Liczbowo dla każdego przebiegu da ono inne wyniki, bo dla ostatnio rozpatrywanego wypadku wyraz $v_2^2 - v_1^2$ da nam wielkość negatywną.

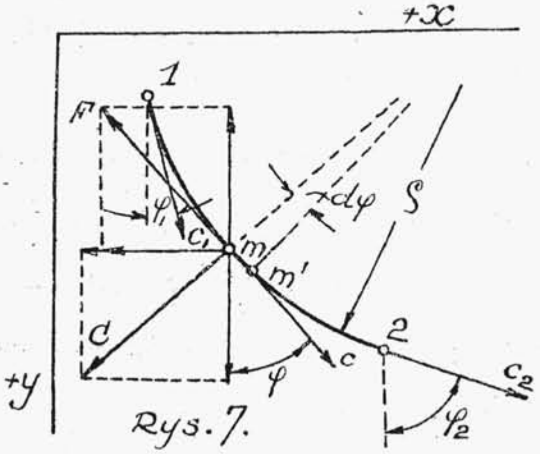
Mając tych kilka równań możemy rozwiązywać niektóre ciekawe zadania. Przypuśćmy, że mamy turbinę wodną, innemi słowy szereg wirujących przewodów; średnica wewnętrzna wynosi 500 m/m., zewnętrzna 750 m/m.; przekrój wejściowy od wewnątrz ma 0,4 m^2, ciśnienie wejściowe 3 atm. wirnik daje 150 obr./min. prędkość wejściowa $w_1 = 5$ m/sek. Woda uchodzi z wirnika w jednym wypadku do ciśnienia atmosferycznego, w drugim wypadku p_2 wynosi 50% próżni t.j. ciśnienie 5 mtr. abs. słupa wody. Jak wielki winien być przekrój ΣA_2 ? Nie bierzemy tu pod uwagę oporu tarcia H_f oraz zakładamy, że dla ciągłości ruchu przewody mają być zapełnione całkowicie wodą. Czytelnik może rozwiązać zadanie to samo dla zamienionych punktów wejścia i wyjścia.

§ 5 Teorja reakcji.

A. Siła reakcji przewodów stałych.

Na teorji reakcji opiera się obliczenie turbin wodnych. Przypuśćmy że mamy przewód, przez który płynie woda. Zakładamy że łopatka znajduje się w spoczynku, a więc mamy prędkości bezwzględne

c_1 i c_2. Wprowadźmy osie współrzędnych xy i weźmy pod uwagę pośredni punkt m /Rys. 7/. Na cząsteczkę znajdującą się w p. m działają pewne siły. Przypuśćmy, że sił działających na tę cząsteczkę nie znamy, wiemy tylko, że cząsteczka otrzymuje przyspieszenie $\frac{dc}{dt}$. Wynika stąd, że składowa sił, działająca w kierunku c będzie równa



Rys. 7.

$$F = m\frac{dc}{dt}.$$

Cząsteczka ta będzie reagowała z siłą równą F lecz przeciwną co do kierunku. Rozkładamy ją na 2 składowe wzdłuż osi współrzędnych.

Wiadomo nam również, że do sił zewnętrznych działających na cząsteczkę wody należy również siła wynikająca z zakrzywienia łopatki promieniem ρ mianowicie siła C

$$C = \frac{mc^2}{\rho}.$$

Byłaby to siła wywierana przez łopatkę na cząsteczkę wody, aby ją zmusić do biegu po torze zakrzywionym. Cząsteczka wody będzie reagowała na to naciskając z siłą taką samą lecz odwrotnie skierowaną na łopatkę i tę siłę rozłożymy na 2 składowe wzdłuż osi współrzędnych. A więc całkowita reakcja cząsteczki wzdłuż osi x będzie

$$dR_x = F\sin\varphi + C\cos\varphi, \qquad /8\ a/$$

zaś w kierunku osi y

$$dR_y = F\cos\varphi - C\sin\varphi \qquad /8\ b/$$

Wyraz wartości siły C przedstawmy nieco inaczej. Widzimy, że po upływie czasu dt cząsteczka znajdzie się w innnem położeniu m' przyczem przejdzie drogę

$$dl = \rho\, d\varphi = c\, dt, \quad a\ więc \quad \rho = c\frac{dt}{d\varphi},$$

zatem siła odśrodkowa będzie

$$C = m\frac{c^2}{c\,dt}\,d\varphi = \frac{mc\,d\varphi}{dt}.$$

Do tego samego rezultatu moglibyśmy dojść inną drogą. Siła odśrodkowa równa się $m\omega^2\rho = m\omega \cdot \omega\rho$ ale $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ zaś $\omega\rho = c$ a więc

