

Wprowadzając teraz zależność (2-72) do wzoru (2-69) i biorąc pod uwagę, że $n_1 = n_2$ otrzymujemy

$$E_0(s) = E_0(0) \sqrt{\frac{R_1 R_2}{(R_1 + s)(R_2 + s)}} \quad (2-73)$$

Wzór (2-73) określa *prawo propagacji amplitudy pola wzdłuż promienia*.

Dla $s \rightarrow \infty$ pierwiastek kwadratowy można zastąpić wyrażeniem asymptotycznym; wówczas otrzymujemy

$$E_0(s) = E_0(0) \frac{\sqrt{R_1 R_2}}{s} \quad (2-74)$$

Widzimy, że w tym przypadku amplituda E_0 maleje odwrotnie proporcjonalnie do odległości s . Jest to właściwość charakterystyczna dla *fali kulistej*.

Założmy teraz, że powierzchnia początkowa jest powierzchnią cylindryczną. W tym przypadku jeden z promieni krzywizny, np. R_2 , jest nieskończenie wielki. Dla $s \rightarrow \infty$ otrzymujemy wówczas

$$E_0(s) = E_0 \frac{\sqrt{R_1}}{\sqrt{s}} \quad (2-75)$$

Zmiany amplitudy wzdłuż promienia są odwrotnie proporcjonalne do pierwiastka kwadratowego z odległości, a więc są takie jak dla *fali cylindrycznej*.

Jeśli oba promienie krzywizny są nieskończenie duże, tzn. powierzchnia początkowa jest płaską, mamy

$$E_0(s) = E_0(0) \quad (2-76)$$

Amplituda pola nie ulega zmianie z odległością, co jest charakterystyczne dla *fali płaskiej*.

2.3. DYFRAKCJA FAL ELEKTROMAGNETYCZNYCH

Przy rozchodzeniu się fal elektromagnetycznych w przestrzeni zawierającej postronne ciała, wypadkowe pola elektromagnetyczne będzie oczywiście różnić się od pola, które istniałoby w przypadku propagacji fali w jednorodnym izotropowym ośrodku. Fala elektromagnetyczna padając na jakieś ciało wymusza drgania ładunków swobodnych i związanych, które wytwarzają w otaczającej przestrzeni i wewnątrz ciała wtórne pole elektromagnetyczne, zmieniające się w czasie (w stanie ustalonym) z częstotliwością fali padającej. Wtórne pole elektromagnetyczne razem z polem fali padającej tworzy wypadkowe pole elektromagnetyczne. Powyższe zjawisko nazywa się *dyfrakcją fal elektromagnetycznych*.

W zagadnieniach antenowych najbardziej istotne znaczenie mają te przypadki, w których postronne ciało jest doskonałym przewodnikiem. Ograniczymy nasze rozważania tylko do takich przypadków. Możemy więc sformułować problem nastę-

pująco: dany jest układ źródeł pierwotnych, który wytwarza pole E_0, H_0 ; wprowadzamy do tego pola jakieś ciało wykonane z doskonałego przewodnika i chcemy znaleźć nowe pole E, H .

Wprowadzenie przewodnika do pola E_0, H_0 powoduje wystąpienie pewnego rozkładu prądów i ładunków na jego powierzchni, które są źródłami wtórnego pola elektromagnetycznego. W ogólnym przypadku to wtórne pole może wywierać wpływ na źródła pierwotne powodując zmianę pola E_0, H_0 . Wzajemne oddziaływanie między wprowadzonym ciałem a źródłami pierwotnymi może być uwzględnione metodą kolejnych przybliżeń. Przede wszystkim wyznaczamy pole wtórne E'_w, H'_w odpowiadające polu E_0, H_0 bez uwzględnienia oddziaływania wprowadzonego ciała na źródła. Pole wtórne padając na źródła pierwotne indukuje w nich prądy, które są źródłami nowego pola dyfrakcyjnego E'_0, H'_0 . Pod wpływem pola E'_0, H'_0 na powierzchni wprowadzonego przewodnika indukują się prądy będące źródłami kolejnego pola dyfrakcyjnego E''_w, H''_w . Proces ten możemy powtarzać dowolnie długo. Wypadkowy rozkład prądów na powierzchni wprowadzonego przewodnika jest teraz sumą rozkładów związanych z polami E'_w, E''_w, \dots , a wypadkowy rozkład prądów w źródłach pierwotnych jest sumą rozkładów związanych z polami E_0, E'_0, \dots .

Jeśli odległość R między źródłami pierwotnymi a wprowadzonym ciałem jest duża zarówno w porównaniu z rozmiarami źródeł jak i z rozmiarami wprowadzonego ciała, to pola dyfrakcyjne rzędów wyższych niż pierwszy mogą być pominięte. W specjalnych przypadkach, w których geometria wprowadzonego ciała jest taka, że amplituda pola wtórnego E_w, H_w w otoczeniu źródeł pierwotnych jest mała, chociaż odległość R nie jest duża, można również pominąć oddziaływania przeszkody na źródła pierwotne.

2.3.1. WARUNKI BRZEGOWE

Ograniczmy nasze zainteresowanie do określenia pola wtórnego E_w, H_w wytwarzanego przez doskonale przewodzące ciało umieszczone w polu pierwotnym E_0, H_0 , pomijając oddziaływanie pola wtórnego na źródła pierwotne. Pole wypadkowe jest w tym przypadku określone następująco:

$$E = E_0 + E_w \quad (2-77a)$$

$$H = H_0 + H_w \quad (2-77b)$$

Niech V będzie obszarem zajmowanym przez wprowadzone ciało a S jego powierzchnią. Ponieważ konduktywność wprowadzonego ciała jest nieskończona wielka, zatem pole E, H wewnątrz obszaru V jest równe zero; na powierzchni przewodnika natomiast pole wypadkowe musi spełniać warunki brzegowe:

$$I_n \times E = 0 \quad (2-78a)$$

$$I_n \times H = K \quad (2-78b)$$

przy czym I_n jest jednostkowym wektorem normalnym do powierzchni S skierowanym na zewnątrz.

Jeśli rozkład prądów na powierzchni przewodnika jest znany, to pole dyfrakcyjne można obliczyć korzystając ze wzorów (2-17), zastępując w nich całki objętościowe przez całki powierzchniowe. Mamy wówczas:

$$\mathbf{E}_w = \frac{1}{4\pi j \omega \epsilon} \int_S [(\mathbf{K} \cdot \nabla') \nabla' + k^2 \mathbf{K}] \frac{e^{-jkR}}{R} dS \quad (2-79a)$$

$$\mathbf{H}_w = \frac{1}{4\pi} \int_S (\mathbf{K} \times \nabla') \frac{e^{-jkR}}{R} dS \quad (2-79b)$$

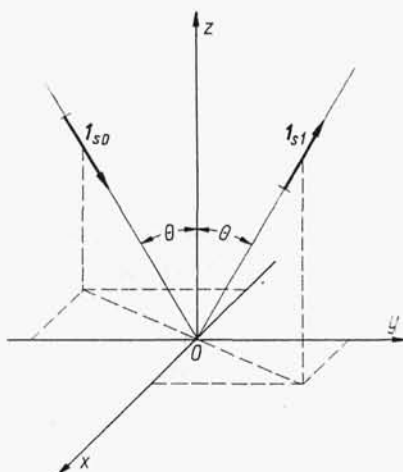
Do wyznaczenia gęstości powierzchniowej prądu \mathbf{K} wykorzystamy warunek brzegowy (2-78a). Korzystając ze wzorów (2-77a) i (2-79a) otrzymujemy

$$\mathbf{I}_n \times \mathbf{E}_0 = \frac{j}{4\pi \omega \epsilon} \int_S \mathbf{I}_n \times [(\mathbf{K} \cdot \nabla') \nabla' + k^2 \mathbf{K}] \frac{e^{-jkR}}{R} dS \quad (2-80)$$

Równanie (2-80) jest równaniem całkowym, z którego można wyznaczyć rozkład prądu \mathbf{K} .

2.3.2. ODBICIE OD DOSKONAŁE PRZEWODZĄCEJ PŁASZCZYZNY; ZASADA ODBIĆ LUSTRZANYCH

Najprostszym zagadnieniem dyfrakcyjnym jest odbicie fali elektromagnetycznej od nieskończenie rozległego, doskonałego, płaskiego przewodnika. Rozważymy dwa



Rys. 2-16. Odbicie fali płaskiej od doskonale przewodzącej płaszczyzny

przypadki: 1) fala padająca jest falą płaską, 2) fala padająca pochodzi od elementarnego dipola.

