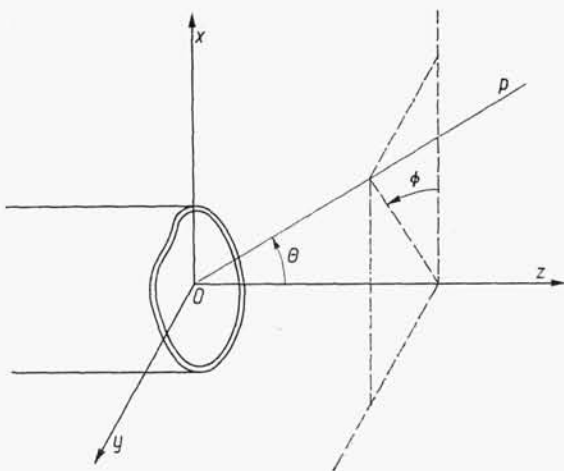


## 6.1. PROMIENIOWANIE OTWARTEGO KOŃCA FALOWODU

Jako przykład najprostszej konstrukcji mającej właściwości anteny tubowej rozważymy promieniowanie otwartego końca falowodu. Rygorystyczne rozwiązanie tego zadania jest trudne i jest znane tylko dla falowodu kołowego i równoległych płaszczyzn [53]. Ograniczymy się do rozwiązania przybliżonego, zakładając, że pole na otwartym końcu falowodu jest sumą fali padającej i fali odbitej modu roz-



Rys. 6-1. Układ współrzędnych do określenia promieniowania otwartego końca falowodu

chodzącego się w falowodzie. Pomija się przy tym wpływ modów wyższych rzędów, które niewątpliwie powstają przy odbiciu od otwartego końca falowodu, oraz prądy płynące po zewnętrznej powierzchni falowodu. Przy tych założeniach określenie promieniowania otwartego końca falowodu sprowadza się do rozwiązania zadania promieniowania apertury z zadaniem rozkładem pola. Możemy więc stosować wzory (2-95) i (2-96).

Rozpatrzmy otwarty koniec falowodu o dowolnym przekroju poprzecznym, przyjmując układ współrzędnych jak na rys. 6-1. Jeśli  $\rho$  oznacza współczynnik odbicia zdefiniowany jako stosunek składowej poprzecznej pola elektrycznego

fali odbitej do składowej poprzecznej pola elektrycznego fali padającej  $(E_t)_o/(E_t)_p$ , to składowa poprzeczna pola elektrycznego w aperturze wyraża się zależnością

$$E_t = (1 + \varrho)(E_t)_p \quad (6-1)$$

Składowa poprzeczna pola magnetycznego jest związana ze składową poprzeczną pola elektrycznego zależnością [31]

$$\begin{aligned} (H_t)_p &= \frac{1}{Z_f} [I_z \times (E_t)_p] \\ (H_t)_o &= \frac{-1}{Z_f} [I_z \times (E_t)_o] \end{aligned} \quad (6-2)$$

przy czym  $Z_f$  — impedancja falowa dla danego typu fal w falowodzie.

Uwzględniając zależności (6-1) i (6-2) wyrażenie na składową poprzeczną pola magnetycznego możemy przedstawić w postaci

$$H_t = \frac{1}{Z_f} \left( \frac{1 - \varrho}{1 + \varrho} \right) (I_z \times E_t) \quad (6-3)$$

Porównując wyrażenia (6-3) i (2-94) stwierdzamy, że

$$Z = Z_f \frac{1 + \varrho}{1 - \varrho}$$

Składowe wektora pola elektrycznego wytwarzanego w obszarze promieniowania przez otwarty koniec falowodu obliczymy korzystając z zależności (2-95):

$$\begin{aligned} E_r &= 0 \\ E_\theta &= \frac{jke^{-jkr}}{4\pi r} \left[ 1 + \left( \frac{1 + \varrho}{1 - \varrho} \right) \frac{\zeta}{Z_f} \cos \theta \right] (N_x \cos \Phi + N_y \sin \Phi) \\ E_\phi &= \frac{-jke^{-jkr}}{4\pi r} \left[ \cos \theta + \left( \frac{1 - \varrho}{1 + \varrho} \right) \frac{\zeta}{Z_f} \right] (N_x \sin \Phi - N_y \cos \Phi) \end{aligned} \quad (6-4)$$

przy czym wektor  $N$  jest dany przez

$$N = (1 + \varrho) \int_A (E_t)_p e^{-jk(x \sin \theta \cos \Phi + y \sin \theta \sin \Phi)} dx dy \quad (6-5)$$

