

C

Nr 75262

Biblioteka Główna
Państwowa Warszawska



KRYSTALOGRAFIA

Nr 253

WEDŁUG WYKŁADÓW

PROF. D^{ca}

J. MOROZEWICZA

WYDANIE II^{ie}

popraw. i uzupełnione

NAKŁADEM

KOŁKA PRZYRODNIKÓW

U. U. J.

WSZELKIE

PRAWO ZASTRZEŻONE

KRAKÓW

1907.



C.15260

Do Biblioteki Nadworskiego Instytutu
Akademickiego

Nadwornik, 4 listopada 1932r

Całkowity koszt



Dr Mroka *20/10/1887*
Kryształografia

Wydanie I. Warszawa 1887

Wstęp.

Kryształografia właściwie jest nauką o własnościach materji stałej, jako środowisku pewnych zjawisk fizycznych. Dawniej uważano ją tylko za naukę pomocniczą mineralogii. Z rozwojem wiedzy przekonało się jednak, że kryształografia obejmuje pomiekgd szersze horyzonty, będąc w istocie działem fizyki, rozstraszającym nie tylko własności ciał mineralnych lecz i organicznych - byle jednorodnych. Będąc nauką fizyczną, kryształografia postępuje się metodami matematycznymi i dlatego powinna być wykładana w łączności z innymi działami fizyki i przez fizyka lub matematyka. Lecz silę przedstawionego natogu wyższe uczelnie naukowe wykład jej powierzają wężsi jerrze mineralogom i zupełnie błędnie zaliczają do nauk geologicznych, co spowodowało wiele trudności zarówno dla uczniów jak i dla nauczycieli, którym brak odpowiedniego przygotowania matematycznego.

Katedra krystalografii powinna być odrębna i samodzielna!

Ciała jednorodne - krystaliczne i bezpostaciowe.

Ciałem jednorodnym nazywamy takie, które w każdym swym punkcie posiada te same własności chemiczne i fizyczne. Ciała jednorodne mogą być albo krystaliczne albo amorficzne czyli bezpostaciowe.

Środowisko amorficzne tem się różni od krystalicznego, że jego własności fizyczne we wszystkich kierunkach są jednakowe. Jeżeli z twardego ciała jednorodnego wyciosamy walce jednakowej długości i średnicy w rozmaitych kierunkach i jeżeli sztabki te będą przeprowadzać zupełnie jednakowo np. ciepło lub elektryczność, to użyte ciało twarde będzie amorficzne, w przeciwnym zaś razie będzie krystaliczne.

W obu razach próby wycięte w kierunkach równoległych będą zachowywać się jednakowo.

Ciała krystalicznych jest bez porównania więcej niż bezpostaciowych, a w dodatku te ostatnie mogą z biegiem czasu przechodzić w ciała krystaliczne. Przykładem tego jest bezwodnik arsenawy, który jest bezpostaciowy, a z biegiem czasu krystalizuje się. Cukier kietajony (sukier) przechodzi w ciało krystaliczne.

Jeżeli ciało krystaliczne podczas swego tworzenia się, pozostaje w stanie zawieszonym, wówczas dano są warunki aby zależnie od swych własności wewnętrznych przybrało postać wielościenną, otoczoną ścianami, które przecinają się w krawędziach. Takie wielościanniki krystaliczne, który podczas wolnego, bezprzewodnego wzrostu otacza się prawidłowymi ścianami, zowie się kryształem.

Kryształ jest wielościannem przyrodzonym, wykazującym w rozmaitych kierunkach rozmaite własności fizyczne. Elementami jego są ściany, krawędzie i kąty.

Powstawanie i wzrost kryształów.

Skoro ciało lotne lub ciekłe przechodzi w stan stały, wówczas, jak powiadamy, krystalizuje się. Tak para wodna ścinająca się wskutek ochłodzenia powietrza na śnieg, szron lub krystalizuje się, spada lub osiada w postaci regularnych utworów krystalicznych. Woda ciekła poniżej 0° przechodzi w lód, będący agregatem kryształów cienkich warstw. Wulkanach lotne produkty wybuchu sublimują się, czyli w rozkniecinie z zimniejszemi częściami krateru osadza się w stanie stałym; do ciał takich należą siarka, salmiak, sól kuchenna i inne. Ciekły produkt wulkaniczny, stygnąc, wydzielą również kryształy, do których nie

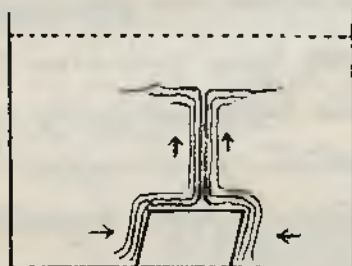
raz widzialne dla oka niewzbrojonego.

Najwiskrze i najwspanialsze kryształy powstają z roztworów ciał stałych w cieczach. Dzieje się to za sprawą rozpuszczalnika, którym w przyrodzie bywa najczęściej woda.

Kryształ powstaje może tylko z roztworu przesyconego, a to albo przez wysychanie rozpuszczalnika, albo też przez opadanie temperatury roztworu. W przyrodzie tą drogą powstają np. kryształy gipsu i soli kamiennych z wysychającej w zatokach odciętych wody morskiej; tak też powstają kryształy bardzo licznych minerałów żyłowych. Te tworzą się w szczelinach, przecinających pokłady ziemskie, wypełnionych krążącymi w nich roztworami.

Bardzo doniosłego znaczenia nabierają doświadczenia laboratoryjne skierowane do otrzymywania kryształów z roztworów nasyconych. Doświadczenia w tym kierunku poczynione pozwalają wnioskować głębiej w istotę wzrostu kryształów. Zaoretek kryształu, zjawiający się na dnie naczynia, napełnionego roztworem przesyconym, w samego początku przybiera postać wielościenną. Otaczającą go bezpośrednio warstwa roztworu składa na jego powierzchni część nadmiaru (przesycenia) ciała stałego i, stając się skutkiem tego ciejszą, wznosi się z nad kryształ ku górnej powierzchni cieczy. Od dotu zaś przyptykają ku kryształowi nowe ilości roztworu przesyconego, znowu oddając

inną część przesylenia i ciągnę ku górze; proces ten odbywa się tak długo, dopóki ostateczny zasób przesylenia nie zostanie w ten sposób złożony na ścianach kryształu (lub raczej kryształów). Zjawisko to zostało nazwane prądami koncentracyjnymi. Pto-



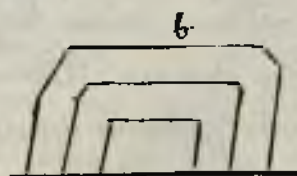
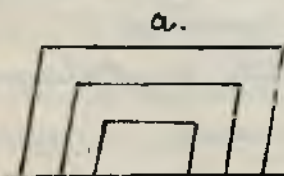
maczy ono wiele zewnętrznych właściwości kryształów.

Jeżeli skutkiem jakich zaburzeń w roztworze prądy koncentracyjne dostarczą jednej stronie kryształu więcej materiału odrzu-

czego, to z tej strony kryształ narastać będzie szybciej.

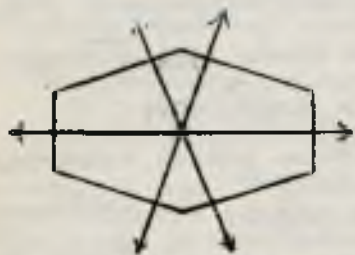
Podczas wzrostu kryształu jedne jego ściany mogą zupełnie zniknąć, inne mogą się rozrosnąć, trzecie powstać na nowo.

Taki mechanizm wzrostu kryształu jest źródłem wielu niedokładności jego wykrystalcenia zewnętrznego, które tylko rzadko odpowiada idealnym postaciom geometrycznym. Zawsze atoli ściany kryształu narastającego prze-



biega się równoległe do ramy sieć (fig. a). Fig. b. przedstawia schemat zanikania i powstawania ścian podczas

wzrostu. Stąd wynika, że w kryształach główną rolę odgrywa nie absolutne położenie ścian, lecz ich wzajemne nachylenie czyli kierunki narastania. Te zaś mierzą się naj-
prościej za pomocą pionów rzuconych z jakiegoś punktu
wewnątrz kryształu na jego ściany.



Kąty między tymi pionami mierzą jednocześnie kąty pomiędzy ścianami kryształu (dotykające do 180°).

Lewą stronę postaci kryształu i forma jego ścian może podlegać

zmierzynm wariacjom, lecz kąty wzajemnego nachylenia ścian pozostają zawsze niezmiennie.

Stalosc kątów kryształu - to nierozdzielne zasadnicze prawo krytalografii. Dla każdego określonego ciała kąty jego kryształów są wielkościami stałymi w danej temperaturze i charakterystycznymi.

Poócz tego prawa zna krytalografia jeszcze dwa inne prawa zasadnicze: prawo racjonalności (wymierności) parametrów ścian kryształu i prawo symetrii.

Te trzy prawa stanowią treść i istotę krytalografii, i o nich tylko w następstwie będzie mowa. Wzrastano je empirycznie prawami krytalografii dlatego, że zostały odkryte na drodze indukcyjnej przez szereg doświadczalnych i spisy krytalograficznych. Krytalografia

współczesna z tych zasadniczych praw wyprowadza drogą dedukcyi i przewiduje takie własności kryształów, których bezpośrednio dostrzedz nie można, które jednak są logicznem następstwem faktów poznanych empirycznie. Jest to już najwyższy stopień rozwoju nauki, którym posługiwać się mogą tylko astronomia, mechanika i niektóre działy fizyki.

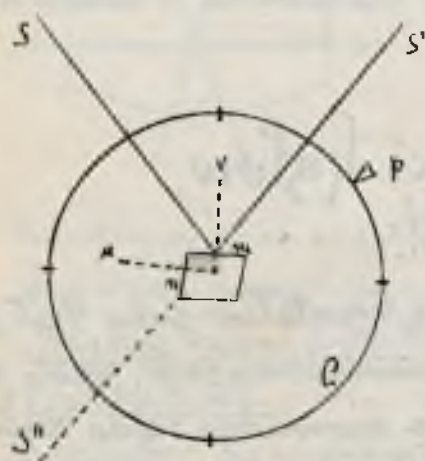
Prawo stałości kątów i jego skutki.

Ponieważ istotną charakterystyką kryształów jako ciał geometrycznych stanowią kąty nachylenia ścian jego, przeto poznanie kryształu i jego oznaczenie sprowadza się do zmierzenia jego kątów. Do tego celu służą różne przyrządy zwane goniometrami.

Goniometr ręczny (kontaktowy) jest najprostszym przyrządem tego rodzaju. Służy do pomiarów kryształów wielkich z dokładnością nie przekraczającą 1° . Składa się z półkola metalowego z podziałkami na całe stopnie i ze wskazówki umocowanej w środku półkola. Kierowany kąt kryształu umieszcza się pomiędzy brzośdzą półkola i wskazówką tak, aby brzośdza kryształu była prostopadła do brzośdzy instrumentu.

Goniometr refleksyjny (odbijający).

Urządzenie jego polega na następującej zasadzie: rolę wskazówki materialnej odgrywa tutaj promień światła, którego kierunek można oznaczyć bardzo ściśle. Gładkie ściany kryształu mają zdolność odbijania mniej lub więcej dokładnie promieni świetlnych. Jeżeli w S umieszcimy



źródło światła, w S' oko obserwatora a w n ścianę kryształu tak, abyśmy oko widziało w S'' odbicie źródła świetlnego, wówczas otrzymamy zupełnie określony bieg promienia $S \rightarrow S' \rightarrow S''$. Promień biegu tego nie zmienimy, i oko ujrzy odbicie światła w S'' ,

jeżeli obrócimy kryształ tak, że miejsce ściany n zajmie ściana m . Obrót wykonany możemy odczytać na kole C , obracając się obok nieruchomej wskazówki P . Kąt obrotu równać się będzie kątowi pomiędzy pionami μ i ν , zbudowanymi na ścianach m i n , gdzie po dokonanych obrocie pion μ zajmie położenie pionu ν , kąt zaś pomiędzy pionami (kierunkami wzrostu ścian) uważać będziemy, zgodnie z poprzedzającym, za kąt pomiędzy ścianami.

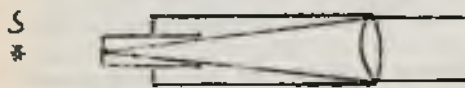
Aby pomiar wykonany był prawidłowo, trzeba, aby spełnione były następujące warunki:

- 1) krawędzie mierzonych ścian winna być prostopadłe do kąta, czyli innymi słowy, kąt winno leżeć w płaszczyźnie liniowego kąta tych ścian i mierzyć go swoim obrotem. W tym celu kryształ justuje się za pomocą osobnych urządzeń na goniometrze;
- 2) ściana m po dokonanych obrotach winna się znaleźć w poprzednim położeniu ściany n, a krawędzie obu ścian powinna przy tem zlewać się z osią obrotową goniometru. W tym celu kryształ centruje się za pomocą specjalnych urządzeń pomocniczych goniometru.

Do centrowania służą dwie przymocowane do osi goniometru płytki metalowe, ślizgające się na sobie pod kątem prostym, poruszane za pomocą śrub; do justowania zaś dwa cylindryczne segmenty, których osi są poziome i względem siebie prostopadłe. Segmenty te mogą także ślizgać się po sobie za sprawą odpowiednich śrubek.

Kolimator. Aby uniknąć błędów, wynikających z niedostatecznego centrowania, trzeba, aby promienie padały na ścianę kryształu były równoległe. Uskutecznia się to za pomocą t. zw. kolimatora, t. j. rury nieprzezroczystej o długości zmiennej, na jednym końcu zakrytej blaszką opatrzoną otworkiem; na drugim zaś zaopatrzoną

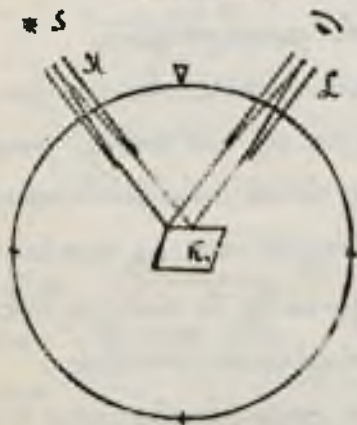
w soczewkę skupiającą. Otwór rury powinien się znajdować w ognisku tej soczewki. Promienie wychodzące ze źródła S , po przejściu przez soczewkę, biegną równolegle, a oko umieszczone



w dowolnej odległości od rury widzi otwór kolimatora jakby w nieskończoności.

Luneta, soczewka dodatkowa.

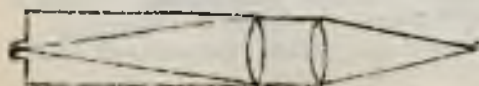
Aby nadać promieniom odbitym bieg określony, umieszczamy na ich drodze lunetę astronomiczną, ustawioną na nieskończoność. W ognisku soczewki lunetowej



znajduje się okular z naczygnicami na krzyż niemi. Tym sposobem otrzymujemy obraz światła powiększony i możemy go dokładnie wzmagać, t. j. nastawić na punkt przecięcia nici środek obrazu świetlnego.

Przed obiektywem lunety znajduje się jeszcze soczewka dodatkowa, którą można dowolnie wprowadzać w drogę biegu promieni, i której ogniskowa ma długość równą odległości jej od osi optycznej instrumentu. Podając

te soczewkę, zamieniamy lunetę



na mikro. kop. pozwalający rozpatrywać kryształ K , umieszczony na osi, w powiększeniu.

Noniusz. Bardzo ważną częścią składową goniometru są noniusze czyli werniery, zwiększające w wysokim stopniu dokładność pomiarów goniometrycznych. Jest to tutek nieruchomy, przystający średnio do kąta i zaopatrzony również w podziałki; zastępuje on miejsce zwykłej wskazówki. Podziałki jego są, współmierne z podziałkami kąta, lecz o pewien utamek od nich mniejsze. Zwykłe kąta goniometrów rozdzielone są na ćwierci 1 stopnia, t.j. każda podziałka równa się $15'$. Wówczas na noniuszu robi się podziałki mniejsze np. o $\frac{1}{15}$ od podziałek kąta, tak iż 14 podziałek tego ostatniego równa się 15 podziałkom noniusza.

Pomiaru za pomocą noniusza dokonywa się jak następuje: dajmy na to, że podziałka zerowa noniusza nie zlewa się z żadną podziałką kąta, gdy środek obrazu sparki kolimatora odpowiada zupełnie przecięciu się nitki okularu. Wówczas odczytujemy podziałkę kąta bezpośrednio poprzedzającą podziałkę zerową noniusza i odnajdujemy tę podziałkę noniusza, która zlewa się z którąkolwiek z następnych podziałek kąta. Liczba podziałek noniusza - od zera do zlewającej się z odśrodkową podziałką kąta - oznacza nam ilość minut, reszt-

tych pomiarów odczytano ostatnią podziałkę kąta a zerem nominału. Wynika to z tego, iż do każdej podziałki nominału, zaczynając od tej, która zlewa się z podziałką kąta aż do zerowej, dodać należy po $1/15$ podziałki kąta, t.j. po jednej minucie, ażeby otrzymać zupełne zbieżenie się wszystkich podziałek nominału i kąta i zmieścić tem samem przestrzeń, dzielącą odczytaną podziałkę kąta od zera nominału.



Obok mamy kąt o podziałkach dwustopniowych; z położenia a widać, że 11 podziałek kąta odpowiada 12 podziałkom nominału, czyli, że każda podziałka tego ostatniego jest o $1/12$, t.j. $120':12 = 10'$, mniejszą od podziałki kąta. A więc w położeniu b odczytujemy bezpośrednio 30° i $20'$ z nominału, gdyż druga jego podziałka (nominału) zlewa się z podziałką kąta ($2 \times 10' = 20'$).

Graficzne przedstawiienie kryształów.

Statość kątów kryształu pozwala go zmierzyć i charakterystyczne jego kęsy wyrazić cyframi. Cyfry jednak nie dają nam konkretnego obrazu kryształu i dlatego

każdemu opisowi kryształu powinien towarzyszyć rysunek. Ten jednak wtedy tylko będzie posiadał wartość naukową, jeżeli będzie nie tylko przedstawiał dany kryształ, ale go i do pewnego stopnia zastępował, t.j. jeżeli będzie można na rysunku takim w braku pierwotnego dokonać pewnych pomiarów.

Najodpowiedniejszą powierzchnią takiego rysunku kryształu jest powierzchnia kuli. Aby kryształ przedstawić na kuli, dość na niej oznaczyć punkty styczności ścian z powierzchnią sfery. Punkty te otrzymamy, gdybyśmy kryształ umieszczony wewnątrz kuli zmusili do wzrostu równomiernego tak, iżby ściany jego stały się w pewnej chwili stycznymi do powierzchni kuli. Łącznie tych punktów styczności określa w zupełności położenie ścian kryształu i może służyć za jego obraz.

Promienie, łączące punkty styczności ze środkiem kuli, są pionami do odpowiednich ścian kryształu, czyli kierunkami ich wzrostu. Punkty styczności zwieemy biegunami ścian. W tym sposobie wyobrażenia kryształów na kuli krawędzie są średnicami kuli $\perp$ do widelkich kąt przechodzących przez odpowiednie bieguny ścian.

Drugi sposób przedstawiania kryształu na kuli jest

odwrotny: ściany przedstawione są jako wielkie kółka a krawędzie jako punkty (końce średnic). W tym sposobie wyobrażamy, iż wszystkie ściany kryształu przechodzą przez środek kuli równoległe do położenia pierwotnego i rozrastają się odpowiednio, przecinając w wielkich kółkach. Średnice przecięć tych kół są - da krawędziami, które na kuli wyobrażają się jako punkty przecięć kół wielkich.

Pierwszy sposób przedstawiania kryształów na kuli nazywa się Biegunowym (anomicznym), drugi - kolistym (linijnym).

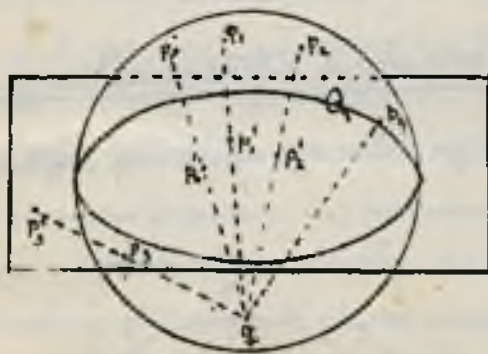
Na takich rysunkach kryształów na kuli łatwo jest zmierzyć kąty pomiędzy elementami kryształu, gdyż kąty te mierzą się wprost cyrklem jako kąty płaskie. Stulecie odtwarzanie kryształów na jednak też niedogodność, że niepodobna go wykreślić w innym płaszczyźnie i dodawać do opisu kryształów w książkach.

Wskutek tego uciekamy się do rozmaitych sposobów rysowania kryształów i ich wyobrażeń kulistych na płaszczyźnie.

Projekcja stereograficzna

Polega ona na tem, że punkty oznaczone na kuli przenoszą się na płaszczyznę jednego wielkiego kółka, obracając

go za kąt reutu. Jeżeli biegun jego (q) potrącamy + za pomocą prostych z punktami na kuli, które chcemy wyobrazić, to w punktach przecięcia tych prostych z płaskością kąta reutowego (Q) otrzymamy projekcję punktów na sferze. Jeżeli np. mamy na kuli dane punkty: $p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, \dots$, to celem ich rzuśnięcia na płaskość projekcji Q łączymy je prostymi z punktem biegunowym kąta projekcyjnego. Punkty przecięcia prostych z tym kątem, przedłużonym poza obszar sfery, będą reutami punktów danych na kuli: $p'_0, p'_1, p'_2, p'_3, p'_4, \dots$



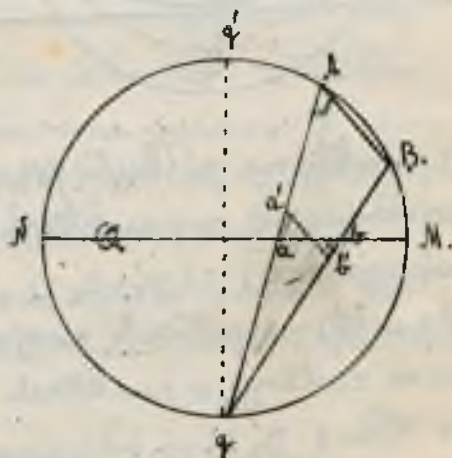
Z tego wynika, że:

- 1) punkty na półkuli przeciwnej biegunowi q (np. p_0, p_1, p_2) wyobrażają się w punktach położonych wewnątrz kąta projekcyjnego (p'_0, p'_1, p'_2) i
 - 2) punkty na półkuli posiadającej biegun q (np. p_3) oddalone zostaną w punktach na zewnątrz kąta projekcyjnego (p'_3) i
 - 3) punkty na granicy obu półkul leżące, t.j. na kole Q (np. p_4) będą jednocześnie stycznymi i antypodami.
- Projekcję stereograficzną możemy sobie wyobrazić

jesto w sposób następujący: umieścimy oko w q i wyobraźmy sobie, że Q jest płaszczyzną przezroczysto-matową, na której będziemy rysować punkty w tych miejscach, gdzie widzimy punkty $p_1, p_2, p_3, \dots$. Miejsca te znajdują się na promieniach wzrokowych $qp_1, qp_2, qp_3, \dots$, a więc będą rzutami punktów $p_1, p_2, p_3, \dots$. Długun q zwie się skutkiem tego punktem wzroczanym (widzenia), a sam rzut perspektywą.

Zasadnicze własności projekcyi stereograficznej.

Świade koło na kuli w projekcyi stereograficznej będzie również kołem.



Niechaj R będzie kołem na kuli, a r jego obrazem projekcyjnym na kole; r jest oczywiście przekrojem

skośnego stożka, którego podstawą jest P . Stożek ten może być przecięty symetrycznie wielkim kołem P przechodzącym przez q i q' . Przekroje kuli i stożka z tym kołem podaje figura prawa. Widzimy na niej, że ΔBtq i Δatq są podobne, gdyż $\angle Btq = atq$ (oba mierzą się $1/4$ obwodu kuli + łuk BtH). Kąt $\Delta atq = \angle Baq$ (oba mierzą się połową sumy łuków $Aq' + 180^\circ$ ($Mq + atq' - atq = 180 + atq$)). Trzeci kąt obu trójkątów przy q jest wspólny. Trójkąt atq możemy zatem obrócić tak, abyśmy zajęli położenie $at'q'$, przytem oczywiście i część stożka od r do q obróci się i zajmie położenie symetryczne do poprzedniego. W tem położeniu bok at' będzie równoległy do boku at , a zarazem i cięty przekroju r stanie się równoległy do przekroju P . Ponieważ w stożku przekroje równoległe są podobne, przeto i przekroju r będzie podobny do przekroju P , t.j. będzie kołem.

- Przy projekcyi mamy kilka przypadków:
1. Każde koło, przechodzące przez Biegun Q (punkt widzenia), przedstawia się na projekcyi w postaci prostej, gdyż stycznyzna jego dla oka umieszczonego w Q leży w linii prostej. Wielkie koła wyobrażają się przytem w postaci średnic koła projekcyjnego Q .
 2. Wielkie koła, nieprzechodzące przez punkt Q , przed-

stawia się na płaszczyźnie rzutu w postaci Tusków kół, wspierających się na średnicy kół $\odot$.

Siatka stereograficzna J. Wulfa.

Konstrukcja rzutu stereograficznego staje się rzeczą bardzo ułatwioną przez użycie siatki stereograficznej Wulfa. Jest to koło o średnicy 20 cm., na którym wyznaczone są południki i równoleżniki co 2° (dwa stopnie). Siatka wykreślona na brystolu służy jako szablon, z pomocą którego wykonywa się rysunki i konstrukcje przez cienką i przezroczystą kalkę.

Na kalce kreśli się koło zasadnicze i oznacza się jego środek i którąkolwiek z podziałek, ażeby jej można było przywrócić położenie pierwotne. Ponieważ siatka składa się z bardzo wielu kół o najrozmaitszych promieniach, więc niezbędne do konstrukcji kół można z niej wprost odjąć na kalce kopiować. Dla kół zamkniętych należy wykonać kalce odpowiedni obrót. Wykres jest tu więc całkowicie abstrakcyjny.

Należy zapoznać się z metodą siatki stereograficznej, rozwiązyemy przy jej pomocy kilka najważniejszych zadań projekcji stereograficznej.

1. Wykreślić wielkie koło przechodzące przez 2 dane bieguny i zmierzyć ich wzajemną odległość.

Kalkę należy koncentrycznie obracać na siatce, dopóki oba dane Bieguny nie znajdą się na jednym południku siatki, który to południk będzie szukaniem wielkiem kołem i który można skopiować od ręki. Łódź równoleżników da wprost kąt zawarty między Biegunami.

2. Znaleźć Biegun danego kąta wielkiego.

Kalkę obracamy koncentrycznie dopóki dane kąt nie złoży się z jednym z południków, a na równiku odnajdziemy punkt odległy 90° od niego. Punkt ten będzie poszukiwanym Biegunem.

Zadanie odwrotne polega na tem, że kalkę obracamy koncentrycznie dopóki Biegun nie znajdzie się na równiku; gdy to nastąpi, szukamy południka odległego 90° i kopiujemy go; będzie on poszukiwanym wielkiem kołem.

3. Znaleźć geometryczne miejsce punktów odległych od danego Bieguna o daną liczbę stopni. Miejsce to będzie oczywiście małe koło. Aby je wykreślić, trzeba znaleźć przynajmniej trzy leżące na niem punkty. Na kalkę więc koncentrycznie oznaczamy na południku, przechodzącym przez dany Biegun, punkt odległy o daną ilość stopni, co ukłucie się wprost przez przeniesienie równoleżników. Będzie to pierwszy punkt poszukiwanego małego koła. Następnie obracamy kalkę

o kąt dowolny koncentrycznie i odorakujemy takiż punkt na potudniaku, przechodzącym przez dany biegun w jego nowem względem siatki położeniu. W takiż sam sposób znajdujemy trzeci punkt kota. Dla dokładności jednak nie należy poprzestać na trzech punktach, lecz oznaczyć ich możliwie dużo. Skoro punkty te zostaną wyznaczone, kalkę zsuwa się z położenia koncentrycznego i nakłada ekocentrycznie, szukając kota najdokładniej odpowiadającego znalezionym punktom i kopiuje się je od ręki.

Za pomocą siatki Wulfa można konstruować rysunki z dokładnością do $\frac{1}{2}^{\circ}$, co zwłaszcza do celów pedagogicznych najzupełniej wystarcza.

Określenie projekcji stereograficznej kryształu na podstawie zmierzonych kątów.

Oznacząc ściany kryształu liczbami 1, 2, 3, ..., umieszczamy bieguny ścian 1 i 2 na kole zasadniczem tak, iżby tworzyły między sobą kąt umiarkowany. Celem znalezienia punktu trzeciego, kreślimy dwa małe kota, których środki mierzą na w biegunach 1 i 2, a których sferyczne promienie równają się odpowiedniemu kątowi pomiędzy biegunem trzecim

a drugim i pierwszym. Biegum ściany 3 leży na jednym z punktów przecięcia obu kół. Ponieważ punktów takich jest 2, wybiera się ten, który odpowiada rzeczy-
wistości. Ścianę 4 i następne wiąże się w ten sam sposób z dwiema już znalezionemi i t. d., dopóki wyst-
kie ściany, a raczej ich biegumy nie znajdzie właści-
wego im położenia na kole projekcyjnym.

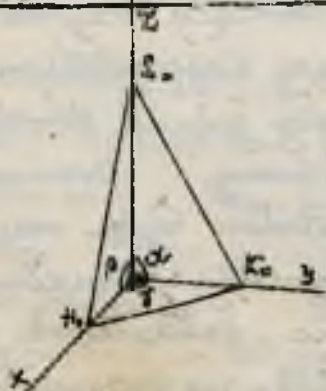
Drugie zasadnicze prawo krytalografii i jego rozmaite wyrozy. —

Łość ścian otaczających kryształ. Ograniczenie
kryształu bywa mniej lub więcej złożone. W przypadku
najprostszym kryształ ograniczają cetero tylko ściany,
(co jest ich liczbą minimalną) - tworzące oczywiście
czworoscian czyli tetraedr, będący najprostszym wie-
łoscianem krytalicznym. Z drugiej jednak strony
istnieją kryształy obfitujące w ściany. Minimum
ścian w rozmaitych grupach kryształów bywa rozmaite,
zależnie od ich przyrodzenia i symetrii. Maximum
zaś ścian nie ma właściwie granic, jakkolwiek nie
bywa zbyt wielkie. Wyjątkowo tylko na rozmaitych
kryształach (nie na jednym) spatu wapiennego na-

rachowano 1520 rozmaitych ścian, na płaszczyźnie - 1082 i t. p.

Czworościan zasadniczy. Z ogólnej liczby ścian kryształu zawsze możemy wybrać cztery ściany takie, aby przedłużone przecięły się i utworzyły czworościan. Krawędzie tego czworościanu mogą nie być obecne na kryształach, ale powstanie ich teoretycznie jest zupełnie możliwe. Trzeba tylko dla kryształu stworzyć takie warunki wzrostu, aby ściany czworościanu, rosnąc się, wzajemnie się przecięły. Krawędzie białego tetraedru mogą więc być albo obecne na kryształach, albo możliwe teoretycznie. Tetraedr w ten sposób wybrany zwie się czworościanem zasadniczym, a ściany jego zasadniczymi ścianami kryształu.

State kryształu i jego orientacja. Niechaj



OH_0KO_0 będzie czworościanem zasadniczym, złożonym z jakichkolwiek czterech ścian kryształu. Jedno z naroży czworościanu - O nazwiemy jego początkiem z trzy wychodzące z niego krawędzie i ich przedłużenia osiami Ox, Oy, Oz . Osi te leżą parami w trzech ścianach tetraedru zasadniczego: $H_0OK_0, K_0OL_0, L_0OH_0$,

które to ściany nazywamy płaszczyznami osiowymi albo ścianami osiowymi, i tworzą w tych płaszczyznach kąty α, β, γ . Składowe tetraedru zależy od wielkości tych kątów, tudzież od długości krawędzi OH_0, OK_0, OL_0 . Lecz ponieważ zgodnie z pierwszym prawem ważnym są nie absolutne wymiary elementów kryształów, lecz ich wzajemne ustosunkowanie, wystarcza przede wszystkim tylko stosunek krawędzi $OH_0 : OK_0 : OL_0$. Długości OH_0, OK_0, OL_0 , odcięte od osi przez ścianę $H_0K_0L_0$, nazywają się jednostkami osiowymi, i oznaczają się je literkami a, b, c. Ściana $H_0K_0L_0$ zwie się ścianą jednostkową. Stosunek jednostek osiowych przedstawiamy zwykle w postaci $a:b:c = m:n:p$

Z tego wynika, iż czworokąt zasadniczy w danym wyborze ścian zasadniczych, czyli jak się zwykło mówić, w danej orientacji kryształowej, charakteryzuje się wielkościami: kątami α, β, γ , oraz literkami: m i n. Wielkości te nazywamy statami kryształowymi w danej jego orientacji.

W praktyce zdarzają się często kryształy, ograniczone trzema parami równoległych ścian, a więc mające kształt równoległościanu. W takich przypadkach zupełne oznaczenie statów kryształowych jest niemożliwe, albowiem ze ścian równoległościennych niepodobna ująć

tetraedru. Trudność ta może być jednak usunięta, skoro umieścimy kryształ w odpowiednich warunkach wzrostu tak, żeby na narożach jego zjawily się nowe ściany, pozwalające na kompletne ościenienie starych.

Prawo wymierności stonurków, określające prosty związek wszystkich ścian kryształu ze ścianami tetraedru zasadniczego dowolnie wybranego, zostało odkryte w r. 1784 przez twórcę krytalografii, opata Haüy. Jest to najistotniejsze prawo krytalografii. Posiada ono trzy wyrazy (formy): arytmetyczny, geometryczny i fizyczny. Pod względem matematycznym wyznacza to prawo kryształom zasadniczo odległe stanowisko wśród wszystkich innych wielościannów (geometrycznych), pod względem zaś fizycznym określa różnicę ciat jednorodnych krystalicznych starych od innych gatunków tychże ciat.

Arytmetyczny wyraz zasadniczego prawa krytalografii: prawo wymierności wskazników.

Oznaczanie ścian kryształu za pomocą wskazników.

Symbole ścian. Niechaj do tetraedru zasadniczego OH koło prostego się jeszcze jedna ściana HPQ .

Wiedząc, że znajdujemy, że przecięcia ona on Ox, Oy ,

OZ w punktach H, K, L, i że jej położenie względem zasadniczej ściany jednostkowej wyrazić możemy za pomocą stosunków odcinków czyli parametrów

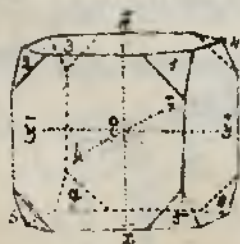
OH:OK:OL. Doświadczenie pokaże niemiennie
te stosunki.

$$\frac{OH_o}{OH} : \frac{OK_o}{OK} : \frac{OL_o}{OL} = h:k:l +$$

daje się zawsze wyrazić sto-

śnikiem trzech całych liczb wymiernych h:k:l względnie z O. Na tem właśnie polega arytmetyczny wyraz zasadniczego prawa krytalografii, gdyż położenie ściany HKL najzupełniej określa trzy oderwane liczby h, k, l, które przyjęto nazywać wskazówkami ściany. Wskazówki zamknięte w nawias (h, k, l) stanowią symbol ściany.

Osi krytalograficzne.



Zwykle przez punkt wewnątrz kryształu przeprowadzamy osi OX, OY, OZ, (które wprost nazywamy osiami: X, Y, Z) równoległe do krawędzi czworoboku, określonych za osi kryształu.

Poprowadzone w ten sposób proste zwieemy osiami krysta-
lograficznemi kryształu.

Z poprzedniego wynika, że osi te mogą być równoległe
z trzema jakimiśkolwiek bądź krawędziami, byleby nie
leżały w jednej płaszczyźnie.

Z punktu środkowego O każda oś biegnie w dwu prze-
ciwnych kierunkach, z których jeden bierzemy za dodat-
ni, drugi za ujemny. Powołujemy przyjęto koniec X
zwrócony do kaduceusza, prawy koniec osi Y, tudzież
górny oś Z uważać za dodatni i odpowiednio do
tego ustawić sam kryształ.

