

VII.

O JÓZEFIE LUDWIKU  
de *LAGRANGE*,

pierwszym Geometrze \*) naszego wieku.

Nauki matematyczne trzymają bez wątpienia pierwsze miejsce w rzędzie wiadomości ludzkich: i dla tego, że są składem prawd pewnych, wzorowego ich związku i ścisłości; i dla tego, że są rzetelnym zaszczytem ludzkiego rozumu w rozległych wynalazkach, i w ważnych przysługach wyrażonych tylu naukom i kunsztom. Po *Descartesie*, *Newtonie* i *Leibnitzu* miały one w ciągu ośmnastego, i na początku dziewiętnastego wieku znaczną liczbę wielkich ludzi, którzy je z bogacili, objaśnili, i rozszerzyli ich użycie; ale w szeregu tych ludzi świetnieć zawsze będą dwa nieśmiertelnej sławy imiona, *Leonarda Eulera* urodzonego w Bazylei roku 1707., a zmarłego w Petersburgu roku 1783. i *Józefa Ludwika de Lagrange*.

Pierwszy (Euler) rachunek linii trygonometrycznych z rzuconych od *Rogera Cotes* myśli do wysokiego stopnia doskonałości przyprowadziwszy,

---

\*) Geometrya bierze się za zbiór wszystkich Matematycznych umiejętności. *Matematyką* nazywa się ten, który umie te nauki; *Geometrą* zaś ten, który w nich własnymi myślami i wynalazkami celuje.

i do wszystkich prawie odnóg Matematyki wciągnąwszy, wielką masą nowych prawd, i rozwiązaniem wielu zawitych zagadnień wyższe rachunki Matematyki z bogacił, rozszerzył, i w porządek ułożył. Te znowu prawdy przystosowawszy do *Optyki*, *Mechaniki*, i *Astronomji*, daleko granice tych umiejętności rozprzestrzenił; i niezmiernie ważnemi prawdami do znacznego stopnia doskonałości posunął skład instrumentów optycznych, budowę okrętów, sztukę artylleryi, prawa biegu w ciałach niebieskich, i ich tablice. Sposób i rachunek analityczny nowemi napelniwszy myślami, okazał wielką i ledwo nie czarodziejską jego dzielność, jakiej się przed Eulerem ledwo można było domyślać i spodziewać. Wygórował zaś Euler rozległym rzeczy objęciem, i tak jasnym niezmiernie trudnej nauki wykładaniem; że w tym ostatnim punkcie nikt jeszcze wyrównać mu nie potrafił. Drugi (*de Lagrange*) najsubtelniejsze *Eulera* myśli zgruntowawszy, zapuścił się i przeniknął jeszcze w większą ich głębią; i jednych niedokładność dopełnił, drugich zapory i trudności przełamał; odkrył nowe drogi i sposoby w sztuce rachunkowej; któremi jego geniusz tak dzielnie władał, iż najtrudniejsze napomknienia w nieśmiertelnem dziele *Newtona Philosophiae naturalis principia Mathematica* objaśnił, sprostował, albo ich dowiódł: wiele zawitych pytań w układzie świata rozwiązał, *Astronomji* fizycznej, *Mechanice*, i całej sztuce analitycznej nadał postać trudniejszą prawdą, ale śmielszą, głębszą, i dzielniejszą.

W zawodzie dziś tak rozległym, bo ledwo nie do wszystkich odnóg wiadomości ludzkich niosącym światło albo podporę: tak trudnym, gdzie nawet do czystego rzeczy już odkrytych ogarnienia, potrzeba pewnego hartu głowy na głębsze i dzielniejsze rzeczy pojęcie: w zawodzie mówię tym, widzieć człowieka prawie igrającego z trudnościami uważanemi ledwo za podobne do pokonania, otwierającego nowe drogi do wysledzenia prawd niezmiernie zawitych; w tem co miano za skończone i doskonałe, objawiającego niedokładności, i rozleglejsze rzeczy ogarnienie; a w tem nawet, czego pokonać nie mógł, rzucającego nowe światło, i nowe widoki przyszłym pokoleniom do szczęśliwej rozwagi zostawione; zgłębiającego całej nauce ledwo nie nową postać, a rozumowi ludzkiemu nowe sposoby i środki do przeniknięcia w głęboko ukryte tajemnice *Prawdy* i *Przyrodzenia*: widzieć zaiste takiego człowieka, jest to zjawiskiem obchodzącem wszystkie narody, naukami i prawdziwem oświeceniem ludzkiego umysłu szczerze zaprątnione.

Sławny z głębokiej i rozległej nauki, ze znakomitych dzieł, zasług, i talentów Geometra i Astronom, Sekretarz pierwszej klasy Instytutu narodowego i Podskarbi Uniwersytetu Francuzkiego *Delambre* czytał na publicznej sessyi Instytutu 5go Stycznia roku 1814. n. s. wiadomość o życiu i niektórych wynalazkach Hrabiego i Senatora *de Lagrange*, ogłoszoną w Magazynie Encyklopedy-

cznym <sup>\*)</sup> na miesiąc Luty. Z tej wyciągnęliśmy treść niektórych wiadomości dla polskich czytelników; dopełniając, albo radziej całkiem nową zdając sprawę o jego wynalazkach z przydaniem uwag, jakie nastroczyć mogły czytanie i rozważanie dzieł, oraz znajomość osobista tego wielkiego człowieka.

Józef Ludwik *de Lagrange* urodził się w Turynie 25. Stycznia roku 1736. z ojca Francuza Józefa Ludwika *de Lagrange* Podskarbiego wojakowskiego w Piemencie, i z matki także francuzkiej *Maryi Teressy Gros*, córki jedynaczki bogatego Medyka w *Cambiano*. Jego pradziad rodem Paryżanin będąc Kapitanem w kawaleryi francuzkiej przeszedł do służby Emmanuela II. Króla Sardyńskiego. Monarcha ten chcąc *de Lagrange* przywiązać do swego kraju, ożenił go z Panną *Conti* Rzymianką zacnego rodu. Ma więc *Francya* niewątpliwe prawo uważać tego pierwszego w wieku naszym *Geometrę* za swego ziomka. Ojciec jego był człowiekiem majątnym, ale stracił fortunę na projekta i przedsięwzięcia hazardowne. Było to szczęściem i dla nauk, i dla młodego *de Lagrange*: który, jak sam powiadał, przy znacznym majątku możeby sobie nie zrobił był powołania z Matematyki, ani przyszedł do tego stopnia sławy i dostojności, na jakim stanął. W pierwszych latach swojej instrukcyi zakochał się na-

---

<sup>\*)</sup> Magasin Encyclopedique ou Journal des Sciences, des lettres, et des Arts redigé par A. L. Millin. Fevrier 1814.

przód w dziełach *Cycerona* i *Wirgiliusza*: czytał potem i uczył się Geometrii dawnych, i tak się zapalił podziwieniem do ich sposobu, iż go przekładał nad sposób Geometrów nowych. Pismo sławnego *Halleja* uwielbiające sposób analityczny i jego wyższość, nawróciło *de Lagranża*, i objawiło mu wysokie jego przeznaczenie. W szesnastym roku swego wieku został *de Lagrange* w Turynie Professorem Matematyki w szkole Królewskiej artylleryi. Wszyscy prawie jego uczniowie byli co do lat od niego starsi; ale że talent nauczyciela zwykł zazwyczaj silne robić na ważnej młodzi wrażenie, zbytnia młodość Professora spoważniała pod szczęśliwem wykładaniem nauki, wprawiała w podziwienie, i przywiewiała uwagę jego uczniów. Z tych on potem zrobił sobie przyjaciół, i złożył z nich towarzystwo uczone w Turynie, które miało naprzód skromny tytuł *zgromadzenia prywatnego*, a potem zamieniło się na Akademią Królewską nauk. Pierwszy Tom pism tego towarzystwa wyszedł z druku w roku 1759. pod tytułem: *Miscellanea Philosophico-Mathematica Societatis privatae Taurinensis*, objawił uczonej Europie nadzwyczajny talent *de Lagranża* lat 23. pod ów czas mającego, i zafundował wielką tego Towarzystwa do czasu, na zawsze zaś trwałą chwałę jego założyciela. W tym Tomie znajdują się trzy pisma *de Lagranża*, które sprawiły zadziwienie najpierwszych Geometrów, a najbardziej wielkiego *Eulera*, berło pod ów czas Matematyki (jak mówi *Delambre*) w Europie trzymającego.

W pierwszym z tych pism bierze pod uwagę de *Lagrange* sławne zadanie *Isoperimetryczne* \*), w którym *Euler* tyle sztuki rachunkowej i geniusza okazał; wytyka że warunki przez *Eulera* skazane, są niedostateczne; a rzadką mocą i przenikłością naukę *Eulera* dalej posuwa i dopełnia. W drugim piśmie całkuje zrównania między różnicami skończonemi, odkrywa bardzo ważne twierdzenie, które potem w rachunku *integrabym* stało się tak pożytecznem, objawia nowy fundament nauki o szeregach zwrotnych, i nową teorią trudnego rachunku *losów* i *domysłów* (*calculi probabilitatis*), ledwo nie najpierwej zaczętego od *Hughensa* \*\*), wykładanego potem przez *Montmorta* \*\*\*), przez de *Moirre* †), przez Samuela

\*) Nazywają Matematycy zadaniem *Isoperimetrycznem* to, gdzie idzie o sposób wyznajdowania ilości *największych* i *najmniejszych* (*de maximis et minimis*). Wzięto to nazwisko choć dziś niewłaściwe, od linii krzywych równej długości, równego obwodu i t. d. zgoła mających pewną jaką własność spólną. I tak n. p. podobne zagadnienia są: ze wszystkich linii krzywych mających łuki równie długie, wyznaleźć tę, po której spuszczone ciało spada jak najprędzej; ze wszystkich linii mających równe obwody, wyznaleźć tę, która zamyka plac albo powierzchnię największą etc. Takowego rodzaju zagadnienia nie tylko w Geometrii, ale w Fizyce i ledwo nie we wszystkich naukach często zachodzą.

\*\*) *De ratiociniis in ludo aleae.*

\*\*\*) *Analise des jeux de hasard.*

†) *Annuities upon Lives* London 1723. *The Doctrine of chances* London 1738.

