Wreszcie kierunek prądów oznaczyć można obserwując zmainą kierunku jazdy pod ich wpływem.

HYDRODYNAMIKA STOSOWANA

t.j. zagadnienie o ruchu wody.

Nawiązując do wykładów hydrauliki, omówić musimy te rodzaje ruchu wody, z których najczęściej w praktyce inżynierskiej się spotykamy. Pod względem praktycznym rozróżniać będziemy, następujące rodzaje ruchów:

1) Ruch wody wgłębnej

2) Ruch wody w przewodach otwartych

a) w kanałach sztucznych

b) w korytach naturalnych

3) Ruch wody w przewodach zamkniętych

4) Specjalne wypadki ruchu (wypływ cieczy, przelewy, śluzy)

5) Ruchy miejscowe wód stojących(morza, jeziora)

Natomiast pod względem teoretycznym uskutecznimy podział na:

1) Ruch regularny

2(Ruch burzliwy

3) Ruch wirowy

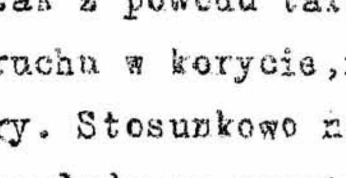
4) Ruch falowy

Przy omawianiu poszczególnych rodzajów ruchu posługiwać się będziemy jednym i drugim podziałem, są one bowiem poniekąd ze sobą związane. I tak np. ruch wód wgłębnych jest wyłącznie regularnym: ruch wód stojących może być tylko falowy. Tylko w wodach płynących na powierzchni znajdujemy wszystkie rodzaje ruchu.

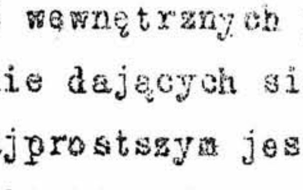
Ruch regularny.

Jak z hydrauliki wiadomo, ujęcie ruchu wody w formy matematyczne przedstawia bardzo wielkie trudności, tak z powodu tarć wewnętrznych płynu, jak i oporów ruchu w korycie, nie dających się ująć w ścisłe wzory. Stosunkowo najprostszym jest ruch regularny, ze względu na prostolinijność i równoległość strug czy nici wody. Ruch ten możemy sobie unaocznić za pomocą doświadczeń Reynolds'a:

Jeżeli do rurki szklanej, w której płynie woda wpuścimy mniejszą rurką ciecz zabarwioną, to dopóki ruch wody będzie powolny, pasmo zabarwione wyciągnie się prostolinjowo i równolegle do ścian rurki (rys 51)



RYS. 51.



RYS. 52.

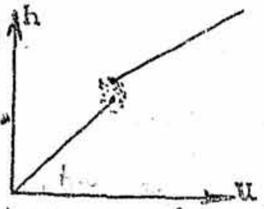
W miarę zwiększania się prędkości ruchu znika prostolinijność zabarwionego płynu i zabarwienie rozchodzi się stopniowo po całym przekroju (rys.52) Reynolds w swoich badaniach szukał związku pomiędzy prędkością średnią i spadkiem wody, który to związek wyraził w postaci:

$$u = f(\frac{h}{l}) = f\ (i)$$

Dla ruchu regularnego funkcja ta jest zupełnie prosta. Jeżeli odetniemy na osi poziomej „lgu" a na pionowej „lgh" dla pewnej długości, to funkcja wyrazi się linją prostą nachyloną pod kątem 45^0 i przechodzącą przez środek układu (rys. 53)

A więc

RYS.53.



$$lgu = lgh$$

$u = h$ na długości l to jest

$$u = \frac{h}{l} = i$$

W praktyce musimy dodać pewien współczynnik „k", ze względu na tarcie o ściany naczynia. Stąd otrzymamy wzór

$$u = k.i$$

Zwiększając dalej prędkość otrzymał Reynolds w pewnym punkcie wykresu (rys.53) grupę punktów rozrzuconych, poczem po dlaszym wzroście funcka przedstawiała znów linję prostą, ale nie równoległą. Ta sieć punktów rozrzuconych, dla których związku funkcyjnego znaleźć nie można, stanowi przejście z ruchu regularnego do burzliwego. Doświadczalna granica ruchu regularnego zależy, jak podaje Camichel, nietylko od prędkości, ale również i do kształtu rurki wypływu, tak że przy odpowiednim kształcie rurki otrzymał ruch regularny przy znacznych prędkościach. Jeśli jednak - jak widać z wykresu - tej samej prędkości odpowiadają w ruchu regularnym i burzliwym różne ciśnienia (wysokości) i to w burzliwym większe, przeto różnica między wysokością ciśnienia będzie tą stratą jaką ponosimy na spadku, skutkiem zmiany rodzaju ruchu, a więc wewnętrznych tarć w płynie. Te powstają wskutek tego że w ruchu burzliwym cząstki poruszają się nieregularnie i w różnych kierunkach i dla nabycia tego ruchu muszą zużyć część energji. Stąd powstaje strata ciśnienia. Według doświadczeń Gibsona, wynosi ona $0,2 \frac{u^2}{2g}$ do $0,28 \frac{u^2}{2g}$; Przejście z ruchu regularnego do burzliwego ogranicza liczba krytyczna Reybolds'a.

$$R = \frac{u_R \cdot d \cdot \gamma}{\mu} ; \quad \left\{ \text{gdzie} \begin{array}{l} u \text{ - prędkość; } \gamma \text{ -cięż.gat.} \\ d \text{ - średnica rury; } \mu \text{-współczynnik lepkości.} \end{array} \right.$$

Możemy odróżnić granicę dolną, powyżej której ruch burzliwy nie może przejść w regularny i granicę górną, niższą od poprzedniej, powyżej której ruch regularny staje się burzliwym. Dla wody podaje doświadczenie zgodnie wartość granicy dolnej R = 1200. Górnej ściśle dotąd nie oznaczono. W.E. van Aubel podaje wartość na μ: $\frac{1}{\mu} = \varphi = m + n \cdot \lg(T-t)$;

gdzie φ = płynność (odwrotność lepkości), T temperatura krytyczna, a „m" i „n" różne dla różnych płynów. Część wykresu odpowiadają ruchowi burzliwemu będzie się wyrażać równaniem:

$$\lg \frac{h}{l} = \lg k + n \cdot \lg u$$

inaczej $\frac{h}{l} = k \cdot u^n$

i ostatecznie $h = k \cdot l \cdot u^n$

Według doświadczeń Reynolds'a „n" waha się dla rur w granicach od 1,722 do 2,00 zależnie od materjału i tak wynosi:

dla ołowiu i szkła		1,79
dla żelaza lanego nowego		1,88
"	" starego	2,00

Wzoru tego można używać i dla koryt naturalnych przyj mując n = 2,00.