Jeżeli ściana przecina oś w jej końcu ujemnym, to pa-
rametr na tej osi, a co z tem idzie, i wskaźnik odpowied-
ni będzie ujemny. Ujemny charakter wskaźnika oznacza
się za pomocą znaku mniejszości, pisanego nad wskaźni-
kiem. Jeżeli np. ściany 1, 2, 3 8 odcinają od osi
jednakowe parametry tak, iż każda z nich może być
wyrażona jednakowymi wskaźnikami, to jednakże
wskaźniki te będą różnić się znakami, i każda z 8
jednakowych ścian otrzyma odmienny symbol, ściśle
określający jej miejsce na kryształ.

Ściana 1	strzyma symbol	(h, k, l)
— " — 2	— " —	$(h, \bar{k}, l)$
— " — 3	— " —	$(\bar{h}, \bar{k}, l)$

Ściana	4	strzyżma	symbol	$(\bar{h}, k, l)$
— " —	5	— " —	— " —	$(h, k, \bar{l})$
— " —	6	— " —	— " —	$(h, \bar{k}, l)$
— " —	7	— " —	— " —	$(\bar{h}, k, l)$
— " —	8	— " —	— " —	(h, k, l)

Doświadczenie poucza, że liczba ścian na kryształach nie bywa zbyt wielką, i że ściany te mają zazwyczaj wskaźniki proste, składające się z pierwszych liczb naturalnych, wciągając w nie i zero. Wskazniki rzadko kiedy przekraczają 10.

Symbol ścian tetraedru zasadniczego.

Przez jamę, że wskaźniki h, k, l ściany jednostkowej: $H_0 K_0 L_0$ winny być

$$h : k : l = \frac{OH_0}{OH_0} : \frac{OK_0}{OK_0} : \frac{OL_0}{OL_0} = 1 : 1 : 1$$

a symbol jej (111) .

Co się tyczy ścian osiowych, to, jak wiemy, każda z nich zawiera 2 osi i może być zastąpiona przez ścianę równoległą do tych osi a przecinającą os trzecią. Ściana równoległa do osi przecina ją w nieskończoności.

Skutkiem tego ściany osiowe $OH_0 K_0$, $OK_0 L_0$, $OH_0 L_0$ — otrzymają wskaźniki.

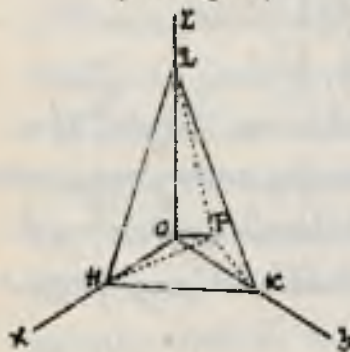
$$h : k : l = \frac{OH_0}{\infty} : \frac{OK_0}{\infty} : \frac{OL_0}{\infty} = 0 : 0 : 1$$

$$h : k : l = \frac{OH_0}{\infty} : \frac{OK_0}{\infty} : \frac{OL_0}{\infty} = 1 : 0 : 0$$

$$h : k : l = \frac{OH_0}{\infty} : \frac{OK_0}{\infty} : \frac{OL_0}{\infty} = 0 : 1 : 0$$

Odp. wielkie symbole tych ścian będą: (001) , (100) i (010) .

Wrażenie parametrów za pomocą cos kątów pomiędzy pionem ściany a osiami.



Niechaj x, y, z będą osiami, a HKL jakiegokolwiek ścianą. Przewiemy normalną Op z początku O na ścianę HKL . Koniec pionu p połączymy z H, K i L . Otrzymamy trzy prostokątne trójkąty z kątem prostym w punkcie p : OpH , OpK ,

OpL . Z trójkątów tych znajdziemy:

$$\begin{aligned} \frac{Op}{OH} &= \cos(p_x); \quad \frac{Op}{OK} = \cos(p_y); \quad \frac{Op}{OL} = \cos(p_z) \quad \text{czyli} \\ OH &= \frac{Op}{\cos(p_x)}; \quad OK = \frac{Op}{\cos(p_y)}; \quad OL = \frac{Op}{\cos(p_z)}; \quad \text{skąd} \\ OH:OK:OL &= \frac{Op}{\cos(p_x)} : \frac{Op}{\cos(p_y)} : \frac{Op}{\cos(p_z)}, \quad \text{czyli} \\ OH:OK:OL &= \frac{1}{\cos(p_x)} : \frac{1}{\cos(p_y)} : \frac{1}{\cos(p_z)}, \quad \text{t.j.} \end{aligned}$$

parametry (odcinki osiowe) ściany są odwrotnie proporcjonalne do cos kątów pomiędzy jej pionem a osiami.

Jednostki osiowe otrzymamy z takichże stosunków pomiędzy ścianą jednostkową a jej pionem p :

$$\begin{aligned} a:b:c &= OH_0:OK_0:OL_0 = \frac{\cos(p_0x)}{\cos(p_0y)} : \frac{\cos(p_0y)}{\cos(p_0z)} : \frac{\cos(p_0z)}{\cos(p_0x)} \\ \text{czyli } a/b:1:c/b &= m:1:n = \frac{\cos(p_0y)}{\cos(p_0x)} : \frac{\cos(p_0y)}{\cos(p_0z)} : \frac{\cos(p_0z)}{\cos(p_0x)} \\ m:1:n &= \frac{\cos(p_0y)}{\cos(p_0x)} : 1 : \frac{\cos(p_0z)}{\cos(p_0x)} \end{aligned}$$

Wskazniki h, k, l znaleźć odpowiedni wyraz:

$$h:k:l = \frac{\cos(p_x)}{\cos(p_{0x})} : \frac{\cos(p_y)}{\cos(p_{0y})} : \frac{\cos(p_z)}{\cos(p_{0z})}$$

[Wiemy, że $h:k:l = \frac{OH_0}{OH} : \frac{OK_0}{OK} : \frac{OL_0}{OL}$; podstawiając OH_0 i OH w powyższe wyrażenie, otrzymamy stosunek wskazany].
 Staleńności tylko co wyprowadzone, są bardzo ważne, gdyż na nich pierzają się wszystkie obliczenia kryształu. W istocie wiemy już, że kryształ można wyobrazić na kuli w postaci punktów $p_1, p_2, p_3, \dots$, będących punktami stycznymi kuli z normalnymi ścian. Na projekcji stereograficznej można także oznaczyć Biegunki osi x, y, z . Wówczas kąty $(p_x), (p_y), (p_z)$ daje się zmierzyć bezpośrednio na projekcji stereograficznej, a za pomocą wyprowadzonych wyżej wzorów daje się temsamem obliczyć zarówno jednostki osiowe jak i wskazniki ścian kryształu.

Przybliżone obliczenie statych kryształu za pomocą siatki stereograficznej. Mając projekcję stereograficzną kryształu, oznacza się najprzód Biegunki osi x, y, z . Ikonuraz, w pierw wyborze ścian osiowych: $(001), (100)$ i (010) . Os x będzie Biegunkiem wielkiego koła, przechodzącego przez Biegunki ścian (010) i (001) , os y będzie Biegunkiem wielkiego koła ścian (100) i (001) , wreszcie os z będzie Biegunkiem wielkiego koła ścian (100) i (010) . Za pomocą siatki stereograficznej

mierzy się następnie kąty pomiędzy osiami i wszystkimi ścianami (biegunami) kryształu, poczem odsekuje się odpowiednie cosinusy i ich znaczenia liczbowe i dziełi wszystkie otrzymane w ten sposób liczby przez odpowiednie liczby osiowy jednostkowej. W rezultacie otrzymujemy ze ścisłością $\frac{1}{3}^\circ$ wskaźniki ścian kryształu. Tym prostym sposobem daje się jednocześnie sprawdzić zasadnicze prawo krytalografii.

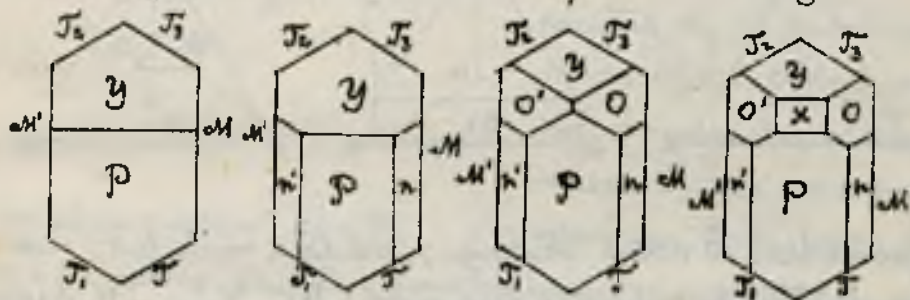
Wzraz geometryczny prawa zasadniczego.

Prawo pasowe.

Pasy ścian. Swoistą własnością wielościannów krytalograficznych jest to, iż krawędzie jego tworzą kilka układów linii równoległych. Krystof Weiss pierwszy ocenił doniosłość geometryczną tej właściwości i nazwał reszot ścian, przecinających się w krawędziach, pasem.

Pasy z łatwością daje się okonstatować za pomocą gonimetra refleksyjnego. Jeżeli kryształ umiessimy na podstawie wiezechotkowej tak, iżby dwie jego ściany biegły równolegle z osią obrotu kąta, to podczas całkowitego obrotu kąta wszystkie ściany, należące do pasa owych dwóch ścian odbijają po kolei światło, padające z kolimatora.

Treść prawa pasowego. Ściana, należąca jednocześnie do dwóch pasów i przecinająca się ze ścianami tych pasów, ma 2 pary równoległych krawędzi. Ponieważ 2 krawędzie równokierunkowe określają położenie ściany, przekr. nie przechodzącej, to z dwu pasów wielościannu można wyprowadzić nową ścianę, wspólną obu pasom. Czy jednak ściana ta będzie możliwą ścianą kryształu? Prz. Weiss pytanie to rozstrzygnął empirycznie. Układając kryształy jednego i tego samego minerału w szeregi wedle białej ścian dostrzegł, że nowe ściany kryształów, bardziej w nie obfitujących są już zupełnie oznaczone przez ściany kryształów uboższych. Na ortoklasie np. nowe ściany n, o, x,



przyłączając się do już istniejących ścian T_1, M, P, y , układają się za każdym razem w dwa pasy ścian dawnych.

Pasy M, P i T_1, y oznaczają ścianę n

— T_2, P i T_1, y — " — o

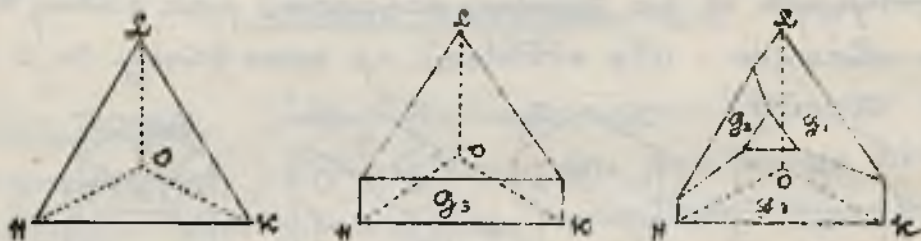
— M, o i y, P — " — x

Tego rodzaju spostrzeżenia prowadzą do nienukionego

wniosku, będącego treścią prawa pasowego: możliwe ściany kryształu dają się wyprowadzić geometrycznie z kilku ścian zasadniczych, albowiem każdą ścianę nową określają już istniejące dwa pasy ścian.

Wyprowadzenie nowych ścian z tetraedru zas-
-adniczego.

Najmniejszą ilość ścian, z których do drugich się wypro-
wadzić za pomocą prawa pasowego nowe ściany, są
4 ściany tetraedru zasadniczego. Jeżeli $HKLO$ jest
tetraedrem zasadniczym, to z tetrawości, badając się ten



wyprowadzić 3 nowe ściany; każda z nich jest równo-
względna do jednej z krawędzi HK, KL, LH i jednej
z osi OH, OK, OL . Np. ściana q_3 będzie równoległa
do HK i OL , podobnie ściany q_2 i q_1 . Te trzy nowe
ściany przecinają się w krawędziach o gata nowych
kierunkach, skąd rodzi się możliwość dalszej dedukcji
~~przez~~ przeprowadzanie ścian nowych równoległe do jed-
nej krawędzi nowej i jednej starej.

Zależność pasowa na projekcji stereograficznej.

Wyprowadzenie nowych ścian sposobem wskazanym staje się bardzo wyrazistym na projekcji stereograficznej. Na kuli Biegunki, należące do tegoż samego pasa leżą na jednym wielkim kole, które zwie się skutkiem tego kotem pasowym.

Niechaj p_1, p_2, p_3 i p_4 będą Biegunami ścian tetraedru zasadniczego na kuli. Prowadzimy przez parę Biegunów p_1 i p_4, p_2 i p_3 kół pasowe π_2, π_1 . Te kóło przeczną się w punkcie p_5 , który będzie Biegunem możliwej ściany kryształu, albo wem będzie ona należała



do drugiego pasa π_2 i π_1 . Prowadząc kóło przez Biegunki p_1 i p_2 , albo p_3 i p_4 , znajdziemy nowe ściany, w punkcie przecięcia tych kół i t.d.

Prawo pasowe daje się łatwo sprawdzić na projekcji stereograficznej za pomocą siatki Wulfa. Projekcję (kalce) nakłada się na siatkę i obraca koncentrycznie, dopóki dwa jakiegokolwiek Biegunki nie znajdą się na jednym południku, który wyrysujemy od ręki. Zauważymy przytem, że kóło południka przejdzie i przez inne Biega-

my do tego należące pasa. Konstatujemy w ten sposób obecność pasów na kryształach. Skoro przeprowadzimy kąta pasowe przez rozmaite pary Biegunów, spostrzemy, że przez każdy Biegun przechodzą co najmniej dwa kąta pasowe, co jest dowodem prawdziwości prawa pasowego, wedle którego możliwa ściana kryształu jest określona przez dwa pasa.

Prawo pasowe, wyprowadzające tylko za pomocą konstrukcji geometrycznej nowe ściany z danych o wskaźnikach racjonalnych, jest więc tylko geometrycznym wyrazem prawa wymierności parametrów.

Wskaźniki pasa i symbol pasa.

Mając wskaźniki dwu ścian, należących do jednego pasa, znaleźć można wskaźniki pasa następującym sposobem. Wskaźniki ścian p_1 i p_2 piszemy dwukrotnie obok siebie w dwu szeregach i odrzucając skrajne liczby mnożymy je na krzyż i iloczyny odejmujemy. Jeżeli więc ściana p_1 ma wskaźniki h_1, k_1, l_1 , ściana zaś p_2 wskaźniki h_2, k_2, l_2 , to otrzymamy

$$\begin{array}{r|l|l}
 h_1 & k_1 & l_1 \\
 \hline
 h_2 & k_2 & l_2
 \end{array}
 \begin{array}{r|l|l}
 h_1 & k_1 & l_1 \\
 \hline
 h_2 & k_2 & l_2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc}
 k_1 l_2 - l_1 k_2 & l_1 h_2 - h_1 l_2 & h_1 k_2 - k_1 h_2 \\
 u & v & w
 \end{array}$$

Te różnice iloczynów są wskaźnikami pasa: u, v, w .

a symbol jego będzie $[u v w]$.

Aby ściana trzecia p_3 mogła należeć do pasa $[u v w]$, musi ona czynić różnicę równaniu:

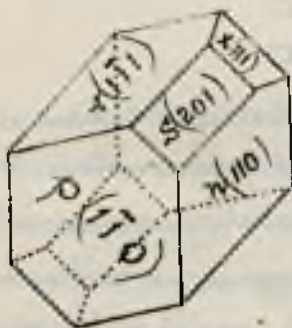
$$u h_3 + v k_3 + w l_3 = 0$$

(h_3, k_3, l_3 są współrzędnymi ściany p_3).

Znalezienie symbolu ściany z symbolicznych dwóch pasów, do których ściana należy.

Jeżeli mamy na kryształach ścianę, należącą do 2 pasów, (= mającą 2 pary równoległych krawędzi), to odnalezemy symbole tych pasów przez postępowanie schematyczne. Wyżej wskazane, znajdziemy symbol tej ściany. Dajmy nam to, że na kryształach akwinytu znane nam symbole ścian „r i n”, oraz „x i p”. wówczas z łatwością już znajdziemy symbol ściany S. Niechaj

$r = (1\bar{1}1)$, $n = (110)$, $x = (111)$
 $p = (1\bar{1}0)$



Symbol pasa px

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|c} 1 & \bar{1} & 0 & 1 & \bar{1} & 0 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline r=0; 0-1; 1+1 \end{array}$$

$$[\bar{1} \bar{1} 2]$$

Symbol pasa rn

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|c} 1 & \bar{1} & 1 & 1 & \bar{1} & 1 \\ \hline 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ \hline r=1; 1-0; 1+1 \end{array}$$

$$[\bar{1} 1 2]$$

Symbol ściany S :

$$\begin{array}{c|ccc|c} \bar{1} & 1 & 2 & \bar{1} & 1 & 2 \\ \hline \bar{1} & 1 & 2 & \bar{1} & 1 & 2 \\ \hline 2+2; \bar{2}+2; 1+1 \\ 4 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{array}$$

$$S = (201)$$

Sprawdzenie. Jeśli symbol (201) istotnie odpowiada ścianie S , to musi on czynić zadość równaniom:

$$u2 + v0 + w1 = 0$$

$$u'\bar{2} + v'0 + w'1 = 0$$

Podstawiając zamiast $[u v w]$ i $[u' v' w']$ ich wartości, otrzymamy:

$$(\bar{1} \cdot 2) + (1 \cdot 0) + (2 \cdot 1) = 0$$

$$(\bar{1} \cdot 2) + (\bar{1} \cdot 0) + (2 \cdot 1) = 0$$

A więc symbol (201) istotnie odpowiada ścianie S .

Wynika stąd, że prawa wymierności parametrów i pasów są identyczne, albowiem ich działanie prowadzi jednakowe skutki, dając te same wymierne wskaźniki.

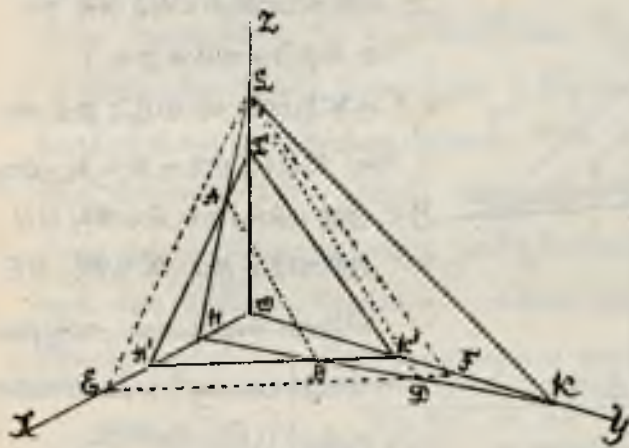
Uzasadnienie postępowania mechanicznego

go w wyprowadzaniu wskaźników ze związku pasowego.

Ponieważ ściany należące do danego pasu jest zawsze parzysta liczba i ponieważ położenie ściany określa jej 2 różnokierunkowe krawędzie, to istota prawa pasowego sprowadza się do oznaczenia krawędzi za pomocą parametrów (wskaźników) 2 ścian pasu.

wych (tautaxonalnych).

Dajmy, że mamy 2 ściany o wskaźnikach (hkl) i $(h'k'l')$, przecinające na osiach parametry OH, OK, OL i OH', OK', OL' . Chodzi o oznaczenie linii przecięcia



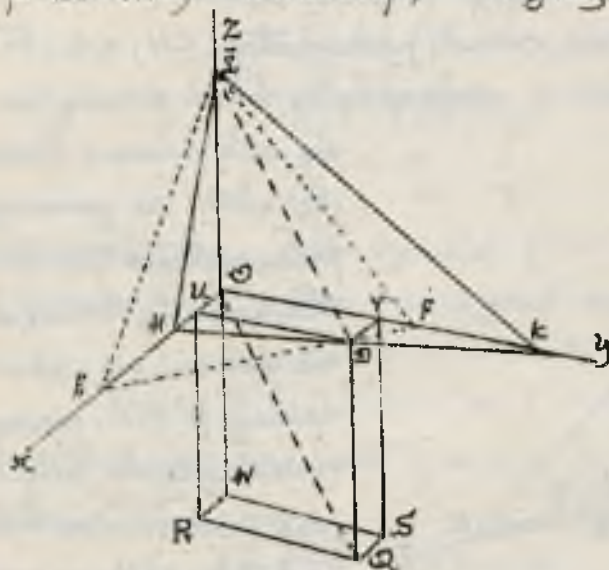
się obu ścian (krawędzi HD) za pomocą parametrów tych ścian. Kierunek tej krawędzi nie zmienia się, skoro ściany $H'K'L'$ przesunąć równoległe do niej są - mej (od środka kryształu) tak, żeby w nowym położeniu ścinała

parametry OS, OF, OL . Parametry wszystkie zwiążemy - ty się zatem $\frac{OL}{OL'}$ razy:

$$OS = OH' \cdot \frac{OL}{OL'}; OF = OK' \cdot \frac{OL}{OL'}; OL = OL' \cdot \frac{OL}{OL'} = OL$$

Linia przecięcia się jest teraz krawędzi $L'D$, której jeden punkt L jest znany (odległość OL na osi $Z = OL$), a drugi D należy znaleźć. W tym celu poprowadzimy $Dv \parallel OX, Du \parallel OY$. Wówczas punkt D będzie oznaczony przez parametry $Ou (= Dv)$ i $ov (= Du)$. Zadanie polega teraz na oddaniu długości Ou i ov przez parametry ścian HKL i $H'K'L'$ (na rysunku po-

przednim). Zważamy, że trójkąty $\odot KH$ i $u \odot H$, także



trójkąty $\odot FE$ i $u \odot E$

są podobne i że zatem:

$$\odot K : u \odot = \odot H : u_H =$$

$$= \odot H : (\odot H - \odot u)$$

$$\odot F : u \odot = \odot E : u_E =$$

$$= \odot E : (\odot E - \odot u), \text{ czyli}$$

$$\odot K \cdot \odot H - \odot u = u \odot \cdot \odot H,$$

$$\odot F \cdot \odot E - \odot u = u \odot \cdot \odot E.$$

Z tych równań wyprowadzamy niewiadome $u \odot$ i $\odot u$

$$\odot u = \frac{\odot E \cdot \odot K \cdot \odot H - \odot F \cdot \odot E \cdot \odot H}{\odot E \cdot \odot K - \odot H \cdot \odot F} = \odot E \cdot \odot H \cdot \frac{\odot K - \odot F}{\odot E \cdot \odot K - \odot H \cdot \odot F}$$

$$\odot v = u \odot = \frac{\odot K \cdot \odot F \cdot \odot E - \odot K \cdot \odot H \cdot \odot F}{\odot E \cdot \odot K - \odot H \cdot \odot F} = \odot K \cdot \odot F \cdot \frac{\odot E - \odot H}{\odot E \cdot \odot K - \odot H \cdot \odot F}$$

Podstawiając znalezienie dla $\odot E = \odot H' \cdot \frac{\odot L}{\odot L'}$ i $\odot F = \odot K' \cdot \frac{\odot L}{\odot L'}$, otrzymujemy:

$$\odot u = \frac{\odot H \cdot \odot H'}{\odot L'} \cdot \frac{\odot K \cdot \odot L' - \odot L \cdot \odot K'}{\odot K \cdot \odot H' - \odot H \cdot \odot K'}$$

$$\odot v = \frac{\odot K \cdot \odot K'}{\odot L'} \cdot \frac{\odot L \cdot \odot H' - \odot H \cdot \odot L'}{\odot K \cdot \odot H' - \odot H \cdot \odot K'}$$

A więc obydwa punkty prostej LD oznaczone są przez parametry ścian HKL i $H'K'L'$; punkt L przez param. $\odot L$, punkt D przez param. $\odot u$ i $\odot v$, t.j. przez ich powyżej wyprowadzone znaczenia.

Aby wyrażeniom tych parametrów nadać postać bardziej symetryczną, na ujemnym końcu osi Z weźmy długość $\odot W = -\odot L$ i na bokach $\odot W$, $\odot v$ i $\odot u$ zbudujemy

równoległością $OU \parallel VWRQS$. Przekątna jego OQ również będzie poszukiwaną krawędzią przecięcia się ścian (hkl) i $(h'k'l')$, gdyż otrzymamy ją przesuwając równolegle do siebie prostą LD tak, aby ona przeszła przez środek kryształu O . Skutkiem tego kierunek tej przekątnej (i poszukiwanej krawędzi) będzie oznaczony przez równoległością o krawędziach $OU, OV; OW$. Kierunek ten nie zmieni się, jeżeli wszystkie krawędzie równoległościąnnu pomnożymy przez jakiegokolwiek liczbę m . Nie ulegnie on zatem zmianie, skoro znaczenia trzech krawędzi równoległościąnnu pomnożymy przez wyrażenie:

$$\frac{OK \cdot OH - OH' \cdot OK'}{OH \cdot OH' \cdot OK \cdot OK' \cdot OL}$$

Wówczas otrzymamy:

$$OU = \frac{OH \cdot OH'}{OL'} \cdot \frac{OK \cdot OL - OL \cdot OK'}{OK \cdot OH' - OH \cdot OK'} \cdot \frac{OK \cdot OH' - OH \cdot OK'}{OH \cdot OH' \cdot OK \cdot OK' \cdot OL} = \frac{OK \cdot OL'}{OL' \cdot OK \cdot OL} - \frac{OL \cdot OK'}{OL' \cdot OK \cdot OL} = \frac{1}{OL' \cdot OK} - \frac{1}{OL' \cdot OK'}$$

$$OV = \frac{OK \cdot OK'}{OL'} \cdot \frac{OL \cdot OH' - OH \cdot OL'}{OK \cdot OH' - OH \cdot OK'} \cdot \frac{OK \cdot OH' - OH \cdot OK'}{OH \cdot OH' \cdot OK \cdot OK' \cdot OL} = \frac{OL \cdot OH'}{OL' \cdot OH \cdot OL} - \frac{OH \cdot OL'}{OL' \cdot OH \cdot OL} = \frac{1}{OL' \cdot OH} - \frac{1}{OL' \cdot OH'}$$

$$OW = -OL' \cdot \frac{OK \cdot OH' - OH \cdot OK'}{OH \cdot OH' \cdot OK \cdot OK' \cdot OL} = \frac{OH \cdot OK' - OL \cdot OK}{OH \cdot OH' \cdot OK \cdot OK' \cdot OL} = \frac{OL \cdot OK \cdot OH'}{OH \cdot OH' \cdot OK \cdot OL} - \frac{OL \cdot OK \cdot OH'}{OH \cdot OH' \cdot OK \cdot OL} = \frac{1}{OK \cdot OH'} - \frac{1}{OH \cdot OK'}$$

Składa z krawędzi równoległościąnnu, oznaczającego kierunek poszukiwanej krawędzi, otrzymamy tym sposobem wyrażenie proste, oddane za pomocą parametrów ścian, przecinających się w owej krawędzi.

Składając z parametrów ściany HKL i $H'K'L'$ możemy zastąpić przez wskaźniki:

$$OH = \frac{a}{h}, \quad OK = \frac{b}{k}, \quad OL = \frac{c}{l}$$

$$OH' = \frac{a'}{h'}, \quad OK' = \frac{b'}{k'}, \quad OL' = \frac{c'}{l'}$$

Wprowadzimy te znaczenia parametrów w otrzymane powyżej

rownania:

$$\begin{aligned}\partial u &= \frac{1}{\partial l \cdot \partial k'} - \frac{1}{\partial k \cdot \partial l'} = \frac{l k' - k l'}{\partial c} = \frac{l l' - l k'}{\partial c} \\ \partial v &= \frac{1}{\partial h \cdot \partial l'} - \frac{1}{\partial l \cdot \partial h'} = \frac{l l' - l h'}{\partial c} = \frac{l h' - h l'}{\partial c} \\ \partial w &= \frac{1}{\partial k \cdot \partial h'} - \frac{1}{\partial h \cdot \partial k'} = \frac{k h' - h k'}{\partial c} = \frac{k k' - k h'}{\partial c}\end{aligned}$$

Oznaczając różnicę iloczynów przez u, v i w , oraz mnożąc wszystkie wyrażenia przez ∂c , otrzymamy

$$\partial u = a u ; \partial v = b v ; \partial w = c w$$

a ponieważ a, b, c są jednostkami, więc ostatecznie:

$$\partial u = k l' - l k' = u ; \partial v = l h' - h l' = v ; \partial w = k h' - h k' = w$$

Wielkości u, v i w mające się wyrazić za pomocą różnic iloczynów wskaźnikowych, muszą być również liczbami całymi i wymiernymi. Wielkości te ujęte w nawias $[u, v, w]$ nazywamy zatem symbolami pasa albo krawędzi, w której się przecinają 2 ściany pasowe (tautozonalne).

Powyżej podaliśmy schematyczny sposób znajdowania wskaźników pasa u, v i w .

Podobnie znajdziemy kierunek krawędzi, w której przecina się z dwiema poprzednimi trzecia ściana, do tegoż należąca pasa. Niechaj to będzie ściana $H "K' L"$ o wskaźnikach k', k, l . Kierunek tej nowej krawędzi oznaczy również równoległobok zbudowany podobnie jak poprzedni. Krawędzie jego niechaj będą równe u', v', w' . Dla obu równoległoscianów otrzymamy zatem, zgodnie

Z poprzedniem :

$$1) u = k'l' - l'k'; v = l'h' - h'l'; w = h'k' - k'h'$$

$$2) u' = k'l'' - l'k''; v' = l'h'' - h'l''; w' = h'k'' - k'h''$$

Obydwa te równoległosciany (których przekątne są oczywiście równoległe i oznaczają kierunek krawędzi pasowych) są do siebie podobne, różniąc się tylko wymiarami krawędzi. Niechaj krawędzie 2go równoległoscianu będą $\odot$ razy dłuższe od takichże krawędzi równoległoscianu 1go.

Wówczas możemy napisać równania :

$$kl' - lk' = c(k'l'' - l'k'') \dots\dots\dots 1)$$

$$lh' - hl' = c(l'h'' - h'l'') \dots\dots\dots 2)$$

$$hk' - kh' = c(h'k'' - k'h'') \dots\dots\dots 3)$$

Mnożąc pierwsze równanie przez h'' , drugie przez k'' , trzecie przez l'' i dodając wszystkie trzy równania, otrzymamy:

$$h''(kl' - lk') + k''(lh' - hl') + l''(hk' - kh') = 0 \quad \text{czyli}$$

$$h''u + k''v + l''w = 0$$

Równanie to wyraża, że wskaźniki trzeciej ściany $h''k''l''$ pomnożone przez wskaźniki pasa dają w sumie zero - i to jest warunek niewodrówny należenia tej ściany do pasa $[u v w]$.

Skoro zatem ściana kryształu należy jednocześnie do dwu pasów, to wskaźniki jej pomnożone przez wskaźniki obu pasów muszą za każdym razem dać w sumie zero. Niechaj ściana $h''k''l''$ należy jednocześnie do

pasu $[uvw]$ i do pasu $[u'v'w']$. Mnożąc wskaźniki pasów przez $h''k''l''$ otrzymamy:

$$uh'' + vk'' + wl'' = 0$$

$$u'h'' + v'k'' + w'l'' = 0, \text{ skąd}$$

$$h'' = l'' \frac{vw' - wv'}{uv' - vu'}$$

$$k'' = l'' \frac{wu' - uw'}{uv' - vu'}$$

Określając wskaźnik l'' przez $uv' - vu'$ znajdziemy:

$$h'' = vw' - wv'$$

$$k'' = wu' - uw'$$

$$l'' = uv' - vu'$$

Wskaźniki trzeciej ściany pasowej zostaty zatem wyrażone za pomocą różnic iloczynów wskaźników pasowych, które to różnice możemy znaleźć i sposobem schematycznym:

$$\begin{array}{ccccccc} u & v & w & \times & u & v & w \\ u & v' & w' & \times & u' & v' & w' \\ \hline uv' - wv' & ; & wu' - uw' & ; & uv' - vu' & \\ h'' & & k'' & & l'' & \end{array}$$

Wyraz fizyczny zasadniczego prawa krystalografii: Prawo jednorodności krystalicznej.

Wyżej określiliśmy krystaliczne ciało jednorodne, jako środowisko, przedstawiające w rozmaitych kierunkach

normaite własności fizyczne, w równoległych zaś jednakowe. Pod kierunkiem należy przytem rozumieć zespół wszystkich równoległych, biegnących w jedną stronę.

Kryształ będzie jednorodny, jeżeli normaite jego części o jednakowych własnościach nie tylko są równoległe ale i jednakowo ugrupowane.

Wyrazem zewnętrznym jednorodności krystalicznej jest między innymi w wielu ciał krystalicznych dostrzegana tupliwość t.j. zdolność roztupowywania się pod wpływem uderzenia lub nacisku mechanicznego w płaszczyznach zupełnie określonych. W płaszczyznach równoległych kryształ tupie się z jednakową łatwością. Jeżeli kryształ tupie się w kilku innych płaszczyznach, to doskonałość tupliwości w płaszczyznach tych bywa w ogóle odmienna. To samo stosuje się i do innych własności kryształu. Na tem polega prawo jednorodności krystalicznej.

Siatki przestrzenne. Główny przypuszczał, że kryształy obdarzone tupliwością są, zbudowane z molekuł posiadających postać bardzo drobnych sześciennów, rombo-szczennów i t.p., t.j. wogóle równoległoscianów, otrzymywanych przez odtupowywanie. Pojęcie o takich molekułach wynika z ciągłości procesu roztupowywania, którego kresem jest drobina krystaliczna, nie dająca się już w dalszym ciągu dzielić bez utraty swych przyrodzonych.

Właściwości. Flakny mniemat, że molekuly te przylegają do siebie takami szeregami, jak cegły w murze.

Nowoczesna teoria molekularna takiemu poglądowi zaprzecza. Twierdzi ona, że molekuly muszą być przedzielone drobnymi przestrzeniami międzymolekularnymi, gdyż w przeciwnym razie nie mogłyby wykonywać ruchu, związanego z pojęciem materji. Bravais (w r. 1849) wysnuł teorię budowy krystalicznej, polegającej w krótkości na następującem rozumowaniu: Weźmyś A₀



Będzie jakimś punktem we wnętrzu krystalu. Ponieważ krystal jest ciałem jednorodnem, więc musi mieć nieskończoną liczbę takichże punktów A₀ o własnościach takich samych.

Będą to punkty analogiczne. Zgodnie z zasadniczym pojęciem o materji,

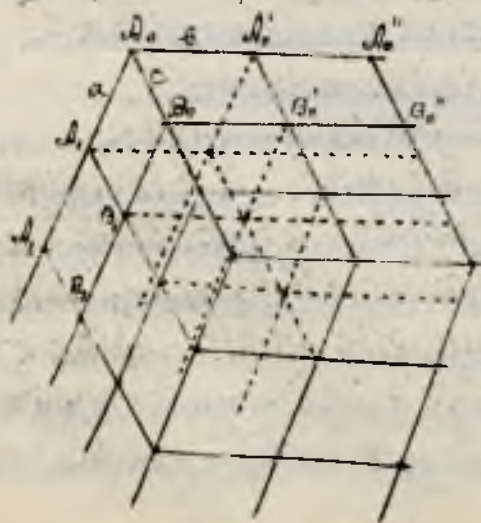
jako o środowisku nieciągłym, musimy przyjąć, że punkty te będą przedzielone pewnemi bardzo drobnemi przerwami. Jeżeli przez dwa analogiczne punkty A₀ i A₁ poprowadzimy prostą, nieskończoną, przyczem pomiędzy punktami A₀ i A₁ nie będzie żadnego

innego punktu analogicznego, to skutkiem jednorodności prosta ta musi posiadać nieskończoną ilość punktów analogicznych z dwoma początkowymi. Wzrostkie te punkty będą od siebie odległe o długość $A_0A_1 = a$. W ten sposób otrzymamy szereg punktów o równej odległości $A_0, A_1, A_2, A_3, \dots$

W pobliżu punktu A_0 , lecz poza linię A_0A_1 , weźmy punkt trzeci A_0' najbliższy punktowi A_0 na nieskończonej A_0A_1 . Przedstawiając tę prostą otrzymamy znów szereg punktów $A_0, A_0', A_0'' \dots$, odległych od siebie o stałą wielkość b . Jeżeli przez $A_1, A_2 \dots$ z jednej strony, a przez A_0', A_0'' z drugiej przeprowadzimy proste równoległe do A_0A_1 i A_0A_0' , to otrzymamy dwa układy prostych równoległych, z których jeden jest usiany punktami o odległości

a , drugi zaś punktami o odległości b , a cała płaszczyzna zamieni się na sieć, w której wierzchołkach znajdować się będą punkty analogiczne.

