TEORYA WYTRZYMAŁOŚCI
NAWIERZCHNI KOLEJOWEJ

PODŁUG WYKŁADÓW

PROF. K. SKIBIŃSKIEGO.

Lwów 1906.

własność i nakład
„Kółka Jnżynierów Tow. Br. Pom.
słuch. Pol. lwowskiej."

Teoretyczne opracowania nawierzchni kolejowej napotyka na mnogie trudności. W pierwszym rzędzie wynikają one stąd, że mamy do czynienia z dźwigarem ułożonym na sypkim materyale żwirowym, którego własności nie zdołano dotychczas należycie rozpoznać, a jego różnorodność wielka. Następnie niemożliwe jest dokładne określenie sił zewnętrznych, działających na nawierzchnię. Z tych dwóch powodów wyniki teoryi nie są w tej mierze zgodne z doświadczeniami, jak w innych konstrukcyach inżynierskich. Nareszcie niemałą trudność sprawia zawiłość teoryi, wymagająca znacznego aparatu matematycznego.

Tą teoryą już od dawna się zajmowano, jednakże dopiero w najnowszych czasach, przy współdziałaniu rozlicznych doświadczeń, doprowadzono do całokształtu, który dozwala zadość uczynić wymogom praktyki. Stworzono ją przeważnie w Niemczech, a najdzielniejsi pracownicy jak Winkler, Schwedler, Loewe, Zimmermann, Steiner i inni przyczynili się do jej rozwoju.

Z powodu obszerności tematu nie podobna podać całej teoryi w kilku godzinach, na ten cel dla wykładu przeznaczonych; toteż w niniejszym wykładzie będą podane tylko wyniki doprowadzające wprost do praktycznego obrachowania wytrzymałości nawierzchni, z ograniczeniem na wskazanie dróg, które doprowadzają do końcowych wzorów i tych dzieł, które teoryę obszernie traktują.

Wykład opiera się szczególnie na następujących pracach. 1. Loewe, dwie rozprawy ogłoszone w „Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens r. 1883.", i Allgem. Bauzeitung z r. 1888. [Naw. poprzeczna].

2. Zimmermann, „die Berechnung des Eisenbahnoberbaues, Berlin 1888." [Naw. podł. i teorya łubków].

3. Schwedler, „Beiträge zur Theorie des Eisenbahnoberbaues," ogłoszone w Zeitschrift für Bauwesen z r. 1889. [Naw. podłużna i poprzeczna.]

4. Steiner, „Berechnung des eisernen Oberbaues auf nachgiebiger Unterlage, ogłoszone w Oesterr. Monatsschrift für den öffentl. Baudienst z r. 1895." [Naw. podłużna i podkład poprzeczny.]

5. Zimmermann, w nowem wydaniu „Handbuch der Ingenieurwissensch. tom V. część druga. Lipsk 1897." [Naw. podłużna i poprzeczna.]

6. Bräuning, „Veränderungen in der Lage und Form

des Eisenbahngestänges. Berlin 1897. [Doświadczenia]
7. Skibiński, „Beitrag zur Berechnung des Querschwellenoberbaues, ogłoszone w Zeitschr. des oesterr. Ing. u. Archit. Vereins z r. 1899.

W tekście odwołuję się do liczb porządkowych, umieszczonych przy powyższych dziełach.

Lwów w styczniu 1899.

przejrzane i uzupełnione w r. 1906. --

Wstęp. Tok nawierzchni podłużnej lub podkład poprzeczny, przedstawia dźwigar obciążony górą ciężarami skupionymi, zrównoważonymi oddziaływaniem podłoża na dolną powierzchnię dźwigara, wynoszącem p [w kg] na jednostkę kwadratową [$1 cm^2$] tej powierzchni, a $b.p$ na jednostkę długości dźwigara, jeżeli b oznacza szerokość tegoż podstawy. Pod wpływem tych obciążeń zostaną wywołane momenta M siły poprzeczne Q i ugięcia y, o których wzajemnym związku poucza statyka budowli:

1. $\frac{dM}{dx} = Q$; $\frac{d^2M}{dx^2} = \frac{dQ}{dx} = b.p$; następnie:

2. $\varepsilon J \frac{d^2y}{dx^2} = -M$; $\varepsilon J \frac{d^3y}{dx^3} = -\frac{dM}{dx} = -Q$ zaś

3. .... $\varepsilon J \frac{d^4y}{dx^4} = -\frac{d^2M}{dx^2} = -b.p.$

Między natężeniem przekroju σ a momentem ugięcia w dowolnym punkcie dźwigara zachodzi znany związek:

4. .... $\sigma = \frac{Me}{J}$.

Ten wzór może być zastosowany do nawierzchni i podłużnej litej t.j. gdy szyna i podkład podłużny stanowią jednolity dźwigar, i do podkładu poprzecznego.

W nawierzchni dwudzielnej składa się dźwigar z dwóch części, – szyny i podkładu, o różnych momentach bezwładności J_1 i J_2. Jeżeli materyały obu części są różne [n.p. stal i żelazo zlewne lub drzewo] natenczas współczynniki sprężystości podłużnej ε_1 i ε_2 są również różne, a wtedy wyraz εJ użyty w 2. i 3. wzorze otrzyma dla złożonego dźwigara formę $\varepsilon J = \varepsilon_1 J_1 + \varepsilon_2 J_2$.

W razie gdy $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ jest $\varepsilon J = \varepsilon[J_1 + J_2]$, czyli $J = J_1 + J_2$; to znaczy, że momenta bezwładności obu części dźwigara się sumują. Moment zgięcia M rozkłada się w tym przypadku na obie części podług pewnego prawidła. Z warunku wspólnego ugięcia szyny i podkładu, są krzywizny linii ugięcia jednakowe. Jeżeli krzywiznę dla szyny wyrazimy przez $\frac{d^2y_1}{dx_1^2}$, dla podkładu przez $\frac{d^2y_2}{dx_2^2}$, to podług wzoru 2 $\frac{d^2y_1}{dx_1^2} = -\frac{M_1}{\varepsilon_1 J_1}$; zaś $\frac{d^2y_2}{dx_2^2} = -\frac{M_2}{\varepsilon_2 J_2}$. Ztąd wynika że $\frac{M_1}{\varepsilon_1 J_1} = \frac{M_2}{\varepsilon_2 J_2}$, Jestto jedno równanie dla wyznaczenia M_1 i M_2.

Drugie równanie daje warunek, że $M_1 + M_2 = M$. Z tych dwóch równań wynika równanie 5.

5. .... $M_1 = \frac{\varepsilon_1 J_1}{\varepsilon J} \cdot M$; $M_2 = \frac{\varepsilon_2 J_2}{\varepsilon J} \cdot M$, a natężenie

6. .... $\sigma_1 = \frac{M_1 e_1}{J_1} = \frac{\varepsilon_1 e_1}{\varepsilon J} \cdot M$; $\sigma_2 = \frac{M_2 e_2}{J_2} = \frac{\varepsilon_2 e_2}{\varepsilon J} M$.

Gdy $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = e$ to:

σ_a .... $\sigma_1 = \frac{e_1}{J} \cdot M$; $\sigma_2 = \frac{e_2}{J} \cdot M$

Zadaniem wytrzymałości nawierzchni jest wyznaczenie momentów i ugięć y, w celu obrachowania natężeń σ i ciśnień na żwir p. [ob. wzory 7 i 8.]

§.1. Pojęcia wstępne.

Pomyślmy sobie pręt nieposiadający wagi, pływający na powierzchni płynu i obciążony ciężarami P, to pod wpływem obciążenia [rys. 1.] zanurzy się on o tyle, aż reakcye wywołane w płynie zrównoważą to obciążenie. Pod wpływem tych sił i reakcyi r niejednostajnie na jednostkę długości podstawy pręta rozłożonych, pręt się odkształci podług linii falistej.

Rys. 1.

r = b.p.

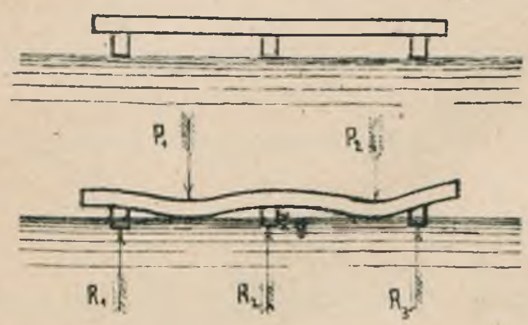
Jeżeli oznaczymy literą b stałą dołną szerokość pręta zaś literą p ciśnienie wody na jednostkę powierzchni podstawy, to oczywiście $r = b.p.$, zaś w każdym punkcie pręta jest ciśnienie p proporcyonalne do zagłębienia y; otrzymamy więc dla nawierzchni podłużnej zasadniczy związek:

$$? \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad p = C.y.$$

Jeżeli pręt nie spoczywa wprost na powierzchni płynu, lecz za pośrednictwem również nieważkich prętów poprzecznych [Rys 2] to pręt podobnie jak przedtem falisto się odkształci. Pręty poprzeczne nierównomiernie zanurzą się, a wielkość tego zanurzania będzie również proporcyonalna do ciśnienia wody R, wywartego na podstawę pręta poprzecznego, a zatem dla nawierzchni poprzecznej:

8. .... $R = D.y$; lub też $R = \frac{y}{r}$ i a $y = R.r$

Rys.2.



Ilość r zawisła od rodzaju płynu, zaś D nadto od wymiaru powierzchni podstawy prętów na płynie spoczywających. W rzeczywistości nie mamy do czynienia z płynem lecz z materyałem sypkim żwirówki.

Dla takiego materyału nie dadzą się powyższe dla płynu wyprowadzone prawidła bez zastrzeżeń zastosować. Mianowicie proporcyonalność między ciśnieniem jednostkowem podłoża a wgłębieniem [rzędna ugięcia] y istnieje tylko dla bardzo małych wartości y, dla których wgłębienie w żwirze jest sprężyste t.j. takie, które po odjęciu obciążenia zniknie. W przypuszczeniu więc, że tylko tak małych zagłębień dozna nawierzchnia, możemy prawidła powyższe zastosować dla podłużnej i poprzecznej nawierzchni kolejowej.

Przypatrzmy się teraz, jakie znaczenie mają ilości C i D. Podstawmy $y = 1$, a jako jednostkę wgłębienia obierzmy 1 cm, to otrzymamy $p_1 = C$ a względnie $R_1 = D$. To znaczy, że C jest to takie ciśnienie na jednostkę powierzchni żwiru [w kg na 1 cm^2], które odpowiada wgłębieniu nawierzchni podłużnej o 1 cm. Zaś D jest to takie ciśnienie podkładu na żwir, które powoduje wgłębienie podkładu poprzecznego o 1 cm.

Zależnie od jakości żwiru trzeba będzie większych lub mniejszych ciśnień C lub D, aby wywołać wgłębienie o 1 cm.

Wspomnieliśmy już, że ilość C zawisła jest li tylko od jakości podłoża, dlatego otrzymała nazwę: Znamię podłoża [Bettungsziffer]. Jest ono tem większe, im silniejsza budowa podłoża i im lepszy materyał do niego użyty i im silniejszy grunt pod podłożem.

Wartość znamienna przyjmuje się w granicach 3-8, jednakże na podłożu skalistem może dojść do 30. Te liczby okazują wielką niepewność co do wyboru wielkości znamienia, które ma być do rachunku wprowadzone; jednak, że ta niepewność tylko nieznacznie wpływa na końcowe wyniki obrachowania wytrzymałości nawierzchni. Obrachowanie wytrzymałości nawierzchni przeprowadza się zwykle dla wartości 3 i 8.

Nawierzchnia podłużna pod działaniem sił pionowych.

§.2. Zasadnicze równania nawierzchni podłużnej.

Oznaczmy literą b szerokość podstawy, którą nawierzchnia spoczywa na podłożu, zaś literą p, ciśnienie na jednostkę powierzchni podłoża, to wzór 3. po wstawieniu za p wartości z wzoru 7. przejdzie w następujący:

$$\frac{d^4y}{dx^4} = -\frac{bC}{\varepsilon J}\cdot y$$

Wprowadźmy w dalszym ciągu $K=\sqrt[4]{\frac{Cb}{4\varepsilon J}}$, to: (K wartość [illegible] dla sił pionowych [illegible] podłużnej.) j.t. charakterystyka [illegible]

9. .... $\frac{Cb}{\varepsilon J} = 4K^4$

Nie trudno zauważyć że Cb i ε mają tensam wymiar; zatem K i $\sqrt[4]{\frac{1}{J}}$ mają również tensam wymiar, czyli że:

<u>K jest odwrotnością długości.</u>

To powyższe równanie przejdzie w następujące:

10. .... $\frac{d^4y}{dx^4} = -4K^4y$

Jestto zasadnicze równanie różniczkowe dla nawierzchni podłużnej.

Pierwszy Winkler podał rozwiązanie tego równania w tej formie:

$$y = A.e^{Kx}.e^{iKx} + B.e^{Kx}.e^{-iKx} + C.e^{-Kx}e^{-iKx} + D.e^{-Kx}.e^{-iKx}$$

w którem $e = 2{\cdot}71828$ jest zasadą natural. logarytmów, zaś $i = \sqrt{-1}$.

Gdy się uwzględni że

$$e^{iHx} = \cos Hx + i \sin Hx$$

$$e^{-iHx} = \cos Hx - i \sin Hx$$

i gdy się wprowadzi:

11. .... $Hx = \xi$ [Odpowiednio do znaczenia ilości H ξ jest stosunkiem długości], to powyższe równanie przejdzie w następujące:

$$y = [A+B]e^{\xi} \cdot \cos\xi + [C+D]e^{-\xi} \cdot \cos\xi +$$
$$+ [A-B]e^{\xi} \cdot i \cdot \sin\xi - [C-D]e^{-\xi} \cdot i \cdot \sin\xi .$$

czyli ogólnie:

12 a. .... $y = F[A, B, C, D, \xi] = \frac{p}{c}$ [podług wzoru 7]

a pochodna tej funkcyi właściwie jest:

$\frac{dy}{d\xi} = F'$, lecz gdy podług 11. $d\xi = H \cdot dx$, to

$$\frac{dy}{dx} = H \cdot \frac{dy}{d\xi} = HF' \text{ i.t.d.}$$

12 b. ...... $\frac{dy}{dx} = HF'[A, B, C, D, \xi] = \tan\varphi$

12 c. .... $\frac{d^2y}{dx^2} = H^2F''[A, B, C, D, \xi] = -\frac{M}{EJ}$ [podług wz. 2]

12 d. .... $\frac{d^3y}{dx^3} = H^3F'''[A, B, C, D, \xi] = -\frac{Q}{EJ}$ [podług wz. 2]

12 e. .... $\frac{d^4y}{dx^4} = H^4F^{IV}[A, B, C, D, \xi] = -\frac{b \cdot p}{EJ} = -4H^4y$ [podług wz. 10]

Równanie e jest identyczne z równaniem a ponieważ

$F^{IV}[A, B, C, D, \xi] = -4F[A, B, C, D, \xi]$.

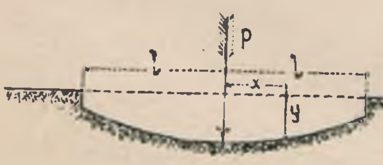
Pozostają zatem cztery równania od a do d.

Dla każdego danego przypadku nawierzchni znajdziemy cztery warunki, które nam te równania określają, a wtedy z tych równań wyznaczymy niewiadome stałe ilości A, B, C, D, przezco równanie linii ugięcia będzie określone. Przez ich wyznaczenie będzie umożliwione obrachowanie ilości M, Q, y, potrzebnych do wyznaczenia natężeń nawierzchni.

§3. Pręt o długości ograniczonej, obciążony w środku ciężarem P.

Jako przykład ustawienia warunków dla równań zasadniczych, obieramy przypadek na rys. 3. przedstawiony.

Rys. 3.



Dla $x=0$ [środek] jest $\xi=0$ a $\frac{dy}{dx}=tg\varphi=0$; dla $x=l$ [$\xi=Hl$] jest $M=0$ i $Q=0$; nareszcie dla $x=0$ jest $Q=-\frac{P}{2}$ to znaczy, że:

$$HF'[A,B,C,D,\xi=0]=0$$

$$H^2F''[A,B,C,D,\xi=Hl]=0.$$

$$H^3F'''[A,B,C,D,\xi=Hl]=0$$

$$H^3F'''[A,B,C,D,\xi=0]=\frac{P}{2EJ}.$$

Te cztery równania posłużą do wyznaczenia czterech niewiadomych stałych.

§.4. Pręt nieskończenie długi obciążony jednym ciężarem P

O wiele ważniejszym dla nas jest przypadek pręta nieskończenie długiego, gdyż z powodu silnych połączeń na stykach szyn i podkładów podłużnych, możemy tok nawierzchni podłużny uważać jako pręt nieskończenie długi. Na razie rozważmy obciążenie jednym ciężarem P.

Przyjąwszy w punkcie obciążenia początek układu współrzędnych, to przypadek ten różni się od poprzedniego [w §3.] tylko tem, że $l = \infty$, zatem w 2 i 3. równaniu wstawimy:

$$\xi = \mathcal{H} l = \infty$$

W ten sposób otrzymaliśmy znów cztery równania, z których niewiadome stałe wyznaczy się.

Wyrachowania nie podajemy [znajduje się w §.4. dzieła oznaczonego na wstępie liczbą 2], przytoczymy tylko ostateczne wyniki:

$$y = \frac{\mathcal{H} P}{2Cb} \cdot \eta \; ; \quad \frac{dy}{dx} = \frac{\mathcal{H}^2 P}{Cb} \cdot \eta'$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{\mathcal{H}^3 P}{C.b} \cdot \mu \; ; \quad \frac{d^3y}{dx^3} = -\frac{2\mathcal{H}^4 P}{Cb} \cdot \mu'$$

albo też, gdy się uwzględni wzór 12 i 7.:

$$13. \dots\dots \left\{ \begin{array}{l} y = \frac{\mathcal{H} P}{2Cb} \cdot \eta \; ; \quad tg\varphi = \frac{\mathcal{H}^2 P}{Cb} \cdot \eta' \\ M = \frac{P}{4\mathcal{H}} \cdot \mu \; ; \quad Q = \frac{P}{2} \mu' \quad \text{nareszcie} \\ p = C.y. \end{array} \right.$$

W tych wzorach oznacza:

$$14 \cdots\cdots \left\{ \begin{array}{l} \eta = e^{-\xi}[\cos\xi + \sin\xi]; \quad \eta' = -e^{-\xi} \cdot \sin\xi \\ \mu = e^{-\xi}[\cos\xi - \sin\xi]; \quad \mu' = -e^{-\xi} \cdot \cos\xi \end{array} \right\} \text{gdy } \xi = Hx$$

Dla różnych wartości ξ są ilości wzoru 14. obrachowane w tabeli II a. dzieła Zimmermanna [Dzieło nr. 2 w tabeli jest φ zamiast ξ wprowadzone]

Ilości η i μ są przedstawione na załączonej tablicy I. W celu jej użycia obrachowuje się H [wzór 9] potem dla dowolnej wartości x wyrachowuje się $\xi = Hx$, a dla tej wartości ξ odczyta się na tablicy odpowiednie η lub μ, potrzebne do wyznaczenia

y i M podług wz. 13.

