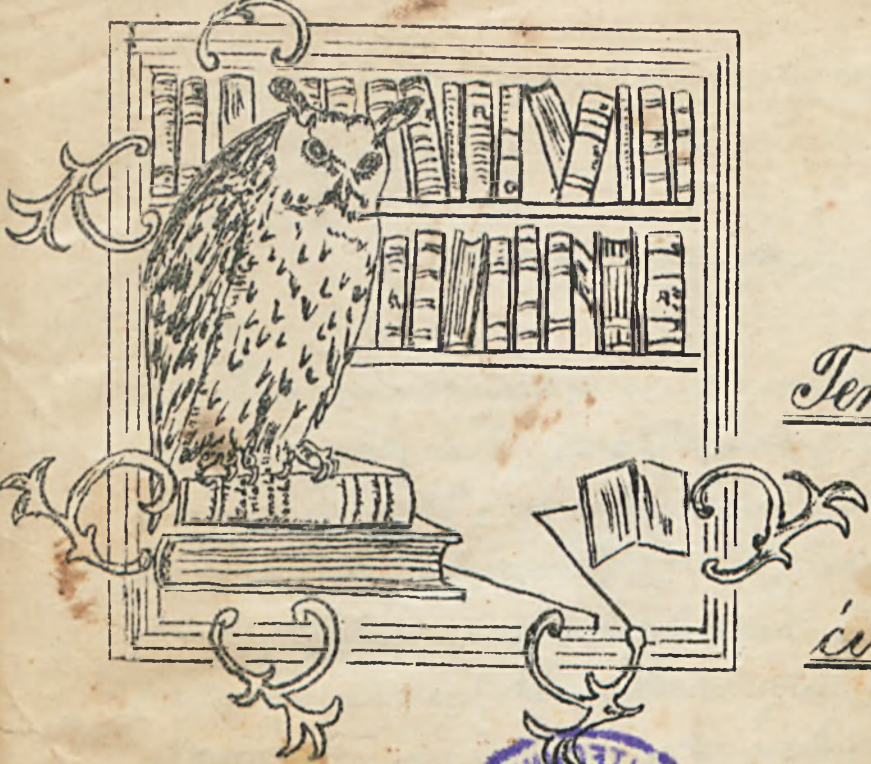


Tematy do ćwiczeń z mechaniki technicznej

w c.k. Szkole politechnicznej we Lwowie

Wedle wskazówek Prof. Dra M. T. Hubera

zebrał
Inżynier Zygmunt Fuchs
asystent Politechniki

Nakładem „Koła Mechaników" słuch. Polit.
~ Lwów 1912 ~

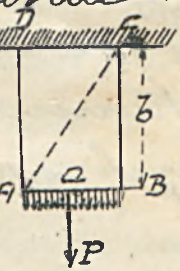
A. Dynamika izotropowych sprężystych ciał stałych.

I. Stan napięcia

1. W dwu wzajemnie prostopadłych płaszczyznach, przechodzących przez dany punkt, występują dwa natężenia ścinające [τ] i [τ_1], działające pod kątem [α] względnie [α_1] do linii przecięcia się obu płaszczyzn. W jakim stosunku pozostają do siebie oba natężenia? $\tau \sin\alpha = \tau_1 \sin\alpha_1$

2

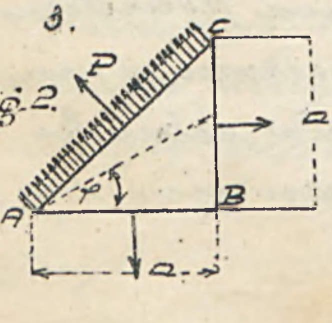
fig. 1.



Prostopadłościan o krawędziach [a, b, c] jest obciążony siłą [P.] Obliczyć natężenie styczne [τ] w płaszczyźnie przekątnej AC.

3.

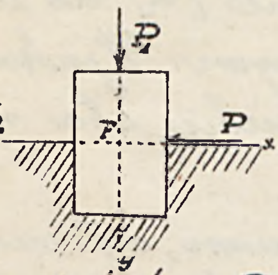
fig. 2.



Na trzy ściany boczne AB, BC i AC trójściennego graniastosłupa o wysokości [b], którego podstawą jest trójkąt prostokątny i równoramienny ABC, działają trzy siły prostopadłe, równomiernie rozłożone i znoszące się nawzajem. Dana jest jedna z nich [P], obliczyć składową normalną [σ] i styczną [τ] natężenia w przekroju przechodzącym przez krawędź A i nachylonym do AB pod dowolnym kątem [φ].

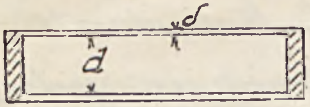
4. Krótki pręt o przekroju stałym jest ściskany siłą [P_1] i ścinany siłą [P_2]. Przyjmując jednostajny rozkład natężeń [σ] i [τ], obliczyć kierunek i wielkość natężeń głównych w przekroju [F].

fig3.



5. Wydrążoną kulę o bardzo cienkiej ściance, napełnioną powietrzem atmosferycznem, umieszczono w próżni. Oznaczyć stan napięcia ścianki o grubości $\delta = 1mm$, jeżeli średnica kuli $d = 25$ cm.

fig. 4.

6. 

Wydrążony b. długi walec o bardzo cienkiej ściance i grubych dnach napełniono gazem o ciśnieniu wyższem od atmosferycznego o [p] at. Oznaczyć stan napięcia ściany w części środkowej, na którą nie ma wpływu odkształcenie dna.

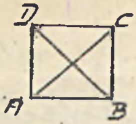
II. Sprężyste odkształcenie

1. Prostopadłościan o krawędziach $a = 4$ cm, $b = 2$, $c = 3$ cm zamienił się w skutek odkształcenia na prostopadłościan o krawędziach $a' = 4,002$, $b' = 2,006$, $c' = 2,993$.

Obliczyć wielkość rozszerzenia objętościowego.

2. Krawędzie prostopadłościanu o stosunku długości $l : m : n$ $(1 : 2 : 3)$ wydłużyły się odpowiednio: $\lambda_1 = \frac{1}{60}$, $\lambda_2 = \frac{1}{80}$, $\lambda_3 = \frac{1}{90}$. Obliczyć wydłużenie przekątnej.

fig. 5.