Jeżeli po za płaszczyznę się ciową wyżej wykreśloną znajdziemy jeszcze punkt B_0 analogiczny do A_0 , i naj-



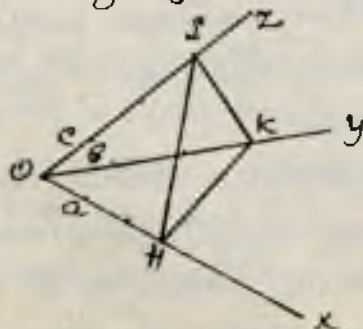
(Blizszy) to prosto do B da znowu szereg punktów analogicznych, lecz odległych od siebie o inną długość C . Przeprowadzając przez B płaszczyznę równoległą do płaszczyzny już znalezionej, otrzymamy drugą płaszczyznę sieciową, z tymże samym układem punktów it.d.

Z tej samej konstrukcyi wynika, że całą przestrzeń środowiska krystalicznego jednorodnego zapelniają punkty analogiczne, leżące na rogach równoległoboków jednakowych tworzonych przez przecięcie się trzech płaszczyzn równoległych, jednakowo od siebie oddległych. Całokształt tych punktów tworzy sieć przestrzenną, w której tylko węzły są materialne i stanowią środki ciężkości drobin.

Sieci przestrzenne wyrażają zarazem budowę molekularną kryształu (według koncepcyi Broavaisa)

Wyprowadzenie prawa wymierności parametrów z pojęcia jednorodności.

Załóżmy zgodnie z wyżej wyrażonym poglądem na budowę kryształu, że każda jego ściana jest siecią płaszczyzną.



Wyberemy trzy szeregi przechodzące przez środek ciężkości O jednej z drobin na osi Ox, Oy, Oz . Czynimy to na tej zasadzie, że

Każdy szereg można upodobnić do krawędzi kryształu, gdyż leży on na przecięciu się dwóch płaszczyzn siatkowych. Niechaj ściana HKL przecina wzniosłe trzy osi i przechodzi przez 3 punkty analogiczne tych osi. Odległość tych punktów od początku O będzie zawsze wielokrotną długości a, b, c tak, że $OH = ma, OK = nb, OL = pc$.

Dla jakiejś innej ściany otrzymamy:

$$OH' = m'a, OK' = n'b, OL' = p'c$$

Liczby m, m', n, n', p, p' są liczbami całkowitymi. Stąd wynika, że stosunki:

$$\frac{OH}{OH'}, \frac{OK}{OK'}, \frac{OL}{OL'}$$

muszą być wymierne, a stosunek

$$\frac{OH}{OH'} : \frac{OK}{OK'} : \frac{OL}{OL'}$$

da się przedstawić stosunkiem liczb całkowitych: $h:k:l$.

Tak więc prawo jednorodności fizycznej jest tylko osobnym wyrazem fizycznym zasadniczego prawa krytalografii.

Obliczanie kryształu.

Obliczanie. Wyżej była już mowa o tem, że kryształ jest oznaczony, skoro znamy pięć jego stałych: stosunek jednostek osiowych $a/b : 1 : c/b$ i trzy kąty pomiędzy osiami: α, β, γ . Przez tego każda ściana kryształu oznacza się za pomocą swego symbolu (hkl). Pomiary kryształów dają nam tylko kąty pomiędzy osiami.

nami. Stąd konieczną jest rzeczą obliczyć state krysta-
tu na podstawie tychże kątów - to jedno zadanie. Dru-
gie polega na sprawdzeniu pomiarów: na podstawie
statych oblicza się kąty wzajemnego nachylenia ścian.

Orientacja kryształu. Tanim przystąpi się do obli-
czenia kryształu należy go zorientować, t.j. wybrać na
nim tetraedr zasadniczy, czyli, co na jedno wychodzi,
wybrać z pomiędzy jego krawędzi osi krytalograficzne
i przecinając je wszystkie ściany jednostkowe. Zwykle
za płaszczyzny osiowe (100), (001) i (010) wybiera-
my jakieś szerególnie ważne ściany kryształu, bądź
to płaszczyznę twórczości, bądź płaszczyznę symetrii,
które, jak się o tem niebawem dowiemy, są zawsze
możliwymi ścianami kryształu. Osi kryształu bywają
nieraz osiami symetrii, które też są możliwymi kra-
wędziami kryształu.

Ponieważ wybór ścian tetraedru zasadniczego jest
rzeczą dowolną, więc i orientacja kryształu nie jest bynaj-
mniej czynnikiem statym, lecz jest rzeczą umowy. Lecz jeżeli
w wyborze kierować się będziemy względami wyżej wy-
mienionymi, to dowolność ta się racieśnia, a w niektó-
rych przypadkach wysokiej symetrii kryształy mogą być
orientowane tylko w jeden sposób.

Wyżej poznaliśmy sposób przybliżonego oznaczenia

kryształu za pomocą siatki stereograficznej. Metoda obliczania jest o wiele ścislejsza, lecz wymaga biegłości w trygonometrii sferycznej i dla tego dla początkujących musi być pominięta.

III. PRAWO KRYSTAŁOGRAFII PRAWO symetrii

Postaci proste i skombinowane. Nasza definicja kryształu określała go jako środowisko jednorodne, którego własności fizyczne w kierunkach równoległych są jednakowe, w nierównoległych zaś różne. W istocie jednak jest to określenie zbyt ogólne. Znamy bowiem kryształy, które nawet w pewnych kierunkach nierównoległych posiadają jednakowe własności fizyczne. Tego rodzaju kierunki nazywamy kierunkami jednakowego znaczenia = jednoznacznymi, a odpowiednio do tego i ściany o jednakowych własnościach fizycznych także nazywamy jednoznacz-
niami.

Całokształt ścian jednoznacznych kryształu, t. j. wykazujących jednakowe własności fizyczne, nazywamy postacią prostą. Liczba takich postaci prostych

można jednocześnie otaczać kryształ i tworzyć t. zw. kombi-
nacje postaci prostych.

Niekiedy postaci napozór proste, okładające się ze ścian jednakowych geometrycznie, przy bliższym rozpatrzeniu ścian poszczególnych okazują się kombinacjami, np. ośmiościan Blundy, sześciokąt piramidy, dwupiramida sześciograniasta kwarcu itp. Niejednakowość fizyczna tych ścian wyraża się bądź zmatowieniem jednych ścian a połyskliwością naprzeciwległych, bądź też w inny sposób. Te różnice fizyczne nie zawsze jednak wyraźnie występują, - i dlatego z jednakowej formy ścian nie należy sądzić o tem, czy dany kryształ jest postacią prostą, czy złożoną. A to tembardziej, że jak już wiemy, forma ścian zależy od wielu przypadkowych wpływów podczas wzrostu kryształu. Tylko na idealnych modelach kryształów możemy z formy ścian wnosić o ich jednorodności, a tem samem odróżniać kombinacje od postaci prostych.

Prawo symetrii. Obserwacja pokaże, że ugrupowanie ścian jednoznacznych na kryształach zawsze odnosi się do pewnej prawidłowości, którą nazywamy symetrią, i że kryształy różne substancjonalnie możemy skupić w grupy systematyczne,

odznaczające się rozmaity symetrią. Na tem właśnie polega trzecie empiryczne prawo krystalografii - prawo symetrii. Aby dokładnie zrozumieć jego istotę, należy naprzed zapoznać się z pojęciem symetrii.

Symetria - jej rodzaje i elementy.

Prawidłowość rozmieszczenia ścian na kryształ może być poznana i uwidoczniiona kilkoma sposobami. Są liczne kryształy, przez których środek przeprowadzając płaszczyznę równoległą do jednej ze ścian obcych lub możliwych, podzielimy je na 2 zupełnie równe i symetryczne połowy, mające się do siebie tak, jak przedmiot i jego odbicie w zwierciadle. Takie zatem płaszczyzny nazywamy płaszczyznami symetrii lub płaszczyznami zwierciadlanymi. Kryształy takich może posiadać kryształ 1, 2, 3, 4, 6, 9 - zależnie od swej symetrii.

Symetria innych kryształów uwidoczni się przez obrot kolo osi, również przeprowadzonej przez środek kryształu i równoległej bądź do obecnej na kryształ krawędzi, bądź tylko do możliwej teoretycznej.

Podczas obrotu całkowitego kryształ może złożyć się ze sobą, t.j. przybrać położenie zupełnie identyczne z poprzednim 2, 3, 4 lub 6 razy, zależnie od swej

symetrii. Osi te nazywamy osiami symetrii. Do takich kryształów należy 24-ściian pentagonalny.

Wreszcie są kryształy, które nie posiadają ani płaszczyzny symetrii, ani osi symetrii, pomimo że ściany ich wykazują widoczny ład w ugrupowaniu, mianowicie są do siebie symetryczne parami. O ścianach tych mówimy, że są ugrupowane symetrycznie względem centrum symetrii, t.j. względem punktu środkowego kryształu.

Płaszczyzna, oś i centrum symetrii stanowią elementy symetrii.

Przypuszczano początkowo, że elementy symetrii nie dadzą się zastąpić jedne przez drugie, i że przy rozważaniu systematycznym rozmaitych rodzajów symetrii (grup kryształów) wszystkie muszą być trzymane pod uwagę. Tymczasem okazało się, że np. centrum symetrii może być zastąpione przez oś obrotu o 180° i prostopadłą do niej płaszczyznę symetrii (t.zw. symetria złożona, albo drugiego rodzaju).

Prof. P. Wulff dowiódł także, że i oś symetrii jest pojęciem powiękodzielnym, i że wszystkie gatunki symetrii dadzą się w sposób dość prosty wyprawa-
dzić z jednego tylko pojęcia o płaszczyźnie symetrii.

czyli plaszczynnie zwierciadlanej - pojęcia znanego
wszystkim z życia codziennego.

W następstwie poprzedniego śladem rozumowań Wulfa
i zapewniamy się naперед z własnościami plaszczyn
zwierciadlanych.

© Kreslenie plaszczyn zwierciadlanych i ich symetrii.

1) Plaszczyna, zdolna odbijać promienie światła obu
swemi stronami i dawać wyobrażenia przedmiotów,
nazywa się plaszczyną zwierciadlaną.

2.) Symetrią, zwiemy ten stosunek przestrzenny, w ja-
kim porostają przedmiot i jego odbicie w jednej lub
w kilku plaszczynach zwierciadlanych.

3.) Plaszczyna zwierciadlana zowie się plaszczyną
symetryj tylko wtedy, jeżeli pierze się pod uwagę
symetrię tylko przez nią samą, wywołaną (należy je-
dn. symetrię wywata oś obrotu o 180° i związana z nią
prostopadła plaszczyna zwierciadlana - ta ostatnia
nie będzie plaszczyną symetrii.)

Plat trójścienny i trójkąt sferyczny pt. symetrii.

Z określeń przytoczonych wytywa, że, aby poznać
symetrię, należy zbadać własności obrotów strzyma-
nych w jednej lub kilku plaszczynach zwierciadlanych.
Najprostszą, a zarazem, jak się w następstwie przeko-
namy, najogólniejszą kombinacją plaszczyn

zwierciadlanych są trzy płaszczyzny, tworzące razem kąt trójsięenny (trójgraniasty), t. j. przecinające się w jednym punkcie.

W następnym jednak rozpatrywać będziemy nie kąt trójsięenny trylany płaszczyzn zwierciadlanych, lecz ze względów dogodności trójkąt, jaki te 3 płaszczyzny wytworzą, przecinając się z powierzchnią kuli, opisaną koło kryształu z wierzchołka kąta trójgraniastego. Trójkąt ten będzie oczywiście trójkątem sferycznym, który odtąd nazywać będziemy trójkątem sferycznym płaszczyzn zwierciadlanych albo płaszczyzn symetrii.

Boki jego oznaczamy będziemy literkami: a, b, c , a kąty przeciwległe literkami A, B, C . Wszystkie więc konstrukcje prowadzić będziemy na kuli, a kulę wyobrazić będziemy na płaszczyźnie za pomocą projekcji stereograficznej.

Trzy rodzaje odbić zwierciadlanych. Przemiany symetryczne.



Niechaj ABC będzie trójkątem sferycznym w płaszczyzn zwierciadlanych. Figurze odbijanej dla wyrazistości nadajemy kształt strzałki o końcu zagiętym w jedną stronę. Kolejne odbicia (obraców) w plan -

oryginałach a, b, c niechaj będą m, m'' i m''' , na których tymczasowo poprostaniemy. Stąd z nich pozostaje w pewnym swoistym stosunku do przedmiotu m .

1. Obraz m' jest bezpośredniem, czytajnem odbiciem przedmiotu m w płaszczyźnie a , tak że figura m' jest równo i symetrycznie położona względem figury m . Sposób otrzymania m' z m nazwiemy prostą przemianą symetryczną. Płaszczyznę zwierciadła, sprawiającą taką przemianę, nazwiemy płaszczyzną symetrii prostej, czyli płaszczyzną odbicia prostego.

2. Obraz m'' powstaje z m przez kolejne odbicie się w dwu płaszczyznach zwierciadłanych: a i b . Figury m i m'' są sobie równe, lecz nie są względem siebie symetryczne. Łatwo dostrzedz, że figurę m'' otrzymać można z m , obracając tę ostatnią jako średnicę kuli, przechodzącej przez C o kąt dwa razy większy od kąta C . Przeprowadzimy przez trzy odpowiednie punkty μ, μ', μ'' figur m, m', m'' koto, którego płaszczyzna będzie prostopadła do płaszczyzny a i b i do średnicy, przechodzącej przez C , będącej przecięciem się płaszczyzn a i b . Punkt μ obracany jako średnicę C przysięże przez μ' i μ'' . Niechaj punkty przecięcia się koto z płaszczyznami a i b będą s i t . Wówczas, rzecz oczywista, ir :

$$\mu\mu'' = \mu s + \mu''t + C$$

Ponieważ jednak $\mu s = \mu's$ a $\mu''t = \mu't$, przeto

$$\mu\mu'' = \mu's + \mu't + C$$

$$\mu\mu'' = 2C$$

To samo oczywiście dotyczy i innych punktów figury m i jej odbić m' i m'' . Skąd dochodzimy do twierdzenia, iż wspólne działanie dwóch płaszczyzn zwierciadlanych wyraża się w obrocie przedmiotu koto prosty, będącej ich przecięciem się o kąt dwa razy większy od kąta zawartego pomiędzy temi płaszczyznami.

Prosta przecięcia się dwu płaszczyzn zwierciadlanych nazywa się przeto osią kongruencji czyli osią symetrii.

Jednoczesne działanie dwu płaszczyzn zwierciadlanych nazwiemy dwójstą (Double) przemianą, symetryczną, a dwie płaszczyzny zwierciadlane, związane warunkiem działania wspólnego (jednoczesnego) i dające odrazu wspólny rezultat tego działania, nazwiemy płaszczyznami symetrii dwójstej (Double), czyli płaszczyznami odbicia dwójstego.

3. Figury m'' , otrzymanej przez odbicie się m w płaszczyźnie zwierciadlanej C , niepodobna otrzymać bezpośrednio z m , ani przez prosty tylko obrót, ani przez proste tylko odbicie w jednej płaszczyźnie zwierciadlanej. Przemiana figury m

w m''' może polegać tylko na wspólnym działaniu obrotu i odbicia; figurę m należy kolo osi C obrócić o kąt $2C$ i odbić w płaszczyźnie C . Figury m i m''' są symetryczne i równe. Proces otrzymania m''' z m nawiemy troista przemiana symetryczna, a płaszczyzny a, b, c przemianę taką wywołującą, nawiemy plaszczynami symetrii troistej, czyli troistego odbicia.

Celem otrzymania efektu przemiany troistej, należy trzy płaszczyzny zwierciadlane zwiżać warunkiem działania wspólnego i dawania rezultatu tylko końcowego.

Operacja ich przemiana symetryczna troista niczem nie jest więcej, jak symetria złożona (2^{te} rodzaju) wyżej wspomniana.

Innych sposobów działania płaszczyzn zwierciadlanych, prócz omówionych, niema, gdyż figura m''' , odbita w płaszczyźnie czwartej da nam znów fig. pierwotkową m . Trójścienną kąt płaszczyzn zwierciadlanych jest zatem najogólniejszą ich kombinacją.

Podział przemian symetrycznych ze względu na ilość otrzymanych obrazów (odbic).

1. Przemiana symetryczna dwójsta sprowadza tylko połowę całej możliwej ilości odbic. A to dlatego, że przy tego rodzaju przemianie z każdej pary odbic

przeziornemu jedno pomijamy, a mianowicie symetrycz-
ne i równe przedmiotowi odbitemu.

2. Przemiana symetrii tróiste daje tylko ćwierć całko-
witej możliwej liczby odbić.

Plaszczyzna odbicia tróistego, odbijająca w sobie
obraz, odrzucony dwiema drugimi plaszczyznami,
nie podwaja go, jakby uczyniła, będąc plaszczyzną
odbicia zwykłego; a ponieważ dwie drugie plaszczyzny
odbijają tylko połowę możliwej liczby obrazów,
więc plaszczyzna odbicia potrójnego odbija tylko ćwartą
część liczby możliwej, t.j. tej, którą by się otrzymało,
gdyby plaszczyzny te działały niezależnie.

Nazwijmy przypadki symetrii, cechujące się obecnością
plaszczyzn odbicia prostego, holosymetria; przypadki,
w których działają plaszczyzny odbicia dwóistego, na-
zwijmy hemisymetria; wreszcie przypadki, w których
działają plaszczyzny odbicia tróistego, tetartosymetria
(symetria ćwiartkowa).

Kąt między plaszczyznami symetrii.

Kąt pomiędzy dwiema plaszczyznami symetrii powi-
nien być całkowitą częścią 180° , jeśli ilość plaszczyzn
symetrii jest skończona.

Niechaj α i β będą plaszczyznami symetrii, za-
wierającemi kąt α . Dajmy na to, że kąt α nie



jest współmierny z $\angle 180^\circ$. Pt. symetryi oddziela się jedna w drugiej kątowo tak, iż pt. $\underline{b}$ oddziela pt. $\underline{g}$, skutkiem czego otrzymamy pt. $\underline{a'}$, ta oddziela $\underline{b}$, tak iż otrzymamy pt. $\underline{b'}$ i t. d. Dojdziemy w ten sposób do płaszczyzny $\underline{m}$, tworzącej z pt. $\underline{a}$ kąt ε , (mniejszy

od $\angle$) będący równością kąta α i reszty pozostałej przez podzielenie 180° przez kąt $\angle$. Powtórzmy tę samą konstrukcję dla pt. symetryi, zawierających kąt ε . Jeżeli i ten kąt nie jest współmierny z $\angle 180^\circ$, to otrzymamy znów resztę, tak, iż pomiędzy płaszczyznami $\underline{a}$ i $\underline{m}$ otrzymamy nową pt. symetryi. Przez jasną, że będziemy tą drogą otrzymywali coraz to nowe płaszczyzny symetryi aż do nieskończoności, jeżeli kąt $\angle$ nie jest współmierny ze 180° .

Porządek osi symetryi. Łość obrotów kongruencji ko- to osi symetryi nazywa się jej porządkiem, a najmniejszy kąt obrotu fazą. Os o fazie podwójnej nazywamy dwukrotną, os o fazie potrójnej - trójkrotną, os o fazie czterokrotnej - czterokrotną, wreszcie zaś o fazie 6 - sześciokrotną.

Przez prostą, że os symetryi nie jest niczem innym, jak

tylko linia przecięcia się dwu lub kilku płaszczyzn symetrii. Stąd ilość płaszczyzn symetrii, przecinających się w osi symetrii, określa porządek tej osi.

1. Porządek osi symetrii, będącej przecięciem się płaszczyzn oddicia prostego lub dwójstego, równa się liczbie przecinających się w niej płaszczyzn jednoznacznych.

2. Prosta, będąca przecięciem się płaszczyzn oddicia trójstego, jest osią symetrii o kącie obrotu który razy większym od kąta między płaszczyznami symetrii.

Twierdzenie to wynika z powyżej wyłożonej własności płaszczyzn oddicia trójstego, według którego trójsta prosta symetryczna daje tylko $\frac{1}{4}$ ilości możliwych oddzię. Innemi słowy oś symetrii oddicia trójstego odrzuci ścianę o kąt 4 razy większy od kąta pomiędzy płaszczyznami symetrii zwykłej. Widoczne to jest także z następującej konstrukcji. Weźmy a, b, c



będąc płaszczyznami oddicia trójstego, a m figurą, podlegającą przemianie symetrycznej. Płaszczyzny a i b oddzię się kolejdoskopowo w a', b', a''. Figura m da oddzię m', m''

i m'' , z których tylko m'' jest realne (jako ostateczny rezultat). Jeśli przy kolejnoskopowym powtarzaniu się (odbijaniu się) płaszczyzny figur nieodwrótnie znaleźć się winny i takie figury m' , m'' , m''' które dadzą kolejne odbicia m' , m'' i m''' a ich rezultatem będzie figura m'' kongruentna z figurą m przez oś aa'' równającą się czterokrotnemu kątowi (ab).

Osi symetrii dwubiegunowe i jednobiegunowe -
- nowe (polarne).

Osi symetrii bywają dwa lub jednobiegunowe zależnie od tego, czy obydwa ich końce są jednoznaczne, czy różnicowe. Tak np. oś prostopadła do płaszczyzny symetrii lub do osi symetrii dwukrotnej, lub przechodząca przez centrum symetrii, - będzie osią dwubiegunową, w innych przypadkach będzie ona jednobiegunową (polarną).

Symetria krystalograficzna.

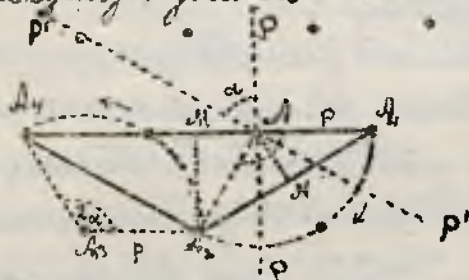
Po tych uwagach ogólnych przechodzimy do bliższego rozpoznania własności symetrii krystalograficznej.

Podstawne prawo symetrii krystalograficznej opiewa, iż płaszczyzna symetrii może przecinać się tylko pod kątami $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 180^\circ$.

Twierdzenie to w najprostszy sposób daje się udowod-

nić na podobieństwo pojęcia o jednorodności krystalicznej. Jednorodność ta, jak już wiemy, polega na tem, że równocześnie punkty, środki krystalicznego tęg na prostych w jednakowej od siebie odległości. Proste zaś w normalnych kierunkach usiane są punktami, oddalonymi od siebie dla każdego kierunku inaczej.

Przyjmujemy, iż przez punkt A środka krystalicznego przechodzi płaszczyzna symetrii prostopadła do płaszczyzny rysunku. W okolicy A weźmy punkt A_1 ,



(analogiczny) tak, aby pomiędzy A i A_1 nie było żadnego innego punktu analogicznego. Od-

ległość AA_1 , oznaczamy przez p . Ponieważ chodzi nam o znalezienie kąta pomiędzy dwiema pł. symetrii, przechodzącymi przez punkt A , przeto musimy wziąć pod uwagę rezultat działania obu pł. symetrii, t.j. obrót, którego wielkość będzie, zgodnie z powyższem 2α , jeżeli kąt między pł. symetrii będzie α . Na skutek tego obrotu punkt A_1 znajdzie się w A_2 , a ponieważ prztem cały kryształ złoży się sam ze sobą, to punkt A_2 będzie analogiczny punktowi A_1 , a punkt A_3 oddalony od A o długość $AA_3 = AA_2$, a od A_2 o dłu-

góść $A_1A_2 = p$, będzie analogiczny punktowi A . Przez punkt A_2 możemy prosto przeprowadzić i płaszczyznę symetrii lub zastępującą je oś symetrii. Jeżeli obrócimy cały układ jako oś, przechodzącą przez A_2 (prostopadle do płaszczyzny rysunku) o kąt 2α w kierunku odwrotnym, to punkt A_2 sprowadzimy w położenie A_1 na prostej A_1A_2 . Odległość A_1A_4 może być jednak różna, tylko wielokrotnej całkowitej liczbie długości A_1A_2 , zatem czego

$$A_1A_4 = m p$$

gdzie m jest liczbą całkowitą. Z konstrukcji widac, że

$$A_1A_4A_2A_1 = A_1A_2A_1A_2$$

Ponieważ $A_1M = A_1A_2 \sin \alpha$, zaś

$$AN = A_1A \sin \alpha = p \sin \alpha, \text{ skąd}$$

$$A_1A_2 = 2p \sin \alpha, \text{ otrzymamy}$$

$$A_1M = p \sin^2 \alpha, \text{ czyli}$$

$$A_1A_4 = 4p \sin^2 \alpha = mp, \text{ skąd}$$

$$m = 4 \sin^2 \alpha$$

Wartości liczby m leżą między 0 a 4 (gdyż $\sin 0^\circ = 0$, $\sin 90^\circ = 1$)

$$4 \geq m \geq 0$$

Podstawiając zamiast m rozmaite całe liczby w tych granicach leżące, otrzymamy następujące znalezienia dla kąta α :

$$1) 4 \sin^2 \alpha = 1$$

$$\sin^2 \alpha = 1/4$$

$$\sin \alpha = 1/2$$

$$2) 4 \sin^2 \alpha = 2$$

$$\sin^2 \alpha = 1/2$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1/2}$$

$$3) 4 \sin^2 \alpha = 3$$

$$\sin^2 \alpha = 3/4$$

$$\sin \alpha = \sqrt{3/4} = 1/2 \sqrt{3}$$

$$4) 4 \sin^2 \alpha = 4$$

$$\sin^2 \alpha = 1 ; \sin \alpha = 1.$$

m	$\sin^2 \alpha$	$\sin \alpha$	α
0	0	0	$\{180^\circ$
1	$1/4$	$1/2$	30°
2	$1/2$	$\sqrt{1/2}$	45°
3	$3/4$	$\sqrt{3/4}$	60°
4	1	1	90°

Te więc znaczenia α będą jedynie możliwymi kątami pomiędzy płaszczyznami symetrii krystalograficznej. Twierdzenie to jest podstawą nauki o symetrii krystalów.

Wyprowadzenie możliwych gatunków holosymetrii.

Na podstawie poprzedzającego twierdzenia z łatwością już możemy wyprowadzić możliwe kombinacje płaszczyzn symetrii krystalograficznej. Mamy tu 3 przypadki:

- 1) jedna płaszczyzna symetrii, 2) dwie pł. symetrii,
- 3) trzy pł. symetrii.

1. Przypadek jednej pł. symetrii na kuli przed-

i 1 półkuli.

Symbole oznaczające kombinacje płasz- czyń symetrii:

Kąty trójkąta sferycznego oznaczmy w częściach 180° tak, iż przybiorą one kształt $\frac{180}{6}$, $\frac{180}{4}$, $\frac{180}{3}$, $\frac{180}{2}$, $\frac{180}{1}$. Umówmy się oznaczać wielkość kątów trójkąta mianownikami odpowiedniego ułamka, a boki trójkąta mierzyć wielkością przeciwległych kątów. Dla oznaczenia całego trójkąta napiszemy trzy liczby, oznaczające wielkość jego kątów, zamknijmy je w nawias, a przed nawiasem położymy głoskę S, a otrzymamy symbol trójkąta.

Np. $S(234)$ jest symbolem trójkąta o kątach 90° , 60° , 45° . Głoska S oznacza przytem, iż mamy tu do czynienia z symbolem symetrii a nie z symbolem kry-
stalograficznym ścian.

Używając tego sposobu, otrzymamy następujące sym-
bole dla kombinacji wyżej wyprowadzonych:

$S(234)$, $S(233)$ - trójkąty prostokątne; $S(226)$, $S(224)$,
 $S(223)$, $S(222)$ - trójkąty o 1 lub 3 prostych kątach.

Oznaczenie to możemy zastosować i do dwukątów i do półkuli, rozpatrując pierwsze jako trójkąty, w któ-
rych jeden kąt = 180° , inne zaś są sobie równe, a
półkulę jako trójkąt, w którym wszystkie kąty = 180° :

$\sigma(111)$ - półkula

$\sigma(166)$, $\sigma(144)$, $\sigma(133)$, $\sigma(122)$ - dwukąty.

Symbole te możemy przedstawić prościej. Ponieważ dwukąty cechują się jednym tylko kątem, możemy ten tylko kąt uwzględnić w symbolu. Zaliczając do dwukątów i półkul otrzymamy:

zamiast: $\sigma(111)$, $\sigma(122)$, $\sigma(133)$, $\sigma(144)$, $\sigma(166)$

wprost: $\sigma(1)$, $\sigma(2)$, $\sigma(3)$, $\sigma(4)$, $\sigma(6)$.

Wyprowadzenie możliwych gatunków krystalograficznej hemisymetrii.

Ponieważ hemisymetria polega na działaniu płaszczyzn symetrii po dwie odrazu, przeto każdy trójkąt sferyczny może dać cztery przypadki hemisymetrii. Zależnie od tego, czy boki jego działac będą parami jednocześnie, czy też tylko jedna para będzie czynna. Przypadki, w których dwie pary boków trójkąta stoją się płaszczyznami odbicia dwójnego, nie dają nic nowego, albowiem sprowadzają się do przypadku pierwszego, gdyż w 2 parach boków trójkąta obecne są wszystkie jego boki:

1. $\begin{matrix} AB : BC \\ BC : AC \\ AC : AB \end{matrix} \left. \vphantom{\begin{matrix} AB : BC \\ BC : AC \\ AC : AB \end{matrix}} \right\} \text{wszystkie}$

2. tylko $AB : BC$

3. albo tylko $BC : AC$

4. -- $AC : AB$

1. Skoro wszystkie boki trójkąta p.t. symetrii zwiążemy warunkiem, aby działały parami, to otrzymamy przypadek hemisymetrii zupełnej. Boki trójkątów tracą w tym czasie znaczenie p.t.szczytnych rzeczywistych i mogą być zastąpione całkowicie przez osi symetrii w wewnętrznych trójkątach. Okazuje się, że wszystkie (11) gatunków trójkąta sferycznego mogą wytworzyć tego rodzaju hemisymetrię.

2. Skoro jedna tylko para boków trójkąta podlegać będzie warunkom hemisymetrii, to otrzymamy przypadek hemisymetrii niezupełnej, która jak wyżej wskazano, może dać trzy przypadki dla każdego trójkąta. Otrzymałyśmy zatem 33 gatunki hemisymetrii niezupełnej. W rzeczywistości jednak liczba ta jest znacznie mniejszą i redukuje się, jak to zaraz zobaczymy, do siedmiu.

Stwierdza się, że ani półkula $\delta(1)$, ani dwukąty $\delta(2)$, $\delta(3)$, $\delta(4)$, $\delta(6)$ nie mogą wytworzyć tej hemisymetrii niezupełnej, albowiem mają one tylko po jednej parę boków.

Trójkąt $\delta(111)$ może wytworzyć tylko jeden gatunek hemisymetrii niezupełnej, albowiem wszystkie kombinacje jego boków po dwa można się różnić.

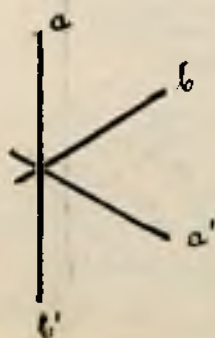
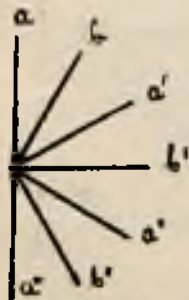
Twierdzenie. Jeżeli boki trójkąta zawierają kąt równy nieparzystej części 180° ($\frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$), to możliwy jest ten tylko przypadek hemisymetrii, kiedy obydwa te boki stają się płaszczyznami odbicia dwoiściego.

Dowód. Jeżeli jeden tylko z dwóch boków trójkąta zawierających kąt α , stanie się płaszc. odbicia dwoiściego, to kąt pomiędzy dwiema sąsiednimi pł. odbicia dwoiściego przez kalejdoskopowe odbicie się boków w tym samym wierzchołku staje się $= 2\alpha$, a kąt obrotu $= 4\alpha$. Jeżeli $\alpha = 180^\circ : (2n+1)$, co jest liczbą nieparzystą, bo n jest liczbą całą, t.j., jeżeli α stanowi nieparzystą część 180° , to kąt obrotu $4\alpha = \frac{4 \times 180^\circ}{2n+1}$. Porządek osi obrotu będzie wówczas $= 360 : \frac{4 \times 180^\circ}{2n+1} =$

$$= \frac{360^\circ (2n+1)}{4 \times 180^\circ} = \frac{2n+1}{2},$$

co nie może być liczbą całą, a więc i sama oś będzie niemożliwa.

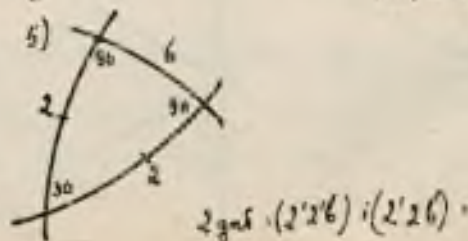
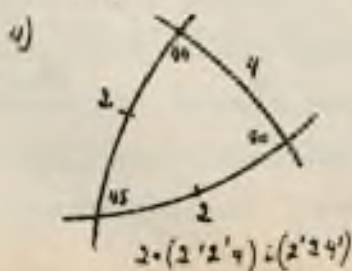
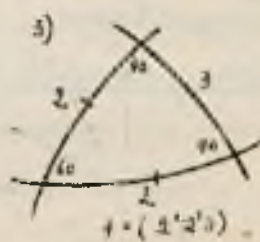
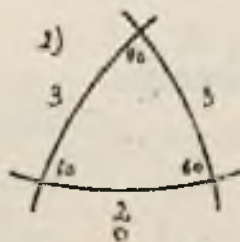
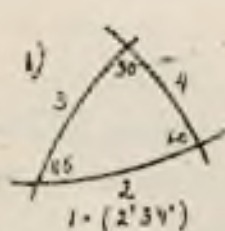
Drugie sposoby dowodzenia.



Jeżeli z dwóch płaszczyzn symetrii α i β zawierających nieparzysty kąt α ($60^\circ = \frac{180^\circ}{3}$), jeden na stanie się płaszczyzną odbicia dwoiściego, to przy kalejdoskopowym

powtarzaniu się tych płaszczyzn jedna w drugiej. Liniowym cięciem α może być albo odbicie α' , albo odbicie β' . Pierwsze nastąpi przy α parzystym, drugie przy α nieparzystym. W tym ostatnim przypadku płaszczyzna α łącznie ze swym przedłużeniem (β') musiałaby być jednocześnie płaszczyzną odbicia dwójstego i prostego, co jest niemożliwe. A więc, jeżeli α nieparzyste, to i pt. β musi być płaszczyzną odbicia dwójstego.

Stąd wynika, iż z trójkątów $s(234)$, $s(233)$, $s(226)$, $s(224)$ i $s(223)$ trójkąt $s(233)$ zgoda nie da hemisymetrii niezupełnej, trójkąty zaś $s(234)$ i $s(223)$ dadzą po jednym jej rodzaju, wróćcie trójkąty: $s(226)$ i $s(224)$ dadzą po dwa gatunki hemisymetrii niezupełnej. Widac to jasno na trójkątach.



Widzimy więc, że możliwych jest tylko 7 przypadków hemisymetrii niezupełnej.

Symbola wyrażające hemisymetrię.