Fala płaska. Rozważymy falę płaską rozchodzącą się w kierunku określonym przez wektor jednostkowy \mathbf{I}_{s0} i padającą na doskonale przewodzącą płaszczyznę pokrywającą się z płaszczyzną xy prostokątnego układu współrzędnych (rys. 2-16). Równanie fali padającej możemy więc zapisać w postaci

$$\mathbf{E}_{pad} = \mathbf{E}_0 e^{-jkr \cdot \mathbf{I}_{s0}} \quad (2-81)$$

Pole wtórne związane z prądami płynącymi na przewodzącej płaszczyźnie musi być takie, aby pole wypadkowe dla obszaru ujemnych wartości z było równe zeru. Pole wtórne w tym obszarze jest zatem również falą płaską poruszającą się w kierunku I_{s0} , ale o fazie przeciwnej w stosunku do fazy fali padającej. Pole wtórne w obszarze dodatnich wartości z jest lustrzanym odbiciem pola w obszarze ujemnych wartości z . Pole odbite jest więc również falą płaską

$$E_{odb} = E_1 e^{-jk r \cdot I_{s1}} \quad (2-82)$$

poruszającą się w kierunku wyznaczonym przez wektor jednostkowy I_{s1} , będący wektorem lustrzanym w stosunku do I_{s0} . Wektor E_1 fali odbitej jest związany z wektorem E_0 fali padającej następującymi zależnościami:

$$I_n \times E_1 = -I_n \times E_0 \quad (2-83a)$$

$$I_n \cdot E_1 = I_n \cdot E_0 \quad (2-83b)$$

w których I_n jest jednostkowym wektorem normalnym do płaszczyzny odbijającej. Moduły obu wektorów są oczywiście jednakowe.

Wektory I_{s0} , I_{s1} i I_n leżą w jednej płaszczyźnie, przy czym między nimi zachodzi następujący związek:

$$I_{s0} \cdot I_n = -I_{s1} \cdot I_n \quad (2-84)$$

Wektory pola magnetycznego fali padającej i fali odbitej łatwo znajdziemy korzystając z zależności (2-22):

$$H_{pad} = \frac{1}{\zeta} (I_{s0} \times E_{pad}) \quad (2-85a)$$

$$H_{odb} = \frac{1}{\zeta} (I_{s1} \times E_{odb}) \quad (2-85b)$$

Wypadkowe pole magnetyczne jest oczywiście sumą pól fali padającej i odbitej $H = H_{pad} + H_{odb}$; zgodnie z warunkiem (2-78b) gęstość prądu na powierzchni przewodnika będzie więc równa

$$K = I_n \times (H_{pad} + H_{odb}) = 2(I_n \times H_{pad}) = \frac{2}{\zeta} [I_n \times (I_{s0} \times E_{pad})] \quad (2-86)$$

można bowiem wykazać, że

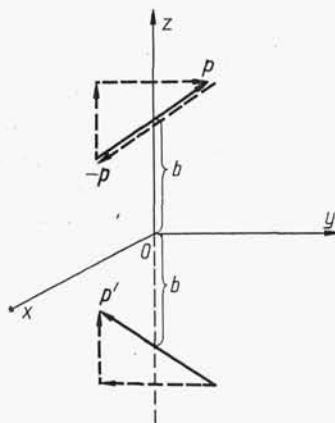
$$I_n \times H_{pad} = I_n \times H_{odb} \quad (2-87)$$

Dipol elementarny. Rozważmy teraz przypadek, kiedy źródłem fali padającej jest elementarny dipol elektryczny. Jako płaszczyznę przewodzącą przyjmijmy — jak poprzednio — płaszczyznę xy , a dipol umieścimy na osi z w odległości b od reflektora (rys. 2-17). Orientacja osi dipola w stosunku do płaszczyzny reflektora może być dowolna.

Obecność reflektora powoduje oczywiście zmianę prądu w dipolu. Jednak w rozważanym przypadku wpływ reflektora uwidocznia się jedynie w zmianie momentu dipola p .

Podobnie jak w przypadku fali płaskiej, rozkład prądu na powierzchni reflektora musi być taki, aby pole wypadkowe w obszarze ujemnych wartości z było równe zeru. Jeśli więc idzie o ten obszar, to obecność reflektora jest równoznaczna z wprowadzeniem dipola o momencie $-p$ pokrywającego się z dipolem pierwotnym, jednak ze względu na symetrię, reflektor wytwarza w obszarze dodatnich wartości z pole,

Rys. 2-17. Zwierciadlane odbicie dipola elementarnego



które jest lustrzanym odbiciem pola w obszarze ujemnych wartości z . Ze względu na obszar dodatnich wartości z reflektor może więc być zastąpiony zwierciadlanym odbiciem dipola o momencie $-p$. Pole wypadkowe w obszarze dodatnich wartości z jest polem wytwarzanym przez układ dwóch dipoli: pierwotnego i lustrzanego odbicia.

Metoda odbić lustrzanych może być stosowana również w przypadku dowolnego układu źródeł. Jeśli rozważa się tylko pole w obszarze promieniowania, to dowolny układ źródeł można uważać za układ dipoli elektrycznych o momentach

$$dp = \frac{1}{j\omega} J dv \quad (2-88)$$

Pole wypadkowe jest sumą pól wytwarzanych przez dipole pierwotne i ich lustrzane odbicia. W przypadku dowolnych rozkładów prądu należy jednak pamiętać, że wprowadzenie reflektora może w zdecydowany sposób zmienić te rozkłady.

2.3.3. PRZYBLIŻONE METODY ROZWIĄZYWANIA PROBLEMÓW DYFRAKCYJNYCH

Rygorystyczne rozwiązanie zagadnień dyfrakcyjnych jest możliwe jedynie w tych przypadkach, w których geometria pola pierwotnego i wtrąconego przewodnika są proste. W bardziej skomplikowanych przypadkach stosujemy metody przybliżone.

Metoda optyki geometrycznej. Przy analizie zjawiska dyfrakcji metodą optyki geometrycznej zakładamy, że w każdym punkcie reflektora fala padająca ulega odbiciu zgodnie z prawami odbicia fali płaskiej od płaszczyzny stycznej do powierzchni reflektora w tym punkcie. Założenie to wymaga, aby promienie krzywizny powierz-

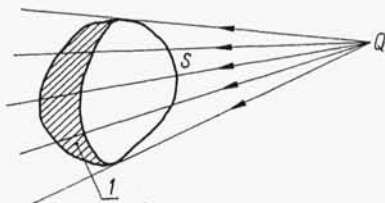
chni reflektora i powierzchni falowej fali padającej były duże w porównaniu z długością fali.

Z zasady zachowania energii wynika, że amplituda fali odbitej w punkcie odbicia jest równa amplitudzie fali padającej, natomiast polaryzację fali odbitej możemy określić z zależności (2-83)

$$E_{odb} = (I_n \cdot E_{pad})I_n - (I_n \times E_{pad}) \times I_n \quad (2-89)$$

W celu określenia amplitudy fali odbitej w odległości s od powierzchni reflektora możemy korzystać z wzoru (2-73), musimy jednak wcześniej wyznaczyć promienie krzywizny powierzchni falowej fali odbitej.

Metoda rozkładu prądu. Załóżmy, że na ciało o dowolnym kształcie, ale wykonane z doskonałego przewodnika pada fala elektromagnetyczna wypromieniowana przez źródło Q (rys. 2-18). Jeśli długość fali padającej jest dużo mniejsza od rozmiarów



Rys. 2-18. Obszar cienia I wytworzony przez źródło Q na powierzchni S

ciała i od najmniejszego promienia krzywizny jego powierzchni, to zgodnie z poprzednimi rozważaniami możemy przypuszczać, że rozkład prądu elektrycznego na powierzchni odbijającej będzie zbliżony do rozkładu wynikającego z praw optyki geometrycznej. Możemy więc założyć, że powierzchniowa gęstość prądu na „zaciemnionej” części ciała jest równa zero, natomiast na „oświetlonej” części jest dana wzorem

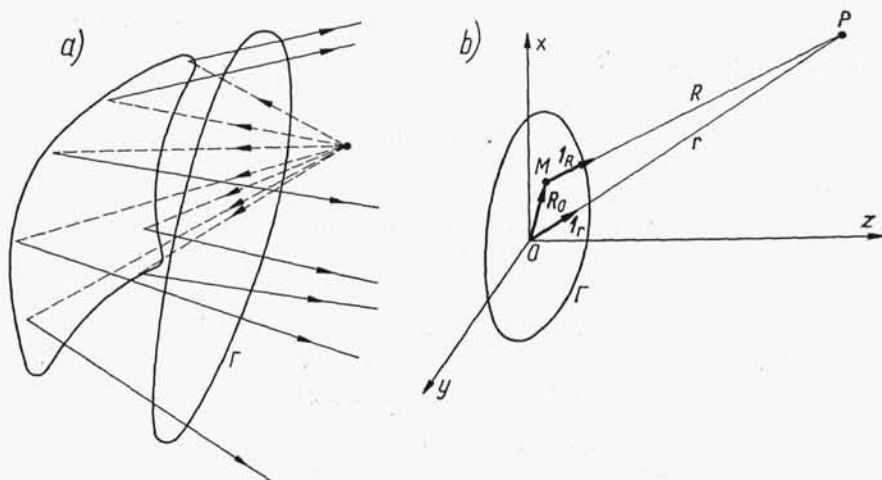
$$K = 2(I_n \times H_{pad}) \quad (2-90)$$

Jest to równoznaczne z założeniem, że w każdym punkcie powierzchni S pole elektromagnetyczne źródła odbija się tak jak pole fali płaskiej od nieskończonej, idealnie przewodzącej płaszczyzny stycznej do powierzchni S w punkcie padania.