3. Przekątna AC kwadratu doznaje wydłużenia jedn. [ε_1], zaś przekątna BD skrócenia jedn. [$-\varepsilon_2$]. Obliczyć wywołaną zmianę [δ] kąta prostego np. ABC.

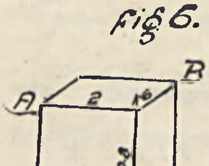
4. Wskutek odkształcenia postaciowego powiększył się kąt ABC kwadratu ABCD o 1'30".-

Obliczyć wydłużenia jednostkowe obu przekątnych.

5. Pręt żelazny o długości 4 m i przekroju 2 cm² wydłuża się przez ogrzanie o 1 m.m. Jakiej siły należałoby użyć do zapobieżenia temu wydłużeniu, jeżeli współ. spręż. $E = 2.10^6$ at.

6. Równoległościan prostokątny ma krawędzie o długości AW = a = 2 cm, BW = b = 1·6 cm. CW = c = 2·8 cm; na ścianę

fig. 6.



BC działa siła ciągnąca $P_1 = 670$ kg. na ścianę CA siła cisnąca $P_2 = 940$ kg, zaś na ścianę AB siła cisnąca $P_3 = 730$ kg. Obliczyć wydłużenie jedno- jednostkowe 3 krawędzi jeżeli $E = 2.10^6$ at, $m = \frac{10}{3}$.

7. Wydłużenia główne w danym punkcie ciała pozostają w następującym związku: $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \frac{\varepsilon_3}{n}$. Jaki związek zachodzi pomię-dzy głównemi naprężeniami?

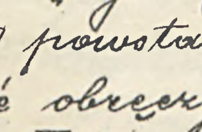
Rozwiąz.: $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 \frac{m+n}{mn-n+2}$.

8. Pod wszechstronnem ciśnieniem 20 at. zmniejszyła się objętość kostki żelaznej o $\frac{1}{100000}$. Oznaczyć liczbę Poissona przy-mując $E = 2.10^6$ at. (Rozw: $m = 3$.)

9. Na walec pełny z materyału, uważanego w przybliżeniu za sztywny, włożono cienką obręcz z materyału podatnego o tempera-turze o [t]° C wyższej, przy której jeszcze wchodzi na walec lekko a szczelnie.

Jakie naprężenie obwodowe [σ] w obręczy i jakie ciśnienie na walec [p] powstanie po ostygnięciu? Gru-bość obręczy [δ] szerokość [b], spółcz. wydłużenia [α] na 1°C, spółczyn. spręży-stości [E_1] średnica walca [d]

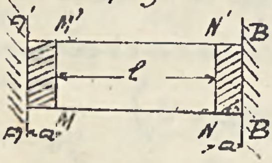
10. Fig 7.



Pomiędzy dwie sztywne i nieruchome ściany AA' i BB' wstawiono 2 krótkie pręty Ai i iB o równym przekroju, lecz z różnego materyału i ogrzano je następnie o $t°$i.

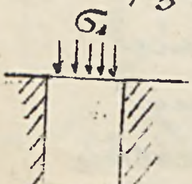
Obliczyć ciśnienie [σ], jakie powstanie w dowolnym przekroju poprzecznym.

11. fig. 8.



Na 2 sztywnych i nieruchomych ścianach AA' : BB' umocowano naprzeciw 2 krótkie słupy AM i NB z tego samego materyału o spółczynniku sprężystości [E]. Pomiędzy te słupy wstawiono słup z innego materyału (sp. spr. E') o tym samym przekroju, o długości [l]. Jaki nacisk na ściany powstanie wskutek podwyższenia temperatury słupa MN o $t°C$?

12. fig. 8.



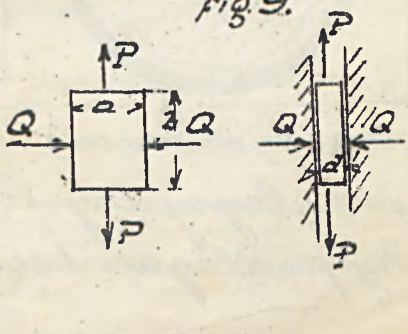
Na górną podstawę walca z materyału bardzo podatnego, przylegającego szczelnie do otworu w materyale tak mało podatnym, iż w przybliżeniu można go uważać za sztywny, wywierany ciśnienie [σ]. Obliczyć ciśnienia jakich doznają ściany boczne otworu.

13. Pręt prostokątny o długości $l_1 = 0{,}4$ m i szerokości $b = 5$ mm. wydłużył się pod pewnem obciążeniem o $\Delta l = 0{,}5$ mm. Obliczyć zmianę szerokości b, jeżeli pierwszy spółczynnik sprężystości $E = 22{,}2 \cdot 10^6$ at.; zaś drugi $G = 0{,}85 \cdot 10^6$ at.

14 Prostokątna płyta o grubości d przylega do dwu nieruchomych sztywnych ścian.

Płytę rozciągamy równomiernie w kierunku jednej krawędzi siłą [P], zaś ściskamy w kierunku drugiej siłą [Q]. Jaki nacisk [R] wywrze płyta przezto na

fig. 9.



dwie nieruchome ściany?

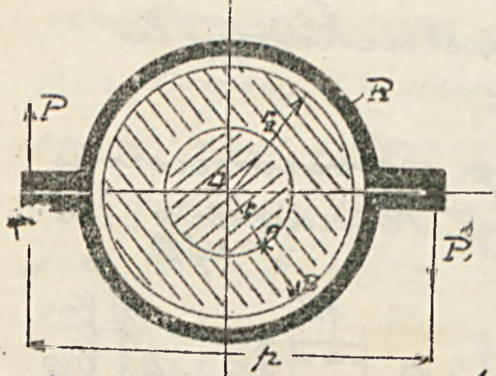
15. Pod wpływem obciążenia $[P_1]$, względnie $[P_2]$ zmienia się pierwot. na długość pręta na $[l_1]$ względnie $[l_2]$, zaś pierwotny przekrój na $[A_1]$ względnie $[A_2]$.

Obliczyć z tych danych spółczynnik sprężystości materyału pręta.

16. Pod wpływem obciążania $[P_1]$ i $[P_2]$ zmienia się pierwotna średnica okrągłego pręta na $[d_1]$ i $[d_2]$.

Obliczyć z tych danych liczbę Poissona.

