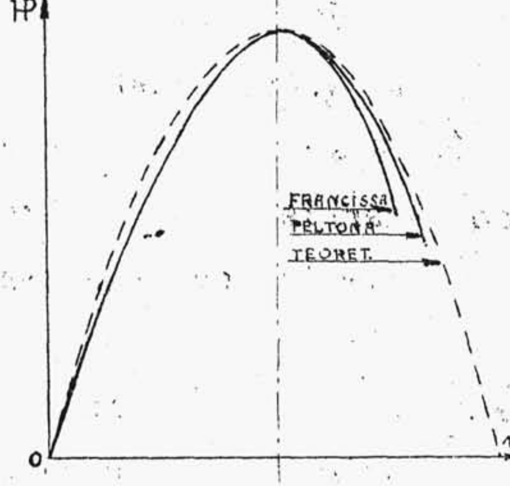



## § 31. TEORJA REGULACJI.

Gdybyśmy chcieli wykreślić krzywe praktyczne $HP, n$ , to nie moglibyśmy znaleźć dla nich żadnego równania matematycznego. Wyjść więc musimy z założenia, że funkcja $HP, n$ jest parabolą; przez to nie popełnimy zbyt wielkiego błędu, gdyż jakąkolwiek byłaby ta krzywa, to w otoczeniu punktu $n_{opt.}$ możemy przyjąć, że tem wierzchołek jest odcinkiem paraboli.

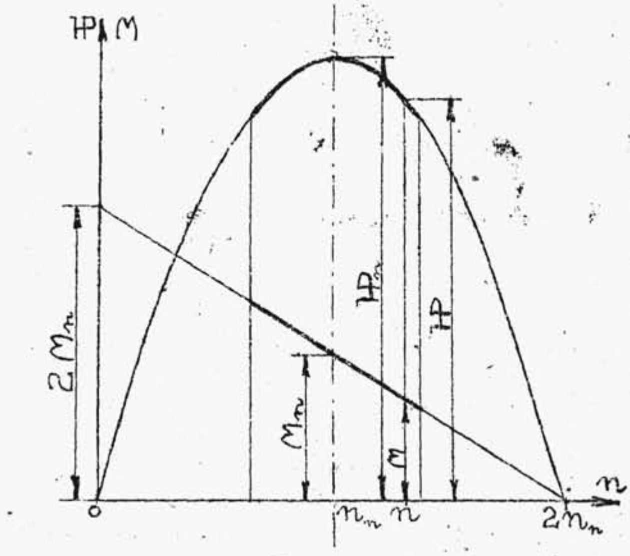
Celem regulacji, jest utrzymać stałą ilość obrotów, czyli odchylenia od $n_{opt.}$ winny być niewielkie; z tego powodu możemy przyjąć powyższą zależność za paraboliczną, czego i nadal będziemy się trzymać.

Wiemy że moment, który daje turbina, pomnożony przez szybkość kątową, daje moc, a więc

$$\frac{M.\omega}{75} = HP \, ,$$

szybkość kątową możemy wyrazić zapomocą $n$ , a więc zależność momentu od $n$ winna się przedstawiać jako prosta /rys. 92/.

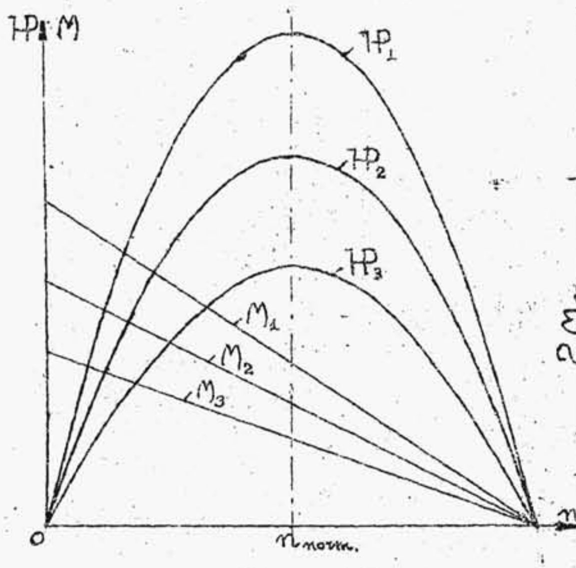
To $n$, które odpowiada najlepszym warunkom pracy określimy jako $n_n$ , podobnie $M_n$ i $HP_n$. Widzimy z



