dratowym wyrażenia (13-4) jest więc prawie stały i zawsze ujemny. Gradienty temperatury i wilgotności są natomiast czułe na zmiany warunków meteorologicznych i mogą nawet zmieniać znak (przy inwersji temperatury i powstawaniu tzw. wilgotnych worków).

Ze względu na znaczną i częstą zmienność warunków meteorologicznych, matematyczne ujęcie wpływu troposfery na propagację fal radiowych jest możliwe tylko przy założeniu pewnych przeciętnych warunków dla danego obszaru. Taka wyidealizowana troposfera nosi nazwę *troposfery standardowej*. Według zaleceń CCIR [9] wskaźnik refrakcji dla troposfery standardowej wyraża się wzorem

$$N(H) = 289\,\mathrm{e}^{-0{,}136H} \tag{13-5}$$

przy czym H jest wysokością n.p.m. mierzoną w kilometrach.

13.3. REFRAKCJA FAL RADIOWYCH W TROPOSFERZE

Zjawisko refrakcji fal radiowych w troposferze rozważa się na ogół na podstawie praw optyki geometrycznej. Mimo stosunkowo długiej fali stosowanie praw optyki geometrycznej jest dopuszczalne, jeśli tylko względne zmiany współczynnika załamania na odcinku równym długości fali są bardzo małe

$$\frac{1}{n}\left|\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}s}\right|\lambda \ll 1 \tag{13-6}$$

W troposferze nierówność (13-6) jest zawsze spełniona.

Znajdziemy teraz równanie trajektorii fali radiowej rozchodzącej się w troposferze. Posłużymy się w tym celu wprowadzonym w p. 2.2.2 pojęciem eikonału, którego równanie zapiszemy w postaci

$$|\nabla A| = n \tag{13-7}$$

Pomnóżmy obie strony równania (13-7) przez wektor jednostkowy $\boldsymbol{1}_{s0}$ styczny do promienia, wzdłuż którego rozchodzi się fala; otrzymamy wówczas

$$\boldsymbol{1}_{s0} n = \boldsymbol{1}_{s0} |\nabla A| = \nabla A \tag{13-8}$$

Zróżniczkujmy teraz wyrażenie (13-8) względem s

$$\frac{\partial}{\partial s}(\boldsymbol{1}_{s0} n) = \frac{\partial}{\partial s}\nabla A = \nabla n \tag{13-9}$$

Jest to poszukiwane równanie trajektorii fali w najogólniejszej postaci. Rozpatrzmy przypadek szczególny, gdy współczynnik załamania zależy tylko od wysokości nad powierzchnią ziemi. W tym przypadku wektor ∇n jest skierowany wzdłuż promienia $\boldsymbol{r}$ wychodzącego ze środka ziemi. Mnożąc równanie (13-9) wektorowo przez $\boldsymbol{r}$ otrzymamy więc

$$\boldsymbol{r} \times \frac{\partial}{\partial s}(\boldsymbol{1}_{s0} n) = 0 \tag{13-10}$$

Ponieważ jednak

$$\frac{\partial}{\partial s}(\boldsymbol{r}\times \boldsymbol{1}_{s0} n) = \frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial s}\times \boldsymbol{1}_{s0} n+\boldsymbol{r}\times \frac{\partial}{\partial s}(\boldsymbol{1}_{s0} n)$$

oraz ponieważ wektor $\partial \boldsymbol{r}/\partial s$ jest styczny do trajektorii fali, tzn. jest równoległy do wektora $\boldsymbol{1}_{s0}$, więc zamiast równania (13-10) możemy napisać

$$\frac{\partial}{\partial s}(\boldsymbol{r}\times \boldsymbol{1}_{s0} n) = 0 \tag{13-11}$$

Z równania (13-11) wynika, że iloczyn wektorowy $\boldsymbol{r}\times \boldsymbol{1}_{s0}$ jest stały wzdłuż trajektorii fali. Oznacza to, że orientacja płaszczyzny wyznaczonej przez wektory $\boldsymbol{r}$ i $\boldsymbol{1}_{s0}$ jest stała albo — innymi słowy — że promień, wzdłuż którego rozchodzi się fala w kulisto-warstwowej troposferze, jest krzywą płaską.

Wobec tego słuszne jest następujące równanie:

$$nr\sin\Theta = \mathrm{const} \tag{13-12}$$

przy czym Θ jest kątem między wektorem $\boldsymbol{r}$ a wektorem $\boldsymbol{1}_{s0}$. Wprowadzając kąt wzniesienia $\gamma = \frac{\pi}{2}-\Theta$ oraz biorąc pod uwagę, że na powierzchni ziemi $n = n_0$, $\gamma = \gamma_0$ oraz $r = a$, możemy równanie (13-12) przepisać w postaci

$$nr\cos\gamma = n_0 a\cos\gamma_0 \tag{13-13}$$

Dla płaskiej troposfery równanie to przechodzi w znane prawo Snelliusa

$$n\cos\gamma = n_0\cos\gamma_0 \tag{13-14}$$

Zajmiemy się teraz określeniem *promienia krzywizny trajektorii fali* radiowej rozchodzącej się w kulisto-warstwowej troposferze. Zgodnie z definicją promień krzywizny jest dany przez (rys. 13-1)

$$\varrho = \lim_{\Delta\varphi\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta\varphi} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}\varphi} \tag{13-15}$$

Z prostych zależności geometrycznych wynika, że

$$\Delta\varphi = \Delta\alpha-\Delta\gamma$$

oraz

$$\Delta s = \frac{r\Delta\alpha}{\cos\gamma}$$

przy czym $\Delta\alpha$ — kąt geocentryczny.