$$C = mc\frac{d\varphi}{dt}.$$

Wstawmy więc teraz odpowiednie wartości do równań /8 a/ i /8 b/

$$dR_x = m\frac{dc}{dt}\sin\varphi + mc\frac{d\varphi}{dt}\cos\varphi$$

oraz

$$dR_y = m\frac{dc}{dt}\cos\varphi - mc\frac{d\varphi}{dt}\sin\varphi$$

możemy również napisać

$$dR_x = \frac{m}{dt}\left(dc\sin\varphi + c\cos\varphi\, d\varphi\right)$$

$$dR_y = \frac{m}{dt}\left(dc\cos\varphi - c\sin\varphi\, d\varphi\right)$$

ale $$dc \sin\varphi + c\cos\varphi\, d\varphi = d(c \sin\varphi)$$

jak również

$$dc\cos\varphi - c\sin\varphi\, d\varphi = d(c\cos\varphi),$$ więc

$$dR_x = \frac{m}{dt}\, d(c\sin\varphi)$$

$$dR_y = \frac{m}{dt}\, d(c\cos\varphi).$$

Należy tylko teraz te równania zcałkować od p.1 do p.2. A więc

$$R_x = \frac{m}{dt}\,(c_2 \sin\varphi_2 - c_1 \sin\varphi_1)$$

$$R_y = \frac{m}{dt}\,(c_2 \cos\varphi_2 - c_1 \cos\varphi_1)$$

Są to równania wyrażające nam składowe reakcji całkowitej. Czynnik $\frac{m}{dt}$ wyraża nam masę na sekundę co moglibyśmy przedstawić w sposób taki $\frac{\gamma Q}{g}$ zatem ostatecznie

$$R_x = \frac{\gamma Q}{g}(c_2 \sin\varphi_2 - c_1 \sin\varphi_1)$$

$$R_y = \frac{\gamma Q}{g}(c_2 \cos\varphi_2 - c_1 \cos\varphi_1)$$

Zapomocą tych równań możemy oznaczać siłę reakcji. Możemy wprowadzić inne oznaczenia: $c_1 \sin\varphi_1$ jest składową szybkości c_1 w kierunku osi x oznaczmy ją c_{1x}, zaś $c_2 \sin\varphi_2$ jest składową szybkości c_2 w tymże kierunku oznaczamy ją c_{2x} podobnie oznaczymy pozostałe składowe wówczas

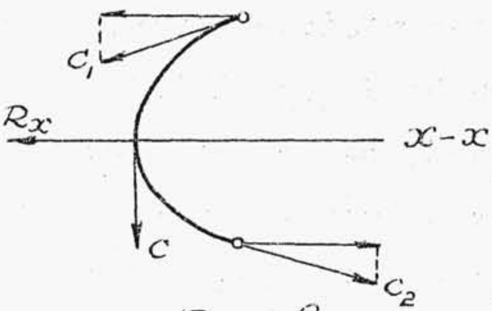
$$R_x = \frac{\gamma Q}{g}(c_{2x} - c_{1x})$$

$$R_y = \frac{\gamma Q}{g}(c_{2y} - c_{1y}).$$

A więc równania te przedstawiają całkowitą zmianę prędkości w przyjętych kierunkach. Składowe więc reakcji są równe iloczynowi z masy wody na sek, przez całkowitą zmianę prędkości w danych kierunkach.

Przyjęliśmy jako kierunki osi x i y krańcowe kierunki wody, a więc równanie na R_x i R_y dają nam składowe reakcji w kierunkach przeciwnych prędkościom c_{2x} i c_{2y}.

Również trzeba pamiętać o tem, rozpatrując przewody różnych kształtów. Naprzykład w przewodzie wskazanym na rysunku 8 górna część przewodu redukuje składową c_{1x} i mamy na tej części



Rys. 8.

$$0-(-c_{1x})$$

W środku przewodu składowa $c_x = 0$, a w dolnej części musimy stworzyć c_{2x} czyli całkowita reakcja będzie

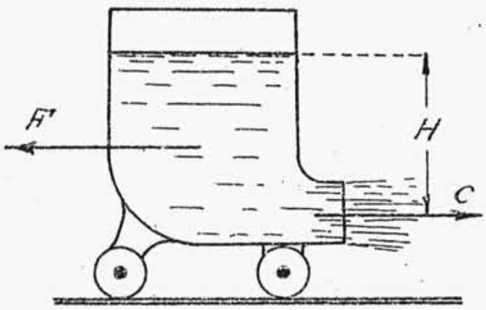
$$R_x = \frac{\gamma Q}{g}(c_{2x} + c_{1x}).$$