Klarka <sup>\*)</sup>), przez Tomasza Simpsona <sup>\*\*)</sup>), przez Mi-  
kołaja i Daniela <sup>\*\*\*)</sup> Bernullich, i przez *Eulera* <sup>†)</sup>).  
Nowa ta droga skazana przez de *Lagranża* naj-  
więcej posłużyła do znacznych w tym rachunku  
postępów. W trzecim nakoniec piśmie o roz-  
chodzeniu się głosu (*Recherches sur la nature et  
la propagation du son*) miejsce najzawilsze i pra-  
wie od nikogo dobrze niepojęte w dziele *Newtona*,  
de *Lagrange* objaśnia i tłumaczy; pokazuje mylną  
całego rachunku w *Newtonie* zasadę, i zadanie  
napoczęte od tego wielkiego człowieka nowym i  
gruntownym sposobem rozwiązuje: pokazując uży-  
cie najgłębszych rachunków w tłumaczeniu feno-  
menów fizycznych. Kiedy mu tu przyszło roztrzą-  
sać sławne w Matematyce i Fizyce zrównanie o  
*stronach brząkających* (de chordis vibrantibus), które  
najpierwszy zagaił *Taylor*, a *Dalembert* rozwiązał,  
objawiwszy Geometrom całe nowe i niezmiernie  
ważne nad rachunkiem tego rodzaju myśli; zacho-  
dzące w tej rzeczy spory między *Danielem Ber-*  
*nullim*, *Dalembertem*, i *Eulerem* rozważył de *La-*  
*grange*, i starał się pogodzić, przez nowe i da-  
leko ogólniejsze tego sławnego i trudnego zadania  
rozwiązanie. Zkąd wyciągnął teorią głosu roz-  
chodzącego się, i odbitego w *echach*: tę przysto-

---

<sup>\*)</sup> The laws of chance London 1758.

<sup>\*\*)</sup> Doctrine of Annuities London 1742.

<sup>\*\*\*)</sup> De arte conjectandi.

<sup>†)</sup> Mémoires de l'Academie de Berlin 1751.

sował do instrumentów dętych i do muzyki, wyróciwszy i poprawiwszy błędne Fizyków mniemania. Zadne podobno dzieło tak nadzwyczajnego w uczonej Europie nie zrobiło wrażenia, jak pierwszy Tom Towarzystwa Turyńskiego. W nim wystąpił na teatr głębokich i najtrudniejszych badań nowy człowiek, który dopełnia i doskonali wynalazki *Eulera*, wytyka i prostuje omyłki *Newtona*, sądzi żyjących najpierwszego rzędu Geometrów, i godzi ich spory. W innych naukach możeby ten postępek tracił zuchwalstwem, rozjątrzył zazdrość, i obrażoną miłość własną zapalił do wojny uczonej. Ale w Matematyce, gdzie moc prawdy i przekonania nie daje się drobnym namietnościami mieszać do wyroków rozumu, krok ten poparty wielkimi dowodami, zjednał dla de *Lagranża* powszechne podziwienie, cześć, i chwałę tak świetną; iż mu ją tylko przez resztę życia utrzymać pozostało. Jestto w historii nauk piękna i przykładowa dla uczonych epoka. Wielki i nieśmiertelny *Euler* zostawił nam pamiętny wzór oddanej nie tylko ścisłej, ale nawet szlachetnej sprawiedliwości temu nowemu na polu chwały Zapaśnikowi. Miał on sobie wprzód objawione listownie ważniejsze de *Lagranża* wynalazki: o których jednak dopiero się mógł z ogłoszonego drukiem wykładu zupełnie przekonać. W liście do de *Lagranża* pisanym \*), uwielbia jego nowe

---

\*) Analitica (list *Eulera* do de *Lagranża* 2. Października 1759.) tua solutio Problematis Isoperimetrici conti-



myśli i odkrycia, za których światłem i pomocą lubo już miał wygotowaną nową w tej samej rzeczy rozprawę; nie wprzód ją jednak postanowił ogłosić, póki de *Lagrange* całkiem swoich dociekań publiczności nie objawi, aby nie ujął należytej jego sławie. Jako Prezydent, podał zaraz de *Lagrange* do wyboru na członka Akademii Berlińskiej. Zawiązało się listowne z nim przedstawianie Eulera, Daniela Bernullego i Dalemberta. Towarzystwo prywatne Turyńskie zamieniło się na Akademię nauk Królewską. Pierwszego rzędu Geometrowie przysyłali Towarzystwu temu swoje pisma, które się w następujących Tomach tego zbioru znajdują.

W drugim Tomie Aktów Turyńskich, który wyszedł pod imieniem Towarzystwa Królewskiego w roku 1762., wziął jeszcze de *Lagrange* pod uwagę rzecz o rozchodzeniu się głosu, i w obszernej rozprawie rozbiera ją sposobem głębszym i do pojęcia łatwiejszym; gdzie wydał i dzielność analitycznego rachunku, i rzadką a rozmaitą bystrość rozumu w pojmowaniu coraz odmiennem, a zawsze głębokiem i szczęśliwem tej samej rze-

---

net, ut video, quidquid in hac materia desiderari potest: et ego maxime gaudeo, hoc argumentum, quod fere solus post primos conatus tractaveram, a te potissimum, ad summum perfectionis fastigium esse erectum. Rei dignitas me excitavit, ut tuis luminibus adjutus, ipse solutionem analyticam conscripserim, quam autem celare statui, donec ipse tuas meditationes publici juris feceris; ne ullam partem gloriae tibi debitaē praeripiam.

czy. W drugiej rozprawie roztrząsa de *Lagrange* zadanie *Isoperimetryczne* wzięte w widoku najogólniejszym, gdzie zachodzą wyrazy *integralne* zawierające jakąkolwiek liczbę ilości odmiennych, i do jakiegokolwiek porządku, przez rachunek różnicowania wyniesionych. Po *Janie* i *Jakubie Bernullich*, (którzy najpierwsi zadanie to ledwo nie najtrudniejsze, w Geometrii wznowili), *Euler* najwięcej pokazał geniuszu w jego rozwiązaniu \*). Ale objaśniając wszystko przez linie krzywe i przez figury geometryczne, gdy w Geometrii trzy tylko zachodzą wymiary; nie mógł mu już służyć ten sposób, skoro przyszło uważać jakąkolwiek liczbę ilości odmiennych. Mozoląc się bardzo długo, jakby ten głębszy sposób pojęcia wytłumaczyć i objaśnić, i jakby nowe w nim trudności złamać; odwołał się do metafizyki, czyby ta nie skazała mu jakiego nowego początku na pokonanie tego; czego nie mógł ani rachunkiem dowieść, ani przez uwagi geometryczne albo raczej rysunkowe wyłuszczyć. Nie można wybaczyć wielkiemu *Eulerowi*, że do Matematyki, gdzie się wszystko ściśle dowodzi, chciał zasięgnąć pomocy od nauki śliskiej, a częstokroć niebezpiecznej i zawodnej. Pierwszy de *Lagrange* pokazał, że tę Matematyka nie potrzebuje: i że sposób analityczny wszystko to

---

\*) Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes: sive solutio Problematis isoperimetrici latissimo sensu accepti Auctore Leonhardo Eulero Lausanae et Genevae 1744. in 4. pag. 322.

w sobie ma, czego rozwiązanie tak zawilego pytania wyciąga. Ale tu razem de *Lagrange* odkrył całe nowy sposób widzenia rzeczy, i całe nowy rodzaj rachunku, który *Euler* nazwał *rachunkiem przemienności* (*calculus variationum*); a który nazwać można najpiękniejszym tryumfem Matematyki, i ledwo nie najchlubniejszym pojęcia ludzkiego wysileniem. Tą nową przez siebie odkrytą sztuką nie tylko zadanie Isoperimetryczne w drugim Tomie Aktów Turyńskich zupełnie rozwiązał; ale jeszcze stósując je do *Dynamiki*, z początku isoperimetrycznego na najzawilsze pytania o siłach i biegu ciał tak zsiadłych jako płynnych odpowiedział. Wygórował w tych myślach de *Lagrange* nad wszystkich Geometrów dawnych i nowych: i coby było wprawilo w zadumienie *Archimedes*a, *Newton*a, i *Leibnitza*, nie mogło nie zadziwić *Eulera*, i wszystkich pod ów czas żyjących Geometrów. W tem nieśmiertelnem piśmie buja de *Lagrange* jak orzeł po głębi wysokich myśli, odsłania nowe widoki i prawdy: i jakby miał do czynienia z ludźmi równej bystrości, wiele śródających i łatwiejszych prawd do czystego zrozumienia rzeczy potrzebnych, opuszcza, i że tak powiem przeskakuje. *Euler* uznawszy ważność tego nowego rachunku, chciał go zrobić dla wszystkich przystępniejszym, i w dziesiątym Tomie nowych Pamiętników Akademji nauk Petersburskiej \*), od

---

\*) *Novi Commentarii Acad. scientiarum Petropolitanae* 1764. Tom. X.

pierwszych początków zwykłą sobie jasnością, cały ten rachunek porządnie wytłumaczył.

Księżyc obracając się około ziemi, zawsze nam pokazuje jedną i tę samą stronę swojej powierzchni: wszelako postrzegł najpierwszy *Gallileusz*, że w tym obrocie jedne plamy przy brzegu księżycowym nikną, a drugie się natomiast w stronie przeciwnej pokazują: co nazywają Astronomowie *ważeniem się księżycy* (*libratio Lunae*). Fenomen ten chcąc Akademia nauk Paryzka mieć wyłożony z praw attrakcyi, podała do nagrody niezmiernie trudne zadanie, które de *Lagrange* szczęśliwie rozwiązał. To ośmieliło tę samą Akademię do drugiego jeszcze trudniejszego zapytania do nagrody ogłoszonego, o teorię księżyców Jowiszowych. Biegi i tablice tych księżyców były wyciągnięte jedynie z obserwacyi, i całkiem prawie *empiryczne* potrzebujące częstej odmiany i poprawy. Trzeba było stałe i niewątpliwe tych biegów fundamenta z praw attrakcyi wyciągnąć. Sławne w Astronomji fizycznej zagadnienie, o biegu trzech ciał wzajemnie się pociągających, to jest ziemi, księżycy, i słońca, rozwiązali *Euler*, *Clairaut*, i *Dalambert*: zkład wypadły tablice biegu księżycy ziemskiego tak istotnie żegludze morskiej, i Geografji potrzebne. Trzeba było sztuką rachunku i dzielnością talentu pokonać ogromne trudności w rozwiązaniu tego pytania zachodzące: lecz w biegu księżyców Jowiszowych te trudności jeszcze są daleko ogromniejsze, kiedy wypada uważać nie trzy, ale sześć ciał wzajemnie na siebie działają-

cych, i w tej walce jedne, mieszające biegi drugich: co wszystko z podziwieniem Geometrów pokonał de *Lagrange*, i powtórna Akademji nagrodę otrzymał. Czas krótki konkursu nie pozwolił mu zupełnie wyłuszczyć i dokonać w tem pamiętnem piśmie niezmiernie rozwlekłych rachunków analitycznych i arytmetycznych: co potem we 24. lat posłużyło Hrabiemu de *Laplace* do nowych postrzeżeń, i do ustanowienia pierwiastków biegu na gruntowne tablice księżyców Jowiszowych zupełnie od empiryzmu oczyszczone. Te pomyślności geniuszu okazane w najzawilszych dociekaniach rozniosły sławę de *Lagranża* po całej uczonej Europie. *Turyń*, nie był to właściwem dla niego miejscem; gdzie w swojej nauce nie widział ani zapалу, ani celujących talentów. Dwa pisma P. *Foncenex* w Aktach Akademji Turyńskiej umieszczone, jako wyborne twory analityczne, wydają i głowę, i robotę de *Lagranża*, któremi *Foncenex* wzbudził wielkie, ale zawodne o sobie nadzieje: a otrzymawszy za to pierwszy plac w Marynarce Sardyńskiej, z niczem się więcej w Matematyce nie popisał. Zył de *Lagrange* z Margrabią *Caraccioli* w ścisłej zażyłości; i gdy ten wyznaczony był na Ambassadora Sardyńskiego do Londynu; przyjął chętnie de *Lagrange* ofiarowane sobie od Ambassadora w tej podróży towarzystwo. Przybywszy do Paryża, przyjęty był z wielką czcią i uprzejmością od najpierwszych Akademji członków, między którymi byli sławni Geometrowie *Clairaut*, *Dalembert*, *Fontaine*. Zapadł tam de

*Lagrange* w niebezpieczną chorobę: *Ambassador* nagłony rozkazami swego dworu musiał wyjechać do Londynu, i chorego w Paryżu zostawić: opatrzywszy mu wszystkie do ratunku pomocy i starania. Przyszedszy do zdrowia, wrócił de *Lagrange* do Turynu, nie wiedząc podobno o układach, które się robiły na wyprowadzenie go z tamtąd.