Korzystając z powyższych zależności otrzymujemy

$$\frac{\Delta\varphi}{\Delta s} = \frac{\Delta\alpha}{\Delta s}-\frac{\Delta\gamma}{\Delta s} = \frac{\cos\gamma}{r}-\frac{\Delta\gamma}{\Delta H}\frac{\Delta H}{\Delta s} = \frac{\cos\gamma}{r}-\frac{\Delta\gamma}{\Delta H}\sin\gamma$$

lub

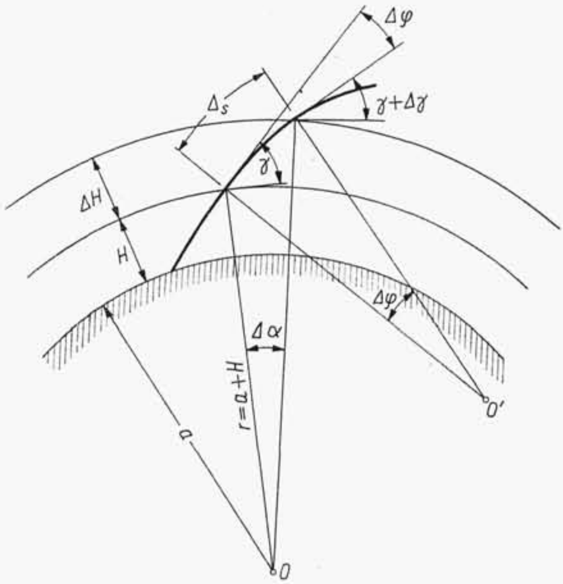
$$\frac{1}{\varrho} = \frac{\cos\gamma}{r}-\sin\gamma\frac{\mathrm{d}\gamma}{\mathrm{d}H} \tag{13-16}$$

Pochodną $d\gamma/dH$ znajdziemy z wyrażenia (13-12) podstawiając $\Theta = \frac{\pi}{2} - \gamma$ oraz $r = a+H$

$$\frac{d\gamma}{dH} = \frac{\operatorname{ctg}\gamma}{nr}\left(r\frac{dn}{dH}+n\right) \tag{13-17}$$

Podstawiając wyrażenie (13-17) do wzoru (13-16) znajdujemy

$$\varrho = -\frac{n}{\cos\gamma\frac{dn}{dH}} \tag{13-18}$$



Rys. 13-1. Rysunek pomocniczy do określenia promienia krzywizny trajektorii fali rozchodzącej się w kulisto-warstwowej troposferze

Z dostateczną dla praktyki dokładnością możemy w liczniku wyrażenia (13-18) założyć, że $n \approx 1$. Ponieważ w studiach nad rozchodzeniem się fal przyziemnych interesują nas przede wszystkim promienie skierowane wzdłuż ziemi, dla których $\cos\gamma \approx 1$, zatem ostateczna postać wyrażenia ma promień krzywizny trajektorii fali jest następująca:

$$\varrho = -\frac{1}{\frac{dn}{dH}} = -\frac{10^6}{\frac{dN}{dH}} \tag{13-19}$$

Wynik ten wskazuje, że promień krzywizny trajektorii nie zależy od współczynnika załamania, lecz od szybkości, z jaką zmienia się on ze wzrostem wysokości.

Gdy fale radiowe rozchodzą się w troposferze standardowej, ich trajektorie w pobliżu powierzchni ziemi przybierają kształt łuków o promieniu

$$\varrho = -\frac{10^6}{-289 \cdot 0{,}136} \approx 25\,000 \text{ km}$$

Refrakcję zachodzącą w troposferze standardowej nazywamy *refrakcją normalną*.

13.4. ZASTĘPCZY PROMIEŃ ZIEMI

Wpływ refrakcji troposferycznej na propagację fal radiowych można ująć wprowadzając do wzorów interferencyjnych, a w pewnych przypadkach także do wzorów dyfrakcyjnych, w miejsce rzeczywistego promienia ziemi promień zastępczy.

Zastępczy promień ziemi a_z można stosować w tych przypadkach, gdy gradient współczynnika załamania nie zależy od wysokości tzn. gdy

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}H} = \text{const}$$

a więc

$$n = n_0 + \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}H} H \tag{13-20}$$

Wprowadzając zależność (13-20) do równania trajektorii fali (13-13) otrzymujemy

$$\left(1 + \frac{1}{n_0}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}H} H\right)\left(1 + \frac{H}{a}\right)\cos\gamma = \cos\gamma_0 \tag{13-21}$$

Biorąc pod uwagę, że

$$\frac{1}{n_0}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}H}\frac{H}{a} \ll \frac{1}{a}$$

równanie (13-21) możemy sprowadzić do postaci

$$\left[1 + H\left(\frac{1}{n_0}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}H} + \frac{1}{a}\right)\right]\cos\gamma = \cos\gamma_0 \tag{13-22}$$

Równanie trajektorii fali rozchodzącej się w jednorodnej troposferze ma następujący kształt:

$$\left(1 + \frac{H}{a}\right)\cos\gamma = \cos\gamma_0 \tag{13-23}$$

Porównując wyrażenia (13-22) i (13-23) dochodzimy do wniosku, że troposferę ze stałym gradientem współczynnika załamania można zastąpić jednorodną troposferą, jeśli w miejsce rzeczywistego promienia wprowadzimy *zastępczy promień ziemi*, określony zależnością

$$\frac{1}{a_z} = \frac{1}{n_0}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}H} + \frac{1}{a} \approx \frac{1}{a} + \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}H} \tag{13-24}$$