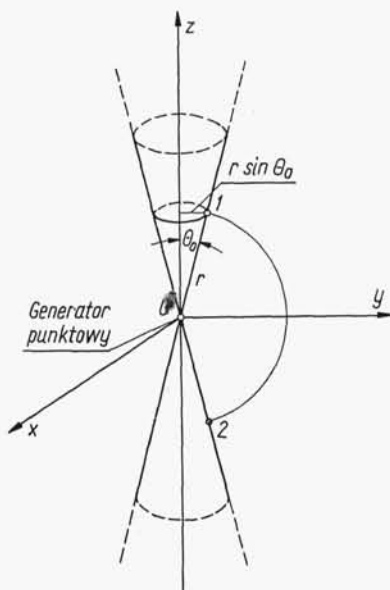


3.2. ANTENA DWUSTOŻKOWA

3.2.1. STRUKTURA NIESKOŃCZONA

Rozważmy strukturę utworzoną przez dwie doskonale przewodzące obrotowo symetryczne powierzchnie stożkowe pobudzone przy wierzchołkach za pomocą generatora punkowego (rys. 3-5). Pole wzbudzone przez tę strukturę musi spełniać



Rys. 3-5. Struktura stożkowa

warunek graniczny na powierzchni anteny i warunki wypromieniowania w nieskończoności. Ze względu na symetrię układu, wektor gęstości powierzchniowej prądu elektrycznego będzie miał tylko składową promieniową w kulistym układzie współrzędnych. W tej sytuacji najdogodniej będzie określić pole wzbudzone przez antenę za pomocą elektrycznego potencjału Hertza, który również będzie miał tylko składową promieniową. Potencjał Hertza musi spełniać równanie falowe

$$\nabla^2 \Pi + k^2 \Pi = 0 \quad (3-18)$$

które w rozważanym przypadku sprowadza się do równania

$$\frac{\partial^2 \Pi_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2 \sin \Theta} \frac{\partial}{\partial \Theta} \left(\sin \Theta \frac{\partial \Pi_r}{\partial \Theta} \right) + k^2 \Pi_r = 0 \quad (3-19)$$

Ogólne rozwiązanie tego równania można przedstawić w postaci

$$\Pi_r = \sum_{n=0}^{\infty} Z_n(kr) T_n(\Theta) \quad (3-20)$$

przy czym:

$$Z_n(kr) = kr[a_n h_n^{(1)}(kr) + b_n h_n^{(2)}(kr)];$$

$$T_n(\Theta) = C_n P_n(\cos \Theta) + d_n Q_n(\cos \Theta);$$

$h_n^{(1)}(kr)$, $h_n^{(2)}(kr)$ — funkcje kuliste Hankela pierwszego i drugiego rodzaju;

$P_n(\cos \Theta)$, $Q_n(\cos \Theta)$ — funkcje Legendre'a pierwszego i drugiego rodzaju;

a_n , b_n , c_n , d_n — stałe dowolne.

W omawianej strukturze może więc występować nieskończenie wiele modów pola. Zajmiemy się na razie tylko modelem podstawowym.

Biorąc pod uwagę, że

$$P_0(\cos \Theta) = 1; \quad Q_0(\cos \Theta) = \ln \left(\operatorname{ctg} \frac{\Theta}{2} \right);$$

$$h_0^{(1)}(kr) = -\frac{je^{jkr}}{kr} \quad \text{oraz} \quad h_0^{(2)}(kr) = \frac{je^{-jkr}}{kr}$$

możemy rozwiązanie równania (3-19) dla modu podstawowego przedstawić w postaci

$$\Pi_{r0} = \left[c_0 + d_0 \ln \left(\operatorname{ctg} \frac{\Theta}{2} \right) \right] [-ja_0 e^{jkr} + jb_0 e^{-jkr}] \quad (3-21)$$

Funkcja e^{jkr} reprezentuje falę rozchodzącą się w kierunku do generatora. Ponieważ rozważamy strukturę nieskończoną, więc fala taka nie może występować i wobec tego stała a_0 musi być równa zero.

