7.5. WPŁYW ODCHYŁEK FAZOWYCH I TOLERANCJE WYKONANIA SOCZEWEK

Ocenimy wpływ tolerancji wykonania i częstotliwości na parametry anten soczewkowych. Stosownie do zależności (7-1) i (7-3) długość drogi elektrycznej od ogniska do apertury wyraża się zależnością

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(r+nl) \tag{7-19}$$

W przypadku soczewki strefowanej długość promienia dla poszczególnych stref różni się o wielokrotność 2π, dla m-tej strefy mamy więc

$$\varphi_m = \varphi_1 - 2\pi(m-1) = \frac{2\pi}{\lambda}(r_m + nl_m) \tag{7-20}$$

Dopuszczając niewielkie odchyłki długości drogi geometrycznej w obszarze soczewki l, współczynnika załamania n i długości fali λ, możemy w pierwszym przybliżeniu dla długości drogi elektrycznej od ogniska do apertury napisać następujące wyrażenie:

$$\varphi' = \varphi + \Delta\varphi \tag{7-21}$$

przy czym $\Delta\varphi$ jest różniczką zupełną φ

$$\Delta\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial\lambda}\Delta\lambda + \frac{\partial\varphi}{\partial l}\Delta l + \frac{\partial\varphi}{\partial n}\Delta n \tag{7-22}$$

Obliczając pochodne cząstkowe w zależności (7-22) otrzymujemy następujące wyrażenie na odchyłkę fazy w aperturze:

$$\Delta\varphi = -\varphi\frac{\Delta\lambda}{\lambda} + 2\pi(n-1)\frac{\Delta l}{\lambda} + 2\pi\frac{l}{\lambda}\Delta n \tag{7-23}$$

Załóżmy na początek, że błąd występuje tylko we współczynniku załamania i zbadajmy, jakie są dopuszczalne odchyłki współczynnika załamania dla spełnienia wymagania, aby błąd fazy nie przekraczał pewnej wartości Δ_m. Z zależności (7-23) otrzymujemy

$$|\Delta n| \leqslant \frac{\lambda}{l}\frac{\Delta_m}{2\pi} \tag{7-24}$$

W większości przypadków można dopuścić $\Delta_m = \pi/8$.

Grubość soczewek strefowanych jest w przybliżeniu równa $l = \lambda/(n-1)$, więc dopuszczalne odchyłki współczynnika załamania są określone wzorem

$$|\Delta n| \leqslant \frac{n-1}{16} \tag{7-25}$$

W przypadku gdy odchyłka fazy jest spowodowana jedynie błędem grubości soczewki Δl, otrzymujemy

$$|\Delta l| \leqslant \frac{\lambda}{n-1}\frac{\Delta_m}{2\pi} = \frac{\lambda}{16(n-1)} \tag{7-26}$$

Przykładowo dla soczewki wykonanej z polistyrenu ($n = 1{,}6$) współczynnik załamania może się różnić od zadanej wartości o 3,75%, a grubość soczewki — o $0{,}1\lambda$.

Dla oceny zależności od częstotliwości przyjmiemy $\Delta n = \Delta l = 0$. Ponieważ w pełnej soczewce długości elektryczne wszystkich promieni są jednakowe, zatem właściwości soczewek wykonanych z dielektryków o współczynniku załamania większym od jedności (tak naturalnych jak i sztucznych) są praktycznie biorąc, niezależne od częstotliwości. Przeciwnie jest w przypadku soczewek strefowanych, a mianowicie długości dróg elektrycznych przy średniej częstotliwości różnią się dla poszczególnych stref o wielokrotność 2π. Przy zmianach częstotliwości różnice długości dróg elektrycznych nie są równe wielokrotnościom 2π, powstają więc odchyłki fazy określone dla 1 i m-tej strefy wzorami:

$$\Delta\varphi_1 = -\varphi_1\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = -\varphi_1\frac{\Delta f}{f}; \quad \Delta\varphi_m = -\varphi_m\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = -\varphi_m\frac{\Delta f}{f} \tag{7-27}$$

Ponadto zgodnie z wzorem (7-20) mamy

$$|\varphi_1-\varphi_m| = 2\pi(m-1) \tag{7-28}$$

Różnica odchyłek decyduje o błędzie fazowym w aperturze

$$|\Delta\varphi_1-\Delta\varphi_m| = |\varphi_1-\varphi_m|\frac{|\Delta f|}{f} = 2\pi(m-1)\frac{|\Delta f|}{f} \tag{7-29}$$

Dopuszczając maksymalny błąd fazy $\Delta_m = \pi/8$ z zależności (7-29) można wyznaczyć dopuszczalną zmianę częstotliwości

$$\frac{|\Delta f|}{f} \leqslant \frac{1}{m-1}\frac{\Delta_m}{2\pi} = \frac{1}{16(m-1)} \tag{7-30}$$

Względna szerokość pasma soczewki strefowanej jest równa podwójnej wartości określonej wzorem (7-30). Przykładowo dla soczewki 7-strefowej względna szerokość pasma wynosi 2%.