Na tej tablicy jest oprócz ξ wprowadzona wartość:

$$15 \cdots\cdots \quad L = \frac{1}{H} = \sqrt[4]{\frac{4EJ}{Cb}} \quad [\text{ze wzoru } 9]$$

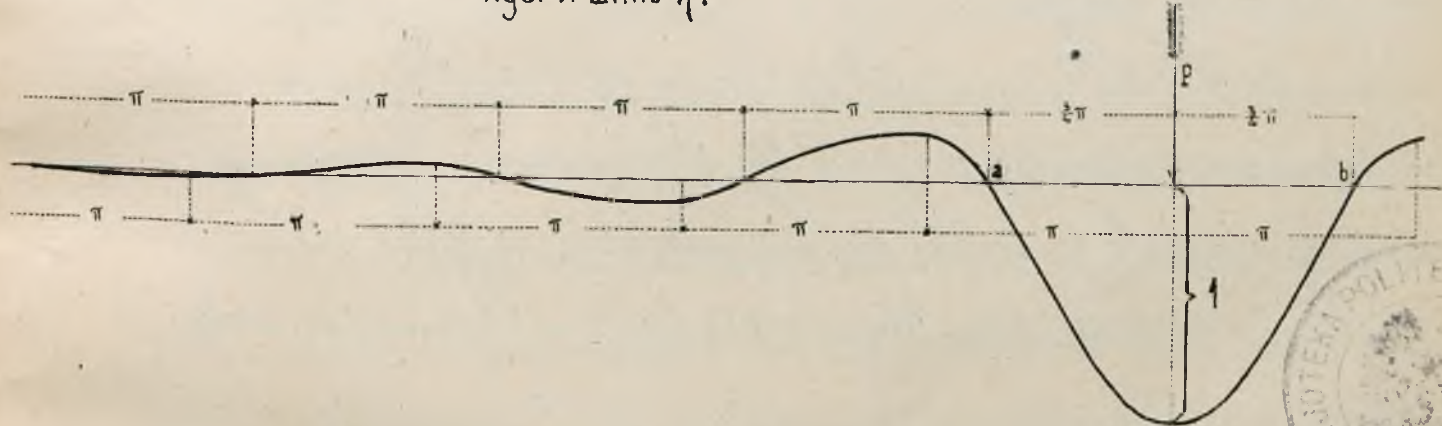
Odpowiednio do znaczenia ilości H jest L długością, podług której $x = \frac{\xi}{H} = \xi L$, jest oznaczone na dolnej linii.

Przebieg linii η i μ przedstawionych na tablicy I [jak również im odpowiadających linii y i M] jest falisty; podobny przebieg mają linie η' i μ' [dla $tg\varphi$ i Q] Okazują one działanie jednego ciężaru na nieskończenie długi pręt, są jednakie zarazem **liniami wpływowemi** dla dowolnego punktu pręta, jeżeli ciężar P cały pręt przebiega.

Przypatrzmy się bliżej przebiegowi tych linij na rys 4 i 5. Początek układu współrzędnych obieramy w punkcie działania siły P. Szczególne punkta linii η [rys 4] otrzymamy z wzoru 13 i 14. I tak $y = \eta = 0$ będzie, gdy $\cos\xi = -\sin\xi$, co nastąpi dla $\xi = \frac{3}{4}\pi,\ \frac{7}{4}\pi,\ \frac{11}{4}\pi$ ....

zatem od pierwszego są wszystkie punkta zerowe równo odległe o długość $\xi = \pi$. Ta odległość punktów zerowych jest **długością fali**, której rzeczywista wartość jest $l = \frac{\pi}{\mathcal{H}} = \pi L$

Rys. 4. Linia η.

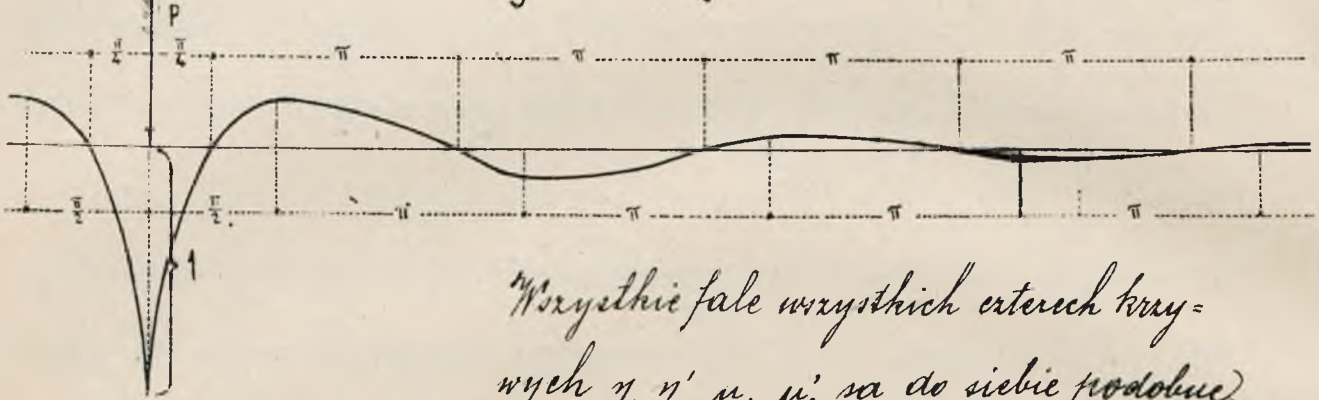


$\frac{dy}{dx} = 0$ nastąpi dla $\eta' = 0$ t.j. dla $\sin\xi = 0$ czyli, gdy $\xi = 0, \pi, 2\pi$ .....
Tym punktom odpowiadają maxima i minima rzędnych η, jak widzimy postępują one również w odstępach, równych długości fali.

$\frac{d^2y}{dx^2} = 0$ nastąpi dla $\mu = 0$ t.j. gdy $\cos\xi = \sin\xi$, czyli dla $\xi = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{9\pi}{4}$ .....[ob. rys 5]. Więc zerowe punkta krzywej μ

[i krzywej M], postępują także w odległości π, równej długości fali. Nareszcie maxima i minima tej krzywej, znajdują się w punktach, dla których $\frac{d^3y}{dx^3} = \mu' = 0$ [zerowe punkta krzywej μ' i krzywej Q] t.j. dla $\cos\xi = 0$ czyli dla $\xi = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2} \ldots\ldots$

Rys. 5. Linia μ.



Wszystkie fale wszystkich czterech krzywych η, η', μ, μ', są do siebie podobne, a rzędne następujących po sobie fal maleją <u>bardzo szybko</u> w stosunku stałym.

$$1 : e^{-\pi} : e^{-2\pi} : \ldots\ldots = 1 : 0{\cdot}0432\ldots\ldots : [0{\cdot}0432\ldots]^2 : \ldots\ldots$$

a zarazem zmieniają znak. Z tej właściwowości wyciągamy ważny wniosek, że wpływ ciężaru przenosi się tylko na niewielką przestrzeń, poza którą może być praktycznie zaniechany.-

Jeślibyśmy początek układu przesunęli o $\frac{\pi}{4}$, to wzór η' przejdzie na wzór η; podobnie przesunąwszy o $\frac{\pi}{2}$; $\frac{3\pi}{4}$, przejdą wzory μ i μ' również na wzór η. Z tego wynika, że wszystkie cztery krzywe są <u>zupełnie jednakowe</u>, tylko względem siebie o czwartą część długości fali przesunięte. Przejdźmy z tych krzywych na krzywe przedstawiające y, M i Q, to te ostatnie są co do charakteru i długości fal jednakowe, a różnią się tylko co do podziałki dla rzędnych, odpowiednio do tych czynników, którymi rzędne η, μ i μ' są w 13 wzorze pomnożone.

Krzywa ugięcia (η) okazuje także ujemne rzędne, które oznaczają <u>podniesienie się nawierzchni</u> nad pierwotny poziom podłoża, a zarazem [podług wzoru 7] ujemne ciśnienia p. Ponieważ ujemnych ciśnień [czyli ciągnień] żwirówka wywrzeć nie może, dlatego powyższa teorya w zastosowaniu do nawierzchni kolejowej nie jest ścisła. Dopiero, jeśliby przez inne ciężary P, a po części przez własny ciężar nawierzchni, który z powodu nieznacznego wpływu nie bywa w teoryi uwzględniany, te ujemne rzędne znikły, miałaby ta teorya w zupełności zastosowanie do nawierzchni.—

Partya ab, na rys 4., której rzędne są dodatnie, okazuje rzeczywisty rozkład ciśnienia na żwir. Jej powierzchnia pomnożona przez <u>C.b</u> równa się w przybliżeniu ciężarowi P. Na wykonanych nawierzchniach długość ab wynosi 3·3 do 5·0 m, zaś długość fali πL = 2·2 do 3·3 m. Jest ona tem dłuższą, a ciśnienia na żwir tem mniejsze im dłuższa jest fala, a ponieważ długość fali $l = \frac{\pi}{H}$ jest odwrotnie proporcyonalna do H, to podług wzoru 9. jest ciśnienie p tem mniejsze, czem większe J, t.j. czem sztywniejsza nawierzchnia, - następnie czem słabsza żwirówka [mniejsze C]

Jednakże wpływ tych ilości jest niebardzo znaczny, gdyż się znajdują pod czwartym pierwiastkiem wyrazu H.

§. 5. Największe wartości y, p, M.

Podług największych wartości obrachowuje się nawierzchnię. Powstają one, skoro tylko jeden ciężar działa na nawierzchnię, w punkcie działania tego ciężaru [ob. rys. 4 i 5].

Dla tego punktu jest $\xi = x = 0$, więc podług wzoru 14. jest $\eta = \mu = -\mu' = 1$, a zatem podług wz. 13. wyraża się te największe wartości wzorami:

17 ...... $y_o = \frac{HP}{2Cb}$; $p_o = C \cdot y_o = \frac{HP}{2b}$; $M_o = \frac{P}{4H}$; zaś $Q = -\frac{P}{2}$

Porównawszy wzór 17 z wzorem 13 znajdziemy dla rzędnych dowolnego punktu wartości:

17a ...... $y = y_o \eta$; $p = p_o \eta$; $M = M_o \mu$; $Q = Q_o \mu'$

Nieraz poprzestajemy na obciążeniu jednym ciężarem [mianowicie wtedy, jeżeli rozchodzi się tylko o porównanie dwóch różnych nawierzchni], wtedy podług M_o obrachujemy natężenie nawierzchni [wz. 4-6], które w tym przypadku nie powinno podług Schwedlera przekroczyć 1200 kg/cm². Z powyższych wzorów wynika że:

czem $>$ J tem mniejsze y_o, p_o i σ

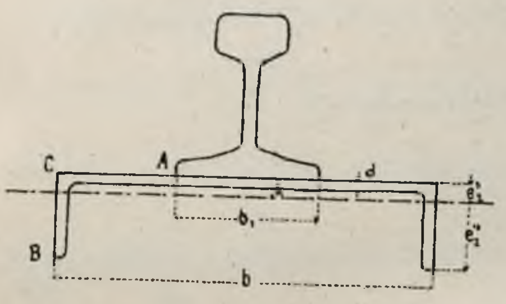
czem $>$ C tem mniejsze y_o, σ, tem większe p_o

czem $>$ b tem mniejsze y_o i p_o i σ. —

§.6. Natężenie poprzeczne i sumaryczne podkładu

Reakcya podłoża stara się w kierunku poprzecznym wygiąć podkład nawierzchni dwudzielnej [albo szeroką stopę szyny Haarmanna], wywołuje zatem natężenia które trzeba wyznaczyć. Partya AC [rys 6] na którą podłoże wywiera nacisk, przedstawia się jako wspornik, więc największy moment powstanie w punkcie A. Dla pasemka 1cm długiego, [prostopadle do płaszczyzny rysunku] wynosi p_0 największe ciśnienie na jednostkę długości partyi AC, zatem moment w A:

Rys. 6



$$M_3 = p_0 \frac{b-b_1}{2} \cdot \frac{b-b_1}{4} = \frac{1}{8} p_0 [b-b_1]^2$$

Gdy grubość blachy podkładu wynosi d, to powyższy moment wywoła w punkcie A natężenie:

18. .... $\sigma_3 = \frac{6 M_3}{d^2}$

Nawiasem zaznaczymy, że przez wygięcie poprzeczne [ob. §.7.] to natężenie cokolwiek się zmniejszy.

Jeżeli poprzednio obrachowane natężenie podłużne w punkcie B wynosi σ_2, to natężenie podłużne w A wyniesie $\sigma_2 \frac{e_2'}{e_2''}$; otóż natężenie sumaryczne w punkcie A znajdziemy w przybliżeniu, jeżeli do tego natężenia podłużnego dodamy jedną czwartą natężenia poprzecznego σ_3; albo też do natężenia σ_3 dodamy jedną czwartą natężenia podłużnego. Zatem natężenie summaryczne:

$$19 \ldots\ldots\ldots \text{albo } (\sigma_2') = \sigma_2 \frac{e_2'}{e_2''} + \frac{\sigma_3}{4}; \quad \text{albo } (\sigma_2'') = \frac{\sigma_2}{4} \frac{e_2'}{e_2''} + \sigma_3$$

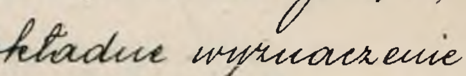
Te natężenia mogą być większe niż σ_2 w punkcie B., dlatego powinne być uwzględnione.

§. 7. Wpływ ugięcia poprzecznego.

Z powodu, że podkład w kierunku poprzecznym wygina się, [rys 7] powstaną w środku [pod szyną] ugięcia y i ciśnienia p_1, które będą większe niż y_0 i p_0, obrachowane podług wzoru 17. Dokładne wyznaczenie tych zwiększonych ilości, znajdzie czytelnik w §. 16. działa 2., jak również ich wpływ na natężenie nawierzchni; tu przytoczymy tylko wyniki dwóch tamże rachowanych przykładów.

Otóż przez uwzględnienie poprzecznego ugięcia podkładu, nastąpiły dla dwóch różnych wartości znamienia C następujące zwiększenia w procentach:

Rys.7.



	$C =$	3	8
20.	y_0 / p_0	7·6	17·7%
	σ_1, σ_2	2·3-4·4	6·0–7·5% [dział 2 str 124.]

Mniejsze liczby odnoszą się do słabszego podkładu.

Te liczby należy przy rachowaniu nawierzchni uwzględnić.

§.8. Pręt nieskończenie długi, obciążony kilkoma ciężarami jednakowej wielkości.

Działanie kilku ciężarów na jeden punkt jest sumą algebraiczną działań poszczególnych ciężarów. Jeżeli ich odstęp wynosi od uważanego punktu $x_1, x_2, \dots,$ a odpowiednie $\xi_1 = Hx_1,\ \xi_2 = Hx_2 \dots,$ a rzędne η w tych punktach są $\eta_1\ \eta_2 \dots,$ to uwzględniwszy wzór 17.a., znajdziemy ugięcie w tym punkcie:

21. .... $y = y_0[\eta_1 + \eta_2 + \dots] = y_0 \Sigma \eta$

Podobnie znajdziemy $p = p_0 \Sigma \eta$ i $M = M_0 \Sigma \mu$

Zatem dla kilku ciężarów $\Sigma\eta$ i $\Sigma\mu$ zastępują η i μ dla jednego ciężaru.

Jeżeli dla każdego punktu pręta lub toku nawierzchni te sumy obrachujemy i odetniemy jako rzędne, to otrzymamy linię wpływową dla $y, M \dots$ pod działaniem równocześnie poruszających się kilku ciężarów [np. lokomotywy] Zamiast rachunku, dla którego trzebaby wartości z tabel interpolować, wygodniej i przejrzyściej te sumy wykonać z wykresu.

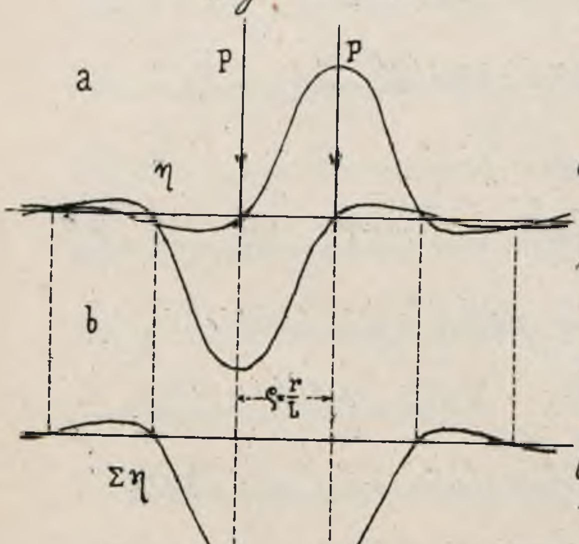
Rozpatrzmy różne przypadki:

§.9. Dwa jednakowe ciężary

Jeden wykres krzywej η wykonamy tak samo jak na tabl. I. przedstawiony [podobny jak na rys. 4.]; następnie tensam wykres przeniesiony na kalkę przyłożony odwrotnie [górny wykres rys 8] w odstępie $\varsigma = H.r$, gdy r jest odstępem ciężarów. Dla przedstawienia wspólnego działania obu ciężarów sumuje się rzędne z uwzględnieniem znaku, przezco powstanie wykres b. jako linia wpływowa ugięć dla obu równocześnie poruszających się ciężarów. Podobnie można sumować wykresy krzywych μ.

Jeżelibyśmy takie wykresy dla różnych odstępów r wykonali, tobyśmy się przekonali, że największa rzędna

Rys. 8.



wykresu b, otrzyma dla pewnej wartości p minimalną długość. Naprzykład, minimum rzędnej momentu powstanie wtedy, gdy nad największą rzędną μ jednego wykresu znajduje się największa ujemna rzędna górnego wykresu. Podług §.4. odstęp tych rzędnych wynosi $\frac{\pi}{2}$, zatem $\varsigma = \frac{\pi}{2}$, czyli najkorzystniejszy odstęp dwóch ciężarów ze względu na momenta wynosi $r = L.\frac{\pi}{2}$. Dla tego odstępu wyznaczy się największy moment: $M = 0{\cdot}7921\, M_0$, jest zatem o 21% mniejszy, niż dla jednego ciężaru (M_0). Przytem zwiększy się jednakże y i p, gdyż największa rzędna $y = 1{\cdot}2896\, y_0$. W tymsamym stosunku wzrasta p. — Podobnie otrzyma największa rzędna sumarycznego wykresu y minimalną wartość dla $\varsigma = \frac{\pi}{}$, czyli dla $x = L.\pi$, wynoszącą $0{\cdot}9568\,y_0$, więc ugięcie tylko nieznacznie mniejsze niż pod jednym ciężarem. Tab. V dzieła 2. okazuje linie wpływowe y i μ dla różnych odstępów dwóch jednakowych ciężarów.