Składowe wektorów pola elektrycznego i magnetycznego określimy korzystając z zależności (2-14):

$$E_\Theta = \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \Pi_r}{\partial \Theta \partial r} = \frac{\zeta A}{2\pi r \sin \Theta} e^{-jkr} \quad (3-22a)$$

$$H_\Phi = \frac{-j\omega \epsilon}{r} \frac{\partial \Pi_r}{\partial \Theta} = \frac{A}{2\pi r \sin \Theta} e^{-jkr} \quad (3-22b)$$

$$E_r = E_\Phi = H_r = H_\Theta = 0 \quad (3-22c)$$

przy czym A — stała.

Warunek graniczny dla pola elektrycznego na powierzchni anteny jest spełniony automatycznie przez pole opisane wzorami (3-22). Pole to możemy traktować jako falę kulistą rozchodzącą się promieniście między stożkami z prędkością równą prędkości światła w próżni.

Aby wyznaczyć stałą A , określimy najpierw gęstość powierzchniową prądu. Z warunku granicznego (2-5b) dla pola magnetycznego

$$K = \frac{A}{2\pi r \sin \Theta_0} e^{-jkr} \quad (3-23)$$

przy czym Θ_0 — jest połową kąta wierzchołkowego stożka.

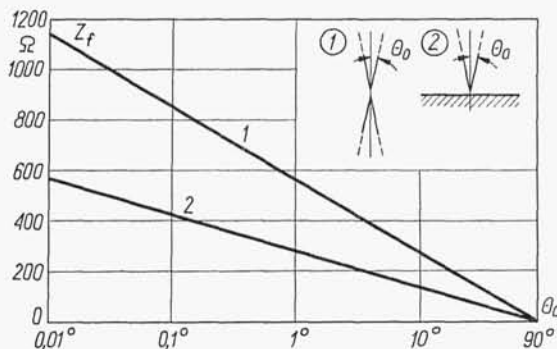
Całkowity prąd przepływający przez pierścień o obwodzie $2\pi r \sin\theta_0$ w odległości r od początku układu współrzędnych jest więc równy

$$I(r) = A e^{-jkr} \quad (3-24)$$

Ze wzoru (3-24) wynika, że

$$A = I(0) \quad (3-25)$$

przy czym $I(0)$ — prąd płynący przez zaciski anteny.



Rys. 3-6. Zależność impedancji falowej struktury stożkowej od połowy kąta wierzchołkowego; 1 — struktura dwustożkowa; 2 — struktura stożkowa nad płaszczyzną przewodzącą

Napięcie między punktami 1 i 2 leżącymi na powierzchni stożków w odległości r od początku układu współrzędnych definiujemy jako całkę liniową z natężenia pola elektrycznego po wielkim okręgu przechodzącym przez te punkty

$$V(r) = \int_{\theta_0}^{\pi-\theta_0} E_{\theta} r d\theta = \frac{\zeta I(0)}{2\pi} e^{-jkr} \int_{\theta_0}^{\pi-\theta_0} \frac{d\theta}{\sin\theta} = \frac{\zeta I(0)}{\pi} e^{-jkr} \ln\left(\cotg\frac{\theta_0}{2}\right) \quad (3-26)$$

Stosunek napięcia $V(r)$ do prądu $I(r)$ określa impedancję falową anteny dwustożkowej

$$Z_f = \frac{V(r)}{I(r)} = \frac{\zeta}{\pi} \ln\left(\cotg\frac{\theta_0}{2}\right) \quad (3-27)$$

