1. RACHUNEK ZDAŃ I ALGEBRA BOOLE'A

11. Dwuwartościowy rachunek zdań

111. Pojęcie zdania. Podstawowym pojęciem ogólnie używanego dwuwartościowego rachunku zdań jest zdanie. Znaczenie wyrazu "zdanie" znane jest z gramatyki, jednakże w dwuwartościowej logice formalnej, której dwuwartościowy rachunek zdań jest częścią, zakres treści wyrazu "zdanie" jest węższy. W logice rozpatrujemy tylko takie zdania orzekające, o każdym z których jest rzeczą sensowną sądzić, bądź że jest ono prawdziwe, bądź że jest ono fałszywe.

Zamiast mówić, że pewne zdanie jest prawdziwe, mówimy w logice, że zdanie to ma wartość logiczną "prawda", zamiast mówić, że zdanie jest fałszywe, mówimy, że zdanie to ma wartość logiczną "fałsz".

Wartość logiczną "prawda" będziemy oznaczali symbolem "1", wartość logiczną "fałsz" - symbolem "0". Należy pamiętać, że symbole te nie oznaczają liczb.

112. Pojęcie funktora. Jednym z głównych zadań rachunku zdań jest tworzenie z pewnych zdań, przyjętych za niezależne, czyli za argumenty, innych zdań, zwanych zależnymi lub też wyrażeniami sensownymi rachunku zdań. Interesujemy się przy tym nie treścią zdania zależnego, lecz jego wartością logiczną. Zatem zdanie, czyli wyrażenie sensowne jest, z punktu widzenia logiki formalnej, całkowicie określone, jeśli podana jest zależność między jego wartością logiczną a wartościami logicznymi argumentów. Taka zależność nazywa się funktorem zdaniotwórczym, jednakże w dalszym ciągu niniejszego każdą z nich będziemy nazywali krótko funktorem. O wyrażeniu sensownym o wartości logicznej określanej na podstawie pewnego funktora będziemy mówili, że jest ono utworzone przez ten funktor.

Funktory dzielą się na różne kategorie, w zależności od liczby argumentów, których dotyczą. Zasadnicze znaczenie mają funktory jednoargumentowe i dwuargumentowe, ponieważ przy ich pomocy możemy łatwo budować wszelkie funktory o większej liczbie argumentów.

W pracy naszej będziemy korzystali z symboli, zwanych zmiennymi zdaniowymi, tzn. ze zmiennych przebiegających zbiór wszelkich możliwych zdań. Do oznaczania zmiennych zdaniowych będziemy używali dużych liter alfabetu łacińskiego. Ze względów stylistycznych będziemy często używali wyrazu "zdanie" zamiast zwrotu "zmienna zdaniowa" o ile taka zamiana nie będzie prowadziła do nieporozumień.

<u>113. Funktory jednoargumentowe.</u> Funktory jednoargumentowe są to zależności między wartościami logicznymi pewnego zdania, uznanego za zależne, a wartościami logicznymi innego zdania, uznanego za niezależne. Funktorów jednoargumentowych jest cztery. Są one zestawione w tablicy 1-1, zawierającej w trzeciej kolumnie przyporządkowanie wartości logicznych zdań F, $\bar{A}$, A, V utworzonych przez funktory nr 0, 1, 2, 3 wartościom logicznym zdania A, będącego zmienną niezależną. Najważniejszym spośród nich jest funktor zwany negacją i oznaczony w tej tablicy numerem 1.

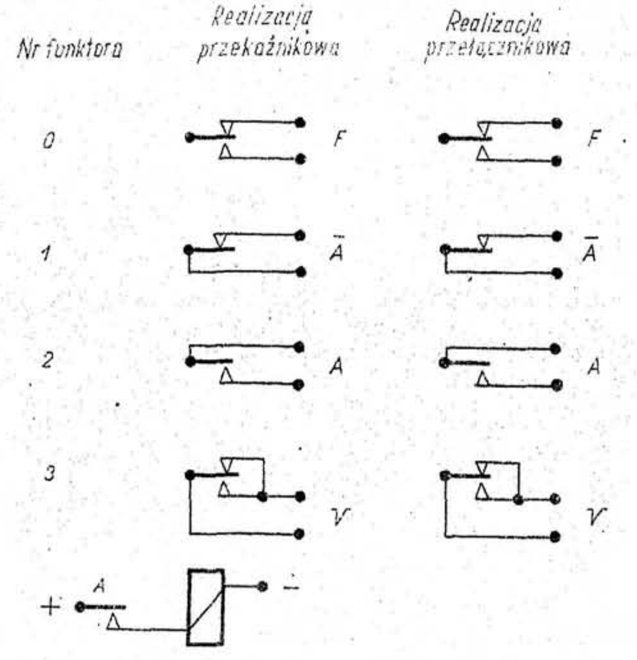
T a b l i c a 1-1

Definicje funktorów jednoargumentowych

Nr funktora	Zdanie	Wartości logiczne		Nazwa funktora
	A	1	0	
0	F	0	0	-
1	$\bar{A}$	0	1	negacja
2	A	1	0	-
3	V	1	1	-