§.10. Dwa niejednakowe ciężary P_1 i P_2

Jeżeli stosunek $P_1 : P_2$ wynosi α, to przy sumowaniu trzeba rzędne drugiego (górnego) wykresu przez α pomnożyć, co się również wykreślnie uskuteczni. We wzór 17. wprowadzi się ostatecznie P_1 za P.

§.11. Trzy jednakowe ciężary

Jeżeli się wykreślnie wykona sumy dla dwóch ciężarów i odniesie je do wspólnej poziomej (jak rys 8.b.) to do tego wykresu dosumuje się rzędne trzeciego i każdego dalszego, w należytym odstępie ułożonego wykresu. Dla różnych odstępów, z wykonane wykresy krzywych Σy i $\Sigma \mu$ przedstawia tabl. VI dzieła 2.

Z tych wykresów wynika, że Σy jest prawie zawsze pod środkowym ciężarem największa. N.p. dla rozstawu $\varsigma = \frac{\pi}{2}$ wypada pod tym ciężarem $\Sigma y = 1.416\,y_{01}$ wobec $0{\cdot}957\,y_0$ dla dwóch ciężarów o rozstawie $\varsigma = \pi$. Jeżeliby jednak tesame dwa ciężary były na trzy osie rozłożo:

ne, to na każdą oś tylko $\frac{2}{3}$ poprzedniego ciężaru, a zatem i $\frac{2}{3}\Sigma y$ wypadnie, czyli stosunek ugięć pod dwoma i trzema ciężarami przedstawi się jak:

$0{:}957 : \frac{2}{3}\,1.416 = 1 : 0.985$ zatem będzie cokolwiek korzystniejszy. Z tego wynika, że rozkład na trzy osie powoduje bardzo nieznaczne zmniejszenie ugięcia.

W tym uważanym przykładzie wynosiło $L = 90.9$ cm, zatem $r = \frac{\pi}{2} L = 143$ cm, co odpowiada lokomotywie ciężarowej.

Dla momentów są różnice jeszcze mniejsze.

§. 12. Cztery jednakowe ciężary

Tu tylko zauważyć należy, że maxima momentów mogą powstać pod skrajnymi ciężarami, lecz co do wielkości nie wiele się różnią od momentów powstałych pod trzema, a nawet pod dwoma ciężarami.

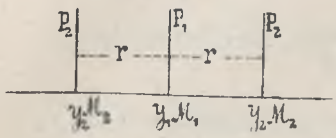
§. 13. Działanie ciężarów nierównej wielkości na pręt nieskończenie długi

Wielkość równoodległych ciężarów można tak dobrać, aby sumaryczny moment lub ugięcie zmniejszyć. Weźmy np. na uwagę trzy ciężary, to z badań wynika, że momenta będą równe:

dla $P_1 < P_2$	$P_1 = P_2$	$P_1 > P_2$
$r < 1{,}1L$	$r = 1{,}1L$	$r > 1{,}1L$

Najmniejsza wartość momentu nastąpi dla $r=1.4L$, gdy $P_1=1.1P_2$ a wtedy wynosi $M=0.68M_0$, jeżeli M_0 jest obrachowane dla jednego ciężaru $\overset{\circ}{P}$.

Rys. 9. $\qquad \overset{\circ}{P}=\frac{1}{3}(P_1+2P_2)$



W tym wypadku dają więc trzy ciężary moment o 32% mniejszy niż jeden ciężar o wielkości średniej arytmetycznej trzech ciężarów. Ten wynik ważną jest wskazówką dla konstrukcji lokomotyw. W powyższych przypadkach nastąpi jednakże zwykle zwiększenie ugięcia y.

Zrównanie ugięć $y_1=y_2$ (jakoteż ciśnień $p_1=p_2$), nastąpi dla innych stosunków ciężarów:

dla $P_1<P_2 \qquad P_1=P_2 \qquad P_1>P_2$

gdy $r_1<2.42L, \quad r_1=2.42L \quad r>2.42L$

Najmniejsze ugięcie otrzyma się gdy $r=\pi L$, a $P_1=1.04P_2$ i wynosi $y=0.943y_0$, gdy y_0 obrachowane dla jednego ciężaru $\overset{\circ}{P}$ o wielkości średniej arytmetycznej trzech ciężarów. Rozstawu osi tej wielkości lokomotywy nie posiadają, a dla mniejszego rozstawu i to niewielkie zmniejszenie znika.

§ 14. Przerwy ciągłości

W teoryi powyżej przedstawionej przypuszczaliśmy, że tok nawierzchni jest ciągły bez przerw i że posiada stały przekrój. Tymczasem toki złożone z kawałków szyn i podkładów u połączone poprzeczkami, wykazują mniej lub więcej wybitne przerwy ciągłości, z których najważniejsze rozważymy.

a. Poprzeczki łączące podkłady podłużne powodują, że w tem miejscu, gdzie się poprzeczka znajduje zmniejsza się wgłębienie, natomiast nieraz bardzo znaczne zwiększenie momentu następuje. Stosunki są tem gorsze im szersza poprzeczka; z tego powodu powinny być poprzeczki wązkie.

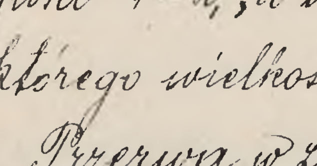
Podobnie, lecz jeszcze niekorzystniej przedstawia się mur [np. przyczółka mostu] przez który nawierzchnia przechodzi. Jeżeli ciężary znajdują się obustronnie muru w odległości $\frac{1}{4}\pi L$, to nad murem powstanie ujemny moment, którego wielkość $M = 1.29 M_0$.

b. Przerwa w żwirówce przedstawia się, co do momentu taksamo jak poprzeczka, tylko z ujemnym wynikiem, zaś ugięcie zwiększa się.

c. Miejscowe zmniejszenie momentu bezwładności przekroju nawierzchni.

α Przegub. Jeżeli w przerwie znajduje się przegub, a ciężar działa w odstępie z od przegubu, to pod ciężarem

Rys. 10.



dozna moment największej zmiany, gdy $z = \frac{3}{16}\pi L$ i wynosi $M = 1.067 M_0$,

więc nieznacznie większy. Natomiast zwiększa się y.
W miejscu przegubu zmienia się ugięcie stosownie do wielkości odstępu z. I tak gdy $z = \frac{1}{2}\pi L$, to $y = 0$ na przegubie, a wtedy cała lewa część toku nie doznaje żadnych natężeń. Dla $z = \frac{3}{4}\pi L$ następuje największe podniesienie przegubu, równe ... $-0.134\,y_0$
Gdy ciężar stoi na przegubie ($z = 0$) to $y = 2y_0$ zaś M oczywiście $= 0$. Po obu stronach przegubu jest moment ujemny aż do odległości πL_1, a w odległości $\frac{1}{4}\pi L$ jest największy i wynosi $-0.645\,M_0$. Jeżeliby poza tym punktem znów w odległości $\frac{1}{4}\pi L$ znajdował się przegub, to między tymi przegubami podwoi się moment, wyniesie zatem $-1.29\,M_0$. Jest to tosamo, jak gdyby w ciągłej nawierzchni znajdował się zupełnie sztywny podkład (np. mur.)
Z tąd wniosek, że krótkie kawałki (do długości $\frac{1}{2}\pi L$) szyn i podkładów ułożone w nawierzchnię są nieodpowiednie.
β. Przerwa w podkładzie podłużnym powoduje zmniejszenie momentu bezwładności przekroju nawierzchni. Przez taką przerwę wytwarza się stan mniej lub więcej zbliżony do połączenia przegibnego.
γ. Styk niełubkowany. Jeżeli wspólny styk szyny i podkładu nie jest łubkowany (co się może zdarzyć np. przy wymianie nawierzchni), wtedy tok jest przecięty

i przedstawia się jako nieskończenie długi, lecz jednostronnie ograniczony. Wpływ przecięcia jest ogromny. Ciężar nad przerwą stojący wywołuje wgłębienie $y = 4y_0$, a największy moment wynosi $1.0432 M_0$. Jednakże już w małej odległości $z = \frac{3}{8}\pi L$ od przerwy znajdujący się ciężar wywołuje y i M prawie równe y_0 i M_0.

<u>Wzmocnienie miejscowego zmniejszenia momentu bezwładności</u> można uzyskać przez podłożenie podkładu jako poprzeczki. Dla pewnego rachowanego przykładu okazało się, że przez takie zarządzenie uzyskało się w miejscu przegubu zmniejszenie wgłębienia z $2y_0$ na $1.043 y_0$, coprawda przy równoczesnem zwiększeniu momentu na $1.119 M_0$

§ 15. Przykład obrachowania wytrzymałości nawierzchni podłużnej pod wpływem działania sił pionowych.

Nawierzchnia jest dwudzielną, składająca się z szyny i podkładu żelaznego. Dane dla szyny:

$J_1 = 900 \text{ cm}^4$, szerokość stopki $b_1 = 11 \text{ cm}$, odstęp skrajnych włókien od osi obojętnej przekroju $e_1 = 6.5 \text{ cm}$.

Dane dla podkładu: $J_2 = 130 \text{ cm}^4$, $b = 30 \text{ cm}$, $e_2' = 2.5$, $e_2'' = 5.5 \text{ cm}$ grubość blachy $d = 0.8 \text{ cm}$ (ob rys 6.)

Dla materyału szyny i podkładu jest $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon = 2.10^6 \text{ kg/cm}^2$ zatem $J = J_1 + J_2 = 1030 \text{ cm}^4$. Ciężar $P = 7000$ kg.

Obrachowanie ma być przeprowadzone równolegle dla dwóch wartości $C = 3$ i 8.

Naprzód obrachuje się podług wz. 9. i 15.:

$$H = \begin{cases} \sqrt[4]{\dfrac{3 \times 30}{4.2.1030.10^6}} = \dfrac{1}{100}\sqrt[4]{\dfrac{9}{8{\cdot}24}} = 0{\cdot}01022; & L = 97{\cdot}84\,cm \\ \sqrt[4]{\dfrac{8.30}{4.2.1030.10^6}} = \dfrac{1}{100}\sqrt[4]{\dfrac{3}{1{\cdot}03}} = 0{\cdot}01306; & L = 76{\cdot}57\,cm \end{cases}$$

Górne liczby odnoszą się do $C = 3$ dolne do $C = 8$.

Następnie znajduje się podług wz. 17.:

$$y_0 = \begin{cases} \dfrac{0{\cdot}01022.7000}{2.3.30} = \dfrac{7{\cdot}154}{18} = 0{\cdot}397\,cm \\ \dfrac{0{\cdot}01306.7000}{2.8.30} = \dfrac{9{\cdot}142}{48} = 0{\cdot}190\,cm \end{cases}$$

$$p_0 = Cy = \begin{cases} 3.0{\cdot}397 = 1{\cdot}19\,{}^{kg}/_{cm^2} \\ 8{\cdot}0{\cdot}190 = 1{\cdot}52\,{}^{kg}/_{cm^2} \end{cases}$$

$$M_0 = \frac{PL}{4} = \begin{cases} \dfrac{7000.97{\cdot}84}{4} = 171220\,kgcm \\ \dfrac{7000.76{\cdot}57}{4} = 134000\,kgcm \end{cases}$$

Wprowadziwszy te wartości momentów do wz. 6. otrzyma się:

$$\sigma_1 = \frac{e_1}{J}.M_0 = \begin{cases} \dfrac{6.5 \times 171220}{1030} = 1080\,{}^{kg}/_{cm^2} \\ \dfrac{6.5 \times 134000}{1030} = 846\,{}^{kg}/_{cm^2} \end{cases} \text{ natężenie w główce w stopce szyny)}$$

$$\sigma_2 = \frac{e_2}{J}.M_0 = \begin{cases} \dfrac{5.5 \times 171220}{1030} = 914\,{}^{kg}/_{cm^2} \\ \dfrac{5.5 \times 134000}{1030} = 715\,{}^{kg}/_{cm^2} \end{cases} \text{ natężenie podłużne dolnych włókien podkładu (B na rys. 6.)}$$

Jeżeliby się rozchodziło tylko o porównanie danej nawierzchni z inną, to powyższe obrachowanie, przeprowadzone dla jednego ciężaru wystarczy. Jeżeli jednakże chodzi o wyznaczenie największych natężeń, jakich nawierzchnia doznaje, to trzeba do obrachowania wprowa=

dzić najcięższą i najniekorzystniej obciążającą lokomotywę, jakoteż inne czynniki mające wpływ na natężenie nawierzchni. Otóż powiedzmy, że lokomotywa posiada trzy osie, a każde koło jest obciążone ciężarem $P = 7000\,kg$.

Odstęp osi wynosi $r = 150\,cm$

Podług §.10. jest $\xi = \varkappa r = \begin{cases} 1.533 \\ 1.959 \end{cases}$

Dla tych wartości znajdzie się z tabl. I, że największa rzędna y pod środkowym ciężarem wynosi

$$\max y = \begin{cases} 1 + 2.0{\cdot}230 = 1{\cdot}460 \\ 1 + 2.0{\cdot}078 = 1{\cdot}156. \end{cases}$$

Rzędne μ wyznacza się:

pod środkowym ciężarem $\mu = \begin{cases} 1 - 2.0{\cdot}207 = 0{\cdot}586 \\ 1 - 2.0{\cdot}186 = 0{\cdot}628 \end{cases}$

Pod skrajnymi ciężarami powstanie większa rzędna μ, zatem

$$\max \mu \begin{cases} 1 - 0{\cdot}207 - 0{\cdot}05 = 0{\cdot}743 \\ 1 - 0{\cdot}186 - 0{\cdot}00 = 0{\cdot}814 \end{cases}$$

Wpływ trzeciego koła wynosi $\begin{cases} -0{\cdot}05 \\ 0{\cdot}00 \end{cases}$ zatem $\begin{cases} 0{\cdot}743 \\ 0{\cdot}814 \end{cases}$

Do wyznaczenia największych y, p i M użyjemy wzór 17.a.:

$$y = \max y . y_0 \begin{cases} 1{\cdot}460 . 0{\cdot}397 = 0{\cdot}58\,cm \\ 1{\cdot}156 . 0{\cdot}190 = 0{\cdot}22\,cm \end{cases}$$

$$p = C . y = \begin{cases} 1{\cdot}74\,kg/cm^2 \\ 1{\cdot}76\,kg/cm^2 \end{cases}$$

$$M = \max \mu . M_0 = \begin{cases} 171220 . 0{\cdot}743 = 127216\,kgcm \\ 134000 . 0{\cdot}814 = 109076\,kgcm. \end{cases}$$

$$\sigma_1 = \begin{cases} \frac{6\cdot5.127216}{1030} = 803 \ kg/cm^2 \\ \frac{6\cdot5.109076}{1030} = 688 \ kg/cm^2 \end{cases} \qquad \sigma_2 = \begin{cases} \frac{5\cdot5.127216}{1030} = 679 \ kg/cm^2 \\ \frac{5\cdot5.109076}{1030} = 582 \ kg/cm^2 \end{cases}$$

Powyższe wartości zwiększą się jeszcze, gdy, podług §.7. uwzględni się wpływ wycięcia poprzecznego. Ponieważ dana nawierzchnia należy do silniejszych, to uwzględnimy procentowe zwiększenie

gdy $C = \ldots\ldots 5 \ldots\ldots 8$

dla y i p ……8……18%

dla σ_1 i σ_2 ……4……7%

Wtedy otrzymamy:

$$y = \begin{cases} 0\cdot58.1\cdot08 = \underline{0\cdot63 \ cm} \\ 0\cdot22.1\cdot18 = \underline{0.26 \ cm} \end{cases} \qquad p = \begin{cases} 1\cdot74.1\cdot08 = \underline{1\cdot88} \ kg/cm^2 \\ 1\cdot76.1\cdot18 = \underline{2\cdot08} \ kg/cm^2 \end{cases}$$

$$\sigma_1 = \begin{cases} 803.1\cdot04 = \underline{835} \ kg/cm^2 \\ 688.1\cdot18 = \underline{812} \ kg/cm^2 \end{cases} \qquad \sigma_2 = \begin{cases} 679.1\cdot04 = 706 \ kg/cm^2 \\ 582.1\cdot18 = 687 \ kg/cm^2 \end{cases}$$

Podkreślone wartości są największe

Następnie mamy uwzględnić podług §.6 natężenie poprzeczne podkładu. Gdy wprowadzimy we wzorze dla M_3 zamiast p_0 powyższą wartość p, to otrzymamy:

$$M_3 = \frac{1}{8} p (b - b_1)^2 = \begin{cases} \frac{1}{8}\cdot1\cdot74.19^2 = 78\cdot5 \ kgcm \\ \frac{1}{8}\cdot1\cdot76.19^2 = 79\cdot4 \ kgcm \end{cases}$$

a natężenie z wz. 18.: $\sigma_3 = \begin{cases} \frac{6.78\cdot5}{0\cdot64} = 736 \ kg/cm^2 \\ \frac{6.79\cdot4}{0\cdot64} = 744 \ kg/cm^2 \end{cases}$

Teraz trzeba sprawdzić czy też sumaryczne natężenie w punkcie A (rys. 6.) nie będzie większe. Ponieważ $e_2' = 2\cdot5 \ cm$ to podług wz. 19.:

$$(\sigma_2') = \begin{cases} 706\cdot\frac{2.5}{5.5}+\frac{736}{4} = 321+184 = \underline{505}\ kg/cm^2 \\ 687\cdot\frac{2.5}{5.5}+\frac{744}{4} = 330+186 = 516\ kg/cm^2 \end{cases}$$

$$(\sigma_2'') = \begin{cases} \frac{1}{4}\cdot 321+736 = 80+736 = \underline{816}\ kg/cm^2 \\ \frac{1}{4}\cdot 330+744 = 83+744 = \underline{827}\ kg/cm^2 \end{cases}$$

(σ_2'') jest większe niż σ_2, jest zatem największem natężeniem podkładu.

Nawierzchnia podłużna pod wpływem sił poziomych

§.16. Siła pozioma H i jej wpływ na nawierzchnię.

Istnieją różnorodne przyczyny, które wywołują na tok nawierzchni poziome siły w kierunku poprzecznym. Najsilniej powstają one przy przedniej osi lokomotywy i są (z wyjątkiem działania wiatru) proporcyonalne do obciążenia pionowego tej osi i do chyżości jazdy. Jedną z wybitnych sił poziomych byłaby siła odśrodkowa w łukowym torze, napierająca wóz na tok zewnętrzny, — jednakże ta siła jest zrównoważona przez należycie dostosowaną przechyłkę toru.

Drugą i najważniejszą przyczyną wywołującą siłę poziomą, jest rzucanie na boki lokomotywy, powodowane nierównoczesnem działaniem tłoków.*) To rzucanie sprawia krótkie uderzenia kół o szyny, objawiające się silniej w prostym niż w łukowym torze.