*Euler* prezydując klasie Matematyczno-fizycznej w Akademji Berlińskiej, powołany był z zyskownemi bardzo warunkami do Petersburga, i tam się przenieść postanowił. Wyniósłszy swemi pracami do pierwszego prawie stopnia świetności i znaczenia Akademią Berlińską, chciał mieć w niej godnego siebie następcę, i takim uznał de *Lagranża*. Fryderyk II. po śmierci *Maupertuis*, (który będąc i dobrym pisarzem i Geometrą, wszystkim klassom w jego Akademji prezydował), szukał na Prezydenta generalnego, sławnego człowieka; któryby albo celował w Literaturze przy gruntownej znajomości nauk Matematycznych, albo był znakomitym Geometrą przy znajomości Literatury. Jedno bez drugiego wydawało mu się zakrojeniem na upadek sławy tego towarzystwa. Niepodobna było po głośnych kłótniach z *Maupertuis* ściągnąć powtórnie do Berlina, i namówić na to *Voltera*; zrobił więc projekt na *Dalemberta*, do którego często pisywał. Cały zatopiony w Literaturze francuzkiej i w poezyi, w której się popisywał, a która jednak mimo pochlebstwa *Voltera* nie była poezią króla *Dawida*; Fryderyk II. nie lubił *Ma-*

tematyki, i napisał przeciwko niej wiersz żartobliwy do *Dalemberta*, w celu zachęcenia go, aby przy Geometrii nie zaniedbywał Literatury. *Dalembert*, odebrawszy list Królewski w ten czas, kiedy Fryderyk II. trzymał w oblężeniu *Świdnicę*; odpisał, że Mu teraz na jego przeciw Geometrii zarzuty nie odpowiada: *boby to było za nadto walczyć razem z Austryą i z Matematyką*. Z tego listownego z Fryderykiem II. obcowania zrozumiał *Dalembert* zamiary i projekta królewskie na siebie: a postanowiwszy sobie nie przyjąć tego placu, naradził się z *Volterem*, jakby odwieść Króla od wyraźnego ofiarowania sobie Prezydencji. Uwieliłszy przed Fryderykiem *Eulera*, wyraźnie powiedział *Dalembert*; iż jednego tylko widzi w Europie de *Lagranża* na godnego po *Eulerze* w Akademji Berlińskiej następcę. Zdanie to zupełnie zgodne ze zdaniem *Eulera* przyjął Fryderyk II. i powołał de *Lagranża* na Prezydenta klasy Matematyczno-fizycznej w swej Akademji z pensją 1500. talarów. Przyjął urząd ten de *Lagrange*, i zjechawszy do Berlina objął go 6go Listopada roku 1766. Łaskawie i uprzejmie od Króla przyjęty, ciągle był jego obchodzeniem się z sobą obowiązywany. Jakoż Fryderyk II. okryty chwałą wojenną, i jaśniejący nauką, piórem, i rzadkim dowcipem na Tronie, umiał szanować naukę, i ten w znakomitych ludziach geniusz, którym sam był tak szczerze obdarzony. Spostrzegł jednak zaraz z początku de *Lagrange*, jak przykro było Niemcom patrzeć na pierwsze place u siebie przez

cudzoziemców zajęte: swemi atoli pracami tak chlubnemi dla Akademji, w których się całkiem zatopił; nie sławając nikomu na drodze, nie starając się o nic, i o nic nieprosząc, zniewolił Niemców; że go szanowali i polubili. Przez dwadzieścia lat Prezydencyi pracując usilnie i pomyślnie na wzrost nauk matematycznych i na sławę Akademji Berlińskiej, obawiał się po śmierci Fryderyka II. niebezpiecznych dla Monarchji Pruskiej wypadków: widział oprócz tego wielką różnicę za nowego Króla w udzielanej naukom opiece, i postanowił sobie stolicę Pruską opuścić. Dwór Sycylijski przez swego Posła w Kopenhadze ofiarował de *Lagranżowi* dostojne i korzystne warunki, aby się przeniósł do Neapolu. Nie odmawiał ich, ale się też nie kwapił do ich przyjęcia i podpisania. Pozachodziły trudności w jego uwolnieniu. Następca Fryderyka II. nie chciał stracić człowieka, który tyle zjednał sobie szacunku u jego poprzednika, i tyle dodał świetności i sławy Akademji Berlińskiej. Wszelako silne naleganie de *Lagranża* pokonało te przeszkody: zezwolił wreszcie dwór Pruski na jego wyjazd pod tym warunkiem; że nie zaniecha zupełnie zbogacać Aktów Akademji swojemi rozprawami. Jakoż dzieła tego towarzystwa na lata 1792. 1793. i 1803. dowodzą, że de *Lagrange* danego słowa wiernie dotrzymał. Na początku roku 1787. przybył de *Lagrange* do Paryża w celu przypilnowania drukującej się tam jego *Mechaniki analitycznej*, i dokończenia umowy z dworem Sycylijskim. Tym



czasem Akademia Paryska nauk pragnęła usilnie, i krzotała się o pozyskanie i przywiązanie do siebie tak wielkiego człowieka, który już od piętnastu lat posiadał w niej znakomity plac członka zagranicznego. Minister Baron *de Breteuil* przychylny i naukom i Akademji przelożył to Królowi, i Ludwik XVI. zezwolił na zaciągnięcie *de Lagranża* za wyznaczoną mu nadzwyczajną ze skarbu swego pensją. Przyjął ją *de Lagrange* choć o połowę mniejszą od tej, jaką mu dwór Sycylijski ofiarował. Towarzystwo pierwszego rzędu i znaczenia w Europie, społeczność ludzi umiających godnie sądzić i cenić jego zasługi, prace, i wynalazki, skłoniły go do tego wyboru. Królowa francuzka, której był z Wiednia polecony, zaszczyciła go pełną wdzięków łaskawością, i wyrobiła dla niego w *Luwrze* mieszkanie. Posądzano w powieściach i w pismach nawet publicznych Ministra Pruskiego Barona *de Hertzberg*, jakoby on przykrem obejściem się zniechęcił *de Lagranża*, i do opuszczenia Prus pobudził. Nigdy się do tego *de Lagrange* nie przyznał; i mnie samego żegnającego się z nim w Paryżu na końcu roku 1787. prosił, abym w przypadku przestawania z członkami Akademji Berlińskiej, oświadczył im, jak pamiętny jest i będzie ich dla siebie szacunek; i że z tego tylko opuścił Berlin; że Włochy albo Francją ma za kraj dogodniejszy swemu zdrowiu, i swoim zatrudnieniom. Zbierała się już pod ów czas w mowach i pismach ta polityczna burza we Francyi, która potem w półtora roku

z taką wybuchnęła gwałtownością, pochłonawszy jedno, a oderwawszy od nauk drugie pierwszego rzędu talenta. Nowość nadzwyczajnych zdarzeń, troskliwość w oczekiwaniu wypadków, trwoga rosnących niebezpieczeństw zajmowały i trapiły wszystkie umysły. Nie należał wprawdzie de *Lagrange* ani się mieszać do żadnych rad i spraw publicznych, krom drobnych poruczeń w naukach, do których był od rządu powołany: wszelako to powszechnie wzruszenie kraju i ludzi, musiało go potężnie dotykać i dręczyć; kiedy od swego do Paryża przybycia, nie już prawie nowego i nadzwyczajnego do wielkich swych w Matematyce wynalazków nie przydał, chociaż wiele rzucił światła na rzeczy początkowe i znane. Widziano go zawsze melancholicznym i mało mówiącym, w towarzystwie najpoufalszych przyjaciół smutnym i zamyślonym: przyznał się nawet, że stracił cały zapal, który go ożywiał i ciągnął do głębokich matematycznych dociekań. Śmierć tylu sławnych w naukach ludzi przez rewolucyą zgubionych potężnie go trapiła: ale strata swego przyjaciela wielkiego *Lavoisier* jako klęska nienagrodzona dla nauk, była dla niego cięsem najdotkliwszym. *Miły Boże!* (rzekł do *Delambra*) *nie trzeba było tylko chwili czasu na strącenie tej głowy, na jakiej utworzenie ledwo się wiek cały zdobędzie!* Patrząc na rozhukane namiętności prowadzące po błędach i zbrodniach tych, którzy sobie rzeczy poprawiać i doskonalić zamierzili, ledwo sobie nie zmierził natury ludzkiej. Prócz głębokich ba-

dań rozumu, wszędzie prawie widział człowieka drobnym i wątłym. *Jeżeli chcesz widzieć człowieka prawdziwie wielkim* (powiedział raz z zapalem) *wnidź do izdebki Newtona, kiedy on tam rozrabia światło, albo składa i tłumaczy budowę fizyczną świata.*

Był de *Lagrange* w czasach rewolucyi Prezydentem Kommissyi do ustanowienia miar i wag, z której mu wyrzucono najzacniejszych członków jako podejrzanych rządowi: był jeszcze członkiem drugiej kommissyi do nagradzania pożytecznych wynalazków: powołano go potem do administracyi mennicznej. Wszystko to mało go zatrudniało, a nie potrafiło w nim przytłumić tylu przykrych wrażeń, tylu bolesnych uwag i myśli. Wyuzdana złość srożąc i targając się na najświetniejsze Francyi talenta, nie śmiała się dotknąć tego człowieka. Jego wielkie w świecie uczonym imie uwielbione skromnością, trwożyło najśmielszą zbrodnię, i sam prawie de *Lagrange* był jeszcze czczony tam, gdzie już nie szanowane nie było. Wzywano go na powrót do Berlina, życzył sobie tam wrócić: *Herauld de Sèchelles* którego prosił o pasport, chciał mu wyrobić poruczenie rządowe, żeby mu wyjazd ułatwić: ale żona de *Lagrange'a* oparła się temu, nie chcąc porzucać swojej ojczyzny. Zaślubił sobie de *Lagrange* w Berlinie swoją krewną sprowadzoną z Turynu, którą w długiej i bolesnej chorobie stracił. Wszedł po wtórnie w związek małżeński w Paryżu z Panną *Lemonier* córką sławnego Astronoma, która była

najmilszą pociechą i szczęściem jego domowego życia. Opór tak lubej mu osoby do opuszczenia Francyi, wyszedł mu potem na dobre. Z dwóch tych małżeństw nie miał żadnego potomstwa.