17 fig. 10.



Cylinder wydrążony o średnicach $[2r_1]$, $[2r_2]$ i wysokości $[l]$, którego wewnętrz. na powierzchnia jest stale umocowana, otoczony jest ściśle przylegającym pierścieniem R, który podlega działaniu pary sił $(P_1 - P)$

o ramieniu (p). O ile przesunie się punkt B, jeżeli A przyjmujemy jako unieruchomiony.

Rozwiąz: $v = \frac{Pr}{2\pi h} G \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$.

18. Drut bronzowy o grubości zewnętrznej [d] jest wzmocniony duszą stalową o grubości [d_2].

Wskutek obciążenia [P] powstaje równe wydłużenie obu materyałów o spółczynnikach sprężystości [E] i [E_2].

W jakim stosunku rozkłada się obciążenie [P] na przekrój bronzu i stali.

19. fig. 11

Rura glinowa $E_1 = 726000$ at. otacza szczelnie pręt sosnowy ($E = 93000$ at.)

Jakie natężenia powstaną w obu materyałach pod wpływem obciążenia osiowego [P] (w granicach proporcyonalności), jeżeli średnica pręta wynosi [d] a mała grubość ściany rury [δ] (Bez uwzględnienia odkształceń poprzecznych.)

20. Słup betonowy jest wzmocniony prętami z żelaza zlewnego. Pod obciążeniem osiowem [P] odkształcają się oba materyały podłużnie w tym samym stosunku. Jaka część obciążenia przypada na żelazo (przekrój $A_ż$), a jaka na beton (przekrój A_b), jeżeli [$E_ż$] oznacza spółczynnik sprężystości żelaza (oczywiście stały) a [E_b] spółsprężystości betonu przyczem $E_b = E_0 - \varepsilon\sigma$, gdzie [$E_0$] i [$\varepsilon$] są stałe.

Fig. 12.

21. W skutek zmiany temperatury wydłużył się pręt o długości [l], złożony z dwu materyałów o [Δl]. Znając przekroje [A_1] i [A_2] i spółczyn. sprężystości [E_1] [E_2] obu materyałów i spółczynniki wydłużenia na 1°C [α_1] i [α_2], obliczyć natężenia w materyałach, jakie powstaną gdy $\alpha_1 < \alpha_2$

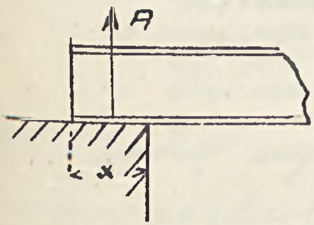
22. Dla pewnego materyału, nie

nie podlegającego prawu Hooke'a ($\sigma = E \lambda$), znaleziono empirycznie następujący związek między naprężeniem [σ] a odkształceniem [λ]: $\sigma = \frac{a \lambda}{1 + b \lambda}$ przyczem [a] i [b] oznaczają stałe właściwe materyałom.

Jak się zmienia spółczynnik sprężystości w zależności od naprężenia? -

III. Wytrzymałość przy ciągnieniu i ciśnieniu

1 fig. 13.



Belka żelazna o szerokości b = 30 cm. spoczywa na murze, wywołując reakcyę podpory A = 8 t.

Obliczyć długość podparcia [x] z warunku, aby średnie ciśnienie na mur nie przekraczało 5 atm. Przedstawić wykreślnie prawdopodobny rozkład ciśnienia na mur.

2. Okrągły trzon żelazny o długości $l = 15\ m$ wisi pionowo, dźwigając na końcu ciężar $P = 500\ kg$.

Obliczyć grubość [d], uwzględniając ciężar własny. (Ciężar właściwy żelaza $\gamma = 7{\cdot}8\ \frac{kg}{cm^3}$, $\sigma_{bezp.} = 700\ at.$)

3 Długość pionowo wiszącego pręta (liny, drutu ..) o stałym przekroju, przy której nastąpiłoby zerwanie pod ciężarem własnym, nazywamy długością zerwania.

W przypadku słupa mówi się o wysokości zgniecenia.

Obliczyć długość zerwania

a) dla drzewa miękkiego
o wytrzymałości $K = 790\ at$
i ciężar wł $\gamma = 0{\cdot}5\ \frac{kg}{dm^3}$

b) dla żelaza spawalnego
o wytrzymałości $K = 3800\ at$
i ciężar wł. $\gamma = 7{\cdot}8\ \frac{kg}{dm^3}$

c) dla drutu ze stali tyglowej
o wytrzymałości $K = 15000\ at$
i ciężar wł. $\gamma = 7{\cdot}87\ \frac{k}{dm^3}$

d) dla gliny o wytrzymałości $K = 2000$ at.
i ciężar wł. $\gamma = 2.75 \frac{kg}{dm^3}$

e) dla magnalium walcowanego
o wytrzymałości $K = 2500$ at.
i ciężar wł. $\gamma = 2.50 \frac{kg}{dm^3}$.

4. Obliczyć wysokość zgniecenia (vide 3) dla następujących materyałów:

a) mur ceglany na zaprawie zwyczajnej
o wytrzymałości $K = 140$ at.
i ciężar wł. $\gamma = 1400 \frac{kg}{m^3}$

b) beton cementowy
o wytrzymałości $K = 180$ at
i ciężar wł. $\gamma = 2000 \frac{kg}{m^3}$

c) granit
o wytrzymałości $K = 1000$ at.
i ciężar wł. $\gamma = 2700 \frac{kg}{m^3}$.

5. Jaką wysokość [h] ma otrzymać mur ceglany o wytrzymałości $K = 100$ at. i ciężarze wł. $\gamma = 1500 \frac{kg}{m^3}$, nieobciążony niczem prócz ciężaru własnego, jeżeli żądany 20 krotnej pewności na zgniecenie.

6. Na murze ceglanym o wysokości

$h = 8 m$ spoczywa obciążenie równo-
miernie rozłożone $p = 500 \ kg/m$.
Obliczyć (stałą) grubość muru przy
15 krotnej pewności na zgniecenie
$K = 120$ at. $\gamma = 1400 \frac{kg}{m^3}$

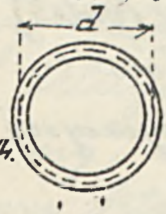
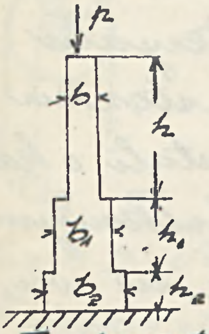
7. 

fig 14.