Znając rozkład prądu na powierzchni przewodnika możemy określić pole wtórne korzystając ze wzorów (2-79).

Metoda aperturowa. Rozważmy reflektor dowolnego kształtu mający tylko tę właściwość, że wszystkie promienie odbite od jego oświetlonej części leżą w jednej półprzestrzeni, a więc w pobliżu którego można narysować pewną skończoną płaską krzywą zamkniętą Γ obejmującą wszystkie promienie odbite (rys. 2-19). Wyobraźmy sobie teraz powierzchnię zamkniętą Σ utworzoną przez nieskończoną płaszczyznę zawierającą krzywą Γ i półkulę o nieskończenie wielkim promieniu. Pole w dowolnym punkcie wewnątrz obszaru ograniczonego powierzchnią Σ jest jednoznacznie określone przez rozkład pola na tej powierzchni. Pole wtórne musi spełniać warunki

wypromieniowania, zatem całkowanie po powierzchni półkuli o nieskończonym promieniu nie wnosi żadnej składowej do pola dyfrakcyjnego. Ponieważ na płaszczyźnie zawierającej krzywą Γ pole jest różne od zera tylko wewnątrz obszaru ograniczonego tą krzywą, zatem proces całkowania wystarczy rozciągnąć tylko na ten



Rys. 2-19. Szkic do metody aperturowej: a) układ promieni w pobliżu reflektora; b) współrzędne punktu całkowania

obszar. Rozkład pola w aperturze ograniczonej krzywą Γ określamy stosując metodę optyki geometrycznej. Pole wtórne natomiast możemy wyznaczyć korzystając z *zasady prądów równoważnych* [36, 49]:

$$\mathbf{K} = \mathbf{I}_n \times \mathbf{H}_A \quad (2-91a)$$

$$*\mathbf{K} = -\mathbf{I}_n \times \mathbf{E}_A \quad (2-91b)$$

przy czym \mathbf{E}_A i \mathbf{H}_A są wektorami pola w aperturze, a \mathbf{K} i $*\mathbf{K}$ — wektorami gęstości powierzchniowej równoważnych (fikcyjnych) prądów elektrycznych i magnetycznych. Wstawiając zależności (2-91) do zależności (2-17) znajdujemy pole wtórne reflektora

$$\mathbf{E}_w = \frac{1}{4\pi j \omega \epsilon} \int_A [k^2 (\mathbf{I}_n \times \mathbf{H}_A) \Psi + (\mathbf{I}_n \times \mathbf{H}_A) \cdot \nabla' (\nabla' \Psi) + j \omega \epsilon (\mathbf{I}_n \times \mathbf{E}_A) \times \nabla' \Psi] dS \quad (2-92a)$$

$$\mathbf{H}_w = -\frac{1}{4\pi j \omega \mu} \int_A [k^2 (\mathbf{I}_n \times \mathbf{E}_A) \Psi + (\mathbf{I}_n \times \mathbf{E}_A) \cdot \nabla' (\nabla' \Psi) - j \omega \mu (\mathbf{I}_n \times \mathbf{H}_A) \times \nabla' \Psi] dS \quad (2-92b)$$

przy czym A — powierzchnia apertury.

W podobny sposób wstawiając zależności (2-91) do wzoru (2-21a) znajdujemy wyrażenie na pole elektryczne w strefie dalekiej

$$\mathbf{E}_w = \frac{-jk}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \mathbf{I}_r \times \int_A \{ \mathbf{I}_n \times \mathbf{E}_A - \zeta [\mathbf{I}_r \times (\mathbf{I}_n \times \mathbf{H}_A)] \} e^{jkr' \cdot \mathbf{I}_r} dS \quad (2-93)$$

W przybliżeniu optyki geometrycznej między wektorami pola elektrycznego i magnetycznego zachodzi związek

$$\mathbf{H} = \frac{1}{Z} (\mathbf{I}_s \times \mathbf{E}) \quad (2-94)$$

w którym:

\mathbf{I}_s — wektor jednostkowy wzdłuż promienia przechodzącego przez aperturę;

Z — stosunek amplitudy pola elektrycznego do amplitudy pola magnetycznego;

dla swobodnej przestrzeni $Z = \zeta_0$.

Ograniczając nasze rozważania do apertury płaskiej i zakładając, że rozkład fazy w aperturze nieznacznie tylko odbiega od równomiernego, możemy przyjąć, że $\mathbf{I}_s = \mathbf{I}_n$; wówczas wyrażenie (2-93) ma następującą postać:

$$\mathbf{E}_w = \frac{-jk}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \mathbf{I}_r \times \left[\left(\mathbf{I}_n + \frac{\zeta}{Z} \mathbf{I}_r \right) \times \mathbf{N} \right] \quad (2-95)$$

przy czym

$$\mathbf{N} = \int_A \mathbf{E}_A e^{jk(x \sin \theta \cos \phi + y \sin \theta \sin \phi)} dx dy \quad (2-96)$$

2.3.4. SKALARNY PROBLEM DYFRAKCYJNY

W wielu przypadkach pole w aperturze jest prawie całkowicie spolaryzowane liniowo i tylko nieznaczna część energii jest zawarta w polu o polaryzacji ortogonalnej. Jeśli pominiemy tę składową, to obliczanie pola dyfrakcyjnego jeszcze bardziej się uprości, dzięki możliwości sprowadzenia zadania do rozwiązania problemu skalarnego (rys. 2-20).

Pole dyfrakcyjne można w tym przypadku obliczyć korzystając ze skalarnego wzoru Kirchhoffa [45]

$$u(P) = -\frac{1}{4\pi} \int_A \left(\Psi \frac{\partial u}{\partial n} - u \frac{\partial \Psi}{\partial n} \right) dS \quad (2-97)$$

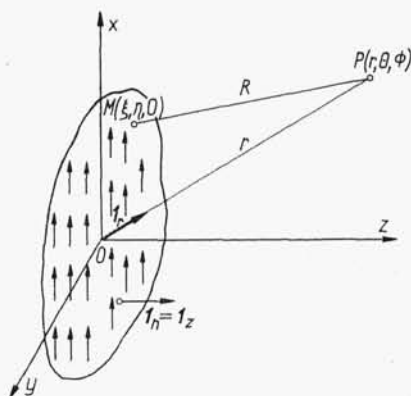
w którym u reprezentuje dowolną składową pola, a Ψ jest funkcją Greena dla swobodnej przestrzeni.

Jeśli pole w aperturze wyrazi się za pomocą przybliżenia optyki geometrycznej, to jest słuszny następujący związek:

$$\frac{\partial u}{\partial n} \approx -jku \mathbf{I}_n \cdot \mathbf{I}_s$$

przy czym I_n jest jednostkowym wektorem normalnym do płaszczyzny apertury, a I_s — jednostkowym wektorem normalnym do powierzchni falowej. Uwzględniając ponadto, że

$$\frac{\partial \Psi}{\partial n} = \left(jk + \frac{1}{R} \right) I_n \cdot I_R \frac{e^{-jkR}}{R}$$



Rys. 2-20. Skalarny problem dyfrakcyjny

przy czym R jest odległością od punktu całkowania w aperturze do punktu obserwacji, a I_R — jednostkowym wektorem wzdłuż R , otrzymujemy ze wzoru (2-97) następujące wyrażenie na pole dyfrakcyjne:

$$u(P) = \frac{1}{4\pi} \int_A u \frac{e^{-jkR}}{R} \left[\left(jk + \frac{1}{R} \right) I_n \cdot I_R + jk I_n \cdot I_s \right] dS \quad (2-98)$$

W polu dyfrakcyjnym daje się wyróżnić trzy obszary określone formalnie przez charakter przybliżeń, jakie można stosować przy obliczaniu całki we wzorze (2-98). Wymienione trzy obszary charakteryzują się również różnicami w strukturze pola, granice między obszarami nie są jednak ostro zarysowane.

