

Spostrzeżenia na dr. żel. Warszawsko Wiedeńskiej były robione na ściśle zleżałym nasypie piaszczysto-gliniastym o wysokości 1,5 m, przyczem otrzymano współczynnik torowiska $N = 5$. W takich warunkach i przy $n = \frac{a}{b} = \frac{80}{25} = 3,2$ współczynnik podłoża otrzymano przeciętnie:

w przypadku podsypki z piasku ze żwirem . . . $C = 5,4$
 „ „ „ z szabru granitowego. . . $C = 4,1$

W zależności od tego współczynnik podsypki wypadł przeciętnie:

dla piasku gruboziarnistego ze żwirem . . . $K = 8,1$
 „ szabru granitowego $K = 5,5$

Te ostatnie wielkości są jednocześnie krańcowymi wartościami współczynników podłoża przy wymienionych rodzajach podsypki.

Przytoczone wyniki spostrzeżeń wskazują, jak silny wpływ na wielkość współczynnika podłoża wywierają własności gruntów naturalnego i nasypowego, znajdujących się pod warstwą podsypki. Jeżeli grubość tej warstwy nie jest dostateczna, to torowisko ugina się jeszcze bardziej wskutek tego, że ciśnienie podsypki nie jest rozłożone równomiernie.

Wobec wszystkich przytoczonych przyczyn, współczynnik podłoża, niezbędny do obliczeń, dotyczących budowy wierzchniej, należy w zwykłych warunkach przyjmować nie większy jak 3 lub 4.

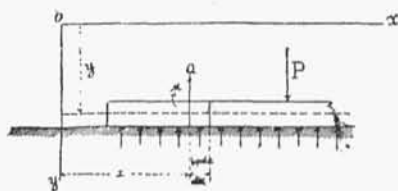
Co się tyczy innych materiałów, wchodzących w skład budowy wierzchniej, to współczynnik sprężystości stali szynowej wynosi według doświadczeń *Bach'a* 2200 t/cm², współczynnik zaś sprężystości drzewa sosnowego i dębowego przy gięciu wynosi według doświadczeń *Bauschinger'a* 100 do 108 t/cm².

ROZDZIAŁ V.

Zasady obliczania naprężeń i odkształceń budowy wierzchniej.

1. Równanie różniczkowe belki na ciągłym podłożu sprężystym. Belka nieskończenie długa obciążona ciężarem pojedynczym. Przypadek unoszenia się belki nad podłożem. Belka długości skończonej obciążona dwoma ciężarami w równych odległościach względem środka. Osiadanie podkładu kolejowego. Nacisk szyny w najprostszich przypadkach jej obciążenia.

Rozpatrując belkę o szerokości b (rys. 166), leżącą na ciągłym podłożu sprężystym i podlegającą obciążeniu pionowemu, które przechodzi przez jej oś



Rys. 166.

oś obojętną, oznaczmy przez Q siłę ścinającą w przekroju belki, znajdującym się w odległości x od początku współrzędnych, i przez M moment sił zewnętrznych względem tegoż przekroju. Jeżeli przez Q będziemy rozumieć sumę wszystkich sił pionowych, działających na belkę z tej strony przekroju, po której znajduje się początek współrzędnych, i przypuścimy, że

w bliskości przekroju x belka podlega tylko oddziaływaniu sprężystego podłoża w postaci równomiernie rozłożonego ciśnienia p na kwadratową jednostkę tegoż podłoża, to

$$\frac{dQ}{dx} = bp \dots \dots \dots (128)$$

a ponieważ

$$\frac{dM}{dx} = Q,$$

więc

$$\frac{d^2M}{dx^2} = \frac{dQ}{dx} = bp \dots \dots \dots (129)$$

Jeżeli oznaczymy przez I' moment bezwładności przekroju belki względem osi poziomej, przechodzącej przez środek ciężkości przekroju, i przez E' współczynnik sprężystości materiału belki, to jak wiadomo:

$$M = -E' I' \frac{d^2y}{dx^2} \dots \dots \dots (130)$$

W drugiej części równania (130) postawiony jest znak ujemny, ponieważ jako dodatnie przyjęto siły działające ku górze, to jest w kierunku rzędnych ujemnych. Działaniu w tym kierunku sił dodatnich odpowiada takie wygięcie belki, przy którym jej strona wklęsła zwrócona jest ku osi odciętych. Podstawiając wyrażenie momentu (130) w równanie (129), otrzymamy:

$$E' I' \frac{d^4y}{dx^4} = -bp \dots \dots \dots (131)$$

Ciśnienie podłoża belki na jej podstawę, w zależności od osiadania belki i od materiału podłoża, wyraża się równaniem (124)

$$p = Cy,$$

a więc równanie różniczkowe linii sprężystej otrzyma ostatecznie postać:

$$E' I' \frac{d^4y}{dx^4} = -Cby \dots \dots \dots (132)$$

Jeżeli wprowadzimy oznaczenia:

$$\sqrt[4]{\frac{4E'I'}{bC}} = L \dots \dots \dots (133)$$

i $\frac{x}{L} = \xi$, to zamiast równania (132) możemy napisać:

$$\frac{d^4y}{d\xi^4} = -4y \dots \dots \dots (134)$$

Całka równania (134) ma kształt następujący:

$$y = \frac{1}{2} \{ (U_1 e^{\xi} + U_2 e^{-\xi}) \cos \xi + (V_1 e^{\xi} + V_2 e^{-\xi}) \sin \xi \} \dots \dots \dots (135)$$