Widzimy że wyrażenie na siłę reakcji zawiera w sobie całkowitą zmianę prędkości. Nie chodzi tu o sposób w jaki my tę zmianę osiągamy, znaczy to, że tę samą siłę reakcji otrzymać możemy zapomocą przewodów różnych kształtów. Ten wniosek posiada dla nas bardzo dużą wartość. Przewód więc możemy zakrzywić jak się nam podoba o ile całkowita zmiana prędkości pozostanie ta sama, gdyż promień krzywizny przewodu w równanie na siłę reakcji nie wchodzi. Jeżeli chcemy otrzymać zapomocą przewodu bardzo lekko zakrzywionego tę samą siłę reakcji w kierunku x , którą otrzymalibyśmy na innej krzywiźnie, to należy tylko tak ułożyć warunki przepływu wody aby w kierunku x całkowite zmiany prędkości były jednakowe. Jeżeli więc łopatka jest bardzo łagodnie zakrzywiona to żądaną reakcję można wtedy otrzymać, gdy woda otrzymuje w przewodach bardzo wielkie przyspieszenie. Z tego więc widać, że jeżeli woda płynie przez łopatki z wielkiem przyspieszeniem, to łopatek tych nie trzeba zbyt silnie zakrzywiać i odwrotnie.

Powyższe własności zakrzywionych przewodów stanowią klasyfikację turbin. Jeżeli woda przepływa przez turbinę ruchem przyspieszonym, pochodzącym z ciśnienia, panującego w przewodach wirnika, wówczas mamy do czynienia z turbiną, tak zwaną reakcyjną. Gdy zaś woda przepływa przez wirnik bez przyspieszenia, a więc bez zmiany ciśnienia w przewodach wirnika, jest to turbina tak zwana akcyjna, w niej cała energja ciśnienia musiała być zamieniona na energję prędkości jeszcze przed wejściem wody na łopatki wirnika.

Samo określenie tych dwu typów turbin, jako reakcyjne i akcyjne jest w rzeczywistości niefortunne, gdyż jak w jednym tak i w drugim rodzaju turbiny moc jej pochodzi z siły reakcji łopatek na działanie wody.

Wprowadzono do turbin określenie "reakcyjna" z następującego powodu. W fizyce jest rozpatrywane doświadczenie, polegające na tem, że z naczynia ustawionego na kółkach wypływa woda przez otwór położony na głębokości H od poziomu wody w naczyniu. Wypływająca struga wody będzie popychała naczynie w kierunku przeciwnym/Rys. 9/. Siła działająca



Rys. 9.

na naczynie pochodzi jak wiemy z całkowitej zmiany szybkości wody w kierunku poziomym ponieważ na początku prędkości w tym kierunku nie było, przeto siła F wyraża się jako

$$F = \frac{\gamma Q}{g} c$$

Ilość wody możemy wyrazić zapomocą przekroju otworu i szybkości, a więc

$$F = \gamma \frac{Ac^2}{g} = \frac{2\gamma Ac^2}{2g};$$

jak wiadomo $\frac{c^2}{2g} = H$, więc ostatecznie

$$F = 2\gamma A H$$

γH jest to ciśnienie statyczne słupa wody o wysokości H czyli że w naszym wypadku mamy siłę równą podwójnemu ciśnieniu statycznemu słupa wody o przekroju A i wysokości H. Był czas kiedy to zjawisko wydawało się bardzo dziwnem. Stwierdzono je doświadczeniami, starano się wytłomaczyć i wówczas, nie wnikając w przyczyny tego zjawiska, nazwano siłę tą siłą reakcji, jako zjawisko silniejsze od zwykłej "akcji". Odtąd też nazwa ta przeszła do turbin i obecnie mąci tylko pojęcie o istotnym działaniu przepływającej przez turbinę wody.

Wyprowadzając równanie na siłę reakcji widzieliśmy iż nie wchodzi weń wcale krzywizna toru co znaczy iż nie chodzi tu o charakter zakrzywienia łopatek. Mogą one być ostro lub też łagodnie zakrzywione. W istocie jednak tak nie jest, gdyż przy gwałtownej zmianie kierunku ruchu czyli przy uderzeniu powstają wiry powodujące stratę energji i przy uderzeniu szybkość C_2 będzie mniejsza, a więc mniejsza będzie i siła reakcji.

Dzięki temu wzorowi możemy łatwo obliczyć siłę reakcji nawet dla najbardziej pokrzywionych przewodów o ile znane są nam kierunki i wielkości prędkości wlotowej i wylotowej.