

3. W górskich rzekach można stosować wzory: Lindboego, Hermanka, Matakiewicza.

Jeżeli na jakiejś rzece lub ścieku zebraliśmy już szereg pomiarów, a do dalszych obliczeń chcemy zastosować wzory, wówczas przede wszystkim należy przekonać się, który wzór najlepiej nadaje się dla tej rzeki. Uskutecznić to można obliczając różnymi wzorami prędkości znane z pomiarów.

Wzory na prędkość zależą wszystkie od średniej głębokości, można je zatem stosować tylko tam, gdzie różnice między głębokościami nie są znaczne. lub gdy przekrój jest regularny: trapezowy, paraboliczny i t.p. Jeżeli jednak głębokość zmienia się nagle i jest ona bardzo różna w różnych częściach przekroju, wówczas nie można obliczać prędkości w całym korycie, ale trzeba je podzielić na części i dla każdej części osobno liczyć prędkość.

Zastosowanie powyższych wzorów jest różnorodne.

Używa się ich do wyznaczania ilości wody, gdy znany jest spadek oraz przekrój poprzeczny, do określania spadku lub głębokości, gdy znamy już inne czynniki odpływu i t.p.

#### Obliczanie kanałów.

Gdy mamy do rozporządzenia pewną ilość wody, a chce-

my ją odprowadzić przy pomocy kanału, to przedewszyst-  
kiem musimy ustalić jego przekrój. Przekrój ten zale-  
ży od najwyższej dopuszczalnej prędkości przepływu,  
Ta prędkość zależy od materiału, z jakiego zrobione  
ma być koryto kanału i, w każdym wypadku odnajdziemy  
ją w następującej tabeli:

materiał koryta i dna	dopusz. prędk. nadnie	średnia	max.
dno namuliste	$0,08 \frac{m}{sek}$	$0,1 \frac{m}{sek}$	$0,15 \frac{m}{sek}$
drobny piasek	$0,1 "$	$0,15 "$	$0,2 "$
gruby piasek	$0,3 "$	$0,45 "$	$0,6 "$
drobny żwir	$0,6 "$	$0,9 "$	$1,1 "$
gruby żwir	$0,7 "$	$1,0 "$	$1,2 "$
okrąglaki	$0,9 "$	$1,2 "$	$1,5 "$
odłamki skał	$1,2 "$	$1,5 "$	$2,0 "$
Łupki	$1,5 "$	$1,85 "$	$2,2 "$
Skały uwarstwione	$1,8 "$	$2,25 "$	$2,75 "$
Skały lite	$3,1 "$	$3,7 "$	$4,3 "$

W kanałach brukowanych, zrobionych z muru, drzewa, i t.p.

dopuszczalna jest średnia prędkość od  $1 \frac{m}{sek}$  do  $3 \frac{m}{sek}$

Jeżeli pragniemy zabezpieczyć się przed osadzaniem  
namułu przez wodę, to musimy przyjąć jako graniczne

wartości na prędkość dla piasku:  $v_{pr} = 0,5 \frac{m}{sek}$ ; dla na-  
mułu -  $0,25 \frac{m}{sek}$ . Od materiału zależy także nachylenie

nie skarp np. gdy mamy do czynienia ze zwykłą ziemią, dajemy im pochylenie 1:1,5 dla ziemi piaszczystej: 1:2 do 1:2,5; dla gliny 1:1. gdy skarpy są brukowane, wykładane drzewem lub murem: dajemy skarpom dowolne nachylenie.

Jak wiadomo najekonomiczniejszym przekrojem jest przekrój kołowy bo w nim stosunek powierzchni do obwodu zwilżonego, czyli promień hydrauliczny jest największy. W przekroju kołowym maximum obciążności przepływu nie wystąpi jednak wtedy gdy będzie on całkowicie wypełniony. Najkorzystniejsze napełnienie musimy dopiero odgadywać. Otóż wiemy że