Zdanie utworzone ze zdania A za pomocą funktora negacji będziemy oznaczali przez $\bar{A}$, co będziemy czytali "nieprawdą jest, że A" lub krócej "nie A". Znaczenie podanej w tablicy definicji negacji jest następujące. Jeśli A ma wartość logiczną 1, to $\bar{A}$ ma wartość 0, jeśli A ma wartość 0, to $\bar{A}$ ma wartość 1.

Funktory zdaniotwórcze mają odpowiedniki elektryczne i to wielorakie. O odpowiedniości między funktorem a układem elektrycznym mówimy bądź w ten sposób, że pewien funktor opisuje działanie układu elektrycznego, bądź w ten sposób, że pewien układ jest realizacją funktora.



Rys. 1-1. Schematy dwóch realizacji funktorów jednoargumentowych

Schematy niektórych układów realizujących funktory jednoargumentowe są pokazane na rys. 1-1. W środkowej kolumnie, zatytułowanej "Realizacje przekaźnikowe", w obwodzie uzwojenia przekaźnika działa styk A, którego dwa możliwe stany odpowiadają dwóm możliwym wartościom zmiennej zdaniowej niezależnej. Kotwica przekaźnika uruchamia cztery układy styków tak dobrane i tak połączone, że zależność zamykania i otwierania obwodów przez te układy od zamykania i otwierania obwodu przez styk A stanowi realizację czterech funktorów jednoargumentowych.

W przypadku negacji, jeśli obwód przekaźnika jest zamknięty przez styk wyłącznika A, to obwód kontrolowany przez układ styków $\bar{A}$ jest otwarty i odwrotnie, jeśli obwód przekaźnika jest otwarty, to obwód kontrolowany przez układ styków $\bar{A}$ jest zamknięty. Widzimy, że zależność zamykania i otwierania obwodu przez styki $\bar{A}$ od zamykania i otwierania obwodu przez styki A, jest taka sama, jak zależność wartości logicznej zdania $\bar{A}$ od wartości logicznej zdania A.

Wygodnie jest uważać zaciski wyłącznika A w obwodzie przekaźnika jako wejście do układu realizującego negację, zaciski zaś pary styków $\bar{A}$ jako wyjście z tego układu i podobnie w przypadkach realizacji innych funktorów.

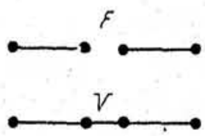
Często posługujemy się schematami uproszczonymi realizacji funktorów tak, jak to jest pokazane na rys. 1-1 w kolumnie zatytułowanej "Realizacja przełącznikowa". Taki sposób przedstawiania jest niekompletny, ponieważ wejść do układu realizującego funktor należy domyślać się. Funktor jest zależnością, zatem jego realizacja powinna być też zależnością, układ zaś styków sam przez się zależnością nie jest. Pomimo tej niepełności interpretacyjnej stosowanie rachunku zdań do opisu układów przełączników do błędnych wyników nie prowadzi.

W ostatnim wierszu tablicy 1-1 zdanie zależne jest oznaczone literą V (od łac.verum). Jest ono prawdziwe niezależnie od wartości logicznej zdania A. Zdanie V będziemy nazywali stale prawdziwym. Schemat realizacji przekaźnikowej zdania stale prawdziwego pokazany jest w ostatnim wierszu rys. 1-1. Widzimy, że niezależnie od tego, czy przez wyłącznik A obwód jest zamknięty, czy nie, przez układ styków V obwód jest zamknięty bądź przez styk czynny, tzn. taki, jaki na rysunku 1-1 odpowiada funktorowi nr 2, bądź przez styk bierny, tzn. taki, jaki na tym samym rysunku odpowiada funktorowi nr 1.

W pierwszym wierszu tablicy 1-1 zdanie zależne jest oznaczone literą F (od łac.falsum). Jest ono fałszywe niezależnie od wartości logicznej zdania A. Zdanie F będziemy nazywali stale fałszywym. Schemat realizacji przekaźnikowej zdania stale fałszywego pokazany jest w pierwszym wierszu rys. 1-1. Jak widzimy, obwód dołączony do układu sprężyn F jest stale otwarty niezależnie od tego, czy przez wyłącznik A obwód przekaźnika jest zamknięty, czy otwarty.