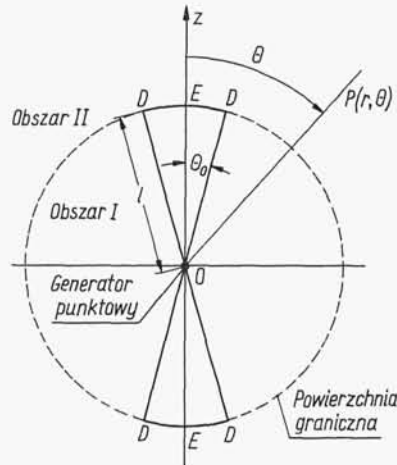
Dla anteny umieszczonej w powietrzu $\zeta = 120\pi$ i impedancja falowa jest równa

$$Z_f = 120 \ln\left(\cotg\frac{\theta_0}{2}\right) \quad (3-28)$$

Jest to równocześnie impedancja wejściowa anteny nieskończenie długiej. Przebieg impedancji falowej struktury dwustożkowej w funkcji połowy kąta wierzchołkowego θ_0 pokazano na rys. 3-6. Jeśli dolny stożek zastąpi się nieskończenie rozległą płaszczyzną przewodzącą, to impedancja falowa takiej struktury jest równa połowie impedancji falowej struktury dwustożkowej.

3.2.2. ANTENA DWUSTOŻKOWA O SKOŃCZONYCH ROZMIARACH

Zajmiemy się teraz anteną dwustożkową o skończonych rozmiarach, utworzoną przez dwa identyczne doskonale przewodzące stożki DOD (rys. 3-7) zakończone przewodzącymi czaszami DED . Antena jest obrotowo symetryczna i jest zasilana w środku przez wyidealizowany generator punktowy o SEM E_s . Dla wygody rozumowania podzielimy przestrzeń na dwa obszary: obszar wewnętrzny leżący wewnątrz kuli o promieniu l obejmującej stożki tworzące antenę i obszar zewnętrzny obejmujący



Rys. 3-7. Antena dwustożkowa

całą przestrzeń poza tą kulą. W obszarze wewnętrznym mogą występować wszystkie mody pola łącznie z podstawowym, podczas gdy w obszarze zewnętrznym tylko mody wyższych rzędów są dopuszczalne.

Fala TEM rozchodząca się w kierunku od generatora ulega odbiciu od końców anteny. Ponieważ w obszarze zewnętrznym mogą występować tylko mody wyższych rzędów, więc dla zapewnienia ciągłości pola fala odbita musi również zawierać mody wyższych rzędów. W pobliżu końców stożka fala ulega prawie całkowitemu odbiciu, natomiast w pobliżu płaszczyzny równikowej prawie cała energia fali jest wypromieniowana. Mówiąc obrazowo powierzchnię graniczną rozdzielającą oba obszary możemy traktować jako niejednorodną powłokę magnetyczną. Przenikalność magnetyczna tej powłoki jest nieskończenie duża w pobliżu końców stożków i maleje do jedności przy zbliżaniu się do płaszczyzny równikowej. Przy obliczaniu impedancji wejściowej anteny możemy pójść jeszcze dalej i uważać, że powłoka magnetyczna stanowi pewną hipotetyczną impedancję Z_L obciążającą końce anteny (rys. 3-8). Jeśli potrafilibyśmy określić tę impedancję, to impedancja wejściowa anteny byłaby dana zależnością wynikającą z teorii torów

$$Z_A = Z_f \frac{Z_L + j Z_f \operatorname{tg}(kl)}{Z_f + j Z_L \operatorname{tg}(kl)} \quad (3-29)$$

Dla anten dwustożkowych o małym kącie wierzchołkowym Schelkunoff [43, 44] podał (zakładając sinusoidalny rozkład prądu w antenie) następującą zależność na Z_L :

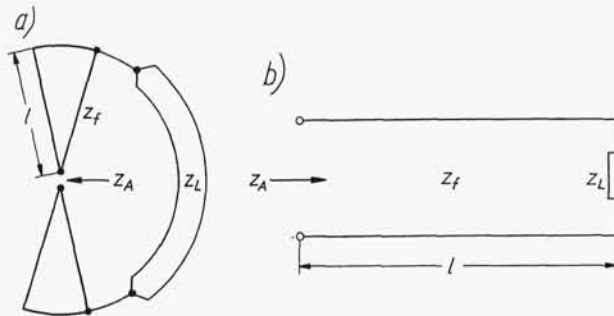
$$Z_L = \frac{Z_f^2}{Z_m} \quad (3-30)$$