Ustanowiono naprzód w czasie rewolucyi szkoły normalne krótko bardzo trwające, gdzie de *Lagrange* był *Professorem Matematyki*. Jego lekcye i rozprawy o *Arytmetyce* i *Algebrze*, choć niedbale i z licznymi błędami drukiem ogłoszone, będą zawsze drogiem i pamiętnem w *Matematyce* dziełem. Po upadku szkół normalnych powstała lepiej pomyślana i urządzona szkoła *politechniczna*, w której de *Lagrange* był rachunku analitycznego *Professorem*. To nowe de *Lagranża* powołanie było prawdziwem dobrodziejstwem dla nauki. Najdrobniejsze jego w powtarzanych lekcjach odmiany, były zawsze nowym i coraz innym w nauce widokiem. Najznakomitsi *Matematyki* *Professorowie* zapisali się w liczbę jego uczniów, wszystkie uwagi i tłumaczenia zbierali i zapisywali z wielką starannością. Przysłuchując się z uwagą tym niezmiernie ważnym lekcjom (mówi *Lacroix*) widzieliśmy go stwarzającego w oczach słuchaczy nowe widoki we wszystkich prawie częściach teoryi analitycznej: były to zadziwiające ślady wynalazkowego geniuszu. Tymto lekcjom i ich rozmyślaniu winniśmy ważne i pierwsze w tym rodzaju dzieło o teoryi funkcji analitycznych.

Wprowadzenie rządu monarchicznego do Francyi, i uspokojenie passujących się w kraju partyi wróciło Naukom de *Lagranża*. Cesarz wyniósł

go na dostojność Hrabiego Państwa, i Senatora: opatrzył znacznym i przystojnym dochodem, przyozdobił orderem legji honorowej, i wielkim krzyżem orderu *Połączenia* (de la réunion): to jest uczcił te wszystkie znikome ozdoby i tytuły, ubierając w nie człowieka noszącego już tytuł do nieśmiertelności. Zajął się de *Lagrange* doskonałeniem, rozszerzeniem i powtórniem wydaniem swojej mechaniki analitycznej, jako najpiękniejszego dzieła, które nasz, i przyszłe wieki będą z podziwieniem rozmyślać i wartować. Budowa jego ciała poważna i przystojna ale delikatna, osłabiona wiekiem, pracą, i dolegliwością nie mogła już wytrzymać tego napięcia myśli, jakiego wymagała praca tego rodzaju. Wpadał w częste mdłości i osłabienia, i sam uczuł, jak mu należało swe zdrowie szanować i ochraniać. Ale nie chcąc przewrócić znacznie posunionego w druku dzieła, którego już dwudziesty szósty arkusz drugiego Tomu wychodził z poprawy, pracował ciągle nad objaśnieniem głębokich swych teorii pożytecznymi przykładami: przy tej robocie w swym gabinecie zemdlony upadł, a uderzywszy głową o róg meblu odszedł od zmysłów, i w tym stanie był od żony znalezionym. Przy ratunku odzyskał jeszcze przytomność; ale na końcu Marca 1815. roku wpadł w gorączkę przy mdłościach częstych i niebezpiecznych, stracił sen i apetyt, i z wypogodzoną spokojnością duszy sam widział schyłek dogorywającego życia. Osmego kwietnia tegoż roku przyjął kolegów swych w Senacie i Instytucie PP. *Lu-*

*cepede, Monge, i Chaptal.* W rozmowie z niemi trwającej przeszło dwie godziny opowiadał im stan swojej słabości, swoje roboty, różne zdarzenia życia, i tę wdzięczność, którą czuł dla Panującego, że nie tylko go wspaniale i dostojnie opatrzył; ale nawet los jego żony na przypadek śmierci zapewnił. W tem rozrzewnieniu opuścili go goście; a on 10. kwietnia roku 1813. n. s. o trzech kwadransach na dziesiątą z rana zakończył życie, które trwało lat siedemdziesiąt siedm, dwa miesiące, i dni dziesięć. Życie jego było zawsze skromne, sprawiedliwe, i przykładne, tak jak wszystkich prawdziwie wielkich w naukach matematycznych ludzi; bo *Prawda* i *Cnota* tak są ściśle z sobą sprzymierzone; iż wyniesiony nad sferę pospolitych stworzeń mędrzec, ubiegając się myślami za pierwszą, lubi czcić i wielbić swemi sprawami drugą.

### *O dziełach i wynalazkach de Lagranża.*

Jego pisma, myśli, i wynalazki w Matematyce, drukiem ogłoszone znajdują się 1. we czterech pierwszych Tomach Aktów Towarzystwa Turyńskiego, 2. we dwudziestu pięciu Tomach prac Akademji Berlińskiej począwszy od roku 1765. 3. w Pamiętnikach dawnej Akademji nauk Paryżkiej: 4. w Efemerydach Astronomicznych Berlińskich na lata 1781. 1782. 1785. 5. w przydatkach do Algebry Eulera: 6. w zbiorze lekcyi szkół normalnych, i w V. VI. XIV. Numerze

Dziennika Politechnicznego. Wysły nadto w Paryżu trzy oddzielne dzieła tego Geometry: *Mechanika analityczna* \*), *Teorya funkcyi analitycznych* \*\*) i *Traktat o rozwiązaniu zrównań liczbowych jakiegokolwiek stopnia* \*\*\*). Chcąc mówić z dokładnością o prawdach i wynalazkach, które się w wymienionych pismach zawierają, trzeba by użyć właściwego naukom matematycznym języka, czyli rachunku: co by dało początek dziełu bardzo ważnemu wprowadzić, ale rozległemu, i nie wypadającemu w zamiar pisma peryodycznego. Zeby jednak przykładających się do tych umiejętności czytelników obeznać z przysługami tego wielkiego Geometry, wyliczymy z nich znakomitsze, ile się te językiem pospolitym wyrazić dadzą; wymienając pisma, w których się znajdują; i części Matematyki, do których należą.

*Arytmetyka.* Nauka o własnościach liczb stanowi część Matematyki zawiłą i trudną, a znaną

---

\*) *Mécanique analytique* à Paris 1788. in 4. p. 312. nie doszło jeszcze rąk moich drugie wydanie tego dzieła znacznie powiększonego we dwóch Tomach, które po śmierci Autora jego wdowa całkiem skończonę złożyła P. Prony, jak świadczy *Delambre*.

\*\*) *Théorie des Fonctions analytiques* Paris an V. (1796.) in 4. kart 277. Ostatniego wydania tego dzieła dotąd nie odebrałem.

\*\*\*) *Traité de la résolution des équations numériques de tous les degrés.* Nouvelle édition Paris 1808. in 4. kart 311.

pod imieniem *Arytmetyki wyższej*. U starożytnych Geometrów zawierają się w niej pierwsze zarodki dzisiejszej *Analizy*. *Euklides* mówi o niektórych własnościach liczb w siedmiu księgach swoich *Elementów*. *Diophante*, *Bachet de Meziriac*, *Fermat*, a między Polakami *Jan Broski* Akademik Krakowski \*); *Wallis*, *Euler* a dziś *Legendre* i *Gauss*, zgłębia najpierwszego rzędu Geometrowie pracowali i wślawili się w tych badaniach arytmetycznych; które stanowią część ważną nauki o Pytaniach nieoznaczonych. Wielki 17. wieku Francuzki Geometra *Fermat* \*\*) wyzwał Anglików na uczoną walkę trudnem zagadnieniem arytmetycznem o liczbach całkich kwadratowych i niekwadratowych, na które sam w przypadkach tylko szczególnych odpowiedział. Pierwszy de *Lagrange* to zadanie dokładnie i ogólnie rozwiązał w czwartym Tomie Aktów Turyńskich, przystósował je do rozwiązania przez liczby całkowite zrównań nieoznaczonych drugiego stopnia. To przystósowanie dalej jeszcze posunął, i nowemi prawdami zubożył w Aktach Akademji Berlińskiej 1767. 1768. 1773. Jemu winniśmy wiele pięknych własności i twierdzeń, jednych dawno znanych; ale dopiero przez niego gruntownie dowiedzionych; drugich cał nowych

---

\*) *Disceptationes duae de Numeris perfectis* Autore *Joanne Broscio* in alma Universitate Cracoviensi Collegii Majoris Professore etc. *Dantisci* 1652. in 4. p. 174.

\*\*) Urodził się *Piotr Fermat* roku 1590. umarł w Tuluzie roku 1664.



przez niego odkrytych o liczbach pierwszych \*), o mnożnikach w skład liczby wchodzących \*\*). *Delagrange* wszystkie systemata rozmaitej rachuby jako to dziesiątkowej, dwunastkowej, sześćdziesiątkowej i t. d. pod jeden ogólny widok ściągnął, i z powszechnych własności ułamków wyprowadził \*\*\*). On pierwszy porządnie wypracował i prawie na nowo stworzył naukę o ułamkach ciągłych †) pokazał jej rozległe użycie w rozwiązaniu zrównań tak zachodzących w Algebrze ††) jako w rachunku integralnym †††). Zgola nauka wyższa o liczbach winna mu znaczny wzrost, pożyteczne przystósowanie, rozwinięcie ścisłe i porządne.

*Geometrya początkowa.* Piramidy trójkątne jako bryły najprostsze uważał względem innych brył de *Lagrange* tak, jak się uważają trójkąty względem figur prostokreślnych, i kilka pięknych własności o Piramidach odkrył i dowiódł ††††). Trygonometrią kulistą tak starannie przez *Eulera*

\*) *Liczby pierwsze* (numeri primi) nazywają się te, które się nie dają zupełnie dzielić, tylko albo same przez się, albo przez jedność. Mémoires de Berlin 1771, 1773.

\*\*) Mémoires de Berlin 1770. 1773. 1773. 1777.

\*\*\*) Journal de l'Ecole Polytechnique cinquième cahier.

†) Additions aux Elémens d'Algebre de Léonard Euler Tome II. Lyon 1774.

††) Traité de la résolution des équations numériques.