W tem równaniu U_1 , U_2 , V_1 , V_2 oznaczają wielkości stałe, które winny być określone w zależności od sposobu obciążenia belki. Dla belki nieskończenie długiej, obciążonej pojedynczym ciężarem P w punkcie $x = 0$, równanie (135) daje po

określeniu stałych następujące znaczenia osiadania belki y , stycznej kąta nachylenia linii ugięcia belki do poziomu $\operatorname{tg} \nu$, momentu gnącego M i siły tnącej Q :

$$\left. \begin{aligned} y &= \frac{P}{2CbL} \cdot e^{-\xi} (\cos \xi + \sin \xi) = \frac{P}{2CbL} \eta \\ \frac{dy}{dx} &= \operatorname{tg} \nu = \frac{P}{CbL^2} \cdot (-e^{-\xi} \sin \xi) = \frac{P}{CbL^2} \eta' \\ -E'I' \frac{d^2y}{dx^2} &= M = \frac{PL}{4} \cdot e^{-\xi} (\cos \xi - \sin \xi) = \frac{PL}{4} \mu \\ -E'I' \frac{d^3y}{dx^3} &= Q = \frac{P}{2} (-e^{-\xi} \cos \xi) = \frac{P}{2} \mu' \end{aligned} \right\} \quad \dots \quad (136)$$

W punkcie przyczepienia ciężaru:

$$\left. \begin{aligned} \xi &= 0; \quad \eta = \mu = 1; \quad \eta' = 0; \quad \mu' = -1 \\ y_0 &= \frac{P}{2CbL}; \quad \operatorname{tg} \nu_0 = 0 \\ M_0 &= \frac{PL}{4}; \quad Q_0 = -\frac{P}{2} \end{aligned} \right\} \quad \dots \quad (137)$$

Jeżeli wystawimy sobie belkę zupełnie sztywną długości $2L$, spoczywającą na ciągłym podłożu sprężystym i obciążoną po środku pojedynczym ciężarem skupionym P , to przy tejże szerokości belki b i współczynniku podłoża C osiadanie jej, również jak moment w punkcie przyczepienia ciężaru, będą miały oczywiście te same znaczenia (137), co i belka sprężysta długości nie-

skończonej. Wielkość $L = \sqrt[4]{\frac{4E'I'}{Cb}}$ oznacza więc połowę takiej długości belki zupełnie sztywnej, spoczywającej na podłożu sprężystym i obciążonej po środku ciężarem pojedynczym, przy której osiadanie i największy moment w punkcie przyczepienia ciężaru mają takie same wartości, jak w przypadku belki sprężystej i nieskończenie długiej, wyrobionej z takiego samego materiału i mającej takież sam przekrój i podłoże.

Funkcje kołowe η , η' , μ i μ' , a wraz z niemi y , $\operatorname{tg} \nu$, M i Q , stają się okresowo równe zero, a mianowicie:

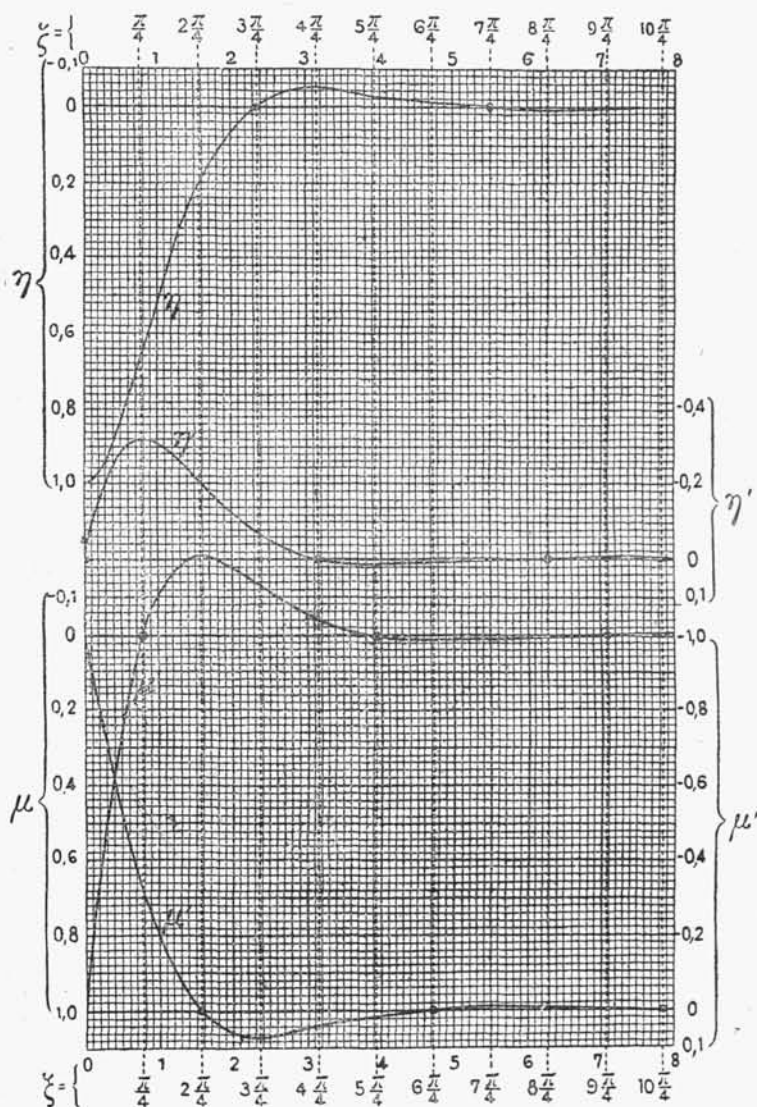
$$\left. \begin{aligned} \eta &= 0 \text{ przy } x = \xi L = \frac{3}{4} \pi L, \quad \frac{7}{4} \pi L \dots \\ \eta' &= 0 \text{ „ } x = 0, \quad \pi L, \quad 2 \pi L \dots \\ \mu &= 0 \text{ „ } x = \frac{1}{4} \pi L; \quad \frac{5}{4} \pi L \dots \\ \mu' &= 0 \text{ „ } x = \frac{1}{2} \pi L; \quad \frac{3}{2} \pi L \dots \end{aligned} \right\} \quad \dots \quad (138)$$

jak wskazano na wykresach rys. 167.

Odcięte, przy których według równań (138) η , η' , μ i μ' stają się równe 0, wyprowadzono w najogólniejszym przypuszczeniu, że belka jest zczepiona z podłożem, które może pracować na rozciąganie. Jeżeli tak nie jest i jeżeli przy ugięciu belka może unosić się nad podłożem, jak to ma miejsce w przypadku podłoża z materiału sypkiego, to $\eta = 0$ przy $x = \frac{1}{2} \pi L$, dalej zaś belka, której ciężaru

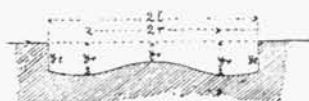
własnego nie bierzemy pod uwagę, przestaje pracować na gięcie. W tym przypadku największe znaczenia wielkości η i μ w punkcie przyczepienia ciężaru, to jest przy $x = 0$, otrzymują się:

$$\eta = \mu = 1,09033 \dots \dots \dots (139)$$



Rys. 167. Wykresy wielkości η , η' , μ i μ' według Zimmermann'a.

Dla belki sprężystej o długości skończonej $2l$, obciążonej symetrycznie dwoma ciężarami P , oddalonymi od siebie o $2r$ (rys. 168), osiadanie y_l końców belki oraz osiadania y_r , y_0 i momenty M_r , M_0 w punktach przyczepienia ciężarów i po środku, wyrażają się przy zachowaniu poprzednich oznaczeń jak następuje:



Rys. 168.

$$\left. \begin{aligned} y_l &= \frac{P}{CbL} \cdot [\eta_l] \\ y_r &= \frac{P}{CbL} \cdot [\eta_r] \\ y_0 &= \frac{P}{CbL} \cdot [\eta_0] \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (140)$$

$$\left. \begin{aligned} M_r &= \frac{PL}{2} \cdot [\mu_r] \\ M_0 &= \frac{PL}{2} \cdot [\mu_0] \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (141)$$

Rozpatrywany przykład odpowiada warunkom pracy podkładu kolejowego w przypuszczeniu, że $2l$ oznacza jego długość, $2r$ odległość między osiami szyn, P zaś nacisk szyny na podkład. Wzory (140) i (141) pozwalają wyznaczyć osiadanie i ugięcie podkładu oraz naprężenie jego materiału.

Wielkości $[\eta_l]$, $[\eta_r]$, $[\eta_0]$, $[\mu_r]$ i $[\mu_0]$ są to funkcje zmiennych l , r i L . Znaczenia liczebne tych funkcji, również jak funkcji η , η' , μ i μ' , wobec zawiłego ich kształtu, prościej jest określać z tablic, ułożonych przez Zimmermann'a¹⁾.