Ponieważ wartości logiczne zdań V i F nie zależą efektywnie od wartości logicznych argumentu, definiujące je funktory są tylko formalnie jednoargumentowymi; będziemy je wobec tego nazywali funktorami niewłaściwymi. Funktory niewłaściwe jednoargumentowe można i wygodnie jest uważać za funktory zeroargumentowe.

Realizacje funktorów zeroargumentowych pokazane są na rysunku 1-2. Dla zdania stale prawdziwego realizacją jest stałe połączenie dwóch punktów obwodu, dla zdania stale fałszywego - stały brak połączenia między dwoma punktami obwodu.



Rys. 1-2. Schematy realizacji funktorów zeroargumentowych

Pozostałe dwa funktory jednoargumentowe będziemy nazywali właściwymi. Z nich funktor nr 2 tworzy samo zdanie A, a stąd staje się oczywiste osobliwe znaczenie negacji. Jest to mianowicie jedyny funktor jednoargumentowy właściwy, tworzący wyrażenie sensowne różne od zmiennej zdaniowej niezależnej.

114. Funktory dwuargumentowe. Tablicę definicyjną funktorów dwuargumentowych jest stosunkowo łatwo ułożyć na podstawie analogii z tablicą 1-1. Oznaczmy zmienne zdaniowe niezależne przez A i B. Każdej parze wartości logicznych zdań A i B odpowiada jedna wartość logiczna zmiennej zależnej. Ponieważ par takich jest cztery, więc każdy funktor dwuargumentowy musi stanowić przyporządkowanie pewnej czwórce uporządkowanej par wartości logicznych zmiennych niezależnych określonej czwórki uporządkowanej wartości logicznych zmiennej zależnej. Łatwo stwierdzić, że takich przyporządkowań jest 16, zatem tyleż jest ogółem funktorów dwuargumentowych. Są one zestawione w tablicy 1-2.

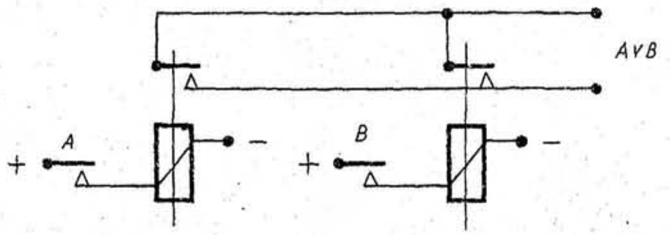
Tablica 1-2

Definicje funktorów dwuargumentowych

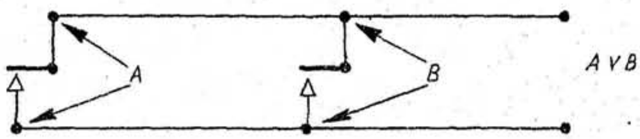
Nr funktora	Zdania A, B	Wartości logiczne 1,1	1,0	0,1	0,0	Nazwa funktora	Zwrot językowy
0	F	0	0	0	0	-	-
1	A/B	0	0	0	1	dyzjunkcja	nie A lub nie B
2	-	0	0	1	0	-	-
3	-	0	0	1	1	-	-
4	-	0	1	0	0	-	-
5	-	0	1	0	1	-	-
6	A⊕B	0	1	1	0	alternatywa wyłączająca	bądź A, bądź B
7	-	0	1	1	1	-	-
8	A.B	1	0	0	0	koniunkcja	A i B
9	A≡B	1	0	0	1	równoważność	-
10	-	1	0	1	0	-	-
11	A→B	1	0	1	1	implikacja	jeśli A, to B
12	-	1	1	0	0	-	-
13	B→A	1	1	0	1	implikacja odwrotna	jeśli B, to A
14	A∨B	1	1	1	0	alternatywa	A lub B
15	V	1	1	1	1	-	-

Funktor nr 14, zwany alternatywą logiczną, ma odpowiedniki w języku potocznym, mianowicie wyrazy "lub" i "albo"*). Zdanie złożone "A lub B" jest prawdziwe wtedy, gdy tylko zdanie A jest prawdziwe, wtedy, gdy tylko zdanie B jest prawdziwe oraz wtedy, gdy zarówno A, jak i B są prawdziwe, jest natomiast fałszywe, gdy zarówno A, jak i B są fałszywe. Ta definicja słowna jest oczywiście ściśle równoważna definicji w tablicy.