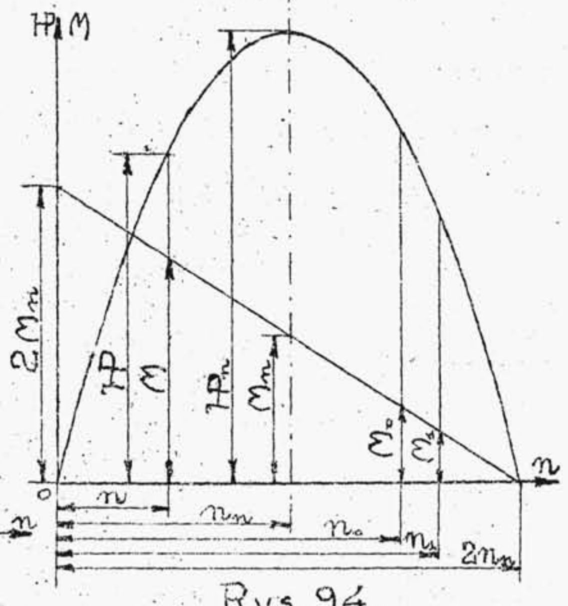

Rys. 92.

rys. 92, że gdy $M = 0$ otrzymujemy $n = 2n_n$ gdy zaś turbina pracuje na moment $M$, to ilość obrotów jest $n$ i moc HP. Dla każdego otwarcia łopatek będziemy mieli podobną zależność.

Drugie założenie czynimy, mianowicie że wierzchołki parabol znajdują się stale na tem samem $n_n$ co rzeczywiście dla kół Peltona jest zgodne z prawdą, dla turbin Francisa jednak tak zupełnie nie jest. Przeważa tu zależność tego rodzaju, że




Rys. 93.




Rys. 94.

im większy otwór tem wyższe $n_n$ otrzymuje się, odpowiadające najlepszej sprawności. Dla uproszczenia jednak przyjmujemy, że $n_{opt.}$ jest stałe /rys.93/.

Z rysunku powyższego możemy sobie wypisać kilka zależności.

Jeżeli turbina pracuje przy jakimkolwiek $M$, to możemy je wyrazić zapomocą $M_{opt.}$ i $n$, mianowicie

$$/1/ \quad \frac{M}{M_n} = \frac{2n_n - n}{n_n}.$$

Jest to wzór, którym w dalszym ciągu będziemy się często posługiwać. Z niego możemy wyliczyć albo $M$:

$$M = \left(2 - \frac{n}{n_n}\right) M_n$$

albo $n$:

$$n = \left(2 - \frac{M}{M_n}\right) n_n \quad /2/$$

Z tych wzorów z łatwością wyliczyć możemy, do jakich obrotów turbina dojdzie sama, znając moment oporu lub odwrotnie.

Mając dwa stany równowagi: $M_o$, z odpowiadającem $n_o$ oraz $M_1$, z odpowiadającem mu $n_1$, możemy wypisać równanie 3, posiłkując się rys. 94 /str,190/.

$$\frac{n_1 - n_o}{M_o - M_1} = \frac{n_n}{M_n} \quad /3/$$

lub inaczej

$$n_1 - n_0 = (2n_m - n_0)\cdot\frac{M_0 - M_1}{M_0} \quad /3^a/$$

Z równania tego wyliczyć możemy różnicę obrotów $\Delta n$, która zajdzie przez wprowadzenie różnicy momentu oporu $\Delta M$, mianowicie:

$$\frac{\Delta n}{\Delta M} = \frac{n_m}{M_m}, \quad \text{lub} \quad \Delta n = (2n_m - n_0)\frac{\Delta M}{M_0}.$$

Jeżeli chodzi o moc, to

$$HP = M_n\left(2n - \frac{n^2}{n_n}\right)\cdot\frac{\pi}{30.75} \quad /4/$$

albo

$$HP = \left[2\frac{n}{n_n} - \left(\frac{n}{n_n}\right)^2\right] HP_n \quad /5/$$

Ponieważ w dalszym ciągu będzie nam chodziło o wartości, otrzymane także przy maksymalnym otwarciu łopatek, przeto dla odróżnienia określać je będziemy we wzorach w ten sposób, że odpowiednie oznaczenia brać będziemy w obwódkę, mianowicie:

$$HP, M, M_n, M_0, M_1,$$

przyczem wzory powyższe pozostaną bez zmiany.