Jeżeli rozstaw szyn $2r$ jest wiadomy, to funkcje te będą zależeć tylko od dwóch zmiennych l i L , co ułatwi wyznaczenie ich wykreślnie.

Na rys. 169 przedstawione są dla toru normalnego wykresy oddziaływania podłoża na jednostkę długości podkładu od jednostki nacisku szyny:

$$\frac{pb}{P} = y \cdot \frac{Cb}{P} = \frac{[\eta]}{L},$$

na rys. 170 zaś wykresy momentów gnących od jednostki nacisku szyny:

$$\frac{M}{P} = \frac{1}{2} [\mu] L$$

w charakterystycznych punktach ugięcia podkładu.

Obliczenia i wykresy rys. 169 i 170 wskazują, że przy normalnej szerokości toru i przy współczynnikach podłoża podkładów, jakie się napotyka w praktyce, osiadanie podkładu po środku y_0 i przy końcach y_l otrzymuje się jednakowym, gdy jego długość $2l$ wynosi około 2,70 m, co stwierdzają wyniki spostrzeżeń (por. str. 286).

Szczególnie ważne dla obliczenia naprężeń w szynach oraz ogólnej sztywności toru jest wyznaczenie osiadania podkładu pod szyną. Jeżeli oznaczmy

$$\frac{CbL}{[\eta_r]} = D \dots \dots \dots (142)$$

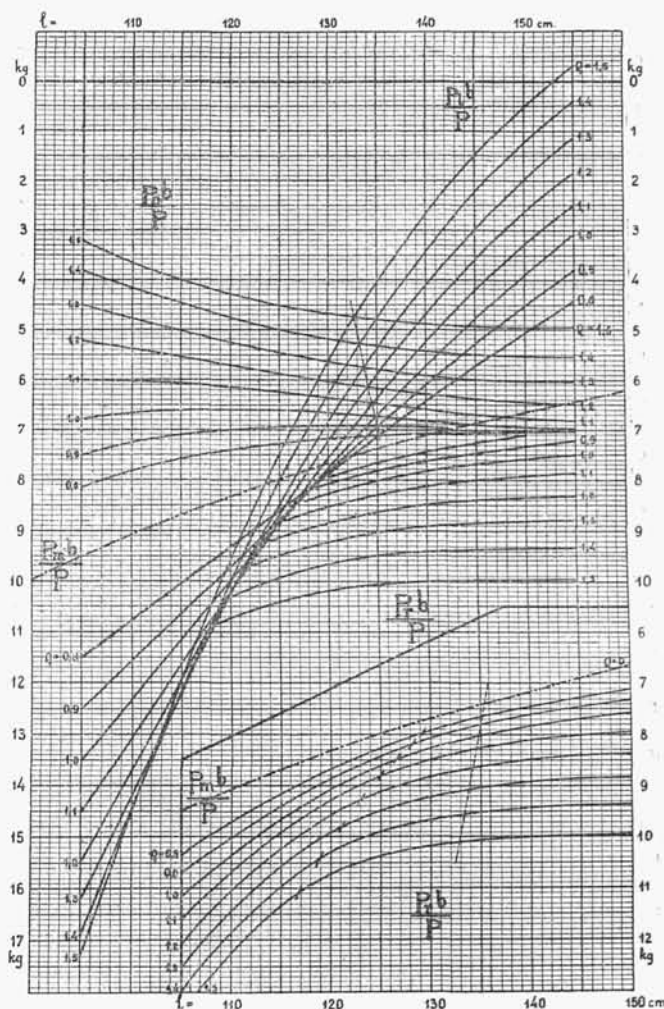
to

$$y_r = \frac{P}{CbL} [\eta_r] = \frac{P}{D} \dots \dots \dots (143)$$

¹⁾ Dr. H. Zimmermann. Berechnung des Eisenbahn-Oberbaues. 1888.

Dla $y_r = 1$, $D = P$, a więc, w granicach sprężystości, D oznacza ciśnienie szyny na podkład, powodujące osiadanie tegoż pod szyną na 1 cm.

Jeżeli l i r mają wartości określone, to $[\eta_p]$ będzie zależne wyłącznie od L .