†††) Mémoires de Berlin 1776.

††††) Mémoires de Berlin 1773.

wypracowaną wziął jeszcze pod swoje uwagę de *Lagrange* \*), i jedno zrównanie nowym ale bardzo prostym i ścisłym sposobem dowiódłszy, wyprowadził z niego i własności, i wszystkie przypadki na rozwiązanie trójkątów kulistych, które z trójkątami prostokreślnymi porównał. Pismo to nie przestanie nigdy być wzorem prostoty i mocy rachunku analitycznego przystósowanego do Geometrii. Przeniósł je ledwo nie całkiem do swego dzieła *Puissant* \*\*).

*Algebra.* Rozwiązanie zrównań jakiegokolwiek stopnia zachodzących w Algebrze, a mających za współczynniki liczby, zatrudniało de *Lagranża* od roku 1767. Wypracował o tem kilka szacownych pism w Aktach Berlińskich \*\*\*): rozbierał tę samą rzecz w lekcjach szkół normalnych †): nakoniec wszystkie swoje o rozwiązaniu tych zrównań badania zebrał w jedno oddzielne dzieło wyżej wymienione ††) przydawszy wiele nowych uwag i sposobów. Ze wszystkich tych prac i usiłowań de *Lagranża* zyskała *Algebra*. *Naprzód*: że wiele rzeczy ciemnych i niedostatecznie wyklada-

\*) Journal de l'Ecole Polytechnique Sixième Cahier.

\*\*) Traité de Géodesie par L. Puissant. Paris 1803. in 4.

\*\*\*) Mémoires de Berlin 1767. 1768. 1770. 1771. 1772.

†) Écoles Normales Tome III. p. 277. 463.

††) Traité de la résolution des équations etc.

nych, osobliwie o pierwiastkach urojonych: o przypadku *nieprzywiedlnym* (casus irreductibilis) w trzecim stopniu, o zrównaniach warunkowych i przywiedzionych (aequationes reductae), on pierwszy objaśnił, wyluszczył, i gruntownie dowiódł. *Powtórę*: wiele nowych twierdzeń o własnościach zrównań, i o ich pierwiastkach wyciągnął i odkrył. *Po trzecie*: usiłowania Geometrów, którzy go w tej pracy poprzedzili sprawiedliwie osądził, pokazał co sobie zamierzać powinniśmy w tego rodzaju dociekaniach, i co by je mogło ułatwić. Ale sam nie był szczęśliwy trafić na sposoby skracające rachunek nieczmiernie rozwlekły w praktycznem rozwiązywaniu zrównań wyższych stopni. Można powiedzieć, że w tej nauce po Ludwiku *Ferrari* i po *Bombellim* przez dwa przeszło wieki niewieleśmy postąpili. Różne sposoby podawane od Geometrów na rozwiązanie zrównań stopnia piątego i wyższych prowadzą do rachunków tak rozwlekłych, iż się raczej odrzą, niż ułatwieniem nauki nazwać mogą. De *Lagrange* szukając różnic między pierwiastkami zrównania trafia jeszcze na rachunki dosyć długie, zawile, i mało do praktycznego użycia przydatne. Wszelako kiedy idzie o przybliżenie się tylko do wartości prawdziwych za pomocą szeregów nieskończonych; sposoby podane od de *Lagranża* naprzód w Aktach Berlińskich na rok 1768. <sup>\*)</sup>, potem w dziele o rozwią-

---

<sup>\*)</sup> Nouvelle méthode pour résoudre les équations littérales par le moyen des séries page 251.

zaniu zrównań są bardzo szacowne i pożyteczne. W tem ostatniem dziele nota XIV. o rozwiązaniu zrównań jakiegokolwiek stopnia dwa tylko wyrazy zawierających, jest pełna głębokich analitycznych uwag i sposobów.

*Rachunek Integralny.* Tę głęboką, trudną, i bardzo jeszcze niedoskonałą naukę, de *Lagrange* ważnemi wynalazkami zbogacił. *Naprzód*: podał sposób ogólny całkowania zrównań tak nazwanych liniowych jakiegokolwiek porządku \*), i odkrył to ważne twierdzenie: „że mając zrównanie liniowe z funkcją jakąkolwiek tej ilości odmienniej, której różnicowanie wzięte za stateczne; i znowu takie samo zrównanie bez tej funkcji; byleby uczynić zadosyć ostatniemu, potrafimy znaleźć całkość pierwszego “ to jest: że rozwiązanie zrównania zawilszego, zależy od uczynienia zadosyć zrównaniu prostszemu. *Powtóre*: ten sam sposób i to samo twierdzenie okazał w całkowaniu zrównań między trzema ilościami odmiennymi, i znowu zrównań między różnicami skończonemi. Tego ostatniego gatunku zrównań użycie okazał w rozwiązaniu zagadnień w grach losu i domysłu, *naprzód* w Aktach Turyńskich, potem w pamiętnikach Berlińskich \*\*). *Potrzebie*: on nas pierwszy nauczył,

---

\*) *Mélanges de la Société Royale de Turin* Tome III. pag. 179.

\*\*) *Miscellanea Societatis Taurinensis* Tome I. *Mémoires de Berlin* 1775.

jak od zrównań różnicowanych jednych, przychodzimy do drugich przez rugowanie ilości statecznych: wiele ma każde zrównanie całkości pierwszych, a zład wyciągnął sposób, jak od całkości pierwszych przyjść do zupełnego rozwiązania zrównania przez same rugowanie (*eliminatio*). Po czwarte: *Euler* najpierwszy postrzegł, że nie zawsze to, co czyni zadosyć zrównaniu, jest jego całkością: i nazwano takie przypadki *rozwiązaniem szczególnem* (*solutio particularis*). *Clairaut* \*) różnicując zrównanie, wynalazł jego całkość: to samo zrównanie raz mu wydało linią prostą, drugi raz linią krzywą. Takie nadzwyczajne wypadki zdziwiły wszystkich *Geometrów*, ale żaden ich wytłumaczyć nie mógł. *Euler* nabierawszy podobnych przykładów ogłosił je pod imieniem *Paradoxów rachunku integralnego* \*\*). Całą tę chmurę nauki rozpędził, i wszystko wyjaśnił de *Lagrange* w przedziwnej przez siebie odkrytej teorii rozwiązań albo jak on nazywa *całkości szczególnych* \*\*\*). Z tej teorii wyciągnął dokładną odpowiedź na pytanie zadane przez *Delaplace* †); jakby znaleźć rozwiązania szczególne zrównania, nie znając jego całkości? Przez co nie tylko granice rachunku integralnego znacznie posunął; ale jeszcze niezmier-

---

\*) Mémoires de l'Acad. R. des Sciences 1754.

\*\*) Mémoires de l'Acad. R. des Sciences 1756.

\*\*\*) Mémoires de Berlin 1774. p. 197.

†) Mémoires de l'Acad. R. des Sciences 1772.

nie pomógł do rozwiązania wielu zagadnień w Astronomji fizycznej, którychby bez tej pomocy nie podobna było w dzisiejszym stanie nauki rozwiązać. Wydał de *Lagrange* użycie swojej teorii całkości szczególnych w różnych zagadnieniach *Geometrii* i *Analizy* \*) gdzie rzucone nowe widoki i myśli posłużyły innym Geometrom do głębokich dociekań analitycznych w liniach krzywych i w tak nazwanej Geometrii rysunkowej (*Geometrie descriptive*). Po piąte: mówiłem już o zupełnem rozwiązaniu *Pytania Isoperimetrycznego*, i o wynalazku rachunku *Przemienności*: tu tylko przydam; że ta myśl prosta wzięta zapewne z teorii biegu Planet na którą wpadł *Delagrange*: żeby ilości stateczne odmieniać w zrównaniu, a przez to, od jednego związku ilości, przechodzić do innego całe różnego; stała się źródłem najpiękniejszych jego, i zadziwiających wynalazków. Z niej wyciągnął rachunek *Przemienności*, i swoją głęboką teorią rozwiązań szczególnych: tą jeszcze myślą pokonał najtwardsze trudności w zagadnieniach *Mechaniki* i *Astronomji fizycznej*.

*Teorya i Analiza funkcyi*. Wszystkie prawie gatunki rachunku analitycznego w Matematyce, chciał de *Lagrange* jednym że tak powiem, wzrokiem rozumu ogarnąć, i ich fundamentalne początki z jednego źródła wyciągnąć, i z sobą powią-

---

\*) Sur différentes questions d'Analyse relatives à la théorie des intégrales particulières. Mémoires de Berlin 1779.

zać. Ta śmiała i wielka myśl podała mu plan sławnego i głębokiego dzieła *Teorya funkcyi analitycznych*. W niem jednak założył sobie szczególnie, rachunek różnicowania i całkowania z działań prostej Algebry wydobyć. Ale to przedsięwzięcie nie w sobie nie ma nowego: wszakże *Newton* i *Leibnitz* wpadli na wynalazek nowych tych rachunków, uważając w Algebrze szeregi nieskończone, i szukając sposobu prowadzenia stycznych do linii krzywych. Nauka, i *Algorythm* czyli sztuka rachowania, wypadły z działań algebraicznych: kiedy zaś chciano pokazać i ustanowić fundament tego nowego rachunku, każdy użył innego początku na jego wytłumaczenie. Początek *Leibnitza* był zły i nie geometryczny; ale jego *signatura* czyli znaczenie wyraźne i wygodne, które przyjęto powszechnie na lądzie. Początek *Newtona* był pewny i ścisły, ale za daleki i prawie obcy; bo wyciągnięty z mechaniki: *signatura* zaś czyli znaczenie *Newtona* jest niewyraźne i omyłkom podległe, przy którym się niepotrzebnie dotąd sami Anglicy upierają. W roku 1754. wyszła w Londynie sławna satyra na ten rachunek pod tytułem *Analista*: która dała powód i początek ważnemu dziełu *Maclaurina* \*) na obronę teoryi *Newtona*. Euler znowu broniąc *Leibnitza* \*\*), chciał

---

\*) A treatise of Fluxions in Two Books Edinburgh 1742. Two Volumes in 4.