W szczególności dla falowodu kołowego z modem podstawowym  $TE_{11}$  składowe pola elektrycznego fali padającej  $(E_t)_p$  są dane przez [31]:

$$E_x = \frac{j\omega\mu\kappa_{11}}{2} J_2 \left( \kappa_{11} \frac{\varrho}{a} \right) \sin 2\Phi \quad (6-6a)$$

$$E_y = \frac{j\omega\mu\kappa_{11}}{2} \left[ J_0 \left( \kappa_{11} \frac{\varrho}{a} \right) - J_2 \left( \kappa_{11} \frac{\varrho}{a} \right) \cos 2\Phi \right] \quad (6-6b)$$

przy czym:

$a$  — promień falowodu;

$\kappa_{11}$  — pierwszy pierwiastek równania  $J_1(\kappa_{11}a) = 0$ ;

$J_n$  — funkcja Bessela pierwszego rodzaju  $n$ -tego rzędu;

$J'_n$  — pochodna funkcji Bessela.

Podstawiając zależności (6-6) do wzoru (6-5) a następnie do wzoru (6-4), otrzymujemy następujące wyrażenia na pole promieniowane przez otwarty koniec falowodu kołowego:

$$E_\theta = A \left[ 1 + \frac{\lambda}{\lambda_f} \cos \Theta + \varrho \left( 1 - \frac{\lambda}{\lambda_f} \cos \Theta \right) \right] J_1 \left( \frac{2\pi}{\lambda_f} a \right) \frac{J_1(k a \sin \Theta)}{k a \sin \Theta} \sin \Phi \quad (6-7a)$$

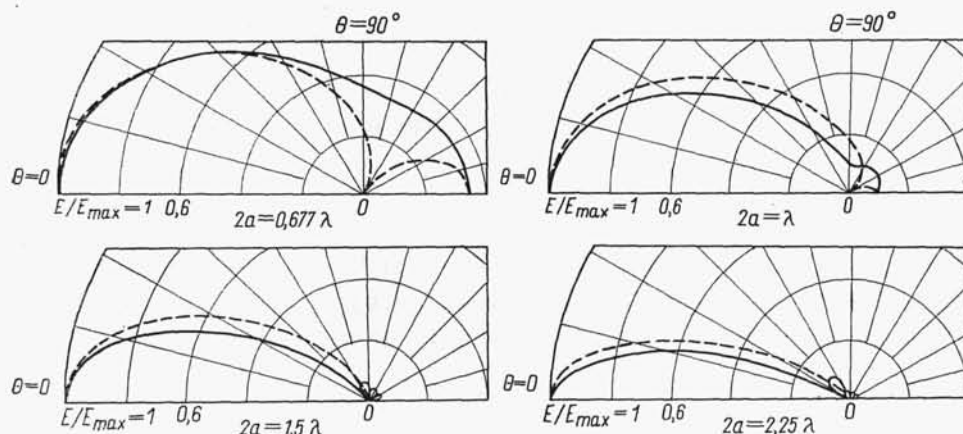
$$E_\phi = A \left[ \frac{\lambda}{\lambda_f} + \cos \Theta - \varrho \left( \cos \Theta - \frac{\lambda}{\lambda_f} \right) \right] J_1 \left( \frac{2\pi}{\lambda_f} a \right) \frac{J'_1(k a \sin \Theta)}{1 - \left( \frac{\lambda_f}{\lambda} \sin \Theta \right)^2} \cos \Phi \quad (6-7b)$$

przy czym:

$\lambda_f$  — długość fali w falowodzie;

$$A = -\frac{\omega \mu k a}{2r} e^{-jkr}.$$

Charakterystyka promieniowania otwartego końca falowodu kołowego w płaszczyźnie  $E$  wyraża się wzorem (6-7a) przy  $\sin \Phi = 1$ , a w płaszczyźnie  $H$  — wzorem



Rys. 6-2. Charakterystyki promieniowania otwartego falowodu kołowego z modem  $TE_{11}$ ; linia ciągła — płaszczyzna  $E$ ; linia przerywana — płaszczyzna  $H$ ;  $2a$  — wewnętrzna średnica falowodu

(6-7b) przy  $\cos \Phi = 1$ . Przykłady charakterystyk promieniowania obliczone według wzoru (6-7), przy założeniu  $\varrho = 0$ , przedstawiono na rys. 6-2. Szerokość głównej wiązki promieniowania dla  $a > \lambda$  jest dana zależnością: dla płaszczyzny  $E$

$$\alpha_E = 29,4 \frac{\lambda}{a} \quad (6-8a)$$

dla płaszczyzny  $H$

$$\alpha_H = 37,2 \frac{\lambda}{a} \quad (6-8b)$$

Określmy jeszcze kierunkowość otwartego końca falowodu kołowego. Zgodnie z definicją

$$D = 4\pi \frac{U(0, 0)}{P} \quad (6-9)$$

przy czym:

$U(0, 0)$  — maksymalna gęstość promieniowania;

$P$  — całkowita moc promieniowana.

Stosownie do zależności (2-25) i (6-7) maksymalna gęstość promieniowania

$$U(0, 0) = \frac{1}{2\zeta} |E_\theta(0, 0)|^2 r^2 = \frac{A^2}{8} \left| 1 + \frac{\lambda}{\lambda_f} + \varrho \left( 1 - \frac{\lambda}{\lambda_f} \right) \right|^2 J_1^2 \left( \frac{2\pi}{\lambda_f} a \right) \quad (6-10)$$

Całkowitą moc promieniowaną znajdujemy całkując wektor Poyntinga po powierzchni apertury

$$P = \frac{1 - |\varrho|^2}{2Z_f} \int_0^a \int_0^{2\pi} (|E_x|^2 + |E_y|^2) \varrho \, d\Phi \, d\varrho \quad (6-11)$$

Wstawiając na  $E_x$  i  $E_y$  wyrażenia (6-6) otrzymujemy po wykonaniu całkowania

$$P = \frac{\pi^2 \omega \mu (1 - |\varrho|^2)}{2\lambda_f} (\kappa_{11}^2 a^2 - 1) J^2(\kappa_{11} a) \quad (6-12)$$

Podstawiając zależności (6-10) i (6-12) do zależności (6-9) oraz biorąc pod uwagę, że  $\kappa_{11} a = 1,841$  otrzymujemy ostatecznie następujące wyrażenie na kierunkowość otwartego końca falowodu kołowego:

$$D = \frac{k^3 a^2 \lambda_f \left| 1 + \frac{\lambda}{\lambda_f} + \varrho \left( 1 - \frac{\lambda}{\lambda_f} \right) \right|^2}{4,775 \cdot 2\pi (1 - |\varrho|^2)} \quad (6-13)$$

Jeśli średnica falowodu jest znacznie większa od długości fali, to możemy założyć w przybliżeniu  $\lambda = \lambda_f$  i  $\varrho = 0$ ; wyrażenie (6-13) ma wówczas następującą postać:

$$D \approx 10,5 \frac{\pi a^2}{\lambda^2} \quad (6-14)$$

Postępując w podobny sposób jak w przypadku falowodu kołowego możemy znaleźć wyrażenia na charakterystykę promieniowania otwartego końca falowodu prostokątnego. Dla fali typu  $TE_{10}$  otrzymujemy następujące zależności: w płaszczyźnie  $E$