Wzór ten jednak nie uwzględnia kształtu i wielkości koryta.

Granica ruchu regularnego. Ruch regularny może prze przejść w burzliwy, przy tej samej nawet prędkości, jeśli wzrośnie temperatura, a przez to zmniejszy się łączność cząsteczek płynu. Przy uwzględnieniu wpływu temperatury i kształtu koryta ustalono granicę ruchu regularnego wzorem doświadczalnym:

$$u \leqslant 0{,}00575 \cdot (1 + 0{,}0336 \cdot t + 0{,}000221 \cdot t^2)^{-1} \cdot R^{-1}$$

gdzie „t" oznacza temperaturę w C^{o}, a „R" jest promieniem hydraulicznym przekroju, to jest stosunkiem powierzchni przekroju do obwodu zwilżonego.

Tak więc dla rur okrągłych:

$$R = \frac{D^2 \cdot \pi}{4 \cdot \pi \cdot D} = \frac{D}{4} = \frac{r}{2}$$

Próbowano też prawidła ruchu regularnego wyprowadzić teoretycznie. Jeszcze przed doświadczeniami Reynolds'a doszedł Poisseuille na podstawie własnych ścisłych doświadczeń do prawideł, że ilość wody jest wprost proporcjonalna do spadku (różnicy ciśnień) i do czwartej potęgi z promienia.

Studja prowadzili dalej Basset i Lamle, wreszcie Boussinesque wywiódł wzór Poisseuille'a teoretycznie z zasad ruchu cieczy i równań Navier'a.

Wzór ten opiewa

$$u = \frac{F}{8 \cdot \pi \cdot \mu} \cdot i$$

czyli dla rur

$$u = \frac{r^2}{8\mu} \cdot i$$

a objętość

$$q = u \cdot F = \frac{\pi \cdot r^4}{8\mu} \cdot i$$

gdzie μ jest współczynnikiem lepkości zmiennym wraz z temperaturą. Wynosi on dla wody przy temperaturze:

C^{o} =	0	4	5	10	15
μ =	0,0178	0,0156	0,0152	0,0131	0,0114

t°	20	30	50	100
μ	0,0101	0,0081	0,0055	0,0027

Nie uwzględnienie współczynnika chropowatości ścian tłomaczy się tem, że teorja wzoru przyjmuje prędkość przy ścianach = 0, dla małych prędkości ruchu, tak że woda posiada tylko tarcie wewnętrzne, uwzględnione w współczynniku. Ruch regularny na powierzchni znajdujemy tylko wyjątkowo, natomiast regułą jest on dla wód wgłębnych. Woda, przesączając się pomiędzy cząsteczkami różnych pokładów, porusza się z chyżością niezmiernie małą, pozwalającą na zastosowanie wzorów ruchu regularnego. (King skonstatował metodą elektryczną prędkości 0,05 do 0,01 $^m/_m$/sek).
Pierwsze doświadczenia w tym kierunku przeprowadził Darcy, bardzo obszerne studja -Amerykanie: King i Slichter. Doświadczenia Darcy'ego polegały na umieszczeniu w rurze pionowej materjałów o różnej wielkości ziarn i różnej porowatości i na przepływie przez nie wody pod różnym ciśnieniem.
Prędkość przepływu $u = \frac{Q}{n.F}$

gdzie Q - objętość wody, F - powierzchnia przekroju rury, a n - porowatość, wyrażona w %. bez wymiaru
Jeżeli różnica ciśnień wynosiła „h", zaś długość wy-

pełnionej rury „l", to $\frac{h}{l} = i$ = spadek, czyli strata ciśnienia. Otrzymał on w ten sposób z doświadczeń szereg wartości na „u", które mu dały funkcję prostolinijną, znaną z początkowych rozważań:

$$u = k . i \qquad k = \frac{4}{T}$$

stąd Q = n.F.u = n.F.k.i = n.k.F.i = E.F.i

gdzie wartość „E" nazywamy wydajnością materjału, różną dla różnych materjałów. E = nk E = 4/T

Doświadczenia Darcy'ego przeprowadzone były dla piasku i dały wartość na „k" od 0,0005 do 0,0008.

Obszerniejsze badania przeprowadził Thiem i otrzymał wartości na „E":

dla	piasku	drobnego	0,000022
"	"	średniego	0,0002
"	"	grubego	0,00032
"	żwiru	drobnego	0,000416

Wartości te zmniejszają się jeśli zdołamy cząstki ułożyć prostopadle do ruchu wody, zaś zwiększają się, poczynając od średniego piasku o 50% i więcej, jeśli cząstki zdołamy ułożyć równolegle do ruchu wody. Doświadczenia Kinga (Wisconsin) były znacznie obszerniejsze i wykonywane przeważnie na gruncie, a nie w labolatorjach. Opierając się na tych doświadczeniach i obliczając teoretycznie drogę, jaką przechodzi płyn między cząsteczkami stałemi o kształcie kuli, doszedł

Slichter do wzoru na objętość wody przepływającej:

$$q = 1{,}0004 \frac{h . d^2 . F}{\mu . l . k} . \ cm^3/sek \quad \ldots\ldots \ (a)$$

We wzorze tym oznaczają:

h - wysokość ciśnienia wody w cm. przy $4^\circ C$

d - średnica ziaren kuli w cm.