Samoregulowanie się turbiny oznacza to, że dostosowuje ona swój moment obrotowy do momentu oporowego, przez zmianę ilości obrotów. Jeżeli mamy ilość obrotów turbiny $n$, to możemy obliczyć dla każdego innego momentu, do którego się turbina dostosuje, odpowiadającą mu ilość obrotów /wzór 2/. Weźmy przykład:

Przypuśćmy, że mamy turbinę zbudowaną na $HP = 1000$ K.M., przy $n_n = 200$ obr/min. A więc tu moc należałoby oznaczyć $(HP)$. Moment obrotowy wyniesie

$$(M_n) = 72{,}000 \cdot \frac{1000}{200} = 5 \cdot 72{,}000 \text{ kg.cm.}$$

Przypuśćmy następnie, że turbina ta w danym czasie pokonywała moment mniejszy, naprzykład: $M_o = \frac{800}{200} \cdot 72000 = 4 \cdot 72{,}000$ kg.cm. Jeżeli teraz momentalnie zmniejszymy moment oporowy $M_o$ do $M_1 = 2 \cdot 72{,}000$ kg.cm, to w tym momencie wprowadzamy nie zrównoważony moment $\Delta M = 2 \cdot 72{,}000$, który będzie przyśpieszał bieg turbiny, i kiedyś dojdziemy do takiego $n$, przy którem $\Delta M = 0$, i cały moment obrotowy turbiny będzie pokonywał moment oporowy. To $n$ możemy sobie z łatwością obliczyć: $\frac{\Delta n}{\Delta M} = \frac{n_n}{M_o}$,

stąd widać, że

$$\Delta n = \frac{n_n}{M_o} \Delta M = \frac{200 \cdot 2 \cdot 72{,}000}{4 \cdot 72{,}000} = 100 \text{ obr/min.},$$

a więc nowe $n_1 = n_o + \Delta n = 200 + 100 = 300$ obr/min.

Sposób obliczenia nie zmieniłby się wcale, gdybyśmy mieli na początku inną ilość obrotów $n_o$, a nie $n_m$, to znaczy, gdyby turb. pokonywując moment oporowy $M_o$ nie pracowała przy swej najlepszej $n_m$. Przypuśćmy że $n_o = 205$ oraz że $M_o = 4.72{,}000$ kg. cm. Zmieniamy teraz $M_o$ na $M_1 = 2.72{,}000$

A więc

$$\frac{\Delta n}{\Delta M} = \frac{2n_m - n_o}{M_o}$$

stąd

$$\Delta n = \frac{2.200 - 205}{4} \cdot 2 = \frac{195}{2} = 97{,}5 \text{ obr/min.}$$

czyli, że nowy stan równowagi osiągnęlibyśmy przy

$$n_1 = 205 + 97{,}5 = 302{,}5 \text{ obr/min.}$$

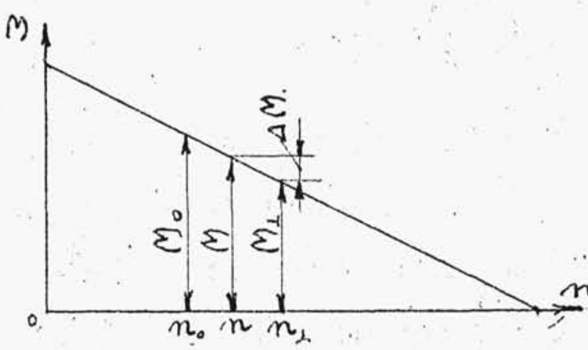
Z chwilą, gdy obroty turbiny dojdą do tej ilości obrotów, jej moment obrotowy zostanie zrównoważony momentem oporowym. Dla nas ważnem jest wiedzieć, jak to dostosowanie odbywa się w czasie, oczywiście będzie to zależało od bezwładności mas.