Okrągła wieża murowa-
na o wysokości $h = 12 m$
dźwiga zbiornik z wodą
o ciężarze $P = 16000 \ kg$. Średnica
średnia wieży $d = 3 m$. Obliczyć
(stałą) grubość muru, przyjąwszy
$\gamma = 1600 \frac{kg}{m^3}$, σ bezp. = 11 at.

8. Okrągła murowana wieża
o wysokości: $h = 15 m$ jest obciążo-
na z wierzchu ciężarem $P = 12 t$
(równomiernie rozłożonym) Średnica wewn. wieży $d = 3{,}2 m$.
Przyjąwszy zmienną grubość
muru o przekroju pionowym
trapezowym, obliczyć ją u góry
i u dołu z warunku, aby
najw. $\sigma \leq \sigma$ bezp. = 11 at, przyczem
ciężar wł. mur $\gamma = 1500 \frac{kg}{m^3}$.

Fig. 14a.

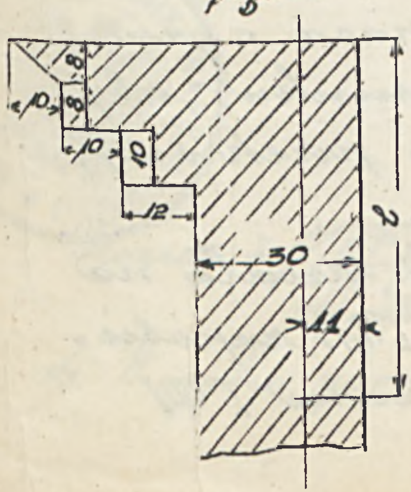


Dla muru przedstawionego na fig. są dane: $h = 3$ m, $h_1 = 2$ m, $h_2 = 1$ m, $b = 0,4$ m, $\gamma = 1600 \frac{kg}{m^3}$, dla fundamentu σ bezp. = 3 at. dla muru σ bezp = 6 at. Obliczyć wielkość p $(\frac{kg}{m})$ obciążenia bezpiecznego na wierzchu i grubości b_1, b_2.

10. Dla muru przedstawionego na fig. w zad 9 są dane: $h = 4$ m, $h_1 = 2,5$, $h_2 = 1$ m, $p = 400 \frac{kg}{m}$, σ bezp. fund = 3 at, σ bezp. muru = 5,5 at. Obliczyć b, b_1, b_2.

11.

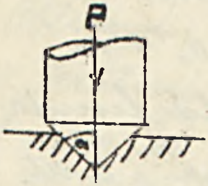
fig. 15.



Znaleźć głębokość zakotwienia [l], ubezpieczającego gzyms od wywrotu. Pewność dwukrotna, ciężar własny muru $\gamma = 1600 \frac{kg}{m^3}$.

12. Do mierzenia twardości materyału używają stożka z twardej stali o kącie wierzchołkowym $2\alpha = 90°$, który się wciska w płaską ścianę badanego ciała. Obliczyć średnią wartość ciśnienia bez uwzględnienia lub z uwzględnieniem tarcia (uważać stożek za sztywny.)

fig. 15.



13. Do przeniesienia energii 12 HP służą dwa koła pasowe o średnicy $d = 2,4$ m, robiące $n = 50$ obr. na minutę.

Obliczyć szerokość pasa o grubości $\delta = 4$ mm. z warunku, aby natężenie pasa nie przekroczyło $\sigma_{bezp.} = 20$ at.

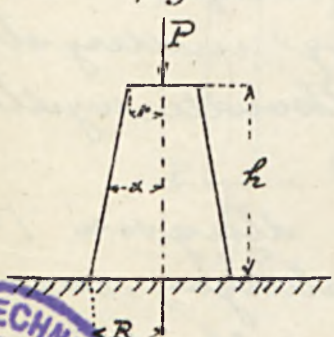
14. Hamulec taśmowy działa na krążek o promieniu [R], zapobiegając spadaniu ciężaru [Q]

pr fig. 17.

przytem, że koniec taśmy stalowej ciągniony jest siłą [S] Obliczyć szerokość taśmy z następujących danych:

$Q = 4$ t, $\delta = 3$ mm, $r = 10$ cm, $R = 30$ cm, σ bezp. (stali) = 1000 at. kąt opasania $\alpha = 1{\cdot}2\pi$, spółczynnik tarcia $f = 0{\cdot}18$

15. fig. 18.



Na słupie o postaci stożka ściętego spoczywa ciężar [P]. Oznaczyć promień [x] przekroju, w którym średnie ciśnienie jest najmniejsze, uwzględniając ciężar własny słupa.

Rozw: $x \sqrt[3]{\frac{6P(R-r)}{\pi \gamma h} - r^3}$, γ cięż. jedn. obj. słupa

16. W szybie górniczym wisi trzon o

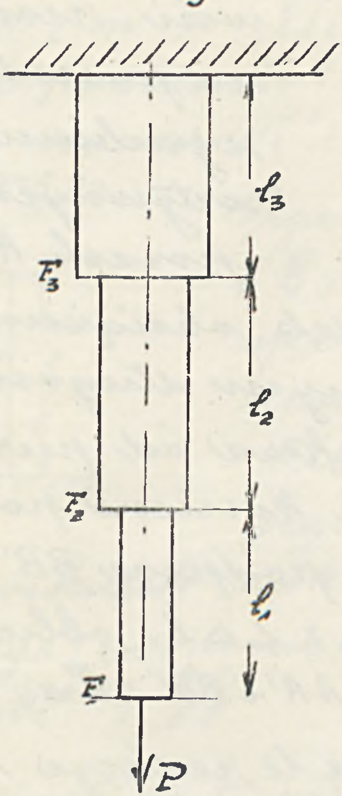
przekroju □ i długości $l=200$ m, dźwigając na końcu ciężar $P=6000$ kg.

Obliczyć grubość trzonu i całkowite wydłużenie [Δl_1] jeżeli najw. $\sigma=600$ at, $\gamma=7{,}8\ \frac{kg}{dm^3}$, $E=2.10^6$ at.