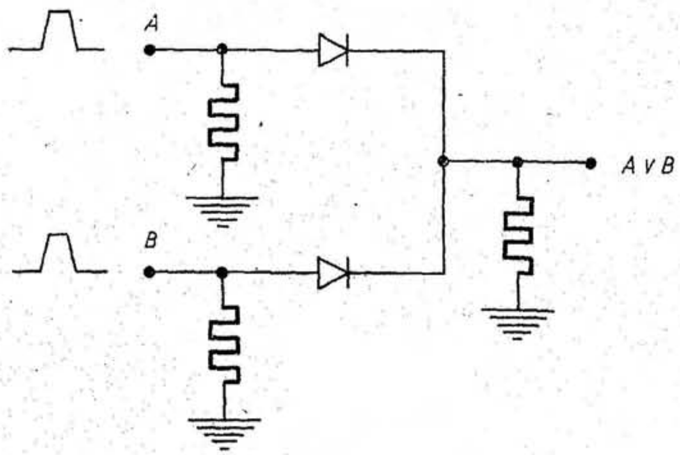
a)



b)



c)



Rys. 1-3. Schematy zasadnicze realizacji alternatywy a - schemat realizacji przekaźnikowej; b - schemat realizacji przełącznikowej; c - schemat realizacji prostownikowej

---

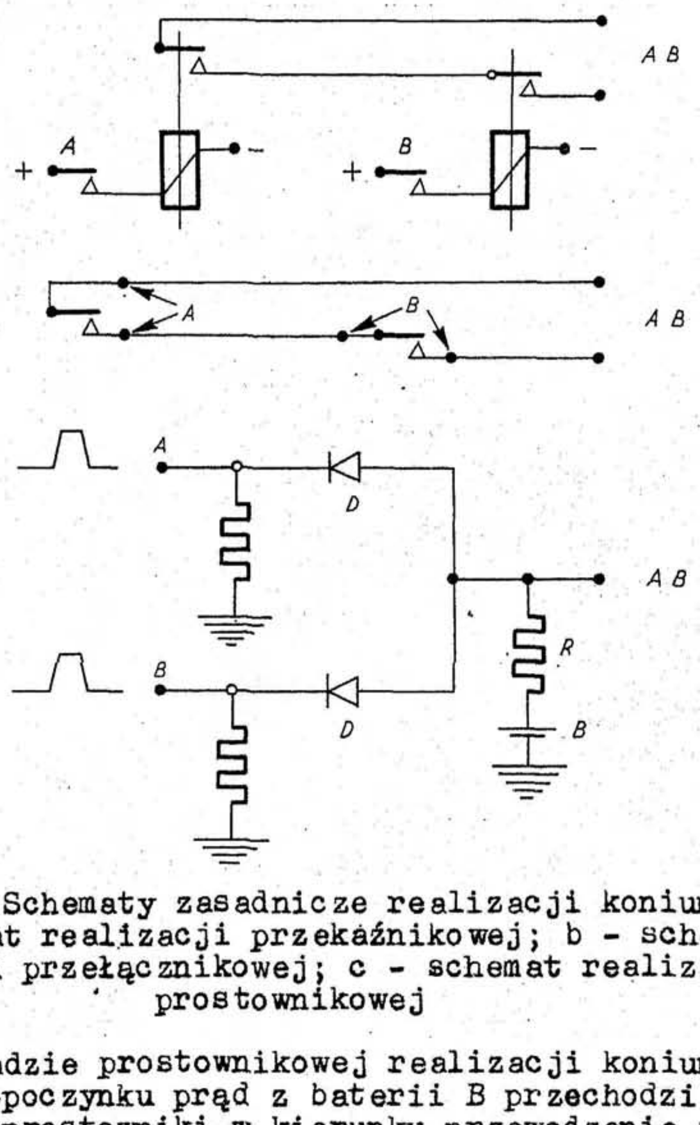
*) Wyraz "albo" bywa używany w znaczeniu "bądź".

Przykłady realizacji alternatywy pokazane są na rys. 1-3. W realizacji przekaźnikowej wejściami są zaciski wyłączników A i B, wyjściem zaś - zaciski AvB. Widzimy, że na skutek równoległego połączenia czynnych układów sprężyn w przekaźnikach obwód wyjściowy, zgodnie z definicją alternatywy, jest zamknięty wówczas, gdy chociaż jeden z przełączników na wejściu jest zamknięty. W realizacji przełącznikowej, jako jedno wejście należy uważać, pokazane na rysunku strzałkami, zaciski wyłącznika A, jako drugie - zaciski wyłącznika B, jako wyjście - zaciski AvB. W realizacji prostownikowej wspólnym zaciskiem obwodów wejściowych i obwodu wyjściowego jest ziemia. Gdy chociażby na jednym z zacisków wejściowych zjawia się impuls napięcia dodatniego względem ziemi, to podobny impuls zjawia się na zacisku wyjściowym AvB. Prostowniki służą wyłącznie po to, aby zabezpieczać od przechodzenia impulsów z jednego wejścia na drugie. Jeśli bowiem zaciski A i B są dołączone jeszcze do innych punktów urządzenia, to takie przechodzenie impulsów powodowałoby błędne działanie.