*) Na kolejach konnych i elektrycznych ta przyczyna odpada.

Trzecią przyczyną jest siła wiatru działająca na boki wozów. Jej wpływ jest od poprzednich znacznie mniejszy.

Wpływy powyższych przyczyn mogą się jednakże zsumować i dosięgnąć znacznej wielkości. I tak na rozjazdach, gdzie przyczyny natury konstrukcyjnej mogą spotęgować uderzenia zauważono siły poziome dochodzące do wielkości obciążenia P na koło, natomiast na szlaku dobrze utrzymywanym nie przekracza wartości $0{\cdot}25P$.

Podług Engessera można przyjąć:

22....... $H = 0{\cdot}003\, vP$ lub ogólnie $H = \beta . P$.

W tym wzorze oznacza v chyżość pociągu w km na godzinę.

Punkt przyłożenia siły H znajduje się na przejściu z górnego do bocznego zaokrąglenia głowy szyny, tem niżej im ta siła

Rys. 11.

jest większa, a wypadkowa z równocześnie działających sił P i H, przechodzi ukośnie w bliskości środka ciężkości przekroju. Wypadkowa przecina podstawę zawsze jeszcze w jej obrębie, tak, że wywrót szyny nawet nieprzytwierdzonej do podkładu, nastąpić nie może, jeżeli siła H nie przekracza wartości określonej wzorem 22 [ob. dzieło 5 str. 62]

Działanie siły H na nawierzchnię jest różnorodne:

a.) Siła H stara się tok w płaszczyźnie poziomej wygiąć, czemu stawiają opór poprzeczki i tarcie podkładu o podłoże, i wywołuje w nawierzchni natężenia, które według Bugesera znajdziemy w przybliżeniu w następujący sposób: Jeżeli odstęp ciężarów lokomotywy wynosi a, to przypuszczając, że ciężar P rozkłada się jednostajnie na długość a, wyniesie obciążenie toku $\frac{P}{a}$ na jednostkę długości. To obciążenie wywoła na podłożu tarcie, które również na jednostkę długości wyniesie $r = \varphi \cdot \frac{P}{a}$, gdy φ jest współczynnikiem tarcia dla podkładu i żwiru. Na długości l wynosi tarcie $r.l$, a jeżeli ono równa się sile H, to tarcie na tej długości l wystarcza dla zrównoważenia siły H przeciw poziomemu przesunięciu, nawet bez pośrednictwa poprzeczek.

Rys. 12.

Z równania $l.\varphi\frac{P}{a} = \beta P$ wyznaczymy tę niewiadomą długość $l = \frac{\beta.a}{\varphi}$. Gdyby partya toku na długość l nie łączyła się z sąsiedniemi partyami, toby w punkcie działania siły H powstał moment

$$M_4 = \frac{r l^2}{8} = \frac{\beta^2 P a}{8\varphi} \text{ lub dla } \varphi = \frac{3}{4},\ M_4 = \frac{\beta^2 P a}{6}$$

Jeżeliby zaś partya l była na końcach poziomo utwierdzona, toby moment wynosił $\frac{2}{3}$ poprzedniego, czyli $\frac{\beta^2 P a}{9}$. Faktycznie otrzyma on wartość pośrednią, którą oznaczymy na

23\. ………. $M_4 = \frac{\beta^2 P a}{8}$

gdyż poziomego utwierdzenia faktycznie [illegible]

Ten moment działa na partyę toku znajdującą się między poprzeczkami i nie jest przez nie alterowany gdyż długość l jest mniejsza niż odstęp poprzeczek.

Podług wzoru 4 do 6 obrachujemy natężenie σ_4 i σ_5 lub σ_5' w punkcie A spowodowane momentem M_4 w szynie i podkładzie, przyczem zważyć należy, że momenty bezwładności J_4 i J_2 mają być wyznaczone względem pionowej osi przekroju. Natężenia σ_4 i σ_6 ewent. σ_5' sumują się wprost do natężeń wywołanych obciążeniem pionowem.

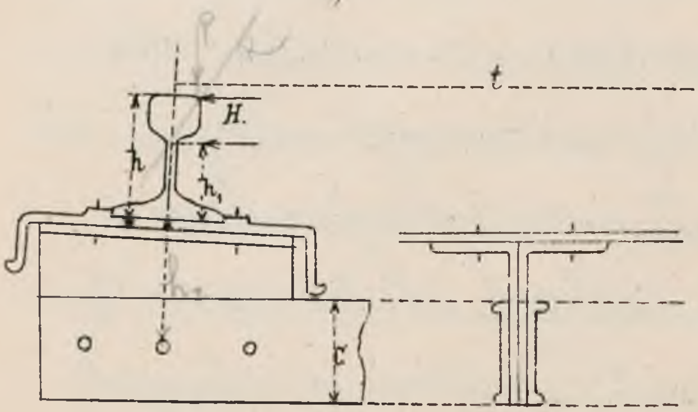
6. Z powodu, że wypadkowa sił P i H przecina mimośrodkowo podstawę nawierzchni, występuje niejednostajny rozkład ciśnienia na podłoże, skutkiem czego tok doznaje skręcenia i tor rozszerzenia. Przeciw tym szkodliwym wpływom najskuteczniej działają poprzeczki.

§. 17. Poprzeczki nawierzchni podłużnej.

Aby poprzeczki spełniały powyżej określone zadanie, powinne być dostatecznie sztywne, to znaczy że ich przekrój powinien względem osi poziomej posiadać znaczny moment bezwładności. Przytem pamiętać należy, że podług §. 15.a. poprzeczka powinna być wąska.

Działanie siły H na poprzeczkę jest podwójne, jako ciągnienie i jako moment zgięcia. Ponieważ dla wywarcia siły H musi się oś woza przesunąć, to przez tarcie część tej siły także na drugi tok się przenosi; z tego powodu trzeba przyjąć, że na poprzeczkę tylko około połowy siły H przenosi się jako ciągnienie.

Rys. 13.



Jeżeli F jest przekrojem poprzeczki, to natężenie wywołane tem ciągnieniem wynosi $\frac{H}{2F}$.

Działanie tej siły H obierzemy w punkcie w którym wypadkowa z P i H przecina oś ciężkości nawierzchni.

Wtedy według oznaczeń na rys. 13. wynosi moment siły poziomej względem osi ciężkości przekroju poprzeczki $M = H[h_1 + h_2]$ i jest dla wszystkich przekrojów poprzeczki ilością stałą. Ponieważ moment stały, to krzywizna $\frac{d^2y}{dx^2}$ stała, czyli wygięcie nastąpi podług koła.

Natężenie $\frac{Mc}{2J_p}$ wywołane momentem sumuje się do poprzedniego. Zatem całkowite natężenie poprzeczki wynosi

24. .... $\sigma_p = \frac{H}{2F} \pm \frac{H(h_1+h_2)c}{2J_p}$

Znak − odnosi się do dolnych ściśnionych włókien.

Z powodu wygięcia poprzeczki nastąpi rozszerzenie toru, które w ten sposób wyznaczymy. Ponieważ moment M jest stały to poprzeczka wygnie się podług koła, a styczna do linii wygięcia w przekroju spadającym z osią ciężkości nawierzchni rozmada nachylenie $\tau = \frac{Mt}{2\varepsilon J_p}$*), jeżeli t oznacza odstęp linii ciężkości obydwu toków. Górne odchylenie jednego toku wyniesie $\tau(h_1+h_2)$, a dla obydwu toków czyli rozszerzenie toru równa się:

$$z = 2\tau(h+h_2) = \frac{Mt}{\varepsilon J_p}(h+h_2)$$

a po wstawieniu wartości za M

$$25 \ldots\ldots\ldots\ z = \frac{Ht(h_1+h_2)(h+h_2)}{\varepsilon J_p}$$

Można postawić żądanie aby z nie przekroczyło pewnej granicy dla tej granicznej wartości obrachuje się J_p ze wz. 25., a do J_p dostosuje się wymiary poprzeczki.

§. 18. Przykład obrachowania wytrzymałości nawierzchni podłużnej pod wpływem sił poziomych.

Do dat podanych dla przykładu nawierzchni w §. 15. potrzebne są nam jeszcze momenty bezwładności przekrojów względem osi pionowej, $J_1 = 210\,cm^4$, $J_2 = 2200\,cm^4$, - i chyżość pociągu, którą obierzemy na 60 km/godź.

*) Z wzoru $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{\varepsilon J_p}$ otrzyma się $\frac{dy}{dx} = \tau = \frac{M}{\varepsilon J_p}\int dx + C = \frac{Mx}{\varepsilon J_p} + C$. Gdy początek układu współrzędnych w środku poprzeczki, to dla $x = 0$ jest τ i $C = 0$ zaś dla $x = \frac{t}{2}$ jest $\tau = \frac{Mt}{2\varepsilon J_p}$.

Wtedy podług wz. 22. wyznaczy się $\beta = 0{\cdot}003v = 0{\cdot}18$, więc $H = 0{\cdot}18 \times 7000 = 1260$ kg. a podług wzoru 23.

$$M_4 = \frac{\beta^2 P a}{8} = \frac{0{\cdot}18^2 \,.\, 7000 \,.\, 150}{8} = \frac{34020}{8} = 4252 \text{ kgcm. a podług}$$

wz. 6. obrachuje się, gdy $e_1 = 5{\cdot}5$ cm, $e_2 = 15$ cm;

natężenie szyny $\sigma_4 = \frac{5{\cdot}5 \,.\, 4252}{2410} = 9{\cdot}7$ kg.

natężenie podkładu (w punkcie B) $\sigma_5 = \frac{15 \,.\, 4252}{2410} = 26{\cdot}4$ kg.,

zaś w A $\sigma_5' = \sigma_5 \,.\, \frac{5{\cdot}5}{15} = 9{\cdot}7$ (jak w stopce szyny.

Jeżeli te wartości zsumujemy z natężeniami w §. 15. dla obciążenia pionowego, to wynikną całkowite natężenia:

$$\sigma_1 = \begin{cases} 835 + 9{\cdot}7 = 845 \text{ kg/cm}^2 \\ 812 + 9{\cdot}7 = 822 \text{ kg/cm}^2 \end{cases} \quad \sigma_2 = \begin{cases} 706 + 26{\cdot}4 = 732 \text{ kg/cm}^2 \\ 687 + 26{\cdot}4 = 713 \text{ kg/cm}^2 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} \sigma_2''' = \\ \sigma_2'' + \sigma_5' = \end{matrix} \begin{cases} 816 + 9{\cdot}7 = 826 \text{ kg/cm}^2 \\ 827 + 9{\cdot}7 = 837 \text{ kg/cm}^2 \end{cases}$$

Te natężenia σ_2 w punkcie A (rys 6.) są większe niż natężenia (σ_2'') w §. 15., są to więc największe natężenia jakich doznaje podkład.

W celu obrachowania poprzeczki przyjmujemy $h = 14$, $h_1 = 9$, $h_2 = 13$ cm, $t = 150$ cm. Poprzeczkę złożymy z dwóch taśm żelaznych (ob rys 13.) o grubości 1 cm a wysokości c, którą wyznaczymy z warunku, żeby rozszerzenie toru Z nie przekroczyło 0·2 cm.

Z równania 25 znajdziemy:

$$0{\cdot}2 = \frac{1260 \,.\, 150 \,.\, 22 \,.\, 27}{2 \,.\, 10^6 \, J_p} \text{ a stąd } J_p = \frac{1260 \,.\, 150 \,.\, 22 \,.\, 27}{2 \,.\, 0{\cdot}2 \,.\, 10^6} = 280{\cdot}665 \text{ cm}^4$$

a gdy $J_p = \frac{c^3}{6}$, to $c^3 = 1684$, zaś c okrągło 12cm.

Dla tej wartości znajdzie się $J_p = \frac{12^3}{6} = 288\,cm^4$; $F = 24\,cm^2$

a natężenie przekroju poprzeczki na ciągnienie podług

wz. 24: $\sigma_p = \frac{1260}{48} + \frac{1260 . 22 . 12}{2 . 288} = 26{\cdot}3 + 577{\cdot}5 = 604\,kg/cm^2$.

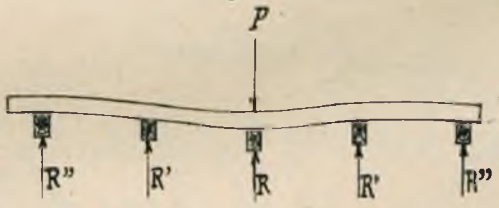
Nawierzchnia poprzeczna pod wpływem sił pionowych.

W nawierzchni poprzecznej mamy wyznaczyć natężenie szyny, podkładu, podłoża i ugięcia nawierzchni.

§. 19. Wytrzymałość podkładu i podłoża. Ugięcie nawierzchni.

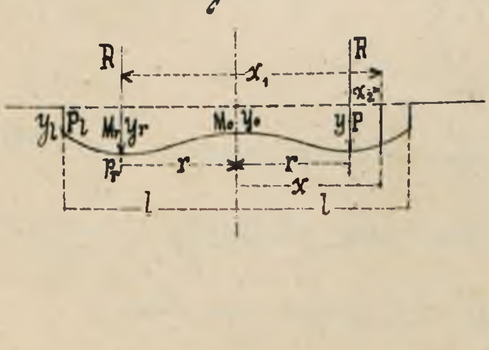
Podkład przedstawia się jako dźwigar o długości ograniczonej, obciążony symetrycznie dwoma ciężarami R (rys. 15.) Te ciężary R nie są, to całkowite ciężary P, działające na koło, gdyż z powodu, że szyna rozkłada ten ciężar na kilka podkładów (ob. rys. 14.), to na obciążony podkład przenosi się tylko część R ciężaru P, równa oddziaływaniu żwiru na ten podkład. Stosunek jaki zachodzi między P a R poznamy później. (ob. § 24.)

Rys. 14.



Podkład obciążony ciężarami R, a ułożony całkowicie na żwirze ugnie się i zagłębi. (Ob. rys. 15.) a stosunek między rzędnemi ugięcia y i ciśnieniami na jednostkę powierzchni

Rys. 15.



podłoża p jest oznaczony wz. 7 .... $p = C.y.$

Jeżeli podobnie jak w §.2. wprowadzimy zamiast rzeczywistych długości stosunki określone wyrazem κ (wz. 9.), to oznaczymy $\kappa x = \xi$ (wz. 11.) a podobnie $\kappa l = \lambda$, $\kappa r = \varsigma$, $\kappa x_1 = \xi_1$, $\kappa x_2 = \xi_2$. Przyjąwszy początek układu współrzędnych w środku podkładu, otrzymamy następujące warunki, które do wz. 12. wprowadzić należy: Dla $x = \xi = 0$ jest $tg\,\varphi = 0$; dla $x = l$ $(\xi = \lambda)$ jest $M = 0$ i $Q = 0$; dla $x = \xi = 0$ jest $Q = 0$. Te cztery warunki umożliwią wyznaczenie z wz. 12. niewiadomych A, B, C, D, i wyznaczenie ilości y, p, M, Q dla dowolnego przekroju podkładu. Teorya dochodzi do następujących wzorów:

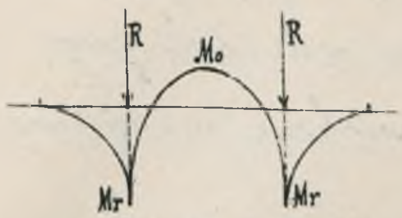
$$26. \ldots\ldots \begin{cases} y = \frac{\kappa R}{C b}\left\{\frac{1}{2}(\eta_1 + \eta_2) + u_\varsigma \,\mathrm{Cof}\,\xi \cos\xi + v_\varsigma \,\mathrm{Sin}\,\xi \sin\xi\right\} \text{ lub } y = \frac{\kappa R}{C b}[\eta] \\ M = \frac{R}{2\kappa}\cdot\left\{\frac{1}{2}(\mu_1 + \mu_2) - v_\varsigma \,\mathrm{Cof}\,\xi \cos\xi + u_\varsigma \,\mathrm{Sin}\,\xi \sin\xi\right\} \text{ lub } M = \frac{R}{2\kappa}[\mu] \end{cases}$$

W pierwszym wzorze użyta ilość b oznacza dolną szerokość podkładu. Znaczenie wyrazów η_1 i η_2, μ_1 i μ_2 określa wzór 14., w którym za ξ wstawi się ξ_1 i ξ_2. Są one obrachowane w tabeli II działu 2. Ilość u_ς i v_ς podaje tabela VI., zaś funkcye hyperboliczne $\mathrm{Cof}\,\xi$ i $\mathrm{Sin}\,\xi$ *) tabela I. tego samego działu.

Użytkowując te tabele, starannie przez Zimmermanna obrachowane, można dla każdego przypadku wyznaczyć przebieg linii y i M. (ob. także ryc. 15.a.)

*) $\mathrm{Cof}\,\xi = \frac{e^{\xi} + e^{-\xi}}{2}$, $\mathrm{Sin}\,\xi = \frac{e^{\xi} - e^{-\xi}}{2}$

Rys. 15. a.



Krzywa momentów

Jeżeli się rozchodzi tylko o główne punkta dla $x=0$, r i l, czyli dla $\xi=0$, ς i λ, wystarczające dla obrachowania wytrzymałości nawierzchni, to oznaczymy nawiasy wzoru 26. kolejno

$[\eta_0]$ i $[\mu_0]$ dla $\xi=0$, zaś $[\eta_\varsigma]$ i $[\mu_\varsigma]$ dla $\xi=\varsigma$ i $[\eta_\lambda]$ i $[\mu_\lambda]$ dla $\xi=\lambda$

a wtedy wzór powyższy przejdzie w następujący:

dla środka	dla punktu dział. siły	dla końca
$y_0 = \frac{\kappa R}{Cb}[\eta_0]$	$y = \frac{\kappa R}{Cb}[\eta_\varsigma]$	$y_l = \frac{\kappa R}{Cb}\cdot[\eta_\lambda]$
$p_0 = C y_0$	$p_r = C.y_r$	$p_l = C y_l$
$M_0 = \frac{R}{2\kappa}[\mu_0]$	$M_r = \frac{R}{2\kappa}[\mu_\varsigma]$	$M_l = 0$

27 ----

Dla różnych wartości ς i λ są powyższe nawiasy $[\eta_\varsigma]$, $[\mu_\varsigma]$ i $[\eta_\lambda]$ zestawione w dołączonej tabelce, urobionej podług tabeli VI. dzieła 2. Podług y obrachuje się p, zaś podług momentów wyznaczy się natężenia w podkładzie.

Przebieg linii momentów i ugięć zawisł od wymiarów podkładu, od stosunku $r:l$ i od znamienia żwirówki. Można dla tych linii uzyskać pewne dogodne stosunki przez odpowiednią zmianę długości podkładu.