Przypuśćmy, że znany jest nam stan turbiny w chwili $t = 0$. Pracuje ona przeciw momentowi oporowemu $M_o$ i w owej chwili zachodzi równowaga. A więc stan turbiny charakteryzuje: $t = 0$, $n = n_o$ i $M = M_o$. Następnie, w owej chwili, zmieniamy moment oporu, naprzykład zmniejszamy go do $M_1$. Wprowadzamy zatem niezrównoważony moment $M_o - M_1$, który będzie przyśpieszał turbinę tak długo, aż się sam zredukuje do 0. Weźmy więc chwilę o $t$ sek. późniejszą od $t=0$, to przez ten czas nastąpiło przyśpieszenie turbiny, oraz nastąpiło zmniejszenie się $\Delta M$, i nowy moment wynosił $M$, zaś obroty $n$. W tej chwili mamy niezrównoważony moment

$$\Delta M = M - M_1.$$

Na zasadzie rys. 95 możemy napisać:

$$\frac{\Delta M}{\Delta n} = \frac{M_n}{n_n}, \text{ a więc } \Delta M = \frac{M_n}{n_n} \cdot \Delta n = \frac{M_n}{n_n}(n_1 - n).$$




Rys. 95.

Pod wpływem tego momentu niezrównoważonego, turbina będzie przyśpieszać biegu.

Jak wiadomo:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{\Delta M}{J} = \frac{M}{n_n}(n_1 - n)\cdot\frac{1}{J},$$

co możemy zamienić na $n$, mianowicie: $\omega = \frac{\pi . n}{30}$, a wówczas

$$\frac{dn}{dt} = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{M_n}{n_n J} \cdot (n_I - n).$$

Zależność tę między $n$ i $t$ możemy scałkować i wówczas otrzymamy:

$$dt = \frac{\pi}{30} \cdot \frac{n_n}{M_n} \cdot J \cdot \frac{dn}{n_1 - n},$$

więc

$$t = -\frac{\pi}{30} \cdot \frac{n_n}{M_n} \cdot J . \ln(n_1 - n) + C .$$

Pozostaje wyznaczyć stałą całkowania. W chwili $t=0$, $n=n_0$, a więc

$$0 = -\frac{\pi}{30} \cdot \frac{n_n}{M_n} \cdot J . \ln(n_1 - n_0) + C ,$$

stąd

$$C = \frac{\pi}{30} \cdot \frac{n_n}{M_n} \cdot J \cdot \ln(n_1 - n_0) ;$$

Wobec czego

$$t = \frac{\pi}{30} \cdot \frac{n_n}{M_n} \cdot J . \ln \frac{n_1 - n_0}{n_1 - n} .$$

Z powyższego równania widzimy, że do $n = n_1$ turbina dojdzie w czasie $t = \infty$. Leży to już w naturze rzeczy, gdyż gdy $n$ się powiększa, $\Delta M$ maleje, musi więc nastąpić taka chwila, że $\Delta M$ jest już tak małe, że nie może popchnąć turbiny do ostatecznego stanu.

Równanie to możemy napisać inaczej jeszcze:

$$\ln \frac{n_1 - n_0}{n_1 - n} = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{M_n}{n_n} \cdot \frac{1}{J} \cdot t ,$$

albo:

$$\frac{n_1 - n_0}{n_1 - n} = e^{\frac{30}{\pi} \cdot \frac{M_n}{n_n} \cdot \frac{1}{J} \cdot t}$$

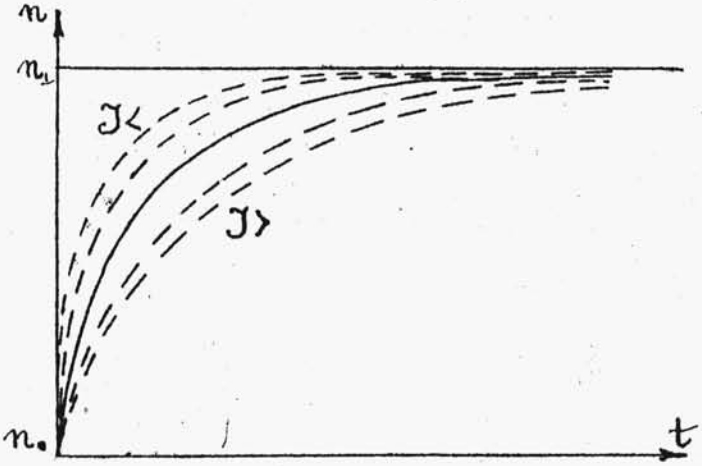
albo :

$$n_1 - n_0 = (n_1 - n) . e^{\frac{30}{\pi} \cdot \frac{M_m}{n_m} \cdot \frac{1}{J} t} .$$

Ostatecznie:

$$n = n_1 - \frac{n_1 - n_0}{e^{\frac{30}{\pi} \cdot \frac{M_m}{n_m} \cdot \frac{1}{J} \cdot t}} .$$

Z tego widać, że $n$ przechodzi w $n_1$ po upływie nieskończ.długiego czasu. Krzywa, przedstawiająca to równanie, przy pewnych cyfrowych wartościach, będzie jak na rys. 96, przyczem się okaże, że im większe jest $J$, tem niższa będzie ta krzywa, i tem wolniej $n$ będzie dążyć do $n_1$.




