Dla przyjętego poziomu listków bocznych $W_b = 0{,}05$. Wstawiając tę wartość do wyrażenia (2-173) znajdujemy z_0

$$z_0 = \cosh\left(\frac{1}{7}\operatorname{arcosh}\frac{1}{0{,}05}\right) = 1{,}14$$

i wobec tego

$$A_4 = 1{,}14^7 = 2{,}47$$

W podobny sposób znajdujemy pozostałe współczynniki:

$$A_3 = 4{,}34 \qquad A_2 = 6{,}62 \qquad A_1 = 8{,}17$$

Względny rozkład amplitud prądów w poszczególnych źródłach jest następujący: 0,30; 0,53; 0,81; 1,00; 1,00; 0,81; 0,53; 0,30.

Charakterystykę promieniowania rozważanego układu przedstawiono na rys. 2-35.

2.6. WPŁYW BŁĘDÓW LOSOWYCH NA PARAMETRY ANTEN

Porównując zmierzoną charakterystykę promieniowania anteny z charakterystyką teoretyczną zawsze obserwujemy pewne rozbieżności, szczególnie w obszarze listków bocznych. Na ogół rozbieżności te nie są spowodowane błędami teorii, lecz faktem, że w praktyce nie jesteśmy w stanie uzyskać dokładnie założonego teoretycznie rozkładu pola w aperturze. Błędy w rozkładzie pola w aperturze możemy podzielić na błędy systematyczne i błędy losowe. Zajmiemy się teraz wpływem błędów losowych na charakterystykę promieniowania anteny. Zaczniemy od układów antenowych złożonych z dyskretnych elementów promieniujących.

Rozważmy liniowy układ antenowy złożony z N równomiernie rozmieszczonych izotropowych elementów promieniujących, który już analizowaliśmy w p. 2.4.1. Zespolona charakterystyka promieniowania tego układu wyraża się wzorem

$$f(\Theta) = \sum_{n=1}^{N} A_n e^{j[k(n-1)d\cos\Theta + \vartheta_n]} \tag{2-174}$$

W ogólnym przypadku zarówno amplitudy jak i fazy prądów w poszczególnych elementach, a także ich położenia są obarczone błędami losowymi. Ograniczymy się tu jednak tylko do rozważenia wpływu błędów fazowych. Założymy więc, że fazę prądu w n-tym elemencie możemy przedstawić w postaci

$$\vartheta_n = \vartheta_{on} + \delta_n \tag{2-175}$$

przy czym ϑ_{on} oznacza fazę właściwą, a δ_n — błąd fazowy. Załóżmy dalej, że błędy fazowe mają rozkład normalny z wartością średnią równą zeru oraz że błędy fazowe w poszczególnych elementach są nieskorelowane. Warto jeszcze zauważyć, że wpływ błędów w położeniu elementów promieniujących można uwzględnić przez wprowadzenie ekwiwalentnego błędu fazowego.

Uwzględniając zależność (2-175) wyrażenie na charakterystykę promieniowania układu możemy przedstawić w postaci

$$f(\Theta) = \sum_{n=1}^{N} A_n e^{j\Psi_n} e^{j\delta_n} \tag{2-176}$$

przy czym

$$\Psi_n = k(n-1)d\cos\Theta + \vartheta_{on}$$

Obliczymy teraz średnią charakterystykę promieniowania mocy

$$\overline{f(\Theta)f^*(\Theta)} = \sum_{m=1}^{N}\sum_{n=1}^{N} A_m A_n e^{j(\Psi_m-\Psi_n)} \overline{e^{j(\delta_m-\delta_n)}} \tag{2-177}$$

Wartość średnia funkcji eksponencjonalnej w wyrażeniu (2-177) — przy założeniu normalnego rozkładu błędów fazowych i braku korelacji między błędami w poszczególnych źródłach — jest równa [48]

$$\overline{e^{j(\delta_m-\delta_n)}} = e^{-\sigma^2+\sigma^2\varrho(m,\, n)} \tag{2-178}$$

przy czym:

$\sigma^2 = \overline{\delta_m^2} = \overline{\delta_n^2}$ — dyspersja błędów fazowych

$\varrho(m, n) = 1$ dla $m = n$

$\varrho(m, n) = 0$ dla $m \neq n$

Jeżeli błędy fazowe są małe ($\sigma \ll 1$), to funkcję eksponencjalną we wzorze (2-178) możemy rozłożyć na szereg i zachować tylko pierwsze dwa wyrazy szeregu, wówczas otrzymujemy

$$\overline{e^{j(\delta_m-\delta_n)}} \approx 1-\sigma^2+\sigma^2\varrho(m, n) \tag{2-179}$$

Uwzględniając powyższą zależność możemy wyrażenie na średnią charakterystykę promieniowania mocy zapisać w ostatecznej postaci

$$\overline{f(\Theta)f^*(\Theta)} = (1-\sigma^2)f_0^2(\Theta)+\sigma^2\sum_{n=1}^{N} A_n^2 \tag{2-180}$$

przy czym $f_0(\Theta)$ jest charakterystyką promieniowania układu przy braku błędów fazowych.

Pierwszy człon w wyrażeniu (2-180) przedstawia charakterystykę promieniowania układu bez błędów przeskalowaną w stosunku $(1-\sigma^2)$, natomiast drugi człon reprezentuje promieniowanie izotropowe. Przy wzroście błędów fazowych drugi człon zaczyna odgrywać decydującą rolę; obecność błędów powoduje więc upodabnianie się układu do źródła izotropowego. Błędy fazowe odbijają się zatem przede wszystkim na poziomie listków bocznych, powodując jego wzrost.

Dzieląc obustronnie wyrażenie (2-180) przez kwadrat maksymalnej wartości modułu charakterystyki promieniowania przy braku błędów fazowych f_{0m}^2 wyznaczamy stosunek kierunkowości układu z błędami do kierunkowości układu bez błędów

$$\frac{D}{D_0} = 1-\sigma^2+\frac{\sigma^2 \sum_{n=1}^{N} A_n^2}{f_{0m}^2} \tag{2-181}$$

W szczególności przy równomiernym i współfazowym pobudzaniu elementów wyrażenie (2-181) przyjmuje postać

$$\frac{D}{D_0} = 1-\sigma^2+\frac{\sigma^2}{N} \tag{2-182}$$

Jeśli dyspersja błędów fazowych nie zależy od liczby elementów w układzie, to przy dużej liczbie elementów zmniejszenie kierunkowości układu jest liczbowo równe dyspersji błędów fazowych; jeśli jednak dyspersja błędów fazowych zwiększa się wraz ze wzrostem liczby elementów w układzie (niekoniecznie proporcjonalnie), to począwszy od pewnej wartości zwiększanie liczby elementów promieniujących nie przyczyni się już do wzrostu kierunkowości układu, a nawet może powodować jej zmniejszanie.

Rozważymy teraz jednowymiarową aperturę liniową z ciągłym rozkładem pola. W tym przypadku nie możemy już założyć, że błędy fazowe są ze sobą nieskorelowane, wystąpienie błędu w jakimś punkcie apertury powoduje bowiem zakłócenie rozkładu pola również w otoczeniu tego punktu. Załóżmy współczynnik korelacji błędów fazowych w postaci

$$\varrho(p, p') = \mathrm{e}^{-\frac{(p-p')^2}{c^2}} \tag{2-183}$$

przy czym c jest promieniem korelacji.

Charakterystykę promieniowania apertury liniowej z uwzględnieniem błędów fazowych możemy zapisać w następującej postaci (p. 2.3.4 i 2.3.5):

$$f(u) = \int_{-1}^{1} g(p)\mathrm{e}^{\mathrm{j}[up+\delta(p)]}\mathrm{d}p \tag{2-184}$$

przy czym $\delta(p)$ jest rozkładem błędów fazowych.