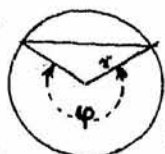
$$u = k \sqrt{R \cdot I} = k \cdot \sqrt{\frac{F}{O}} \cdot I;$$

$$Q = F \cdot u = k \cdot \sqrt{\frac{F^3}{O}} \cdot I;$$

przeto  $U$  wtedy osiągnie maximum, gdy  $\frac{F}{O}$  będzie maximum czyli  $\frac{O}{F}$  - minimum, zaś  $Q = \max. Q$ , gdy  $\frac{O}{F} = \max.$  lub  $\frac{O}{F} = \min.$

Z rysunku widzimy, że  $O = r \cdot \varphi$ , a

$$F = \frac{\varphi r^2}{2} + \frac{r^2}{2} \sin(360^\circ - \varphi) = \frac{r^2}{2} (\varphi - \sin \varphi)$$



rys. 63

$$\frac{d \frac{O}{F}}{d \varphi} = \frac{d}{d \varphi} \left[ \frac{2 r \varphi}{r^2 (\varphi - \sin \varphi)} \right]$$

Z warunku minimum  $\frac{O}{F}$  mamy tę pochodną równą zero

a stąd  $\varphi - \operatorname{tg} \varphi = 0$ ; równaniu temu stanie się zadość przy  $\varphi = 257^{\circ} 20'$ .

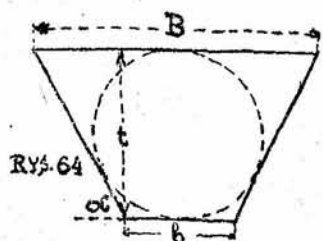
Dla maximum objętości przepływu otrzymamy równanie:

$$\frac{d}{d\varphi} \left( \frac{Q}{F^3} \right) = 0; \text{ czyli } \frac{d}{d\varphi} \left[ \frac{8\varphi}{r^3 (\varphi - \sin \varphi)^3} \right] = 0$$

a stąd  $2\varphi - 3 \cdot \varphi \cos \varphi + \sin \varphi = 0$ , co nastąpi przy  $\varphi = 308^{\circ}$ .

Chociaż przekrój kołowy jest najkorzystniejszy z pośród wszystkich innych, mających tę samą powierzchnię i tę samą szerokość ścian, to jednak używa go się jedynie w kanałach zamkniętych.

Najczęściej używany jest przekrój trapezowy i tutaj również łatwo można dowieść, że najkorzystniejszy z pośród wszystkich przekrojów trapezowych jest trapez opisany na kole:



otóż  $F = bt + t^2 m$ , przytem  $\cot \alpha = m$

stąd:  $b = \frac{F}{t} - tm$ ;

$$O = b + \frac{2t}{\sin \alpha}; \quad \frac{1}{\sin \alpha} = \sqrt{1 + \cot^2 \alpha} = \sqrt{1 + m^2};$$

$$O = b + 2t \sqrt{1 + m^2} = \frac{F}{t} - mt + 2t \sqrt{1 + m^2};$$

aby  $O$  było minimum musi być:  $\frac{dO}{dt} = 0$  czyli

$$-\frac{F}{t^2} - m + 2\sqrt{1 + m^2} = 0; \text{ a stąd } F = t^2 (2\sqrt{1 + m^2} - m);$$

oraz  $O = 2t(2\sqrt{1 + m^2} - m)$ ; dzieląc otrzymamy:

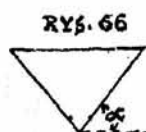
$$\frac{F}{O} = R = \frac{t}{2};$$

ponieważ zaś  $b = 0 - 2t\sqrt{1+m^2}$ , więc  $B = b + 2tm = \frac{F}{t} + tm =$   
 $= t(2\sqrt{1+m^2} - m) + tm = 2t\sqrt{1+m^2} = \frac{2t}{\sin \alpha};$

Widzimy więc, że tutaj szerokość B jest równa podwój-  
 nej skarpie. Wtedy jednak (rys 65.)  $t = BC = OA$ ,

czyli trapez jest opisany na kole, którego środek leży  
 na zwierciadle wody. Dla prostokąta  $m = 0$ ;  $B = 2t$ ;  $t = \frac{B}{2}$ ; Jeżeli nachy-  
 lenie skarp jest dowolne, to najkorzystniejszy prze-  
 krój otrzymamy wtedy, (rys 65) kiedy  $\frac{dF}{d\alpha} = 0 =$