W bezpośrednim sąsiedztwie apertury znajduje się *obszar bliski*, w którym nie można stosować żadnych przybliżeń przy obliczaniu całki we wzorze (2-98) (człon $1/R$ jest porównywalny z k). Obszar ten rozciąga się na odległość równą kilku do kilkunastu długości fali licząc od apertury. Obliczenie całki jest bardzo trudne, a ponadto wyrażenie (2-98) daje tylko jakościowe pojęcie o zachowaniu się pola w tym obszarze. Pole w obszarze bliskim jest określone głównie przez prawa optyki geometrycznej; granica cienia jest ostro zarysowana (rys. 2-21).

Z obszaru bliskiego przechodzimy do tzw. *obszaru Fresnela*, dla którego można już wprowadzić pewne uproszczenia do wzoru (2-98). Po pierwsze można pominąć $1/R$ w stosunku do k , następnie założyć, że iloczyn skalarny $I_n \cdot I_R$ jest stały na całej powierzchni apertury i równy $\cos\theta$ (w naszym przypadku $I_n = I_z$) oraz pominąć zmiany R w mianowniku, przyjmując $R \approx r$. Zmiany R w wykładniku funkcji eks-

ponencjalnej wymagają staranniejszego rozważenia. Rozwijając R na szereg potęgowy otrzymujemy

$$R = r - (\alpha\xi + \beta\eta) + \frac{\xi^2 + \eta^2 - (\alpha\xi + \beta\eta)^2}{2r} + \dots \quad (2-99)$$

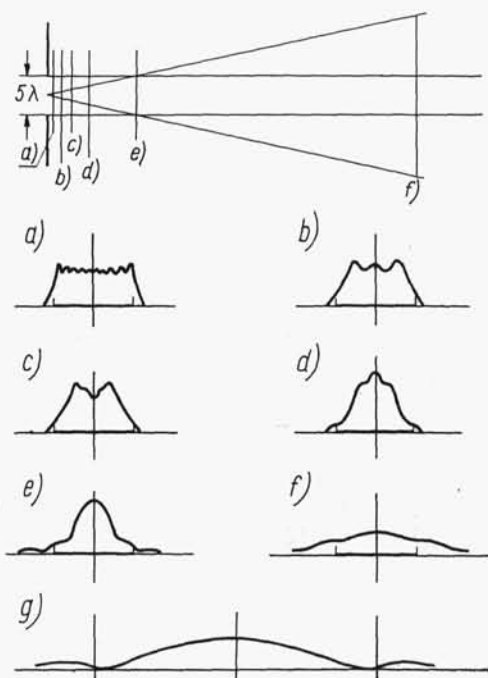
przy czym:

$$\alpha = \sin \Theta \cos \Phi;$$

$$\beta = \sin \Theta \sin \Phi;$$

Θ, Φ — współrzędne kątowe punktu obserwacji;

ξ, η — współrzędne prostokątne punktu w aperturze.



Rys. 2-21. Przejście od obszaru Fresnela do obszaru Fraunhofera dla szczeliny. Wykresy a) do f) przedstawiają rozkład pola w płaszczyznach równoległych do płaszczyzny ekranu ze szczeliną przy zwiększaniu odległości od szczeliny. Widać stopniową dyfuzję pola do obszaru cienia. Wykres g) przedstawia charakterystykę promieniowania szczeliny — obszar Fraunhofera (według J. C. Slater, N. H. Frank: Introduction to Theoretical Physics, McGraw-Hill, New York 1933; zamieszczono za zgodą McGraw-Hill Book Company)

W obszarze Fresnela zachowujemy pierwsze trzy człony szeregu. Całka określająca pole dyfrakcyjne w obszarze Fresnela przyjmuje więc postać

$$u(P) = \frac{j}{2\lambda} \frac{e^{-jkr}}{r} \int_A u(\xi, \eta) e^{-jkR_b} (\cos \Theta + I_z \cdot I_s) d\xi d\eta \quad (2-100)$$

przy czym

$$R_b = -(\alpha\xi + \beta\eta) + \frac{\xi^2 + \eta^2 - (\alpha\xi + \beta\eta)^2}{2r}$$

Jeśli rozkład fazy w aperturze odbiega tylko nieznacznie od równomiernego, można przyjąć, że $I_z \cdot I_s = 1$.

Obszar Fresnela charakteryzuje się dyfuzją pola poza granice wyznaczone przedłużeniem promieni przechodzących przez aperturę. Przeważająca część energii pola znajduje się jednak nadal w tych granicach.

Przy dalszym zwiększeniu odległości od apertury przechodzimy do *obszaru dalekiego*, zwanego także *obszarem Fraunhofera*. W tym obszarze możemy wprowadzić dalsze uproszczenia do wyrażenia opisującego pole dyfrakcyjne. W rozwinięciu R wystarczy teraz zachować tylko pierwsze dwa wyrazy, co jest równoznaczne z założeniem, że wektory I_R i I_s są równoległe. Pole w obszarze Fraunhofera ma więc charakter pola pochodzącego od źródła punktowego. Jeśli ponadto założymy prawie równomierny rozkład fazy w aperturze, to niemal cała energia pola będzie skupiona w małym sektorze wokół osi z . Możemy więc pominąć zmiany $\cos\theta$ w tym sektorze i jako ostateczne przybliżenie dla pola w strefie dalekiej otrzymujemy

$$u(P) = \frac{j}{\lambda} \frac{e^{-jkr}}{r} \int_A u(\xi, \eta) e^{jk \sin\theta (\xi \cos\phi + \eta \sin\phi)} d\xi d\eta \quad (2-101)$$

Wyrażenie (2-101) przedstawia oczywiście charakterystykę promieniowania apertury w skali nieunormowanej. Ma ono ciekawą interpretację. Wprowadzając nowe oznaczenia:

$$k_x = k \sin\theta \cos\phi \quad (2-102a)$$

$$k_y = k \sin\theta \sin\phi \quad (2-102b)$$

wyrażenie (2-101) możemy przedstawić w postaci

$$u(P) = jk \frac{e^{-jkr}}{r} f(k_x, k_y) \quad (2-103)$$

przy czym

$$f(k_x, k_y) = \frac{1}{2\pi} \int_A u(\xi, \eta) e^{j(k_x \xi + k_y \eta)} d\xi d\eta \quad (2-104)$$

Funkcję opisującą rozkład pola w aperturze możemy rozciągnąć na całą płaszczyznę $z = 0$:

$$\left. \begin{aligned} u(x, y) &= g(x, y) \text{ — wewnątrz apertury } A \\ u(x, y) &= 0 \text{ — na zewnątrz apertury } A \end{aligned} \right\} \quad (2-105)$$

Funkcja $u(x, y)$ jest przedziałami ciągła na całej płaszczyźnie i wobec tego możemy ją przedstawić w postaci zespolonej całki Fouriera

$$u(x, y) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} u(\xi, \eta) e^{jk_x(\xi-x)} e^{jk_y(\eta-y)} d\xi d\eta dk_x dk_y \quad (2-106)$$

lub

$$u(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(k_x, k_y) e^{-j(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \quad (2-107)$$

przy czym

$$\begin{aligned} f(k_x, k_y) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} u(\xi, \eta) e^{j(k_x \xi + k_y \eta)} d\xi d\eta = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_A g(\xi, \eta) e^{j(k_x \xi + k_y \eta)} d\xi d\eta \end{aligned} \quad (2-108)$$

Funkcję $f(k_x, k_y)$ opisującą rozkład pola w strefie dalekiej oraz funkcję $u(x, y)$ opisującą rozkład pola w aperturze można więc traktować jako parę transformat Fouriera. Charakterystyka promieniowania dowolnej apertury jest zatem transformatą Fouriera rozkładu pola w aperturze i — odwrotnie — rozkład pola w aperturze jest transformatą Fouriera jej charakterystyki promieniowania.