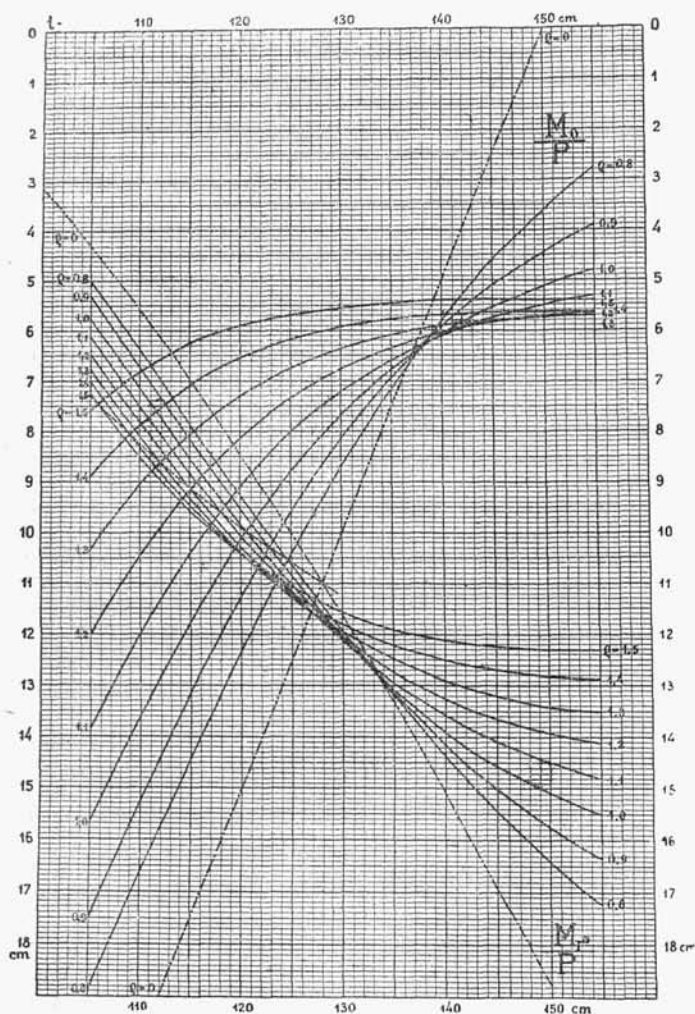
Rys. 169.

Tak np., dla toru normalnego i podkładów o długości 2,70 m, przyjętej na liniach pierwszorzędnych, $[\eta_p]$ może być wyrażone z dokładnością do $\frac{1}{3}\%$ następującym wzorem doświadczalnym:

$$[\eta_p] = 0,406 + 0,000034 L^2.$$

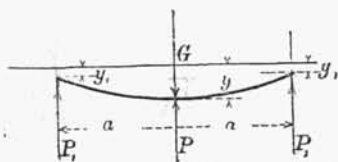
We wzorach (140), (141) i (143) pozostaje dotąd nieokreślonym nacisk P , jaki szyna wywiera na podkład. Wielkość tę otrzymamy, określając oddziaływania podpór szyny, rozpatrywanej jako belka ciągła na podporach sprężystych, jak wskazano poniżej na str. 302. Jednakże w pewnych przypadkach obciążenia nacisk szyny może być określony bezpośrednio.

Przypuśćmy, że obciążenie koła udziela się trzem podkładom, i rozpatrujemy szynę jako *belkę, spoczywającą swobodnie na trzech podporach sprężystych, rozstawionych w odległości a jedna od drugiej, i obciążoną ciężarem pojedyn-*



Rys. 170.

czym G nad podporą środkową (rys. 171). Jeżeli na podporę środkową działa nacisk P , to nacisk na każdą z podpór skrajnych będzie:



Rys. 171.

$$P_1 = \frac{1}{2} (G - P)$$

i w zależności od tego osiadanie podpór wyniesie:

$$y = \frac{P}{D} \quad \text{i} \quad y_1 = \frac{G - P}{2D},$$

ugięcie zaś szyny:

$$y - y_1 = \frac{P}{D} - \frac{G - P}{2D} = \frac{3P - G}{2D} \quad \dots \quad (144)$$

Jeżeli oznaczymy przez B siłę, która, będąc przyczepiona do środka belki, spoczywającej swobodnie na dwóch podporach, rozstawionych w odległości $2a$, spowoduje ugięcie tejże belki o 1 cm, to

$$y - y_1 = \frac{G - P}{B} \quad \dots \quad (145)$$

Z równań (144) i (145), oznaczając $\frac{B}{D} = \gamma$, otrzymamy:

$$P = \frac{\gamma + 2}{3\gamma + 2} \cdot G \quad \dots \quad (146)$$

Stosownie do określenia przyjętego powyżej

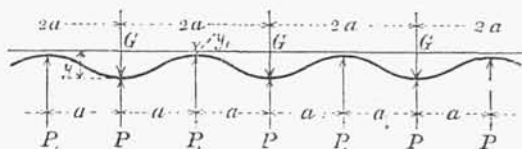
$$B = \frac{6EI}{a^3} \quad \dots \quad (147)$$

W tym wyrazie oznacza:

I moment bezwładności przekroju szyny względem osi poziomej, przechodzącej przez środek ciężkości przekroju;

E współczynnik sprężystości stali szynowej;

a odległość między osiami dwóch podkładów sąsiednich.