Między pokazanymi realizacjami zachodzi to zasadnicze podobieństwo, że we wszystkich występuje połączenie równoległe. Między realizacją prostownikową a pozostałymi dwoma zachodzi ta charakterystyczna różnica, że w realizacji prostownikowej nie ma części ruchomych. Istotą prostownikowej realizacji funktora alternatywy - podobnie jak innych funktorów - jest zależność między zjawianiem się impulsów na wejściach do układu a zjawianiem się podobnego impulsu na wyjściu z układu.

Drugim funktorem dwuargumentowym o dużym znaczeniu jest koniunkcja (nr 8). Jej odpowiednikiem w języku potocznym jest wyraz "i". Zdanie "A i B" jest prawdziwe wtedy i tylko wtedy, gdy prawdziwe jest zarówno zdanie A, jak i zdanie B, jest natomiast fałszywe w przypadkach pozostałych trzech możliwych kombinacji wartości logicznych zdań A i B, zgodnie z definicją podaną w tablicy.

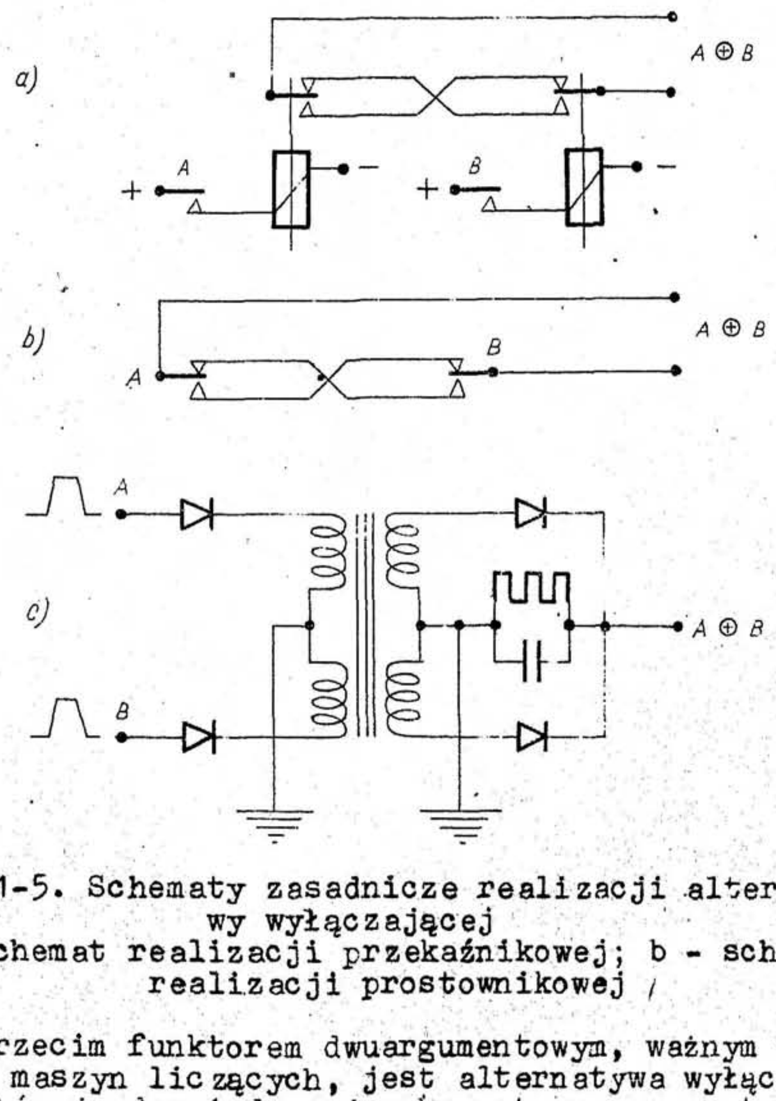
Przykłady układów realizujących koniunkcję są pokazane na rys. 1-4. W realizacji przekaźnikowej wejściami są zaciski wyłączników A i B, wyjściem - zaciski AB. Widzimy, że obwód wyjściowy jest zamknięty wówczas, gdy oba wyłączniki są zamknięte, otwarty zaś, gdy chociażby jeden z wyłączników na wejściu jest otwarty. W realizacji przełącznikowej, jako jedno wejście można uważać - pokazane na rysunku strzałkami - zaciski wyłącznika A, jako drugie - zaciski wyłącznika B, jako wyjście - zaciski AB.



