14.4. WPŁYW POLA MAGNETYCZNEGO ZIEMI NA PROPAGACJĘ FAL RADIOWYCH W JONOSFERZE

W dotychczasowych rozważaniach nad rozchodzeniem się fal radiowych w zjonizowanym gazie dla uproszczenia nie braliśmy pod uwagę ziemskiego pola magnetycznego. Obecnie zajmiemy się zbadaniem wpływu pola magnetycznego Ziemi, którego średnia wartość wynosi 40 A/m, na propagację fal radiowych oraz wyjaśnieniem zjawisk fizycznych powstających pod jego wpływem.

14.4.1. ZALEŻNOŚCI PODSTAWOWE

Wyjdziemy z równań Maxwella dla gazu elektronowego:

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\mu_0 \frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t} \tag{14-36a}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} + Ne\boldsymbol{v} \tag{14-36b}$$

które można sprowadzić do jednego równania

$$\nabla \times \nabla \times \boldsymbol{E} = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2} - \mu_0 Ne \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} \tag{14-37}$$

oraz z równania ruchu elektronu w polu elektromagnetycznym i w stałym polu magnetycznym Ziemi $\boldsymbol{H}_0$ (przy $\boldsymbol{H} \ll \boldsymbol{H}_0$)

$$m\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = e\boldsymbol{E} + e\mu_0(\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{H}_0) \tag{14-38}$$

Dla uproszczenia rozważań pomijamy wpływ zderzeń elektronów z cząstkami neutralnymi. Drugi składnik po prawej stronie równania (14-38) przedstawia siłę, z jaką oddziałuje stałe pole magnetyczne Ziemi $\boldsymbol{H}_0$ na elektron, poruszający się z prędkością $\boldsymbol{v}$ (siła Lorentza). Siła ta jest prostopadła do wektorów $\boldsymbol{v}$ i $\boldsymbol{H}_0$. Jeśli wektory $\boldsymbol{v}$ i $\boldsymbol{H}_0$ są równoległe, to siła Lorentza jest równa zeru. Jeśli natomiast wektory $\boldsymbol{v}$ i $\boldsymbol{H}_0$ przez cały czas są wzajemnie prostopadłe, to siła Lorentza powoduje ruch elektronu po okręgu koła wokół linii sił pola magnetycznego z tzw. *częstotliwością żyromagnetyczną* $f_{\dot{z}} = e\mu_0 H_0/2\pi m$.

Zajmiemy się teraz ogólniejszym przypadkiem. Niech pionowo do góry wzdłuż osi z rozchodzi się fala elektromagnetyczna, a wektor natężenia stałego pola magnetycznego $\boldsymbol{H}_0$ niech tworzy dowolny kąt z kierunkiem rozchodzenia się fali. W tym przypadku różna od zera jest zarówno składowa wzdłużna H_{0l} jak i składowa poprzeczna H_{0t} (w stosunku do kierunku propagacji fali elektromagnetycznej) stałego pola magnetycznego. W dalszych rozważaniach przyjmiemy, że składowa poprzeczna H_{0t} leży wzdłuż osi x. Pod wpływem pola elektrycznego rozchodzącej się fali radiowej każdy elektron zjonizowanego gazu nabiera określonej prędkości $\boldsymbol{v}$. Pod wpływem stałego pola magnetycznego $\boldsymbol{H}_0$, zgodnie z równaniem ruchu, wektor prędkości $\boldsymbol{v}$

będzie miał składową nie tylko wzdłuż wektora E, ale także składową prostopadłą do E. Pod wpływem tej składowej, jak to wynika z równania pola (14-37), pojawi się wzdłużna składowa pola elektrycznego (w stosunku do kierunku propagacji fali). Tak więc w fali płaskiej, mającej przed wejściem do jonosfery tylko składowe poprzeczne pola elektrycznego i magnetycznego, po wejściu do jonosfery pojawiają się, pod wpływem pola magnetycznego Ziemi, składowe wzdłużne. Dlatego też przy rozwiązywaniu równań (14-37) i (14-38) musimy brać pod uwagę wszystkie składowe wektorów $\boldsymbol{E}$ i $\boldsymbol{v}$.

Będziemy poszukiwali rozwiązań równań (14-37) i (14-38) w postaci

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_m e^{j(\omega t - k_j z)} \tag{14-39}$$

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_m e^{j(\omega t - k_j z)} \tag{14-40}$$

przy czym k_j jest stałą propagacji w zjonizowanym gazie, którą, wobec przyjętego założenia o braku zderzeń, możemy wyrazić następująco:

$$k_j^2 = \frac{\omega^2}{c^2} n^2 = k_0^2 n^2 \tag{14-41}$$

przy czym n — współczynnik załamania.