Rys. 172.

W podobny sposób można określić również nacisk szyny, rozpatrywanej jako *belka, spoczywająca swobodnie na nieskończonej ilości podpór sprężystych*, rozstawionych w odległości a jedna od drugiej, i obciążona co drugą podporę ciężarami skupionymi (rys. 172). W tym przypadku

$$P_1 = G - P; \quad y = \frac{P}{D}; \quad y_1 = \frac{G - P}{D}; \quad y - y_1 = \frac{2P - G}{D}$$

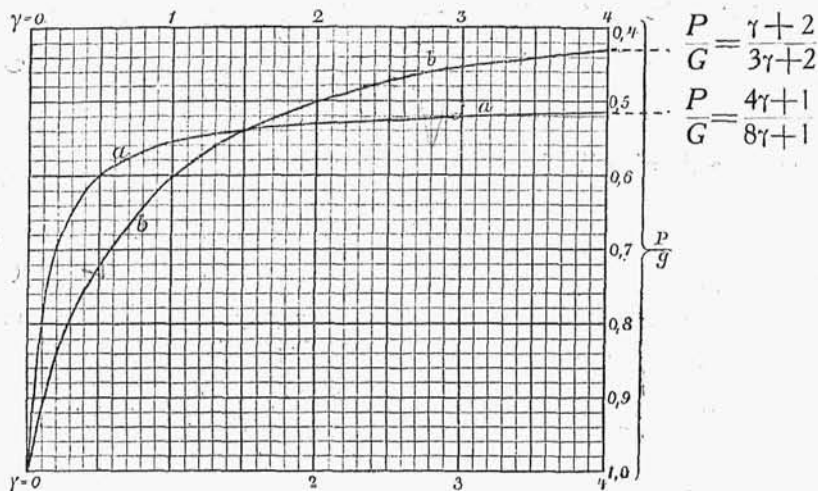
Na długości między dwiema podporami nieobciążonemi szyna ta może być rozpatrywana jako belka osadzona dwoma końcami, której ugięcie jest cztery razy mniejsze, niż belki swobodnie ułożonej na dwóch podporach, a więc

$$y - y_1 = \frac{G - P}{4B} = \frac{2P - G}{D},$$

skąd

$$P = \frac{4\gamma + 1}{8\gamma + 1} \cdot G \quad \dots \quad (148)$$

O ile odległość d pomiędzy osiami taboru nie jest mniejsza od podwojonej odległości pomiędzy osiami podkładów, to dla napotykanych w praktyce wielkości stosunku γ pomiędzy sprężystością szyny i jej podpór wzory (146) i (148) dają wartości zbliżone do największych i dlatego wzorami temi dogodnie można się posługiwać przy obliczeniach przybliżonych. Jak widać z załączonego wykresu (rys. 173), w miarę wzrastania γ , to jest wraz ze zwiększeniem się sztywności szyny względnie do sztywności podpór, nacisk szyny na podpórę zmniejsza się. Przy $\gamma < 1,5$ większe wartości daje wzór (146), zaś przy $\gamma > 1,5$ wzór (148).



Rys. 173.

Nacisk szyny w stosunku do obciążenia koła.

Jeżeli jednak odległość d pomiędzy osiami taboru jest mniejsza od podwojonej odległości pomiędzy osiami podkładów, to, jak wykazuje dokładne obliczenie, nacisk szyny jest większy od obliczonego według wzorów (146) i (148) i przy $d = 1,5a$ wynosi, prawie niezależnie od γ , około $0,72G$. Przypadek ten jest bliski rzeczywistości dla parowozów towarowych, gdyż w nich $d \approx 1,3m$, odległość zaś pomiędzy osiami podkładów przyjmuje się zwykle od 75 cm do 85 cm.

2. Określenie naprężeń i odkształceń szyny, rozpatrywanej jako belka na sprężystym podłożu. Obciążenie ciężarem pojedynczym i układem ciężarów. Uwzględnienie wpływu odległości między ciężarami. Wpływ różnych czynników na naprężenia w szynie i w podłożu.

Dane i obliczenia, przytoczone powyżej, pozwalają określić naprężenia w podkładach i w ich podłożu, oraz ich odkształcenia dla pewnych najniekorzystniejszych przypadków obciążenia szyny, nie dają jednak możliwości określenia naprężeń i odkształceń samej szyny, ze względu na odmienne warunki jej podparcia.

Zanim przejdziemy do ścisłego określenia pracy i odkształcenia szyny, rozpatrywanej jako belka na wielu sprężystych podporach pod działaniem cię-

zarów w dowolnym układzie, zauważmy, że ta praca i odkształcenie dałyby się dość prosto wyznaczyć na zasadzie poprzedzających rozważań, gdyby można było rozpatrywać szynę jako belkę, spoczywającą na ciągłym sprężystym podłożu, nie zaś na oddzielnych podporach. Wymagałoby to określenia warunków, jakim winna odpowiadać belka, która, będąc wyrobiona z tegoż materiału, co szyna, i mając ten sam moment bezwładności przekroju, co ona, lecz spoczywając na sprężystym podłożu bezpośrednio, nie zaś za pośrednictwem poprzecznic, pracowałaby i odkształcała się tak samo, jak ona.