Ustówmy się bok trójkąta, będący płaszczyzną odbicia dwoiętego oznaczać przecinkiem. Wówczas dla znalezionych i jedynie tylko możliwych gatunków hemisymetrii otrzymamy symbole:

<u>Hemisymetria</u>		
<u>Łupelna</u>	<u>Niezupełna</u>	
$\sigma(2'3'4')$	_____	$\sigma(2'34')$
$\sigma(2'3'3')$	_____	_____
$\sigma(2'2'6')$	$\sigma(2'2'6)$	$\sigma(2'26')$
$\sigma(2'2'4')$	$\sigma(2'2'4)$	$\sigma(2'24')$
$\sigma(2'2'3')$	$\sigma(2'2'3)$	_____
$\sigma(2'2'2')$	$\sigma(2'2'2)$	_____
$\sigma(6')$	_____	_____
$\sigma(4')$	_____	_____
$\sigma(3')$	_____	_____
$\sigma(2')$	_____	_____
$\sigma(1')$	_____	_____

Wyprowadzenie możliwych gatunków tetartosymetrii.

Gatunków tych jest jeszcze mniej, niż hemisyme-

trycznych. Oczywiście, iż dwukąty nie mogą dać tetartosymetrii, albowiem, ta możliwa jest tylko wtedy, kiedy mamy do czynienia z trójkątem płaszczyzn zwierciadlanych.

Twierdzenie: Płaszczyzny odbicia tróiste go nie mogą zawierać kątów, będącego nieparzystą częścią 180° .

Niechaj jeden z kątów pomiędzy płaszczyznami odbicia tróiste go równa się $\frac{180^\circ}{2n+1}$, gdzie n jest liczbą całkowitą. Wówczas kąt obrotu względem prostej, będącej przecięciem się tych płaszczyzn, będzie $= 4 \times \frac{180^\circ}{2n+1}$, a porządek tej osi $= 360 : \left[4 \times \frac{180^\circ}{2n+1} \right] = \frac{360(2n+1)}{4 \cdot 180^\circ} = \frac{2n+1}{2}$, co nie jest liczbą całkowitą; a więc oś taka jest niemożliwa.

Stąd wynika, iż trójkąty, które są zdolne do wytworzenia tetartosymetrii będą tylko: $\sigma(222)$, $\sigma(224)$ i $\sigma(226)$.

Symbol ich wyrazimy, jak następuje, przez oznaczenie każdego boku trójkąta płaszczyzn zwierciadlanych, odpowiadających płaszczyznom odbicia tróiste go za pomocą L przecinków:

$$\sigma(2''2''2''), \quad \sigma(2''2''4''), \quad \sigma(2''2''6'').$$

Z poprzedniego wynika więc, że liczba możliwych gatunków symetrii krystalograficznej równa się 32.

Z nich 11 przypada na holosymetrię, tyłu na hemisymetrię zupełną, 7 na hemisymetrię niezupełną,

i trzy na tetartosymetrię.

Holosymetria	Hemisymetria				Tetartosymetria
	zupetna	niezupetna			
$\Delta(234)$	$\Delta(2'3'4')$	—	$2'34'$		
$\Delta(233)$	$\Delta(2'3'3')$	—	—		
$\Delta(226)$	$\Delta(2'2'6')$	$\Delta(2'2'6')$	$\Delta(2'2'6')$	$\Delta(2''2''6'')$	
$\Delta(224)$	$\Delta(2'2'4')$	$\Delta(2'2'4')$	$\Delta(2'2'4')$	$\Delta(2''2''4'')$	
$\Delta(223)$	$\Delta(2'2'3')$	$\Delta(2'2'3')$	—	—	
$\Delta(222)$	$\Delta(2'2'2')$	$\Delta(2'2'2')$	—	—	$\Delta(2''2''2'')$
$\Delta(6)$	$\Delta(6')$	—	—	—	
$\Delta(4)$	$\Delta(4')$	—	—	—	
$\Delta(3)$	$\Delta(3')$	—	—	—	
$\Delta(2)$	$\Delta(2')$	—	—	—	
$\Delta(1)$	$\Delta(1')$	—	—	—	

Powtarzanie się kalejdoskopowe trójkątów
plaskorzyzu symetrii na kuli. Łłość kie-
ruków jednoznacznych.

Proponowane symbole mają tę dogodność, że przy ich pomocy możemy odrazu określić ilość jednoznacznych kierunków dla danego gatunku symetrii. Każdy trójkąt (lub dwukąt) sferyczny odbijając się w trzech przeciwległych ścianach powtórzy się kalejdoskopowo i utworzy sześć jednakowych trójkątów, pokrywających bez

przerwy całej powierzchni kuli. Przechodzi, że największa ilość kierunków jednoznacznych równa się w ogóle liczbie trójkątów, pokrywających sferę. Ta zaś liczba równa się stosunkowi powierzchni kuli do powierzchni danego trójkąta sferycznego. Jeżeli symbol trójkąta jest $\delta(mnp)$, i jeżeli r jest promieniem kuli, to powierzchnia trójkąta $P(ABC)$ będzie:

$$P(ABC) = \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n} + \frac{1}{p} - 1 \right) \pi r^2$$

[Wiadomo bowiem, że powierzchnia trójkąta sferycznego $P(ABC) = r^2 \pi \frac{\varepsilon}{180^\circ}$, ε zaś, czyli przewyżka wartości kątów ponad $180^\circ = \varepsilon = \alpha + \beta + \gamma - 180^\circ$, stąd $P(ABC) = \pi r^2 \left(\frac{\alpha}{180} + \frac{\beta}{180} + \frac{\gamma}{180} - 1 \right)$, więc dla trójkąta $\delta(234)$ otrzymamy:

$$P(234) = \pi r^2 \left(\frac{90}{180} + \frac{60}{180} + \frac{45}{180} - 1 \right), \text{ czyli}$$

$$P(234) = \pi r^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - 1 \right)$$

Łiczba zaś kierunków jednoznacznych N wynosi więc tak:

$$N = \frac{4\pi r^2}{\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n} + \frac{1}{p} - 1 \right) \pi r^2} = \frac{4}{\frac{1}{m} + \frac{1}{n} + \frac{1}{p} - 1} \quad \text{czyli}$$

$$N(mnp) = \frac{4mnp}{mn + mp + np - mnp}$$

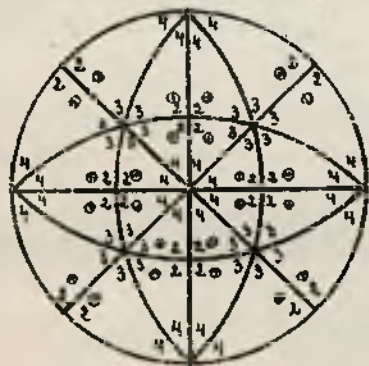
Dla gatunków hemisymetryj i tetartohsymetryj należy zmniejszyć dwa, względnie cztery razy.

Jeżeli skróconymi symbolami dwukątów rzecz się na prościej: cyfra umieszczona w nawiasie zdwojona da liczbę kierunków jednoznacznych gatunku holo-

symetrycznego, np. $\delta(4)$ odpowiada ośmiu kierunkom jednoznaczny, lecz symbol hemisymetryczny $\delta(4')$ będzie odpowiadał tylko czterem takim kierunkom.

Oczywiste, że to maximum jednoznacznych kierunków będzie jednocześnie oznaczać i największą liczbę ścian postaci prostej danego gatunku symetrii, mianowicie tak zw. postaci ogólnej, posiadającej największą liczbę ścian.

Np. trójkąt $\delta(234)$, powtórzywszy się kalejdoskopowo da sieć trójkątów, przedstawioną na rysunku. Liczba



trójkątów będzie 48, jak to widzimy z rachunku:

$$N = \frac{4(2 \times 3 \times 4)}{2 \times 3 + 2 \times 4 + 3 \times 4 - 2 \times 3 \times 4} = \frac{96}{2} = 48$$

Diagram dany wewnątrz trójkąta powtórzy się także 48 razy na powierzchni kuli, jak to widać na rysunku, gdzie (•) kółka oznaczają

bieguny półkuli przedniej (względnie górnej), krzyżyki zaś - bieguny półkuli tylnej (względnie dolnej). Ściany stykające się z powierzchnią kuli w tych 48 biegunach tworzą postać ogólną dla tego typu trójkąta, t. zw. 48 ścian czyli heksakis tetraedr.

Na dotychczasowej tablicy mamy oddane projekcje

Holosymetria

Hemisymetria
 supratna metapetna

Tetartosymetria

Symetria sferyczna
 Typ tetartosymetrijny Typ octosymetrijny



$S[234]$



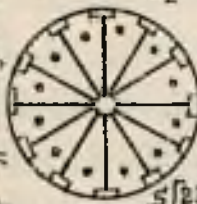
$S[2'3'4']$



$S[233]$



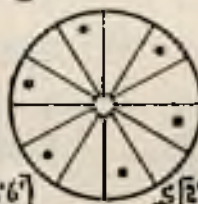
$S[2'3'3']$



$S[226]$



$S[2'2'6']$



$S[2'2'6]$



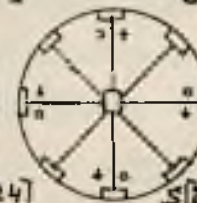
$S[2'2'6']$



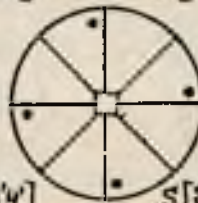
$S[2'2'6'']$



$S[324]$



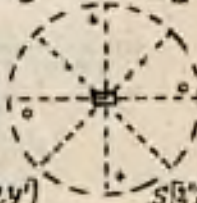
$S[2'2'4']$



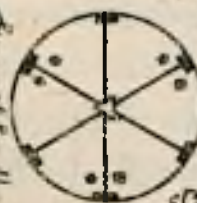
$S[2'2'4]$



$S[2'2'4']$



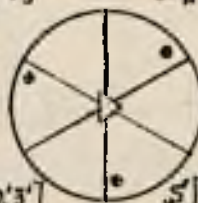
$S[2'2'4'']$



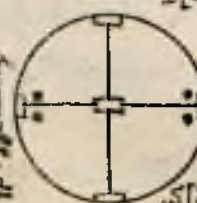
$S[223]$



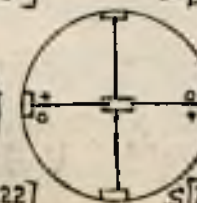
$S[2'2'3']$



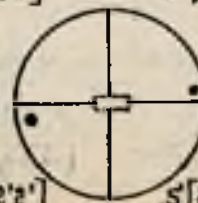
$S[2'2'3]$



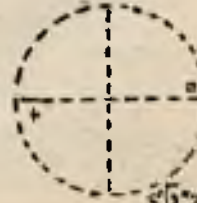
$S[222]$



$S[2'2'2']$



$S[2'2'2]$



$S[2'2'2'']$

Symetria bipyramidalna
 Typ trygonalny Typ tetragonalny Typ heksagonalny

Symmetry for variables

S. lomatypus

Impressions of

Typing

Typ Triangulation

Impressobrya sp.

Typ beledagow

Holosymetria *Hemisymetria*
 rupina

49 *Hemisynmetrya*
rupatna

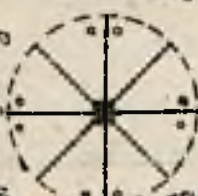
Impetna



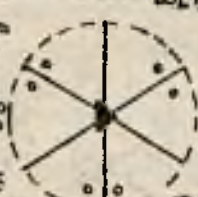
5[6]



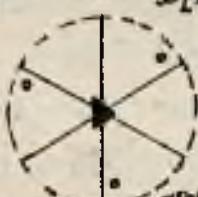
5[6]



5[4]

 $S[4]$ 

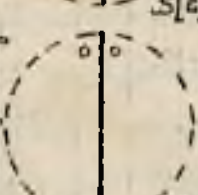
5137

 $S[3']$ 

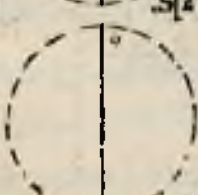
5121



5/21



510



15

PT	Trasce, 1000	pojedynczych	rozmiar	liniów grub.
"	"	parzystych	"	" cieni.
"	"	podwójnych	"	" przyszw.

Obwód kota przerywany nie ma dla symetrii
znaczenia.

□	of symmetry	Brachyotia
△	"	trochotina
□	"	catenotina
○	"	macrotina

Оси полярне закривлені.

○ przegony scian potkuli podniej
+ " " " " glnic

stereograficzne wszystkich wyprowadzonych powyżej 32 gatunków symetrii krystalograficznej. Na projekcjach tych przedstawiono podział kuli płaszczyznami symetrii na części symetryczne, z których każda tworzy trójkąt lub dwukąt sferyczny płaszczyzny symetrii, a całość wszystkich części jest wynikiem kalejdoskopowego powtórzenia oddzielnych trójkątów (względnie dwukątów). Płaszczyzny symetrii prostej oznaczono liniami gruboziemi, hemisymetrii - liniami cieńszymi, tetartosymetrii zaś - przerywanymi.

Jeżeli obwód kota zasadniczego (projekcyjnego) nie ma dla symetrii znaczenia, to oznaczono go liniami przerywanymi. Przecięcie się płaszczyzn symetrii oznaczono wielokątami, odpowiadającymi kątatem swoim porządkowi osi, a więc osi dwukrotne oznaczono prostokątami, trójkrotne - trójkątami, czwórkrotne - kwadratami, sześciokrotne - sześciobokami. Osi różnobiegunowe (polarne) przytem zaznaczono.

Na rzutach tych przedstawiono także wewnętrzne trójkątów bieguny kierunków jednoznacznych, t. j. bieguny ścian ogólnej postaci prostej każdego gatunku symetrii. Pierwszy szereg pionowy zawiera holosymetrię, drugi, trzeci i czwarty - hemisymetrię, piąty - tetartosymetrię. Szeregi poziome charakteryzują się jedna -

kowym kształtem trójkąta symetrii.

Związek pomiędzy oddzielnymi gatunkami symetrii wyraża się formą trójkąta płaszczyzn symetrii, która w szeregach tablicy poziomych jest jednakowa. Nie trudno jednak dostrzec pokrewieństwo i pomiędzy gatunkami szeregów pionowych, np. pomiędzy $\sigma(226)$ i $\sigma(6)$, albo pomiędzy $\sigma(224)$ i $\sigma(4)$ i t. d.

Głosedrya, hemiedrya i tetartedrya w stosunku do symetrii.

Wnapiamy wiele takich wielościanów krytalograficznych, które dadzą się wyrowadzić z innych przez opuszczenie połowy ścian obecnych i przez rozszerzenie pozostałych do wzajemnego przecięcia się. Tego rodzaju związek zachodzi np. pomiędzy ośmiościanem a tetraedrem.

Postaci z największą liczbą ścian nazwano głosedryami (całkowitemi), formy z połową ścian możliwych otrzymały nazwę hemiedrycznych (połówekowych). Wreszcie zdarzają się także wielościany, wykazujące tylko $\frac{1}{4}$ ścian możliwych - te nazwano tetartedrycznymi (ćwiartkowymi). Wielościany hemiedryczne i tetartedryczne w ogóle nazwane zostają meroedrycznymi.

Wyłożone wyżej pojęcia symetrii, mające za podstawę

najprostszy element symetrii - płaszczyzna - najzupełniej objaśnia zjawisko merodryi. Przemiana, że wielościanny holodryczny odpowiada holosymetrii, jako tej kombinacji płaszczyzn symetrii, która daje największe liczbę ścian (odbić), gdy hemidrya odpowiada hemisymetrii, a tetartoedrya - tetartosymetrii.

Niektórzy krytalografowie odwołują się do ogdoedry t.j. takie przypadki wielościannów, które wykazują tylko 1/8 wszystkich możliwych ścian. Atoli ogdoedrya nie wypływa z ogólnego określenia symetrii i jest tylko wynikiem sztucznego zestawienia wielościannów wyprowadzonych z rozmaitych holosymetrycznych kombinacji płaszczyzn symetrii.

Wspólnym rodzajem merodryi jest hemimorfizm, polegający na rozmaitem znaczeniu obu końców osi symetrii.

Jeżeli więc pojęcie merodryi jest sztuczne i dowolne, to jednak niepodobna mu odmówić znaczenia dydaktycznego, dzięki któremu utrzymuje się ono do dzisiaj w podręcznikach mineralogii (zwłaszcza niemieckiej).

Krytalograficzne znaczenie płaszczyzn i osi symetrii.

Dla dopełnienia naszych wiadomości o symetrii krytalograficznej i jej gatunkach należy

jeszcze pamiętać o następujących prostych twierdzeniach, wypływających wprost z danych objętych dotychczas tablicą.

1. Płaszczyzny odbić prostych są zawsze możliwemi ścianami krystalograficznemi.

2. Osi symetrii są możliwemi krystalograficznemi krawędziami, a płaszczyzny do nich prostopadłe są krystalograficznie możliwe.

3. Płaszczyzny odbić dwuścielnych i tróścielnych są tylko wtedy możliwe krystalograficznie, kiedy się w nich przecinają co najmniej dwie osi symetrii lub jeżeli są one prostopadłe do osi symetrii.

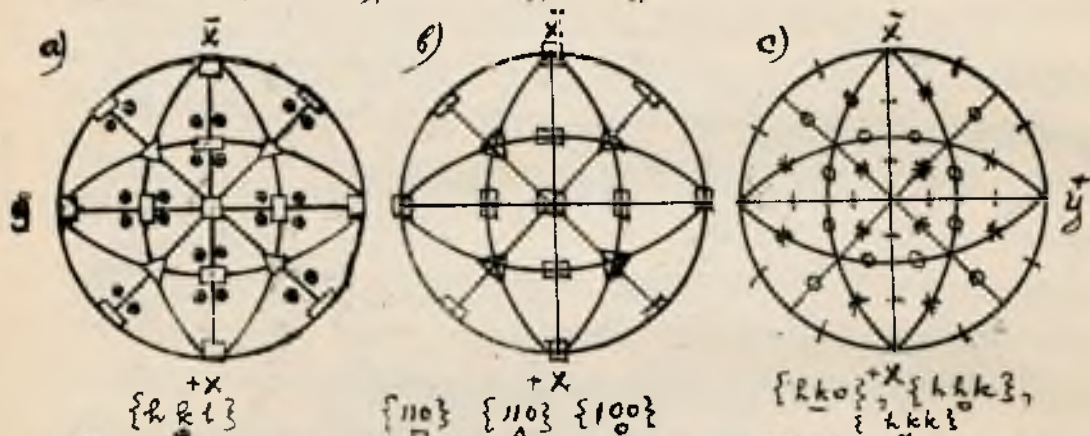
Postaci ogólne i szczególne.

Każdy gatunek symetrii (klasa kryształów) posiada jedną prostą postać o najniższej liczbie ścian. Postać tę otrzymamy skoro początkowy biegun ściany umieścimy wewnątrz jednego z trójkątów, na które zostaje podzielona powierzchnia kuli płaszczyznami symetrii. Wówczas biegun ten powtórzy się w każdym trójkącie, lub tylko w niektórych, zależnie od tego, czy boki jego będą ścianami prostego, czy też dwuścielnego lub tróścielnego ośbicia. Takiego wielościan prosty będzie dla danej klasy kryształów postacią w ścianach najogólnszą całą postacią ogólną.

Jeżeli natomiast umieścimy biegun początkowy nie w środku trójkąta, lecz na jego boku lub w kącie, ma-

jącym znalezienie realnego elementu symetrii, wówczas otrzymamy postać szeregółową.

Weźmy np. gatunek symetrii o symbolu $\bar{3}(234)$ z dwiema płaszczyznami symetrii.



Skoro początkowy biegun ślany umieścimy wewnątrz trójkąta, powtórzy się on na kuli 48 razy i da ogólną postać tej klasy, czyli t. zw. 48-scian (rys. a).

Biegun początkowy umieszczony w kącie trójkąta 45° t. j. w biegunie osi 4-krotnej, powtórzy się tylko 6 razy i da postać szeregółową - sześciastian (rys. b).

Tenże biegun umieszczony w kącie 60° (biegunie osi 3-krotnej) powtórzy się 8 razy i da osmoościastian (rys. b), wreszcie umieszczony w kącie 90° (biegun osi 2-krotnej) powtórzy się 12 razy i da dwunastościastian (rys. b).

Podobnie umieszczając biegun początkowy kolejno na bokach trójkąta 2, 3, 4 otrzymamy trzy szeregi 24-scianów.

które też będą postaciami szeregółowymi typu $S(234)$ - rys. c

Z tego wynika, że znając znażenie elementu trójkąta, na którym umieszczamy Biegun, możemy a priori powie-
dzieć, ile dana postać szeregółowa będzie miała ścian.
Jeżeli tym elementem jest bok trójkąta, będący realną
płaszczyzną symetrii, to ilość ścian postaci ogólnej zmniej-
szy się 2 razy; jeżeli będzie nim wierzchołek trójkąta, przez
który przechodzi oś n -tego porządku, to ilość ścian
postaci ogólnej zmniejszy się $2n$ razy; jeżeli będzie
nim wierzchołek trójkąta, przez który przechodzi oś n -tego
porządku, to ilość ścian postaci ogólnej zmniejszy się
 $2n$ razy.

Postaci szeregółowe (i ogólne) będą jedynymi w swoim
rodzaju, skoro Bieguny ich zajmują na kuli jedne
w swoim rodzaju miejsca, np. wierzchołek trójkąta
lub środek jego boków. Tak np. wyprowadzane wyżej
postaci szeregółowe: sześciuścian, ośmiuścian i 12-ścian
są postaciami jedynymi w swoim rodzaju: ściany ich
przecinają się stale pod tymi samymi kątami, skutkiem
czego posiadają one stale wskaźniki ścian i symbole
 $\{100\}$, $\{111\}$, $\{110\}$. Przeciwnie 48-ścian i wyponia-
ne 3 szeregi 24-ścianów mają położenie Biegunów sta-
leściowych sobie elementach trójkąta zmienne, i dlatego
jest niepodobna a priori wiedzieć ani kątów pomiędzy

ich ścianami, ani oznaczyć ściśle wskaźników (symboli).

Symetria ścian postaci prostych.

Każda ze ścian kryształu jest położona w pewien sposób względem pierwiastków symetrii. Jeżeli jest ona prostopadła do osi symetrii lub pł. symetrii, będzie symetryczną; w przeciwnym razie będzie asymetryczną, czyli pozbawioną symetrii. Jeżeli ściana jest prostopadła do osi symetrii, to, zależnie od porządku tej osi, nazwiemy ścianę dwu-, trój-, cztero-, lub wielokrotną (posiadającą środek obrotu 2-go, 3-go, 4-go lub 6-go porządku: C_2, C_3, C_4, C_6). Jeżeli ściana jest prostopadła do 1, 2, 3, 4 lub 6 płaszczyzn symetrii, to nazwiemy ją jedno-, dwu-, trój-, cztero-, lub wielokrotną symetryczną. Z powyższego wynika, że ściany postaci ogólnej będą asymetryczne, ściany zaś postaci poszczególnych będą symetryczne.

Pomiędzy ilością ścian postaci prostej poszczególniej a jej symetrią zachodzi bardzo prosta zależność, a mianowicie: ilość z liczby ścian postaci prostej przez liczbę jednoznacznych kierunków każdej ściany równa się liczbie ścian postaci ogólnej danego gatunku symetrii. Widać to na rys. a i b, podanych wyżej.

Na 48 ścianie jednoznacznych kierunków jest oczywiście tyle co ścian, t. j. 48. Postać szczególna,

np. sześcián powstaje niejako przez cłanie się 8 trójkątów schodzących się w Bieguie O (rys. 6). Stąd każda ściana kostki będzie oczywiście wykazywać tyle kierunków jednoznacznych, z ilu ścian postaci ogólnej powstała, t.j. w danym przypadku z 8. Innemi słowy każda ściana postaci szczególnej wykaże tyle kierunków jednoznacznych, ile razy liczba jej ścian jest mniejsza, od liczby ścian postaci ogólnej. (Jest to t.zw. prawo zachowania jednoznacznych kierunków).

Symetria geometryczna a krytalograficzna.

Wzrost oka na projekcyę stereograficzną płaszczyzn symetrii dwu pierwszych poziomych jej szeregów, obejmujących gatunki $\delta(234)$, $\delta(2'3'4')$, $\delta(2''3''4'')$, $\delta(23\bar{3})$ i $\delta(2'3'\bar{3})$ przekona nas, że umieszczając Biegum prostopadłą na Bieguie osi czterokrotnej lub dwukrotnej, otrzymamy we wszystkich pięciu gatunkach symetrii jedną i tę samą geometryczną postać prostopadłą, której wszystkie Bieguny będą od siebie odległe o 90° , a więc dadzą sześcián.

Rozpatrując w podobny sposób inne gatunki symetrii znajdziemy, że sześcián, odpowiadający tylko pierwszemu prawu krytalografii, t.j. stałości kątów, jako zespół 6 prostopadłych ścian, jest możliwy jeszcze w innych 11 przypadkach. Lecz tylko wyżej wspomnianych 5 ga-

tunków sześciann będzie oczywiście postaciami prostymi, inne będą kombinacyami.

Geometrycznie wszystkie te sześcianny nie dadzą się odróżnić (wszystkie wykazują jedną i tę samą symetrię).

Lecz skoro uciekniemy się do symetrii ścian każdego z pięciu wyżej wspomnianych sześciannów, to zdostamy je z łatwością odróżnić. — Ściany sześciannu będą:

w $\Delta(234)$ ceterosymetryczne

$\Delta(2'3'4')$ ceteromierne (z centrum obrotu 4go porządku)

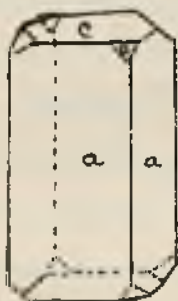
$\Delta(2'3'4')$ dwsymetryczne względem osi

$\Delta(233)$ — " — " — przekątni

$\Delta(2'3'3')$ dwsymierne (z centrum obrotu 2go porządku).

Tak więc tylko w przypadku pierwszym $\Delta(234)$ symetria geometryczna sześciannu odpowiada jego symetrii krytalograficznej, w pozostałych zaś czterech przypadkach jest niższą od geometrycznej. Przyczyna tej różnicy polega na tem, że kryształ nie jest li tylko ciałem geometrycznym, lecz środowiskiem materji stałej o właściwościach swoistem rozmieszczeniu własności fizycznych, zależnem od prawa jednorodności. Każdą ścianę kryształu należy rozpatrywać jako płaskowyż materjalny. Kluczy właściwości fizycznych kryształu nie zależą ani od rozległości ściany, ani od jej formy. Stąd całkowita charakterystyka ściany musi polegać na zbadaniu jej fizycznej natury.

Niekiedy możemy ją rozpoznać po pewnych cechach zewnętrznych, np. po kolorze, jak to się ma z kryształami



cyanku platyny i magnezu, których ściany najwidoczniej rozpadają się na 3 grupy: 1) cztery ściany a jasnozielonego koloru o blasku matowym tworzą same przez się słup kwadratowy; osm ścian c ciemnoczerwonego koloru nawzajem się przecię-

nając dają podwójną piramidę o podstawie kwadratowej, wreszcie 2 ściany c koloru ciemnoczerwonego matowego tworzą dwie równoległe płaszczyzny równoległe. W tym więc przypadku z łatwością odróżnimy ściany do jednej prostej postaci należące.

Ściany kostki pirytu dwusymetryczność swoją względem boków kwadratu wykazują wyraźnie przez prążki, które odrazu pozwalają zaliczyć kostki do typu 3 (2' 3 4').



Wszystkie ściany są jednak równoległe i widocznie posiadają jednakową naturę fizyczną, skutkiem czego zaliczyć je musimy do jednej i tejże samej postaci prostej.

W większości jednak przypadków prosta obserwacja

powierzchnowych właściwości ścian nie jest dostateczne, i, aby oznaczyć ich symetrię z całą pewnością, należy przedsięwziąć osobne badania, polegające przede wszystkim na trawieniu ścian cieciami, które rozpuszczają w mniejszym lub większym stopniu substancję kryształową.

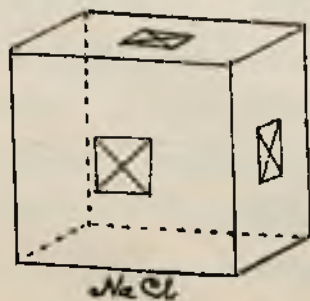
Z powyższego wynika, iż, badając symetrię kryształową, nie możemy poprzestawać li tylko na oznaczeniu jego właściwości geometrycznych, lecz zawsze winniśmy pamiętać o tem, że czysto geometryczna symetria kryształowa często przewyższa jego symetrię istotną krytalograficzną.

Oznaczenie symetrii ścian za pomocą trawienia.

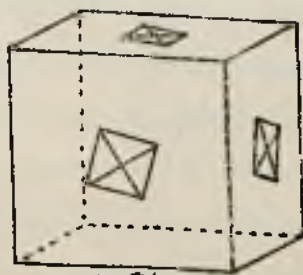
Najważniejsza metoda oznaczania symetrii polega na badaniu działania, jakie wywierają na kryształ ciecze lub gazy nagryzające jego ściany, krawędzie lub narożniki. Na ścianach kryształów zwilżonego reagującą nań cieczą, przy zachowaniu pewnych ostrożności (rozcieńczenia, czasu działania), powstają w rozmaitych kierunkach krytalograficznych rozmaite figury wytrawione, odznaczające się zawsze symetrią tej ściany, na której zostały wywołane. Są to t. zw. dotki i wągorki wytrawione, przybierające zwykle formy drobnych wklęsłych lub wypukłych piramid.

Wziemy dla przykładu dwa ciała, krystalizujące się

w sześciątach regularnych: sól kamienna (NaCl) i
sylvin (KCl). Sześciąt stożkowy jest o jednolite-
nym kwadratach. Każdy kwadrat geometrycznie
posiada po 2 pary linii symetrii, równoległych do boków
i przekątnych (jest ceterosymetryczny). - Obracamy
koko środka przecięcia się linii symetrii (centrum 4-go
porządku C_4) zleje się sam z sobą 4 razy (jest cetero-
mierny). Związek pomiędzy elementami sześciąt i kwa-
dratu jest oczywisty. Każda linia symetrii iściany kwa-
dratowej kostki jest linią przecięcia się tej iściany z
prostopadłą do niej pł. symetrii, a przez środek iściany
przechodzi prostopadła do niej ceterokształna oś symetrii.
Aby znaleźć istotną symetrię danego sześciąt, na-
leży porównać symetrię otrzymanych na jego iścianach
figur wytrawionych z symetrią geometryczną kwadratu
i znaleźć elementy wspólne, których ceterokształt i obroti
istotną symetrię kostki. Sól kamienna (NaCl) wytra-



NaCl



KCl

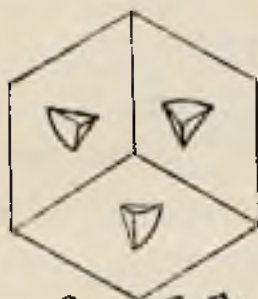
wiana wodą pokryje
się dotkami kwa-
dratowymi, których
symetria nie różni
się nie różni od
symetrii geometrycz-
nej kwadratu.

Stąd wnosimy, że nacięty soli kamiennej wykazuje całkowitą symetrię naciętu, t.j. mają 9 płaszczyzn symetrii, 13 osi symetrii oraz centrum symetrii.

Co innego jednak zauważymy na KCl . Skoro nacięty jego wystawimy na działanie wilgotnego powietrza, to również otrzymamy figury wytrawione kwadratowe, ale położenie ich względem ścian kwadratowych kryształu będzie odmiennie. Będą one posiadały z temi ostatniemi tylko jeden wspólny pierwiastek symetrii, mianowicie środek symetrii 4go porządku (4-krotny). Ani jednej wspólnej pł. symetrii niepodobna przeprowadzić przez nacięty sylwiny i powstałe na jego ścianie figury wytrawione. Tylko 13 osi symetrii są im wspólne.

Drugą parę przykładów stanowią romboedry kalcytu ($CaCO_3$) i dolomitu ($MgCaC_2O_6$). Romboedr jest postacią, której symetria geometryczna wykazuje trzykrotną oś symetrii, 3 prostopadłe do niej osi dwukrotne, 3 pł. symetrii prostopadłe do tych osi i do ścian romboedru. Pod wpływem kwasu solnego na kalcyte powstają figury, zupełnie odpowiadające tej symetrii. Przeciwnie romboedry dolomitu odznaczają się niesymetrycznemi figurami wytrawienia oraz niekiedy stopieniami krawędzi, z czego wynika, że romboedry te posiadają tylko 1 oś trójkrotną oraz centrum symetrii.

jakkolwiek romboedry kalcytu i dolomitu geometrycz-



CaMgC_2O_6
Dolomit



CaCO_3
Kalcyt

nie ujawniają jednakowej symetrii, to jednak figury, wytrawione dowodzą, że krystalograficznie postaci tych minerałów należą do różnych gatunków symetrii.

Klasyfikacja kryształów.

Klasa kryształów. Powyżej na podstawie prawa symetrii i wymierności stosunków wyprowadziliśmy drogą czystej dedukcji 32 możliwe gatunki symetrii krystalograficznej. Poznane dotychczas kryształy, zarówno ze świata minerałów, jak otrzymane w pracowni, zawsze odpowiadają jednemu z 32 wyprowadzonych gatunków symetrii. Także dla 3 gatunków symetrii: $S(223)$, $S(2'2'3)$ i $S(2''2''4)$ nie znaleziono dotychczas nawet plimowych przykładów.

Klasę kryształów, należących do danego gatunku symetrii, nazywamy klasą, czyli zasadniczą jednostką ich klasyfikacji, opartą na zasadzie symetrii. To za-

sadnicze jednostki łądzą się następnie skupiać w grupy, obejmujące po kilka klas pojedynczych. Zasady tego grupowania klas mogą być rozmaite. Systematyka racjonalna, przeprowadzająca konsekwentnie jedną i tę samą zasadę, a więc w danym razie symetrię, mieści się na znanej już nam tablicy, obejmującej projekcję stereo-graficzną 32 gatunków symetrii. Stąd, przez poziomy, charakteryzuje się kształtem trójkąta sferycznego pł. symetrii i obejmuje klasy: holosymetryczną, hemisymetryczną, względnie tetartosymetryczną. Jedenaście szeregów poziomych odpowiada jedenastu typom systematycznym. Typy dodaje się zebrać w 4 grupy: sferyczną, piramidalną, piramidalną i dwusieczną.

Układy krystalograficzne. W praktyce jednak ułata się oddawna systematyka klas formalna, naciągająca się bardziej do obliczania kryształów i dzieląca klasy na t.zw. układy (systemy). Jak wiemy z poprzedniego, kryształ geometryczny oznacza się pięcioma stałymi, a mianowicie stosunkiem jednostek osiowych $a:b:c = \frac{a}{b}:1:\frac{c}{b}$ oraz kątami przecięcia się osi krystalograficznych (α, β, γ), na których owe jednostki zostają odcięte. Charakterystyka ta, zależna od symetrii kryształu może się jednak znacznie uprościć a to przez nadanie wymienionym pięciu danym znaczeń prostych.

W stosunku jednostek siarowych uproszczenie polega na tym, że nie tylko wyraz b, lecz i a, a nawet i c może przybrać znaczenie jednostki, w kątach zaś na ten, że przyjmujemy one znaczenie stałe $90^\circ, 60^\circ, 45^\circ$ i t. p.

Symetria kryształów rozważa na pięć przypadków uproszczenia, które łącząc z przypadkiem ogólnym daje szesć układów krystalograficznych.

1. Układ regularny (równosienny). Należy tu 5 klas: $\bar{6}(234), \bar{6}(2'3'4'), \bar{6}(2'3'4''), \bar{6}(233), \bar{6}(2'3'3')$. Wszystkie one charakteryzują się obecnością 3 jednoznacznych nawzajem prostopadłych, 4-krotnych lub 2-krotnych osi symetrii, które wybieramy za osi krystalograficzne. Kąty między pionowymi osiami ($\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$) są tu sobie równe i proste. Jednostki osiowe również są sobie równe, gdyż stanowią odcinki jednoznacznych kierunków. Klasy, należące do układu równosiennego, cechuje nadto obecność 4-trzykrotnej osi symetrii.

2. Układ heksagonalny obejmuje klasy z 6- i trójkrotną lub 3-trzykrotną osią symetrii. Oś tę wybieramy za osi krystalograficzną Z (pionową). Jednostkę osiową na niej oznaczamy przez c. Zgodnie z symetrią, należących tutaj klas, oprócz osi pionowej przyjmujemy jeszcze 3 prostopadłe do niej osi poziome, których kierunki dwudziennie tworzą między sobą kąty 120° ,

a które oznaczymy przez x_1, x_2, x_3 . Te trzy osi posiadają



o jednostce osiowej a nazywamy osiami pobocznymi a zaś do nich pionową zwiemy główną.