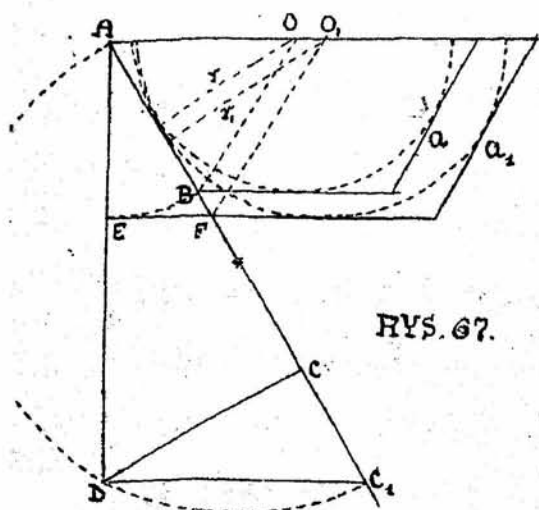
$$= \frac{d}{d\alpha} \left[ t \left( \frac{2}{\sin \alpha} - \cot \alpha \right) \right] = 0; \text{ stąd } \cos \alpha = \frac{1}{2}; \alpha = 60^\circ$$



RYS. 66

Podobnie znajdziemy dla przekroju trójkąt-  
 nego (rys 66)  $\alpha = 45^\circ$

Chcąc wykreślić najekonomiczniejszy przekrój, gdy da-  
 ne jest nachylenie skarp oraz pole tego przekroju,  
 możemy uczynić to w następujący sposób (rys 67.)



RYS. 67.

Kreślimy przekrój podobny  
 do szukanego, o zbliżonej do  
 niego powierzchni  $F$ ; jeżeli  
 dana powierzchnia będzie  $F_1$ ,  
 wtedy:  $F:F_1 = r^2:r_1^2$ ;  
 $\sqrt{F:F_1} = r:r_1$ ; Na boku trape-  
 zu odcinamy:  $AC = \frac{2F}{r}$   
 oraz  $AC_1 = \frac{2F_1}{r}$ ; na  $AC_1$  jako na

średnicy opisujemy koło i w p. C wystawiamy  $CD \perp AC_1$ , wtedy możemy napisać:

$$AD = \sqrt{AC \cdot AC_1} = \frac{2\sqrt{F \cdot F_1}}{r}$$

Odcinając  $AE = a$  (skarpie przybliżonego przekroju) na  $AC$  oraz kreśląc  $EF \parallel DC_1$  do przecięcia się z  $AC$  w p.  $F$ , oznaczmy  $AF$  przez  $a_1$ ; teraz mamy:

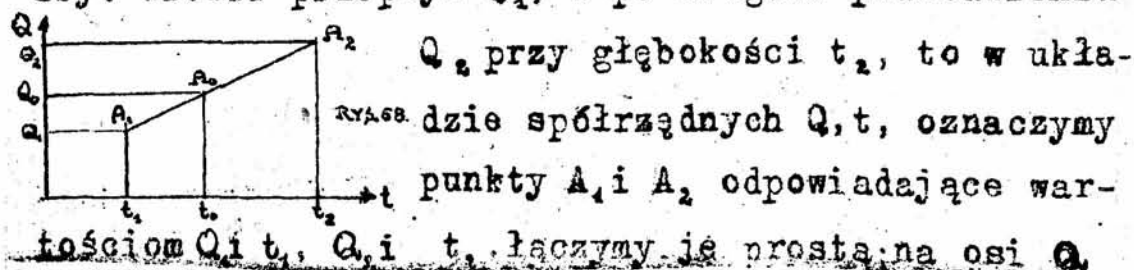
$$a : a_1 = \frac{2\sqrt{F \cdot F_1}}{r} : \frac{2\sqrt{F_1^2}}{r} = \sqrt{F} : \sqrt{F_1} ;$$

gdys:  $AF : AC_1 = AE : AD$ ; czyli:  $\frac{a_1}{AC_1} = \frac{a}{AD}$  i inaczej:

$$\frac{a_1}{\frac{2F_1}{r}} = \frac{a}{\frac{2\sqrt{F \cdot F_1}}{r}} ; \text{ stąd } \frac{a_1}{a} = \frac{\sqrt{F_1}}{\sqrt{F}} ;$$