Oddziaływanie podpory na szynę, równe naciskowi szyny, wynosi według równania (143)

$$P = Dy,$$

w którym y , oznacza osiadanie szyny nad podporą.

Jeżeli zwięzać będziemy stopniowo szerokość podpór i zmniejszać odległość a między niemi, zsuwając jedną do drugiej, to oddziaływanie ich na jednostkę długości szyny zbliżać się będzie do

$$\frac{P}{a} = \frac{D}{a} y,$$

w granicy zaś przyrost siły tnącej, która działa na szynę, wyrazi się:

$$dQ = \frac{D}{a} y, dx$$

Przypuśćmy, że belka z tegoż materiału, co szyna, i której przekrój ma tenże moment bezwładności, co ona, spoczywa na ciągłym podłożu, mając ten sam współczynnik C , co podłoże pod oddzielnymi podporami szyny. Aby ta belka podlegała takim samym naprężeniom i odkształceniom jak szyna, spoczywająca na oddzielnych podporach, niezbędne jest, aby posiadała ona szerokość podstawy b_s , przy której oddziaływanie na nią podłoża byłoby takie samo, jak na szynę, to jest, aby

$$dQ = Cb_s y, dx = \frac{D}{a} y, dx$$

czyli aby

$$b_s = \frac{D}{aC} \quad \dots \quad (149)$$

Wstawiając tę wartość b_s w wyraz (133) dla L i zastępując w nim E' i I' przez odpowiednie wielkości E i I dla szyny, można będzie zastosować równania (136) do określenia osiadania szyny i naprężeń jej materiału. Zauważyć należy, że rozpatrywana belka, zastępująca szynę, podlega bezpośrednio naciskowi kół taboru, wobec czego w tych równaniach pod naciskiem P rozumieć należy nacisk koła G .

Dla belki, zastępującej szynę, otrzymuje się wówczas:

$$L_s = \sqrt[4]{\frac{4EI}{Cb_s}} = \sqrt[4]{\frac{2}{3} Ba^3 \cdot \frac{a}{D}} = a \sqrt[4]{\frac{2}{3}} \quad \dots \quad (150)$$

$$y_r = \frac{G}{2Cb_s L_s} \cdot \eta = \frac{G}{2D} \sqrt[4]{\frac{3}{2\gamma}} \cdot \eta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (151)$$

$$M = \frac{GL_s}{4} \cdot \mu = \frac{Ga}{4} \sqrt[4]{\frac{2}{3}} \gamma \cdot \mu \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (152)$$

ciśnienie zaś szyny na podkład:

$$P = Dy_r = \frac{G}{2} \sqrt[4]{\frac{3}{2\gamma}} \cdot \eta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (153)$$

Dla układu ciężarów równania (151), (152) i (153) otrzymują kształt:

$$y_r = \frac{1}{D} \sqrt[4]{\frac{3}{2\gamma}} \cdot \sum \frac{G}{2} \cdot \eta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (151a)$$

$$M = \sqrt[4]{\frac{2}{3}} \gamma \cdot \sum \frac{Ga}{4} \cdot \mu \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (152a)$$

$$P = \sqrt[4]{\frac{3}{2\gamma}} \cdot \sum \frac{G}{2} \eta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (153a)$$

Największe osiadanie i największy moment gnący wypadają pod jednym z kół i mogą być obliczone według wzorów (151a) i (152a), sumując iloczyny nacisku poszczególnych kół przez odpowiednie η i μ wzięte z tablic lub wykresu.

Jeżeli jednak oś, położona nad rozpatrywanym przekrojem, znajduje się w odległości większej niż πL od sąsiednich, wskutek czego zachodzi przypadek oddzielenia się belki od podłoża, to należy brać pod uwagę obciążenie tylko osią pojedynczą, największe zaś wartości η i μ przyjmować według wyrazu (139) równe okrągło 1,09.

Z obliczeń prof. Timoszenki, który zaproponował ten przybliżony sposób obliczenia szyny, wynika, że dla praktykowanych wielkości stosunku sztywności szyny do sztywności jej podpór od $\gamma = 1$ do $\gamma = 7$ niedokładność w wyznaczeniu tym sposobem osiadania szyny i momentów gnących nie przewyższa 11% w przypadku belki spojonej z podłożem, w innych zaś przypadkach jest znacznie mniejsza. Sposób ten może więc być z korzyścią stosowany, zwłaszcza do obliczeń porównawczych, w których zależy nie tyle na ścisłym wyznaczeniu bezwzględnej wartości naprężeń i odkształceń w budowie wierzchniej, ile na określeniu wpływu na nie poszczególnych czynników, zwłaszcza zaś różnic w układzie obciążenia.