Mamy tu więc kąty: $\gamma = 120^\circ, \beta = \alpha = 90^\circ$, stosunki zaś osiowe $a = b, c$.

Ponieważ przyjmujemy tu 4 osi, to i symbole ścian będą się składa-

ły z czterech wskaźników, o czym później.

Do układu tego należą klasy kryształów o symbolach symetrii: $S(226), S(2'2'6'), S(2'2'6), S(2'2'6''), S(2'2''6''), S(223), S(2'2'3'), S(2'2'3), S(6), S(6'), S(3)$ i $S(3')$.

3. Układ tetragonalny składa się z klas:

$S(224), S(2'2'4'), S(2'2'4), S(2'2'4''), S(2'2''4''), S(4)$ i $S(4')$.

Klasy te posiadają zawsze albo 1 czterokrotną albo 1 dwukrotną oś symetrii. Do tej osi zawsze dodają się znaleźć 2 prostopadłe jednoznaczne kierunki. Oś pionowa zwie się i tutaj główną. W niej przebiega 4 pł. symetrii realne lub urojone. Przekamy je przez Z , a jednostkę osiową na niej przez C . Dwie inne osi (x, y) do niej prostopadłe (poziome) nazwiemy znowu pobocznymi. Są one jednoznaczne, i stąd jednostki osiowe na nich odcięte są sobie równe. Mamy więc tutaj: $\gamma = \beta = \alpha = 90^\circ; a = b, c$.

4. Układ rombowy obejmuje tylko 3 klasy: $\mathcal{S}(222)$, $\mathcal{S}(2'2'2')$ i $\mathcal{S}(2)$. Odpowiednio do symetrii wyróżniają go 3 nawzajem prostopadłe osi krytalograficzne niejednoznaczne: x, y, z . Za osi te możemy wybrać trzy nawzajem prostopadłe dwukrotne osi symetrii w klasach $\mathcal{S}(222)$ i $\mathcal{S}(2'2'2')$, w klasie zaś $\mathcal{S}(2)$ za os z jedną dwukrotną, za osi zaś x i y dwa do niej prostopadłe kierunki, leżące w płaszczyznach symetrii tej klasy, c.d. więc: $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$; a, b, c .

5. Układ jednoskośny skupia w sobie klasy: $\mathcal{S}(2'2'2')$, $\mathcal{S}(2')$ i $\mathcal{S}(1)$. Jedna os krytalograficzna y zlewa się z osią dwukrotną w klasach $\mathcal{S}(2'2'2')$ i $\mathcal{S}(2')$ i biegnie prostopadłe do pł. symetrii w klasie $\mathcal{S}(1)$. Dwie inne osi x i z wybieramy w pł. prostopadłej do osi y , a kąt β pomiędzy nimi jest dowolny. Jednostki osiowe także od siebie niezależne. W układzie jednoskośnym mamy zatem następujące uproszczenia: $\alpha = \gamma = 90^\circ$; β ; a, b, c .

6. Układ trójskośny składa się z 2 klas: $\mathcal{S}(2''2''2'')$ i $\mathcal{S}(1)$. Tutaj wszystkie wielkości krytalograficzne czworosićian zasadniczo są od siebie niezależne tak, iż state krytalograficzne są zupełnie od siebie niezależne i mają postać najogólniejszą, t.j. α, β, γ ; a, b, c .
 Oprocz dążności do uproszczenia stosunku osi

krystalograficznych należał jeszcze przy wyborze tego lub innego układu mieć także na uwadze, ażeby jednoznaczne i ściśle postaci prostych otrzymały jednakowe symbole i wskaźniki, różniące się tylko następstwem i znakiem.

W tetraedrze regularnym moglibyśmy np. wybrać osi tak (przyjmując za nie jego 3 krawędzie), że ściany jego otrzymałyby symbole (100) , (010) , (001) i (111) . Nie odpowiadałoby to jednak jednoznaczności tych ścian. Stąd musimy za osi krystalograficzne wybrać dwukrotne osi symetrii, a wówczas ściany tetraedru otrzymują znaki (111) , $(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$, $(1\bar{1}\bar{1})$, $(\bar{1}11)$ - zgodnie z ich jednoznacznością.

Składy z 6 układów możemy po kilka kłzo kryształów, podzielonych na grupy: holodryczną, hemidryczną, tetradryczną, a nawet ortodryczną.

Podział na układy polega zatem na zasadzie uproszczenia stosunku osi krystalograficznych zależnie od symetrii. Zasada ta, jako kryterium metodologiczne, nie ma twardych podstaw. Wynika to już z tego, że zasada doprowadzita w swoim czasie do wyodrębnienia osobnego układu dwuoskowego ($\alpha = 90^\circ, \beta, \gamma$; a, b, c), który miał zapętnić lukę pomiędzy układem jednosiowym a trójosiowym. Układ ten jednak porzucił w sprecyzacji z symetrią kryształów, chociaż

możliwy jest z punktu widzenia zasady uproszczenia. Sztuczność podziału na układy wynika i stąd, że niektórzy autorowie z układu heksagonalnego wyodrębniają klasy o 3-krotnej osi symetrii i tworzą z nich osobny układ trygonalny. Autorowie zaś, nie uznający samodzielności układu trygonalnego, zmierzają do przyjęcia ogólniejszej, nieprzewidywanej przez prawo symetrii.

Pomimo to jednak podział na układy ze względu na dogodność przy obliczaniu, tudzież ze względu na bardzo dawny i zakorzeniony zwyczaj, jest do dziś dnia ogólnie używany.

Układy i klasy. W następującem zestawieniu podane są układy wraz z wchodzącemi w ich skład klasami. Nazwy klas pochodzą od nazw charakterystycznych postaci ogólnych (według Grotha).

I. Układ osi regularny.

1. $\Delta(234)$ kl. 48-ścianu (heksakisoktaedru).
2. $\Delta(2'3'4')$ kl. 24-ścianu pentagonalnego (pentagon-ikositetraedru).
3. $\Delta(2'3'4')$ kl. 12-ścianu podwójnego (dyakisdodekaedru).
4. $\Delta(233)$ kl. 4-ścianu poszostnego (heksahistetraedru).
5. $\Delta(2'3'3')$ kl. 12-ścianu tetraedryczno-pentagonalnego.

II. Układ osi heksagonalny.

a. Oddział heksagonalny (L^6)

6. $\Delta(226)$ kl. bipyramidy 12-mianistej (dyheksagonalnej).

7. $\triangle(2'2'6')$ kl. trapezocedru heksagonalnego.
 8. $\triangle(2'2'6)$ kl. Bipiramidy heksagonalnej (6-goniastej).
 9. $\triangle(6)$ kl. piramidy dyheksagonalnej.
 10. $\triangle(6')$ kl. piramidy heksagonalnej.

B. Oddział trygonalny. (L^3).

11. $\triangle(2'2'6)$ kl. skalenoedru dytrygonalnego.
 12. $\triangle(2''2''6'')$ kl. romboedryczna.
 13. $\triangle(2'2'3)$ kl. Bipiramidy dytrygonalnej.
 14. $\triangle(2'2'3')$ kl. trapezocedru trygonalnego.
 15. $\triangle(2'2'3)$ kl. Bipiramidy trygonalnej.
 16. $\triangle(3)$ kl. piramidy dytrygonalnej.
 17. $\triangle(3')$ kl. piramidy trygonalnej.

III. Układ osi tetragonalny.

18. $\triangle(2'2'4)$ kl. Bipiramidy dytetragonalnej.
 19. $\triangle(2'2'4')$ kl. trapezocedru tetragonalnego.
 20. $\triangle(2'2'4)$ kl. Bipiramidy tetragonalnej.
 21. $\triangle(2'2'4')$ kl. skalenoedru tetragonalnego.
 22. $\triangle(2''2''4'')$ kl. Bisfenoidu tetragonalnego.
 23. $\triangle(4)$ kl. piramidy dytetragonalnej.
 24. $\triangle(4')$ kl. piramidy tetragonalnej.

IV. Układ osi rombowa.

25. $\triangle(2'2'2)$ kl. Bipiramidy rombowej.
 26. $\triangle(2'2'2')$ kl. Bisfenoidu rombowego.
 27. $\triangle(2)$ kl. piramidy rombowej.

V. Układ osi jednoskośny (monokliniczny).

28. $\sigma(2'2'2)$ kl. pryzmatyczna.
 29. $\sigma(1)$ kl. romatyczna.
 30. $\sigma(2')$ kl. sfenoidalna.

VI. Układ osi trójskośny (trykliniczny).

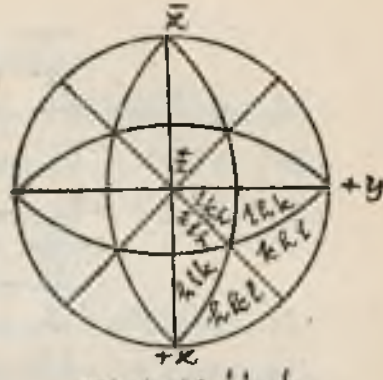
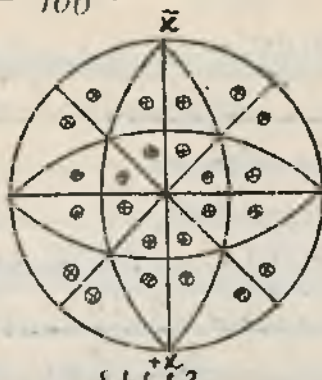
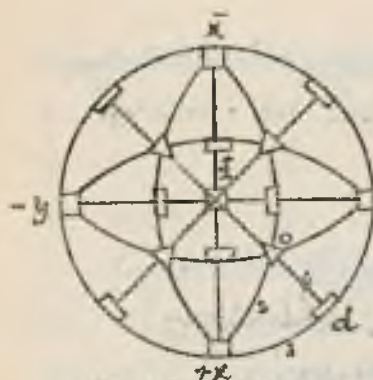
31. $\sigma(2'2'2')$ kl. pinakoidalna (dwuścianowa)
 32. $\sigma(1')$ kl. pedagonalna (asymetryczna).

W następnym rozpatrzemy bliżej tylko te klasy kryształów, które szczególniejszą posiadają wagę dla mineralogii. Wykład nasz prowadzić będziemy za pomocą modeli, rysunki perspektywiczne będą więc w notatkach niniejszych pominięte.

Układ osi regularny.

1. Klasa 48-ściann (heksakisoktryedryczna).

Trójkąt pt. symetrii $\sigma(234)$ powtórzy się na kuli 48 razy, skutkiem czego powstanie 9 pt. symetrii zwykłej, przecinających się w 13 osiach symetrii: 3 czterokrotne, 4 trzykrotne i 6 dwukrotne. Osi te są, dwubiegunowe. Na skutek 3 prostopadłych płaszczyzn symetrii obecny jest środek (centrum) symetrii. Te osi krytalograficzne stwórz 3 czterokrotne osi symetrii:

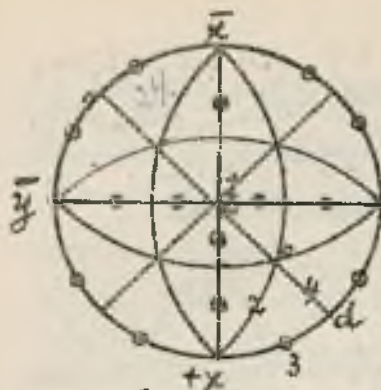


Postać ogólna, jest 48-ścian $\{h k l\}$. Zgodnie z porządkiem Biegun 48-ścianu leży wewnątrz trójkąta pt. symetrii. Jeżeli Biegun pierwotny umieszczamy kolejno na bokach i wierzchołkach trójkąta, otrzymamy następujących sześć postaci szczególnych.

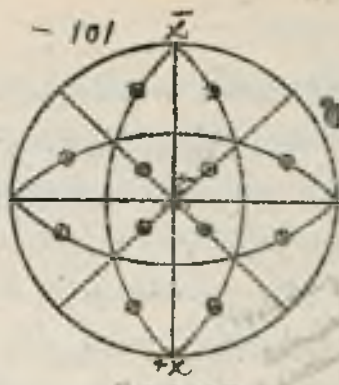
Biegun, umieszczony na Boku $x d$, powtórzy się 24 razy i da 24-ścian, zwany szescianem piramidальnym (tetra-kisheksaedr) $\{h k 0\}$, którego ściany będą jednosymetryczne względem Boku trójkąta 3.

Skoro Biegun początkowy umieścimy na Boku $x 0$ trójkąta pt. symetrii, to otrzymamy również 24-ścian, którego ściany będą jednosymetryczne względem Boku trójkąta 2; a który zwie się 24-ścianem deltoidalnym (ikositetradrem) i ma symbol ogólny $\{h k k\}$ (rys. nr sk. 101).

Wreszcie, jeżeli Biegun początkowy umieścimy na Boku $0 d$ trójkąta pt. symetrii, to otrzymamy trzeci 24-ścian, zwany osmiościanem piramidальnym (tetrakisoktaedr).



$\{h k 0\}$



$\{h h l\}$



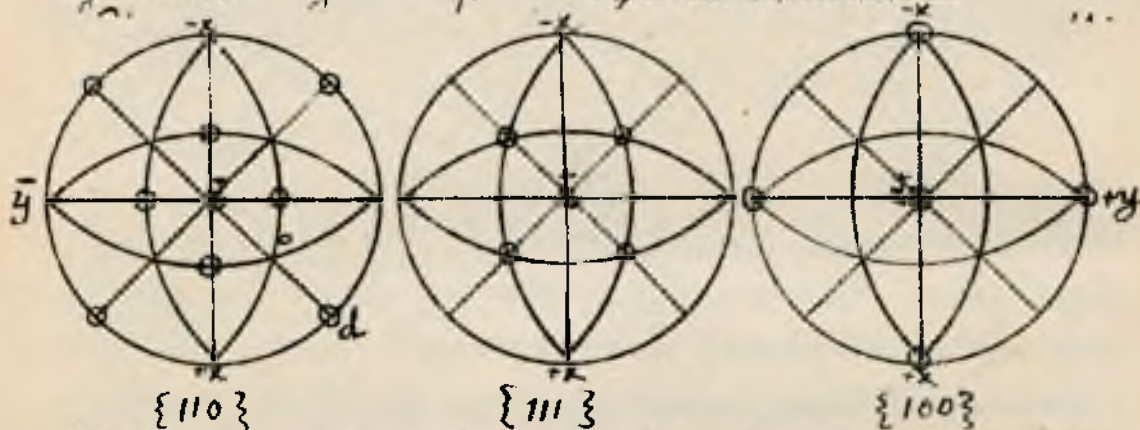
$\{h l l\}$

którego ściany są jednosymetryczne względem boku 4 trójkąta, jak to widać z odległości katowych Bieguna względem osi x, y, z jest $\{h h l\}$.

Tak samo 48-ścian, jak wyprowadzone tylko co trzy 24-ścian, odrzucając się zmiennością kątów pomiędzy ścianami i symboli zależnie od położenia Bieguna wewnątrz trójkąta, względnie na jego bokach.

Aby otrzymać dobrze możliwe w tej klasie postaci sześciokątne, umieścimy Bieguna pierwotny kolejno na wierzchołkach trójkąta nm . Skoro go umieścimy na wierzchołku d , otrzymamy 12-ścian rombów $\{110\}$ o ścianach dwusymetrycznych; umieszczony na wierzchołku o da nam ośmiuścian $\{111\}$ o ścianach trójsymetrycznych; wreszcie wyznaczając mu miejsca w wierzchołku x trójkąta, otrzymamy sześciuścian $\{100\}$, którego ściany są ortosymetryczne. Ponieważ położenie Bieguna na wierzchołku trójkąta pt. symetrii jest stałe, więc i otrzymane trzy

postaci proste są jedynymi w swoim rodzaju, a kąty ich ścian są zawsze niezmienne, a co za tem idzie, wskaźniki tych ścian i symbole postaci są także niezmienne.



Uwómy się nazywać ściany, które przecinają wszystkie 3 osi - piramidalnymi; ściany, które biegną równolegle do jednej osi nazwiemy pryzmatycznymi; wreszcie ścianom, które są równoległe do 2 osi dajmy miano ścian podstawowych (wierzchołkowych, pinakoidalnych).

Rozpoznane postaci proste zestawimy w następującej tabelce.

<u>Nazwa</u>	<u>Symbol</u>	<u>Symetria ścian</u>	<u>Typ ścian</u>
1. 48-ścian	{hkl}	Asymetryczna.	piramidalny
2. 24-ścian deltoidalny	{hkk}	jedno symetr.	— " —
3. 8-ścian piramidalny	{hhl}	— " —	— " —
4. 6-ścian piramidalny	{hko}	— " —	pryzmatyczny
5. 12-ścian rombowy	{110}	dwa symetr.	— " —

6. 8-ścian regularny $\{111\}$ trójsymetr. — piramidalny
7. 6-ścian $\{100\}$ ceterosymetr. — podstawowy

Przykłady: Galena PbS ma doskonałą tępliwość według $\{100\}$. Najczęściej występuje: $\{100\}$, $\{111\}$, $\{110\}$, $\{211\}$; $\{221\}$ oraz ich kombinacje.

Sól kamienna $NaCl$. Tępliwość doskonała według $\{100\}$. Występuje stale w $\{100\}$. Słabe postaci należą do rzadkości. Sztucznie można je otrzymać przez dodanie do roztworu rozmaitych chlorków metalicznych.

Flusnat (Fluoryt) CaF_2 doskonale tępliwy według $\{111\}$. Najczęściej tworzy $\{100\}$. Samodzielnie występuje także $\{111\}$. W kombinacjach prócz postaci wymienionych Głowę jeszcze udziat: $\{110\}$, $\{310\}$, $\{211\}$, $\{331\}$, $\{421\}$.

Magnetyt Fe_3O_4 . Najczęściej $\{111\}$, także $\{110\}$, którego ściany zrypowane są równoległe do dłuższej przekątnej.

Granat $Me_3R_2Si_3O_{12}$ ($Me = Ca, Mg, Fe^2, Mn$; $R = Fe^3, Al, Cr$). Postacią najpospolitszą jest dwunasto-ścian romboidowy $\{110\}$, zwany także granatoedrem.

Często też zdarza się $\{211\}$ samodzielnie lub w kombinacji z $\{110\}$ a także z $\{321\}$.

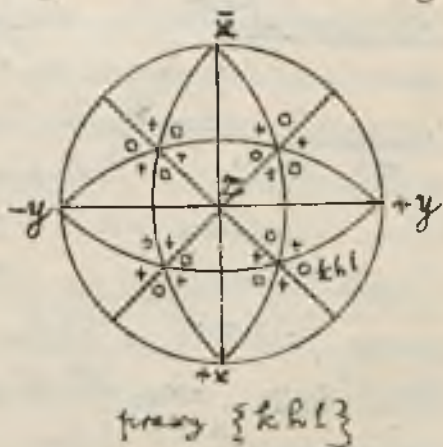
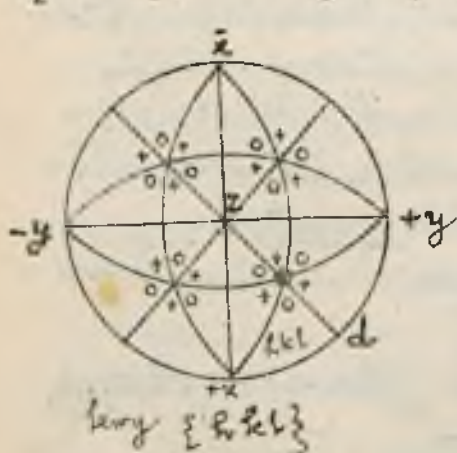
Analcyt $Na_2Al_2Si_4O_{12} \cdot 2H_2O$. Charakterystyczną postacią jest 24-ścian deltoidowy.

Wreszcie wymienić tu należy kryształ spinelu ($Mg(Fe)Al_2O_4$); należy tu także atomy: K_2SO_4 , $Al_2(SO_4)_3 \cdot 24H_2O$

2. Klasa 24-ścian pentagonalnego: $3(2'3'4')$.

W klasie tej 9 płaszczyzn symetrii traci znaczenie elementów realnych i staje się urojonymi płaszczyznami symetrii dwoiistej. Realne znaczenie posiada tylko 13 osi symetrii: 3 czterokrotne, 4 trzykrotne i 6 dwukrotnych. Osi krystalograficzne zlewają się z 3 osiami 4-krotnymi.

Postać ogólna - 24-ścian pentagonalny, stożkowy niepravidłowymi 5-ciołokami. Może on być dwójakiego rodzaju, zależnie od tego, czy biegun początkowy u- -mieścimy w lewym (xod) trójkącie oktantu dodatniego xyz , czy też w prawym ($d cy$). W pierwszym przypadku otrzymamy lewy 24-ścian pentagonalny $\{hkl\}$, w drugim - prawy $\{khl\}$. Te dwa 24-ściany

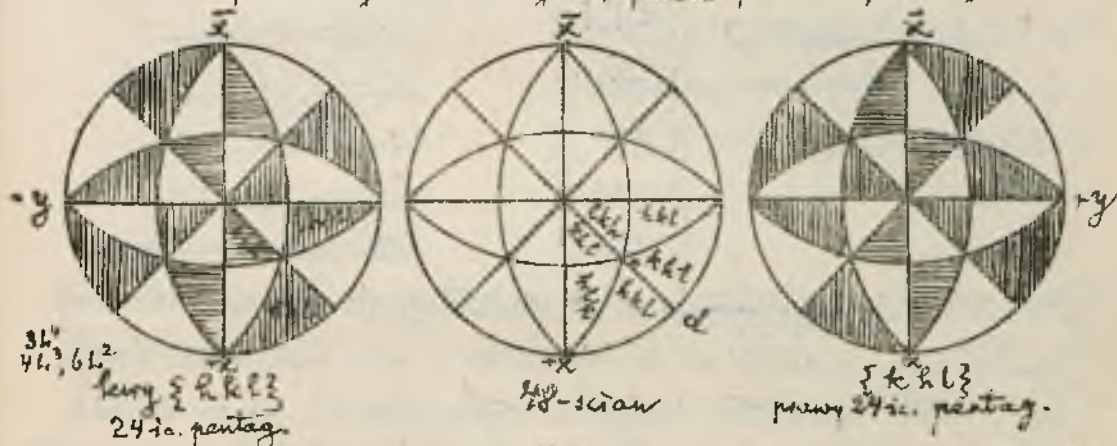


nazwane są nawzajem sobie odpowiedzającymi, czyli odpowiednikami. Mają one tę samą ogólną własność,

że jakkolwiek symetrycznie są sobie równe, to jednak złać są ze sobą, nie mogą, nie są nawzajem kongruentne. Dwie takie postaci nazywano enantiomorfizmami.

Ściany tych postaci mają położenie naprzemiennie leżących ścian 48-ścianu klasy poprzedniej, z którego je dawniej wyprowadzano hemiedryzmie.

Ponieważ boki trójkąta symetrii nie mają w tej klasie znaczenia płaszczyzn realnych, przeto postaci, których



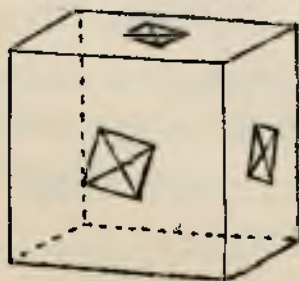
Biegunki na bokach tych leżą, nie są, tu formami wzajemnego odwrotności. Wzajemne odwrotności przyporządkowania postaci ogólnej, mającymi z nią jednakową liczbę asymetrycznych (krytalograficznie) ścian. Postaci te są: wzajemne odwrotności i biegunie na bokach x i d , 24-ścian deltoidalny i biegunie na bokach x i o oraz dwunastoscian i biegunie na bokach d i o trójkąta symetrii.

Postaciami powrotnymi będą: dwunastoscian

rombony (Biegun w d), ośmiościan (Biegun w o) i śróbian (Biegun w z). Postacie te będą się jednak różniły od opisanych w klasie poprzedniej symetrią swych ścian

Postać	Symbol	Symetria ścian
4-ścian pentag. lewy	{ h k l }	asymetryczne
— " — prawy	{ k h l }	— " —
— " — deltoidowy	{ h k k }	— " —
8-ścian piramidalny	{ h h l }	— " —
6-ścian — " —	{ h k o }	— " —
12-ścian romb.	{ 110 }	dwumierne (C ₂)
8-ścian	{ 111 }	trójmierne (C ₃)
6-ścian	{ 100 }	cetramierne (C ₄)

Przykład: Sulwin KCl, podobny do soli kamienną. Krystalizuje się także w śróbianach i ma tupość kostkową. Wtoli powietrze wilgotne wytrawia na nim dołki o rysie kwadratowym, których boki odchylone są o 15° na prawo względem krawędzi śróbian. Stąd widać,



że ściany śróbian, zarówno jak figury wytrawione mają tylko czterokrotną oś symetrii.

Należy tu także kupryt Cu₂O i salmiak NH₄Cl.

3. Klasa 12-ścian podwójnego (dyakisdodokaidyczna)

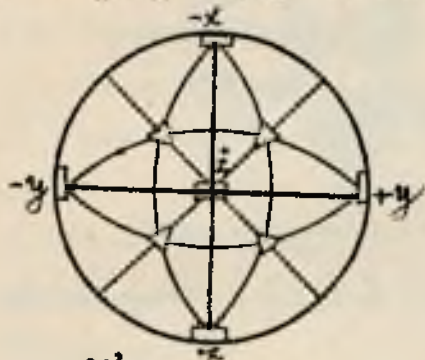
$\mathcal{S}(2'34')$

Trójkąt symetrii $\mathcal{S}(2'34')$, powtarzając się na kuli, da 3 płaszczyzny względem siebie prostopadłe odbicia prostego,

oraz 6 płaszczyzn odbicia dwustego (urojonych).

Pierwsze przecinają się w 3 dwukrotnych osiach symetrii, drugie - w 4 trzykrotnych osiach dwubiegunowych.

Osi krytalograficzne odpowiadają 3 dwukrotnym osiom



$3\pi, 3L^2, C$

symetrii.

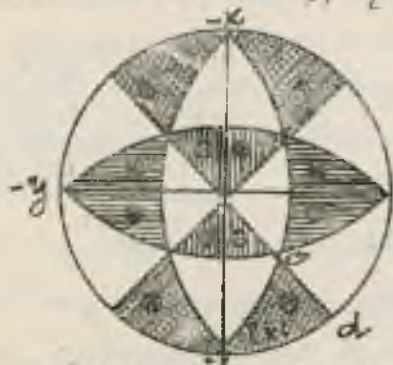
Postać ogólną jest 12-ścian podwójny, otoczony 24 trapezami.

Możliwe są 2 takie 24-ściany: prawy $\{hkl\}$ z Biegunem początkowym wewnątrz prawego trójkąta (doy) w oktancie dodatnim $(+x, +y, +z)$ oraz lewy $\{hkl\}$ z Biegunem początkowym wewnątrz lewego trójkąta (xod) w tymże oktancie.

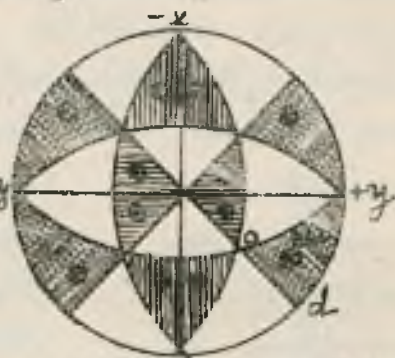
Te 2 postaci odpowiednie są nawzajem kongruentne przez obrót około linii, przechodzącej przez Bieguny osi dwukrotnej (z) o 90° .

Szczególnymi postaciami 12-ścianu podwójnego będą tu:

24-ścian deltoidalny $\{h k l\}$ z Biegunem na Boku



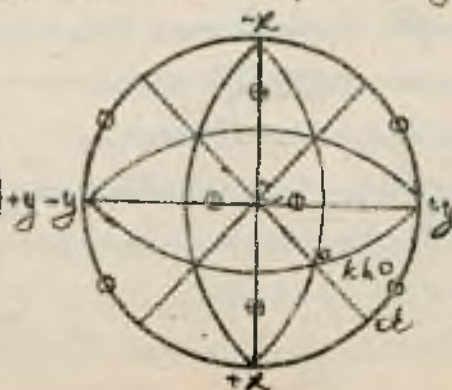
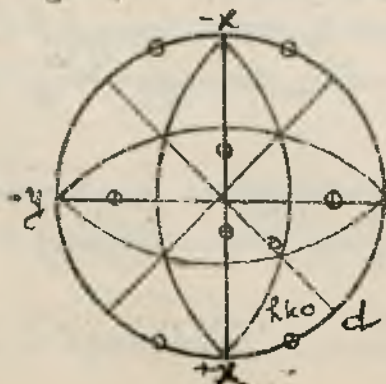
$\{h k l\}$ lewy 12-ścian półst.



$\{h k l\}$ prawy 12-ścian półst.

$x0$ i ośmiościan piramidalny $\{h k l\}$ z Biegunem na Boku do.

Postaci szeregowe: dwunastoscian pentagonalny (pięciokątny) prawy $\{h k 0\}$ z Biegunem połączkowym na Toku dy i lewy $\{h k 0\}$ z Biegunem połączkowym na Toku xd; ośmiościan $\{111\}$ z Biegunem w x. Szeregową postacią 12-ścian pentagonalnego jest 12-ścian romboidalny $\{110\}$ z Biegunem w d.



Mamy więc w tej klasie postaci następujące:

Nazwa	Symbole	Symetria ścian
12-ścian podwójny lewy	$\{hkl\}$	asymetryczne
— " — " — prawy	$\{khl\}$	— " —
24-ścian deltoidowy	$\{hkk\}$	— " —
8-ścian piramidalny	$\{hkl\}$	— " —
12-ścian pentag. lewy	$\{hko\}$	jednosymetryczne
— " — " — prawy	$\{kha\}$	— " —
— " — rombowy	$\{110\}$	— " —
6-ścian	$\{100\}$	dwusymetryczne.
8-ścian	$\{111\}$	trójmierne (C_3)

Przykład. Wybitnym przykładem tej klasy jest piryt (FeS_2). Najpospoliej występuje w postaci $\{100\}$ pojedynczej i skombinowanej. Na 5603 kryształach z Elby i Piemontu - Strüver znalazł tylko 64 takich, na których nie było sześciann. Ośmiościan zdarza się niezbyt często. Rzadkim jest dwunastościan $\{110\}$. Pospolity natomiast postacie jest 12-ścian pentagonalny $\{210\}$, zwłaszcza w kombinacji z $\{100\}$ lub z $\{111\}$ i $\{321\}$. Strüver znalazł go na 4613 kryształach. Z 12-ścianów podwójnych najpospolitszym jest $\{321\}$, lecz zdarza się on tylko w kombinacjach.

Trawienie wódki królewskiej daje na $\{100\}$ figurę dwusymetryczną. Przytkowanie ścian $\{100\}$ równoległe

do jednej tylko pary boków kwadratu dowodzi także przynależności pierzgu do klasy $S(2'34')$.

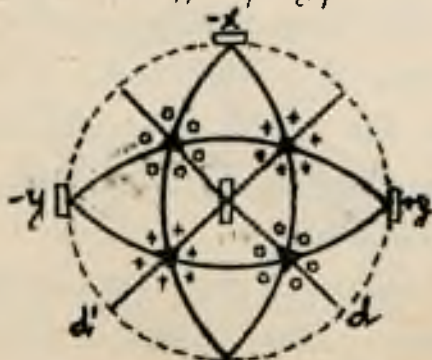
4. Klasa odwrościanu poszostnego $S(233)$ (heksakistetrahedryczna).

Klasę tę obejmuje sześć płaszczyzn symetrii prostej, które się przecinają w 7 osiach symetrii: 3 dwukrotnych dwubiegunowych i 4 trójkrotnych jednobiegunowych (polar-nych). Osi krytalograficzne zlewają się z 3 osiami dwukrotnymi.

Postać ogólną jest 24-ścian zwany odwrościanem poszostnym czyli heksakistetredem. Może on być dwukrotnego rodzaju: dodatni $\{hkl\}$ i ujemny $\{\bar{h}\bar{k}\bar{l}\}$.

Postacie te są nawzajem symetryczne i równe (zlewają się przez obrot kolo osi 2 krotnej o 90°). Różnicę między nimi tworzy bardzo druzki obecności jednobiegunowych osi trójkrotnych (hemimorfizm).

Szczególным przypadkiem postaci ogólnej jest odwrościan piramidalny $\{hko\}$ z biegunem na łuku xd .



$\{hkl\}$ $\{hko\}$
6P, 3L², 4L³

Szczegółowymi postaciami tej klasy są dwunastosciany: t.jw. trójodwrościan (trikistetred) i dwunastoscian deltoidalny, si jeden i drugi może być do-

datni $\{h k l\}$, względnie $\{h h l\}$ i ujemny $\{h k l\}$ względnie $\{h h l\}$.

Początkowe bieżący ich też. na xo, względnie na xo', tzn. na od, względnie na o'd'. Szerególną formą 12-ścian deltoidowego jest 12-ścian rombowy z biegunem w d. Typową postacią tej klasy jest czworoscian z biegunem w o. Tu odróżniamy również formę czworoscianu dodatni $\{111\}$ i ujemny $\{1\bar{1}1\}$. Wreszcie biegun umieszczony w x da sześcian. Mamy więc tu następujące postaci:

Nazwa	Symbol	Sym. ścian
Heksakitetraedr dodat.	$\{h k l\}$	asymetryczne
———— " ——— ujemny	$\{h \bar{k} l\}$	———— " ———
Sześcian piramidalny	$\{h k o\}$	———— " ———
Trójszworoscian dodatni	$\{h k k\}$	jednosymetryczne
———— " ——— ujemny	$\{h \bar{k} k\}$	———— " ———
12-ścian deltoidowy dod.	$\{h h l\}$	———— " ———
———— " ——— ujemny	$\{h h \bar{l}\}$	———— " ———
12-ścian rombowy	110	———— " ———
Sześcian	100	dwusymetryczne
Czworoscian dodatni	111	trójsymetryczne
———— " ——— ujemny	$1\bar{1}1$	———— " ———

Przykłady. Skenta cymbowa (ZnS), doskonale
Tępliwa według $\{110\}$. Do postaci najpospolitszych należą

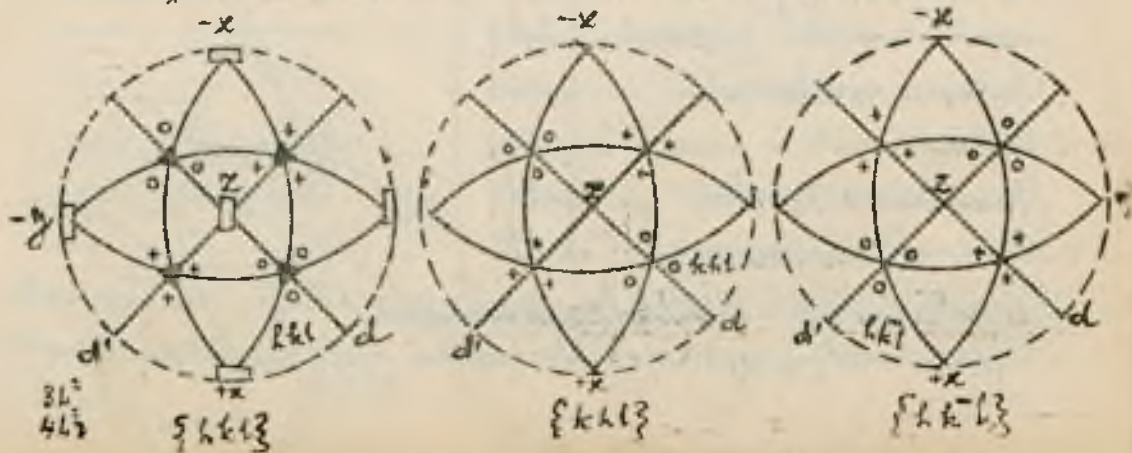
$\{110\}$, $\{100\}$, prawie zawsze obecny czworoscian dodatni $\{111\}$, czworoscian ujemny $\{1\bar{1}\bar{1}\}$, trójczworoscian dodatni $\{311\}$ i trójczworoscian ujemny $\{3\bar{1}\bar{1}\}$. Odmiennie własności fizyczne obu czworoscianów zaznaczone są przez odmienne własności powierzchniowe ich ścian (prążkowanie). Pagórki wytrawione na $\{110\}$ są wyraźnie jedno symetryczne.