Rys. 1-4. Schematy zasadnicze realizacji koniunkcji a - schemat realizacji przekaźnikowej; b - schemat realizacji przełącznikowej; c - schemat realizacji prostownikowej

W układzie prostownikowej realizacji koniunkcji w stanie spoczynku prąd z baterii B przechodzi przez oba prostowniki w kierunku przewodzenia i potencjał względem ziemi zacisku wyjściowego jest prawie równy zeru. Gdy impuls napięcia dodatniego zjawia się na na jednym z zacisków wejściowych nie zmienia to sytuacji, ponieważ bateria pozostaje zwarta poprzez drugi prostownik D. Dopiero, gdy impulsy zjawią się na obu zaciskach wejściowych jednocześnie, prąd przez prostowniki przestaje płynąć i napięcie baterii poprzez opór R zjawia się na zacisku wyjściowym.

Cechą wspólną realizacji przekaźnikowej i realizacji przełącznikowej funktora koniunkcji jest występowanie połączenia szeregowego.



Rys. 1-5. Schematy zasadnicze realizacji alternatywy wyłączającej
a - schemat realizacji przekaźnikowej; b - schemat realizacji prostownikowej /

Trzecim funktorem dwuargumentowym, ważnym w budowie maszyn liczących, jest alternatywa wyłączająca, której odpowiada w języku potocznym zwrot: "bądź A, bądź B". Zdanie to jest prawdziwe tylko wówczas, gdy argumenty mają różne wartości logiczne, jest fałszywe, gdy argumenty mają jednakowe wartości logiczne.

Przykłady różnego typu realizacji alternatywy wyłączającej pokazane są na rys. 1-5. Podobnie, jak w poprzednio omówionych przypadkach, wejściami do układu realizacji przekaźnikowej są zaciski wyłączników A i B, wyjściem - zaciski A⊕B. Realizacja przełącznikowa jest - tak samo, jak dla funktorów jednoargumentowych - fragmentaryczna, ponieważ brak jest w niej punktów, które można byłoby uznać, jako zaciski wejściowe. W układzie prostownikowym alternatywa wyłączająca jest realizowana zazwyczaj drogą pośrednią. Bezpośrednia realizacja jest możliwa podług schematu pokazanego na rys. 1-5. Jeśli impuls napięcia dodatniego względem ziemi zjawia się tylko na jednym zacisku wejściowym, to przez pierwotne uzwojenie transformatora przepływa impuls prądu, który wywołuje we wtórnym uzwojeniu dwa kolejne, przeciwnie skierowane impulsy SEM. Po wyprostowaniu otrzymamy na wyjściu impuls napięcia dodatniego względem ziemi. Jeśli nie będzie żadnego impulsu na wejściu, to oczywiście nie będzie go i na wyjściu. Również nie otrzymamy impulsu na wyjściu w tym przypadku, gdy zjawią się impulsy na obu wejściach jednocześnie, gdyż strumienie magnetyczne, wzbudzone przez prądy, przepływające przez połówki uzwojenia pierwotnego, zniosą się.

Z pozostałych funktorów dwuargumentowych bywają bezpośrednio realizowane - przy pomocy tego samego układu - funktor nr 2 i funktor nr 4. Znaczenie teoretyczne mają: implikacja, równoważność, dyzjunkcja i funktor nr 7. Nie wszystkie funktory dwuargumentowe są właściwe. Funktory nr 0 i nr 15 są efektywnie zeroargumentowe i tworzą znane już nam zdania F i V o stałych wartościach logicznych. Funktory o numerach 3, 5, 10 i 12 są efektywnie jednoargumentowe, zatem funktorów efektywnie dwuargumentowych jest tylko 10 i tylko ich realizacje mogą być praktycznie interesujące. Wszystkie funktory dwuargumentowe można realizować pośrednio, tzn. przez łączenie układów realizujących funktory, które omówiliśmy wyżej.

<u>115. Funktory wieloargumentowe.</u> Każde wyrażenie sensowne rachunku zdań jest też zdaniem, wobec czego z dwóch wyrażeń sensownych możemy za pomocą funktora dwuargumentowego utworzyć jakieś nowe wyraże-

nie sensowne. To nowe wyrażenie może zawierać więcej zmiennych zdaniowych niż zawierało każde z wyrażeń, z których zostało ono zbudowane. Niechaj mamy np. wyrażenia sensowne $A \rightarrow B$ i $B \oplus C$. Stosując np. funktor dyzjunkcji możemy utworzyć z nich wyrażenie

$$(A \rightarrow B) / (B \oplus C)$$

o trzech zmiennych zdaniowych.

Z wyrażeń $A \equiv B$ i CD możemy za pomocą funktora alternatywy utworzyć wyrażenie

$$(A \equiv B) \vee (CD)$$

o czterech zmiennych zdaniowych. Stosując wielokrotnie tę metodę możemy budować wyrażenia sensowne o dowolnie wielkiej liczbie zmiennych.