Kreśląc  $BO \parallel FO_1$  znajdziemy środek koła wpisanego w szukany przekrój, a prostopadłą spuszczoną z  $O$  do  $AB$  da nam promień. Oczywiście  $a_1 : a = r_1 : r = \sqrt{F_1} : \sqrt{F} ;$

Do obliczenia głębokości nie zawsze dadzą się stosować wzory, wtedy obliczamy ją drogą prób. Jeżeli po podstawieniu pierwszej głębokości  $t_1$  otrzymamy zbyt wielki przepływ  $Q_1$ , a po drugim podstawieniu



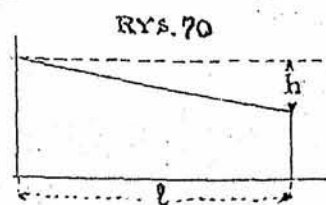




nn wody.

### Przepływ przez kanały pod ciśnieniem.

W zasadzie do obliczania prędkości możnaby i tutaj stosować wzory uprzednio wypróbowane dla kanałów otwartych, zamienić należałoby tylko wszędzie spadek przez ciśnienie. Otóż według wzoru Chezy'egoś



$$u = k \sqrt{RI},$$

ale  $I = \frac{h}{l}$  (rys. 70), zatem  $h$  czyli strata ciśnienia w rurze po przejściu przez wodę o odległości  $l$  wyniesie

$$h = \frac{1}{k^2} \cdot \frac{1}{R} l \cdot u^2 = \frac{2g}{k^2} \cdot \frac{Q}{F} l \cdot \frac{u^2}{2g}$$

dla przekroju kołowego:  $Q = \pi \cdot D$ ;  $F = \frac{\pi D^2}{4}$ ;

$$h = \frac{8g \cdot l \cdot u^2}{k^2 D 2g} = \frac{78,5}{k^2} \cdot \frac{l \cdot u^2}{D 2g} = \lambda \frac{l \cdot u^2}{D 2g} \quad 1)$$

Ten zasadniczy wzór został potwierdzony przez doświadczenia Darcy'ego, który przy ich pomocy wykazał, że strata ciśnienia jest proporcjonalna do  $\frac{u^2}{2g}$ ;

Mozna to również uzasadnić teoretycznie. Wiadomo, że woda wypływa z naczynia, w którym poziom wody jest stały, z prędkością  $u = \sqrt{2gh}$ ; prędkość ta nie uległaby żadnej zmianie gdyby nie opory. Stąd otrzyma-

my:  $h = \frac{u^2}{2g}$



czyli wzór na ciśnienie hydrauliczne.

W rzeczywistości już to samo, iż woda z obszernego zbiornika przechodzi do kanału lub rury, powoduje pewną stratę energii oprócz tej energii, która pójdzie na wprowadzenie wody w ruch. Obie te straty uwzględnimy, wprowadzając współczynnik straty , a więc

$$u = \varphi \sqrt{2gh_0}$$

Oddzielimy od siebie obie te straty wprowadzając

oznaczenie  $\frac{1}{\varphi^2} = 1 + z ;$

wtedy  $h_0 = (1+z) \cdot \frac{u^2}{2g} \dots \dots 2)$

W tym wzorze  $\frac{u^2}{2g}$  oznacza wysokość potrzebną do nadania wodzie prędkości  $u$ , a. z.  $\frac{u^2}{2g}$  - stratę ciśnienia powstałą skutkiem tego, że woda przechodzi ze zbiornika do rury.

Całą zmianę wysokości ciśnienia nazywamy stratą spadku. W praktyce wsp.  $\varphi$  nadaje się wartości od 0,82, do 0,96 , zależnie od tego, czy otwór ma brzo- gi ostro ścięte ( rys 71 ) czy zaokrąglone ( rys 71 )

W pierwszym wypadku  $h_0 = 0,0739 \cdot u^2$ , w drugim

$h_0 = 0,0612 \cdot u^2$  niezależnie od średnicy otworu.