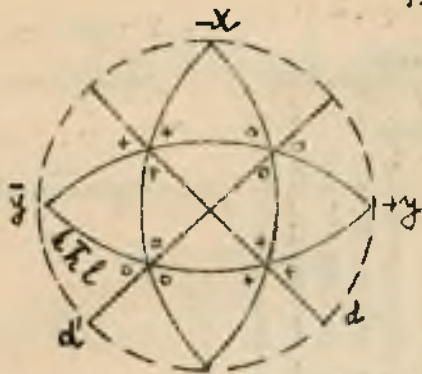
Tetraedryt $(\text{Cu}_2, \text{Fe}, \text{Zn})_4 (\text{As Sb})_2 \text{S}_7$. Czworoscian zawsze dominuje, słabo narwa. Kombinacje pospolite: $\{111\}$, $\{211\}$ lub $\{111\}$, $\{211\}$, $\{110\}$.

Należy tu również Borc sylt $(\text{Mg}_7 \text{B}_{16} \text{O}_{30} \text{Cl}_2)$ i diament (C) odznaczający się dokładną trójkrotnością według $\{111\}$.

5. Klasa 12-ścianowa tetraedryczno-penta- gonalnego: 2(2'3'3')

Plaszczyzny symetrii klasy poprzedzającej stały się tu urojonymi, plaszczyznami odbić dwójstych, lecz 7 osi zachowuje znaczenie realne. Oni krystalograficzne również





Ogólna postać jest 12-ścian tetraedryczno-pentagonalny z biegunami wewnątrz trójkątów symetrii. Zależnie od położenia bieguna początkowego odróżniamy 4 jego rodzaje: 1) dodatni lewy $\{khl\}$

z Biegunem w trójkącie xod , 2) dodatni prawy $\{khl\}$ z Biegunem w trójkącie doy , 3) ujemny lewy $\{khl\}$ z Biegunem w trójkącie $x'o'd'$ i 4) ujemny prawy $\{khl\}$ z Biegunem w trójkącie $d'o'y$. Projekcje tych ośmiu 12-ścianów odpowiednich podano wyżej.

Postać ogólna tej klasy posiada nadto cztery przypadki szczególne, a mianowicie: 1) trójkątoworodrian dodatni i ujemny (jak w klasie poprzedzającej), 2) dodatni i ujemny 12-ścian deltoidowy, 3) prawy i lewy 12-ścian pentagonalny i 4) 12-ścian rombowy - wszystkie geometrycznie podobne do postaci rozpatrzonych w klasach poprzedzających.

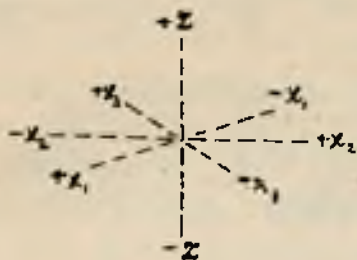
Postaciami szczególnymi są: szescian i oktaworodrian dodatni i ujemny.

Ale ogółnie do klasy tej należą następujące formy:

Nazwa	Symbol	Sym. ścian.
12-ścian lewactryczno-pentagonalny:		
----- " ----- dodatni lewy	{ hkl }	asymetrycznie
----- " ----- prawy	{ $h\bar{k}l$ }	"
----- " ----- ujemny lewy	{ $h\bar{k}l$ }	"
----- " ----- prawy	{ hkl }	"
Trójczerworościan dodatni	{ hkk }	"
----- " ----- ujemny	{ $h\bar{k}k$ }	"
12-ścian deltoid. dodatni	{ hhl }	"
----- " ----- ujemny	{ $h\bar{h}l$ }	"
12-ścian pentagonalny lewy	{ hko }	"
----- " ----- prawy	{ $\bar{h}ko$ }	"
12-ścian rombowy	{ 110 }	"
Sześcian	{ 100 }	C_2
Czerworościan dodatni	{ 111 }	C_3
----- " ----- ujemny	{ $\bar{1}\bar{1}\bar{1}$ }	"

Przykłady. W świecie minerałów przykłady nie-
 znane. Znane są jednak liczne sole, strychniowe i tuc-
 nie w pracowniach, do tej klasy należące: chlora
sodowy ($NaClO_3$), na którym występuje jednocześnie
 12-ścian pentagonalny i czerworościan, dalej saletry:
barowa, strontowa, ołowiana: $Ba(NO_3)_2$,
 $Sr(NO_3)_2$, $Pb(NO_3)_2$.

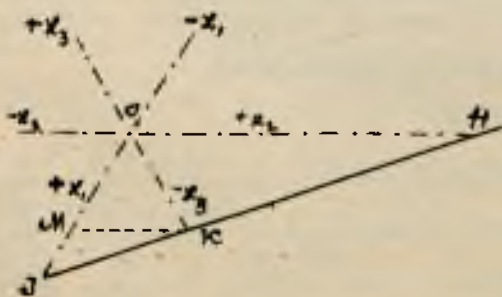
II. Układ osi heksagonalny.



W układzie tym skupiny płaszczyzny o jednej 6-krotnej i jednej 3-krotnej osi symetrii, które obieramy za pionową, oś krystalograficzną z.

Trzykrotna oś symetrii pozwala na wybranie co 120° jedne z trzech osi krystalograficznych, prostopadłych do osi pionowej.

Wobec tego i symbole ścian kryształów heksagonalnych otrzymają trzy wzajemnie niezależne, czwarty zaś wskaźnik, odnoszący się do jednej z osi x daje się wyprowadzić z dwóch drugich osi x sposobem następującym.



Niechaj x_1, x_2, x_3

będą ośmiema układem heksagonalnego, wychodzącymi ze wspólnego punktu O, i niechaj JKH będzie prostą w której jakkolwiek

ściana przecina płaszczyznę osi x, x_2, x_3 . Ponieważ osi te są jednoznaczne, więc i jednostki osiowe na nich będą sobie równe. Oznaczymy je przez a . Wówczas współczynniki tej ściany i, h, k na trzech wskazanych osiach wykażą stosunek:

$$i : h : k = \frac{a}{OJ} : \frac{a}{OH} : \frac{a}{OK} = \frac{1}{OJ} : \frac{1}{OH} : \frac{1}{OK}$$

Skoro z k poprowadzimy prostą KM równoległą do OH , otrzymamy dwa trójkąty MJK oraz OHJ , z których podobieństwa wynika, że

$$\frac{MK}{OH} = \frac{JK}{OJ} = \frac{OJ - OK}{OJ}$$

Podstawiając zamiast MK i OK równe im OK , otrzymamy:

$$\frac{OK}{OH} = \frac{OJ - OK}{OJ} \quad \text{czyli}$$

$$\frac{OK}{OH} = \frac{OJ}{OJ} - \frac{OK}{OJ}, \quad \text{inaczej}$$

$$\frac{OK}{OH} + \frac{OK}{OJ} = \frac{OJ}{OJ}$$

Mnożąc mianowniki przez OK , otrzymamy

$$\frac{OK}{OH \cdot OK} + \frac{OK}{OJ \cdot OK} = \frac{OJ}{OJ \cdot OK} \quad \text{czyli}$$

$$\frac{1}{OH} + \frac{1}{OJ} = \frac{1}{OK}$$

Wreszcie podstawiając zamiast odcinków współczynniki, otrzymujemy do poszukiwanej zależności:

$$i + h = k$$

Widzimy więc, że współczynnik trzeci, wprowadzany dla symetrii jest sumą dwóch pierwszych. Pamiętaj jednak należy, że jest on ujemny, albowiem ściana OH prze-



cina os x_1 w końcu ujemnym.

Rzecz prosta, że ten czwarty wskaźnik dodajemy tylko dla symetrii i jednostajności znakowania ścian postaci heksagonalnych. Przy obliczaniu kryształów pomijamy go zupełnie i poprostejemy zawsze na trzech tylko wskaźnikach.

Układ heksagonalny podzielimy na dwie grupy. Pierwsza obejmie klasy z 1 osią sześciokrotną, druga - klasy z 1 osią trzykrotną.

a) Kryształy heksagonalne z 6-krotną osią sym.

6. Klasa bipiramidy, dyheksagonalnej.

6 (226).

W klasie tej obecnych jest 7 pt. symetrii kryształowej. Sześć z nich przecina się w 1 sześciokrotnej dwubiegunowej osi symetrii zwanej osią główną. Siódma płaszczyzna biegnie prostopadle do osi głównej i przecinając się z pierworzemi sześcioma płaszczyznami, daje 6 dwukrotnych osi symetrii, zwanych pobocznymi. Sześć pt. przecinających się w osi głównej, są jednorodne tylko co drugie, tak samo odpowiadające im osi dwukrotne. Obecne jest centrum symetrii.

Za pionową os krystalograficzną (z) wybieramy zawsze os sześciokrotną; za osi x_1, x_2, x_3 trzy jednoznaczne osi poboczne (dwukrotne).

Postać ogólna jest 24-ścian zwany dwupiramidą,

dyheksagonalną z biegunem wewnątrz trójkąta π .



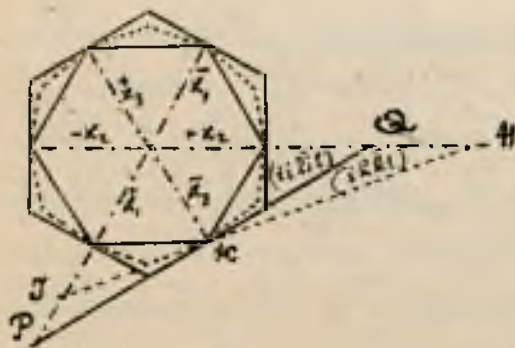
$i+h$ $k+l$ u
 $i+h=k$ u $\pi, 3P, 3P', 6L, c$
 $(3L^2 + 3L^2)$

symetrii ($u, z, -x_3$) i symbo-
 lem $\{i h k l\}$, w którym $i > h$.
 (Znakowanie górnych 12 de-
 kantów).

Postaci nierazgółowe są nastę-
 pujące: Biegun umieszczo-
 ny na boku uz da dwu-
niramidę heksagonalną

$\{i o i l\}$ pierwszego rodzaju.

Skoro zaś biegun początkowy umieszcimy na boku $z(-x_3)$
 otrzymamy dwuniramidę heksagonalną drugiego rodza-
 ju $\{i i 2 l l\}$. Względny stosunek trzech wymiarzonych



piramid podaje figura.
 Ściana dwuniramidi
 dyheks. przecina
 osi x_1, x_2 i x_3 po linii
 TH , ściana dwu-
 piramidy heksag.

Igo rodzaju przecnie
 osi po linii PQ , przy-

czem os x_1 i x_2 w odległościach jednakowych (2 razy
 większych niż os $-x_3$); wreszcie ściana dwuniramidi
 dy heksagonalnej Igo rodzaju przecnie os x_1 i $-x_3$

w odległościach równych, do trzeciej zaś osi x_3 biegnie równolegle. Ściana dwupiramidy dyheksagonalnej $\{h\}$ leży pomiędzy ścianami dwupiramidy heksag. 1go rodzaju ($h\bar{1}0$) i 2go rodzaju ($h\bar{1}1$), które są jej kresami.

Polożmy teraz Biegun na końcu $u(-x_3)$ a otrzymamy graniastostup dyheksagonalny $\{h\bar{1}0\}$, odpowiadający dwupiramidzie dyheksagonalnej. Biegun początkowy umieszczony kolejno na wierzchołkach trójkąta u i $-x_3$ da graniastostupy heksagonalne 1go i 2go rodzaju, odpowiadające takimże piramidom. Symbol pierwszego jest $\{10\bar{1}0\}$, drugiego - $\{11\bar{2}0\}$.

Wreszcie, umieszczając Biegun w trzecim wierzchołku trójkąta I , otrzymamy dwuścian podstawowy $\{0001\}$.

Zadanie. Wykreślić projekcję stereograficzną kryształu (Berylu), będącego kombinacją postaci $\{21\bar{3}1\}$, $\{10\bar{1}1\}$, $\{20\bar{2}1\}$, $\{11\bar{2}1\}$, $\{21\bar{3}0\}$, $\{10\bar{1}0\}$, $\{11\bar{2}0\}$ i $\{0001\}$. (Stup $\{11\bar{2}0\}$ należy umieścić w $-x_3$)

W następującej tabelce streszczamy wyprowadzone powyżej postaci tej klasy.

Nazwa	Symbol	Sym. iean
Dwupiramida dyheksag.	$\{h\bar{1}k\bar{1}l\}$	asymetr.
"	heks. 1go rodz. $\{h\bar{1}0\bar{1}l\}$	jednosymetr.

Dwupiramida heks. 2go rodzaju.	$\{i i \bar{2} i l\}$	jednosym.
Graniastopur dyheksag.	$\{i h \bar{2} o\}$	"
— " — heks. 1go rodzaju.	$\{10\bar{1}0\}$	dwusymetr.
— " — " 2go rodzaju.	$\{11\bar{2}0\}$	"
Dwuścian podstawowy	$\{0001\}$	sześciosym.

Przykład. Beryl ($\text{Be}_3\text{Al}_2\text{Si}_6\text{O}_{18}$). Jednostki osiowe $a:c = 1:0.4989$. Najpospoliciej tylko stop 1go rodzaju $\{10\bar{1}0\}$ i dwuścian podstawowy $\{0001\}$. Towarzyszy im niekiedy stop 2go rodzaju $\{11\bar{2}0\}$. Pospolitsze dwupiramidy: heksagonalne 1go rodzaju $\{10\bar{1}1\}$, z której wyprowadzono powyższe jednostki osiowe, tudzież dwupiramida 2go rodzaju $\{11\bar{2}1\}$, dwupiramida 1go rodzaju $\{20\bar{2}1\}$ i dwupiramida dyheksagonalna $\{21\bar{3}1\}$. Trzy ostatnie symbole wyprowadzają się wprost ze związku pasów (obacz wyżej: zadanie).

7. Klasa trapeziedru heksagonalnego $\delta(2'2'6')$

Siedem płaszczyzn symetrii odbicia dwuistego. Szczę z nich przecina się w osi 6-krotnej głównej; siódma zaś przecina je prostopadle, coż 6 osi sym. dwukrotnych, pobocznych, które są jednoczesnie co druga krytalograficzna os z elementu z z osią 6-krotną; osi zaś x_1, x_2, x_3 odpowiadają jednoczesnym osiom pobocznym. Osi zatem są jedynymi realnymi pier-

właściami symetrii.

Postać, ogólną jest 12-scian, zwany trapezoeedrem heksagonalnym, który może być dwójakiego rodzaju:



$L^6, 6L^2 (3+3')$

prawy z Biegunem wewnątrz trójkąta $\underline{a}_2$ i lewy z Biegunem wewnątrz trójkąta $\underline{a}_1$.

Symbol pierwszej postaci jest $\{i\bar{k}\bar{l}l\}$, drugiej $\{k\bar{h}\bar{l}l\}$.

Postaci te są enantjomorficzne.

Umieszczając Biegun pośrodkowy kolejno na bokach trójkąta:

zu , $z(-x_3)$ i $u(-x_3)$, otrzymamy heksagonalne niramidy 1go rodzaju, 2go rodzaju oraz dyheksagonalne graniastostupy, które będą szeregowaniami postaciami trapezoeedru.

Postaci szeregowane: heksagonalny stęp 1go rodzaju (Biegun w $\underline{u}$), 2go rodzaju (Biegun w $-x_3$) i dwusieczny podstawowy (Biegun w $\underline{z}$).

Nazwa	Symbol	Symetria osi
Trapezoeedr prawy	$\{i\bar{k}\bar{l}l\}$	symetryczna
lewy	$\{k\bar{l}\bar{l}l\}$	"
Wzniesienie heks. 1go rodz.	$\{i\bar{o}\bar{l}l\}$	"
" " 2go rodz.	$\{i\bar{i}\bar{l}l\}$	"

Dyheksagonalne stopy	$\{i k \bar{k} o\}$	asymetryczne
Heksagonalny stop 1go rodzaju	$\{1 0 \bar{1} 0\}$	C_2
----- " ----- " 2go "	$\{1 1 \bar{2} 0\}$	C_2
Dwuścian podstawowy	$\{0 0 0 1\}$	C_6

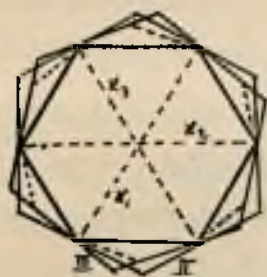
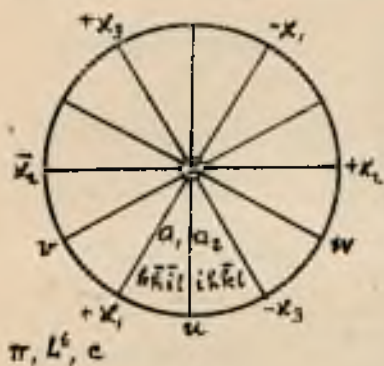
Wśród minerałów klasa ta przykładów nie ma. (Należą do niej kryształy soli podwójnej azotanu potasowego i prawego winianu antymonylu i stowiu).

8. Klasa bipiramidy heksagonalnej $S(2'2'6)$.

Sześc płaszczyzn symetrii odbicia dwoiętego przecina się w 1 sześciokrotnej głównej osi symetrii. Jedna pł. symetrii prostej przecina prostopadle oś symetrii główną. Osi symetrii pobocznych nie ma. Jest centrum symetrii.

Ła oś Z stanowi sześciokrotna oś symetrii. Położenie osi X_1, X_2, X_3 jest nieokreślone, albowiem płaszczyzny odbicia dwoiętego nie mają tu znaczenia krytalograficznego. Ła osi te wybieramy jakiegokolwiek krawędzie kryształu rzeczywiste lub tylko możliwe i przeprowadzamy przez nie płaszczyzny odbić dwoiętych. Przez analogię do klas poprzedzających wybór ten czynimy tak, aby urojone płaszczyzny tej klasy odpowiadały rzeczywistym innych klas heksagonalnych. Postać ogólną tej klasy jest dwupiramida heksagonalna IIIgo rodzaju z kolumnem początkowym albo wewnątrz

trójkąta a_2 , albo wewnętrzne trójkąta a . W pierwszym przypadku otrzymujemy prawą $\{i k \bar{k} l\}$, w drugim lewą $\{k \bar{k} i l\}$ piramidę III go rodzaju.



Szczególne formy tej postaci ogólnej będą dwupiramidy I go rodzaju (biegun na boku u) i II go rodzaju (biegun na boku $z(-x_3)$). Rysunek obok podany wyjaśnia stosunek wszystkich trzech piramid heksagonalnych. Te trzy piramidy geometrycznie są zupełnie do siebie podobne, lecz różnią się położeniem osi krystalograficznych. Ten sam rysunek

objaśnia wzajemny stosunek 3 poszczególnych postaci pryzmatycznych: stupa heksagonalnego III go, II go i I go rodzaju z biegunami na boku $(+x_1)(-x_3)$ w wierzchołku $(-x_3)$ i u . Stupa III go rodzaju ma przyległe 2 postaci odpowiednie: prawą z biegunem na $u(-x_3)$ i lewą z biegunem na $(+x_1)u$.

Wreszcie dwusieczną podstawową będzie ostatnia postać szeregowa.

Nazwa	Symbol	Sym. krystal.
Dwupiramidy III rodz. prawe	$\{i\bar{k}\bar{k}l\}$	asymetryczne
----- " ----- lewe	$\{k\bar{k}i\bar{l}\}$	"
----- " ----- II rodz.	$\{i\bar{i}2i\bar{l}\}$	"
----- " ----- I "	$\{i0i\bar{l}\}$	"
Stupy III rodz. prawe	$\{i\bar{k}\bar{k}0\}$	jednosymetr.
----- " ----- lewe	$\{k\bar{k}i0\}$	"
Stupa II rodz.	$\{11\bar{2}0\}$	"
----- I rodz.	$\{10\bar{1}0\}$	"
Dwuścian	$\{0001\}$	C_2

Przykład. Wybitnym przykładem tej grupy jest apatyt $(F, Cl)Ca_5(PO_4)_3$. $a:c = 1:0.744$. Najczęściej zdarzają się kombinacje dwuścianu $\{0001\}$ ze stupem 1go rodz. $\{10\bar{1}0\}$. Na kombinacjach bardziej skomplikowanych występują prócz tego: dwupiramida IIIgo rodzaju $\{21\bar{3}1\}$ i stupa IIIgo rodzaju $\{21\bar{3}0\}$, dwupiramidy 1go rodzaju $\{20\bar{2}1\}$, 2go rodzaju $\{11\bar{2}1\}$ i $\{11\bar{2}2\}$, tudzież stupa 2go rodzaju $\{11\bar{2}0\}$. Figury trawień na stupie Igo rodzaju wykazują istotną symetrię kryształu.

9. Klasa piramidy dyheksagonalnej $S(6)$.

Klasa ta charakteryzuje się obecnością sześciu wzajemnie jednoznacznych pł. symetrii, przecinających się w 1 sześciokrotnej osi jednobiegunowej (polarnej).

Stopień heks. 2-i	$\{11\bar{2}0\}$	jednosymetry.
Ściana wierzchołkowa	$\{0001\}$	exterosymetr.
— " — podstawowa	$\{000\bar{1}\}$	"

Przykłady. Wurawit (ZnS) ; $a:c = 1: \sqrt{3} \cdot 6004$
Grenschit (CdS) ; $a:c = 1: \sqrt{3} \cdot 6218$

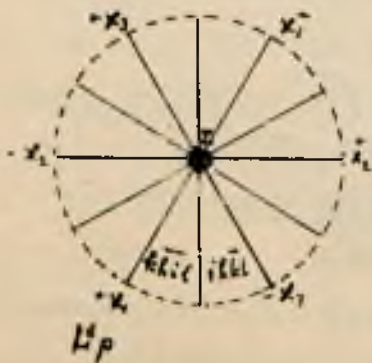
10. Klasa piramidy heksagonalnej $\bar{6}(6')$

Jedynym realnym elementem symetrii jest 1 sześciokrotna oś symetrii (połarna), bieżąca przecięciem się 6 płaszczyzn odbicia dwójstego (urojonych). Oś $\bar{6}$ jest $\bar{6}_p$. Za osi x_1, x_2, x_3 wybieramy 3 linie przecięcia się płaszczyzn odbić dwójstych z płaszczyzną prostopadłą do $\bar{6}_p$.

Postaci tej klasy tem się tylko różni od postaci klasy $\bar{6}(2\bar{6})$, że ściany skupione koto dodatniego końca osi $\bar{6}$ są niezależne od ścian skupionych koto ujemnego końca tej osi. Pierwsze tworzą formy górne drugie

dolne.

Postać ogólną jest heksagonalna piramida 3go rodzaju, która może być górna i dolna, prawa i lewa.inne postaci, jak w klasie $\bar{6}(2\bar{6})$. Tylko dwa ściany podstawowy rozpada się na ściany, wierz-



chołkową i podstawową. Ogólny wygląd kryształów tej klasy jest również hemimorficzny: koniec osi $+z$ stać się, inne ściany niż koniec $-z$ tejże osi.

Nazwa	Symbol	Sym. ic.
Heksag. piramidy II rodz. górne prawe	$\{i\bar{h}k\bar{l}\}$	asymetr.
— " — " — " — " — lewe	$\{k\bar{h}i\bar{l}\}$	"
— " — " — " — " — dolne prawe	$\{i\bar{h}k\bar{l}\}$	"
— " — " — " — " — lewe	$\{k\bar{h}i\bar{l}\}$	"
— " — " — " — " — II rodz. górne	$\{ii\bar{l}i\bar{l}\}$	"
— " — " — " — " — dolne	$\{ii\bar{l}i\bar{l}\}$	"
— " — " — " — " — I rodz. górne	$\{i\bar{o}i\bar{l}\}$	"
— " — " — " — " — dolne	$\{i\bar{o}i\bar{l}\}$	"
Stopy II rodz. prawe	$\{i\bar{h}k\bar{o}\}$	"
— " — " — " — lewe	$\{k\bar{h}i\bar{o}\}$	"
Stup II rodzaju	$\{11\bar{2}0\}$	"
— " — I — " —	$\{10\bar{1}0\}$	"
Ściana wierzchołkowa.	$\{0001\}$	C_6
— " — podstawowa.	$\{000\bar{1}\}$	"

Przykłady. Nefelin ($K_2Na_8Al_{10}Si_{11}O_{43}$); $a:c=1:0.839$

Kryształy napozór dwubiegunowe: $\{10\bar{1}0\}$, $\{11\bar{2}0\}$, $\{0001\}$, $\{10\bar{1}1\}$ w istocie są zrostkami indywidualów hemimorficznych, jak tego dowodzą asymetryczne figury trawienia.

Kryształy dwóch grup ostatnich [i w ogóle posiadające 1 oś polarną] łącznie z klasami $S(1)$ i $S(1')$ odrzuca-

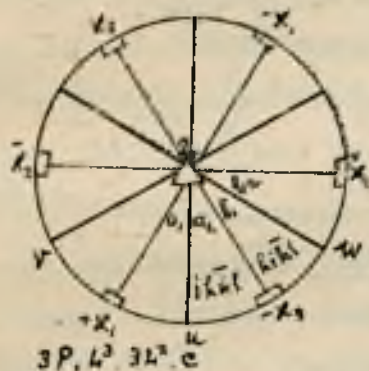
czają się bardzo charakterystyczną własnością - piero-
elektrycznością, wzbudzającą się w nich pod wpływem
ogrzewania. Oba końce osi polarnej wykazują, wte-
dy odmienne ładunki elektryczności. Piegunkiem
analogicznym kryształu nazywamy (za Piessem i Rosem)
ten, który elektryzuje się dodatnio podczas ogrzewania,
a ujemnie podczas ochładzania, antylogicznym zaś ten,
który zachowuje się odwrotnie. Rundt znalazł praktycz-
ny sposób odróżniania tych dwóch ładunków elektryczności.
Kryształ stygnący myła on mieszaninę kwiatu siarko-
wego i mikiu - wówczas na Piegunie analogicznym
(-) osiada mikia, na antylogicznym zaś (+) siarka.
Tym sposobem kryształy wymienionych grup (hemimor-
ficzne) dają się z łatwością rozpoznać jako takie (Bez
wielkania się do trawienia).

6.) Oddział trygonalny (L^3).

11. Klasa skalenoedru dytrygonalnego $S(2'26')$

Trzy płaszczyzny sym. prostej, oraz trzy odłacie
dwoistego, leżące naprzemiennie pomiędzy pierworzemi.
przecinają się w 1 trykrotnej osi symetrii (dwubie-
gunowej). Płaszczyzny odłacie dwoistego, przecina-
jąc się 2 prostopadłe do nich ułożone, płaszczyzną

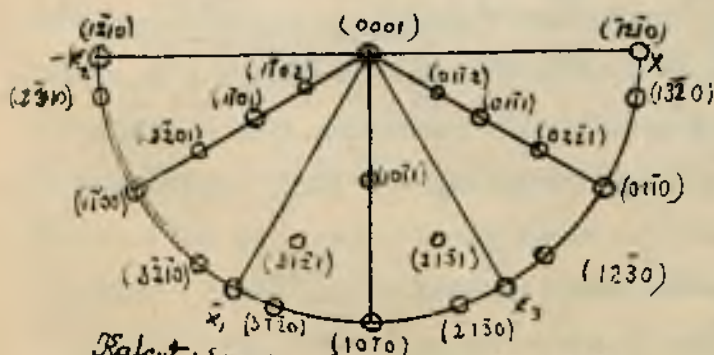
symetrii (siódma) dają trzy dwukrotne dwubiegunowe osi symetrii prostopadłe do płaszczyzny symetrii rzeczy -
wistej.



Oś krystalograficzna Z jest os L^3 . Za osi poboczne wybieramy trzy dwukrotne osi sym. (X_1, X_2, X_3).

Trójkąty a_1 i a_2 nazywamy prostymi b_1 i b_2 - odwrotnymi.

Postacie, których Biegunki prostopadkowe mieszczą się w trójkątach a_1 i a_2 lub na ich bokach, nazywamy prostymi, formy zaś o Biegunkach wewnętrznych lub na bokach trójkątów b_1 i b_2 otrzymamy nazywamy odwrotnymi.



Skaleń: $\{0001\}$, $\{1010\}$, $\{1120\}$, $\{10\bar{1}1\}$, $\{01\bar{1}1\}$, $\{01\bar{1}2\}$, $\{02\bar{1}1\}$, $\{21\bar{1}1\}$, $\{21\bar{1}2\}$

Ogólną postać tej klasy jest 12-ian, zwany skaleńcem istotnie osiowym, mający dwie odnawiające sobie formy - prostą i odwrotną.
Obe postacie

są sobie równe i kongruentne przez obrót o 60° koło osi $\underline{x}$. W przyjętym powyżej znakowaniu dla dwupiramidy dyheksagonalnej skalenoedr prosty z biegunem początkowym w trójkącie $\underline{a_2}$ otrzyma symbol $\{i\bar{k}\bar{l}\}$, skalenoedr zaś odwrócony będzie miał symbol $\{h\bar{i}\bar{l}\}$ i biegun początkowy w trójkącie $\underline{b}_1$.

Biegun, umieszczony na boku $\underline{z}(-x_3)$, powtórzy się 12 razy i utworzy dwupiramidę heksagonalną $\{i\bar{i}\bar{l}\}$. Umieszczając biegun na boku $\underline{zu}$ otrzymamy romboedr prosty $\{i\bar{o}\bar{i}\bar{l}\}$; kładąc go zaś na boku $\underline{zw}$ doprowadzimy do romboedru odwróconego $\{o\bar{i}\bar{l}\}$. Biegun początkowy, wzięty na boku $\underline{u}(-x_2)$ da stopy dyheksagonalne $\{i\bar{h}\bar{k}\bar{o}\}$. Stopy heksagonalne będą dwójki-kiego rodzaju: 1-ty rodzaj z biegunem początkowym w $\underline{u}$ $\{1\bar{o}\bar{i}\bar{o}\}$, 2-gi rodzaj w $(-x_2)$ $\{1\bar{i}\bar{l}\bar{o}\}$. Wreszcie biegun pomysłany w $\underline{z}$ da dwusieczną podstawową $\{o\bar{o}\bar{o}\}$.

Stopy heksagonalne tej klasy różnią się symetrią swoich ścian: w stopie 1-go rodzaju ściany są jedzsymetryczne (gdyż bieguny ich leżą na płaszczyźnie symetrii), w stopie 2-go rodzaju ściany są tylko dwumierne (C_2), gdyż bieguny ich zlewają się z biegunami osi symetrii dwukrotnej.

$ON \& \underline{x}, \underline{y}, \underline{z}$	Sym. osi	Sym. ścian
Skalenoedr prosty	$\{i\bar{k}\bar{l}\}$	asymetr.

Skalenosdr odwrócony	$\{h\bar{k}l\}$	asymetr.
Stupy dyheksagonalne	$\{hk0\}$	"
Dwupiramidy heksagonalne	$\{ii\bar{l}l\}$	"
Romboedr prosty	$\{i\bar{o}\bar{i}l\}$	jednosymetr.
— " — odwrócony	$\{oi\bar{l}\}$	"
Stup heksag. 1go rodzaju	$\{10\bar{1}0\}$	"
— " — 2go. —	$\{11\bar{2}0\}$	C_2
Dwuścian	$\{0001\}$	trijsymetr.

Przykłady. Wybitnym przykładem tej klasy jest kalcyt, którego niekazitennie przekształcone odmiany, zwane są także spodem islandzkim ($CaCO_3$); $a:c=1:0.85$; Lpłiwość doskonała romboedryczna, równoległa do $\{10\bar{1}1\}$. Do najpospolitszych postaci tego minerału należą: stup heksagonalny 1go rodzaju $\{10\bar{1}0\}$, dwuścian $\{0001\}$, romboedr odwrócony $\{01\bar{1}2\}$. [Jeżeli romboedr Lpłiwości oznaczamy przez R , to ten ostatni będzie $\frac{1}{2}R$]. Dalej skalenosdr prosty $\{21\bar{3}1\}$, którego krawędzie zygzakowate mają tenże sam kierunek, co i odpowiednie krawędzie romboedru R .

Podana na str. 129 figura przedstawia projekcyę stereograficzną sześciu przednich dodekantów kalcytu, będącego kombinacyę postaci: $\{21\bar{3}1\}$, $\{21\bar{3}0\}$, $\{02\bar{2}1\}$, $\{01\bar{1}1\}$, $\{01\bar{1}2\}$, $\{10\bar{1}1\}$, $\{11\bar{2}0\}$, $\{10\bar{1}0\}$ i $\{0001\}$.

Dalsze przykłady: tytan tlenek (Ti_2O_3), korund (Al_2O_3).

12. Klasa romboedryczna 3(2"2"6").

Sześć płaszczyzn odbicia tróistej przecina się w 1 trój-
krotnej dwubiegunowej osi symetrii, siódma płaszczyz-
na jest do nich prostopadła. Rzeczywistymi pierwiast-
kami symetrii są tylko: 1 oś symetrii trójkrotna oraz
środek symetrii.

Trójkrotna oś symetrii jest krystalograficzną osią z
(główną). Osie x_1, x_2, x_3 leżą w płaszczyźnie prosto-
padłej do osi trójkrotnej i odpowiadają trzem możli-
wym krawędziom krystalograficznym. Przer analogię
do klas poprzednich przeprowadzamy je przez trzy płasz-
czyzny symetrii tróistej.



Nazwijmy trójkąty a, i, a_2
prostymi, trójkąty zaś b_1
i b_2 odwróconymi, nadto
trójkąty a, i, b_1 - lewymi
trójkąty zaś a_2, i, b_2 - pra-
wymi. Wówczas postaci,
których bieguny początko-
we znajdują się w tych trój-

kątach, otrzymają nazwy takie same.

Postać ogólna, jest sześciian, zwany romboedrem
trzeciego rodzaju. Może on mieć ctery odpowiednie

formy sobie równe i kongruentne: prosta lewa $\{k\bar{k}i\bar{l}\}$ i prosta prawa $\{i\bar{k}k\bar{l}\}$, odwrócona lewa $\{k\bar{l}i\bar{k}\}$ i odwrócona prawa $\{i\bar{l}k\bar{k}\}$. Ponieważ żaden element trójkąta pt. symetrii, z wyjątkiem wierzchołka Z , nie ma tu znaczenia rzeczywistego pierwiastka symetrii, przeto wszystkie postaci, których Bieguny leżą na bokach i wierzchołkach trójkąta symetrii, będą tu tylko szczególnymi przypadkami formy ogólnej t.j. romboedru, z wyłączeniem dwubianu, którego Biegun spoczywa w Z .

Te szczególne postaci romboedru są następujące:

romboedr Igo rodzaju prosty (z Biegunem na Zu) ^{identyczny z Bieg. na Zu}
i romboedry IIgo rodzaju: prawy [Biegun na $Z(-x_3)$]
i lewy [Biegun na $Z(+x_3)$]; stupa heksagonalny IIIgo rodzaju prawy [Biegun na $u(-x_3)$] i lewy [Biegun na $u(+x_3)$];
stupa heksagonalny 2go rodzaju (Biegun w $-x_3$) i stupa heksagonalny 1go rodzaju (Biegun w u).