17. Trzon z poprzedniego zadania ma być złożony z czterech części o równych długościach a grubościach [x_1] [x_2] [x_3], [x_4], które należy obliczyć z powyższych danych. Ile przez to oszczędzimy materyału i jakie będzie całkowite wydłużenie [Δl]$_2$?

18. Pręt o znacznej długości [l] z materyału jednolitego, zawieszony pionowo, odkształca się pod wpływem ciężaru własnego ($\gamma\ \frac{kg}{m^3}$) niejednorodnie. Ile obniży się środek masy tego pręta?

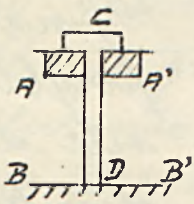
19. Fig. 19.



Wyznaczyć przybliżenie dokładny kształt pręta o równej wytrzymałości przy ciągnieniu, z uwzględnieniem ciężaru własnego pręta (8); dane $[l_1]$ $[l_2]$ $[l_3]$.

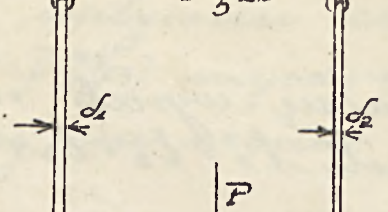
20 O ile zmienia się wynik w zadaniu 19. jeśli $l_1 = l_2 = l_3 = \dots l_n$?

21 Fig 20.



Długi pręt CD wisi pionowo za pośrednictwem zgrubienia C na sztywnych podporach A i B' przyczem wskutek obciążenia cię-żarem własnym długość pręta jest o Δl większa od pierwotnej l. Pod dolny koniec D podsuwamy sztywną podporę BB' i podnosimy ją o $\Delta x < \Delta l$. obliczyć reakcye podpór AA' i BB'. Przy jakiej wartości Δx są te reakcye równe, przy jakiej zaś będzie jedna zerem?

22. Fig 21

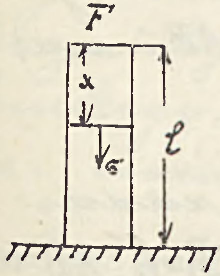


Dźwigar AB zawieszony jest poziomo na dwu równie długich cięgłach o średnicach $[\delta_1]$, $[\delta_2]$.

W którem miejscu należy obciążyć dźwigar [m : n = ?], aby pozostał ściśle w poziomie?

Rozw: $m : n = \sigma_2^2 : \sigma_1^2$.

23 Fig. 22



Pryzmat o ciężarze [G] i długości [l], spoczywa na poziomej podstawie. O ile obniża się jego środek ciężkości wskutek odkształcenia, wywołanego ciężarem własnym?

Rozw: $\frac{3}{8} \frac{Gl}{EF}$

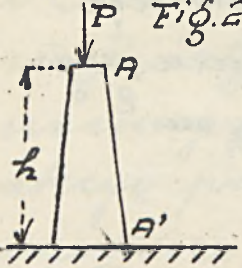
24. Pionowy pręt pryzmatyczny o ciężarze [G] spoczywa na poziomej podstawie a zarazem jest drugim swym końcem zawieszony na haku. Długość pręta nie zmienia się. Jaki jest rozkład ciężaru na hak i podstawę?

Rozw: $A = B = \frac{G}{2}$.

25. Dwa stałe punkty A i C o odległości [2 l] są połączone przegibnie dwoma prętami sprężystemi AC i CB przyczem AC = CB = l; obliczyć wychylenie przegubu środkowego pod wpływem siły P ⊥ do AB i natężenie prętów.

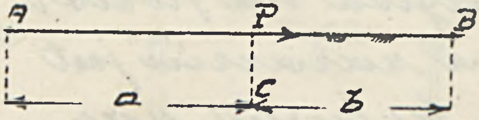
26. Rozwiązać poprzednie zadanie nie zakładając AC = a ≷ CB = b, AB = a+b = c

Fig. 23.

27 

Obliczyć skrócenie słupa stożkowego wywołane obciążeniem P.

28 Fig. 24.



Oba końce drutu naprężonego siłą [S] są utwierdzone w nieruchomych punktach A i B. Na przekrój c działamy siłą osiową P. obliczyć przesunięcie [c] przekroju c.

Rozw: $c = \frac{P}{EF}\frac{ab}{a+b}$

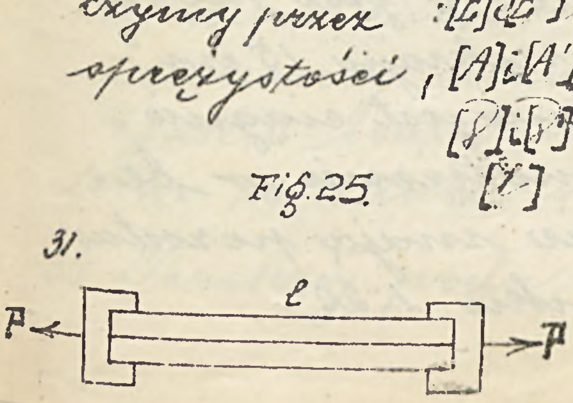
29 Pręt wiszący pionowo i dźwigający tylko ciężar własny na górny przekrój $[A_1]$. Dowolny przekrój $[A]$ ma być taką funkcyą odległości $[x]$ od górnego końca, aby obciążenie każdego przekroju było równe. Znaleść tę funkcyę, obliczyć długość pręta, ciężar $[G]$ i przekrój końcowy.

30. Pręt, o stałym przekroju, złożony z 2 materyałów i symetryczny względem osi podłużnej, wisi pionowo, dźwigając tylko ciężar własny. Obliczyć napiężenia σ_{max} i σ'_{max} obu materyałów i całkowite przedłużenie pręta, jeżeli oznaczymy przez : $[E]$ i $[E']$ spółczynniki sprężystości, $[A]$ i $[A']$ przekroje

$[\gamma]$ i $[\gamma']$ cięż. właśc.

Fig. 25. $[l]$ dług. pręta.

31.



Dwie sztaby z różnego materyału

o równej długości [l], lecz o różnych przekrojach [F_1] i [F_2] narażone są na rozciąganie. Obliczyć natężenie w każdej sztabie, jeśli obie są ze sobą sztywnie połączone.