I tak największe momenta otrzymują wtedy najmniejszą wartość, gdy będzie $M_0 = M_r$. Dla rachowanego przykładu normalnotorowej kolei, nastąpi to dla $C=3$ gdy $2l = 241$ cm, dla $C=8$ gdy $2l = 225$ cm, ale w tych przypadkach powstają wielkie różnice w ciśnieniach.

Najkorzystniejsze ugięcie nastąpi wtedy, gdy $y_o = y_l$.
Dla powyższego przykładu nastąpi ten warunek gdy $2l = 270$ cm. Ta długość jest znacznie większa niż u nas zwykle używana.

Co do materyału z jakiego podkład jest zrobiony, to jego wpływ na przebieg linii M i y jest nieznaczny. Mianowicie rachowane przykłady podkładów drewnianych i żelaznych o wymiarach zwykle używanych, wykazują małe różnice w przebiegu tych linii. –

§. 20. Linia ugięcia i rozkład ciśnienia podkładu równomiernie podbitego i w środku niepodbitego.

Dla należytego utrzymania położenia toru i jego szerokości, nie jest rzeczą obojętną jaki przebieg ma linia y i p. Dla pierwszego powinno być y_l mniejsze niż y_r, a ogydwa ugięcia możliwie małe, dla drugiego powinna w punkcie działania ciężaru R styczna do linii ugięcia być poziomą lub do poziomu zbliżoną. Przykłady rachowane przez Zimmermanna a przedstawione na tablicy XI. działa 2. wykazują dla trzech długości I. II. III wynoszących 240, 255 i 270 cm, że tylko ta ostatnia długość czyni zadosyć powyższym warunkom, że zatem długość 240 cm a najwyżej 250 cm u nas zazwyczaj używana, jest dla należytego utrzymania toru za małą. Podkłady krótkie mogą doznać przeto poprawy, że się ich w środkowej partyi nie podbije. Przeto środkowa partya obniży się a końce podniosą się do góry, tak że już podkład I. przedstawia dosyć korzystne stosunki. Jednakże w tym przypadku doznają y_r i p_r znacznego powiększenia, a gdy się jeszcze zważy że żwir podbity podczas ruchu w miejsce niepodbite się usuwa a przeto utrudnia utrzymanie toru w należytej wysokości, to się okaże zastosowanie długiego i sztywnego podkładu jedynie właściwe.

§. 21. Szyna jako belka ciągła na poddających się podporach.

Stosownie do przedstawienia w §.1. rys. 2. szyna nawierzchni poprzeczny ugnie się pod obciążeniem o tyle, ile wynosi wgłębienie podkładów w podłoże <u>w punkcie działania siły</u>. To wgłębienie wynosi podług wz. 27. $y_r = \frac{4R}{Cb}[\eta/\xi]$. Nazwijmy literą v to wgłębienie y_r, któreby powstało pod działaniem obciążenia $R=1$ (w kg) to podług wz. 27 i 8. wyznaczy się:

28. .... $\frac{y_r}{R} = v = \frac{4}{Cb}[\eta/\xi] = \frac{1}{D}$ $R = D y_r$ $\frac{y_r}{R} = \frac{1}{D} = v$ $y_r = Rv$

Dla dowolnego ciężaru R jest zatem poddanie się podkładu.

28.a. .... $y_r = R v$.

Na podkładach żelaznych jest to poddanie się podkładu czyli wgłębienie równe zeznany ugięcia szyny. Inaczej rzecz się przedstawia na podkładach drewnianych. Z powodu ściśliwości materyału drzewnego, szyna obciążona wgłębi się naprzód w podkład a potem razem z podkładem w podłoże. Jeżeli v' oznacza wielkość ściśnienia podkładu pod ciężarem $R=1$, to aby otrzymać ugięcie szyny trzeba do wgłębienia podkładu v dodać v'. Z doświadczeń Webera wynika, że średnio wynosi ściśnienie podkładu 0·1 cm, jeżeli powierzchnia f, którą szyna spoczywa na podkładzie jest obciążona 7 kg na 1 cm². Zatem z proporcyi $v':1=0{\cdot}1:7f$ wyznaczy się:

29 .... $v'=\frac{1}{70f}$

a ugięcie szyny nawierzchni drewnianej pod obciążeniem R wyniesie:

29a .... $y_r=R(v+v')$

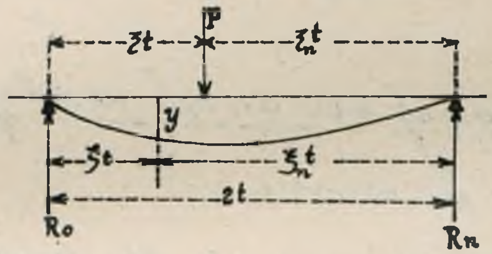
Gdy szyna spoczywa na płytce podkładowej, to f= powierzchni spodu płytki.

Szyna nawierzchni poprzecznej przedstawia się jako belka ciągła ułożona na poddających się podporach, a te poddania się są proporcyonalne do reakcyi R działających na podkłady. Teoryę takiej belki można ustawić albo wychodząc ze znanych równań Clapeyrona, albo też wychodząc z belki na dwóch końcach wolno podpartej. Ten drugi sposób przedstawimy następnie pokrótce (ob. rozprawę nr. 7.)

§.22. Teorya belki ciągłej na poddających się podporach

Weźmy na uwagę belkę o długości $2t$ ułożoną na dwóch końcowych podporach i obciążoną ciężarem P.

Rys. 16.



Odstępy x dowolnego przekroju i siły P od podpór wyrazimy w częściach długości t, zatem ξ*) ξ_n, ζ i ζ_n są ułamkami.

W dowolnym punkcie belki, znajdującym się w odstępie ξt od lewej podpory, powstanie strzałka ugięcia y, która dla nie poddających się podpór wyrazi się wzorem:

$$y = P\frac{t^3}{12\varepsilon J}\left[\zeta(8-6\zeta+\zeta^2)\xi-(2-\zeta)\xi^3\right]$$

W tym wzorze odnoszą się ilości ε i J do rysunku.

Podstawmy $\frac{t^3}{12\varepsilon J} = w$ i uprośćmy, to będzie:

30. .... $y = Pw\left[\zeta_n\xi(4-\zeta_n^2-\xi^2)\right]$

a ugięcie y_p w punkcie działania siły:

30.a. .... $y_p = P.w.2\zeta^2\zeta_n^2$

*) Zważyć należy, że ξ ma tu inne znaczenie niż w poprzedzających paragrafach, omawiających nawierzchnię podłużną.

Oddziaływania podpór wynoszą $R_0 = P\frac{\zeta_n}{2}$; $R_n = P\frac{\zeta}{2}$

Jeżeli końcowe podpory się poddają, to podług wzoru 28. a. wyniesie poddanie się lewej podpory $R_0 v = Pv\frac{\zeta_n}{2}$, a prawej podpory $R_n v = Pv\frac{\zeta}{2}$. Z tych wgłębień przypadną dodatki do powyższych rzędnych y, mianowicie: $P\frac{v}{4}[\zeta\xi + \zeta_n \xi_n]$ dla y podług wz. 30., zaś $P\frac{v}{4}[\zeta^2 + \zeta_n^2]$ dla y_p podług wzoru 30 a. Podstawmy jeszcze

31. . . . . $\frac{v}{w} = \alpha$

<u>to rzędne ugięcia belki ułożonej na dwóch poddających się podporach</u> wyrażą się wzorami:

32.a. $y_\xi = Pw[\xi\zeta_n(4 - \xi^2 - \zeta_n^2) + \frac{\alpha}{4}(\zeta\xi + \zeta_n\xi_n)]$ dla punktu ξ po lewej stronie siły P.

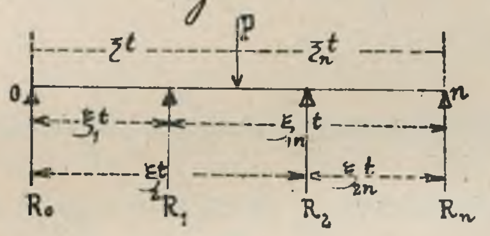
32.b. $y_\zeta = Pw[2\zeta^2\zeta_n^2 + \frac{\alpha}{4}(\zeta^2 + \zeta_n^2)]$ dla punktu działania siły. - Ugięcie punktu belki położonego po prawej stronie siły P znajdziemy, gdy w wzorze na y_ξ zamienimy ζ i ζ_n, jakoteż ξ i ξ_n.

<u>Wewnętrzne podpory</u> wywierają oddziaływania odwrotnie do siły P skierowane, jednakże ich wpływ na ugięcie belki wyznaczy się tymiż samymi nawiasami wzoru 32, tylko ze znakiem ujemnym i po wprowadzeniu za ζ i ζ_n odstępów tych podpór wewnętrznych od podpór końcowych. Wpływy ciężaru P i wszelkich oddziaływań wewnętrznych na ugięcie danego punktu

zesumowanych algebraicznie, dadzą całkowitą rzędną ugięcia tego punktu. Jeżeli ten punkt jest podporą, to ta sumaryczna rzędna musi się równać R.v (podług wzoru 28.a.)

Zastosujmy to dla dwóch wewnętrznych podpór [rys. 17.]. Jeżeli następnie użyte nawiasy mają dla skrócenia przedstawiać nawiasy wzoru 32., to ugięcie podpory 1. jako suma wpływów sił P, R_1 i R_2 otrzyma formę:

Rys. 17.



33.a. .... $R_1 v = P w \{\xi_n \xi_1\} - R_1 w \{\xi_1 \xi_{1n}\} - R_2 w \{\xi_{2n} \xi_{1n}\}$

zaś ugięcie podpory 2.:

33.b. .... $R_2 v = P w \{\xi \xi_2\} - R_1 w \{\xi_1 \xi_2\} - R_2 w \{\xi_2 \xi_{2n}\}$

Z tych dwóch równań można wyznaczyć obie niewiadome R_1 i R_2, zaś równania równowagi sił posłużą do wyznaczenia skrajnych oddziaływań R_0 i R_n. Znając nareszcie oddziaływania można obrachować momenta, ugięcia i ciśnienia p. Podobnie jak powyżej dla dwóch można dla dowolnej liczby wewnętrznych podpór ustawić tyle równań, ile jest podpór wewnętrznych, a z tych równań wyznaczyć niewiadome wewnętrzne oddziaływania.

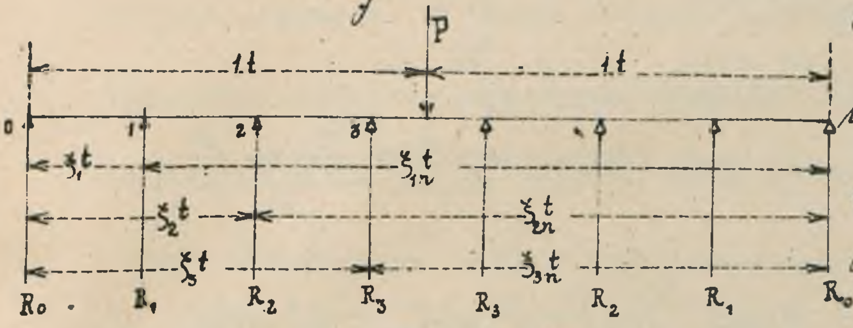
Tok nawierzchni poprzeczny możnaby podobnie jak tok nawierzchni podłużnej uważać jako pręt nieskończenie długi, jednakże dotychczas nie udało się ustawić teoryi takiego pręta, ułożonego na poddających się podporach. Przyjmuje się więc pręt o takiej długości i ułożony na tylu podporach, aby wyniki teoryi były dostatecznie dokładne. Rachunki porównawcze i doświadczenia wykazały co następuje: (podług rozpraw 1. i 3.):

Przebieg linii ugięcia szyny nawierzchni poprzecznej jest podobny do toku nawierzchni podłużnej, z czego wynika, że wpływ dalszych podpór na rzędne ugięcia pod ciężarem jest znikomy. Dla potrzebnych rachunków wystarczy przyjąć ułożenie pręta na trzech lub czterech podporach, — zaś zupełnie dostateczną dokładność uzyska się, jeżeli się przyjmie pręt ułożony na siedmiu lub ośmiu podporach.

§. 23. Szyna ułożona na ośmiu względem środka symetrycznie rozłożonych podkładach i obciążona w środku ciężarem P. Największy moment zgięcia.

Ten przypadek jest przedstawiony na rys 18. Z powodu symetrycznego układu podpór jest tylko trzy wewnętrznych oddziaływań do wyznaczenia, zatem mamy ustawić trzy równania, do których dojdziemy

Rys. 18.



następującą drogą. Weźmy naprzód pod uwagę podporę 1 i oddziaływanie R_1. Wpływ ciężaru P na tę podporę znajdziemy podług wz. 32.a. gdy weń wstawimy ξ_1 za ξ a $\zeta = \zeta_n = 1$.

34.... $P w\left[\xi_1(3-\xi_1^2) + \frac{\alpha}{2}\right] = \frac{1}{2} P w(\pi_1 + \alpha)$ gdy oznaczymy

34.a.... $\pi_1 = 2\xi_1(3-\xi_1^2)$ lub ogólnie $\pi_m = 2\xi_m(3-\xi_m^2)$

jako wpływ siły P na podporę m.

Podług wzoru 32.b. znajdzie się wpływ <u>lewego</u> oddziaływania R_1 na punkt 1., gdy się podstawi $\zeta = \xi_1$, $\zeta_n = \xi_{1n}$ [ob. rys. 18.] a R_1 za P_1 a zarazem zmieni znak:

$$-R_1 w\left[2\xi_1^2 \xi_{1n}^2 + \frac{\alpha}{4}(\xi_1^2 + \xi_{1n}^2)\right]$$

Podług wz. 32.a. znajdzie się wpływ <u>prawego</u> oddziaływania R_1 na punkt 1., gdy się wstawi:

ξ_1, ξ_{1n} za ξ, ξ_n, ξ_{1n} za ζ, ξ_1 za ζ_n a $-R_1$ za P: $-R_1 w\left[2\xi_1^2(2-\xi_1^2) + \frac{\alpha}{2}\xi_1 \xi_{1n}\right]$

Wpływ <u>pary</u> R_1 na punkt 1 będzie sumą dwóch ostatnich równań.

35........ $-R_1 w\left[4\xi_1^2(3-2\xi_1) + \alpha\right] = -R_1 w(\varrho_1 + \alpha)$, gdy

35.a. $\varrho_1 = 4\xi_1^2(3-2\xi_1)$ lub ogólnie $\varrho_m = 4\xi_m^2(3-2\xi_m)$

Podobnie znajdzie się wpływ lewej siły R_2 na punkt 1.:

$$-R_2\, w\left[\xi_1 \xi_{2n}(4-\xi_1^2-\xi_{2n}^2)+\tfrac{\alpha}{4}(\xi_1 \xi_2+\xi_{1n}\xi_{2n})\right]$$

i prawej siły R_2 na punkt 1.:

$$-R_2\, w\left[\xi_1 \xi_2(4-\xi_1^2-\xi_2^2)+\tfrac{\alpha}{4}(\xi_1 \xi_{2n}+\xi_{1n}\xi_2)\right].$$

Suma obydwu równań da nam wpływ pary R_2 na punkt 1:

36. .... $-R_2\, w\{2\xi_1[3\xi_2(2-\xi_2)-\xi_1^2]+\alpha\} = -R_2\, w(\varrho_{21}+\alpha)$ gdy

36. a. .... $\varrho_{21} = 2\xi_1[3\xi_2(2-\xi_2)-\xi_1^2]$

Na podstawie prawa odwrotności ma takiż sam wpływ para R_1 na punkt 2 zatem:

37. ...... $\varrho_{21} = \varrho_{12}$ lub ogólnie $\varrho_{mn} = \varrho_{nm}$

Jeżeli w powyższy sposób zestawimy wpływy siły P i wszystkich par oddziaływań na jedną podporę i zsumujemy je to suma musi się równać poddaniu się szyny na tej podporze określonego wz. 28a.

Takie równania możemy ustawić dla podpór 1. 2. i 3.

Podpora 1: $R_1 v = \frac{1}{2}P w(\pi_1+\alpha) - R_1 w(\varrho_1+\alpha) - R_2 w(\varrho_{12}+\alpha) - R_3 w(\varrho_{13}+\alpha)$

" 2: $R_2 v = \frac{1}{2}P w(\pi_2+\frac{\alpha}{2}) - R_1 w(\varrho_{12}+\alpha) - R_2 w(\varrho_2+\alpha) - R_3 w(\varrho_{23}+\alpha)$

" 3: $R_3 v = \frac{1}{2}P w(\pi_3+\frac{\alpha}{2}) - R_1 w(\varrho_{13}+\alpha) - R_2 w(\varrho_{23}+\alpha) - R_3 w(\varrho_3+\alpha)$

Jeżeli te równania podzielimy przez w i uwzględnimy że $\frac{v}{w}=\alpha$ (podług wz. 31.) to otrzymamy:

$$R_1(\varrho_1+2\alpha)+R_2(\varrho_{12}+\alpha)+R_3(\varrho_{13}+\alpha)-\tfrac{1}{2}P(\pi_1+\alpha)=0$$

$$R_1(\varrho_{12}+\alpha)+R_2(\varrho_2+2\alpha)+R_3(\varrho_{23}+\alpha)-\tfrac{1}{2}P(\pi_2+\alpha)=0$$

$$R_1(\varrho_{13}+\alpha)+R_2(\varrho_{23}+\alpha)+R_3(\varrho_3+2\alpha)-\tfrac{1}{2}P(\pi_3+\alpha)=0$$

Prawo tworzenia tych równań jest bardzo łatwe do rozpoznania. Z tych trzech równań wyznaczymy za pomocą wyznaczników trzy niewiadome wewnętrzne oddziaływania R_1, R_2 i R_3 zaś $R_0 = \frac{P}{2} - R_1 - R_2 - R_3$.

Dla dalszych celów przyjmiemy, że odstępy podkładów są jednakowe, równe a. Wtedy $t = \frac{7}{2} a$ zaś $w = \frac{t^3}{12EJ} = \frac{7^3 a^3}{2^4 6EJ}$

Wprowadźmy jeszcze:

38..... $u = \frac{a^3}{6EJ}$, zaś $\gamma = \frac{v}{u} = \frac{6EJv}{a^3}$, to $w = \frac{7^3 v}{2^4 \gamma}$ zaś $\alpha = \frac{v}{w} = \frac{2^4}{7^3}\gamma$

W wzorze dla γ odnoszą się E i J do szyny. Dla nawierzchni ułożonej na drewnianych podkładach należy za v wprowadzić $v + v'$ (wz. 29 i 29a.)