Wskazywanie kolejności stosowania funktorów za pomocą nawiasów prowadzi w bardziej skomplikowanych przypadkach do wyrażeń przeładowanych symbolami, a tym samym dość nieprzejrzystych. Z tego względu umawiamy się, podobnie jak to czynimy w stosunku do działań arytmetycznych, że pewne funktory mają pierwszeństwo przed innymi, nawiasy zaś służą tylko do zmiany ustalonej kolejności zasadniczej. Otóż, jako kolejność zasadniczą, przyjmiemy kolejność następującą:

negacja
koniunkcja
implikacja
równoważność
alternatywa wyłączająca
alternatywa.

Zatem w wyrażeniu

$$A\bar{B} \rightarrow \bar{C} \oplus B \equiv \bar{A} \vee C$$

należy stosować funktory w takiej samej kolejności, jak w wyrażeniu

$$\left\{\left[(A\bar{B}) \rightarrow \bar{C}\right] \oplus (B \equiv \bar{A})\right\} \vee C.$$

Jeszcze jedna możliwość opuszczania nawiasów opiera się na tym, że uważa się, że kreską oznaczająca negację wiąże w całość wszystko to, nad czym figuruje tak samo, jak nawias. Zatem w wyrażeniu

$$(\overline{A \oplus B}) \longrightarrow (\overline{B \vee C})$$

wolno jest opuścić nawiasy i napisać prościej

$$\overline{A \oplus B} \longrightarrow \overline{B \vee C}.$$

Dla oznaczenia kolejnego dwukrotnego zastosowania funktora negacji do zmiennej lub do całego wyrażenia sensownego używamy dwóch kresek umieszczonych jedna nad drugą, czyli piszemy np.

$$\overline{\overline{A}}, \ \overline{\overline{A \vee B}} \text{ itp.}$$

116. <u>Zależności między funktorami.</u> Funktory zdaniotwórcze nie są na ogół od siebie niezależne.

Na przykład z wyrażeń sensownych $A\overline{B}$ i $\overline{A}B$ możemy za pomocą funktora alternatywy utworzyć wyrażenie sensowne $A\overline{B} \vee \overline{A}B$. Biorąc pod uwagę zależności wyrażeń $A\overline{B}$ i $\overline{A}B$ od zmiennych zdaniowych A i B, a następnie zależność wyrażenia $A\overline{B} \vee \overline{A}B$ od wyrażeń $A\overline{B}$ i $\overline{A}B$ możemy stwierdzić, że wartości logiczne wyrażenia $A\overline{B} \vee \overline{A}B$ są dla wszystkich czterech kombinacji wartości logicznych zdań A i B takie same, jak alternatywy wyłączającej. Z tego wynika, że wyrażenie $A \oplus B$ i wyrażenie $A\overline{B} \vee \overline{A}B$ stanowią tylko dwie różne postacie tej samej zmiennej zdaniowej zależnej. O takich dwóch wyrażeniach mówimy, że są one inferencyjnie równoważne. Możemy otrzymany wynik sformułować również w ten sposób, że funktor alternatywy wyłączającej można wyrazić za pomocą funktorów negacji, alternatywy i koniunkcji. Tym samym nie są one niezależne.

Dla zaznaczenia, że dwa różne wyrażenia sensowne są inferencyjnie równoważne, możemy skorzystać z właściwości funktora równoważności. Wyrażenie $M \equiv N$ jest prawdziwe wówczas i tylko wówczas, gdy zmienne zdaniowe M i N mają tę samą wartość logiczną. Jeśli zatem zmienne te są wyrażeniami sensownymi inferencyjnie równoważnymi, zawierającymi np. niezależne zmienne zdaniowe A, B, C itd., to dla każdej kombinacji wartości logicznych zmiennych niezależnych wartości logiczne wyrażeń M i N będą te same, a zatem wyrażenie $M \equiv N$ będzie stale prawdziwe. Wyrażenie tego typu nazywamy tautologią lub prawem logicznym. Aby zaznaczyć, że pewne wyrażenie jest tautologią, poprzedzamy je znakiem "$\vdash$", zwanym znakiem asercji. Zatem twierdzenie, że wyrażenia $A\overline{B} \vee \overline{A}B$ i $A \oplus B$ są inferencyjnie równoważne, możemy zapisać symbolicznie w postaci

$$\vdash (A\bar{B} \vee \bar{A}B) \equiv (A \oplus B).$$

Stosunek równoważności inferencyjnej spełnia trzy prawa, mianowicie prawo zwrotności

$$\vdash A \equiv A,$$

prawo przemienności

$$\text{jeśli } \vdash A \equiv B, \text{ to } \vdash B \equiv A$$

i prawo przechodniości

$$\text{jeśli } \vdash A \equiv B \text{ i } \vdash B \equiv C, \text{ to } \vdash A \equiv C.$$

Do pojęcia wyrażeń sensownych, inferencyjnie równoważnych doszliśmy porównując dwa wyrażenia zawierające różne funktory. Istnieją również wyrażenia inferencyjnie równoważne zawierające te same funktory np. $A \equiv \bar{B}$ i $\bar{A} \equiv B$.