Podane wyżej wzory umożliwiają łatwe określenie kierunkowości apertury. Dla apertury ze współfazowym rozkładem pola (funkcja $g(\xi, \eta)$ jest wówczas funkcją rzeczywistą) maksymalna gęstość promieniowania wyraża się zależnością

$$U_{\max} = \frac{1}{2\zeta} r^2 |u(P)|_{\max}^2 = \frac{1}{2\zeta \lambda^2} \left[\int_A g(\xi, \eta) d\xi d\eta \right]^2 \quad (2-109)$$

Całkowita moc promieniowania jest oczywiście równa przepływowi mocy przez aperturę

$$P_{pr} = \frac{1}{2\zeta} \int_A g^2(\xi, \eta) d\xi d\eta \quad (2-110)$$

Kierunkowość apertury jest więc równa

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2} \frac{\left[\int_A g(\xi, \eta) d\xi d\eta \right]^2}{\int_A g^2(\xi, \eta) d\xi d\eta} \quad (2-111)$$

W szczególnym przypadku dla równomiernie oświetlonej apertury $g(\xi, \eta) = 1$ oraz

$$D_{\max} = \frac{4\pi}{\lambda^2} A \quad (2-112)$$

W przypadku innych funkcji rozkładu pola w aperturze, zgodnie z nierównością Schwartza, mamy

$$\left[\int_A g(\xi, \eta) d\xi d\eta \right]^2 \leq A \int_A g^2(\xi, \eta) d\xi d\eta \quad (2-113)$$

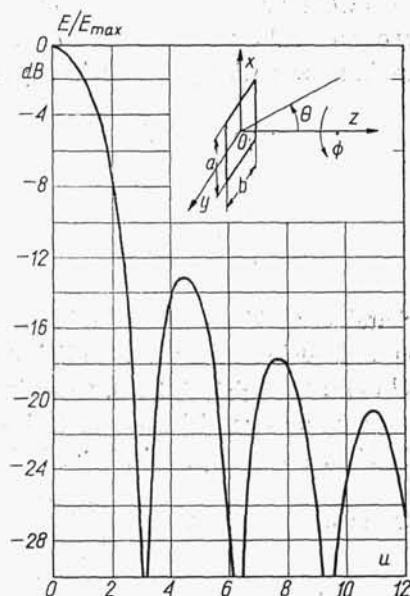
a zatem

$$D \leq \frac{4\pi A}{\lambda^2} \quad (2-114)$$

Równomierny rozkład pola w aperturze zapewnia więc największą kierunkowość. Stosunek $\nu = D/D_{max}$ jest oczywiście współczynnikiem wykorzystania apertury. Należy wyraźnie podkreślić, że powyższe stwierdzenie dotyczy tylko współfazowych rozkładów pola w aperturze.

2.3.5. PROMIENIOWANIE APERTURY PROSTOKĄTNEJ

Dla zilustrowania rozważań przeprowadzonych w poprzednich punktach omówimy promieniowanie apertury prostokątnej i kołowej. Najpierw zajmiemy się *aperturą prostokątną*. Niech wymiary apertury będą równe a i b i niech apertura leży w płaszczyźnie xy (rys. 2-22). Charakterystyka promieniowania apertury zależy tylko



Rys. 2-22. Apertura prostokątna i jej charakterystyka promieniowania

od względnego rozkładu pola; w dalszym ciągu przyjmiemy więc, że rozkład pola w aperturze $g(\xi, \eta)$ jest unormowany tak, że jego maksymalna wartość jest równa 1. Charakterystykę promieniowania apertury prostokątnej wyznaczmy korzystając ze wzoru (2-108), możemy przy tym opuścić współczynnik $1/2\pi$

$$f(\Theta, \Phi) = \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} g(\xi, \eta) e^{jk \sin \Theta (\xi \cos \Phi + \eta \sin \Phi)} d\xi d\eta \quad (2-115)$$

Rozważmy przypadek szczególny *apertury równomiernie oświetlonej*, tzn. $g(\xi, \eta) = 1$. Całkę we wzorze (2-115) można teraz łatwo obliczyć i wyrażenie na unormowaną charakterystykę promieniowania równomiernie oświetlonej apertury prostokątnej przyjmuje postać

$$F(\Theta, \Phi) = \frac{\sin\left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin \Theta \cos \Phi\right)}{\frac{\pi a}{\lambda} \sin \Theta \cos \Phi} \frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \Theta \sin \Phi\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \Theta \sin \Phi} \quad (2-116)$$

Szczególne znaczenie mają przekroje przestrzennej charakterystyki promieniowania płaszczyznami xz i yz . Dla płaszczyzny xz , $\Phi = 0$ i wyrażenie (2-116) sprowadza się do postaci

$$F(\Theta) = \frac{\sin\left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin \Theta\right)}{\frac{\pi a}{\lambda} \sin \Theta} \quad (2-117)$$

Dla płaszczyzny yz , $\Phi = \pi/2$ i charakterystyka promieniowania wyraża się również wzorem (2-117), przy czym a należy zastąpić przez b . W obu płaszczyznach charakterystykę promieniowania można więc przedstawić w postaci uogólnionej

$$F(u) = \frac{\sin u}{u} \quad (2-118)$$

przy czym

$$u = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \frac{\pi}{\lambda} \sin \Theta$$

Wykres uogólnionej charakterystyki promieniowania dla równomiernie oświetlonej apertury prostokątnej przedstawiono na rys. 2-22. Miejsca zerowe charakterystyki wypadają w punktach $u_0^{(n)} = n\pi$ ($n = \pm 1, \pm 2, \dots$). Charakterystyka promieniowania wykazuje spadek w stosunku do wartości maksymalnej o 3 dB dla wartości $u = 1,39$, a więc szerokość głównej wiązki promieniowania jest równa:

$$\text{w płaszczyźnie } xz \quad \alpha_{xz} = 2 \arcsin\left(\frac{1,39\lambda}{\pi a}\right) \approx 0,88 \frac{\lambda}{a} \quad (2-119a)$$

$$\text{w płaszczyźnie } yz \quad \alpha_{yz} = 2 \arcsin\left(\frac{1,39\lambda}{\pi b}\right) \approx 0,88 \frac{\lambda}{b} \quad (2-119b)$$

Maksima listków bocznych występują w punktach spełniających równanie $u_{max}^{(n)} = \text{tg } u_{max}^{(n)}$. Pierwsze maksimum przypada dla $u_{max}^{(1)} = 4,51$, drugie — dla $u_{max}^{(2)} = 7,73$. Wartości maksimów są przy tym równe $1/(1 + u_{max}^{(2)})$.

Z przeprowadzonych rozważań wynikają następujące wnioski:

- w płaszczyźnie symetrii szerokość głównej wiązki promieniowania jest określona przez rozmiar apertury w tej płaszczyźnie;
- charakterystyka promieniowania jest tym węższa, im większe są rozmiary apertury mierzone w długościach fali;

— poziom listków bocznych jest niezależny od rozmiarów apertury; w szczególności poziom pierwszego listka bocznego wynosi $-13,2$ dB.

Jako dalszy przykład rozważymy *aperturę z nierównomiernym rozkładem pola*, ograniczymy się jednak tylko do przypadków, w których rozkład pola może być przedstawiony jako iloczyn dwóch funkcji jednej zmiennej

$$g(\xi, \eta) = g_1(\xi)g_2(\eta) \quad (2-120)$$

Podstawiając wyrażenie (2-120) do wzoru (2-115) stwierdzamy, że całka podwójna przechodzi w iloczyn dwóch całek pojedynczych

$$f(\Theta, \Phi) = \int_{-a/2}^{a/2} g_1(\xi) e^{jk\xi \sin\Theta \cos\Phi} d\xi \int_{-b/2}^{b/2} g_2(\eta) e^{jk\eta \sin\Theta \sin\Phi} d\eta \quad (2-121)$$

Zauważmy ponadto, że charakterystyki promieniowania w płaszczyznach głównych są określone wyłącznie przez rozkład pola w odpowiedniej płaszczyźnie. Mamy więc z dokładnością do stałych współczynników:

dla płaszczyzny xz

$$f(\Theta) = \int_{-a/2}^{a/2} g_1(\xi) e^{jk\xi \sin\Theta} d\xi \quad (2-122a)$$

dla płaszczyzny yz

$$f(\Theta) = \int_{-b/2}^{b/2} g_2(\eta) e^{jk\eta \sin\Theta} d\eta \quad (2-122b)$$

Bez zmniejszenia ogólności możemy więc w dalszych rozważaniach założyć równomierny rozkład pola wzdłuż jednej osi, np. y , tzn. $g_2(\eta) = 1$ i ograniczyć się tylko do rozważenia charakterystyki w płaszczyźnie xz

$$f(\Theta) = \int_{-a/2}^{a/2} g_1(\xi) e^{jk\xi \sin\Theta} d\xi \quad (2-123)$$

Wprowadzimy nowe zmienne:

$$p = \frac{2\xi}{a} \quad u = \frac{\pi a}{\lambda} \sin\Theta \quad (2-124)$$

Funkcja rozkładu $g_1(\xi)$ przechodzi teraz w funkcję $g(p)$, a funkcja $f(\Theta)$ w funkcję $f(u)$

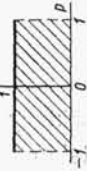


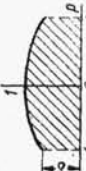
$$f(u) = \int_{-1}^1 g(p) e^{jup} dp \quad (2-125)$$

W wyrażeniu (2-125) pominięto stały współczynnik $a/2$.