Po wprowadzeniu tych wartości w powyższe trzy równania i po ich rozwiązaniu, dojdziemy ostatecznie do następujących wyników:

Wspólny mianownik $N = 8[71 + 330\gamma + 194\gamma^2 + 4\gamma^3]$

Licznik dla R_0: $P[-3 + 57\gamma - 138\gamma^2 + 4\gamma^3]$

" " R_1: $P[18 - 231\gamma + 110\gamma^2 + 4\gamma^3]$

" " R_2: $P[-72 + 199\gamma + 330\gamma^2 + 4\gamma^3]$

" " R_3: $P[341 + 1295\gamma + 474\gamma^2 + 4\gamma^3]$

Moment w punkcie działania ciężaru:

$$M_0 = a\left(\frac{7}{2}R_0 + \frac{5}{2}R_1 + \frac{3}{2}R_2 + \frac{1}{2}R_3\right)$$

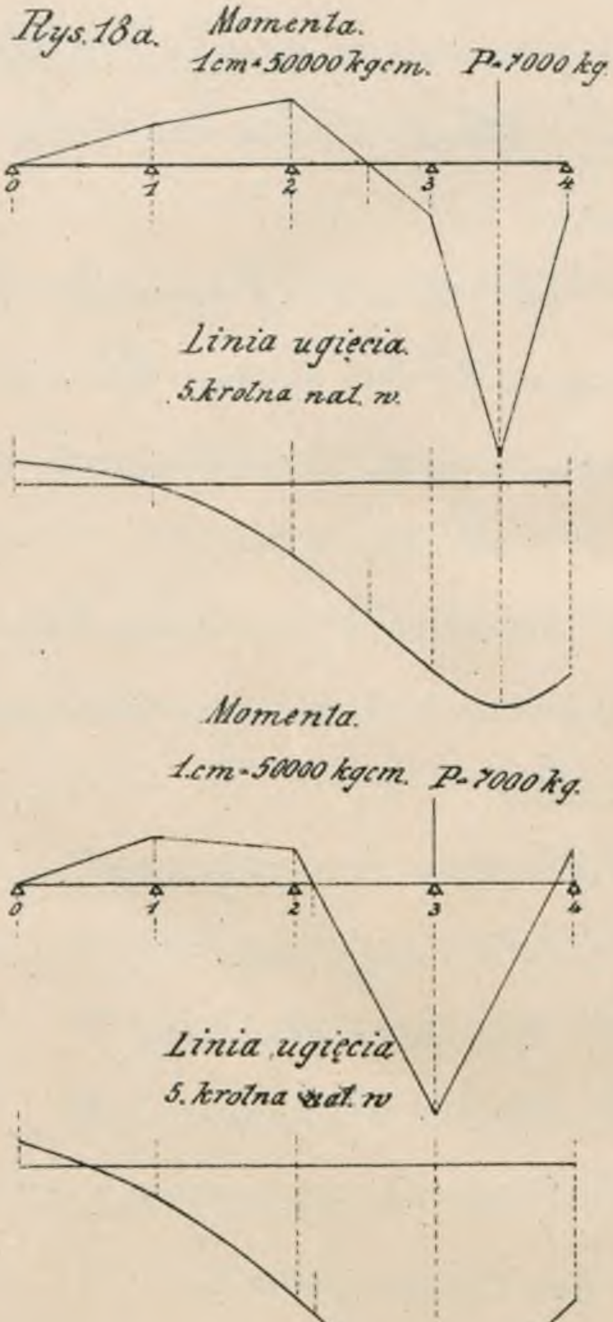
a po wstawieniu wartości za R:

Licznik dla M_0: $Pa[97 + 568\gamma + 524\gamma^2 + 32\gamma^3]$

Wykresy

dla $\gamma = 2{,}5$; $a = 90$ cm.

Rys. 18a.



wykreślić [illegible] według [illegible]

Dług. 1.cm = 50 cm.

Można także momenty na podporach obrachować, a wtedy wykres momentów bardzo łatwy), np.

$$M_2 = a(2R_0 + R_1).$$

Podług tych wzorów obrachowano tabele dla γ w granicach od 0 do 5·0. Podług tabel wykreślono załączoną tablicę II. W celu otrzymania oddziaływań trzeba obrachować γ, a dla tej wartości odczytać rzędną na odpowiedniej linii $[r_m]$ która pomnożona przez P da oddziaływanie. Rzędna linii $[m_0]$ ma być przez Pa pomnożona w celu otrzymania momentu M_0.

Na podstawie obrachowanych oddziaływań i momentów M_0 nie trudno wykonać wykres linii momentów (rys 18a)

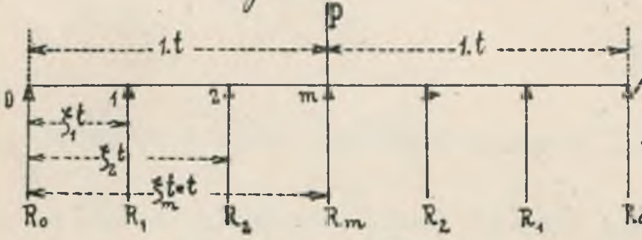
Moment M_0 jest największym momentem dla obciążenia jednym ciężarem. Podług tego momentu obrachuje się natężenie szyny $\sigma = \frac{M_0 e}{J}$.

Z wykreślonej linii momentów można znanym sposobem wykonać wykres linii ugięcia szyny [rys 18a)

§.24. Szyna ułożona na siedmiu względem środka symetrycznie rozłożonych podkładach. Największe ciśnienie na podkład.

W celu uzyskania największego ciśnienia na podkład powinien ciężar P znajdować się nad środkowym podkładem, stąd wypada nieparzysta liczba podkładów

Rys. 19.



Do znanych już z poprzedniego paragrafu wpływów par oddziaływań i wpływu siły P na dowolną podporę, przychodzi tu wpływ siły P na środkową podporę. Otrzymamy go z równania 32. b., gdy podstawimy $\xi = \xi_n = 1$.:

39. .... $P w.(2+\frac{\alpha}{2}) = \frac{1}{2} P. w(\pi_m+\alpha)$, gdy $\pi_m = 4$ (wz. 34a. dla $\xi_m = 1$.)

Wpływ oddziaływania R_m na środkową podporę przedstawi się podobnie jako $-\frac{1}{2} R_m w(\pi_m+\alpha)$

Wpływ pary oddziaływań na środkową podporę wyrazi się np. dla pary R_2 takim samym wzorem, jak siły P. na podporę 2., gdy się $-R_2$ za $\frac{1}{2}P$ podstawi w wzorze 34.:

$$-2R_2\, w\left[\xi_2(3-\xi_2^2)+\frac{\alpha}{2}\right] = -R_2\, w[\pi_2+\alpha]$$

To poprzedziwszy możemy dla każdej podpory wewnętrznej ustawić równanie jej wgłębienia:

Podpora 1.: $R_1 v = \frac{1}{2}(P-R_m)\, w(\pi_1+\alpha) - R_1 w(\varrho_1+\alpha) - R_2 w(\varrho_{12}+\alpha)$

" 2: $R_2 v = \frac{1}{2}(P-R_m)\, w(\pi_2+\alpha) - R_1 w(\varrho_{12}+\alpha) - R_2 w(\varrho_2+\alpha)$

" m: $R_m v = \frac{1}{2}(P-R_m)\, w(\pi_m+\alpha) - R_1 w(\pi_1+\alpha) - R_2 w(\pi_2+\alpha)$

Te równania podzielone przez w i uporządkowane:

$$R_1(\varrho_1+2\alpha) + R_2(\varrho_{12}+\alpha) - \frac{1}{2}(P-R_m)(\pi_1+\alpha) = 0$$

$$R_1(\varrho_{12}+\alpha) + R_2(\varrho_2+2\alpha) - \frac{1}{2}(P-R_m)(\pi_2+\alpha) = 0$$

$$R_1(\pi_1+\alpha) + R_2(\pi_2+\alpha) - \frac{1}{2}(P-R_m)(\pi_m+3\alpha) = 0$$

Zapomocą wyznaczników można z tych równań wyznaczyć niewiadome R_1, R_2 i R_m.

Jeżeli i w tym przypadku przyjmiemy jednakowe odstępy podkładów, równe $\underline{a}$ to $l=3a$, $w=\frac{l^3}{12\varepsilon J}=\frac{27a^3}{12\varepsilon J}$

Jeżeli jak poprzednio w wz. 38. jest $u=\frac{a^3}{6\varepsilon J}$, $\gamma=\frac{6\varepsilon J v}{a^3}$, to $w=\frac{27v}{2\gamma}$; zaś $\alpha=\frac{v}{w}=\frac{2}{27}\gamma$. Uwaga podana po wz. 38., odnosząca się do ε, J, v, ma i tu zastosowanie.

Co wprowadziwszy, otrzyma się ostatecznie

Wspólny mianownik: $N=26+193\gamma+196\gamma^2+7\gamma^3$

Licznik: R_0:..... $P\gamma[3-18\gamma+\gamma^2]$

" R_1:..... $P\gamma[-18+23\gamma+\gamma^2]$

" R_2:...... $P\gamma[46+57\gamma+\gamma^2]$

" $P-R_m$:...... $P\gamma[62+124\gamma+6\gamma^2]$

" R_m:.... $P[26+131\gamma+72\gamma^2+\gamma^3]$

" M_0:..... $Pa\gamma[19+49\gamma+6\gamma^2]$

Dla $\gamma=0$ (nie poddające się podpory) są wszystkie $R=0$, z wyjątkiem $R_m=P$. Także moment $M_0=0$.

Dla różnych wartości γ obrachowano tablicę, a podług niej wykonano wykres na załączonej tablicy III., której użycie jest analogiczne, jak tabl. II. — R_m jest to największe ciśnienie jakie przy działaniu jednego ciężaru P na podkład się przenosi. Tem ciśnieniem powodowane największe wgłębienie podkładu pod szyną jest $y_z=R_m v$, zaś największe ciśnienie jednostkowe na podłoże jest $p_z=C.R_m.v$. To R_m wprowadzi się również do obrachowania podkładu podług §. 19. wz. 26 i 27.

Uwaga. Moment M_0 podług §. 23. i ciśnienie R_m podług §. 24. doznają znacznego powiększenia, jeżeli podkłady najbliżej ciężaru P lub pod ciężarem się znajdujące nie są należycie podbite. (Ob. rozprawę 7. pod VII. przykład 6.)

§. 25. Wpływ kilku ciężarów na moment M_0 i ciśnienie R_m.

Wzory otrzymane w §§. 23 i 24. dla wpływu jednego ciężaru mogą wystarczyć dla obrachowania nawierzchni, jeżeli się rozchodzi o porównanie wytrzymałości dwóch różnych nawierzchni. Jeżeli się zaś rozchodzi o wyznaczenie największych natężeń, jakich doznaje nawierzchnia pod wpływem sił pionowych, to trzeba wprowadzić do obrachowania lokomotywę najniekorzystniej działającą na nawierzchnię.

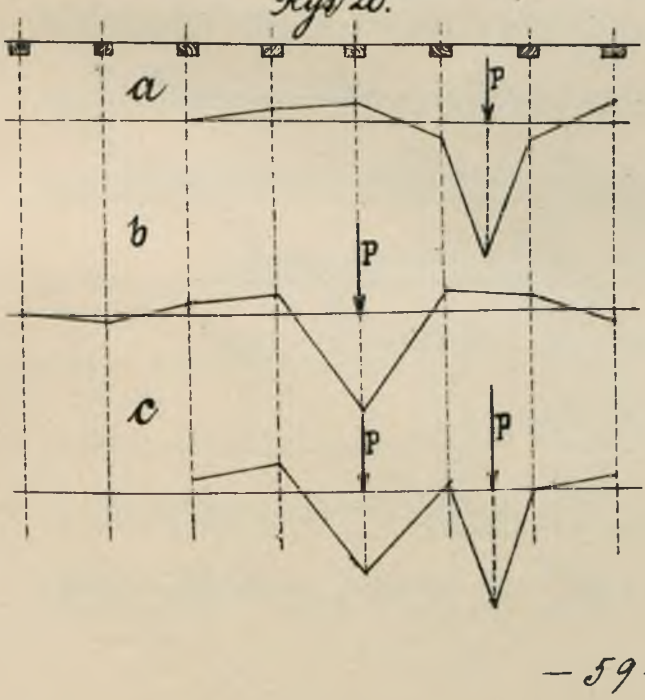
Jeżeli się uważa nawierzchnię poprzeczną jako belkę ułożoną tylko na kilku podporach, to sumowanie wpływów poszczególnych ciężarów, podobnie jak powiedziano w §. 8. dla nawierzchni podłużnej, – nie jest dopuszczalne. Mimoto wykonuje się takie sumowanie także dla nawierzchni poprzecznej, gdyż jak porównawcze rachunki z dokładniejszem postępowaniem wykazały, różnice są praktycznie dopuszczalne (Ob. rozprawę 7. pod nr. VIII.). Przy takiem sumowaniu zachodzi jednakże pewna trudność.

Oto tabl. I. i II. są zestawione tylko dla tych dwóch przypadków, gdy ciężar znajduje się albo w środku między dwoma podkładami, albo nad podkładem.

Z tego wynika, że sumowanie wpływów poszczególnych ciężarów może tylko w takim razie nastąpić, jeżeli rozstawy osi są tak dostosowane do odstępów podkładów, że ciężary wypadają albo nad podkładami albo w środku między podkładami.

W celu sumowania momentów, trzeba linię momentów wykreślić zapomocą oddziaływań na podkłady, poczem wykresy umieścić jeden pod drugim w należytem względnem położeniu i rzędne algebraicznie zesumować. Powiedzmy, że dwa jednakowe ciężary P mają odstęp równy półtorakrotnemu odstępowi podkładów, to jeden ciężar wypadnie między podkładami a drugi nad podkładem. Dla pierwszego jest

Rys. 20.



wykonany wykres 20.a., dla drugiego 20 b., wreszcie suma jest przedstawiona na 20 c. Ten ostatni wykres okazuje zmniejszenie największego momentu wobec wykresu a.

dla jednego ciężaru. — Z badań prowadzonych dla różnych wartości γ wynika, że momenta wywołane dwoma lub trzema ciężarami są zawsze mniejsze niż dla jednego ciężaru, jeżeli rozstaw osi przekracza $1{\cdot}2\,a$; a ponieważ rozstawy osi są zawsze większe niż ta wartość, to z tego wynika, że <u>kilka ciężarów wywiera mniejszy moment</u> niż jeden ciężar. Podobne stosunki znaleźliśmy dla nawierzchni podłużnej. —

Co do ciśnień R_m, to badania wykazują, że są one dla kilku ciężarów większe niż dla jednego, jeżeli rozstawy osi nie przekraczają $2\,a$ (dla małych γ) do $2{\cdot}8\,a$ (dla wielkich γ), to znaczy, że największa część lokomotyw ciężarowych i osobowych, jakoteż niektóre lokomotywy pospieszne obciążają podkłady niekorzystniej niż jeden ciężar. I tu znajdujemy podobne stosunki jak na nawierzchni podłużnej.

§ 26. Przykład obrachowania wytrzymałości nawierzchni poprzecznej pod wpływem sił pionowych.

Dane dla szyny: $J = 800\,cm^4$, $\frac{J}{e} = 130\,cm^3$, $\varepsilon = 2.10^6$. Następnie jest $C = 3$ zaś $P = 7000\,kg$.

1. <u>Nawierzchnia żelazna.</u> Dla podkładu dane: $J_p = 250\,cm^4$, $\frac{J_p}{e} = 50\,cm^3$, $\varepsilon = 2.10^6$, $a = 90\,cm$, odstęp środ-

ków szyn $2r = 150$ cm, $b = 25$ cm, $2l = 240$ cm.

Obrachuje się naprzód K dla podkładu z wz. 9.

$K = \sqrt[4]{\frac{Cb}{4eJ}} = \sqrt[4]{\frac{3 \cdot 25}{4 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 250}} = 0{\cdot}014$. Dla tej wartości jest $\varsigma = Kr = 75 \cdot 0{\cdot}014 = 1{\cdot}05$ a $\lambda = Kl = 120 \cdot 0{\cdot}014 = 1{\cdot}7$. Podług tych wartości znajdzie się w załączonej tabelce $[\eta_\varsigma]$, biorąc średnią z liczb pod $\varsigma = 1{\cdot}00$ i pod $\varsigma = 1{\cdot}10$ podanych. $[\eta_\varsigma] = 0{\cdot}6505$. Wstawmy tę wartość w wzór 28. a otrzymamy $v = \frac{K}{Cb}[\eta_\varsigma] = \frac{0{\cdot}014 \cdot 0{\cdot}6505}{3 \cdot 25} = 0{\cdot}00012$.

Na podstawie tej wartości obrachujemy wytrzymałość szyny. W tym celu obrachujemy podł. wz. 38. $\gamma = \frac{6 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 800 \cdot 0{\cdot}00012}{90^3} = 1{\cdot}58$. Dla tej wartości γ znajdziemy na tabl II. rzędną momentu (na krzywej M_0) $0{\cdot}277$, zatem moment $M_0 = P.a. 0{\cdot}277 = 7000 \cdot 90 \cdot 0{\cdot}277 = 174510$ kgcm, a natężenie szyny $\sigma = \frac{174510}{130} = 1343$ kg/cm^2.

Dla tejsamej wartości γ odczytamy na tabl. III. rzędną krzywej $R_m = 0{\cdot}492$ zatem największe ciśnienie na podkład: $R_m = 7000 \cdot 0{\cdot}492 = 3444$ kg. Tę wartość wstawimy w wz. 27, w celu obrachowania ugięć i natężenia podkładu. Dla powyższych wartości ς i λ odczytamy na tabelce $[\eta_\lambda] = 0{\cdot}6985$, $[\mu_\varsigma] = 0{\cdot}3394$, zaś przedtem już znaleźliśmy $[\eta_\varsigma] = 0{\cdot}6505$.

Możemy teraz obrachować podług wz. 27 największy moment działający na podkład:

$$M_r = \frac{R_m}{2x}[\mu_\varsigma] = \frac{3444 \cdot 0{\cdot}3394}{2 \cdot 0{\cdot}014} = 41746 \text{ kgcm}.$$

Natężenie podkładu $\sigma_r = \frac{M_r e}{J_p} = \frac{41746}{50} = \underline{\underline{835}}$ kg/cm²

Następnie jest $y_r = \frac{x R_m}{C \cdot b}[\eta_\varsigma] = \frac{0{\cdot}014 \cdot 3444 \cdot 0{\cdot}6505}{3 \cdot 25} = 0{\cdot}42$ cm

zaś $y_l = \frac{x \cdot R_m}{C \cdot b}[\eta_\varsigma] = \frac{0{\cdot}014 \cdot 3444 \cdot 0{\cdot}6985}{3 \cdot 25} = 0{\cdot}45$ cm,

zatem wgłębienie na końcu podkładu jest <u>większe</u> niż pod ciężarem.

Nareszcie ciśnienie na żwir pod ciężarem $p_r = C y_r = 1{\cdot}26$ kg/cm²

a na końcu podkładu $p_l = C y_l = 1{\cdot}35$ kg/cm²

<u>2. Nawierzchnia drewniana.</u> Dano dla podkładu:

$J_p = 6000$ cm⁴, grubość $= 15$ cm, więc $\frac{J_p}{e} = \frac{6000}{7{\cdot}5} = 800$ cm³

$\varepsilon = 120000$ kg/cm², $b = 25$ cm, $a = 90$ cm, $2r = 150$ cm, $2l = 240$ cm.