Stratę ciśnienia podczas przechodzenia cie-

czy przez samą rurę oblicza się przy pomocy

wzorów doświadczalnych o kształcie tym samym,

rys. 71. co wzór 1). Całkowita strata wyniesie zatem

$$H = h + h_0 = \left( 1 + z + \lambda \frac{1}{D} \right) \frac{u^2}{2g};$$

Na wartość wsp.  $\lambda$  różni autorowie podają swoje wzory np. według Boussinesque'a zależy on od średnicy rury i prędkości

$$\lambda = \alpha \left( 1 + \frac{\beta}{D} + \frac{\beta'}{u} \right);$$

We wzorach praktycznych jednak współczynnik ten uzależniany bywa albo tylko od  $D$ , albo też tylko od  $U$ . Z bardzo wielkiem przybliżeniem można przyjąć  $\lambda = 0,003$

Według Lugera

$$\lambda = \frac{\sqrt{R} + S}{100 + \sqrt{R}} \quad \dots \quad 3)$$

przyczem  $S$  zmienia się od 0,25 do 0,35 i zależy od szorstkości rury.

Darcy dla nowych rur podaje

$$\lambda = 0,01989 + \frac{0,0005078}{50 \cdot \sqrt{D}} \quad \text{a stąd}$$

$$h = \left( 0,0010138 + \frac{0,00005078}{D} \right) \cdot u^2 \cdot \frac{1}{D} \quad \dots \quad 4)$$

Według Franka

$$\lambda = 0,0010045 + \frac{0,0075478}{\sqrt{D}}; \quad h = \left( 0,000512 + \frac{0,0003847}{\sqrt{D}} \right) \cdot$$

$$\frac{u^2}{D} \quad \text{dla rur nowych}; \quad \lambda = 0,009712 + \frac{0,012793}{\sqrt{D}};$$

$$h = \left( 0,000495 + \frac{0,000652}{D} \right) \cdot u^2 \cdot \frac{1}{D} \quad \text{dla rur starych}$$

$$\text{Według Prony'ego} \quad \lambda = 0,0027 + \frac{0,0013}{u};$$

Według Weissbacha  $\lambda = 0,0144 + \frac{0,0095}{u}$

Flamant inaczej postąpił. Przyjął on mianowicie na podstawie doświadczeń zależność:

$$\frac{1}{k^2} = \frac{\varphi}{\sqrt[4]{D \cdot u}}$$

gdzie  $k$  jest to współczynnik ze wzoru Chezy'ego:

$u = k \sqrt{R \cdot I}$ , stąd obliczył

$$u^2 = \frac{\sqrt[4]{D \cdot u}}{\varphi} \cdot \frac{D}{4} \cdot I$$

$$\frac{\varphi^4 u^8}{u} = \frac{D^5 I^4}{4^4} \text{ ale } I = \frac{h}{h}$$

więc

$$\sqrt[4]{D^5} \frac{h}{2} = 4 \varphi \sqrt[4]{u^7}$$

$$h = \frac{4 \varphi}{\sqrt[4]{D^5}} \sqrt[4]{u^7} \frac{h}{2} = \frac{4 \varphi}{\sqrt[4]{D u}} \cdot \frac{u^2}{D} \cdot h ; \varphi = 0,00013 \text{ do } 0,00023$$

Wzór na stratę spadku

$$h = \frac{u^2}{2g} (1 + z + \lambda \cdot \frac{l}{D})$$

jest słuszny tylko dopóty, dopóki przewód jest prosty. Każde skrzywienie powoduje dodatkowe opory.