Prof. Timoszenko zauważa, że gdyby przekroje szyn różnych wymiarów były do siebie geometrycznie podobne, to ich momenty wytrzymałości byłyby w stałym stosunku do $I^{\frac{3}{4}}$. W rzeczywistości, dla normalnych typów szyn różnego ciężaru, stosunek $I^{\frac{3}{4}}$: W wynosi około 1,12.

Jeżeli przyjąć ten stosunek i wstawić we wzorach (152) i (153)

$$\gamma = \frac{B}{D} = \frac{6EI}{a^3 D},$$

to największy nacisk szyny i naprężenie w niej otrzymują się:

$$P = \frac{G}{2} \sqrt[4]{\frac{Da^3}{4EI}}; \quad \frac{M}{W} = 0,28G \sqrt[4]{\frac{4aE}{DI^2}}$$

Jak widać z tych wzorów, największy wpływ na zmniejszenie ciśnienia na podporę i jej podłoże wywiera rozstaw podkładów, na naprężenie zaś w szynie moment bezwładności jej przekroju.

3. Określenie naprężeń i odkształceń szyny, rozpatrywanej jako belka na sprężystych podporach, obciążona układem ciężarów. Równanie pięciu momentów. Sposób wykreślny oznaczenia wpływu zmian w położeniu obciążenia. Belka na czterech podporach sprężystych. Osiadanie szyn pomiędzy podporami i nad nimi. Współczynnik sprężystości kolei szynowej.

Dla belki na kilku podporach niejednakowej wysokości, momenty M_1, M_2, M_3 nad każdymi trzema podporami po sobie idącymi (rys. 174) związane są równaniem:

$$\begin{aligned} M_1 a_{12} + 2M_2 (a_{12} + a_{23}) + M_3 a_{23} = \\ - 6EI \left\{ \frac{y_1 - y_2}{a_{12}} - \frac{y_2 - y_3}{a_{23}} \right\} - \frac{\Sigma G_{12} z_{12} (a_{12}^2 - z_{12}^2)}{a_{12}} - \\ - \frac{\Sigma G_{23} (a_{23} - z_{23}) \{ a_{23}^2 - (a_{23} - z_{23})^2 \}}{a_{23}} - \frac{1}{4} (q_{12} a_{12}^3 + q_{23} a_{23}^3) \dots \quad (154) \end{aligned}$$

w którym y_1, y_2, y_3 wyrażają pionowe odległości podpór od osi OX ; G_{12}, G_{23} ciężary skupione, zaś q_{12} i q_{23} jednostajnie rozłożone obciążenie na jednostkę długości belki, odpowiednio w przęsłach 1—2 i 2—3. Przed wyrazem, zawierającym EI , postawiony jest znak ujemny, ponieważ i w tym przypadku, również jak przedtem przy rozpatrywaniu ugięcia podkładu, za dodatnie przyjęto uważać siły skierowane ku górze.

Jeżeli oznaczymy przez A_2' i A_2'' części oddziaływania A_2 podpory 2 pod wpływem przęseł 1—2 i 2—3, to wielkości tych części można określić z równań momentów:

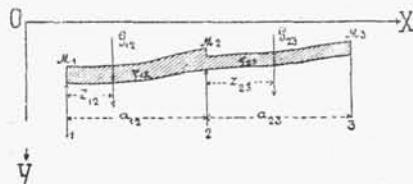
$$M_1 = M_2 + A_2' a_{12} - \Sigma G_{12} z_{12} - \frac{q_{12} a_{12}^2}{2} \dots \dots \dots (155)$$

$$M_3 = M_2 + A_2'' a_{23} - \Sigma G_{23} (a_{23} - z_{23}) - \frac{q_{23} a_{23}^2}{2} \dots \dots \dots (156)$$

skąd

$$\begin{aligned} A_2 = A_2' + A_2'' = \frac{M_1 - M_2}{a_{12}} - \frac{M_2 - M_3}{a_{23}} + \frac{\Sigma G_{12} z_{12}}{a_{12}} + \\ + \frac{\Sigma G_{23} (a_{23} - z_{23})}{a_{23}} + \frac{q_{12} a_{12}}{2} + \frac{q_{23} a_{23}}{2} \dots \dots \dots (157) \end{aligned}$$

Łatwo zauważyć, że w równaniu (157) wyrazy, zależne od obciążenia, oznaczają tę część oddziaływania podpór, która występowałaby wyłącznie, gdyby belka składała się z oddzielnych przęseł, swobodnie spoczywających na podporach.



Rys. 174.