Nazwa	Symbol	Sym. sc
Romboedry III rodz. proste prawe	$\{i\bar{k}k\bar{l}\}$	asymetr.
— " — " — lewe	$\{k\bar{k}i\bar{l}\}$	
— " — " — odwrócone prawe	$\{k\bar{l}i\bar{k}\}$	
— " — " — lewe	$\{i\bar{l}k\bar{k}\}$	
— " — " — II rodz. prawe	$\{i\bar{i}i\bar{i}\}$	,
— " — " — lewe	$\{i\bar{i}i\bar{i}\}$	

Romboedry I rodz. proste	$\{i\ 0\ \bar{i}\}$	asymetr.
----- " ----- " - odwrócone	$\{0\ i\ \bar{i}\}$	"
Heksag. słupy III rodz. prawe	$\{i\ h\ k\ 0\}$	"
----- " ----- " - lewe	$\{h\ h\ i\ 0\}$	"
----- " ----- Słup II rodz.	$\{1\ 1\ 0\}$	"
----- " ----- I rodz.	$\{1\ 0\ \bar{1}\}$	"
Dwuścian podstawowy	$\{0\ 0\ 1\}$	C_2

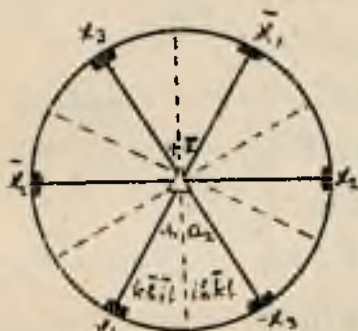
Wybitnym przykładem tej klasy jest dolomit $Mg_3C_2O_6$
 $a : c = 1 : 0.8322$. Łupliwość doskonała według romboedru
 bardzo zbliżonego do romboedru łupliwości kalcytu
 i przyjmowanego za romboedr jednostkowy $\{1\ 0\ \bar{1}\}$.
 Figury wytrawione, jak wiemy z poprzedniego, wyka-
 zuje wyraźnie symetrię tego romboedru różną od sy-
 metrii romboedru kalcytu. Niekiedy też i postać zew-
 nętrzną kombinacji symetrii tej uwalnia.

Należą tu także kryształy diopazy ($CaSiO_3$), fena-
 kitu ($Be_3Si_2O_{10}$) i wilemitu (Zn_2SiO_4).

13. Klasa dwupiramidy trygonalnej $\bar{3}(2\bar{2}3)$.

Pierwiastki symetrii tej klasy są następujące: cztery
 t. symetrii prostej, z których trzy przecinają się w trzy-
 krotnej dwubiegunowej osi sym. (główniej), a czwarta
 do tamtych prostopadła przecina je w 3 jednobiegu-
 nowych dwukrotnych (bocznych) osiach symetrii.

Za oś krystalograficzną wybieramy oś trzykrotną, za



$\pi 3P, L^3, 3L^2P$

osi x_1, x_2, x_3 - trzy, dwukrotne osi sym. Dla zachowania analogii z klasami poprzednimi przeprowadzamy pomiędzy pkt. $x_1, (-x_1), x_2, (-x_2)$ i $x_3, (-x_3)$ płaszczyzny proste zu, zv, zw , możliwe krystalograficznie. Wówczas

zależnie od tego, czy Biegun powrotny znajduje się wewnątrz trójkąta a_2 czy a_1 , otrzymamy dwie dystrygonalne dwuniramydy: prawą $\{i\bar{k}k\bar{l}\}$ i lewą $\{k\bar{h}i\bar{l}\}$, które są postaciami ogólnymi tej klasy. Szczególnymi przypadkami tej formy ogólnej będą dwuniramydy heksagonalne z Biegunem na wysokości $zu \{i0i\bar{l}\}$.

Postaci szczególne: trygonalne dwuniramydy, lewa i prawa: $\{2i\bar{i}i\bar{l}\}$ i $\{i\bar{i}i\bar{l}\}$, których Bieguny przypadają na bokach $z(+x_1)$ i $z(-x_3)$; stopy dystrygonalne: lewe $\{k\bar{h}i0\}$ i prawo $\{i\bar{k}k0\}$, których przypadkiem poszczególnym jest stóp heksagonalny $\{1010\}$ z Biegunem w u ; stopy trygonalne: lewy $\{2\bar{i}i0\}$ i prawo $\{i\bar{i}i0\}$, oraz dwuscian $\{0001\}$. Mamy więc tu następujące postaci:

Nazwa	Symbol	Sym. śc.
Dwupiramidy dytryg. prawe	$\{i\bar{k}\bar{l}\}$	asymetr.
----- " ----- " ----- lewe	$\{k\bar{l}\bar{i}\}$	"
----- " ----- heksagonalne	$\{i\bar{o}\bar{l}\}$	"
----- " ----- trygonalne prawe	$\{ii\bar{l}\}$	jednoś.
----- " ----- " ----- lewe	$\{\bar{l}i\bar{i}\}$	"
Stopy dytrygon. prawe	$\{i\bar{k}\bar{o}\}$	"
----- " ----- lewe	$\{k\bar{l}\bar{o}\}$	"
Stopa heksagonalna	$\{10\bar{1}\}$	"
----- " ----- trygonalna prawa	$\{11\bar{2}\}$	"
----- " ----- " ----- lewa	$\{2\bar{1}\bar{1}\}$	"
Dwusoian	$\{0001\}$	trójsymetr.

Przykładów na tę klasę symetrii dotychczas jeszcze nie znaleziono.

14. Klasa trapezoedru trygonalnego $\mathcal{S}(2'2'3')$

Z czterech płaszczyzn odbić dwoiстых trzy przecinają się w osi symetrii trzykrotnej (głównej), czwarta przecina je prostopadle w trzech dwukrotnych jednobiegowych osiach symetrii (bocznych). Za osi krystalograficzne, jak w klasie poprzedniej wybieramy: $z = L^3$, $x_1, x_2, x_3 = L^2 p_1, L^2 p_2, L^2 p_3$.

Trójkąty równoramienne płaszczyzn symetrii dwoiстых $x, z(-x_3), (-x_3)z(+x_2)$ i t. d. podzielmy wysokościami

z_v, z_u, z_w na trójkąty a_1 i a_2, b_1 i b_2 i t.d. Trójkąt $(+x_1) z(-x_2)$ nazwiemy prostym, zaś trójkąt $(-x_1) z(+x_2)$ - odwróconym. Wówczas trójkąty a_1 i b_1 możemy nazwać lewymi, trójkąty zaś a_2 i b_2 - prawymi.



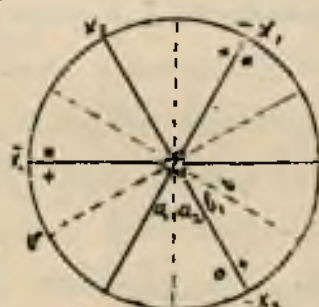
Odpowiednio do tej umowy i postaci zwąć będziemy prostymi i odwróconymi, prawymi i lewymi, a to zależnie od tego

jak umieścimy porzątkowy ich biegun.

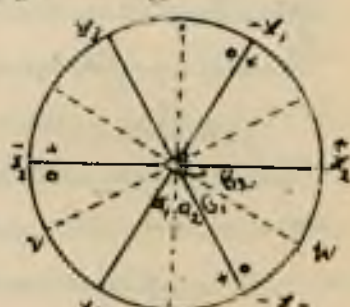
Postać ogólna jest trapeziedr trygonalny.



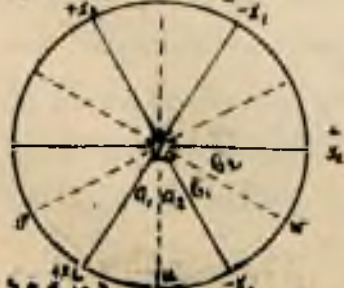
{k h i l} prosty lewy



{i h k l} prosty prawy



{h i k l} odwrócony lewy



{l k i h} odwrócony prawy

Trapeziedry mogą być czterech gatunków: proste lewe i proste prawe, odwrócone lewe i odwrócone prawe. Pierwsze dwa i drugie dwa

są enanchiomorficzne, przeciwne pierwszy i trzeci oraz drugi i czwarty są kongruentne przez obrót około osi z , z tego widać z porównania projekcji stereograficznych tych 4 postaci, podanych powyżej. Szczególnymi przypadkami trapezodrów są następujące formy:

Rombodry proste (bieguny na zu) i odwrócone (bieguny na $z(w)$), dwupiramidy trójkątne lewe (bieguny na $u(+x_1)$) i prawe (bieguny na $u(-x_1)$); słupy trójkątne lewe (bieguny na $(+x_1)u$) i prawe (bieguny na $u(-x_1)$); słup sześciokątny, którego biegun leży w punkcie u . Postaci nierégulane: słup trójkątny lewy (biegun w $+x_1$) i prawy (biegun w $-x_1$), chwóścian (biegun w z).

Nazwa	Symbol	Sym. osian
Trapezodry proste, lewe	$\{i\bar{k}i\bar{l}\}$	asymetryczne
— " — — — — — prawe	$\{i\bar{k}k\bar{l}\}$	"
— " — — — — — odwrócone lewe	$\{k\bar{i}k\bar{l}\}$	"
— " — — — — — prawe	$\{k\bar{i}i\bar{l}\}$	"
Rombodry proste	$\{i\bar{o}i\bar{l}\}$	"
— " — — — — — odwrócone	$\{o\bar{i}i\bar{l}\}$	"
Dwupiramidy trój. prawe	$\{i\bar{i}i\bar{l}\}$	"
— " — — — — — lewe	$\{l\bar{i}i\bar{i}\}$	"
Słupy trój. prawe	$\{i\bar{k}k\bar{o}\}$	"
— " — — — — — lewe	$\{k\bar{i}i\bar{o}\}$	"

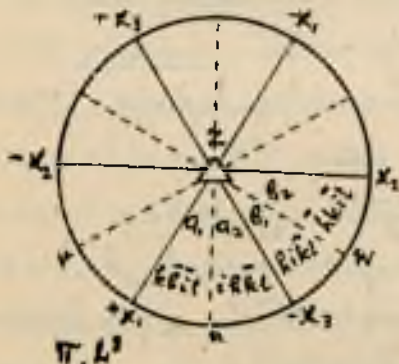
Stopień heksagonalny	$\{10\bar{1}0\}$	asymetryczna
Stopień trygonalny prawy	$\{11\bar{2}0\}$	C_2
— " — " — lewy	$\{2\bar{1}\bar{1}0\}$	"
Dwuścian	$\{0001\}$	C_3

Znakomitym przykładem tej klasy są kryształy kwarcu (SiO_2). $a:c = 1:1,0999$. Wielce charakterystyczną jest kombinacja stopnia heksagonalnego $\{10\bar{1}0\}$ i dwa rombo-
edry: prostego $\{10\bar{1}1\}$ i odwróconego $\{01\bar{1}1\}$, nadająca
kryształom kwarcu porówną symetryczną dwupiramidy dy-
heksagonalnej. Ściany stopnia stale są poprzecznie przeko-
wane. Kryształy wykazują właściwość sobie symetryczną,
skoro się na nich zjawiają równoległoboczne ścianki dwu-
piramidy trygonalnej prawej $\{11\bar{2}1\}$ i lewej $\{2\bar{1}\bar{1}1\}$.

Ogółem też zdarzają się trapezoidalne proste - prawy $\{51\bar{1}1\}$
i lewy $\{61\bar{5}1\}$, występujące osobno na odpowiednich kryszta-
łach prawych i lewych. Obecność ścian trapezoidalnych
porwała najłatwiej rozstrzygnąć pytanie, a jakim kwarcem
mamy do czynienia, z prawym czy z lewym? Jeżeli idzie
o trapezoidalne znajdzie się na narożu stopnia i romboedru
ze strony prawej górnej, to będzie kryształ kwarcu prawy,
jeżeli zaś ściana ta znajdzie się u góry ze strony lewej -
to kryształ będzie lewy).

15. Klasa dwupiramidy trygonalnej $\rightarrow (2'2'3)$.

Cztery płaszczyzny symetrii: 3 płaszczyzny odbicia dwoi-
 istego przecinają się w dwubiegunowej trzykrotnej osi sy-
 metrii (główniej), czwarta płaszczyzna jest płaszczyzną re-
 alną i biegnie prostopadle do osi trzykrotnej i pt. odbicia
 dwoiściego. Krytalograficzna oś z zlewa się z osią
 trzykrotną. Ponieważ pt. odbicia dwoiściego nie mają
 znaczenia realnego, przeto położenie osi x_1, x_2, x_3 nie
 jest dane a priori. Wybieramy na nie trzy możliwe
 krawędzie w pt. symetrii prostej i prowadzimy przez nie
 płaszczyzny odbicia dwoiściego.



Ogólną postać jest — dwupi-
 ramida trygonalna IIIgo rodza-
 ju. Tej mogą być 4 gatunki:
 prosta lewa i prosta prawa, od-
 wrocona lewa i odwrocona pra-
 wa, zależnie od tego, czy bie-
 gun połączkowy znajdzie się
 w trójkącie a_1 lub a_2 , czy też

w a_3 lub a_4 (analogicznie do tego, cośmy widzieli przy
 trapezoeidre trygonalnym, z tą tylko różnicą, że tu bie-
 guny ścian dolnych i górnych zlewają się w jeden $\oplus$).
 Szczególnymi przypadkami postaci ogólnej są:

dwupiramida trygonalna 1go rodzaju prosta (biegun na zu) i odwrócona (biegun na zw), tudzież dwupiramida trygonalna 2go rodzaju lewa (biegun na z(+x₁)) i prawa (biegun na z(-x₃)).

Formy szczególne: stupy trygonalne IIIgo rodzaju proste lewe (biegun na +x₁u) i proste prawe (biegun na -x₃u), odwrócone lewe (biegun na -x₃w) i odwrócone prawe (biegun na +x₁w); stupa trygonalna 2go rodzaju lewy (biegun w +x₁) i prawy (biegun w -x₃); stupa trygonalna 1go rodzaju prosta (biegun w u) i odwrócona (biegun w w); wreszcie dwusieczna z biegunem w z.

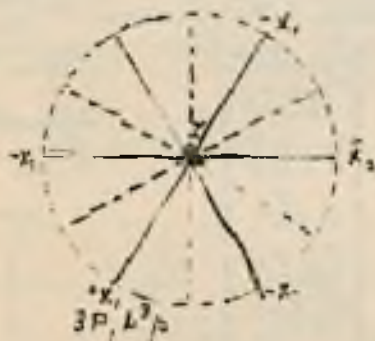
<u>Nazwa</u>	<u>Symbol</u>	<u>Sym. śc.</u>
<u>Dwupiramidy tryg. III r. proste lewe</u>	$\{k\bar{h}i\bar{l}\}$	asymetr.
— " — " — <u>prawe</u>	$\{i\bar{h}k\bar{l}\}$	"
— " — " — <u>odwrócone lewe</u>	$\{h\bar{i}k\bar{l}\}$	"
— " — " — <u>prawe</u>	$\{\bar{h}k\bar{i}l\}$	"
— " — <u>rodz. prawe</u>	$\{2i\bar{i}i\bar{l}\}$	"
— " — " — <u>lewe</u>	$\{i\bar{i}i\bar{l}\}$	"
— " — <u>rodz. proste</u>	$\{i\bar{o}i\bar{l}\}$	"
— " — " — <u>odwrócone</u>	$\{o\bar{i}i\bar{l}\}$	"
<u>Stupy — " — III r. proste lewe</u>	$\{k\bar{h}i\bar{o}\}$	jednosym.
— " — " — <u>prawe</u>	$\{i\bar{h}k\bar{o}\}$	"
— " — " — <u>odwrócone lewe</u>	$\{h\bar{i}k\bar{o}\}$	"
— " — " — <u>prawe</u>	$\{h\bar{k}i\bar{o}\}$	"

Skup tryg II r lewy	$\{2\bar{1}10\}$	jednoosymet.
----- " ----- prawy	$\{1120\}$	"
----- " ----- I. prosty	$\{10\bar{1}0\}$	"
----- " ----- odwrócony	$\{01\bar{1}0\}$	"
Ośrodek podstawowy	$\{0001\}$	C_3

Przekłady realne tej klasy nie zostały dotychczas odkryte.

16. Klasa piramidy dwutrygonalnej $S(3)$

Tryg płaszczyzny odbicia zwykłego przecinające się w 1 osi trójkątnej polarnej. Os trójkrotna jest zarazem krystalograficzną osią z , zaś osi



x_1, x_2, x_3 wybieramy 3 krawędzie prostopadłe do płaszczyzny symetrii i do osi trójkątnej. Taki wybór osi różni znakowanie postaci tej klasy do klasy $S(2'2'6')$ t.j. do klasy skalenoedru dwutrygonalnego. Podobnie jak

tam, tak i tu dodekant $+x_1, +x_2, -x_3$ nazwiemy prostym dodekant zaś $-x_3, x_1, +x_2$ odwróconym a odpowiednio do tego zwaz będziemy i odnośne postaci. Pocz tego odwrócony tu jeszcze formy górne ze wskaźnikiem na z dodatnim i dolne - ze wskaźnikiem ujemnym.

Wskazując tutaj postaci są też same, ec i w klasie

5(2'26') z t_3 tylko różnica, że zamiast skalenoedrów występują tu piramidy dytrygonalne, jako postać ogólna, a zamiast romboedrów - piramidy trygonalne. Stunę są tu tylko szczególnymi przypadkami odpowiednich postaci ogólnych i szczególnych.

Nazwa	Symbol	Sym. ścian
Piramidy dytryg. proste górne	$\{i h k l\}$	asymetr.
----- " ----- dolne	$\{i h \bar{k} \bar{l}\}$	"
----- " ----- odwróć. górne	$\{h i \bar{k} l\}$	"
----- " ----- " ----- dolne	$\{h i k \bar{l}\}$	"
Stunę dytryg. proste	$\{i h k o\}$	"
----- " ----- odwrócone	$\{h i k o\}$	"
Piramidy heksag. górne	$\{i i \bar{2} i l\}$	"
----- " ----- " ----- dolne	$\{i i \bar{2} i \bar{l}\}$	"
Stunę heksagonalną	$\{i i \bar{2} o\}$	"
Piramidy tryg. proste górne	$\{i o i l\}$	jednosym.
----- " ----- " ----- dolne	$\{i o i \bar{l}\}$	"
----- " ----- odwr. górne	$\{o i i l\}$	"
----- " ----- " ----- dolne	$\{o i i \bar{l}\}$	"
Stunę trygon. proste	$\{i o i o\}$	"
----- " ----- odwrócone	$\{o i i o\}$	"
Ściana wierzchołkowa	$\{0001\}$	trójsymetr.
----- " ----- podstawowa	$\{000\bar{1}\}$	"

Bardzo many kryształ tej klasy stanowią kryształ.

turmalin. [gliny i boro-krzemiany magne, żelaza i al-
kalii]. Najpospoliej występuje stop heksagonalny $\{11\bar{2}0\}$
i stopy trygonalne $\{0110\}$ i $\{1010\}$. Często obecny jest
tylko jeden stop trygonalny. Piramidzie trygonalnej, le-
żącej nad ścianami stopa $\{0110\}$ przypisujemy symbol
 $\{1011\}$, stąd stosunek osiowy $a:c = 1:0.4480$, który
jednak zmienia się zależnie od nieostatego składu che-
micznego. Na górnym końcu kryształu zdarzają się
jeszcze piramidy trygonalne $\{02\bar{2}1\}$, na dolnym zaś
 $\{011\bar{1}\}$, $\{101\bar{2}\}$, oraz ściana podstawowa $\{0001\}$.

Kryształy wybitnie piroelektryczne: w powyższej orien-
tacji górny koniec przy ostudzeniu jest elektr. dodatnio.
Należą tu także kryształy pirargiritu ($\text{As}_2\text{Sb}_2\text{S}_3$), $a:c = 1:0.7892$.

17. Klasa piramidy trygonalnej: 3(3')

Symetria tej klasy polega na obecności 3 urojonych płaszczyzn symetrii odbicia dwójnego, przecinających się
w trykrotnej osi symetrii. Oś ta jest osią krytalograficz-
ną Z ; za osi x_1, x_2, x_3 wybieramy 3 możliwe lub obecne
na kryształach krawędzie, prostopadłe do osi trykrotnej.

Określenie postaci tej klasy daje się zbliżyć do symboli-
zacji klasy $3(2'3'3')$. Dodekant $+x_1, z, -x_3$ nazwiemy
prostym, dodekant zaś $-x_3, z, +x_1$ - odwróconym.

Jeden i drugi podzielimy nadto na trójstrony prawe
(a, b) i lewe (a_1, b_1). Stąd postaci ogólnych tej klasy

Piramidy tryg. Trójd. górne prawe	$\{i\bar{i}2i\}$	asymetr.
dolne lewe	$\{\bar{i}i\bar{2}\}$	"
prawe	$\{i\bar{i}2\bar{i}\}$	"
Tr. górne proste	$\{i0\bar{i}\}$	"
odwróć.	$\{0i\bar{i}\}$	"
dolne proste	$\{i0i\}$	"
odwróć.	$\{0ii\}$	"
Stupy tryg. Tr. proste lewe	$\{k\bar{k}i0\}$	"
prawe	$\{i\bar{k}k0\}$	"
S odwróć. lewe	$\{k\bar{i}k0\}$	"
prawe	$\{k\bar{k}i0\}$	"
Stup tryg. Tr. lewy	$\{2\bar{i}i0\}$	"
prawy	$\{1\bar{1}20\}$	"
Tr. prosty	$\{10\bar{i}0\}$	"
odwrócony	$\{01\bar{i}0\}$	"
Ściana wierzchołkowa	$\{000i\}$	C_3
podstawowa	$\{000\bar{i}\}$	C_3

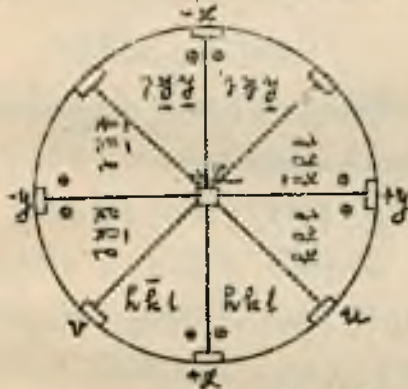
Do tej klasy należą kryształy nadjodanu sodowego ($NaIO_4 \cdot 5H_2O$), $a:c = 1:1.094$.

III. Układ osi tetragonalny.

18. Klasa dwupiramidy dytetragonalnej 3(224).

I pięć płaszczyzn symetrii zwykłej ceterę przecinają się

w czterokrotnej dwubiegunowej osi symetrii (główny), która jest do nich prostopadła i tworzy z nimi 4 dwubiegunowe dwukrotne osi symetrii (poboczne), jednoznaczne tylko co druga. Oś jest środkiem symetrii. Kryta-
lograficzna os z zlewa się z osią główną, osi zaś x i y - z osiami pobocznymi.



Ogólną postać jest 16-ścian zwany dwupiramidą tetrago-
nalną $\{hkl\}$, której Biegun leży wewnątrz trójkątów symetrii. Śrawędzie utworzone przez oś-
my zbiegające się ku osi głównej (po 8) są jednoznaczne tylko co druga. Postaci porzeczogólne

$x, 2P+2P', A, 2L+2L', C$
mogą być następujące: Biegun położony na boku z da dwupiramidę tetragonalną 1go rzędu $\{hkl\}$. Umies-
zczając Biegun na boku $z(+i)$ otrzymamy dwupiramidę tetrag. 2go rzędu $\{h0l\}$. Gdy Biegun początkowy znajdzie się na boku $(+x)u$, wówczas powstanie stulp dytetrago-
nalny $\{hko\}$. Biegun umieszczony na wierzchołku u da stulp tetrag. 1go rzędu $\{110\}$, umieszczony zaś w $+x$ utworzy stulp tetrag. 2go rzędu $\{100\}$. Wreszcie, umieszc-
zając Biegun w $+z$ otrzymamy dwuścian podstawowy 2go rzędu.
Naogół więc możliwe są w tej klasie następujące formy:

Nazwa	Symbol	Sym. ścian
Dwupiramidy dytetrag.	$\{hkl\}$	asymetryczne
Stupy — " —	$\{hko\}$	jednosymetri.
Dwupiramidy tetrag. I r.	$\{hhl\}$	"
— " — II r.	$\{hol\}$	"
Stupy — I r.	$\{110\}$	dwusymetr.
— " — II r.	$\{100\}$	"
Dwuścian podstawowy	$\{001\}$	eterosymetr.

Cwiczenie: Wykreślić projekcję stereograficzną kryształu (wexurium), stożonego następującymi ścianami: $\{421\}$, $\{211\}$, $\{111\}$, $\{221\}$, $\{101\}$, $\{201\}$, $\{210\}$, $\{110\}$, $\{100\}$ i $\{001\}$.

Przykłady: Cyrykon = $ZrSiO_4$, $a:c = 1:0.6404$. Najpospolitsza kombinacja $\{111\}$, $\{110\}$, $\{111\}$ i $\{100\}$, często też występuje dwupir. tetrag. $\{331\}$ i dwupir. dytetrag. $\{311\}$.

Placiteryt = SnO_2 , $a:c = 1:0.6724$

Rutyl = TiO_2 , $a:c = 1:0.6442$

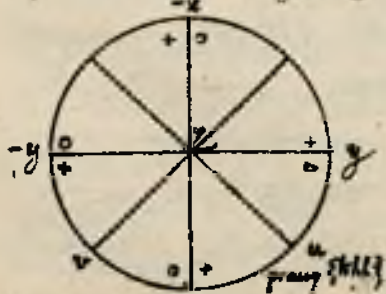
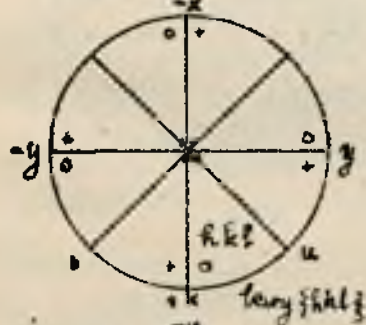
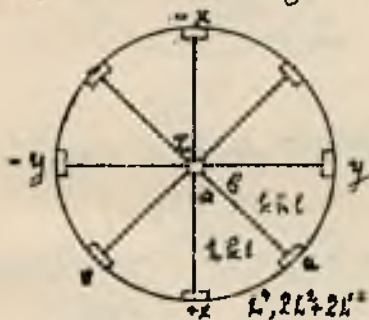
Wexurium = $H_4Ca_{12}Al_6Si_{10}O_{43}$, $a:c = 1:0.5358$. Najpospolitsze postaci: dwuścian $\{001\}$, stupy $\{110\}$, $\{100\}$, $\{210\}$, dwupir. tetrag. $\{111\}$, $\{331\}$, $\{101\}$ i dwupir. dytetrag. $\{311\}$.

Aprofilit = $H_7KCa_4Si_8O_{24} + 4\frac{1}{2}H_2O$, $a:c = 1:1.2515$.

Przebieg trapezoidalny tetragonalnego
 $\delta(2'2'4')$.

Pięć płaszczyzn odbicia dwuścianu (urojonych). Z nich cztery przecinają się w jednej dwubiegunowej czterokrotnej.

osi sym. (glówna); piąta do nich, prostopadła, przecinająca się z tamtymi tworzy 4 dwukrotne osi sym. (Boué) jednorodne do drugiej. Osi są jedynymi realnymi pierwiastkami trzecim. Krytalog. osi z zbiera się z osi sym. czterokrotne, osi x i y z dwukrotnymi.



Postać ogólna jest osmioramianem zwanym trapezoedrem tetragonalnym, który może być dwójakiego rodzaju: lewy (kkl) i prawy (kkl), zależnie od tego, czy biegun po częściowy znajduje się na promieniu wewnątrz trójkąta a czy b .

Obydwa te odpowiadające sobie trapezoedry są postaciami enancyomorficznymi. Szczególnymi przypadkami postaci ogólnej są: 1) dompiramida 1go rodzaju (Biegun na zu), 2) dwupiramida 2go rodzaju (Biegun na $z(+x)$), 3) słup dytetragonalny (Biegun na $+xu$).

Formy szczególne: 1) słup 1go rodzaju (Biegun w u), 2) słup 2go rodzaju (Biegun w $+x$), oraz 3) dwuscian podstawowy.

(Biegun w 2).

Nazwa	Symbol	Sym. osi asymetryczna
Trapezoedry lewe	$\{ hkl \}$	
— " — prawe	$\{ khl \}$	"
Stupy dytetragon.	$\{ hko \}$	"
Piramida Igo rodz.	$\{ hhl \}$	"
— " — 2go rodz.	$\{ hol \}$	"
Stupy 1go rodz.	$\{ 110 \}$	C_2
2go rodz.	$\{ 100 \}$	"
Piramidek podstawowy	$\{ 001 \}$	C_4

Przykład: Siarczan nikielowy $NiSO_4 \cdot 6H_2O$, $a:c=1:1'9061$

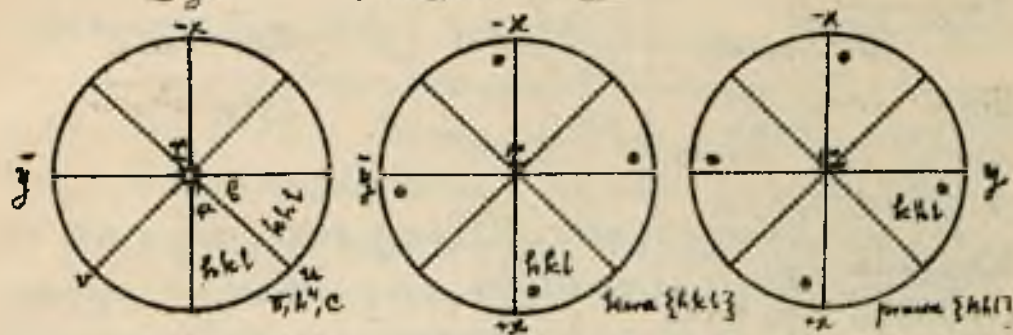
20. Klasa dwupiramidy tetragonalnej: $s(2'2'4)$.

Ostery urojone pt. odbić dwoiestych przecinają się w zewnętrznej osi sym. dwubiegunowej. Do tych pt. i do tej osi prostopadła jest pt. sym. zwrotnej. Obecny jest model sym.

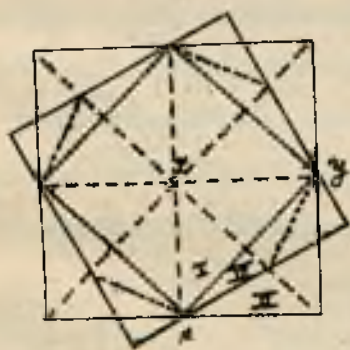
Kryształ. oś 2 lewa się z osią 4 krotką sym. z a osi x i y wybieramy dwie do niej prostopadłe możliwe krawędzie w płaszczyźnie symetrii. Masz cz. odbicia dwoiestego prowadzimy przez te osi poboczną x i y

Postać ogólną jest dwupiramida tetragonalna IIIgo rodzaju, która może być albo lewa $\{ hkl \}$, albo prawa $\{ khl \}$, Biegun wyjściowy pierwszej leży w trójkącie a, drugie w trójkącie b. Jej szczególnymi przypadkami są: dwupiramida Igo rodz. (Biegun na 3), dwopi-

ramida II go rodz. (Biegun na $\underline{x}$).



Stosunek tych 3 drupiramid do siebie podaje schemat :



Formy poszczególne : słupy I go, II go i III go rodzaju z odpowiednimi Biegunami w $\underline{u}$, $\underline{x}$ i na $\underline{xu}$ względnie $\underline{u+y}$. Zaleknie od tego słupy III rodzaju bywają lewe i prawe. Wreszcie druszcian podstawowy z Biegunami w $\underline{x}$.

Opis	Symbol	Sym. scian
Drupiramidy III v. lewe	$\{ hkl \}$	asymetryczne
———— " ————— prawe	$\{ kh l \}$	"
———— " ————— II rodz.	$\{ h o l \}$	"
———— " ————— I rodz.	$\{ h k l \}$	"
Słupy III v. lewe	$\{ h k o \}$	jednosymit
———— " ————— prawe	$\{ k h o \}$	

Stump Woods

100 }

jednoznaczne

Trust:

{ 110 }

Division - *peristom.*

{ 001 }

11
C₄

Przykład 1:

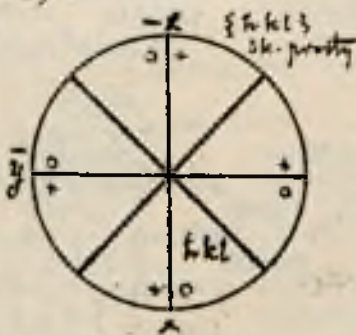
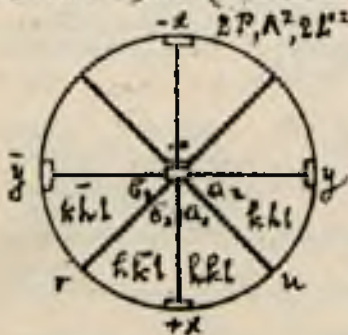
Szabit = CaWO_4 , a:c = 1:1.536 {101}, {111}, {131}, {313}

Wulfenit = $PbMoO_4$, $a:c = 1:1.574$ {111}, {430}

Mejonit = $\text{Ca}_4\text{Al}_6\text{Si}_6\text{O}_{25}$, a:c = 1:0.4393, {100}, {110}, {111}, {311}.

21. Klasa skalenoedru tetragonalnego: $s(2'2'4')$

Tu występują cztery pł. symetrii, naprzemiennie zwrócone dwiema, przecinając się w dwubiegunowej dwukrotnej osi sym. (główn.) i przecięcia pł. oddziału dwiema, prostopadła do tych. Płaszczyzna ta przecina się z drugimi płaszczyznami oddziału dwiema, daje dwie dwukrotne dwubiegunowe osi sym. (wspierne).



До x слева sig z orig sym. Говоря, отсюда x z origami
sym. Рокнени.

Łącznie portaciz jest skaleńcem tetragonalnym, który

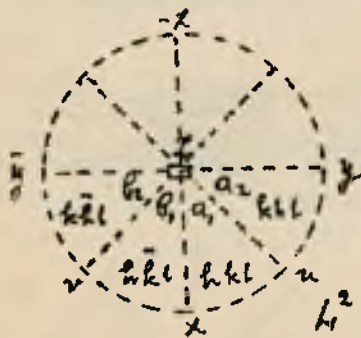
może być prostym $\{hkl\}$ lub odwroconym $\{h\bar{k}l\}$ zależnie od tego, czy biegun podstawowy umieszcimy w trykcie a , i az lub b , c . Szczególnymi przypadkami skalencedry będą: Drupiramida tetrag. 2go rodzaju $\{hol\}$ z biegunem na xx i styp dytetragonalny $\{hko\}$, którego bieguny opierają się na trójkach równoległych. Formy proste: tetragon. Bisfensoid prosty $\{hkl\}$ o biegunie na zv i odwrocony $\{h\bar{k}l\}$ o biegunie na boku zu; styp tetragonalny $\{110\}$ 1go rodzaju. Biegun w u. styp tetragon. 2go rodzaju $\{100\}$ o biegunie w x; wreszcie druszcian podstawowy $\{001\}$ z biegunem w z.

Nazwa	Symbol	Sym. osi
Skalencedry tetrag. proste	$\{hkl\}$	asymetryczne
— " — odwroc.	$\{h\bar{k}l\}$	"
Stypy dytetragonalne	$\{hko\}$	"
Drupiramidy tetrag. 2go rodzaju	$\{hol\}$	"
Bisfensoidy tetrag. proste	$\{hkl\}$	jednostym.
— " — odwroc.	$\{h\bar{k}l\}$	"
Stypy — " — 1go rodzaju	$\{110\}$	"
— " — 2go rodzaju	$\{100\}$	"
Druszcian podstawowy	$\{001\}$	dwusym.

Wybitny przykład tej klasy stanowi chalkopiryt $CuFeS_2$
 $a:c = 1:0.9784$. Najczęściej występuje kombinacja $\{111\}$, $\{11\bar{1}\}$,
 $\{201\}$, przeważnie bisfensoid $\{111\}$ dominuje.

28. Klasa bifenoidu tetragonalnego: $O(2^2 2^2 4)$

Obecne są tylko pt. odbić ~~trój~~trójistych w liczbie 5-u. Ośtery z nich przecinają się w dwukrotnej dwubiegunowej osi sym., piąta pt. jest do nich prostopadła. Oś krystalogr. z lewa się z osią sym. dwukrotną. Półłożenie osi x i y nie określone, ponieważ pt. sym. trójistych przechodzące przez z nie mają znaczenia krystalograficznego. Za osi x i y wybieramy dwie możliwe lub obecne krawędzie kryształu leżące w pt. sym. prostopadłej do osi dwukrotnej, która to pt. jest możliwa st. krystalograficzna.



Postać ogólna jest ostrosłup zwany bifenoidem tetragonalnym IIIgo rodzaju. Ołozę on być czworokątnego rodzaju: prosty lewy $\{hkl\}$, prosty prawy $\{hkl\}$, odwrócony prawy $\{hkl\}$ i odwrócony lewy $\{hkl\}$; Biegun pierwszego lewy w a_1 , l go w a_2 , trzeciego w b_1 , czwartego w b_2 .