$$f_E(\Theta) = \left[ 1 + \frac{\lambda}{\lambda_f} \cos \Theta + \varrho \left( 1 - \frac{\lambda}{\lambda_f} \cos \Theta \right) \right] \frac{\sin(kb \sin \Theta)}{kb \sin \Theta} \quad (6-15a)$$

w płaszczyźnie  $H$

$$f_H(\Theta) = \left[ \cos \Theta + \frac{\lambda}{\lambda_f} + \varrho \left( \cos \Theta - \frac{\lambda}{\lambda_f} \right) \right] \frac{\cos(ka \sin \Theta)}{(ka \sin \Theta)^2 - \frac{\pi^2}{4}} \quad (6-15b)$$

przy czym  $a, b$  — wymiary ścianek falowodu.

Dla kierunkowości otwartego końca falowodu prostokątnego obowiązuje następująca zależność:

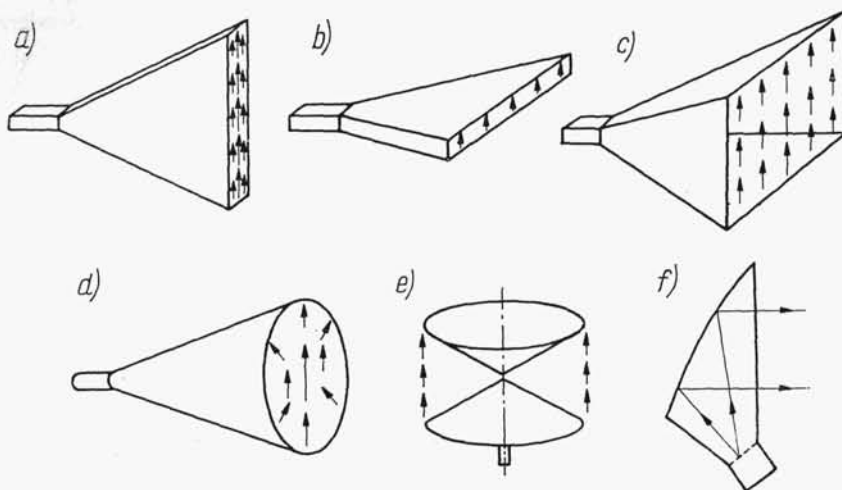
$$D = \frac{8}{\pi} \frac{ab}{\lambda^2} \frac{\lambda_f}{\lambda} \frac{\left| 1 + \frac{\lambda}{\lambda_f} + \varrho \left( 1 - \frac{\lambda}{\lambda_f} \right) \right|^2}{1 - |\varrho|^2} \quad (6-16)$$

która dla dostatecznie dużych apertur przy założeniu  $\lambda_f \approx \lambda$  i  $\varrho \approx 0$  sprowadza się do postaci

$$D \approx 10,2 \frac{ab}{\lambda^2} \quad (6-17)$$

## 6.2. RODZAJE ANTEN TUBOWYCH

Antena tubowa powstaje wskutek stopniowego zwiększania rozmiarów falowodu. Jeśli rozszerzenie falowodu prostokątnego zachodzi w jednej płaszczyźnie, to mówimy o *tubach sektorowych* typu *E* (rys. 6-3a) lub *H* (rys. 6-3b) zależnie od



Rys. 6-3. Rodzaje anten tubowych: a) tuba sektorowa typu *E*; b) tuba sektorowa typu *H*; c) tuba piramidalna; d) tuba stożkowa; e) tuba dwustożkowa; f) antena tubowo-paraboliczna

płaszczyzny, w której występuje zwiększenie rozmiarów falowodu. Tuby sektorowe zapewniają skoncentrowanie promieniowania w tej płaszczyźnie, dla której nastąpił wzrost apertury. Charakterystyka promieniowania tuby sektorowej w drugiej płaszczyźnie jest taka sama jak charakterystyka promieniowania otwartego końca falowodu. Tuby sektorowe zapewniają więc wachlarzową charakterystykę promieniowania.

W celu skoncentrowania promieniowania w obu płaszczyznach stosujemy *tubę piramidalną*, która powstaje przy jednoczesnym zwiększaniu rozmiarów falowodu