Uwzględniając zależność (2-184) wyrażenie na średnią charakterystykę promieniowania mocy przedstawimy w następującej postaci:

$$\overline{f(u)f^*(u)} = \int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1} g(p)g(p')\mathrm{e}^{\mathrm{j}u(p-p')}\overline{\mathrm{e}^{\mathrm{j}[\delta(p)-\delta(p')]}}\mathrm{d}p\,\mathrm{d}p' \tag{2-185}$$

Przy założeniu gaussowskiego rozkładu błędów wartość średnia funkcji eksponencjalnej we wzorze (2-185)

$$\overline{\mathrm{e}^{\mathrm{j}[\delta(p)-\delta(p')]}} = \mathrm{e}^{\frac{1}{2}[\sigma^2(p)+\sigma^2(p')-2\varrho(p,p')\sigma(p)\sigma(p')]} \tag{2-186}$$

przy czym σ jest dyspersją błędów fazowych.

Jeśli ponadto błędy fazowe są małe, to wyrażenie (2-185) możemy przedstawić w postaci

$$\overline{f(u)f^*(u)} = f_0^2(u) - [I_1(u) - I_2(u)] \tag{2-187}$$

przy czym:

$f_0(u) = \int\limits_{-1}^{1} g(p) e^{jup} dp$ — charakterystyka promieniowania apertury bez błędów fazowych

$$I_1(u) = f_0(u) \int\limits_{-1}^{1} g(p) \sigma^2(p) e^{jup} dp$$

$$I_2(u) = \int\limits_{-1}^{1} \int\limits_{-1}^{1} g(p) g(p') \sigma(p) \sigma(p') \varrho(p, p') e^{ju(p-p')} dp\, dp'$$

Całka I_2 reprezentuje dyspersję charakterystyki promieniowania; rozważymy ją dokładniej. Uwzględniając wzór (2-183) możemy przepisać tę całkę w następujący sposób:

$$I_2(u) = \int\limits_{-1}^{1} g(p) \sigma(p) dp \int\limits_{-1}^{1} g(p') \sigma(p') e^{-\frac{(p-p')^2}{c^2} + ju(p-p')} dp\, dp' \tag{2-188}$$

Jeśli promień korelacji c jest mały ($c \ll 1$), to do obliczenia całki wewnętrznej we wzorze (2-188) możemy zastosować metodę stacjonarnej fazy. Otrzymujemy wówczas

$$I_2(u) = \sqrt{\pi}\, c\, e^{-\frac{u^2c^2}{4}} \int\limits_{-1}^{1} g^2(p) \sigma^2(p) dp \tag{2-189}$$

Zbadamy teraz szczególny przypadek apertury równomiernie oświetlonej $g(p) = 1$ przy założeniu stałej dyspersji błędów fazowych $\sigma(p) = \sigma$. W tych warunkach średnia charakterystyka promieniowania mocy wyraża się wzorem

$$\overline{f(u)f^*(u)} = (1 - \sigma^2) f_0^2(u) + 2\sqrt{\pi}\, c \sigma^2 e^{-\frac{u^2c^2}{4}} \tag{2-190}$$

Z powyższego wzoru wynika, że — podobnie jak w przypadku układów antenowych złożonych z elementów dyskretnych — wpływ błędów fazowych objawia się przede wszystkim jako wzrost poziomu listków bocznych. Wzrost ten jest proporcjonalny do dyspersji błędu fazowego oraz do promienia korelacji. Tak więc nawet mały błąd rozciągający się na znaczną część powierzchni anteny powoduje większe pogorszenie charakterystyki promieniowania niż nawet duży błąd, ale zlokalizowany na małej powierzchni.

Ważnym wnioskiem wynikającym z rozważań przeprowadzonych w tym rozdziale jest to, że kształt charakterystyki promieniowania — szczególnie w dużej odległości od listka głównego — jest określony raczej przez dokładność wykonania anteny niż przez sposób oświetlenia apertury. W dążeniu do zapewnienia prawidłowej charakterystyki promieniowania rola inżyniera mechanika, projektanta i wykonawcy jest więc równie ważna jak rola inżyniera elektronika.