Tok rachunku jest takisam jak poprzednio.

$x = \sqrt[4]{\frac{3 \times 25}{4 \cdot 120000 \cdot 6000}} = 0{\cdot}0127$, zatem $\varsigma = 75 \cdot 0{\cdot}0127 = 0{\cdot}95$,

$\lambda = 120 \cdot 0{\cdot}0127 = 1{\cdot}52$. — Dla tych wartości jest podług tabeli $[\eta_\varsigma] = 0{\cdot}7139$, a $v = \frac{0{\cdot}0127 \times 0{\cdot}7139}{3 \cdot 25} = 0{\cdot}00012$.

Podług §. 21 mamy dla drewnianego podkładu zwiększyć to v o v' z wz. 29. Otóż gdy główna szerokość podkładu wynosi 15 cm, a stopka szyny 11 cm, to $f = 11 \times 15 = 165$ cm², a wtedy $v' = 1 : 70 \cdot 165 = 0{\cdot}00009$, zatem $v = 0{\cdot}00012 + 0{\cdot}00009 = 0{\cdot}00021$.

Następnie $\gamma = \frac{6 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 800 \cdot 0{\cdot}00021}{90^3} = 2{\cdot}76$. Dla tej wartości odczytamy na tabl. <u>II.</u> rzędną momentu $0{\cdot}31$, więc $M_0 = 7000 \cdot 90 \cdot 0{\cdot}31 = 195{,}300$ kgcm, a natężenie szyny:

$\underline{\sigma} = \frac{195300}{130} = 1502$ kg/cm².

Z tabl. III. odczyta się 0·434 jako średnią krzywej R_m, zatem $R_m = 7000 . 0·434 = 3038$ kg.

Dla powyższych ς i λ znajdziemy z tabeli $[\eta_{/\lambda}] = 0·7805$, $[\eta_{\varsigma}] = 0·2456$. Zatem $M_r = \frac{3038 . 0·2456}{2 . 0·0127} = 29375$ kgcm.

zaś $\underline{\sigma_r} = \frac{29375}{800} = \underline{37}$ kg/cm². $\underline{y_r} = \frac{0·0127 . 3626 . 0·7139}{3 . 25} = \underline{0·37}$ cm.

$\underline{y_l} = \frac{0·0127 . 3626 . 0·7805}{3 . 25} = \underline{0·40}$ cm, zatem wgłębienie końca jest większe niż pod szyną. Podług tej większej wartości obrachuje się ciśnienie na podłoże $\underline{p_l} = 3 . 0·40 = \underline{1·20 \text{ kg/cm}^2}$, zaś $p_r = 1·11$ kg/cm²

§.27. Nawierzchnia poprzeczna pod wpływem sił poziomych.

Powołując się na wz. 22 (w §.16) co do wielkości siły poziomej H, rozpatrzymy jej działanie na podkład i szynę.

__a. Podkład.__ Na podkład działa siła H w ten sam sposób jak na poprzeczkę nawierzchni podłużnej (ob. §.17.), więc jako ciągnienie i momentem, który się wyrazi wzorem $M_1 = H(h_1 + e_2)$ rys. 21.

Ten moment przenosi się wprawdzie po części na sąsiednie podkłady, jednakże dla pewności przyjmiemy że, jeden podkład musi mu stawić opór. (ob. rys. 21.). Jeżeli F oznacza przekrój poprzeczny podkładu, to podług §.17. wynosi natężenie przekroju na ciągnienie $\frac{H}{2F}$. Co do momentu, to wobec togo, że podkład jest całkowicie żwirem podbity, spowoduje on skręcenie podkładu w płaszczyźnie prostopadłej do osi toru, przezco w jednej połowie nastąpi zwiększenie, w drugiej zaś zmniejszenie ciśnienia p na podłoże. Ponieważ rozkład ciśnień p na jednostkę powierzchni, lub $p.b$ na jednostkę długości następuje w trójkącie, zatem ich obustronna wypadkowa R ma od środka podkładu odstęp $\frac{2}{3}l$. Oddziaływania R muszą być tak wielkie, żeby moment pary sił przez nie utworzonych równał się momentowi M, siły zewnętrznej H, zatem

$$R.\frac{4}{3}l = H(h_1+e_2') \text{ skąd } R = \frac{3H(h_1+e_2')}{4l}.$$

Jeżeli ciśnienie na końcach podkładów oznaczymy przez p_1 to $R = p_1 b \frac{1}{2} l = \frac{1}{2} p_1 b l$, a gdy ten wyraz wstawimy w powyższy za R, to wyznaczymy

40. .... $$p_1 = \frac{3H(h_1+e_2')}{2.b.l^2}$$

Pod szyną wynosi ciśnienie:

41. .... $$p_2 = \frac{r}{l} p_1$$

Otóż p_1 jest to zwiększenie ciśnienia p_1 (ob. wz. 27) p_2 zwiększenie ciśnienia p_2, zaś $\frac{p_1}{c}$ i $\frac{p_2}{c}$ są to zwiększenia wgłębień y_l i y_r.

Oprócz tego zwiększenia ciśnień na podłoże nie wywołuje moment M_1 natężeń w podkładzie. Natomiast partya występująca poza szyną zostaje na długości u narażona na zgięcie przez ciśnienia p. Jeżeli średnią wartość tych ciśnień nazwiemy p_3, to $p_3 = \frac{l-\frac{u}{2}}{l} p_1 = \frac{2l-u}{2l} p_1$ a moment wywarty w punkcie A wynosi w przybliżeniu:

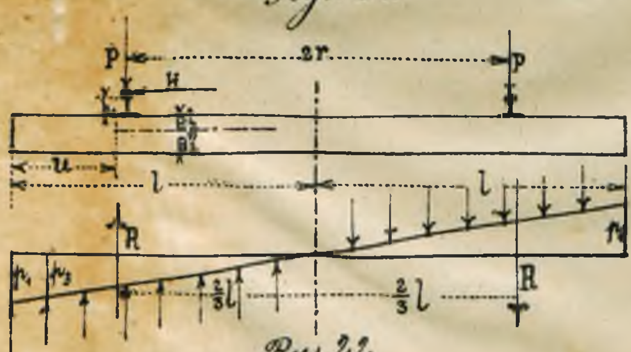
$$42. \quad \ldots\ldots \quad M_2 = b p_3 \frac{u^2}{2} = \frac{b(2l-u)u^2}{4l} \cdot p_1$$

Natężenie w podkładzie wyniesie zatem:

$$42a. \quad \ldots\ldots \quad \sigma_2 = \frac{H}{2F} + \frac{M_2 \cdot e_2''}{J_p}$$

i zwiększy natężenie spowodowane momentem M_r z wz. 27. To zwiększanie jest jednak tak małe, że je nie warto uwzględniać (ob. przykład.)

Rys. 21.



Rys. 22.

b. Szyna. Z rys. 22. widać, że szyna przedstawia belkę ciągłą na nieskończenie wielu

wielu podporach, które stanowią łączniki przytwierdzające szynę do podkładów, a obciążoną jedną siłą H. Jeżeli podpory się nie poddają, to g z wz. 38. równa się zeru, a wtedy podług §. 23. jest, gdy za P wstawimy H, $M_0 = \frac{97}{568} H a = 0\cdot171 H a$ *)
Jednakże nie można na to liczyć, że się podpory zupełnie nie poddadzą, dlatego zwiększymy ten moment na

43. .... $M_3 = 0\cdot2 H a$

Natężenie wywołane tym momentem wyrazi się:

44. .... $\sigma_3 = \frac{M_3 e}{J}$

W tym wzorze odnosi się e i J do pionowej osi obojętnej przekroju szyny. σ_3 obrachuje się dla stopki szyny i zsumuje z natężeniem wyznaczonem podług §.23.

§.28. Przykład obrachowania wytrzymałości nawierzchni poprzecznej pod działaniem sił poziomych.

Szynę i podkłady obierzemy też same co w przykładzie §.26. Dla chyżości 80 km/godz jest $H = 0\cdot24 P = 1680$ kg.

1. Podkład nawierzchni żelaznej.

Powierzchnia przekroju $F = 33\,cm^2$, $e'_2 = 3\,cm$, $e''_2 = 5\,cm$

*) Tęsamą wartość otrzymał Winkler dla szyny ułożonej na nieskończenie wielu podkładach.

$h_1 = 8$ cm. Natężenie podkładu na ciągnienie wynosi $\frac{H}{2F} = \frac{1680}{66} = 25{\cdot}5$ kg/cm². Z wzoru 40 i 41. obrachuje się

$$p_1 = \frac{3.1680(8+3)}{2.25.120^2} = 0{\cdot}08 \text{ kg/cm}^2, \quad y_1 = \frac{0{\cdot}08}{3} = 0{\cdot}03 \text{ cm}$$

$$p_2 = \frac{75}{120} 0{\cdot}08 = 0{\cdot}05 \text{ kg/cm}^2, \quad y_2 = \frac{0{\cdot}05}{3} = 0{\cdot}02 \text{ cm}$$

Z wz. 42., gdy $u = 39{\cdot}5$ cm:

$$M_2 = \frac{25(240-39{\cdot}5)\,39{\cdot}5^2}{4.120} \cdot 0{\cdot}08 = 1303 \text{ kgcm.}$$

$\frac{J}{e}$ wynosi 50 cm³, zatem $\sigma_2 = \frac{1303}{50} = 26$ kg/cm²

2. Podkład nawierzchni drewnianej.

Powierzchnia przekroju $F = 350$ cm², $e_2' = 7$, $e_2'' = 8$ cm $h_1 = 8$ cm. Natężenie przekroju na ciągnienie wynosi $\frac{1680}{700} = 2{\cdot}4$ kg/cm²

$$p_1 = \frac{3.1680(1+7)}{3.25.120^2} = 0{\cdot}11 \text{ kg/cm}^2, \quad y_1 = \frac{0{\cdot}11}{3} = 0{\cdot}04 \text{ cm}$$

$$p_2 = \frac{75}{120} 0{\cdot}11 = 0{\cdot}07 \text{ kg/cm}^2, \quad y_2 = \frac{0{\cdot}07}{3} = 0{\cdot}02 \text{ cm}$$

$$M_2 = \frac{25(240-39{\cdot}5)\,39{\cdot}5^2}{4.120} \cdot 0{\cdot}11 = 1792 \text{ kgcm}$$

$$\sigma_2 = \frac{1792}{800} = 2{\cdot}2 \text{ kg/cm}^2$$

3. Szyna. Z wz. 43.: $M_3 = 0{\cdot}2\,H\,a = 0{\cdot}2.1680.90 = 30240$ kgcm.

Jeżeli moment bezwładności przekroju szyny względem pionowej osi wynosi 200 cm⁴, zaś odstęp skrajnego włókna stopki od tej osi wynosi $5{\cdot}5$ cm, to $\sigma_3 = \frac{30240.5{\cdot}5}{200} = 832$ kg/cm²

Z tego przykładu widzimy jak ogromny wpływ wywiera siła pozioma na szynę, gdy pręciwnie na podkład jest jej wpływ nieznaczny).

Jeżeli powyższe natężenia dodamy do natężeń otrzymanych w §.26., to otrzymamy całkowite natężenia:

Podkład żelazny: $\sigma_1+\sigma_2 = 835+26 = \underline{861}\ kg/cm^2$

" drewniany $\sigma_1+\sigma_2 = 37+2 = 39\ kg/cm^2$

Szyna na żel. podkł. $\sigma+\sigma_3 = 1343+832 = 2175\ kg/cm^2$

" " drew. " $\sigma+\sigma_3 = 1502+832 = 2334\ kg/cm^2$

Ciśnienie żelaznej naw. $\begin{cases} p_l+p_1 = 1{\cdot}35+0{\cdot}08 = 1{\cdot}43\ kg/cm^2 \\ p_r+p_2 = 1{\cdot}26+0{\cdot}05 = 1{\cdot}31\ kg/cm^2 \end{cases}$

Ciśnienie drewn. naw. $\begin{cases} p_l+p_1 = 1{\cdot}20+0{\cdot}11 = 1{\cdot}31\ kg/cm^2 \\ p_r+p_2 = 1{\cdot}11+0{\cdot}07 = 1{\cdot}18\ kg/cm^2 \end{cases}$

§.29. Dopuszczalne natężenia

Szyna zużywa się przedewszystkiem na powierzchni głowy, a skoro to zużycie osiągnie pewną granicę, wtedy powinna być z toru usunięta. Natężenia przekroju szyny zużytej są znacznie większe niż szyny nowej, dlatego powinno być badanie wytrzymałości przeprowadzone dla nowej i dla zużytej szyny. Granicę zużycia głowy dopuszcza się zwykle do 1 cm, dla słabych szyn i kolei podrzędnych do 0·5 cm, natomiast Francuska kolej Wschodnia dozwala na zużycie swoich silnych szyn do 2·5 cm, Ponieważ w chwili osiągnięcia granicy zużycia szyna już zostaje usunięta, więc natężenie szyny zużytej może dojść do granicy proporcyonalności materyału szyny, która dla stali zlewnej dochodzi do 3000 kg/cm².

Podkłady wykonane z żelaza zlewnego mogą być natężone do 1500 kg/cm², zaś drewniane do 100 kg/cm².

Natężenie dopuszczalne żwirówki i wgłębienie nawierzchni stosują się do wielkości znaczenia podłoża.

Można przyjąć podług Engessera:

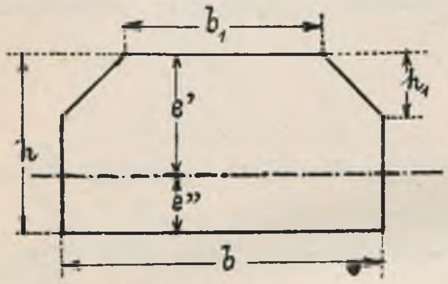
dla $C =$	3	8	30
$y =$	0·5	0·25	0·1 cm
$p =$	1·5	2·0	3 kg/cm²

Wszystkie powyższe liczby znajdą dopiero wtedy zastosowanie, gdy się uwzględni wszystkie wpływy działające niekorzystnie na nawierzchnię.

Jeżeli się zaś uwzględni tylko pionowe obciążenie jednym ciężarem, jak np. dla rachunków porównawczych, wtedy powyższe liczby muszą być znacznie zredukowane.

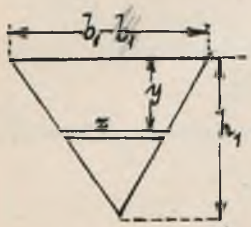
Dodatek.

Moment bezwładności przekroju podkładu drewnianego:



Powierzchnia $F = b(h-h_1)+\frac{1}{2}(b+b_1)h_1 = bh-\frac{1}{2}(b-b_1)h_1$.

Moment statyczny pełnego prostokąta: $\frac{1}{2}bh^2$.



Moment statyczny trójkąta względem górnej podstawy $\int_0^{h_1} z\,y\,dy$.

Gdy $z : h_1-y = b-b_1 : h_1$, to $z=(h_1-y)\frac{b-b_1}{h_1}$.

zatem $\int_0^{h_1} z\,y\,dy = \frac{b-b_1}{h_1}\int_0^{h_1}(h_1-y)\,y\,dy = \frac{b-b_1}{h_1}\left[\frac{h_1y^2}{2}-\frac{y^3}{3}\right]_0^{h_1} =$

$= \frac{1}{6}(b-b_1)h_1^2$

Zatem całkowity moment stat. $S=\frac{1}{2}bh^2-\frac{1}{6}(b-b_1)h_1^2$

zaś $e'=\frac{S}{F}$, $e''=h-e'$.

Moment bezwładności pełnego prostokąta: $\frac{1}{3}bh^3$ względem górnej podstawy.

" " trójkąta $\int_0^{h_1} z\,y^2dy = \frac{b-b_1}{h_1}\int_0^{h_1}(h_1-y)y^2dy =$

$= \frac{b-b_1}{h_1}\left[\frac{h_1y^3}{3}-\frac{y^4}{4}\right]_0^{h_1} = \frac{1}{12}(b-b_1)h_1^3$.

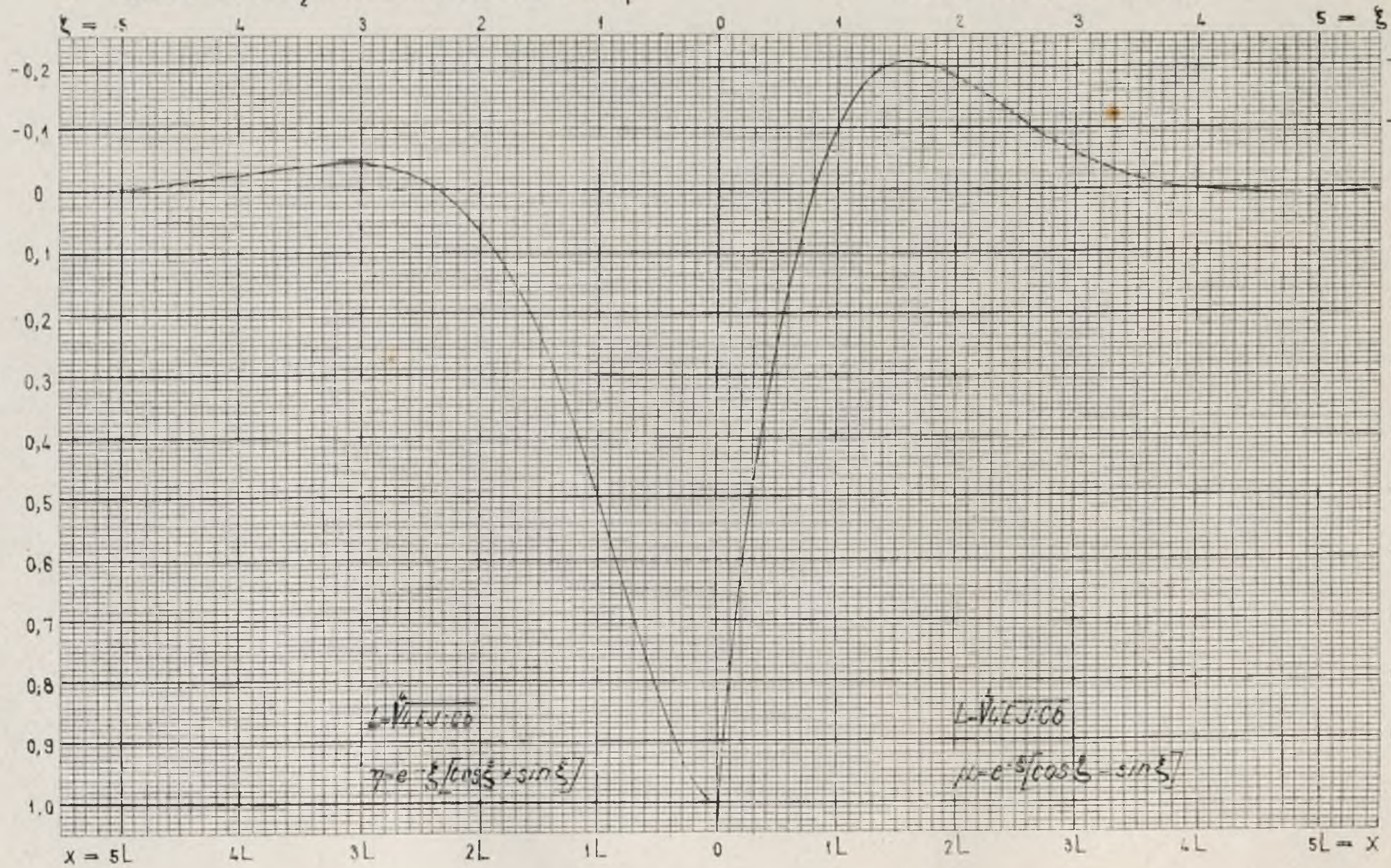
Zatem całkowity moment bezwładności względem górnej podstawy: $J_1=\frac{1}{3}bh^3-\frac{1}{12}(b-b_1)h_1^3$

Moment bezwładności względem osi ciężkości:

$J_x = J_1 - F(e')^2$

Koniec.