Jednym z podstawowych celów przedstawionego zadania o wpływie ziemskiego pola magnetycznego na propagację fal w jonosferze jest wyznaczenie współczynnika załamania. Analiza zachowania się współczynnika załamania umożliwia bowiem, jak to już niejednokrotnie robiliśmy, uzyskanie zasadniczych informacji o propagacji fal radiowych w ośrodku niejednorodnym.

Podstawiając wyrażenia (14-39) i (14-40) do równań (14-37) i (14-38) otrzymujemy następujący układ równań wektorowych:

$$\nabla \times \nabla \times \boldsymbol{E} = \mu_0 \varepsilon_0 \omega^2 \boldsymbol{E} - j\mu_0 \omega N e \boldsymbol{v} \tag{14-42}$$

$$j\omega \boldsymbol{v} = \frac{e}{m}\boldsymbol{E} + \frac{e\mu_0}{m}(\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{H}_0) \tag{14-43}$$

który sprowadza się do układu sześciu równań skalarnych względem sześciu składowych pola elektrycznego i prędkości:

$$\left.\begin{aligned}
-k_j^2 E_x + \mu_0 \varepsilon_0 \omega^2 E_x - j\mu_0 \omega N e v_x &= 0\\
-k_j^2 E_y + \mu_0 \varepsilon_0 \omega^2 E_y - j\mu_0 \omega N e v_y &= 0\\
\mu_0 \varepsilon_0 \omega^2 E_z - j\mu_0 \omega N e v_z &= 0\\
-j\omega v_x + \frac{e}{m} E_x + \frac{e\mu_0}{m} v_y H_{0l} &= 0\\
-j\omega v_y + \frac{e}{m} E_y + \frac{e\mu_0}{m} v_z H_{0t} - \frac{e\mu_0}{m} v_x H_{0l} &= 0\\
-j\omega v_z + \frac{e}{m} E_z - \frac{e\mu_0}{m} v_y H_0 t &= 0
\end{aligned}\right\} \tag{14-44}$$

Jak wiadomo, dla uzyskania nietrywialnego rozwiązania powyższego układu równań, wyznacznik układu musi być równy zeru, więc

$$\left[1-\frac{\omega_0^2}{\omega^2(1-n^2)}\right]\left[\left(1-\frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right)\left(1-\frac{\omega_0^2}{\omega^2}\frac{1}{1-n^2}\right)\frac{\omega}{\omega_t}-\frac{\omega_t}{\omega}\right]-\frac{\omega_l^2}{\omega\omega_t}\left(1-\frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right)=0 \tag{14-45}$$

przy czym:

$\omega_0 = e\sqrt{\frac{N}{m\varepsilon_0}}$ — częstotliwość plazmowa;

$\omega_l = \frac{e\mu_0}{m}H_{0l}$ — wzdłużna częstotliwość żyroskopowa;

$\omega_t = \frac{e\mu_0}{m}H_{0t}$ — poprzeczna częstotliwość żyroskopowa.

14.4.2. DWÓJŁOMNOŚĆ

Rozwiązując równanie (14-45) względem współczynnika załamania znajdujemy

$$n_{1,2} = \sqrt{1-\frac{\omega_0^2}{\omega^2}\,\frac{1}{1-q\frac{\omega_l}{\omega}\pm\frac{\omega_l}{\omega}\sqrt{1+q^2}}} \tag{14-46}$$

przy czym

$$q = \frac{\omega_t^2\omega}{2\omega_l(\omega^2-\omega_0^2)} \tag{14-47}$$

Uzyskany rezultat wskazuje, że pod wpływem pola magnetycznego Ziemi jonosfera staje się *ośrodkiem dwójłomnym*, takim jak na przykład kryształ turmalinu. Jak wiadomo z optyki, promień świetlny przechodząc przez kryształ turmalinu rozszczepia się na dwa promienie. Podobnie fala radiowa przy przechodzeniu przez jonosferę ulega w ogólnym przypadku rozszczepieniu na dwie fale. Tak więc jonosfera, wskutek działania pola magnetycznego Ziemi, staje się *ośrodkiem anizotropowym*.