\*\*) Institutiones Calculi Differentialis Petropoli 1755. in 4.

jego teorią sprostować i przywieść do ścisłości geometrycznej: ale stanowiąc same różnicowania zero, wszystko zmieszał i zaćmił. *Dalembert* w pierwszym wydaniu *Encyklopedyi* wziął początek dawnych Geometrów wytknięty przez *Maclaurina*, i nie mieszając do niego *Mechaniki*, oparł na tym początku działania nowego rachunku. *Cousin* \*) dokładnie jeszcze tę myśl *Dalemberta* wyłuszczył, sprowadziwszy szczęśliwie rachunek *Eulera*, do początku dawnych Geometrów. Nie wiem dla czego nie był dobrze naśladowany przez świeższych francuzkich Matematyków, w których wykładzie nie widać ani tej ścisłości, ani tego porządku. Wszystko to jednak nie zaspokoilo de *Lagranża*: który naprzód w Aktach Berlińskich na rok 1772. \*\*) rzucił pierwsze myśli, i te potem w swem dziele *Teorya funkcyi* obszerniej wyłożył, i nowemi uwagami zbogacił. Nie tykając działań, których wypadki we wszystkich teoriach są te same, i niewątpliwe; chciał de *Lagrange* odmienić fundament tłumaczenia i *signature* rachunku. Wszyscy się sprzeciwili wprowadzaniu nowych znaków; bo odmieniać bez potrzeby język w nauce tak dawno, i w tylu wielkich dziełach zachowany; jest to mnożyć w niej trudności, i wprowadzać zamieszanie. *Teorya funkcyi* jest pasmo ważnych, wielkich,

---

\*) *Leçons de Calcul Différentiel et de Calcul Intégral* Paris 1777. 2. Vol. in 8.

\*\*) Sur une nouvelle espèce de calcul relatif à la différentiation, et à l'intégration des quantités variables.



i wielu nowych prawd: ale te wszystkie dają się zrozumiale wyrazić dawnym językiem. Wprowadzenie kresek ma te same nieprzyzwoitości, jak wprowadzenie kropek w sygnaturze Angielskiej: a czy kto to samo działanie nazwie *przyniesieniem*, czy *funkcją pochodnią*, czy *różnicowaniem* nie na tem nauka nie zyskuje. Tak dobrze wyraża *d Leibnitsa* z różnemi nad niem liczbami, jak *kreski de Lagranża*; że różne porządki, są tylko powtórzeniem tego samego działania, i że jedne wynikają z drugih.

Ale fundamenta i początki tego rachunku skazane przez *de Lagranża* sąli ściślejsze, dokładniejsze, i prostsze? Przyznam się, że czytając tylekrotnie to ważne dzieło, nie mogłem się o tem przekonać. Wyznaje *de Lagrange* że początek *granic* z dawnych Geometrów wzięty jest ścisły, i prawdziwie geometryczny: ale mówi „dawni Geometrowie zbliżali tylko ilości do tych granic, ale ich nie uważali w stanie niknienia: że stosunek ilości niknących nie daje się jaśnie pojmować; a zatem teorya granic nie jest początkiem tak prostym i czystym, jaki panować powinien w rachunku analitycznym.“ Odpowiadam: że dawni Geometrowie nie mając języka rachunkowego, ale tłumacząc swoje rozumowanie językiem pospolitym nie mieli potrzeby uważać ilości w stanie niknącym; bo tego, co nam pokazuje język rachunkowy, nie mógł im oczywiście skazać język pospolity. Ale kiedy unikali to wyrażać, żeby mowy nie zaćmić; mogliż tego w swych dowodach nie

myśleć, co my myślemy? Kiedy *Archimedes* wpisuje i opisuje linijami prostemi koło, kiedy kwadrując *Parabolę* wpisuje w nią trójkąty, i tych liczbę coraz bardziej wzrastającą uważa; mógłże zrobić wniosek o stosunku obwodu do promienia w kole, albo od placów trójkątowych do placu parabolicznego w *Paraboli*, nie myśląc o zniknięciu tej różnicy, która zachodziła między obwodem koła a linijami wpisanemi i opisanemi, albo między placami trójkątowemi, a placem parabolicznym? Owszem wszystkie wnioski i twierdzenia dawnych Geometrów wyciągnięte z początku *wyczerpania* (*methodus exhaustionis*) nie mogłyby się utrzymać, gdyby nie mieli zawsze na myśli tej prawdy; że, gdy ilości ciągle się zmniejszające zachowują ten sam nieodmienny do siebie stosunek, stosunek ten jest stosunkiem ich granic. Uważanie ilości w swoich granicach jest to właśnie krok, o któryśmy się dalej posunęli nad starożytność, idąc za jej początkiem całę nie tracącym na swej ścisłości geometrycznej. Winniśmy ten dalszy krok rachunkowi, który skazuje nam oczywiście wypadki rodzące się z tej uwagi. Dziwno mi nawet, dla czego de *Lagrange* ma pojęcie wypadków rachunkowych powstających ze zniknięcia ilości za niejasne; kiedy cała jego teoria na niem się opiera. Wszakże treść jego teorii zależy na tem; że rachunek różnicowania nie innego nie jest, tylko sposób oznaczenia współczynników funkcyi rozwiniętej. Jakże on te współczynniki wynajduje? oto rozdzieliwszy całę zró-

wnanie rozwiniętej funkcji przez wzrost lub ubytek ilości odmienną, ten wzrost lub ubytek uważa w stanie niknącym: przez co jedna strona zrównania staje się  $\frac{0}{0}$ , co nazywa *funkcją pochodną*, druga strona zrównania daje termin nie zawierający tego wzrostu lub ubytku, i ten termin jest wartością funkcji pochodnej. Jestże tu jakakolwiek różnica od tego, co się robi w teorii granic tak wystawionej, jak jest przez Pana Cousin? chyba w tem; że de *Lagrange* nie daje żadnej przyczyny, albo jak on mówi żadnej metafizyki tego wypadku, kiedy inni tłumaczą to przez początek granic. A jeżeli stan ilości niknących podług niego, nie daje się jasnie pojmować; czyż się to pojęcie ułatwia, całe wypadków rachunku nie tłumacząc, i nieopierając ich na żadnym geometrycznym początku?

Wyprowadza potem de *Lagrange* rodzenie się różnicowań wyższych porządków przypuszczając drugi wzrost lub ubytek w funkcji rozwiniętej; i ten drugi wzrost lub ubytek raz łącząc z samą ilością odmienną, drugi raz z pierwszym wzrostem lub ubytkiem, otrzymuje dwa zrównania to samo znaczące: w których porównywając współczynniki terminów podobnych, wyciąga wartość dalszych współczynników w funkcji rozwiniętej, czyli różnicowania wyższe. Te pokazują się być powtórzonem tylko działaniem takim, z jakiego wypadł współczynnik pierwszy, czyli de *Lagrange*a pierwsza funkcja pochodnia. Droga ta jest prostsza, ale zupełnie na to samo wychodząca, co wi-

dzimy w działaniach teorii granic. Trudność, którą sobie zadaje i ułatwia de *Lagrange*, żeby który termin nie znalazł się z mianownikiem niknącym, a zatem stawszy się nieskończonym, całego rozwinięcia funkcyi nie zepsuł: trudność mówię ta zachodzi także w teorii granic. Nikt jej prawda nie postrzegł, i nikt o niej nie wspomniał; bo wzięto z Algebry funkcyę z wykładnikami odmieniami czyli logarytmiczne wyrażone przez szereg nieskończony, zapomniawszy, że tam wyprowadzenie tego szeregu powstało z uwagi ilości nieskończenie małych, i nieskończenie wielkich, a zatem zarażało tę teorią, którą chciano zupełnie od podobnych uwag oswobodzić. Ale de *Lagrange* bardzo zręcznie i dowcipnie znosząc tę trudność przez swoją analizę, myśląc o swojej, objaśnił i utwierdził teorią dawną. Mam więc teorią funkcyi pochodnych de *Lagranża* choć innym językiem, innemi znakami tłumaczoną, ale za to samo w gruncie, czem jest dawna teoria granic. Zachodzi tylko różnica w sposobie czytania geometrycznego języka, i tłumaczenia się. Mimo wysokie uszanowanie dla tego wielkiego człowieka, mam sposób tłumaczenia się de *Lagranża* za niedokładny, i podlegający zarzutom, jakich nie ma teoria granic. W roku 1804. przełożyłem je w Paryżu samemu Autorowi innemi pod ów czas robotami zajętemu. Unikając ten wielki Geometra początku granic, a chcąc na jego miejsce inny położyć, dowodzi takie twierdzenie: że w szeregu malejącym, i postępującym wedle potęg pewnej

ilości, można tej ilości nadać taką wartość, iż każdy termin będzie większy, od summy wszystkich po nim następujących. Mówi w §. 14. swego dzieła: że to twierdzenie jest fundamentem całej teorii rachunku differencyalnego, i choć go nie wymieniamy, ale go się dorozumiewamy. To samo myśli Autor w §. 4. a wyraźnie w Aktach Berlińskich 1772. §. 6. kar. 190. przez co zdaje się wpadać w teorią *Leibnitza*. Twierdzenie wyżej przytoczone jest zaiste w nauce szeregów niewątpliwe i pewne; ale nie jest fundamentem rachunku differencyalnego. Bo gdyby nim było, tedyby szło koniecznie zatem, że w funkcyi rozwiniętej opuszczają się terminy nie jako niknące; ale jako mniejsze od terminu, który ocalał: a zatem, że rachunek differencyalny jest tylko sztuką przybliżenia: to jest, wypadki z niego otrzymane nie są ściśle pewne, ale tylko do prawdy zbliżone. Przypuścić ten wniosek, jestto podkopać ścisłość geometryczną wszystkich wynalazków przez ten rachunek odkrytych: na co się żaden Geometra, ani nawet sam de *Lagrange* zgodzić nie może. Wypadki rachunku różnicowania są ściśle prawdziwe, i takimi się okazują i dowodzą przez teorią granic.

Pominąwszy te początkowe widoki w nauce, i nowe znaki do niej zaprowadzone ale nie przyjęte; dzieło to uważane zawsze będzie jako najpiękniejszy owoc geniuszu, gdzie walniejsze twierdzenia wyższych rachunków są wywiedzione z samej uwagi rozwijających się funkcyi, i gdzie wiele

ważnych prawd tak dawniej przez de *Lagranża* odkrytych, jako i świeżo spostrzeżonych jest w jeden ze tak powiem ciągły łańcuch nauki związanych i połączonych. Przystósowanie tego wszystkiego w drugiej części do linii krzywych i do nauki o biegu, stanowi cale nowy Geometrii i Mechaniki widok, zagruntowany na początkach dawnych Geometrów, na których tu de *Lagrange* oparł swoje *Analizę*. Nie masz w Matematyce dzieła, któreby z *teorią funkcyi* iść mogło w porównanie. Tu z rachunków dosyć prostych wyciąga Autor głębokie, liczne, i mocne rozumowania napełniające człowieka myślącego prawdziwą rokoszą, i rzucające wielkie światło na te początki Mechaniki, których wyluszczenie tyle kosztowało *Eulera* i *Dalemberta*, a które jednak nie było dokładne. Jedna karta w de *Lagranżu* więcej mówi i przekonywa, niż obszernie dwóch wspomnianych Geometrów pisma i tłumaczenia. Zgoła w tem dziele uczyć się trzeba trudnej sztuki czytania języka rachunkowego, rozważy nad jego dzielnością, i nad bogactwem w wielkie prawdy ściśle się z sobą trzymające.