32. Ciągnienie [P] w zad. poprzedniem ma być tak dobrane, aby natężenia w obu prętach pozostawały między sobą w stosunku [α], to jest możliwem tylko w wypadku, jeśli pręty posiadały już na początku natężenia [σ_{01}], [σ_{02}].

Wyznaczyć te natężenia.

33. Słup betonowy, o przekroju $60\ cm^2$, wzmocniony jest prętem żelaznym o przekroju $15\ cm^2$. Całość poddana jest ciągnieniu 2500 kg; natężenie w betonie i żelazie mają pozostawać w stosunku 1:20.

Jak wielkie natężenie początkowe musi otrzymać pręt żelazny, jeśli spółczynnik sprężystości dla żelaza $E_1 = 2\ 10^6$ at. dla betonu $E_2 = 10^5$ at.?

34. Jak wielkie są natężenia początkowe $[\sigma_{01}]$ i $[\sigma_{02}]$ w zad. poprzedniem, jeśli całkowite natężenie, występujące przy działaniu siły ciągnącej $P = 2500$ kg. pozostają między sobą w stosunku 1:100?
Wyznaczyć całkowite natężenie $[\sigma_{01} + \sigma_1]$ i $[\sigma_{02} + \sigma_2]$.

35 Sztaba żelazna, poddana działaniu siły osiowej $[P]$. zostaje zabetonowana.
Po stwardzeniu się betonu usuwany ciężar $[P]$.
Jakie natężenia powstają teraz w żelazie i w betonie?

36. Przekrój pręta żelazno-betonowego

zawiera $4\ cm^2$ żelaza i $F_2 = 120\ cm^2$ betonu; żelazo posiada napięcie początkowe $\sigma_0 1 = 270$ at.

Znaleść wielkość [P] osiowego ciśnienia na pręt, które sprowadza natężenie w żelazie do zera [$E_1 = 2 \cdot 10^6$ at dla żelaza, $E_2 = 10^5$ at dla betonu].

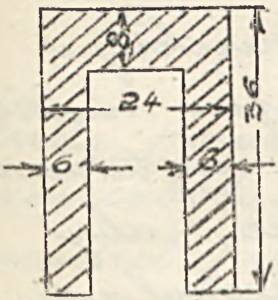
37. Drut o średnicy przekroju [2r] otrzymany ze sztaby przez wyciąganie, posiada w środku spółczynnik sprężystości [E_1] na powierzchni zaś [E_2], przyczem [E_1] rośnie linijnie do wartości [E_2]. Jak wielkiemu ciągnieniu bezpiecznemu [P] można poddać drut ten?

Rozw: $P = \frac{F k_z}{3}\left(2 + \frac{E_1}{E_2}\right)$; [F] - przekr. drutu, [$k_z$] - natęż. bezp.

Wytrzymałość przy zginaniu

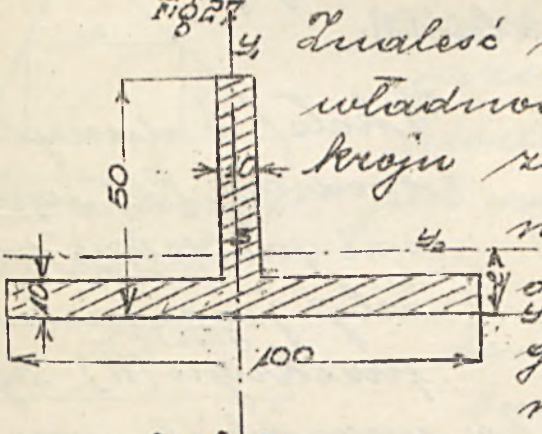
IV. Moment bezwładności, zboczenia i moment oporu.

1. Fig. 26.



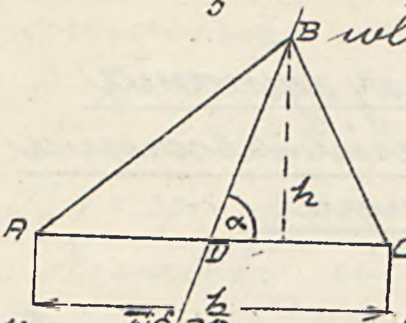
Wyznaczyć moment bezwładności podanego przekroju ze względu na krawędź górną, tudzież główne momenty bezwładności [J1] [J2] ze względu na środek ciężkości [wymiary w cm].

2. Fig. 27



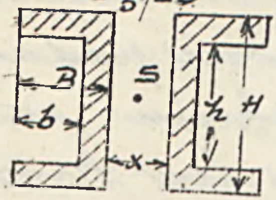
Znaleźć moment bezwładności [J] przekroju ze względu na krawędź dolną, tudzież główne momenty bezwładności [J1], [J2] ze względu na środek ciężkości.

3 Fig.28. Znaleźć moment bezwładności powierzchni trójkąta ze względu na dośrodkową BD.



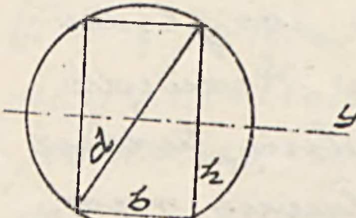
Rozw: $J = \frac{1}{48} h b^3 \sin^2\alpha$.

4 Fig.29



Dwie równe kształtówki o przekroju wskazanym należy umieścić w takiem oddaleniu [X] od siebie, aby główne momenty bezwładności ze względu na środek ciężkości układu były sobie równe; znaleźć [X].

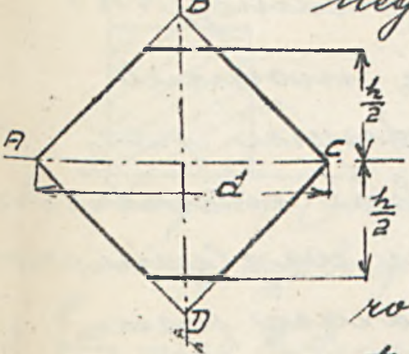
5. Fig.30.



W koło o danej średnicy [d] wpisać prostokąt tak, aby jego moduł przekroju [W] był największy ze wszystkich możliwych.

Rozw: $b = \frac{d}{\sqrt{3}}$, $h = d\sqrt{\frac{2}{3}}$.