F - powierzchnia przepływu w cm^2.

l - długość drogi w cm.

μ - współczynnik lepkości, jak wyżej

k - stała

Ponieważ dla danego materjału i danej temperatury wody wartość

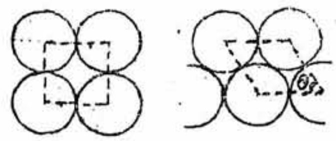
$$10{,}249 \frac{d^2}{\mu . k} = K = \text{stałej}$$

a $\frac{h}{l} = i$

przeto wzór ten możemy napisać w postaci:

$$q = K . F . i$$

a to jest zasadnicza postać wzoru na ruch regularny. Chodzi tylko o wyznaczenie współczynnika „k" gdy nie mamy doświadczeń. Wielkość tego współczynnika zależy od porowatości i ułożenia ziaren. Należy sobie w tym celu wyobrazić układ kulistych cząsteczek rozmaicie rozłożonych (rys. 54) a od kąta nachylenia Θ , linji łączącej środki dwóch ziarn do poziomej warstwy, zależy porowatość w szczególności zaś porowatość przestrzenna "m" (stosunek objętości cząstki próżnych



RYS. 54.

do całej objętości), którą odróżnić należy od porowatości „n" przekroju, wyrażającej stosunek wolnych powierzchni przekroju. Stosunki te ustalili King i Slichter jak następuje:

$$k = \frac{1-m}{n^2} \text{ przyczem } n = 1 - \frac{\pi}{4}$$

Wzajemną zależność tych wartości podaje następująca tabela

m%	Θ	n%	lgk	m%	Θ	n%	lgk
26	60°2'	9,37	1,9258	38	69°17'	16,05	1,3816
28	61°18'	10,45	1,8191	40	71°28'	17,19	1,3073
30	62°36'	11,35	1,7199	42	74°3'	18,32	1,2374
32	64°3'	12,66	1,6277	44	79°10'	19,46	1,1690
34	65°37'	13,78	1,5409	46	81°25'	20,57	1,1058
36	67°21'	14,91	1,4592	47	81°59'	21,17	1,0729

Na podstawie tej tabeli, względnie wzoru (a), możemy obliczyć odpływ czyli wydajność pewnego przekroju warstwy wodonośnej, mając grubość ziarn i spad wody gruntowej. Teorja Kinga i Slichtera przyjmuje materjał jednorodny, czyli stałą wielkość ziarn kulistych. W naturze to się nie trafia. I kształt i wielkość cząstek jest bardzo różnorodna. Zachodzi więc trudność oznaczenia tej średnicy dla obliczeń.

Pewne ułatwienie mamy w tem, że dla przepuszczalności gruntu największe znaczenie mają cząstki drobne, Doświadczenia Kinga okazały, że 10% ziarn najdrobniejszych dorównywa swym wpływem wszystkim pozostałym. Slichter wprowadził więc do tych obliczeń pojęcie grubości miarodajnej, to jest tej średnicy ziarn, która wraz z wszystkiemi mniejszemi stanowi 10% materjału.

Dla pewnych badań potrzebna nam jest znajomość różnic w grubości ziarn, czyli jednorodność materjału. W tym celu porównywujemy średnicę ziarn, która wraz z mniejszemi stanowi 60% materjału, z średnicą miarodajną i stosunek ten dwu średnic $d_{60} : d_{10}$ nazywamy współczynnikiem jednorodności. Tak np. w pewnym materjale znaleziono za pomocą analizy mechanicznej (przesiania) procentowy skład cząstek:

średnica	poniżej	0,1 m/m	-0,5%	grubość miarodajna
"	"	0,13 "	1,2	wynosi więc w tym
"	"	0,18 "	3,7	wypadku d_{10}=0,25 m/m
"	"	0,32	21,0	Zaś d_{60}=0,62 "
"	"	0,46	51,2	Współczynnik zatem
"	"	0,93	80,5	jednorodności wynosie
"	"	2,04	94,3	$\frac{0,62}{0,25} = 2,48$
"	"	3,9	100,0%	

Jeżeli więc dla jakiegoś materjału znajdziemy średnicę miarodajną, to wstawiamy ją we wzór (a) Slichtera zamiast

„d", a oznaczając zapomocą kilku sondowań różnice wysokości „h" na pewnej długości „l" mamy spad „i". Stąd na 1 cm.^{2} przepływu ($F=1$) mamy objętość

$$q = 10{,}219 \cdot \frac{d^2}{\mu \cdot k} \cdot i = \cancel{k \cdot i} = K \cdot i$$

Współczynnik „k" bierzemy z tablicy, wyznaczywszy dla danego materjału porowatość przestrzenną doświadczalnie (za pomocą wody) ; μ - podane poprzednio. Slichter podaje też tabelę wykreślną do oznaczania bezpośrednio odpływu z 1 cm.^{2} na sec. Otrzymane chyżości są pozorne, bo przyjmuje się wodę płynącą całym przekrojem, podczas gdy w rzeczywistości płynie ona tylko porami, dlatego prawdziwa prędkość wynosi:

$$U = \frac{u}{n}$$

Tablica na „k" obliczona jest dla lepkości przy temp. 10°C. Dlatego dla różnych temperatur trzeba przyjąć poprawki względnie pomnożyć przez współczynnik „a".