*Astronomia Sferyczna : Optyka : Geografia.*  
Wprowadzenie rachunku analitycznego do Astronomji sferycznej zrobiło rozwiązanie wielu najważniejszych tej nauki zagadnień i gruntowniejszem i prostszem. Tę ważną przysługę zaczął *Euler*, daleko posunął de *Lagrange* pociągnąwszy swym przykładem *du Séjour* i innych Geometrów do doskonalenia tej nauki, i do oswobodzenia jej od

niektórych zmundnych rysunkowych, i prawie empirycznych sposobów wzrost jej tamujących. Zaćmienie słońca przez Planety niższe, czyli przechód Merkuryusza i Wenusa przez tarczę słoneczną pierwszy de *Lagrange* pod rachunek analityczny podciągnął, okazał nieznane fundamenta, na których się opierał sposób graficzny czyli rysunkowy przez Astronoma de *l'Isle* nasamprzód bez żadnego dowodu użyty: odkrył i podał \*) zrównania do rachowania tego fenomenu, i do wyciągnięcia z niego *Paralaxy* słońca, tak niezmiernie ważnej do znajomości świata słonecznego; ile że od niej zawisła dokładna wiadomość odległości wszystkich Planet od słońca. Pismo to wiele posłużyło do obserwacyi wielkiej i rzadkiej przechodu *Wenus*a który przypadł 3. Czerwca 1796. n. s.

Później podał ten W. Geometra w Efemerydach Berlińskich na rok 1781. i 1782. sposób ogólny rachowania zaćmień słonecznych, z którego dla pożytku uczniów Obserwatorium Wileńskiego wyciągnąłem wszystkie znane dotąd w Astronomji, pod rozmaitą postacią, i od różnych Geometrów odkryte zrównania, na rachunek *Paralaxy*, a zatem różnicy miejsc pozornych od prawdziwych w ciałach niebieskich.

Rachując położenie ciał niebieskich względem równika lub ekliptyki; i znowu z pozornych, dochodząc miejsc ich prawdziwych; wypada często

---

\*) Mémoires de Berlin 1766.

kroć wyrazić kąty czyli łuki, albo ich od siebie różnicę przez linije trygonometryczne; de *Lagrange* podał na to bardzo wygodne wzory i zrównania <sup>\*)</sup>, gdzie mając styczną kąta wyrażoną przez funkcją wymierną wstawy lub dostawy drugiego kąta, otrzymać można wartość pierwszego przez linije trygonometryczne drugiego w szeregu znacznie malejącym. Tym sposobem łatwo można położenie gwiazd względem ekliptyki, zamieniać na ich położenie względem równika, i na wzajem.

Podał de *Lagrange* nowy sposób wyrachowania drogi Komety z danych trzech jego obserwacji <sup>\*\*)</sup> wyłożywszy, co w tem trudnem zadaniu zrobili *Newton*, *Euler*, *Lambert*, i *Tempelhoff*. Dwie rozprawy de *Lagrange'a* o Kometach dały powód do dzieł, które *du Sejour* i de *Laplace* o tej samej rzeczy wydali: co znowu wciągnęło de *Lagrange'a* do napisania trzeciej rozprawy <sup>\*\*\*)</sup>, w której to sławne zadanie przez ogólne początki *Dynamiki* rozwiązał. Aże wszystkie prawie sposoby w rozwiązaniu tego zadania prowadzą do zrównania 7. stopnia, na które nie masz prawideł w Algebrze; szkoda, że de *Lagrange* nie objaśnił swej przedziwnej analitycznej sztuki przykładem praktycznego rachunku. W podobnych bowiem zawiłościach szukając wypadków bliskich prawdy,

---

<sup>\*)</sup> Mémoires de Berlin 1776.

<sup>\*\*)</sup> Mémoires de Berlin 1778.

<sup>\*\*\*)</sup> Mémoires de Berlin 1783.



umiał sztuką analityczną szczęśliwie i zręcznie albo omijać, albo pokonywać trudności wypadające z niedoskonałości nauki. Mamy tego piękny przykład w jego teorii *Lunet* \*), gdzie sobie założył zbliżyć do siebie wynalazki optyczne *Rogera Cotesa*, i *Eulera*: i te z podanych od siebie zrównań wyciągnąć. Rachunek skazał mu potrzebę eliminacyi czyli rugowania ilości: a że to działanie prowadzi do wypadków zawikłanych, żeby go uniknąć, i prostotę swoich zrównań ocalić, stosuje do nich dowcipnym wybiegiem własności szeregów zwrotnych, i przez ciągłe gruntowne rozumowanie tłumaczy drogę odmiany, łamiącego się w szklach światła, jasność i wielkość obrazu, zgola wszystkie własności *Lunet*. Równie wyborny mamy przykład stósowania rachunku do fenomenów fizycznych w rozprawie de *Lagranża* o refrakcyi astronomicznej \*\*). Roztrząsa w niej czynione doświadczenia *Mariotu Hawksbee*, i de *Luc* o sile powietrza łamiącej światło: uczy jak wypadki doświadczenia przez rachunek analityczny wyrazić, wystawia zrównanie ten fenomen zawierające, okazuje niedostateczność obserwacyi do uczynienia mu zadosyć; postanowione prawidła od *Bradleja*, *Simpsona*, *Majera* na rachunek refrakcyi roztrząsa, i pokazuje w czem są chybiające i niedokładne. Ta rozprawa stała się wzorem i skazówką dla in-

---

\*) Mémoires de Berlin 1778.

\*\*) Mémoires de Berlin 1772.

ných późniejszych Geometrów osobiłwie de *Laplace* do ustanowienia zrównań, i ułożenia z nich Tablic jakie dziś mamy za najlepsze na rachowanie *refrakcyi* tak istotnie obchodzącej Astronomią praktyczną: ile że od niej zależy doskonałość Katalogu gwiazd, i dokładność w obrachowaniu i ocenieniu obserwacyi.

Sztukę rysowania Kart geograficznych pierwszy raz gruntownie i geometrycznie uważaną przez *Lamberta* i *Eulera*; szczęśliwie objaśnił de *Lagrange*, i pod rachunek analityczny podciągnął w dwóch rozprawach o tem wydanych \*): gdzie rozważywszy wszystkie sposoby przenoszenia powierzchni kulistej ziemi na płaszczyznę, nie przywiązuje się do żadnego gatunku *projekcyi*: ale na to jedynie bacząc, aby kąty na ziemi południków z równoleżnikami, były równe kątom na karcie czyli obrazie ziemi; usiłuje w rysunku zbliżyć podobieństwo kraju na powierzchni ziemi, do jego obrazu; i na to wyklada prawidła i zrównania analityczne.

*Astronomia Fizyczna.* Ta nauka stworzona przez *Newtona*, jest najwyższym szczyblem umiejętności ludzkiej, a prawdziwą i chlubną zdobyczą najgłębszej dzisiejszej *Analizy*. W niej de *Lagrange* i najwięcej okazał geniuszu przez pokonanie ogromnych trudności; i najistotniejsze zrobił przysługi przez wydoskonalenie tablic na biegi

---

\*) Mémoires de Berlin 1779.

Planet. Powiedziało się już, że w pismach uwiecznionych przez Akademię nauk Paryżką pierwszy de *Lagrange* odkrył i z praw atrakcyi wytłumaczył trudną tajemnicę *ważenia się* księżycy ziemskiego (*libratio Lunae*), i zawile biegi księżyców Jowiszowych \*). Pierwszy *fenomen* powtórnie jeszcze w Aktach Berlińskich roztrząsał \*\*) i nowemi uwagami zbagacił. Sławne zadanie trzech ciał wzajemnie się pociągających rozwiązane naprzód przez *Eulera*, *d'Alemberta*, i *Clairaut* nowym sposobem rozważył, i wypadki rachunku dokładniejsze otrzymał \*\*\*). Po głębokich pismach, które podał Akademiiom Paryżkiej i Berlińskiej o biegu węzłów Planetowych †), wziął on pod uwagę najdelikatniejsze, i do wytłumaczenia najtrudniejsze odmiany, którym podlegają *Elementa* dróg opisywanych przez Planety. Takimi elementami są: 1. Osi wielkie Ellips czyli odległości średnie Planet od słońca. 2. końce ostateczne tych Osi (*apsides*) czyli odległości największe i najmniejsze od słońca tychże Planet (*aphelia*, *Perihelia*). 3. Ich mimo - środy (*excentricitates*) to jest odległości ognisk od środka Ellipsy. 4. Węzły Planet (*nodi*)

---

\*) Mémoires de l'Academie des Sciences de Paris 1763. Tome IX. des Prix.

\*\*) Mémoires de Berlin 1780.

\*\*\*) Mélanges de la Société de Turin Tome II. 1762. Mémoires de Berlin 1777.

†) Mémoires de Berlin 1774. Mémoires de l'Acad. des Sciences de Paris 1776.

czyli punkta, w których ich drogi przecinają Ekliptykę. 5. Pochyłość drogi Planetowej do Ekliptyki. 6. Biegi średnie Planet które się otrzymują z wielkiej liczby ich obrotów około słońca rozdzielonych przez czas. Ciała Niebieskie pociągając się wzajemnie matwają i kłucą swe ruchy, czyli jedne mieszają biegi drugich, a przez to drogi ich przechodzą z jednej wielkości, i z jednego położenia na drugie. De *Lagrange* odważył się wystawić powszechną teorią tych wszystkich odmian, wytłumaczyć je przez prawa atrakcyi, i ich wartość w liczbach oznaczyć na każdego Planetę, a przez to nadać tablicom astronomicznym pewne i gruntowne fundamenta. Rozdzielił nasamprzód porządnie te odmiany na *peryodyczne* (*variationes periodicae*), które się w pewnym przeciągu czasu kończą i odnawiają: na odmiany *wiekowe* (*variationes seculares*), które albo ciągle trwają, albo mają peryod wiekami określony i nam nieznanym. Naznaczył tym odmianom cechy i charakterystyki naprzód *fizyczne*: że do odmian peryodycznych przykładają się figura planet, nie nie wpływając w odmiany wiekowe: potem *analityczne*, że odmiany peryodyczne okazują się w zrównaniach gdzie zachodzą wstawy i dostawy kątów; kiedy w odmiany wiekowe linie trygonometryczne kątów wchodzić nie mogą i niepowinny. Podał de *Lagrange* dwa nieśmiertelne pisma Akademii Berlińskiej ^),

---

^) Mémoires de Berlin 1781. 1782.

w których pierwszym, wystawił ogólną teorią odmian wiekowych pełną nowych i głębokich analitycznych prawd i myśli: w drugim przystósował tę teorią do sześciu Planet głównych dawniej znanych; i wartości liczbowe tych odmian na każdego w szczególności Planetę oznaczył. To ostatnie pismo niezmiernie pracowite jest najpiękniejszym w Matematyce wzorem przystósowanego do obserwacyi rachunku. W drugich dwóch podobnych pismach \*) wyciągnął z praw atrakcyi ogólną teorią odmian peryodycznych; i tę do sześciu głównych Planet przystósowawszy, wszystkie ich odmiany peryodyczne oznaczył, i z obserwacyami porównał. Tejto szacownej, i wieczną chwałą Autora okrywającej pracy winniśmy tę wielką prawdę, przez de *Lagranża* odkrytą i gruntownie dowiedzioną: że długość osi wielkich w Ellipsach, i biegi średnie Planet żadnych nie cierpią odmian wiekowych, a zatem że odległości średnie Planet od Słońca są wiecznie stałe i nieporuszone, co zabezpiecza nazawsze trwałość świata słonecznego. Bo gdyby te odległości ciągle wiekami rosły, Planety odchodząc od słońca w miliony wieków skrzepłyby zimnem na swych powierzchniach, i przeszłyby w sferę działania innych gwiazd. Gdyby zaś te odległości ciągle wiekami malały; Planety spadłyby kiedyś na słońce i były od niego pochłonięte. W pierwszym i drugim przypadku nastę-

---

\*) Mémoires de Berlin 1783. 1784.

puje upadek i zniszczenie świata słonecznego. Odmiany więc wiekowe w biegach średnich i w osiach wielkich przypisywane przez *Halleja* i innych Astro-nomów Saturnowi, Jowiszowi, i Księżycowi ziemskiemu są błędne, i z prawami attrakcyi niezgodne; co potem ściślejsze obserwacyi roztrząsanie dowiodło, i zupełny tryumf zjednało wynalazkowi de *Lagranża*.