Ze wzoru (2-125) wynika, że jeśli takie same względne rozkłady pola wytworzymy w dwóch aperturach o różnych rozmiarach, to charakterystyki promieniowania tych apertur jako funkcje u będą takie same. Poziom listków bocznych w obu przypadkach

Tablica 2-1

Charakterystyki promieniowania apertury prostokątnej dla różnych rozkładów pola w aperturze

Rozkład pola w aperturze	Charakterystyka promieniowania	Współczynnik wykorzystania apertury	Szerokość głównej wiązki promieniowania	Położenie pierwszego miejsca zerowego	Poziom pierwszy listka bocznego [dB]
$g(p) = 1 \quad p \leq 1$ 	$f(u) = \frac{\sin u}{u}$	1	$0,88 \frac{\lambda}{a} \approx 50,5^\circ \frac{\lambda}{a}$	$\frac{\lambda}{a} \approx 57,3^\circ \frac{\lambda}{a}$	-13,2
$g(p) = 1 - p \quad p \leq 1$ 	$f(u) = \left(\frac{\sin \frac{u}{2}}{\frac{u}{2}} \right)^2$	0,75	$1,28 \frac{\lambda}{a} \approx 73,2^\circ \frac{\lambda}{a}$	$2 \frac{\lambda}{a} \approx 114,6^\circ \frac{\lambda}{a}$	-26,4
$g(p) = \cos^n \left(\frac{\pi}{2} p \right) \quad p \leq 1$ 	$f(u) = 2 \frac{n!}{\pi} \frac{\sin u}{u} \prod_{k=1}^n \left[(2k)^2 - \frac{4u^2}{\pi^2} \right]$ dla $n = 2m$ $f(u) = \frac{4}{\pi} \frac{n! \cos u}{\prod_{k=0}^m \left[(2k+1)^2 - \frac{4u^2}{\pi^2} \right]}$ dla $n = 2m+1$	$n = 0 \quad 1$ $1 \quad 0,81$ $2 \quad 0,667$ $3 \quad 0,575$	$0,88 \frac{\lambda}{a} \approx 50,5^\circ \frac{\lambda}{a}$ $1,2 \frac{\lambda}{a} \approx 68,7^\circ \frac{\lambda}{a}$ $1,45 \frac{\lambda}{a} \approx 83^\circ \frac{\lambda}{a}$ $1,66 \frac{\lambda}{a} \approx 95^\circ \frac{\lambda}{a}$	$\frac{\lambda}{a} \approx 57,3^\circ \frac{\lambda}{a}$ $1,5 \frac{\lambda}{a} \approx 86^\circ \frac{\lambda}{a}$ $2 \frac{\lambda}{a} \approx 114,6^\circ \frac{\lambda}{a}$ $2,5 \frac{\lambda}{a} \approx 143,2^\circ \frac{\lambda}{a}$	-13,2 -23 -32 -40
$g(p) = 1 - (1 - \delta)p^2 \quad p \leq 1$ 	$f(u) = \frac{\sin u}{u} + (1 - \delta) \frac{d^2}{du^2} \left(\frac{\sin u}{u} \right) = \frac{\sin u}{u} + (1 - \delta) \frac{(2 - u^2) \sin u - 2u \cos u}{u^3}$	$\delta = 1 \quad 1$ $0,8 \quad 0,994$ $0,5 \quad 0,970$ $0 \quad 0,833$	$0,88 \frac{\lambda}{a} \approx 50,5^\circ \frac{\lambda}{a}$ $0,92 \frac{\lambda}{a} \approx 52,7^\circ \frac{\lambda}{a}$ $0,97 \frac{\lambda}{a} \approx 55,5^\circ \frac{\lambda}{a}$ $1,15 \frac{\lambda}{a} \approx 66^\circ \frac{\lambda}{a}$	$\frac{\lambda}{a} \approx 57,3^\circ \frac{\lambda}{a}$ $1,06 \frac{\lambda}{a} \approx 60,7^\circ \frac{\lambda}{a}$ $1,14 \frac{\lambda}{a} \approx 65,3^\circ \frac{\lambda}{a}$ $1,43 \frac{\lambda}{a} \approx 82^\circ \frac{\lambda}{a}$	-13,2 -15,8 -17,1 -20,6

będzie jednakowy, natomiast szerokość kątowa obu charakterystyk będzie różna. Charakterystyka promieniowania większej apertury będzie węższa.

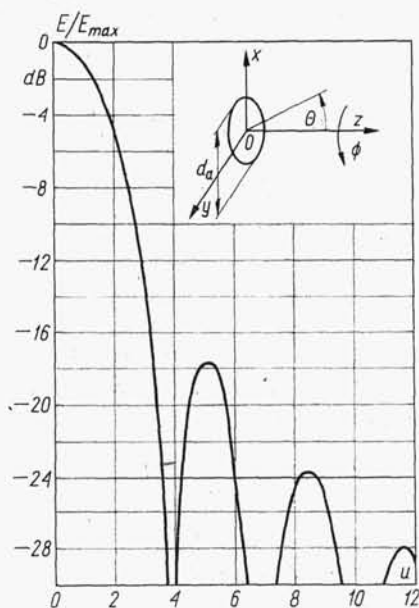
W tablicy 2-1 podano wyrażenia na charakterystyki promieniowania dla kilku rozkładów pola w aperturze, dla których obliczenie całki we wzorze (2-125) nie przedstawia trudności. W tablicy podano również współczynnik wykorzystania apertury, szerokość głównej wiązki promieniowania, położenie pierwszego miejsca zerowego oraz poziom pierwszego listka bocznego [28].

Z przedstawionych danych wynika, że rozkład pola malejący ku brzegom apertury powoduje zmniejszenie zysku energetycznego, zwiększenie szerokości głównej wiązki promieniowania oraz zmniejszenie poziomu listków bocznych.

2.3.6. PROMIENIOWANIE APERTURY KOŁOWEJ

Przy rozważaniu *apertury kołowej* dogodniej jest wprowadzić biegunowy układ współrzędnych ϱ, Φ' (rys. 2-23). Między współrzędnymi ξ, η i ϱ, Φ' zachodzą następujące związki:

$$\xi = \varrho \cos \Phi' \quad \eta = \varrho \sin \Phi' \quad (2-126)$$



Rys. 2-23. Apertura kołowa i jej charakterystyka promieniowania

Oznaczając rozkład pola w aperturze przez $g(\varrho, \Phi')$ wyrażenie na charakterystykę promieniowania apertury kołowej możemy przedstawić w postaci

$$f(\Theta, \Phi) = \int_0^{2\pi} \int_0^a g(\varrho, \Phi') e^{jk\varrho \sin\Theta \cos(\Phi - \Phi')} \varrho d\varrho d\Phi' \quad (2-127)$$

przy czym a — promień apertury.

Wprowadzimy nowe zmienne:

$$\varrho' = \frac{\varrho}{a} \quad u = \frac{2\pi a}{\lambda} \sin\Theta = \frac{\pi d_a}{\lambda} \sin\Theta \quad (2-128)$$

przy czym $d_a = 2a$ jest średnicą apertury.

Funkcja rozkładu $g(\varrho, \Phi')$ przechodzi w funkcję $g(\varrho', \Phi')$, a funkcja $f(\Theta, \Phi)$ w funkcję $f(u, \Phi)$. Charakterystyka promieniowania wyraża się zatem zależnością

$$f(u, \Phi) = \int_0^{2\pi} \int_0^1 g(\varrho', \Phi') e^{j u \varrho' \cos(\Phi - \Phi')} \varrho' d\varrho' d\Phi' \quad (2-129)$$

Podobnie jak w przypadku apertury prostokątnej kształt charakterystyki promieniowania dla wszystkich apertur kołowych o tym samym rozkładzie pola jest jednakowy w odniesieniu do zmiennych u i Φ . W celu uzyskania zależności od kąta Θ należy wprowadzić współczynnik skali λ/d_a ; tak więc podobnie jak poprzednio wzrostowi rozmiarów apertury towarzyszy zawężenie charakterystyki promieniowania.