Szczególne przypadki formy ogólnej stanowią: bifenoidy I rodzaju (Biegun na z), bifenoidy II rodzaju (Biegunki na zx), także stupy tetrag. Igo rodzaju (Biegun w u), l go rodzaju (Biegun w x) i 3 go rodzaju (Biegunki na łukach równikowych). Stupy dzielą się także na proste i odwrócone prawe i lewe. Jedyną postać szczególną jest dwusłup podstawowy obry.

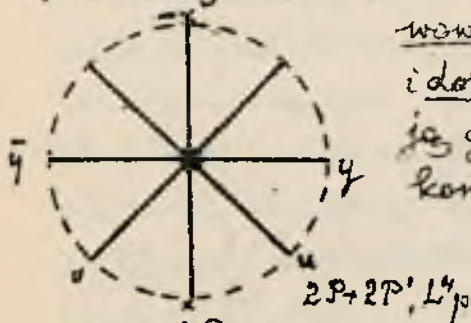
Nazwa	Symbol	Sym. Stan
Trójkąt III rzędu. proste lewe	$\{hkl\}$	asymetryczne
----- " ----- " ----- prawe	$\{h\bar{k}l\}$	"
----- " ----- " ----- odwrot. prawe	$\{h\bar{k}\bar{l}\}$	"
----- " ----- " ----- lewe	$\{k\bar{h}l\}$	"
----- " ----- II rzędu. lewe	$\{kol\}$	"
----- " ----- " ----- prawe	$\{okl\}$	"
----- " ----- I rzędu. proste	$\{hkl\}$	"
----- " ----- " ----- odwrot.	$\{h\bar{k}l\}$	"
Stopy trójkąt III rzędu. proste lewe	$\{hko\}$	"
----- " ----- " ----- prawe	$\{kho\}$	"
----- " ----- " ----- odwrot. prawe	$\{h\bar{k}o\}$	"
----- " ----- " ----- lewe	$\{k\bar{h}o\}$	"
Stop " II rzędu. lewy	$\{100\}$	"
----- " ----- " ----- prawy	$\{010\}$	"
----- " ----- I rzędu. prosty	$\{110\}$	"
----- " ----- " ----- lewy	$\{1\bar{1}0\}$	"
Dwusieczna podstawowy	$\{001\}$	C_2

Przykład najbliższy do tej klasy znalazł Z. Weyberg w Warszawie na syntetycznie otrzymanym związku.

23. Klasa piramidy dytetragonalnej $S(4)$.

Octary naprzemian jednoczasne pt. symetrii zwykłej przecinają się w jednej czterokrotnej polarnej osi symetrii. Os. krytalogr. Z z lewa się z osią czterokrotną, osie zaś X i Y leżą w dwu

jednoznacznych pt. symetrii. Postacie tej klasy różnią się od form klasy $3(224)$ tem tylko, że piramidy i ściany podstawowe są tu dwójakiego rodzaju: górne i dolne, zależnie od tego, czy przecina się górny (dodatni), czy dolny (ujemny) koniec osi Z.



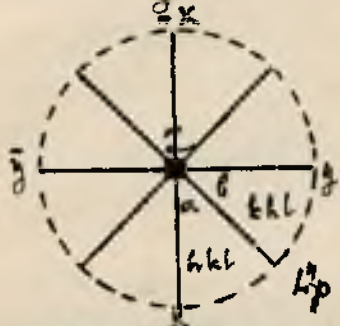
Nazwa	Symbol	Sym. ścian
Piramidy dytetrag. górne	$\{ hkl \}$	asymetryczne
----- " ----- dolne	$\{ h\bar{k}l \}$	"
Stupy dytetragonalne	$\{ hko \}$	"
Piramidy tetrag. Tr. górne	$\{ hol \}$	jednosymetr.
----- " ----- " ----- dolne	$\{ ho\bar{l} \}$	"
----- " ----- Tr. górne	$\{ hkl \}$	"
----- " ----- " ----- dolne	$\{ h\bar{k}l \}$	"
Stup ----- Tr.	$\{ 100 \}$	"
----- " ----- Tr.	$\{ 110 \}$	"
Ściana wiechołł.	$\{ 001 \}$	extensywny.
----- " ----- podstawowa	$\{ 00\bar{1} \}$	"

24. Klasa piramidy tetragonalnej $3(4')$.

Tu ostre pt., przecinające się w osi sym. czterokrotnej, nie mają znaczenia realnego, lecz służą tylko pt. odbić dwójakich.

Oś krystalogr. Z równa się z osią sym. czterokrotną,

ca osie zaś x i y wybieramy dwie jednoznaczne krawędzie prostopadłe do z , przez które przeprowadzamy pł. odbić dwuistych.



Postać ogólna jest piramida tetrago-
nalna trzeciego rodzaju z Biegunami
wnętrze trójkąta sym. Jest ona lewa
 $\{hkl\}$, jeżeli Biegun pozołkowy leży
w trójkącie a, prawa $\{hkl\}$ zaś, jeżeli
Biegun pozołk. leży w trójkącie b.

Prócz tego piramidy te mogą być górne $\{hkl\}$ i $\{khl\}$
i dolne $\{hkl\}$ i $\{khl\}$. Wszystkie inne formy piramid-
ne i pryzmatyczne są tylko szczególnymi przypadkami tej
postaci ogólnej. Są to: piramidy tetrag. 7go rodzaju górne
i dolne $\{hkl\}$ i $\{khl\}$, oraz 2go rodzaju górne i dolne $\{hol\}$
i $\{hok\}$; stupy tetragonalne 3go rodzaju lewe $\{hko\}$ i pra-
we $\{kho\}$, stupa tetragonalna 1go rodzaju $\{110\}$ i stupa tetrag.
2go rodzaju $\{100\}$. Postaciami szczególnymi są tylko:
ściana wierzchołkowa $\{001\}$ i podstawaowa $\{00\bar{1}\}$. Mamy
więc tu następujące postaci proste:

Nazwa	Symbol	Sym. ścian
Piramidy tetrag. III r. górne lewe	$\{hkl\}$	asymetryczne
— " — " — prawe	$\{khl\}$	"
— " — " — dolne lewe	$\{hkl\}$	"
— " — " — prawe	$\{khl\}$	"

Piramidy tetr. II rz. górne	{ h o l }	asymetr.
----- " ----- " ----- dolne	{ h o $\bar{l}$ }	"
----- " ----- Tr. górne	{ h h l }	"
----- " ----- " ----- dolne	{ h h $\bar{l}$ }	"
Stupy ----- " ----- III rz. lewe	{ h k o }	"
----- " ----- " ----- prawe	{ k h o }	"
Stup ----- " ----- II rz.	{ 1 0 0 }	"
----- " ----- Tr.	{ 1 1 0 }	"
Ściana wierzchołkowa	{ o o l }	@ ₄
----- " ----- podstawowa	{ o o $\bar{l}$ }	"

Przykładem tej klasy jest prawy winian baru i antymonylu $\text{Ba}(\text{SBO})_2(\text{C}_4\text{H}_4\text{O}_6)_2 \cdot \text{H}_2\text{O}$; a : c = 1 : 0'4406.

IV. Układ osi rombowy.

Układ osi rombowy tworzą trzy prostopadłe względem siebie krawędzie niejednoznaczne. Skrypty tego układu ustawiamy zwykle tak, ażeby jedna osi (krótsza) biegła do wzdłuża, druga (dłuższa) z prawej strony ku lewej, wówczas trzecia będzie prostopadła. Jednostki osiowe a : b : c są tu od siebie niezależne.

25. Klasa dwuniramy rombowej: 6(222).

Trzy nawzajem prostopadłe pł. symetrii prostej przecinają się w trzech nawzajem prostopadłych dwubiegunowych

niejednorodnych dwukrotnych osiach symetrii. Oś kryta-
logr. zlewa się z osiami symetrii dwukrotnemi. Obecna jest



$g + g' + g'' \quad l' + l'' + l''' : c$

centrum symetrii. Postać ogólna jest
dwupiramida rombowa będąca odmio-
dleniem. Formami prostopadłymi będą
stupy rombowe i dwusieczny. Zarówno
pionowe jak drugie różnią się swym po-
łożeniem względem osi krytalograficz-
nych. Odróżniamy stupy pionowe

(Biegun początkowy na x, y), poprzeczne (Biegun na x, z)
t.j. równoległe do osi y i podłużne (Biegun na z, y), t.j.
równoległe do osi x .

Analogicznie do tego odróżniamy dwusieczny poprzeczny
(Biegun w x), podłużny (Biegun w y) i podstawowy (Biegun w z)

Nazwa	Symbol	Sym. osi
Dwupiramidy rombowa	$\{ h k l \}$	asymetr.
Stupy pionowe	$\{ h k 0 \}$	jednosym.
Stupy poprzeczne	$\{ h 0 l \}$	"
— — — podłużne	$\{ 0 k l \}$	"
Dwusieczny poprzeczny	$\{ 1 0 0 \}$	dwusymetr.
— — — podłużny	$\{ 0 1 0 \}$	"
— — — podstawowy	$\{ 0 0 1 \}$	"

Przykłady:

Siarka $a : b : c = 0.8130 : 1 : 1.4030 \quad \{ 111 \}, \{ 11\bar{3} \}, \{ 011 \}, \{ 001 \}$

Aragonit = CaCO_3 ; $a:b:c = 0.6224:1:0.7206$. $\{110\}$, $\{010\}$,
 $\{011\}$, $\{111\}$, $\{121\}$

Anhydryt = CaSO_4 ; $a:b:c = 1.005:1:0.894$.

Baryt = BaSO_4 ; $a:b:c = 0.8148:1:1.3124$. Doskonale
 twójniwy według $\{001\}$, mniej dokładnie według $\{110\}$.

Często w tablicach rombów otoczonych $\{110\}$ i $\{001\}$.

Chryzoberyl BeAl_2O_4 ; $a:b:c = 0.4700:1:0.5800$

Topaz = $\text{Fell}_2\text{Si}_2\text{O}_5 \cdot \text{Al}_2\text{SiF}_{10}$; $a:b:c = 0.5285:1:0.9539$

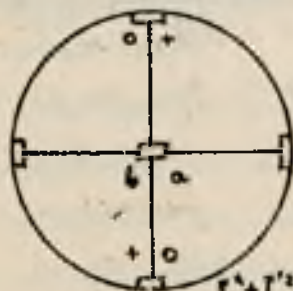
Twójność doskonała $\{001\}$. często $\{110\}$, $\{120\}$, $\{011\}$, $\{111\}$, $\{001\}$.

Staurolit = $\text{FeAl}_5\text{Si}_2\text{O}_{13}$; $a:b:c = 0.4725:1:0.6804$

$\{110\}$, $\{010\}$, $\{001\}$, $\{101\}$.

26. Klasa Bisfenoidu rombowego: $\phi(2'2'2')$.

Trzy pł. odbicia dwójnego przecinają się w 3^{im} dwukrot-
 nych osiach symetrii, które są jednocześnie osiami krystalog.



Postać ogólna jest Bisfenoid rombo-
 wy . który może być dwójakiego ro-
 draju : prawy (Biegun w trójkącie a) ,
lewy (Biegun w trójkącie b) .

Szczególным przypadkiem postaci
 $L^+ + L'^+ + L''$ ogólnej są stopy rombowe z Biegun-
 nymi na bokach trójkąta sym. xzy .

Postaciami szczególnymi są dwójnany z Biegunami na
 wierzchołkach trójkąta x, y, z .

Nazwa	Symbol	Sym. osi
Bisfencydy, prawe	$\{h k l\}$	asymetr.
lewe	$\{h \bar{k} l\}$	"
Stupy rombów	$\{h k o\}, \{o k l\}, \{h o l\}$	"
Dwusiany	$\{100\}, \{010\}, \{001\}$	C_2

Przykład: Siarkan magnezowy (sól gorzka) $ally. SO_4 \cdot 7H_2O$
 $a:b:c = 0.990:1:0.571$.

27. Klasa piramidy rombów: $S(2)$.

Dwie pł. symetrii zbiegającej przecinają się w dwukrotnej po-
 łownej osi sym. Ta ostatnia jest krytalograficzna oś z .

Te osi x i y przyjmujemy linie przecięcia się 2 pł. symetrii
 z pł. do nich prostopadłą. Ogólna postać jest piramida



rombowa, której nierzgodnym przypadkiem
 jest stupa rombowa $\{h k o\}$. Piramidy
 mogą być górne i dolne. Postaciami
 szeregówemi są t. zw. dwójki z biegu-
nam na xx i yy , które również mo-

gą być górne i dolne; dwusiany po-
rowe xx (x) i dwusiany podługne (y), wreszcie ściana
wierchołkowa i ściana podstawowa.

Nazwa	Symbol	Sym. osi
Piramidy rombów górne	$\{h k l\}$	asymetr.
" " " " dolne	$\{h \bar{k} l\}$	"
Stupa " " "	$\{h k o\}$	"

Daszki górne podłużne	$\{0kl\}$	jednoosym.
— — — poprzeczne	$\{h0l\}$	"
— — — dolne podłużne	$\{0k\bar{l}\}$	"
— — — poprzeczne	$\{h0\bar{l}\}$	"
Dwuosiowy poprzecz. i podł.	$\{100\}, \{010\}$	"
Ściana wieńchołkowa	$\{001\}$	dwuosymetr.
— — — podstawowa	$\{00\bar{1}\}$	"

Znanym przykładem tej klasy jest kalamin (galman)
 $H_2In_2Si_2O_5$; $a:b:c = 0.7895:1:0.4778$. Kryształy wy-
 bitnie chemiczne na dolnym (elekt.+) końcu mają
 piramidy $\{12\bar{1}\}$, na górnym (elekt.-) daszki $\{101\}$, $\{301\}$,
 $\{011\}$, $\{031\}$ i ściany wieńchołkowe $\{001\}$.

Renit = $4H_2Ca_2Al_2Si_2O_{12}$, $a:b:c = 1.1272:1:0.8420$.

V. Układ osi jednoskośny.

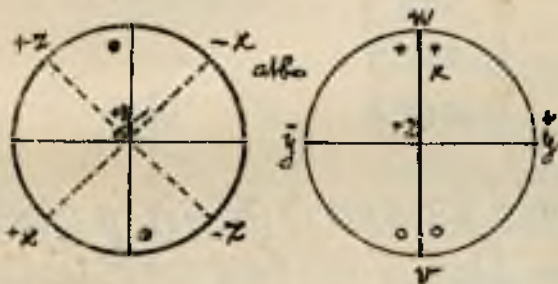
Układ osi jednoskośny tworzą trzy krawędzie a, b, c , z któ-
 rych b jest prostopadła do a i c . Zwykle kryształom jedno-
 skośnym nadajemy taką orientację, aby os b (y) była
 poprzeczna, c (z) pionowa, a (x) zaś żeby biegła ku
 badaczowi ukośnie z góry na dół. Stałe geometrycz-
 ne określające kryształ jednoskośny są: a, b, c, β .

28. Przykład pryzmatyczny: $s(2'2'2)$. $\{111\}$

Dwie nawzajem prostopadłe pł. odbicia dwuosymet-
 ryczne.

cinając się w dwukrotnej osi symetrii i są prostopadłe do trzeciej pł. odbicia prostego, co razem sprawia, że klasa ta ma takie centrum symetrii.

Jeżeli oś krystalogr. Y stale przybieramy dwukrotną os sym. a w pł. sym. to niej prostopadłej wybieramy dwie inne osi X i Z , tworzące między sobą dowolny kąt β .



P, L^2, C

Projekcyjne stereograf. możemy przedstawić dwójako: raz pł. symetrii jest kąt projekcyjne, drugi raz jest niej t.j. południk. Ten drugi obraz bardziej odpowiada

nowszemu przyjętej orientacji krystalu tej klasy.

Postać ogólna jest pryzmat o 4 ścianach typu piramidalnego, przecinających wszystkie 3 osi (skutkiem czego zawsze go dawno hemipiramida = $(\frac{1}{2}$ piramidy 8 ścianowej).

Szczególными jej przypadkami są stęp pionowy $\{hko\}$ i podłużny $\{okl\}$. Formami niezrównoważonymi są dwusieczna t.j.w. hemidoma (półdomek) $\{hok\}$, dwusieczna poprzeczna $\{100\}$ dwusieczna podstawowa $\{001\}$ i jedyny w swoim rodzaju dwusieczna podłużna $\{010\}$ prostopadła do osi symetrii.

Nazwa	Symbol	Sym. ścian
Pryzmat o ścianach piramidy	$\{ hkl \}$	asymetr.
Stup pionowy	$\{ hko \}$	"
— " — podtłuwiny	$\{ okl \}$	"
Podstawek (dwuścian)	$\{ hol \}$	jednosymetr.
Dwuścian poprzeczny	$\{ 100 \}$	"
— " — podstawowy	$\{ 001 \}$	"
— " — podtłuwiny	$\{ 010 \}$	C_2

Przykłady:

Gips = $CaSO_4 \cdot 2H_2O$ $a:b:c = 0.6895:1:0.4132$, $\beta = 98^\circ 58'$

Najprostsza kombinacja $\{110\}$, $\{111\}$, $\{010\}$. Łupliwość nadwyrzaz dokładna równoległa do $\{010\}$ mniej dokładna || do $\{100\}$.

Epidot = $HCa_2(Al, Fe)_3Si_3O_{13}$ $a:b:c = 1.5807:1:1.8057$
 $\beta = 115^\circ 24'$. Kryształy rozwinięte w kierunku osi sym.

Najczęściej występują postacie $\{001\}$, $\{100\}$, $\{101\}$, $\{111\}$.

Mika (alluskonit) = $H_2KAl_3Si_3O_{12}$ $a:b:c = 0.577:1:2.247$, $\beta = 95^\circ 5'$. Najdokładniejsza łupliwość równoległa do $\{001\}$.

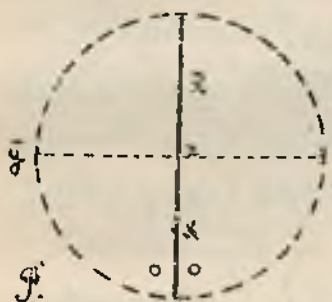
Dymorf = $(Mg, Fe)CaSi_2O_6$ $a:b:c = 1.092:1:0.589$,
 $\beta = 105^\circ 49'$. Najprostsze postacie: $\{100\}$, $\{010\}$, $\{110\}$,
 $\{001\}$, $\{111\}$, $\{221\}$. Łupliwość || $\{110\}$.

Ortobaz = $K_2Al_2Si_6O_{16}$ $a:b:c = 0.6538:1:0.5526$,
 $\beta = 116^\circ 3'$. Łupliwość dokładna równoległa do $\{001\}$.

i $\{010\}$. Najpospolitsze potężenie form $\{001\}$, $\{010\}$, $\{110\}$, $\{101\}$, $\{201\}$, $\{111\}$ i $\{021\}$ - (porównaj ćwicezenia projekcyjne).

29. Klasa domatyczna (daskowa): $\mathcal{S}(1)$.

Jedna tylko pł. symetrii prostej. Oś y biegnie prostopadle do niej, za osi x i z wybieramy dwie krawędzie leżące w pł. symetrii.



Postać ogólna jest para ścian symetrycznie położona względem pł. symetrii, czyli doma (daskok).

Szczególным jej przypadkiem jest dwościan $\{010\}$ podługny. Postaciami szczególnymi będą pediony.

Ściany pochyłone. W których bieżącej będą leżały na pł. sym.

Nazwa	Symbol	Im. ścian
Domy (daski)	$\{hkl\}$	asymetryczne
Dwościan podługny	$\{010\}$	"
Pediony	$\{kol\}$	jednosym.

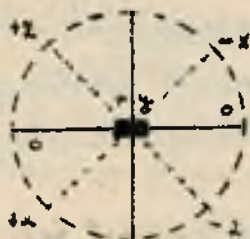
Prokuratorem tej klasy jest skolecyt = $\text{CaAl}_2\text{Si}_3\text{O}_{10} \cdot 3\text{H}_2\text{O}$
 $\alpha:\beta:\gamma = 0.978:1:0.343$, $\beta = 90^\circ 42'$.

30. Klasa sfenoidalna: $\mathcal{S}(2')$.

Dwie względem siebie pł. odbicia dwójnego (urojone) przecinają się w dwukrotnej polarnej osi sym. Będącej jedynym realnym pierwiastkiem symetrii tej klasy.

Oś krytal. y zlewa się z osią dwukrotną, za osi zaś

xz wybieramy krawędzie leżące w pł. prostopadłej do niej.



Ogólną postacią jest sferoid, składający się z 2 równych i kongruentnych ścian. Sferoidy bywają prawe $\{hkl\}$ i lewe $\{h\bar{k}l\}$, zależnie od tego, czy ściany ich przecinają do-

I. p. dodatni, czy ujemny koniec osi y.

Szczególным przypadkiem sferoidu będą dwusieczny, których bieżący leży na obwodzie koła xz. Formy monoklinalne stanowią pedion prawy $\{010\}$ i lewy $\{0\bar{1}0\}$.

Nazwa	Symbol	Sym. ścian
Sferoidy prawe	$\{hkl\}, \{hko\}, \{okl\}$	asymetr.
— " — lewe	$\{h\bar{k}l\}, \{h\bar{k}o\}, \{o\bar{k}l\}$	"
Dwusieczny	$\{h0l\}, \{001\}, \{100\}$	"
Pedion prawy	$\{010\}$	C_2
— " — lewy	$\{0\bar{1}0\}$	"

Znanym przykładem tej klasy są kryształy lewego i prawego

kwarcu winnego = $C_4H_6O_6$ $a:b:c = 1:2747:1:10266$,

$\beta = 100^\circ 17'$; cukier trzcin. = $C_{12}H_{22}O_{11}$ $a:b:c = 1:259:1:0.878$

$\beta = 103^\circ 30'$ i in.

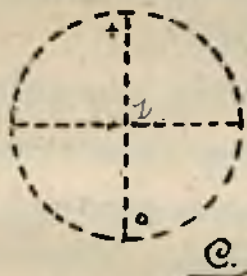
VI. Układ osi trójosiowy.

Is osi krytalogr. wybieramy trzy dowolne krawędzie

przecinające się pod kątami również dowolnymi. Mamy więc tu pięć statych a, b, c ($=1$), α, β, γ . - W wyborze kierujemy się tem, ażeby ściany wałne fizycznie (np. płaszczyny łupliwości) stały się płaszczyznami osiowymi.

31. Klasa pinakoidalna (dwaścianowa): $\sigma(2^2 2^2)$.

Mamy tu 3 nawzajem prostopadłe pł. oddlic tróistych, prowadzące obecnie centrum symetrii, które jest jedynym elementem realnym tej klasy.



Jedyną postacią jest pinakoid (dwaścian), składający się z 2 równoległych jednakowych ścian związanych środkiem sym. Składa parę ścian jest zatem fizycznie różna od innych par. Tylko obydwa końce

jednej i tejże samej prostej są jednoznaczne. Dwie proste lub dwie płaszczyzny nierównoległe mają różne własności fizycz. Na obu przeciwległych ścianach pinakoidu następuje odwrotność odpowiednich krawędzi i kątów jest odwrotna.

Analogicznie do innych układów moglibyśmy tu odróżnić:

Dwaściany piramidalne $\{hkl\}$ (tzw. $1/4$ piramidy)

— " — pryzmatyczne $\{hko\}$, $\{okl\}$, $\{hol\}$

— " — właściwe $\{100\}$, $\{010\}$, $\{001\}$

Przykłady: Aksynit = $H_2Ca_4(Al_2Si_2)_4Si_6O_{23}$, $a:b:c = 0.4928:1:0.4809$, $\alpha = 82^\circ 44'$, $\beta = 91^\circ 56'$, $\gamma = 131^\circ 31'$

$Na_2Al_2Si_6O_{16}$; $CaAl_2Si_2O_8$

typowa kombinacja: $\{110\}$, $\{1\bar{1}0\}$, $\{111\}$, $\{1\bar{1}1\}$ i $\{201\}$.

Plagioklasy - szereg warunków bardzo minerałów, na których one stoją:

Albit $\text{Na}_2\text{Al}_2\text{Si}_6\text{O}_{16}$ $a:b:c = 0.6335:1:0.5577$, $\alpha = 94^\circ 3'$, $\beta = 116^\circ 29'$, $\gamma = 88^\circ 9'$

Anortyt $\text{Ca}_2\text{Al}_2\text{Si}_2\text{O}_8$ $a:b:c = 0.6347:1:0.5502$, $\alpha = 93^\circ 13'$, $\beta = 115^\circ 56'$, $\gamma = 91^\circ 12'$

Do najpospolitszych postaci należą: $\{001\}$, $\{010\}$, $\{110\}$, $\{1\bar{1}0\}$, $\{101\}$, $\{1\bar{1}1\}$.

Dysten Al_2SiO_5 $a:b:c = 0.899:1:0.709$, $\alpha = 90^\circ 5'$, $\beta = 101^\circ 2'$, $\gamma = 105^\circ 44'$. - Zwykle tylko: $\{100\}$, $\{010\}$, $\{001\}$, $\{110\}$

32. Klasa pedionalna: $\bar{2}(1')$.



Jedna tylko pł. odbicia dwusiecznego, którą tu przypuszczamy tylko z racji ciągłości zasady przeprowadzonej w niniejszym wykładzie. Płaszczyzna ta odbija napowrót biegundy na kuli, kładąc odbicie na przedmiot. Skutkiem tego

wzajemności nie otrzymamy tu żadnego innego biegunu. Żaden kierunek w kryształach tej klasy nie ma siły równo, tak iż klasa ta charakteryzuje się brakiem symetrii (nawiasem, że jest asymetryczna). Wp klasie tej postaci proste składają się tylko z pojedynczych ścian zwanych pedionami. Postać ogólna nie różni się zatem od szeregowej. Mogą tu być kryształy lewe i prawe

(enancyomorficzne). Przykłady wśród minerałów dotych-
czas mierwane. *enantiomorfe*

Blizniaki.

Powyżej roztrząsalismy własności geometr. kryształów, na-
jąc na uwadze wyłącznie tylko ich osobniki pojedyncze,
ograniczone ścianami, nawiązemi bądź do jednej tylko
postaci prostej, bądź do ich kombinacji. Węzła rodzaju
indywidualne powstają z roztworów przesyconych przez rów-
noległe narastanie warstw molekularnych na zarodkach
kryształicznych. Drobinka, wydzielająca się z roztworu
przesyconego, zanim osiągnie na powierzchni kryształu
musi oczywiście przybrać (przez pełen obrót w przestrzeni)
takie położenie, aby się ułożyła analogicznie do swoich
sopředniczek i utworzyć z nimi ciąg o molekułach anelo-
gicznych. W środowisku krystalizacyjnym mogą
jednak zachodzić pewne komplikacje, stające na przeszk-
dzie takiemu równoległemu ułożeniu się cząstek pra-
chodzących w stan stały. Wówczas dane są warunki,
w których mogą powstać nie pojedyncze osobniki, lecz
zespoleńia dwa osobników zrósłych ze sobą w sposób pro-
widtowy, tak, iż kierunki jednoznaczne dla indywiduów
różne są o 180° . Gdyby drobinę, dającą początek takiemu

Zespołowi wykonaty były dodatkowy obrót o 180° i ułożyły się zupełnie równolegle. powstały osobnik pojedynczy. Niemożność wykonania tego obrotu prowadzi do powstania kryształów bliźniaczych, czyli wprost bliźniaków przez dalsze zgodne uktadanie się drobin na obu stronach zarodka.

Wielkość znaczna bliźniaków ma też własność, że obydwie ich połowy są symetryczne względem pewnej ściśle określonej płaszczyzny (zwanej pt. bliźniaczą). Prosta prostopadła do tej pt. zwie się osią bliźniaczą. Przez obrót jednego indywiduum kolo tej osi o 180° (t.zw. inwersja) dwie symetryczne połowy bliźniaka zlewają się w kryształ pojedynczy. Dwa bliźniacze kryształy mogą się zrastać albo pt. bliźniaczą, albo też powierzchnia ich zetknięcia może być nieprawidłowa, przyczem jednak elementy geometryczne obu kryształów pozostają symetryczne względem pt. bliźniaczej. Często zdarzają się bliźniaki nie tylko zrosta, lecz i przerosta, np. dwa ośmiościany lub dwa sześciiany, których pt. bliźniaczą jest ściana oktaedru. Zewnętrzną cechą tego rodzaju bliźniaków są kąty wklęste. Dwa przerastające się nawzajem ośmiościany symetryczne względem ściany (III) dają zespół tego rodzaju, że osi bliźniaczą, będąca dla każdego osobnika trzykrotną osią symetrii jest dla bliźniaka prze-

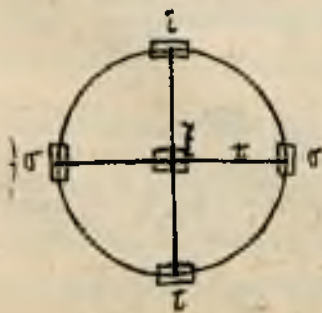
na tego osia symetrii sześciokrotna. Przec tego dwojak taki jest symetryczny do trzech przez oś, przechodzących płaszczyzn, których normalne są dlań dwakrotnymi osiami sym. (dla dwojaka) - (okaz na modelu).

Przec oczywista, że płaszczyzna bliźniacza nie może być pł. symetrii, gdyż w takim razie obydwa kryształy byłyby równoległe i dwojaka wytworzyć by nie mogły. Pł. bliźniacza biegnie najczęściej równoległa do obecnej lub możliwej ściany kryształu (nie będącej pł. symetrii) o wskaznikach zawierają prostych. Często bywa nią pł. twójliwości.

W innych razach pł. bliźniacza jest prostopadła do możliwej ściany kryształu a jednocześnie równoległa do leżącej w tej ścianie krawędzi.

W bliźniakach symetrycznych względem płaszczyzny dwa przypadki ogólne:

a) kryształ bliźniaczy składa się z indywidualów posiadających centrum symetrii. Wówczas normalna $\perp$ do płaszczyzny.



Bliźniaczej (2) będzie n -krotna (a więc co najmniej 2-krotna) oś symetrii dwojaka. Nie może ona być 2-krotną osią sym. kryształu pojedynczego, gdyż w takim razie pł. $\perp$ byłaby płaszczyzną symetrii.

Często zdarza się, że pt. Rizinacką 2 jest prostopadła do pt. sym. Σ i Γ każdego indywiduum tak, iż normalne do tych płaszczyzn. Σ i Γ są 2-krotnymi osiami sym. kryształu Rizinackiego.

Przykład: dwa nieroste *emiosianowy* lub dwa przeroste *niebiesiany*,

6.) osobniki Rizinackie porobione są centrum symetrii. Wskazana płaszczyzna normalna (Σ) do pt. Rizinackiej (Γ) może być jednocześnie 2-krotną osią sym. kryształu pojedynczego. Przykład takiego dwójaka mamy w przerostających się nawzajem dwóch *oworoscianach* (dymantów), symetrycznych względem Σ 100.

Podobne rysunki wykazują dwa przeroste kryształy kwarcu lewego i prawego. Obydwa kryształy Rizinackie są, symetryczne względem 3 płaszczyzn pionowych prostopadłych do ścian stożka, a normalne tych ścian są 2-krotnymi osiami sym. kryształów pojedynczych. Oczywiście, że ten rodzaj Rizinackości jest niemożliwy dla 1 kryształu kwarcu lewych lub 2 prawych (kongruentnych), lecz tylko dla 2 enancjomerów.

Drugie, mniej rozpowszechnione, grupy Rizinaków stanowią kryształy Rizinackie symetryczne względem osi. Do tych należą np. dwa lewe lub dwa prawe kryształy kwarcu, tworzące dwójaki. Nie są one symetryczne

względem żadnej pł., lecz tylko względem osi pionowej, która jest dwukrotną osią sym. kryształu dwoiętego. Oba osobniki bliźniacze przerastają się często nawzajem tak, iż granica ich bynajmniej nie jest pł. równą, lecz nieprawidłową. To przerastanie może być tak zupełne, iż oba kryształy tworzą jakby osobnik (Bez kątów wklęsłych).

Op. Noworaz os. pionowa, będąca dla każdego osobnika osią sym. 3-krotną, staje się dla dwójaka osią sym. 6-krotną.

Przykłady:

Do najpospolitszych dwójaków układu regularnego należą:

Fluspat tworzy często dwójaki przeroste sym. do $\{111\}$.
Magnetyt i spinel dają często dwójaki powstałe ściąganiem ośrodku [tzw. prawo spinelowe].

Piryt. - Dwójaki przeroste sym. do $\{110\}$.

Blenda. Pojedyncze osobniki, będące kombinacją dwu tetraedrów, zrastają się ścianami należącymi do rozmaitych caworościanów.

To zrastanie powtarza się wielokrotnie, skoro indywidua bliźniacze przybierają kształt cienkich płaszczyzn.

Tetraedryt. Dwójaki przeroste dwu tetraedrów symetrycznych względem pł. $\{211\}$. Os. trzykrotna brzośna: pojedynczych jest tu 6-krotną osią bliźniaczą.

W układzie tetragonalnym rosną się bliźniacze najczęściej zdarza się u ciał następujących:

Diament. Dwa kryształy rosną się symetrycznie do $\{0001\}$. Znaczenie pospolitej zdarzają się jednak bliźniaki wielokrotne symetryczne do romboedru ściśniętego $\frac{1}{2}r\{01\bar{1}2\}$

Indywidualnie przybierają tę postać cienkich płaszczyk powtarzających się wielokrotnie.

Stiwart. Dwa najważniejsze prawa poznaliśmy już wyżej. Najczęściej zdarzają się bliźniaki dwa lewych i dwa prawych kryształów. Rzadziej dwa kryształy enancjomorficzne rosną się do stałoczyn pionowych prostopadłych do ścian słupa $\{10\bar{1}0\}$.

Typowe przykłady bliźniaków układu tetragonalnego:

Stiwart i rusyt tworzą bliźniaki „kolankowe” - dwa kryształy leżą symetrycznie do ściany dwupiramidy 2-go rzędu $\{h01\}$.

W układzie rombowym stałoczyn bliźniacze bywa najczęściej ściana słupa $\{110\}$. Te ściany rosną się np. kryształy ragonitu, skupiając się po kilka. Ostre kryształy staurolitu rosną się nakładając krzyż sym. do ścian $\{032\}$. Skalamin tworzy dwójaki sym.

do $\{001\}$, gdyż ściana ta w jego klasie nie odgrywa roli pt. symetrii.

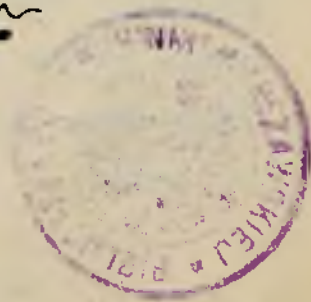
Układ jednokrotny.

Quartz tworzy pospolite dwójki („jaskółczogony”) symetrycz. do $\{100\}$. Epidot bliźniaki są sym. do $\{100\}$. Ortoklaz tworzy bliźniaki według 3 praw. pt. Bliźniaczę jest $\{100\}$, $\{001\}$ lub $\{021\}$.

Układ trójskrotny:

Bliźniaki, powtarzające się wielokrotnie, stanowią zjawisko wielce charakterystyczne dla plagioklazów. Najczęstszą zasadę wzrostania się bliźniaczego jest to, że osobniki leżą sym. do $\{010\}$ i powtarzają się naprzemiennie wielokrotnie. Praktyczniej osobniki rosną w ten sposób, że pt. bliźniaczę dla nich jest pt. prostopadła do ściany $\{001\}$ i równoległa do leżącej w niej krawędzi. —

nnn Ś oniec nnn



Cennik

skryptów wydanych nakładem
„Kółka Przyrodników U. M. J.”

	dla członków		dla nieczł.	
	str.	hal.	str.	hal.
Prof. Dr. Morozewicz:				
Krytalografia, wyd. II popraw. i wzm. i wzm.	3	40	5	—
Mineraly skałotwórcze				
wydanie I				
Prof. Dr. M. Siedlecki:				
Fizjologia zwierząt domowych	4	80	6	—

Uwaga: Członkowie „Kółka Chemików” oraz „Kółka
Matem. fizycz.” mogą nabywać powyższe skrypty za po-
średnictwem swego Wydziału po cenach naliczonych
dla członków „Kółka Przyrodników”.



nr 865