C°	0	5	10	15	20	25	30	35	40
a	0,71	0,86	1,00	1,14	1,29	1,45	1,62	1,79	1,98

Przykład:

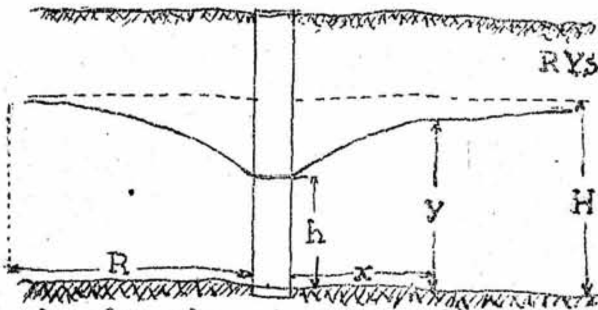
$F=1$ cm.^{2}; $i = 1‰ = 0{,}001$; $d = 0{,}1$; $n = 40\%$;

$\lg k = 1{,}3078$; tem. $= 15{,}5°C$

$$q = 1{,}0094 \cdot \frac{0{,}01}{20.3 \times 0.0114} \cdot 0{,}001 = 0{,}000045 \ \frac{cm^3}{sek}$$

Jeżeli warstwa wody gruntowej jest przedzielona warstwami nieprzepuszczalnemi i skutkiem tego znajduje się pod ciśnieniem, wówczas nie spad tej warstwy, ale spad linji ciśnienia będzie miarodajny. Stan wody w rurach sondujących spad ten oznaczy. Jeżli chodzi o założenie większych zakładów opartych na wodzie gruntowej, wtedy takie przybliżone obliczenie objętości przepływu, względnie wydajności już nie wystarcza. Musimy się wówczas uciec do bezpośredniego wyznaczenia dla danego terenu współczynnika k, czy też K. Czynimy to w następujący sposób.:

Wiercimy w danym terenie t.zw. próbną studnię o znanym promieniu r, aż do dna warstwy wodonośnej, której grubość oznaczymy przez H. Następnie zakładamy pompy i wprawiamy je w ruch tak, aby przypływ był równy odpływowi, czyli pompujemy tyle wody ile jej dochodzi do studni, przez co poziom wody w studni nie ulega zmianom. Zwykle takie ustalenie osiągnąć można dopiero po kilku dniach. Jeżeli wysokość zwierciadła



RYS. 35.

wody w studni oznaczymy przez h, to różnicę (H - h) nazwiemy depresją. Odległość R w której już nie da się zaobserwować obniżenia wody gruntowej nazywamy zasięgiem depresji. Prędkość wody przepływającej maleje wraz ze wzrostem powierzchni przepływu. Powierzchnia ta wzrasta bardzo szybko wraz ze wzrostem odległości od studni, jest to bowiem powierzchnia walca, w którym wzrasta tak promień jak i wysokość. Jeżeli teraz weźmiemy pod uwagę walec o promieniu x i wysokość y, to spadek zwierciadła wody prostopadle do powierzchni przepływu:

$$i = \frac{dy}{dx}$$

Ponieważ zaś $u = k'.i$, zatem $\frac{dy}{dx} = \frac{u}{k}$ $k' = \frac{L}{T}$

Powierzchnia przepływu $F = y.2\pi.x.n$

a objętość wody przepływającej $Q = F.u = y.2\pi.x.n.u$

Ponieważ Q możemy bezpośrednio zmierzyć, zatem:

$$u = \frac{Q}{2\pi x.y.n}, \quad a \quad i = \frac{dy}{dx} = \frac{Q}{2\pi x.yn.k'} = \frac{Q}{2.\pi.E} \cdot \frac{1}{y.x}$$

$$y.dy = \frac{Q}{2\pi E} \cdot \frac{dx}{x} \qquad (7) \qquad E = \frac{L}{T}$$

$$\int_h^y y\,dy = \frac{Q}{2\pi E} \int_r^x \frac{dx}{x}$$

$$y^2 - h^2 = \frac{Q}{\pi E} \cdot \ln\frac{x}{r}; \text{ gdyż przy } y=h;\ x=r;$$

Biorąc miejsce gdzie depresji już niema, mamy:

$$y^2 - H^2 = \frac{Q}{\pi E} \cdot \ln\frac{x}{R};$$

Odejmując drugie równanie od pierwszego otrzymamy:

$$H^2 - h^2 = \frac{Q}{\pi E} \ln\frac{R}{r} \text{ lub } (H+h)(H-h) = \frac{Q}{\pi E} \ln\frac{R}{r}$$

$$\text{stąd: } Q = \pi E \frac{H-h}{\ln\frac{R}{r}} (H+h) = 2\pi E \frac{H-h}{\ln\frac{R}{r}} \cdot \frac{H+h}{2} \qquad (7a)$$

(H - h) jest to depresja w studni; $\frac{H+h}{2}$ średnia grubość warstwy, a $E = \frac{Q}{\pi} \cdot \frac{\ln \frac{R}{r}}{H^2-h^2}$ lub dla doskonałości, mierząc zamiast h w studni, y w odległości $x > r$, otrzymamy:

$$\frac{Q}{\pi} \cdot \frac{\ln \frac{x}{r}}{H^2 - y^2} = E \qquad (7b)$$

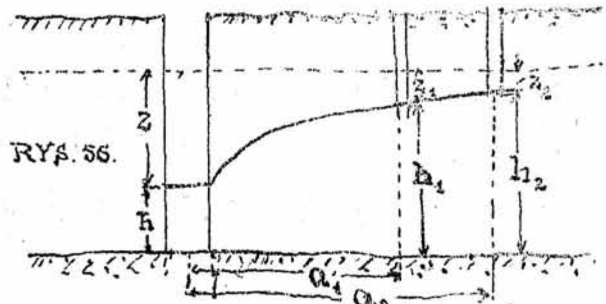
Mierząc ilość wody przy dwóch depresjach możemy wyrugować H, wtedy:

$$E = \frac{Q_2 - Q_1}{\pi} \cdot \frac{\ln \frac{R}{r}}{h_1^2 - h_2^2} ; \ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (7c)$$

Q, R, r, H i h można zmierzyć, zatem możemy obliczyć również i E. Dla studni o różnych średnicach przy tej samej depresji

$$\frac{Q}{Q_1} = \frac{\ln \frac{R}{r_1}}{\ln \frac{R}{r_2}}$$

R można uważać za znaczne w stosunku do r_1, przeto różnica między Q i Q_1 nie może być bardzo wielka. Dokładne wyznaczenie zasięgu depresji jest dość trudne, ponieważ linja depresji przechodzi asymptotycznie do pierwotnego zwierciadła wody gruntowej; zwłaszcza utrudnia to niejednolitość spadku oraz kształtu stożka depresyjnego. Dlatego w praktyce postępujemy zupełnie inaczej. Oprócz studni próbnej wiercimy jeszcze dwa otwory obserwacyjne i mierząc w nich depresję, możemy wyznaczyć współczynnik wydajności. Obserwując jeden z otworów otrzymamy:



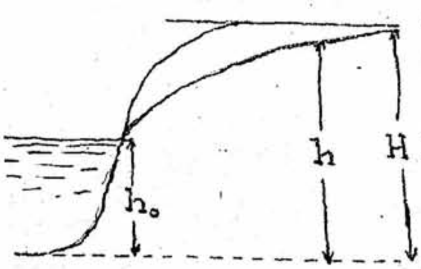
RYS. 56.

$$E = \frac{Q}{\pi} \cdot \frac{\ln \frac{a}{x}}{y^2 - h^2}$$

$$E = \frac{Q}{\pi} \cdot \frac{\ln \frac{a_2}{a_1}}{(h_2 + h_1)(z_1 - z_2)} \ldots ($$

Inny wzór otrzymamy, jeżeli zamiast studni mamy do czynienia z kanałem otwartym lub z rzeką, do której spływa woda gruntowa; wówczas w odległości x spad powierzchni depresyjnej wyniesie również $\frac{dy}{dx}$, a prędkość przepływu : $u = k.i = k \cdot \frac{dy}{dx}$;
na jednostkę długości, a więc powierzchnię y, powierzchnia przepływu wyniesie n.y , a objętość wody przepływającej $Q = y.E.\frac{dy}{dx}$ stąd : $y dy = \frac{Q}{E} dx$; $\frac{y^2}{2} = \frac{Q}{E} x + C$;

dla $x = 0$; $y = h_0$; a zatem: $C = \frac{h_0^2}{2}$;



$$y^2 - h_0^2 = \frac{2Q}{E} \cdot x \; ; \; Q = \frac{E(y^2 - h_0^2)}{2x} = \frac{E(H^2 - h_0^2)}{2L} \; ; \; E = \frac{2Qx}{y^2 - h^2} \qquad (8)$$

RYS. 57.

Wszystkie powyższe wzory zależne są od grubości warstwy wodonośnej H. W praktyce, przy bardzo głębokich pokładach, często nie można założyć studni sięgającej do dna warstwy wodonośnej; Thiem i Osten radzą wtedy stosować powyższe wzory, przyjmując za H odległość od zwierciadła wody do dna studni. Forchheimer szuka związku pomiędzy jednem obliczeniem i drugiem i nazy wając głębokość studni przez t, odległość od dna studni do warstwy nieprzepuszczalnej przez T, zaś H i h, jak poprzednio pełną głębokość i obniżoną skutkiem depresji licząc od spodu warstwy, otrzymuje:

$$\frac{H^2 - T^2}{H^2 - h^2} = \sqrt{\frac{T}{t}} \cdot \sqrt[4]{\frac{T}{2T - t}}$$

oraz:

$$\frac{q}{Q} = \sqrt{\frac{t}{T}} \cdot \sqrt[4]{\frac{2T - t}{T}}$$

gdzie q - objętość przepływu liczona bez uwzględnienia grubości warstwy. W praktyce jednak tych wzorów nie stosuje się. Wzorów tych używa się również wtedy, gdy naturalne zwierciadło wody gruntowej, nie jest poziome ale w nieznacznym spadku. Wartość h, h_1, z, z_1, a, a_1, i t.d. liczymy wtedy nie od poziomu, lecz od linji wody gruntowej, względnie dna do niej równoległego. Wartość na k, albo na E są wogóle nieznaczne, dla drobnego piasku E = 0,00002 i niżej dla grubego żwiru E = 0,005.

W Małopolsce przy studjach dla miasta Krosna w żwirach Wisłoka znaleziono E = 0.00187. W okolicach Stryja E = 0.005 - 0.007, w Czerniowcach E=0,00072-- 0,00998. Wartości na E podane są na jednostkę powierzchni, a zatem, pomnożone przez spadek i dają odrazu prędkość. Wartości na prędkość są zwykle bardzo małe, ponieważ zarówno współczynnik E, jak i spadek są małemi ułamkami. Można to sprawdzić wprowadzając barwnik, np. fluoresceinę, do wody gruntowej i obserwując czas, w ciągu którego woda ta przedostanie z jednego punktu do drugiego; można to również uczynić wtedy, gdy wytwarza się sztuczną wodę gruntową, t.j. wodą powierzchniową wprowadzoną na teren wodonośny zasila się wodę gruntową. Np. woda Menu, użyta do tego celu, przeszła:

po	45 dniach	-	20 m.
"	120 "	-	75 "
"	190 "	-	100 "
"	250 "	-	130 "

Znając już wydajność terenu, możemy obliczyć ilość wody, jaką otrzymamy bądź to ze studni, bądź też z kanału zbiorczego. Rzecz się znacznie komplikuje, gdy zamiast jednej studni, mamy ich cały szereg. Ten wypadek zwykle zachodzi przy wodociągach, a zawsze prawie przy zakładaniu fundamentów, gdy sztucznie obniża się poziom wody gruntowej przy pomocy studzien, aby móc założyć fundament na sucho. Chcąc ująć we wzory matematyczne związki, jakie zachodzą między depresją, a ilością i odległością ich od siebie, Kryliels (Grundwasser Absenkung) rozumuje w następujący sposób: Pod wpływem studni 1, w której przy pompowaniu ustali się wysokość h_1, wytworzy się w punkcie odległym o x_1 depresja, która zmniejszy grubość warstwy wodnonośnej z H na y_1; pod wpływem studni 2, w której wysokość wody jest h_2, wytworzyłaby się wysokość y_2 przy odległości x_2 i t.d. A zatem dla każdej studni, działającej osobno byłyby ważne równania 7), a więc:

$$y^2 - h_1^2 = \frac{q_1}{\pi \cdot E} \left(\ln \frac{x_1}{r_1} \right)$$
$$y^2 - h_2^2 = \frac{q_2}{\pi \cdot E} \left(\ln \frac{x_2}{r_2} \right)$$