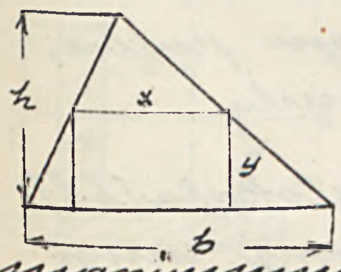
6. Fig. 31



Z kwadratu ustawionego tak, że jedna z przekątni jest w poziomie, wycięto symetrycznie przy narożach B i D dwa trójkąty równoramienne.

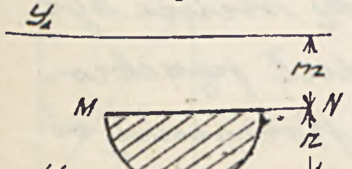
Kiedy powstały w ten sposób sześciobok posiada największy moduł przekroju? Rozw.: $h = \frac{8}{9}\, d$.

7. Fig. 32



W trójkąt [b, h] wpisać prostokąt w ten sposób, aby moduł przekroju tego prostokąta był maximum; jak wielkie mają być [x], [y]?

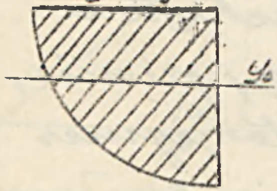
8. Fig. 33.



Znaleźć moment bezwładności powierzchni półkola ze względu na styczną Y.

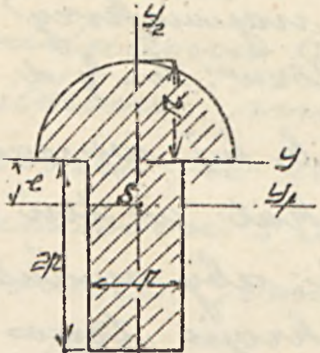
tudzież względem dowolnej pro„ stej Y_1 równoległej do średnicy MN.

Fig. 34.



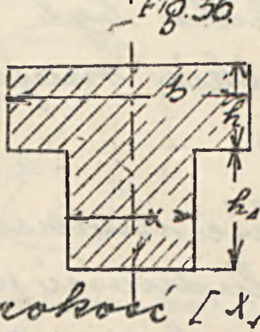
9 Znaleźć moment bezwładności po„ wierzchni ćwiartki koła ze względu na prostą Y_1, przechodzącą przez środek ciężkości.

10. Fig. 35.



Wyznaczyć główne momenty bezwła„ dności Y_1 Y_2 dla środka ciężkości przekroju podłuż„ nego nita.

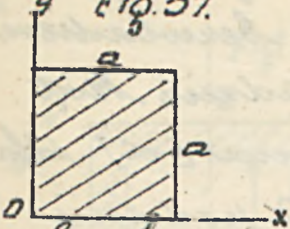
11. Fig. 36.



Do prostokąta [b h] dołączamy drugi prostokąt o wyso„ kości [h_1]. Jak wielka musi być szerokość [X], aby moduł przekro„ ju [W] ze względu na poziomą oś ciężkości nie doznał żadnej zmiany?

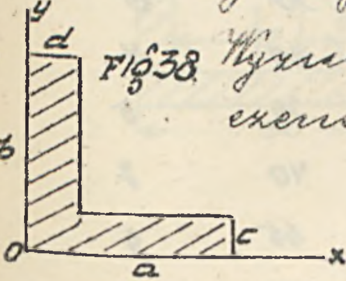
Rozw: $X^2 + b m X (4 + 5m + 4m^2) = b^2 m^3$; $m = \frac{h}{h_1}$.

12. Fig. 37.



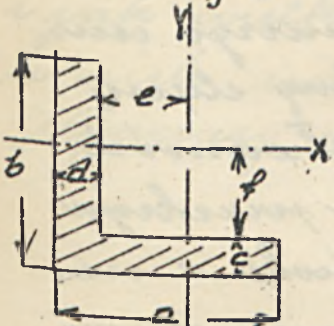
Wyznaczyć moment zboczenia dla kwadratu ze względu na dwa boki nierównoległe; (wzór odnośny wyprowadzić z ogólnej teoryi.)

13. Fig. 38.



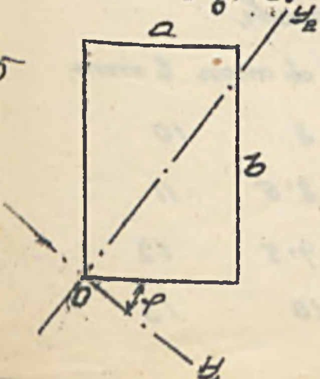
Wyznaczyć moment zboczenia przekroju kątówki względem oznaczonych na fig. osi.

14. Fig. 39



a) Wyznaczyć moment zboczenia przekroju kątówki względem osi, leżących poza obrębem figury.

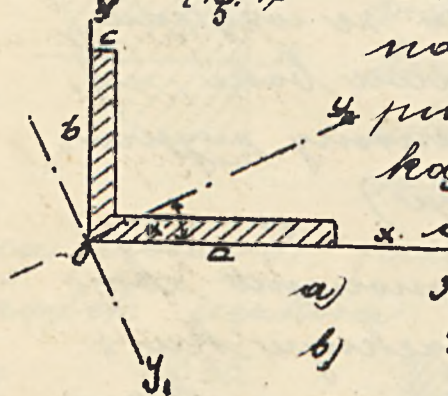
15. Fig. 40.



Znaleźć główne momenty bezwładności [Y1][Y2], tudzież kąt [φ] dla naroża o podanego prostokątu.

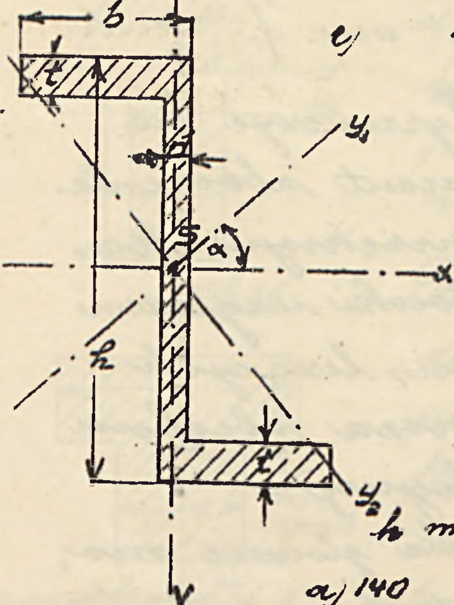
16. Wyznaczyć główne momenty bezwładności [Y_1][Y_2] tudzież kąt nachylenia [α] dla punktu O podanej kątówki.