Rys. 96.

Gdybyśmy rozpatrzyli i wykreślili tą krzywą dla jakichś liczbowych wartości, wówczas okazałoby się, że początki tych krzywych z powodzeniem mogą być zastąpione prostemi, na dość znacznej długości, to znaczy, że w pierwszej chwili po odciążeniu, turbina tak się będzie przyśpieszać, jakgdyby $\Delta M$ było niezmienne. I ta okoliczność jest dla nas bardzo ważną, gdyż da nam możność w zadaniach, które będziemy rozwiązywali, zastąpić wzór skomplikowany na $n$, wzorem o wiele prostszym, głoszącym, że $\Delta M$ pozostaje stałe.

W całej teorji regulacji mamy prawo tak zrobić, gdyż do-regulowanie się turbiny samej do momentu, będzie trwało ułamek sekundy, a mianowicie podczas t.zw. straconych czasów w których regulacja zewnętrzna nie zdąży jeszcze wpłynąć na zregulowanie ilości obrotów. Przyczyna tego zjawiska leży w tem, że wszelkie dźwignie, należące do regulatora, posiadają luzy, które powodują stratę czasu, a tem samem opóźnienie ich działania.

Zakładając więc, że $\Delta M$ nie jest zależne wcale od prędkości $n$, możemy napisać:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{\Delta M}{J},$$

lecz to $\Delta M$ pozostawiamy obecnie stałe. Zamieniając teraz $\omega$ na $n$ otrzymamy:

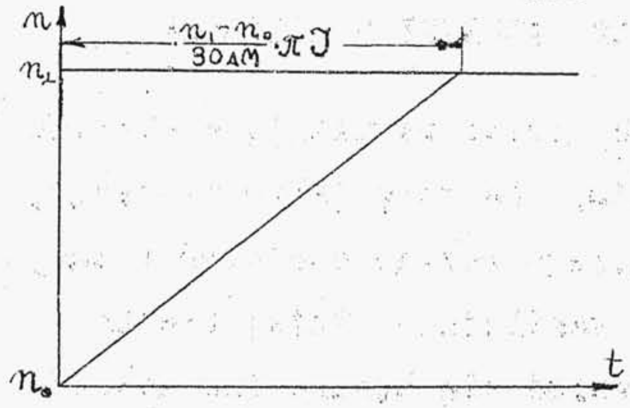
$$\frac{dn}{dt} = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{\Delta M}{J},$$

skąd, po scałkowaniu:

$$n = n_o + \frac{30}{\pi} \cdot \frac{1}{J} \cdot \Delta M . t,$$

doregulowanie się turbiny nastąpi więc w czasie:

$$t = \frac{n_1 - n_o}{30 \Delta M} \pi J.$$




Rys. 97.

Wykreślnie wzór ten przedstawi się, jak na rys. 97.

Jasnem jest, że prostej, przedstawiającej nam powyższą zależność, nie będziemy używali na całej długości, lecz tylko w najbliższej okolicy $n_0$.

$J$ przedstawia nam moment bezwładności, względem osi turbiny. Jeśli zaś ona pędzi cały układ maszyn, to trzeba ich momenty bezwładności zredukować do osi turbiny, a więc jeśli jakaś część posiada moment $J'$ oraz ilość obrotów $n'$, to na osi turbiny otrzymamy:

$$J = J' \cdot \left(\frac{n}{n'}\right)^2.$$

Moment bezwładności jakiegokolwiek ciała, obracającego się, możemy zastąpić przez równoważny pierścień, jak to wskazuje rys. 98, o średnicy średniej $D$ według wzoru:

$$J = \frac{WD^2}{4g}.$$

Zazwyczaj firmy, wytwarzające maszyny, lub ich części, podają dla nich wartość $WD^2$.