Jeżeli studnie działają jednocześnie, to ich wpływy muszą się sumować; można to wyrazić wzorem:

$$y^2 - h_o^2 = \frac{q_1}{\pi \cdot E} \ln \frac{x_1}{r_1} + \frac{q_2}{\pi \cdot E} \ln \frac{x_2}{r_2} + \ldots .$$

We wzorze tym zamiast związku między y i różnymi h, wstawiamy dotąd jeszcze nie określone h_o. Jeżeli założymy, że długości średnic studni są jednakowe i że mamy wydatek również jednakowy, to wtedy:

$$y^2 - h_o^2 = \frac{q}{\pi \cdot E} \left\{ (\ln x_1 - \ln r) + (\ln x_2 - \ln r) + \ldots \right.$$

czyli
$$y^2 - h_o^2 = \frac{q}{\pi \cdot E} \left[\ln(x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_n) - n \ln r \right]$$

Chcąc znaleźć h_o, wyobrazimy sobie, że zamiast kilku studzien, działa tylko jedna zastępcza, odległa o x od obserwowanego punktu. Studnia ta ma w tym punkcie wywołać tę samą depresję y, a wydatek jej winien wynosić $\quad Q = n \cdot q;$

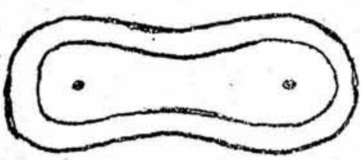
przy pewnej depresji h_x . Wtedy:

$$y^2 - h_x^2 = \frac{Q}{\pi E} (\ln x - \ln r)$$

Wzór ten jest zupełnie analogiczny do poprzedniego; gdy: $Q = nq$; $x = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_n}$; $h_x = h_0$; czyli h_0 jest to ta wysokość wody, która wytworzyłaby się w jednej studni zastępczej, z której pompowanoby na sekundę ilość wody $Q = nq$, a któraby od danego punktu była odległa o $x = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_n}$;

Jeżeli wykreślimy linje różnych depresji, to dla jednej studni otrzymamy koła, dla dwóch - lemniskatę (rys 58) dla więcej - jakąś krzywą wyższego rzędu.

RYS. 58.



Im bardziej oddalamy się od studzien, a zbliżamy do zasięgu depresji tym bardziej kształt tych krzywych upadabnia się do koła. Dla danego zasięgu depresji R, który jest bardzo wielki w stosunku do odległości badanego punktu od studzien, można w przybliżeniu przyjąć, że będzie on ten sam, bez względu na to, czy działa jedna studnia zastępcza, czy też większa ilość studzien. Z tego też względu dla zasięgu depresji można stosować równanie:

$$H^2 - h_0^2 = \frac{Q}{\pi \cdot E} \ln \frac{R}{r}$$

i stąd obliczyć: $h_c^2 = H^2 - \frac{Q}{\pi \cdot E} \ln \frac{R}{r}$ (9b)

Wstawiając wartość ze wzoru 9b) we wzór 9) otrzymamy dla Q = nq:

$$H^2 - y^2 = \frac{nq}{\pi E} \left(\ln R - \frac{1}{n} \ln x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_n \right)$$

a zatem, znając lub przyjmując w przybliżeniu zasięg depresji (a można go zwykle obliczyć ze studni próbnej), można obliczyć albo ilość wody jaką trzeba pompować, aby, przy pewnej ilości i rozłożeniu studzien, osiągnąć pewną depresję, albo też obliczyć, jaka depresja wytworzy się w danem miejscu, w czasie pompowania określonej ilości wody na sek.

Jeżeli ddla pewnego punktu mamy zmierzone y_1, a studnie są od niego odległe o x_1', x_2', x_3', i t.d. to możemy obliczyć wysokość y_2 w każdym innym punkcie odległym o x_1'', x_2'', x_3'' . . .

$$H^2 - y_1^2 = \frac{nq}{\pi \cdot E} \left(\ln R - \frac{1}{n} \ln x_1' \cdot x_2' \cdot \ldots \cdot x_n' \right)$$

$$H^2 - y_2^2 = \frac{nq}{\pi E} \cdot \left(\ln R - \frac{1}{n} \ln x_1'' x_2'' \cdot \ldots \cdot x_n'' \right)$$

$$y_1^2 - y_2^2 = \frac{nq}{\pi E} \left(\frac{1}{n} \ln x_1' \cdot x_2' \cdot \ldots \cdot x_n' - \frac{1}{n} \ln x_1'' x_2'' \ldots x_n'' \right)$$

9d) . . . . . $y_1^2 - y_2^2 = \frac{q}{\pi \cdot E} \left(\ln x_1' \cdot x_2' \cdot \ldots x_n' - \ln x_1'' x_2'' \ldots x_n'' \right)$

Wzoru tego można również użyć do obliczenia współczynnika wydajności terenu, gdy w dwóch otworach obserwacyjnych , na które działa kilka studzien, pomierzymy depresję. Rozłożenie studzien przy zakładaniu fundamentów może być różne; najprostszy wypadek zachodzi wtedy, kiedy studnie leżą na obwodzie koła. Jeżeli promień tego koła oznaczymy przez ϱ, to dla punktu, leżącego w środku koła, gdzie depresja będzie oczywiście najmniejsza:

$$x_1 = x_2 = \ldots = x_n = \varrho \quad i:$$

$$y^2 - h^2 = \frac{Q}{\pi \cdot E} (\ln \varrho - \ln r)$$

$$h^2 = H^2 - \frac{Q}{\pi \cdot E} (\ln R - \ln r)$$

a więc: $$H^2 - y^2 = \frac{Q}{\pi \cdot E} (\ln R - \ln \varrho)$$

a więc: $$Q = (H^2 - y^2) \frac{E \cdot \pi}{\ln R - \ln \varrho} \quad \ldots \quad 9e)$$