przy czym:

$$Z_m = R_m + jX_m$$

$$R_m = 60 \operatorname{Cin}(2kl) + 30 [2 \operatorname{Cin}(2kl) + \operatorname{Cin}(4kl)] \cos(2kl) + 30 [\operatorname{Si}(4kl) + 2 \operatorname{Si}(2kl)] \sin(2kl) \quad (3-31a)$$

$$X_m = 60 \operatorname{Si}(2kl) - 30 [\operatorname{Cin}(4kl) - \ln 4] \sin(2kl) - 30 \operatorname{Si}(4kl) \cos(2kl) \quad (3-31b)$$



Rys. 3-8. Antena dwustożkowa obciążona hipotetyczną impedancją (a) oraz ekwiwalentny odcinek toru (b)

Wstawiając zależności (3-31) do wzoru (3-29) impedancję wejściową anteny dwustożkowej można wyrazić wprost przez impedancję Z_m

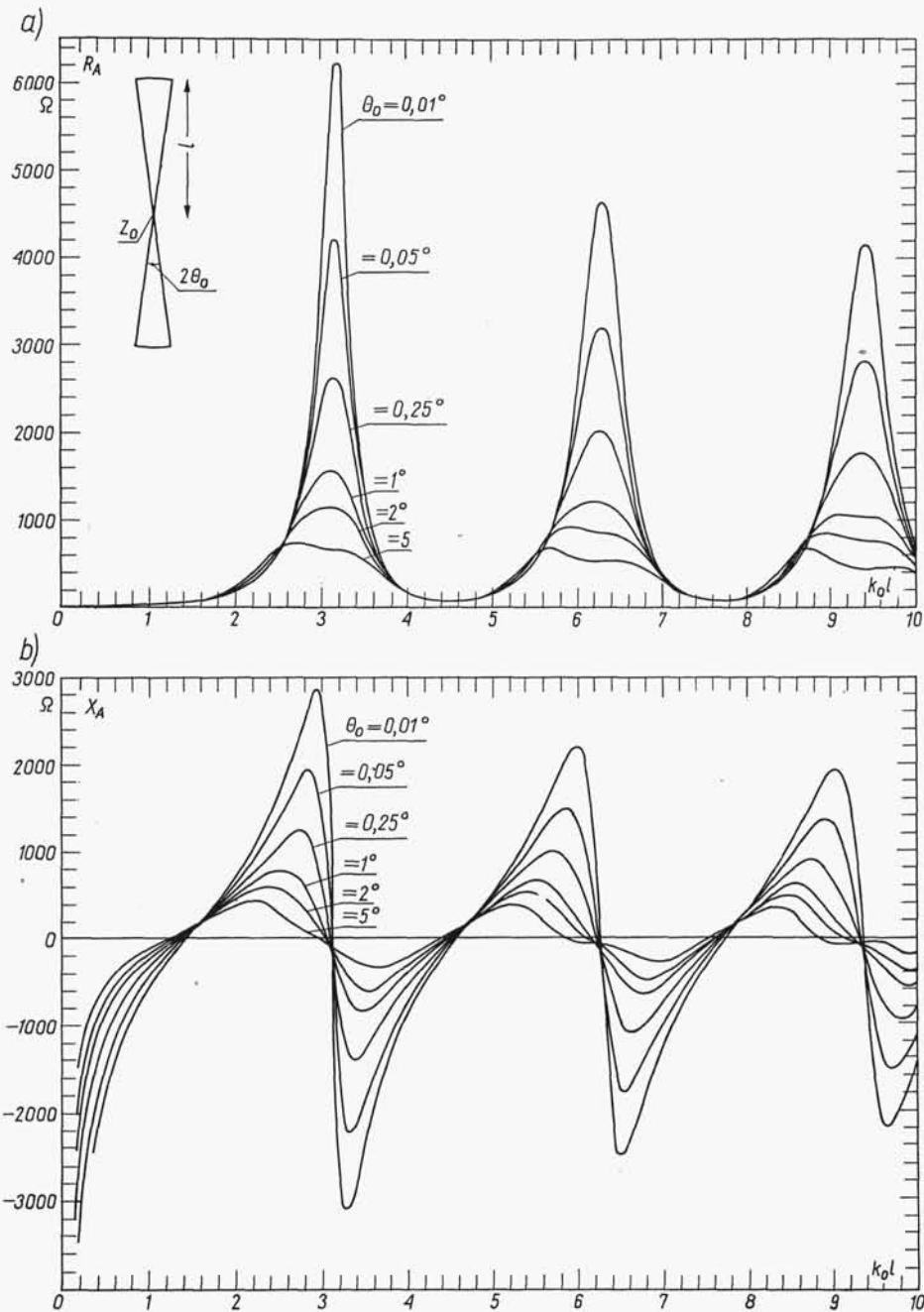
$$Z_A = R_A + jX_A = Z_f \frac{Z_m \sin(kl) - jZ_f \cos(kl)}{Z_f \sin(kl) - jZ_m \cos(kl)} \quad (3-32)$$