Boussinesque wykrył doświadczalnie, że są one również proporcjonalne do  $\frac{u^2}{2g}$ ; Weissbach podał następujące wzory: Dla rur zaokrąglonych (rys 72)

$$h_1 = z_1 \cdot \frac{u^2}{2g} \cdot \frac{\alpha}{90^\circ} \text{ przy } z = 0,131 + 1,847 \left( \frac{D}{2R} \right)^{3/2}$$

i ułożył tablicę

$\frac{D}{2R}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$z_1$	0,131	0,138	0,158	0,206	0,294	0,44	0,63	0,974	1,4	1,978

a dla rur zakamanych

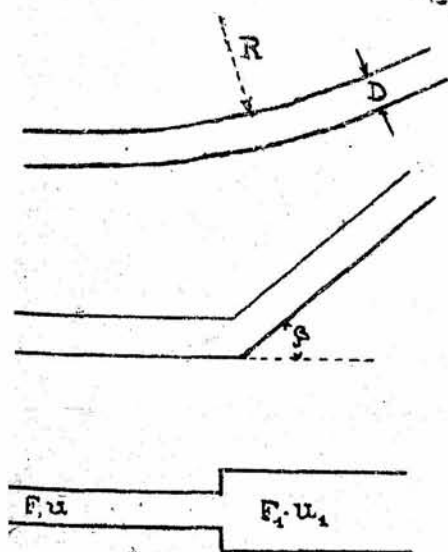
$$h_2 = \left[ 0,946 \sin^2 \frac{\beta}{2} + 2,047 \sin^4 \frac{\beta}{2} \right] \frac{u^2}{2g} = z_2 \cdot \frac{u^2}{2g}$$

i znów podał tablicę:

$\beta = 20^\circ$	$40^\circ$	$60^\circ$	$80^\circ$	$90^\circ$	$100^\circ$	$110^\circ$
$z_2 = 0,046$	0,139	0,364	0,740	0,984	1,26	1,556
$\beta = 120^\circ$	$130^\circ$	$140^\circ$				
$z_2 = 1,861$	2,158	2,431				

Podobnie jeżeli w jakimś miejscu rury otwór jej jest częściowo zamknięty klapą albo zasuwą, to strata ciśnienia również proporcjonalna do  $\frac{u^2}{2g}$ , a więc znów

$$h_3 = z_3 \frac{u^2}{2g}$$



Stratę wywołuje również zmiana przekroju rury, bo wtedy musi zmienić się również i prędkość przepływu, wtedy (rys 72)

$$h = \frac{(u - u_1)^2}{2g}, \text{ ale } F \cdot u = F_1 \cdot u_1, \text{ więc } u_1 =$$

$$= u \cdot \frac{F}{F_1} \text{ stąd zaś } h = \left( \frac{F}{F_1} - 1 \right) \frac{u^2}{2g} = z_4 \frac{u^2}{2g};$$

Suma wszystkich strat na rurę wyniesie więc

$$H = \left( 1 + z_1 + \lambda \frac{l}{D} + z_2 + z_3 + z_4 + \dots \right) \frac{u^2}{2g};$$

RYŚ. 72.

O ile mamy do czynienia z kanałami o przekrojach innych niż kołowe, to w ogólne wzory należy wstawić wartość na  $R$ , 0 oraz  $R$  i szukać przekroju najekonomiczniejszego t.j. minimum dla 0.

### Ruch zmienny.

Powróćmy do zasadniczego wzoru na ruch wody.

$$dz + \frac{dp}{\gamma} + \frac{v dv}{g} = 0$$

Dla wody:  $\gamma = 1$  i  $dp = dh$ , a zatem

$$dz + dh + \frac{v dv}{g} = 0$$

Zmianą wysokości dna będzie oczywiście

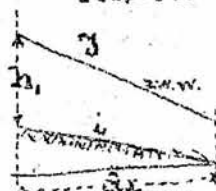
$$dz = - dx$$

gdzie  $dx$  - odległość dwóch sąsiednich przekroj. Znak ujemny gdyż przekrój następny leży niżej od poprzedniego. Otrzymamy więc

$$- dx + dh + \frac{v dv}{g} = 0$$

$$\text{lub} \quad dx - dh = \frac{v dv}{g}$$

Rys. 73.



Z rys. widać że

$$dx + h_1 = dx + h_2$$

$$\text{stąd } dx = dx - dh = \frac{v dv}{g}$$

Takby było rzeczywiście, gdyby nie było oporów. Energia bowiem spowodowana spadkiem dna zużyje się przede wszystkim na pokonanie oporów, a dopiero reszta