W podobny sposób można określić tolerancje i szerokość pasma soczewek metalowych. Biorąc pod uwagę, że w tym przypadku współczynnik załamania jest mniejszy od jedności w miejsce zależności (7-20) musimy zapisać

$$\varphi_m = \varphi_1+2\pi(m-1) = \frac{2\pi}{\lambda}(r_m+nl_m) \tag{7-31}$$

Obliczając różniczkę zupełną wyrażenia (7-31) — przy czym należy uwzględnić, że współczynnik załamania jest funkcją długości fali λ i odległości między płytami a — otrzymujemy wyrażenie na odchyłkę fazy w aperturze

$$\Delta\varphi = \left(\varphi+\frac{2\pi l}{\lambda}\frac{1-n^2}{n}\right)\frac{\Delta f}{f}-2\pi(1-n)\frac{\Delta l}{\lambda}+\frac{2\pi l}{\lambda}\frac{1-n^2}{n}\frac{\Delta a}{a} \tag{7-32}$$

Jeśli błędy występują tylko w grubości soczewki lub odległości między płytami, to dopuszczając odchyłkę fazy $\Delta_m = \pi/8$ otrzymujemy następujące związki:

$$|\Delta l| \leqslant \frac{\lambda}{1-n}\frac{\Delta_m}{2\pi} = \frac{\lambda}{16(1-n)} \tag{7-33}$$

$$|\Delta a| \leqslant \frac{an}{1-n^2}\frac{\lambda}{l}\frac{\Delta_m}{2\pi} = \frac{an}{16(1-n^2)}\frac{\lambda}{l} \tag{7-34}$$

Dla oceny zależności parametrów soczewki metalowej od częstotliwości określimy różnicę maksymalnych odchyłek fazowych przyjmując $\Delta l = \Delta a = 0$. Dla pełnej soczewki otrzymujemy

$$|\Delta\varphi_{max}-\Delta\varphi_{min}| = \frac{2\pi}{\lambda}(l_{max}-l_{min})\frac{1-n^2}{n}\frac{|\Delta f|}{f} \tag{7-35}$$

a dla soczewki strefowanej

$$|\Delta\varphi_{max}-\Delta\varphi_{min}| = \left[\varphi_{max}-\varphi_{min}+\frac{2\pi}{\lambda}(l_{max}-l_{min})\frac{1-n^2}{n}\right]\frac{|\Delta f|}{f} \approx 2\pi\frac{1+mn}{n}\frac{|\Delta f|}{f} \tag{7-36}$$

Żądając, aby

$$|\Delta\varphi_{max}-\Delta\varphi_{min}| \leqslant \Delta_m \tag{7-37}$$

z zależności (7-35) i (7-36) możemy wyznaczyć szerokość pasma soczewek. Warto zauważyć, że w przeciwieństwie do soczewek wykonanych z dielektryka naturalnego w przypadku soczewek metalowych strefowanie powoduje wzrost szerokości pasma.

7.6. SOCZEWKI NIEJEDNORODNE

W odróżnieniu od dotychczas rozważanych soczewek jednorodnych zajmiemy się teraz zbadaniem właściwości *soczewek niejednorodnych*, tzn. takich, w których współczynnik załamania jest funkcją położenia punktu załamania [189]. Przykładem soczewki niejednorodnej może być *soczewka Luneberga*. W wykonaniu sferycznym soczewka Luneberga, pobudzona w dowolnym punkcie jej powierzchni przez źródło punktowe, powoduje takie załamanie fali, że wszystkie promienie opuszczające soczewkę są równoległe do średnicy przechodzącej przez punkt pobudzenia (rys. 7-9). Dla zapewnienia tej właściwości współczynnik załamania jako funkcja promienia musi zmniejszać się od wartości n_0 w środku soczewki do wartości n_1 na jej brzegu według następującego prawa [28]:

$$n = n\left(\frac{r}{a}\right) = n_0\sqrt{1-\frac{1}{2}\frac{r^2}{a^2}} \tag{7-38}$$

przy czym a — promień soczewki.