Jednym z podstawowych zadań rachunku zdań w zakresie jego zastosowań do elektrotechniki jest odnajdowanie wyrażeń inferencyjnie równoważnych danemu. Wynika to z następujących okoliczności.

Przypuśćmy, że mamy wyrażenie sensowne rachunku zdań oraz zbudowaliśmy układ elektryczny realizujący funktor zdaniotwórczy tego wyrażenia. Układ taki musi mieć pewną liczbę par zacisków wejściowych, z których każda odpowiada jednej zmiennej zdaniowej, oraz jedną parę zacisków wyjściowych, odpowiadającą rozważanemu wyrażeniu. Jeśli przekształcimy to wyrażenie na inferencyjnie równoważne, to nowemu wyrażeniu będzie odpowiadał inny układ elektryczny, tzn. układ o innym schemacie, ale ten nowy układ będzie wykazywał te same zależności między stanami elektrycznymi na zaciskach wejściowych a stanem elektrycznym na zaciskach wyjściowych. W ten sposób przekształcenie wyrażeń na inferencyjnie równoważne pozwala na łatwe tworzenie schematów układów elektrycznych o różnej budowie ale o tym samym działaniu. Porównując te układy ze sobą możemy wybrać spośród nich taki, który ze względu na postawione wymagania jest najkorzystniejszy.

W praktyce mamy często do czynienia z układami o liczbie wyjść większej od jednego, np. o m wyjściach. Każdy układ taki stanowi realizację elektryczną m funktorów zdaniotwórczych, np. n-argumentowych.

Korzyść wynikająca z budowy takich złożonych układów polega na tym, że te same elementy są wykorzystywane do realizacji jednocześnie m funktorów.

Wiemy, że układ elektryczny może być realizacją funktora lub pewnej kombinacji funktorów, lecz nie może być realizacją wyrażenia sensownego. Jednakże ze względów stylistycznych będziemy czasem używali skróconego zwrotu: "układ elektryczny realizujący dane wyrażenie" zamiast zwrotu: "układ elektryczny realizujący funktor danego wyrażenia", pamiętając przy tym, że taki skrócony zwrot nie może być interpretowany dosłownie.

11?. <u>Przekształcanie wyrażeń sensownych.</u> Przekształcanie danego wyrażenia sensownego na inferencyjnie mu równoważne odbywa się na ogół w wielu kolejnych etapach, podobnie jak w algebrze liczb. Możliwość stopniowego przekształcania wyrażeń sensownych opiera się na następującym twierdzeniu.

Jeśli pewne wyrażenie sensowne A jest częścią wyrażenia sensownego C i pewne wyrażenie sensowne B jest inferencyjnie równoważne wyrażeniu A, zaś po podstawieniu B na miejsce A do wyrażenia C otrzymujemy pewne wyrażenie D, to D jest inferencyjnie równoważne C.

Mając pewien zbiór, stosunkowo prostych par wyrażeń sensownych, inferencyjnie równoważnych, możemy na podstawie tego twierdzenia przekształcać stopniowo wyrażenia sensowne dowolnie skomplikowane, tworząc w ten sposób łańcuchy wyrażeń inferencyjnie równoważnych. Budowę każdego takiego łańcucha, rozpoczynającego się od wyrażenia danego, kontynuujemy tak długo, aż, bądź dojdziemy do wyrażenia, którego budowa spełnia określone wymagania, bądź też utworzymy taki zespół wyrażeń, których realizacje elektryczne będą stanowiły dostateczną podstawę do wyboru najkorzystniejszego rozwiązania konstrukcyjnego.

Możliwości wyrażania pewnych funktorów przez inne, uznawane dowolnie za podstawowe, są nader liczne, tym niemniej jednak ograniczone. Gdybyśmy chcieli wszystkie funktory wyrazić za pomocą jednego tylko funktora, to przekonalibyśmy się przede wszystkim, że niepodobna jest dokonać tego za pomocą żadnego funktora jednoargumentowego. Spośród funktorów dwuargumentowych można użyć bądź dyzjunkcji, bądź funktora nr 7. Jednakże możliwości te nie są dla nas interesujące, po-