LINIE WPŁYWOWE

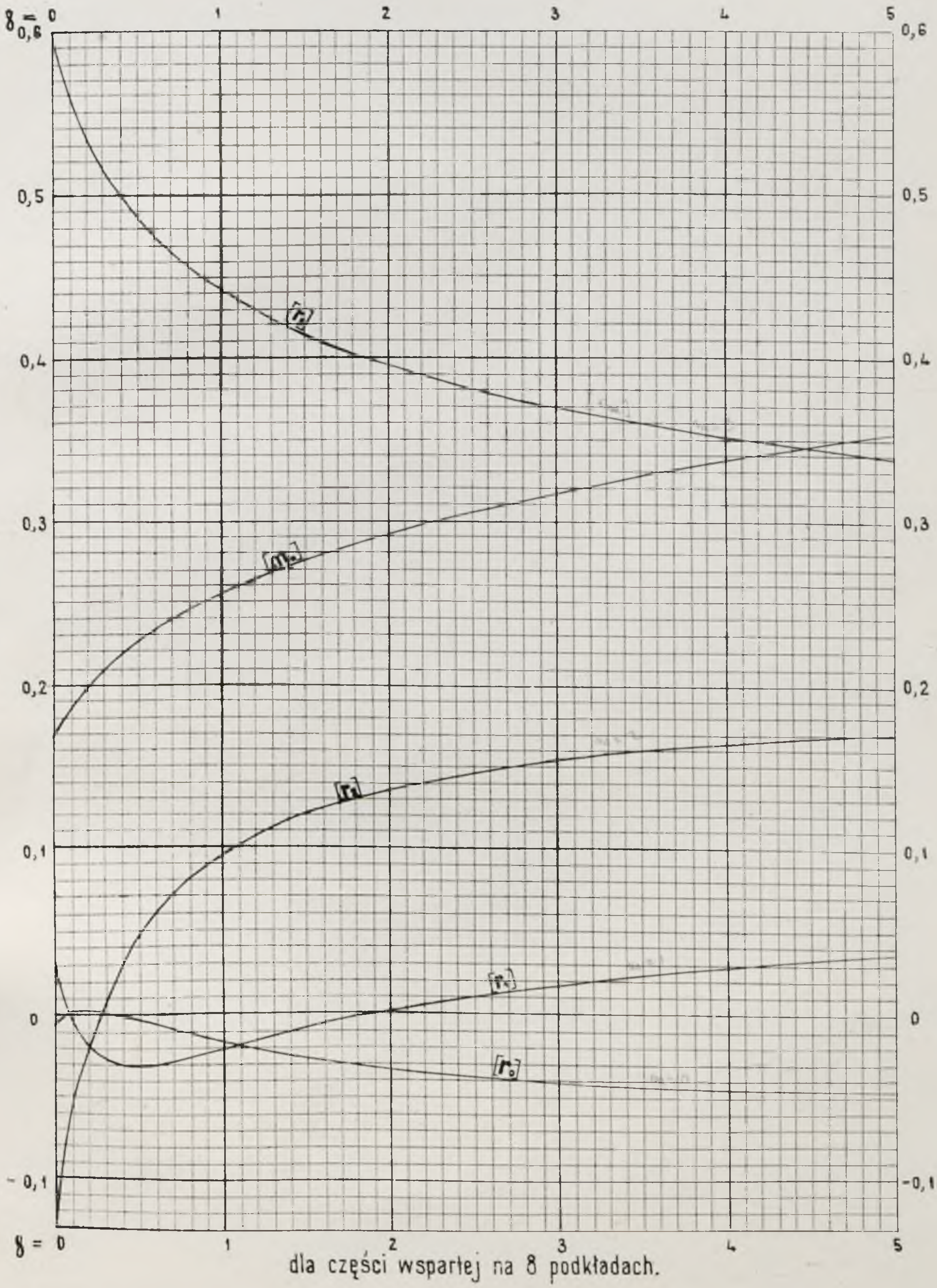


Zimmermann. Oberbau-Berechnung. § 20. tablica I i III.

Tabl. II.

TEORYA NAWIERZCHNI POPRZECZNEJ.

OBRACHOWANIE NAJWIĘKSZEGO MOMENTU

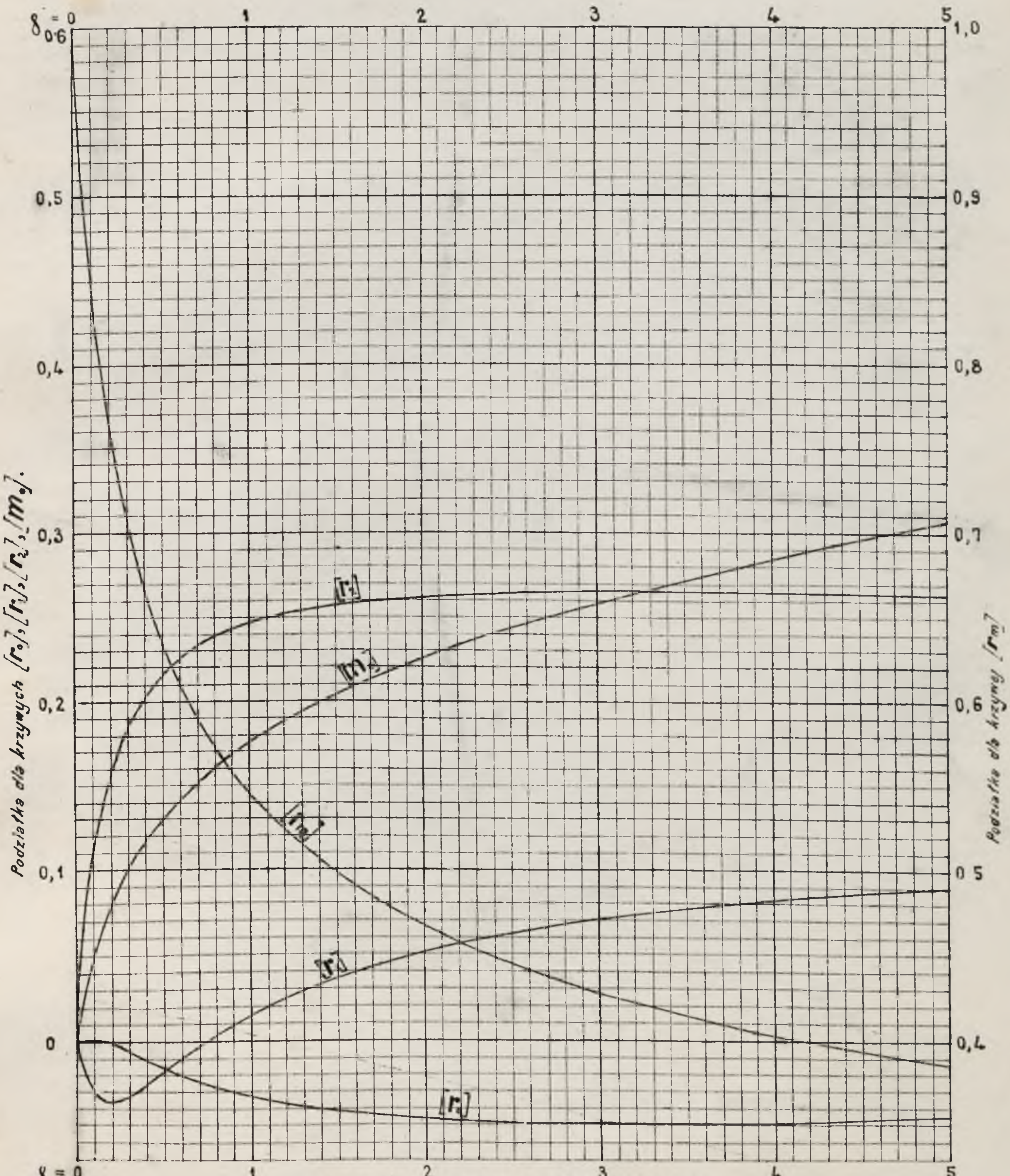


dla części wspartej na 8 podkładach.

Tabl. III.

TEORYA NAWIERZCHNI POPRZECZNEJ.

OBRACHOWANIE NAJW. CIŚNIENIA I UGIĘCIA.



dla części wspartej na 7. podkładach.

Obrachowanie nawierzchni poprzecznej.

s	ρ										s
	0·8	0·9	1·0	1·1	1·2	1·3	1·4	1·5	1·6	1·7	
	1·1321	1·2711	1·4753	=[ηρ]	·	·	·	·	·	·	
1·0	0·0482	0·0138	0·0000	=[ηρ]	·	·	·	·	·	·	1·0
	1·2406	1·3561	1·4753	=[ηs]	·	·	·	·	·	·	
	0·9936	1·1025	1·2721	1·5115	·	·	·	·	·	·	
1·1	0·0966	0·0478	0·0134	0·0000	·	·	·	·	·	·	1·1
	1·1118	1·2393	1·3735	1·5155							
	0·8838	0·9634	1·0981	1·2971	1·5695	·	·	·	·	·	
1·2	0·1521	0·0960	0·0483	0·0138	0·0000	·	·	·	·	·	1·2
	0·9819	1·1174	1·2624	1·4141	1·5695	·	·	·	·	·	
	0·7997	0·8521	0·9533	1·1122	1·3380	1·6399	·	·	·	·	
1·3	0·2090	0·1513	0·0971	0·0496	0·0143	0·0000	·	·	·	·	1·3
	0·8509	0·9906	1·1416	1·3020	1·4692	1·6399	·	·	·	·	
	0·7378	0·7663	0·8369	0·9581	1·1387	1·3879	1·7147	·	·	·	
1·4	0·2630	0·2079	0·1529	0·0994	0·0512	0·0148	0·0000	·	·	·	1·4
	0·7206	0·8606	1·0135	1·1777	1·3510	1·5310	1·7147	·	·	·	
	0·6946	0·7029	0·7470	0·8344	0·9732	1·1721	1·4404	1·7871	·	·	
1·5	0·3107	0·2612	0·2098	0·1562	0·1024	0·0530	0·0154	0·0000	·	·	1·5
	0·5938	0·7308	0·8816	1·0451	1·2195	1·4031	1·5933	1·7871	·	·	
	0·6660	0·6582	0·6803	0·7387	0·8407	0·9941	1·2078	1·4908	1·8524	·	
1·6	0·3502	0·3083	0·2632	0·2137	0·1602	0·1056	0·0549	0·0180	0·0000	·	1·6
	0·4735	0·6047	0·7501	0·9090	1·0802	1·2624	1·4535	1·6512	1·8524	·	
	0·6485	0·6284	0·6331	0·6678	0·7386	0·8525	1·0175	1·2423	1·5360	1·9078	
1·7	0·3809	0·3473	0·3102	0·2675	0·2186	0·1646	0·1087	0·0565	0·0165	0·0000	1·7
	0·3622	0·4854	0·6229	0·7742	0·9387	1·1153	1·3026	1·4988	1·7015	1·9078	
	0·6388	0·6099	0·6014	0·6174	0·6630	0·7439	0·8672	1·0408	1·2733	1·5740	
1·8	0·4032	0·3777	0·3492	0·3148	0·2731	0·2239	0·1688	0·1115	0·0580	0·0169	1·8
	0·2617	0·3755	0·5032	0·6448	0·7998	0·9677	1·1475	1·3379	1·5371	1·7429	
	0·6340	0·5992	0·5813	0·5832	0·6091	0·6636	0·7524	0·8827	1·0621	1·2995	
1·9	0·4179	0·4000	0·3799	0·3542	0·3210	0·2792	0·2290	0·1727	0·1139	0·0591	1·9
	0·1732	0·2766	0·3934	0·5238	0·6676	0·8245	0·9941	1·1754	1·3673	1·5679	
	0·6322	0·5938	0·5694	0·5613	0·5723	0·6062	0·6677	0·7624	0·8974	1·0805	
2·0	0·4265	0·4152	0·4026	0·3854	0·3610	0·3277	0·2850	0·2337	0·1759	0·1159	2·0
	0·0968	0·1895	0·2949	0·4132	0·5446	0·6892	0·8467	1·0167	1·1983	1·3904	

λ	ρ										λ
	0·8	0·9	1·0	1·1	1·2	1·3	1·4	1·5	1·6	1·7	
	0·6317	0·5915	0·5631	0·5480	0·5484	0·5670	0·6072	0·6738	0·7726	0·9105	
2·1	0·4303	0·4245	0·4184	0·4088	0·3928	0·3683	0·3342	0·2903	0·2376	0·1785	2·1
	0·0323	0·1143	0·2081	0·3141	0·4327	0·5641	0·7085	0·8656	1·0351	1·2162	
	0·6317	0·5908	0·5601	0·5407	0·5338	0·5412	0·5656	0·6105	0·6807	0·7821	
2·2	0·4305	0·4291	0·4285	0·4254	0·4169	0·4008	0·3755	0·3402	0·2949	0·2408	2·2
	-0·0210	0·0506	0·1330	0·2268	0·3325	0·4506	0·5813	0·7249	0·8810	1·0495	
	0·6315	0·5907	0·5591	0·5371	0·5255	0·5252	0·5381	0·5669	0·6152	0·6878	
2·3	0·4285	0·4303	0·4340	0·4362	0·4342	0·4257	0·4087	0·3821	0·3454	0·2986	2·3
	-0·0642	-0·0024	0·0691	0·1512	0·2443	0·3492	0·4663	0·5959	0·7381	0·8930	
	0·6308	0·5906	0·5589	0·5357	0·5212	0·5159	0·5209	0·5380	0·5699	0·6204	
2·4	0·4249	0·4292	0·4361	0·4426	0·4459	0·4437	0·4343	0·4160	0·3879	0·3496	2·4
	-0·0987	-0·0456	0·0157	0·0866	0·1678	0·2599	0·3635	0·4793	0·6075	0·7484	
	·	0·5902	0·5589	0·5353	0·5194	0·5110	0·5108	0·5198	0·5398	0·5738	
2·5	·	0·4265	0·4358	0·4455	0·4530	0·4561	0·4530	0·4422	0·4223	0·3927	2·5
	·	-0·0800	-0·0281	0·0323	0·1022	0·1822	0·2739	0·3754	0·4897	0·6166	
	·	·	0·5587	0·5353	0·5188	0·5088	0·5053	0·5089	0·5207	0·5428	
2·6	·	·	0·4339	0·4459	0·4566	0·4639	0·4660	0·4615	0·4490	0·4276	2·6
	·	·	-0·0634	-0·0126	0·0468	0·1154	0·1941	0·2837	0·3847	0·4977	
	·	·	0·5580	0·5352	0·5187	0·5080	0·5027	0·5029	0·5093	0·5230	
2·7	·	·	0·4311	0·4447	0·4576	0·4681	0·4744	0·4751	0·4689	0·4548	2·7
	·	·	0·0911	-0·0490	0·0007	0·0589	0·1263	0·2037	0·2920	0·3918	
	·	·	·	0·5348	0·5187	0·5079	0·5018	0·5001	0·5029	0·5111	
2·8	·	·	·	0·4424	0·4569	0·4696	0·4791	0·4839	0·4830	0·4751	2·8
	·	·	·	-0·0778	-0·0369	0·0116	0·0686	0·1348	0·2111	0·2982	
	·	·	·	·	0·5184	0·5079	0·5016	0·4989	0·4998	0·5045	
2·9	·	·	·	·	0·4550	0·4693	0·4810	0·4890	0·4922	0·4895	2·9
	·	·	·	·	-0·0670	-0·0272	0·0202	0·0760	0·1412	0·2165	
	·	·	·	·	·	0·5077	0·5016	0·4987	0·4986	0·5012	
3·0	·	·	·	·	·	0·4678	0·4810	0·4913	0·4976	0·4991	3·0
	·	·	·	·	·	-0·0584	-0·0197	0·0267	0·0816	0·1458	

Tabl. VI: Zimmermann: Oberbauberechnung.

	$[\eta_\varsigma]$			$[\mu_\varsigma]$			$[\psi_\lambda]$		
λ	ς=0·5	0·6	0·7	0·5	0·6	0·7	0·5	0·6	0·7
1·0	1·0118	1·0121	1·0490	0·2424	0·1642	0·0995	0·9452	1·0324	1·1319
1·1	0·9361	0·9199	0·9359	0·3049	0·2253	0·1562	0·7947	0·8824	0·9937
1·2	0·8837	0·8533	0·8499	0·3611	0·2820	0·2144	0·6512	0·7487	0·8570
1·3	0·8495	0·8092	0·7874	0·4079	0·3353	0·2700	0·5162	0·6124	0·7245
1·4	0·8288	0·7765	0·7436	0·4459	0·3787	0·3191	0·3907	0·4844	0·5947
1·5	0·8179	0·7583	0·7152	0·4731	0·4127	0·3600	0·2736	0·3645	0·4714
1·6	0·8129	0·7486	0·6980	0·4906	0·4368	0·3917	0·1702	0·2559	0·3571
1·7	0·8113	0·7443	0·6886	0·5001	0·4526	0·4146	0·0802	0·1593	0·2536
1·8	0·8112	0·7431	0·6844	0·5031	0·4607	0·4293	0·0038	0·0078	0·1620
1·9	0·8109	0·7427	0·6822	0·5012	0·4635	0·4384	−0·0590	0·0057	0·0825
2·0	0·8105	0·7429	0·6827	0·4962	0·4619	0·4404	−0·1091	−0·0521	0·0165
2·1	0·8085	0·7421	0·6824	0·4895	0·4575	0·4398	−0·1481	−0·0983	−0·0384
2·2	0·8057	0·7407	0·6820	0·4821	0·4523	0·4367	−0·1771	−0·1342	−0·0825
2·3	0·8023	0·7386	0·6809	0·4747	0·4460	0·4323	−0·1972	−0·1608	−0·1166
2·4	0·8009	0·7355	0·6793	0·4676	0·4397	0·4270	−0·2087	−0·1770	−0·1417