Rozpatrzmy pewien przypadek szczególny. Załóżmy, że pole $\boldsymbol{H}_0$ jest poprzeczne względem kierunku rozchodzenia się fali, czyli, że $\omega_l = 0$. W tym przypadku, biorąc znak „+" przed pierwiastkiem kwadratowym w wyrażeniu (14-46) otrzymujemy

$$n_1 = \sqrt{1-\frac{\omega_0^2}{\omega^2}} \tag{14-48}$$

Ta wartość współczynnika załamania jest taka sama jak dla jonosfery bez stałego pola magnetycznego [porównaj wzór (14-22)]. Drugą wartość współczynnika załamania otrzymamy biorąc znak „−" przed pierwiastkiem kwadratowym w wyrażeniu (14-46)

$$n_2 = \sqrt{1-\frac{\omega_0^2}{\omega^2}\,\frac{\omega^2-\omega_0^2}{\omega^2-\omega_0^2-\omega_t^2}} \tag{14-49}$$

Jak widać, wartość n_2 różni się istotnie od wartości n_1.

Falę, dla której współczynnik załamania jest określony wzorem (14-46) ze znakiem „+" przed pierwiastkiem kwadratowym, nazywamy *falą zwyczajną*, natomiast falę, dla której współczynnik załamania ma znak „−", nazywamy *falą nadzwyczajną*.

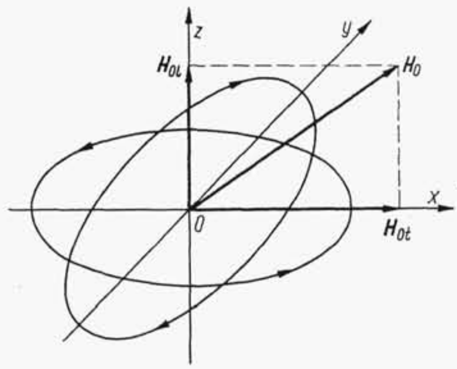
Korzystając z układu równań (14-44) oraz z zależności (14-46) można wykazać, że

$$\frac{E_y}{E_x} = \mathrm{j}\left(q \pm \sqrt{q^2+1}\right) \tag{14-50}$$

czyli że:

$$\begin{aligned} E_x &= E_{mx}\cos(\omega t - k_0 n_{1,2} z) \\ E_y &= E_{mx}\left(q \pm \sqrt{q^2+1}\right)\sin(\omega t - k_0 n_{1,2} z) \end{aligned} \tag{14-51}$$

przy czym znak „+" odnosi się do fali zwyczajnej, a znak „−" do fali nadzwyczajnej.



Rys. 14-12. Elipsy polaryzacji fali zwyczajnej i nadzwyczajnej

Ze wzorów (14-51) wynika, że zarówno dla fali zwyczajnej jak i nadzwyczajnej składowe pola elektrycznego E_x i E_y są przesunięte w fazie o 90° i że ich amplitudy nie są równe. W ogólnym przypadku obie fale są więc spolaryzowane eliptycznie.

Z zależności (14-50) wynika też, że

$$\left(\frac{E_y}{E_x}\right)_1 \left(\frac{E_y}{E_x}\right)_2 = 1$$

czyli że

$$\left(\frac{E_y}{E_x}\right)_1 = \left(\frac{E_x}{E_y}\right)_2 \tag{14-52}$$

przy czym indeks 1 dotyczy fali zwyczajnej, a indeks 2 — fali nadzwyczajnej. Oznacza to, że odpowiadające sobie składowe pola obu fal są wzajemnie prostopadłe. Z wyrażeń (14-51) wynika ponadto, że kierunek obrotu wektora $\boldsymbol{E}$ dla fali zwyczajnej i dla fali nadzwyczajnej jest przeciwny. Tak więc, rzut wektora $\boldsymbol{E}$ dla obu fal na płaszczyznę prostopadłą do kierunku ruchu w ustalonym punkcie przedstawia w ogólnym przypadku dwie wzajemnie prostopadłe elipsy (rys. 14-12).

Uwzględnienie zderzeń elektronów z neutralnymi cząstkami umożliwia wyznaczenie współczynników tłumienia, które są różne dla obu fal.

Zjawisko rozszczepienia się fali elektromagnetycznej przy przechodzeniu przez jonosferę na dwie eliptycznie spolaryzowane fale zostało potwierdzone doświadczalnie.

14.4.3. SKRĘCENIE PŁASZCZYZNY POLARYZACJI [ZJAWISKO FARADAYA]

Załóżmy, że częstotliwość ω rozchodzącej się w jonosferze liniowo spolaryzowanej fali elektromagnetycznej jest tak duża, że jest spełniony warunek

$$q = \frac{\omega_t^2 \omega}{2\omega_l(\omega^2 - \omega_0^2)} \ll 1 \tag{14-53}$$

możemy więc przyjąć, że

$$q + \sqrt{q^2+1} \approx 1$$

$$q - \sqrt{q^2+1} \approx -1$$

Wykażemy, że w tym przypadku fala zwyczajna i fala nadzwyczajna tworzą razem falę spolaryzowaną liniowo, przy czym płaszczyzna polaryzacji jest skręcona o kąt φ względem płaszczyzny polaryzacji fali nierozszczepionej.