Rozważmy szczególny przypadek apertury równomiernie oświetlonej. Podstawiając we wzorze (2-129) $g(\varrho', \Phi') = 1$ i wykonując całkowanie względem Φ' otrzymujemy

$$f(u) = 2\pi \int_0^1 J_0(u\varrho') d\varrho' \quad (2-130)$$

przy czym $J_0(u)$ — funkcja Bessela pierwszego rodzaju zerowego rzędu.

Całkowanie względem ϱ' prowadzi do następującego rezultatu:

$$f(u) = 2\pi \frac{J_1(u)}{u} \quad (2-131)$$

w którym $J_1(u)$ jest funkcją Bessela pierwszego rodzaju pierwszego rzędu. Ponieważ funkcja $J_1(u)/u$ dla $u = 0$ przyjmuje wartości $1/2$, więc unormowana charakterystyka promieniowania apertury kołowej ma postać

$$F(u) = 2 \frac{J_1(u)}{u} \quad (2-132)$$

Wykres tej funkcji przedstawiono na rys. 2-23.

Szerokość głównej wiązki promieniowania

$$\alpha = 2 \arcsin \left(0,51 \frac{\lambda}{d_a} \right) \approx 1,02 \frac{\lambda}{d_a} \quad (2-133)$$

a poziom pierwszego listka bocznego wynosi $-17,5$ dB.

Zmniejszenie oświetlenia apertury w kierunku jej brzegów ma taki sam efekt jak w przypadku apertury prostokątnej.

Jako przykład rozważymy rozkład pola określony zależnością

$$g(\varrho', \Phi') = (1 - \varrho'^2)^p \quad p = 1, 2 \dots \quad (2-134)$$

Charakterystyka promieniowania wyraża się teraz zależnością

$$f_p(u) = \int_0^1 (1 - \varrho'^2)^p J_0(u\varrho') \varrho' d\varrho' \quad (2-135)$$

lub po wykonaniu całkowania

$$f_p(u) = \frac{2^p p! J_{p+1}(u)}{u^{p+1}} \quad (2-136)$$

Podstawowe dane o charakterystykach promieniowania apertury kołowej podano w tabl. 2.2 [28, 45].

Tablica 2-2

I podstawowe dane o charakterystykach promieniowania apertury kołowej
z rozkładem pola $g(\varrho') = (1 - \varrho'^2)^p$

p	Współczynnik wykorzystania apertury	Szerokość głównej wiązki promieniowania	Położenie pierwszego miejsca zerowego	Poziom pierwszego listka bocznego [dB]
0	1	$1,02 \frac{\lambda}{d_a} \approx 58,5^\circ \frac{\lambda}{d_a}$	$1,22 \frac{\lambda}{d_a} \approx 70^\circ \frac{\lambda}{d_a}$	-17,6
1	0,75	$1,27 \frac{\lambda}{d_a} \approx 73^\circ \frac{\lambda}{d_a}$	$1,63 \frac{\lambda}{d_a} \approx 93,5^\circ \frac{\lambda}{d_a}$	-24,6
2	0,56	$1,47 \frac{\lambda}{d_a} \approx 84,3^\circ \frac{\lambda}{d_a}$	$2,03 \frac{\lambda}{d_a} \approx 116,2^\circ \frac{\lambda}{d_a}$	-30,6
3	0,44	$1,65 \frac{\lambda}{d_a} \approx 94,6^\circ \frac{\lambda}{d_a}$	$2,42 \frac{\lambda}{d_a} \approx 138,7^\circ \frac{\lambda}{d_a}$	—
4	0,36	$1,81 \frac{\lambda}{d_a} \approx 103,8^\circ \frac{\lambda}{d_a}$	$2,79 \frac{\lambda}{d_a} \approx 160^\circ \frac{\lambda}{d_a}$	—

2.3.7. WPŁYW ODCHYLEŃ FAZOWYCH NA CHARAKTERYSTYKĘ PROMIENIOWANIA APERTURY

W dwóch poprzednich punktach zbadaliśmy wpływ rozkładu amplitudy pola w aperturze na jej charakterystykę promieniowania. We wszystkich przypadkach zakładaliśmy przy tym stałość fazy pola na całej powierzchni apertury.

W praktyce nie zawsze udaje się zapewnić współfazowy rozkład pola w aperturze. Odchylenia fazy mogą wynikać bądź z właściwości samej anteny (np. anteny tubowe), bądź też mogą powstać wskutek niedoskonałego wykonawstwa (np. wskutek przesunięcia źródła oświetlającego w stosunku do ogniska reflektora parabolicznego).

Dla uproszczenia założmy, że odchylenia fazowe występują tylko w jednym kierunku. Niech $\gamma(2\xi/a) = \gamma(p)$ określa rozkład odchyżeń fazowych. Odchylenie fazy

$\gamma(p)$ oznacza, że w punkcie p określony stan pola występuje w czasie o $\Delta t = \gamma/\omega$ późniejszym niż przy rozkładzie współfazowym lub, że czoło fali w tym punkcie jest przesunięte w kierunku ruchu fali o odcinek $s = -\gamma\lambda/2\pi$.

Wyrażenie (2-125) na charakterystykę promieniowania apertury z uwzględnieniem odchylen fazowych można przedstawić w postaci

$$f(u) = \int_{-1}^1 g(p) e^{j(u p - \gamma(p))} dp \quad (2-137)$$

W ogólności funkcja rozkładu odchylen fazowych może być dowolna, zwykle jednak przedstawia się ją w postaci szeregu potęgowego. Największe znaczenie mają przy tym pierwsze trzy wyrazy szeregu. Mówimy wówczas o:

- odchyleniu liniowym $\gamma(p) = \beta p$,
- odchyleniu kwadratowym $\gamma(p) = \beta p^2$,
- odchyleniu sześciennym $\gamma(p) = \beta p^3$,

przy czym $\beta = \gamma(1)$ jest odchyleniem fazy na brzegu apertury; odchylenie fazy w środku apertury przyjmujemy równe zeru: $\gamma(0) = 0$.

Liniowe odchylenie fazy. Wprowadzając do wzoru (2-137) odpowiednie wyrażenie na $\gamma(p)$ otrzymujemy

$$f(u) = \int_{-1}^1 g(p) e^{j(u - \beta)p} dp \quad (2-138)$$

Uzyskane wyrażenie ma taką samą postać jak wzoru (2-125) z tą różnicą, że zamiast u występuje teraz $(u - \beta)$. Charakterystyka promieniowania apertury z liniowym odchyleniem fazy ma więc taki sam kształt jak charakterystyka promieniowania apertury pobudzonej współfazowo, jest tylko przesunięta względem niej o β . Maksimum promieniowania przypada teraz dla $u = \beta$, tzn. jest odchylone od normalnej do apertury o kąt

$$\Delta\theta = \arcsin\left(\frac{\beta\lambda}{\pi a}\right) \quad (2-139)$$

Kwadratowe odchylenie fazy. Wyrażenie na charakterystykę promieniowania ma w tym przypadku następującą postać:

$$f(u) = \int_{-1}^1 g(p) e^{j(u p - \beta p^2)} dp \quad (2-140)$$

Całka w wyrażeniu (2-140) wyraża się w ogólnym przypadku za pomocą całek Fresnela. W przypadku małych odchylen fazowych można jednak uzyskać prostsze rozwiązanie przybliżone. Rozkładając funkcję wykładniczą $e^{-j\beta p^2}$ na szereg potęgowy

$$e^{-j\beta p^2} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-j)^m \beta^m}{m!} p^{2m}$$

wyrażenie (2-140) możemy przedstawić w postaci

$$f(u) = \sum_{m=0}^{\infty} (-j)^m \frac{\beta^m}{m!} \int_{-1}^1 g(p) p^{2m} e^{jup} dp \quad (2-141)$$

Charakterystykę promieniowania przy braku odchyień fazowych oznaczmy przez $f_0(u)$

$$f_0(u) = \int_{-1}^1 g(p) e^{jup} dp$$

i zauważmy, że

$$\frac{d^{2m} f_0(u)}{du^{2m}} = f_0^{(2m)}(u) = (-1)^m \int_{-1}^1 g(p) p^{2m} e^{jup} dp \quad (2-142)$$

Korzystając z zależności (2-142) możemy wyrażenie (2-141) przedstawić w postaci

$$f(u) = \sum_{m=0}^{\infty} (j)^m \frac{\beta^m}{m!} f_0^{(2m)}(u) \quad (2-143)$$

Za przybliżenie drugiego rzędu przyjmujemy

$$f(u) \approx f_0(u) + j\beta f_0^{(2)}(u) - \frac{\beta^2}{2} f_0^{(4)}(u) \quad (2-144)$$