Przebieg impedancji wejściowej anteny dwustożkowej w funkcji jej długości dla kilku wartości kątów wierzchołkowych podano na rys. 3-9.

Ze względu na przyjęcie sinusoidalnego rozkładu prądu charakterystyka promieniowania cienkiej anteny dwustożkowej jest taka sama jak anteny liniowej nieskończenie cienkiej o długości $2h = 2l$.

3.2.3. ANTENA DWUSTOŻKOWA JAKO PRZYBLIŻENIE ANTENY CYLINDRYCZNEJ

Opisana w poprzednim punkcie teoria anteny dwustożkowej może być rozciągnięta również na anteny liniowe o innym kształcie. Jeśli jest dana antena, której oś pokrywa się z osią z , ale której promień ρ nie rośnie liniowo ze wzrostem wartości z , to można wprowadzić w miejsce impedancji falowej określonej przez wzór (3-28) średnią impedancję falową. Każdy element dz takiej anteny możemy traktować jako

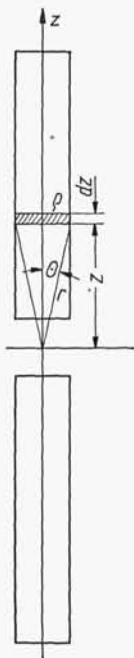


Rys. 3-9. Impedancja wejściowa anteny dwustożkowej: a) rezystancja wejściowa; b) reaktancja wejściowa

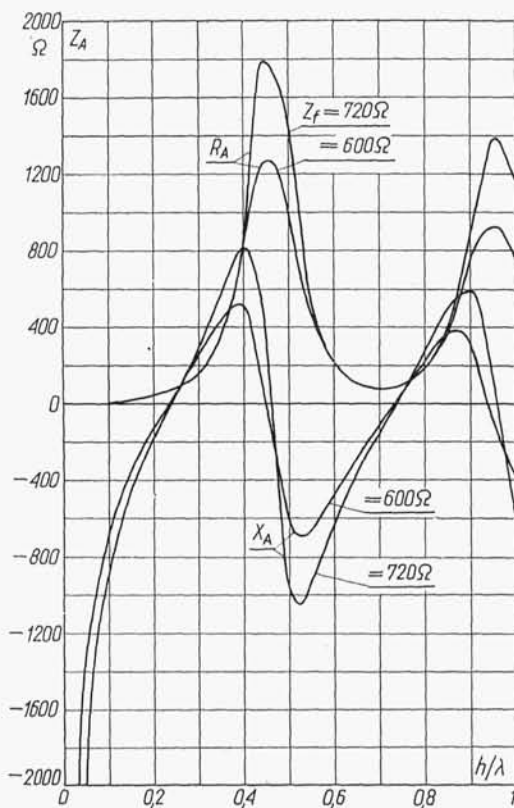
element odpowiedniego stożka (rys. 3-10); impedancja falowa jest w tym przypadku funkcją promienia r i dla cienkich anten wyraża się zależnością

$$Z_f = 120 \ln \frac{2r}{\varrho} \quad (3-33)$$

przy czym ϱ — promień anteny w odległości r od jej zacisków.