Rzeczywiście, zakładając, że wektor pola elektrycznego fali nierozszczepionej jest skierowany wzdłuż osi x, możemy zapisać następujące wyrażenia dla składowych wektora $\boldsymbol{E}$:

— dla fali zwyczajnej:

$$E_{x1} = E_m e^{j(\omega t - k_0 \int n_1 dz)}$$

$$E_{y1} = jE_m e^{j(\omega t - k_0 \int n_1 dz)}$$

— dla fali nadzwyczajnej:

$$E_{x2} = E_m e^{j(\omega t - k_0 \int n_2 dz)}$$

$$E_{y2} = -jE_m e^{j(\omega t - k_0 \int n_2 dz)}$$

Sumując składowe obu fal otrzymujemy:

$$E_x = E_{x1} + E_{x2} = 2E_m e^{j(\omega t - k_0 \int n_{śr} dz)} \cos\left(k_0 \int \alpha dz\right) \tag{14-54}$$

$$E_y = E_{y1} + E_{y2} = 2E_m e^{j(\omega t - k_0 \int n_{śr} dz)} \sin\left(k_0 \int \alpha dz\right) \tag{14-55}$$

przy czym:

$$n_{śr} = \frac{1}{2}(n_1 + n_2)$$

$$\alpha = \frac{1}{2}(n_1 - n_2)$$

Ze wzorów (14-54) i (14-55) wynika, że składowe pola sumarycznego są współfazowe, czyli że pole sumaryczne jest, tak samo jak pole fali nierozszczepionej, spolaryzowane liniowo. Płaszczyzna polaryzacji fali sumarycznej po przejściu w jonosferze odcinka z_1, z_2 jest jednak skręcona o kąt φ dany zależnością

$$\varphi = k_0 \int_{z_1}^{z_2} \alpha \mathrm{d}z \tag{14-56}$$

Zjawisko skręcenia płaszczyzny polaryzacji przy przejściu fali przez ośrodek anizotropowy zostało po raz pierwszy zaobserwowane, w zakresie fal świetlnych, przez Faradaya i dlatego nosi jego imię. *Zjawisko Faradaya* można wykorzystać do określenia gęstości elektronowej jonosfery.

14.5. DYSPERSJA FAL RADIOWYCH W JONOSFERZE

Dotychczas rozpatrywaliśmy rozchodzenie się w jonosferze oddzielnych fal monochromatycznych. Fala monochromatyczna jest jednak pojęciem czysto teoretycznym, określa ona proces, który jest nieograniczony zarówno w czasie jak i w przestrzeni. W rzeczywistości mamy zawsze do czynienia z procesami ograniczonymi, które zgodnie z twierdzeniem Fouriera można przedstawić w postaci nieskończonego szeregu fal monochromatycznych.

Rozpatrzmy impuls radiowy wysłany przez nadajnik. Impuls ten składa się z nieskończenie wielu harmonicznych składowych. Rozchodzący się w przestrzeni sygnał jest więc nieskończonym zbiorem fal monochromatycznych. Jeśli ośrodek, w którym rozchodzą się fale elektromagnetyczne, jest ośrodkiem niedyspersyjnym, to wszystkie fale monochromatyczne rozchodzą się z jednakową prędkością fazową i wobec tego cały zbiór fal będzie się rozchodził z jednakową prędkością. Innymi słowy, prędkość rozchodzenia się impulsu radiowego w ośrodku niedyspersyjnym jest równa *prędkości fazowej*.

Inaczej przedstawia się sprawa w ośrodku dyspersyjnym, jakim jest jonosfera. Prędkość fazowa jest tutaj funkcją częstotliwości, więc każda z fal monochromatycznych, na które można rozłożyć impuls radiowy, rozchodzi się z inną prędkością fazową. W związku z tym musimy zbadać, co należy rozumieć w tym przypadku przez pojęcie prędkości rozchodzenia się sygnału.

Ponieważ natężenie pola sygnału jest nieskończoną sumą fal monochromatycznych, możemy zawsze przedstawić je w postaci

$$E(z,t) = \int_{-\infty}^{\infty} A(k) \mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t - kz)} \mathrm{d}k \tag{14-57}$$

W ośrodku niedyspersyjnym stała propagacji k jest liniową funkcją częstotliwości natomiast w ośrodku dyspersyjnym k zależy od częstotliwości w bardziej skomplikowany sposób.