Jeżeli $\varrho = r$ dla jednej studni to $y = h$

" $\varrho = R$ " " " " $y = H$

Wzór więc przechodzi w zwykły wzór na jedną studnię. Oznaczając depresję $(H - y)$ przez „z" można ten wzór przekształcić tak:

$$z = H - \sqrt{H^2 - Q.K} \quad \ldots\ldots \quad 9f)$$

gdzie $$K = \frac{1}{\pi \cdot E} (\ln R - \ln \varrho)$$

Wzoru tego można używać i wtedy, gdy studnie nie leżą na obwodzie koła, wtedy jednak zamiast „$\ln \varrho$" należy wstawić $\frac{1}{n} \ln x_1 x_2 \ldots$ Można go również używać i dla jednej studni, należy tylko zmienić ϱ na r, oraz y na h.

a więc: $$z = H - h; \; K = \frac{1}{\pi E} (\ln R - \ln r)$$

$z = H - h$; Wstawiając zaś wartość na h we wzór ogólny 9c) otrzymamy depresję dowolnego punktu:

$$z_x = H - \sqrt{H^2 - \frac{Q}{\pi \cdot E} \cdot (\ln R - \ln x}$$

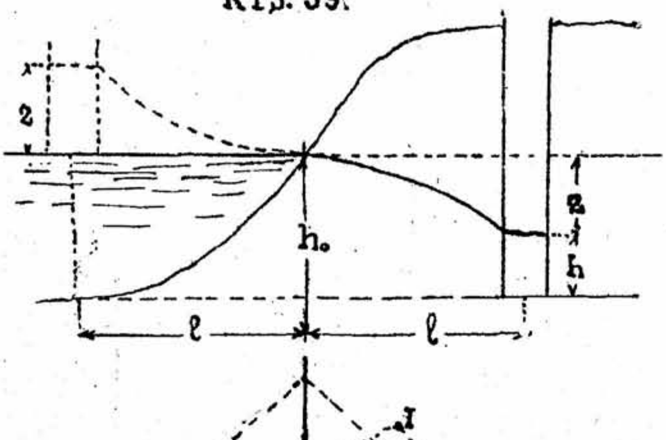
dla studni samej: $(H - z)^2 = H^2 - \frac{Q}{\pi \cdot E}(\ln R - \ln r)$

stąd: $z(2H-z) = \frac{Q}{\pi E}(\ln R - \ln r)$;

a dla różnych Q: $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{z_1 \cdot (2H - z_1)}{z_2 \cdot (2H - z_2)}$ . . . . (10)

Za pomocą tego wzoru, znając depresję przy pompowaniu pewnej ilości wody, można obliczyć, ile jej należy pompować, aby osiągnąć inną depresję. Na zasadach działania kilku studni da się też wyznaczyć oddziaływanie studni położonej w pobliżu wody powierzchniowej rzeki lub jeziora.

RYS. 59.



W tym celu należy sobie wyobrazić w odległości tej samej co studnia nadbrzeżna, studnię niejako odwrotną, w której zwierciadło wody jest wzniesione ponad zwierciadło wody w rzece o $z = h_0 - h$ (t.zw. studnia chłonna (rys.59.) Wówczas, biorąc pewną objętość ze studni, pobieramy ją właściwie z rzeki. A zatem dla dowolnego punktu, odległego o x od studni rzeczywistej a ξ od wyobrażalnej, możemy napisać: $y^2 - h_0^2 = \frac{Q}{\pi \cdot E}(\ln x - \ln r) - \frac{Q}{\pi E}(\ln \xi - \ln r)$;

inaczej: $h_0^2 - y^2 = \frac{Q}{\pi \cdot E}(\ln \xi - \ln x)$ . . . 11)

dla $\xi = x$; $y = h_0$; będzie to punkt położony na brzegu rzeki; gdy $x = r$; $\xi = 2l$, wówczas:

$$h_0^2 - h^2 = \frac{Q}{\pi E}(\ln 2l - \ln r) \text{ i:}$$

$$h = \sqrt{h_0^2 - \frac{Q}{\pi \cdot E}(\ln 2l - \ln r)} \quad . . 11a)$$

$h = 0$, wtedy gdy $h_0^2 = \frac{Q}{\pi E}(\ln 2l - \ln r)$

Gdy ten warunek będzie spełniony, otrzymamy największą depresję. Jeżeli $h = h_0$ wtedy $2l = r$, a więc, gdy studnia położona jest na brzegu, wtedy depresji wcale nie będzie. Reasumując powyższe rozważania i stosując je do wyznaczenia współczynnika E, możemy je streścić w następujący sposób:

1. Pompując z jednej studni, przy różnych depresjach z_1 i z_2, otrzymamy różne Q_1 i Q_2 oraz h_1 i h_2; wielkości te wiąże wzór: $E = \frac{Q_2 - Q_1}{\pi} \cdot \frac{\ln R - \ln r}{h_1^2 - h_2^2}$

2. Jeżeli nie znamy zasięgu depresji R, wtedy możemy obserwować stan wody w drugim otworze obserwacyjnym, odległym o x od studni, wtedy: $E = \frac{Q}{\pi} \frac{\ln x - \ln r}{y^2 - h^2}$

3. Chcąc się uwolnić od niedokładności spowodowanej przez to, że r jest małe, obserwujemy stan wody w dwóch otowrach próbnych, wówczas: $E = \frac{Q}{\pi} \cdot \frac{\ln x_1 - \ln x_2}{y_1^2 - y_2^2}$

4. Gdy mamy zasięg depresji, wtedy wystarcza nam obserwacja jednego otworu, i: $E = \frac{Q}{\pi} \cdot \frac{\ln R - \ln x}{H^2 - y^2}$

5. albo znajomość stanu wody w samej studni i wtedy:

$$E = \frac{Q}{\pi} \cdot \frac{\ln R - \ln r}{H^2 - h^2}$$

Przykład. W warstwie wody gruntowej $H = 20$ m., studnia o promieniu 1.0 m. daje $0.1 \frac{m^3}{sek}$. Jaka jest depresja jeżeli $E = 0{,}002$, a zasięg jej $R = 1000$ m.?