Przy czysto rzeczywistej lub czysto urojonej funkcji $f_0(u)$ charakterystyka promieniowania mocy wyraża się zależnością

$$|f(u)|^2 \approx f_0^2(u) - \beta^2 \{f_0(u) f_0^{(4)}(u) - [f_0^{(2)}(u)]^2\} \quad (2-145)$$

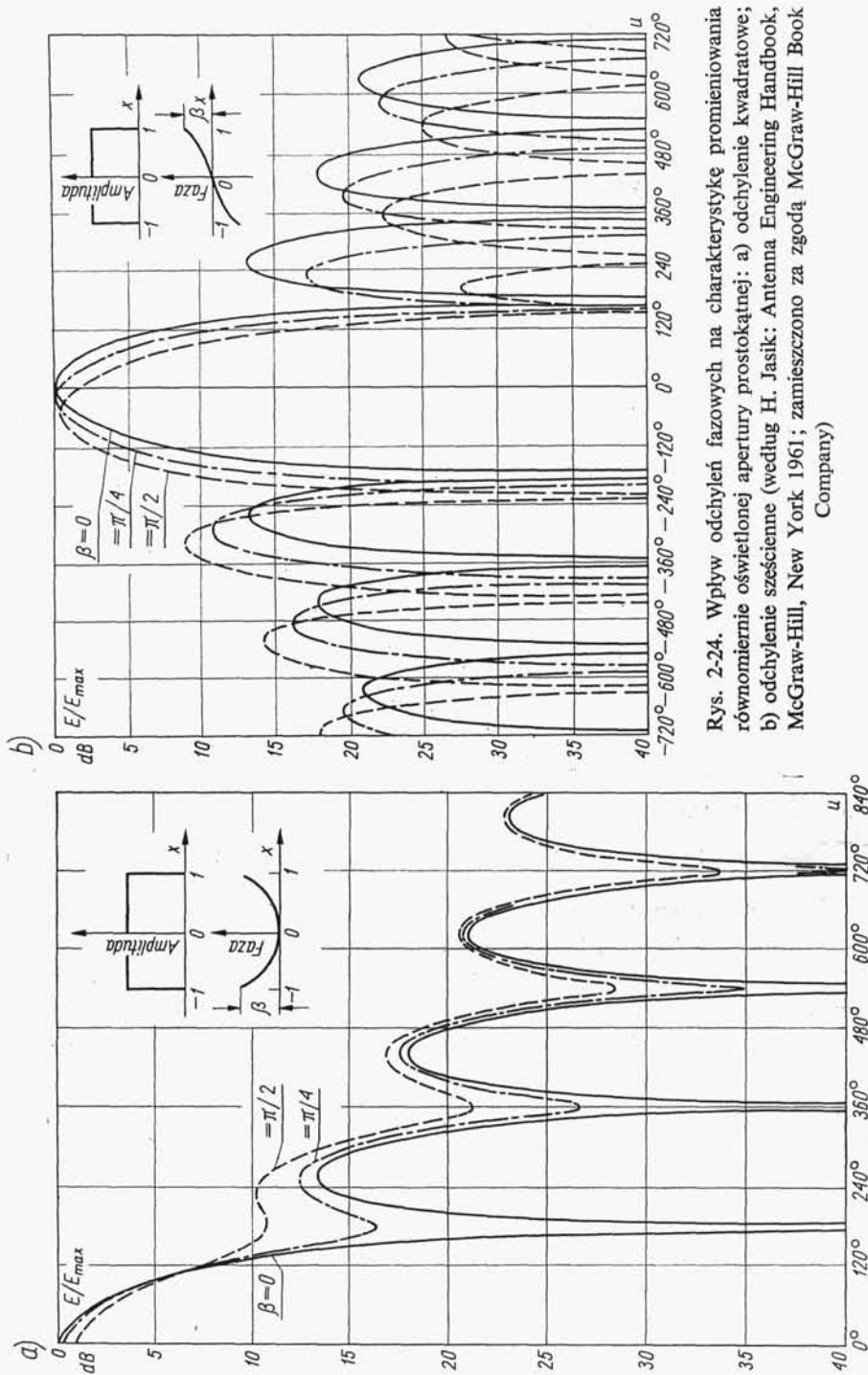
z której wynika, że kwadratowe odchylenie rozkładu fazy powoduje zawsze zmniejszenie zysku energetycznego, wzrost poziomu listków bocznych i wypełnienie miejsc zerowych; symetria charakterystyki promieniowania nie zostaje jednak naruszona. Na rys. 2-24a przedstawiono przykład charakterystyki promieniowania z uwzględnieniem kwadratowych odchyień fazowych, dla równomiernego rozkładu amplitudy.

Sześciennie odchylenie fazy. Postępując podobnie jak w przypadku kwadratowego odchylenia fazy, wyrażenie na charakterystykę promieniowania możemy przedstawić w postaci

$$f(u) = \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{\beta^m}{m!} f_0^{(3m)}(u) \quad (2-146)$$

Przybliżenie drugiego rzędu ma teraz postać

$$f(u) = f_0(u) - f_0^{(3)}(u) + \frac{\beta^2}{2} f_0^{(6)}(u) \quad (2-147)$$



Rys. 2-24. Wpływ odchylen fazowych na charakterystykę promieniowania równomiernie oświetlonej apertury prostokątnej: a) odchylenie kwadratowe; b) odchylenie sześciennne (według H. Jasik: Antenna Engineering Handbook, McGraw-Hill, New York 1961; zamieszczono za zgodą McGraw-Hill Book Company)

Przy symetrycznej funkcji rozkładu amplitudy odchylenie sześciennne w rozkładzie fazy powoduje zmianę kierunku maksymalnego promieniowania, zmniejszenie zysku energetycznego oraz asymetrię charakterystyki promieniowania. Przykład charakterystyki promieniowania z uwzględnieniem sześciennego odchylenia fazy przedstawiono na rys. 2-24b.

2.4. UKŁADY ANTENOWE ZŁOŻONE Z DYSKRETNÝCH ELEMENTÓW PROMIENIUJĄCYCH

Duże znaczenie w technice antenowej mają *układy antenowe* złożone z pewnej liczby jednakowych i jednakowo zorientowanych elementów promieniujących. Względne amplitudy i fazy prądów w poszczególnych elementach są przy tym dobierane tak, aby uzyskać założoną charakterystykę promieniowania całego układu. Elementami układów antenowych mogą być dowolne źródła promieniujące, np. dipole, szczeliny, tuby itp. Elementy promieniujące mogą być rozmieszczone dowolnie, w praktyce jednak wykorzystuje się układy o regularnych kształtach geometrycznych. Największe znaczenie mają *układy liniowe* (w których źródła są rozmieszczone wzdłuż pewnej prostej) oraz *układy płaszczyznowe*. W tym ostatnim przypadku rozróżnia się *układy prostokątne*, które można traktować jako układy liniowe złożone z układów liniowych, oraz *układy pierścieniowe*, w których źródła są rozmieszczone na obwodach kół. Istnieje istotna różnica między antenami aperturowymi i układami antenowymi. W pierwszym przypadku źródło oświetlające wytwarza falę kulistą a zadaniem anteny (reflektora, soczewki) jest przekształcenie tej fali w falę płaską; natomiast w przypadku układów antenowych właściwe zależności fazowe uzyskuje się przed wypromieniowaniem fali, dobierając odpowiednio sposób zasilania poszczególnych źródeł. Charakterystyczną cechą układów antenowych jest łatwość zmiany rozkładu fazy pola w aperturze układu. Ta właściwość jest wykorzystywana do elektronicznego sterowania charakterystyki promieniowania układu [9, 18, 54].

Zgodnie z zasadą przemnażania charakterystyk (p. 2.1.7) charakterystyka promieniowania układu antenowego jest iloczynem charakterystyki promieniowania pojedynczego elementu przez charakterystykę promieniowania układu złożonego ze źródeł izotropowych (mnożnika układu). Dalsze rozważania ograniczymy więc do układów złożonych ze źródeł izotropowych.

2.4.1. LINIOWY UKŁAD ANTENOWY

Rozważmy układ antenowy złożony z N źródeł izotropowych równomiernie rozmieszczonych wzdłuż osi z (rys. 2-25). Zgodnie ze wzorem (2-45) charakterystyka promieniowania takiego układu wyraża się następującą zależnością:

$$f(\theta) = \left| \sum_{n=1}^N A_n e^{j[k(n-1)d \cos \theta + \varphi_n]} \right| \quad (2-148)$$