*Mechanika*. Ciało będące w ruchu przebiegać może razem długość, szerokość, i głębokość miejsca, a zatem wszystkie trzy wymiary rozciągłości w pewnym czasie: i tu czas stanowi czwartą ilość odmienną. Słusznie więc uważa de *Lagrange* *Mechanikę* jako *Geometrię* czterech wymiarów; przez nie bowiem wyrazić się dają chyżość, wartość siły bieg sprawującej, i wypadające ztąd prawa biegu. Gdy siły działające na ciało niszczą się wzajemnie i znoszą; powstaje ztąd ich równowaga, i spoczynek ciała: gdy zaś te siły albo sobie pomagają na wzajem, albo jedno przemaga ją nad drugie; rodzi się bieg ciała. Ztąd nauka jedna o równowadze sił i spoczynku ciał, druga o ich biegu. Trzy są początki czyli pierwsze prawdy, których używano do tłumaczenia równowagi i spoczynku ciał: to jest teoria drąga, rozkład sił, i początek *chyżości przygotowanych* (*celeritates virtuales*), czyli tych dróg, jakieby ciała przebiegły w pierwszym momencie, gdyby były ze stanu spoczynku ruszone. Dowiódł tych wszystkich początków równowagi gruntuownie i analitycznie de *Lagrange* w *Aktach Tu-*

ryńskich \*) w piśmie, które wyszło pod imieniem P. *Foncenex*. Nauka o biegu czyli Mechanika miała cztery fundamentalne i różne od siebie początki, których używali Geometrowie do rozwiązania zagadnień mechanicznych, i do tłumaczenia praw biegu: a z tych niektóre nie były grunto-wnie dowiedzione, i uważane raczej jako początki metafizyczne, nie zaś jako prawdy geometrycznie pewne: tak dalece; że mieliśmy cztery systemata Mechaniki, albo raczej jedną Mechanikę na jednym ze czterech różnych od siebie fundamentów opartą. *Leibnitz* podzielił siły na *martwe* (*vires mortuae*), które się albo opierają biegowi, albo cisną ciała nie poruszając ich do biegu; i na siły *żywe* (*vires vivae*), które rzetelny bieg sprawują. Początek *pierwszy* wynaleziony od *Hughensa*, że w biegu ciał na siebie działających, *summa* mnogości z *massy* przez kwadrat chyżości jest zawsze ta sama; nazwano *ocaleniem sił żywych* (*conservatio virium vivarum*). *Drugi* początek *Newtona* znany pod imieniem *ocalenie biegu środka ciężkości* (*conservatio motus centri gravitatis*) zależy na tem: że przez wzajemne ciał na siebie działania stan biegu lub spoczynku środka ich ciężkości zostaje nieodmienny. *Trzeci* początek biegu od *Eulera*, *Daniela Bernullego*, i *P. d'Arcy* w różnym sposobie wystawiony, jest to sławne twierdzenie

---

\*) *Mélanges de la Société Roy: de Turin Tome II. 1762.*

*Newtona*, że place od promieni wodzących opisane, są proporcjonalne czasom na ich opisanie strawionym, nazywa się *Początkiem placów* (principium arearum). Czwarty nakoniec początek nazywany od de *Lagranża* początkiem *najmniejszego działania* (principium minimae actionis) przez podobieństwo do tego, który podany od *Maupertuisa* tyle narobił między Matematykami sporów, a który dopiero od *Eulera* był w prawdziwym świetle wystawiony, i przystósowany do biegu ciał pojedynczych; od de *Lagranża* zaś dowiedziony, i rozciągnięty do biegu ciał wzajemnie na siebie działających: to jest, „że summa mnogości z mass przez całość (integrale) z chyżości rozmnożonej przez elementa dróg przebieżonych, jest zawsze ilością największą albo najmniejszą.“

Aż do czasu *d'Alemberta* prawa biegu, i prawa równowagi ciał, były każde z osobna z innych początków wyciągane. Dopiero ten W. Geometra wpadł na tę myśl: że bieg ciał uważać się może, jako złożony z dwojakich biegów: z których jednego ocalały, drugie się na wzajem zniszczyły; więc te ostatnie gdyby tylko same wchodziły w poruszenie ciał, zrobiłyby między niemi równowagę i spoczynek. Przez tę uwagę wszystkie wzory (formulae) i zrównania do praw równowagi użyte, posłużyły *d'Alembertowi* do dochodzenia praw biegu. De *Lagrange* początek chyżości przygotowanych wynaleziony przez *Gallileusza*, i myśl *d'Alemberta* wziął za fundamentalną zasadę nauki: z niej wyprowadził prawa równowagi i biegu tak na ciała



zsiadłe jak na płynne: wyciągnął z niej wszystkie wzory, twierdzenia, i zrównania w Mechanice znane: i dowiódł czterech wyżej wyliczonych początków, okazując, że to nie są jak rozumiano początki metafizyczne; ale prawdy analityczne, niewątpliwe, i wypadające z praw biegu. Zrobił więc pierwszy de *Lagrange* z Mechaniki naukę porządną, ciągłą, na jednym fundamencie opartą, w której się wszystkie prawdy razem powiązane, i jednym ogniwem spojone, z sobą trzymają. Dzieło to jest pierwsze i jedyne w swoim rodzaju, jasniejące głębokiem zastanowieniem, geniuszem, i dzielnością sztuki rachunkowej. Rzucił de *Lagrange* w dawniejszych swoich rozprawach wspaniałe myśli i materiały do tego dzieła osobliwie zaś w przystósowaniu rachunku *Przeźmienności* \*) w rozprawach o biegu wirowym ciał, o atrakcyi Sferoid Elliptycznych \*\*), w pierwszej i drugiej Sekeyi o *ważeniu się księżycy* \*\*\*); i w rozprawie o ciałach płynnych †), które tu pod jeden widok ściągnął, i nowemi uwagami objaśnił i z bogacił. Brakuje w tem wielkiem dziele przystósowania do przykładów, któryby i użycie praktyczne wyższych rachunków objaśniły, i pojęcie jego zrobiły łatwiejszem i powszechniejszem: co jak mówią

---

\*) *Mélanges de Turin Tome II.*

\*\*) *Mémoires de Berlin 1773.*

\*\*\*) *Mémoires de Berlin 1780.*

†) *Mémoires de Berlin 1781.*

w drugim tego dzieła wydaniu we dwójnasób rozleglejszem, Autor z wielką pracą i staraniem dopełnił. Czy zaś to drugie wydanie znacznie przy śmierci Autora w druku posunione, wyszło już na świat lub nie? jeszcze nam tego żadne pisma zagraniczne nie doniosły \*).

We wszystkich swoich dziełach jest de *Lagrange* bardzo zwięzły, wyciągający po czytelniku oswojenia się ze sposobami i wzorami gdzieindziej już od niego użytemi; i dokładnej znajomości tego, co jest już zrobione w rzeczy, o której pisze. Używa *sygnatury* dawnej, ale często i swojej własnej, której nieprzyjęto. Chcąc przyzwyczaić uwagę czytających do czystej Analizy, i do trafnego czytania rachunków, naprzód rzadko używał rysunku i objaśnienia przez figury geometryczne, a potem zupełnie je zniósł i porzucił. Poszedł za jego przykładem de *Laplace* w swojej *Mechanice Niebieskiej*: co lubo dla wyćwiczonych Analistów jest niepotrzebne; dla początkowych atoli czyni pojęcie rachunku trudnem i zawilem tam, gdzie zachodzą do uwagi linije, kąty, i płaszczyzny. W każdej prawie materji o której pisze, wystawia wierną historję dawnych i teraźniejszych prac, każdemu ściśłą oddaje sprawiedliwość w tem co zrobił, skazując co jeszcze do

---

\*) Nota. To drugie wydanie wyszło na świat w latach 1811. i 1815. we dwóch tomach in 4. ale w kilku miejscach przerwane i niedokończone. Jego porozrzucane rękopisma nabył Instytut Narodowy francuzki.

zrobienia pozostaje. Omyłki i uchybienia drugich wytyka skromnie i z wielką wyrozumiałością. Nieśluszenie nawet od drugich czynione sobie zarzuty rozważa i załatwia z tą ciszą, i z tym pokojem umysłu, jakie przystożą prawdzie, i geometrycznemu przekonaniu. Zgola każdy prawie wstęp do jego pism, jest składem obszernej matematycznej *erudycji*, zbiorem głębokich uwag, i oraz wzorem dokładnej historii każdego wynalazku. Sprawiedliwie powiedział de *Lambre*; że de *Lagrange* trwałą i nieporuszoną budowę matematycznych nauk zamienił w pyszny i rozległy pałac odnowiwszy fundamenta, i podniósłszy jego szczyt i wyniosłość. Przechodząc się po tym wspaniałym gmachu, gdzie tyle umiejętności, sztuk i nauk, szuka zasilenia i wzrostu; spotykamy ledwo nie co krok ze czcią i podziwieniem wieczne pamiątki jego nadzwyczajnego talentu i geniuszu.

W Wilnie 15. Sierpnia 1815. v. s.

---

### VIII.

## O RACHUNKU LOSÓW.

*Rzecz czytana na Sessyi literackiej Uniwersytetu Wileńskiego  
15. Listopada 1817. roku v. s.*

Zamierzylem sobie zastanowić uwagę Uniwersytetu nad rachunkiem matematycznym cale u nas