$$h^2 = 20^2 - \frac{0{,}1}{3{,}14 \cdot 0.002} \left(\lg_{nat} 1000 - \lg_n 1.0 \right) = 290;$$

$$h = 17.04 \text{ m}; \quad z = (20 - 17.04) \text{m} = 2{,}96 \text{ m}.$$

O ile zamiast jednej, wykonamy dwie studnie w odległości 45 m. od danego punktu i będziemy z nich pompować po $0.05 \frac{m^3}{sek}$, a promień ich damy po $0{,}5$ m $= r_1 = r_2$; wtedy przyjmując z poprzedniego $h_0^2 = 290$ otrzymamy:

$$y^2 = 290 - \frac{2 \cdot 0{,}05}{3{,}14 \cdot 0{,}002} \left(\tfrac{1}{2} \lg_{nat.} 45 \cdot 45 - \lg_{nat} 0{,}5 \right) =$$

$$= 350{,}5; \; y = 18{,}72 \text{ m.} \quad z = 1.28 \text{ m.}$$

a w studni: $y^2 - 290 = \frac{0.1}{3{,}14 \cdot 0{,}002} \left(\tfrac{1}{2} \lg_{nat} 0{,}5 \cdot 89{,}5 - \lg_n 0{,}5 \right)$

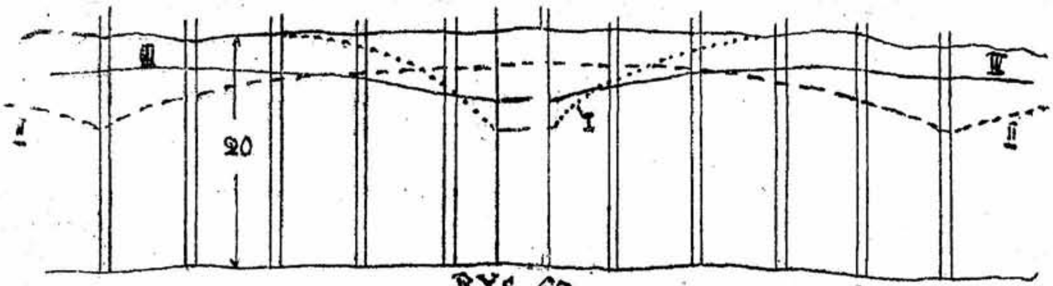
$y = 17{,}9$ m $\quad z = 2{,}1$ m.

Założywszy 10 studzien, po 5 z każdej strony, w odstępach co 10 m., mamy $x_1 = 5m$; $x_2 = 15m$ i t.d.

zakładając $q = 0{,}01 \frac{m^3}{sek}$; $r = 0{,}1$ m. i $h_0^2 = 290$, otrzymamy,

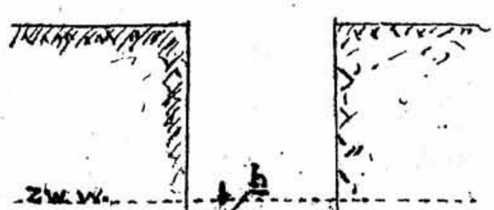
$$y^2 - 290 = \frac{0{,}1}{3{,}14 \cdot 0{,}02} \left(\tfrac{1}{10} \ln 5 \cdot 15 \cdot \ldots - \ln 0{,}1 \right)$$

stąd: $y = 18{,}38$ m; $z = 1{,}62$ m.



RYS. 60.

Gdybyśmy mieli do czynienia nie z warstwą wody gruntowej, ale z pokładem nieskończenie grubym o poziomem zwierciadle wody, to możemy w przybliżeniu wyznaczyć wydajność, zapuszczając studnię do poziomu zw.w. względnie nieco niżej i pompując stale pewną ilość wody. Wtedy możemy sobie wyobrazić, że woda wpływa do studni w ten sposób, iż punkty, w których prędkości są jednakowe, znajdują się na powierzchni tych samych półkul, jeżeli zaś weźmiemy pod uwagę półkulę o promieniu równym promieniowi studni, wtedy prędkość wpływa do studni:



RYS. 61.

$$u = \frac{Q}{2\pi r^2 n} = k.I;$$

$$\text{stąd} \quad I = \frac{Q}{2\pi r^2 n.k} = \frac{Q}{2\pi r^2 E};$$

Gdy zaś spad tworzy się pod wpływem depresji h, to w odległości R:

$$I = \frac{dh}{dR};$$

stąd: $dh = \frac{Q}{2\pi ER} dR$, a całkując w granicach od $R = r$ do $R = \infty$, otrzymamy : $h = \frac{Q}{2\pi Er}$, czyli $E = \frac{Q}{2\pi r.h}$ ...12)

Wiercąc otwór próbny w odległości x od studni i mierząc w nim depresję z otrzymamy:

$$E = \frac{Q}{2\pi x.z} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 12a)$$

Ostatni sposób pomiaru E polega na obliczeniu czasu, jakiego potrzebuje woda do wypełnienia całego lejka depresyjnego po ustaniu pompowania. Otóż jeśli po upływie czasu t_1, depresja w studni była z_1, a po czasie t_2 - z_2, i jeżeli całą głębokość studni oznaczymy przez H , wtedy moglibyśmy wyprowadzić następującą zależność:

$$\frac{m \cdot Q^2}{4 \cdot E^2 \cdot \pi}\left(\frac{1}{z_2} - \frac{1}{z_1}\right) - \frac{m \cdot \pi}{3}\left\{(H-z_2)^3 - (H-z_1)^3\right\} = Q(T_2 - T_1)$$

a stąd można obliczyć E.

Ruch burzliwy.

Przeważnie ruch wody płynącej czy to w rzece, czy w kanale, czy też w jakimś przewodzie zamkniętym, jest tak skomplikowany, że ujęcie go w ścisłe wzory matematyczne jest rzeczą niemożliwą. Pobieżna obserwacja ruchu wody płynącej wykaże nam już wielką różnorodność zja-