedstawiono zależność maksymalnej rezystancji wejściowej anteny R_{Amax} od jej smukłości obliczoną na podstawie teorii Schelkunoffa i teorii Kinga-Middletona. Na tym samym rysunku podano także wyniki pomiarów uzyskane przez różnych badaczy. Z przedstawionego materiału wynika, że rozwinięcie drugiego rzędu Kinga-Middletona zapewnia lepszą zgodność z doświadczeniem niż teoria Schelkunoffa, szczególnie dla anten o małych smukłościach. Dla bardzo grubych anten obie teorie zawodzą.

Teoria Kinga-Middletona może być stosowana również do anten o przekroju poprzecznym innym niż kołowy. Zastępujemy wówczas rzeczywisty przekrój poprzeczny przekrojem kołowym o odpowiednio dobranym promieniu. Zastępczy promień przekroju znajdujemy na zasadzie odwzorowań konforemnych. Wartości zastępczych promieni dla anten o przekroju poprzecznym w postaci wieloboku foremnego podano w tabl. 3-1. Przez wielobok o liczbie boków równej 2 należy przy tym rozumieć pasek o szerokości znacznie większej od grubości.

Jeśli dolne ramię anteny zastąpimy nieskończenie rozległą doskonale przewodzącą płaszczyzną, to impedancja wejściowa takiej anteny będzie równa połowie impedancji wejściowej anteny symetrycznej.



Rys. 3-16. Impedancja wejściowa anteny cylindrycznej według rozwinięcia drugiego rzędu Kinga-Middletona: a) rezystancja wejściowa R_A ; b) reaktancja wejściowa X_A (według R. W. P. King: The Theory of Linear Antennas, Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts 1956)



Rys. 3-17. Maksymalna rezystancja wejściowa R_{Amax} anteny cylindrycznej w funkcji smukłości h/a ; punkty pomiarowe według: \times — Hartiga; \square — Browna — Woodwarda; \triangle — Edwarda-Brandtoma; \bullet — Kinga; \circ — autora

Tablica 3-1

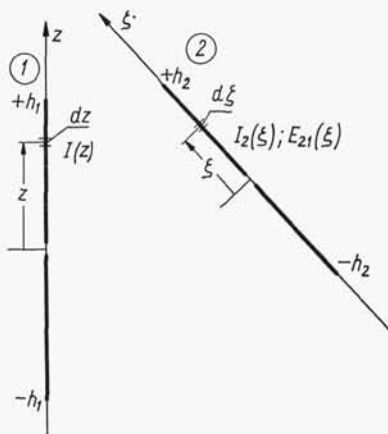
Wartości zastępczych promieni dla anten o przekroju poprzecznym
w postaci wieloboku foremnego

| Liczba boków wieloboku | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|------|------|------|------|------|
| Zastępczy promień (długość boku = 1) | 0,25 | 0,42 | 0,59 | 0,76 | 0,90 |

3.4. UKŁADY ANTEN LINIOWYCH

3.4.1. WZAJEMNE ODDZIAŁYWANIE ANTEN LINIOWYCH

Anteny liniowe są często stosowane jako elementy bardziej skomplikowanych układów antenowych. Charakterystyki promieniowania takich układów możemy określić korzystając ze wzorów wyprowadzonych w p. 2.4. Jednak przy wyznaczaniu amplitud i faz prądów w poszczególnych wibratorach musimy uwzględnić ich wzajemne oddziaływanie, promieniowanie jakiegokolwiek anteny w obecności innych



Rys. 3-18. Dwie wzajemnie sprzężone anteny liniowe

promieniujących elementów ulega bowiem zmianie wskutek wzajemnej energii ich pól. W ogólnym przypadku zagadnienie znalezienia prądów w sprzężonych antenach liniowych prowadzi do rozwiązania układu równań całkowych. Ograniczymy się jednak do rozważenia najprostszego przypadku anten nieskończenie cienkich, który można przeanalizować bez uciekania się do równań całkowych.

Niech będą dane dwie dowolnie zorientowane, nieskończenie cienkie, doskonale przewodzące anteny liniowe (rys. 3-18). Oznaczmy przez $E_{21}(\xi)$ składową styczną pola elektrycznego wzdłuż anteny ② wytwarzanego przez antenę ①. W celu