Rys. 3-10. Element anteny cylindrycznej traktowany jako element anteny stożkowej



Rys. 3-11. Impedancja wejściowa anteny cylindrycznej według teorii Schelkunoffa

Średnią impedancję falową definiujemy następująco:

$$Z_{f\bar{s}r} = \frac{1}{l} \int_0^l Z_f dr \quad (3-34)$$

W szczególności dla anteny cylindrycznej ($\varrho = a = \text{const}$) otrzymujemy

$$Z_{f\bar{s}r} = 120 \left(\ln \frac{2l}{a} - 1 \right) \quad (3-35)$$

przy czym a — promień anteny cylindrycznej.

Przyjęcie średniej impedancji falowej w miejsce Z_f we wzorze (3-32) nie daje jeszcze poprawnych rezultatów. Na przykład antena o długości $kl = \pi/2$ miałaby impedancję wejściową $Z_A = 73,13 + j156,6\Omega$ niezależnie od kształtu przekroju poprzecznego, co jest sprzeczne z doświadczeniem i innymi teoriami. W celu uzyskania lepszego przybliżenia Schelkunoff wprowadza zamiast toru jednorodnego o impedancji falowej $Z_{f\delta r}$ tor ze zmienną impedancją falową. Dla anteny cylindrycznej o małym promieniu a i długości $2h = 2l$ otrzymujemy wówczas następujące wyrażenie na impedancję wejściową:

$$Z_A = Z_{f\delta r} \frac{(Z_m - jN) \sin(kl) - j(Z_{f\delta r} - M) \cos(kl)}{(Z_{f\delta r} + M) \sin(kl) - j(Z_m + jN) \cos(kl)} \quad (3-36)$$

przy czym:

$$M = 60[\text{Cin}(2kl) - 1 + \cos(2kl)] \quad (3-37a)$$

$$N = 60[\text{Si}(2kl) - \sin(2kl)] \quad (3-37b)$$

Porównanie z wynikami doświadczeń (rys. 3-17) wykazuje, że teoria Schelkunoffa może być stosowana do obliczania impedancji wejściowych cienkich anten cylindrycznych, dla których stosunek h/a jest większy od 75 ($Z_{f\delta r} > 480\Omega$). Na rys. 3-11 przedstawiono zależność impedancji wejściowej anten cylindrycznych od ich długości dla dwóch wartości średniej impedancji falowej, obliczoną na podstawie wzoru (3-36).

3.3. ANTENA CYLINDRYCZNA

3.3.1. RÓWNANIE CAŁKOWE HALLÉNA

Niech będzie dana antena w postaci odcinka rury o nieskończonej cienkich ściankach wykonanych z doskonałego przewodnika. Długość anteny jest równa $2h$ a jej średnic — $2a$ (rys. 3-12). W środku anteny jest utworzona wąska szczelina o szerokości 2δ , w obszarze której działa hipotetyczny generator o SEM E_s . Natężenie pola elektrycznego w szczelinie E_{sz} przy założeniu, że szerokość szczeliny δ dąży do zera i że SEM E_s jest przy tym stała, wyraża się poprzez funkcję delta Diraca $\delta(z)$

$$E_{sz} = -E_s \delta(z) \quad (3-38)$$

Natężenie pola elektrycznego w dowolnym punkcie przestrzeni jest związane z potencjałem Herta zależnością (2-14). Zależność ta jest ogólnie słuszna, jest więc również słuszna na powierzchni anteny. Biorąc pod uwagę, że w rozważanym przypadku potencjał Herta ma tylko jedną składową wzdłuż osi z i że pole elektryczne na powierzchni anteny jest określone przez wzór (3-38) otrzymujemy następujące równanie dla potencjału Herta na powierzchni anteny:

$$-\frac{\partial^2 \Pi_p}{\partial z^2} + k^2 \Pi_p = -E_s \delta(z) \quad (3-39)$$