Fig. 41



	a	b	c
a)	30 mm	20	4
b)	45	30	5
c)	60	40	7
d)	100	65	9
e)	150	100	12

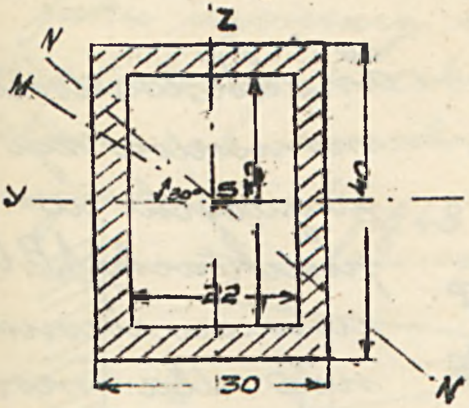
Fig. 42



17. Wyznaczyć centralną elipsę bezwładności dla przekroju zetówki o następujących wymiarach

	h mm	b mm	d mm	t mm
a)	140	65	8	10
b)	160	70	8·5	11
c)	180	75	9·5	12
d)	200	80	10	13

18. Fig. 43.



Względem osi M obok podanego przekroju, działa moment zginający sił zewnętrznych M = 1200 kgm, jakie jest położenie osi zgięcia NN?; które miejsca są najbardziej ściskane i jak wielkie są występujące w nich natężenia?
[Wymiary w cm].

V. Belka jednostronnie utwierdzona.

Fig. 44

1.

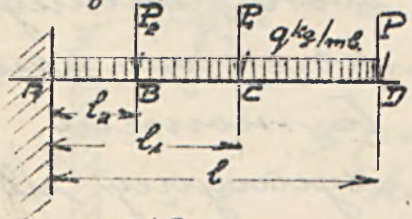


Fig. 45

2.

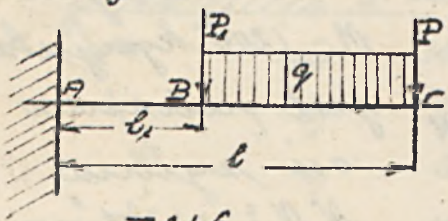
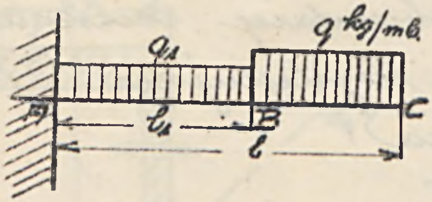


Fig. 46

3.



Znaleźć wartości momentów zginających w punktach A, B, C, ustawić równania dla momentów dla pól AB, BC, CD, również przedstawić je graficznie w wykresie.

Fig. 47

4.

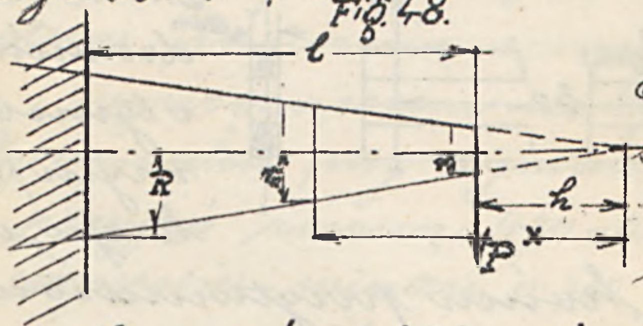
Belka drewniana obciążona jest w miejscach $l = 3 m$, $l_1 = 1{,}8 m$, $l_2 = 1 m$ ciężarami skupionymi $P = 50$ kg. $P_1 = 80$ kg. $P_2 = 110$ kg.

Natężenia bezpieczne wynoszą:

Po stronie ciągnionej $\frac{1}{11}K\,b$ [$K\,b = 440$ at], a po stronie ściskanej $\frac{1}{5}K\,d$ [$K\,d = 250$ at].

Jakie wymiary otrzymać musi prostokątny przekrój belki, jeśli stosunek szerokości do wysokości wynosi 5:7?

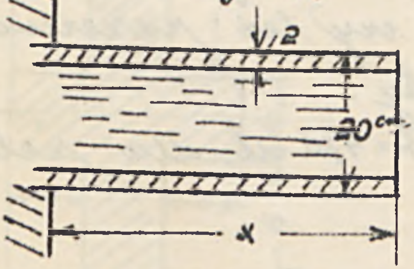
Fig. 48.

5. 

Ścięty prosty stożek kolumny, utwierdzony na pierwszym końcu, obciążony jest na drugim końcu siła [P]. Wyznaczyć największą strzałkę ugięcia.

Rozw: $f = \frac{4}{3\pi}\,\frac{Pl^3}{R^3 r E}$.

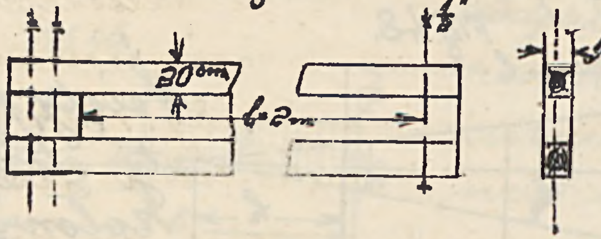
Fig. 49.

6. 

Żelazna rura o przekroju pierścieniowym, jednym swym końcem utwierdzona w murze, jest wypełniona wodą. Jak wielką musi być długość swobodna [x] jeśli strzałka ugięcia w końcu rury nie ma przekraczać 5 m/m?

[Spół sprez. żel. $E = 2 \cdot 10^6$ at, cięż. własny żel. $\gamma = 7 \cdot 8$ kg./dm³].

Fig. 50.

7. 

Dwie belki drewniane o tym samym przekroju, na jednym końcu przytwierdzone śrubami do kloca drewnianego, połączone są ze sobą na drugim końcu śrubą ½ calową. Jakie zjawisko wystąpi wcześniej przy zaciąganiu śruby [prawej]: pęknięcie belki czy też rozerwanie sworznia śruby.

[dla drzewa $k_b = 470$ at, dla żel. $K_z = 4000$ at.

8. Jaka ma być długość [l] w zadaniu 7., aby równocześnie nastąpiło urwanie się sworznia śruby

i pęknięcie belek?

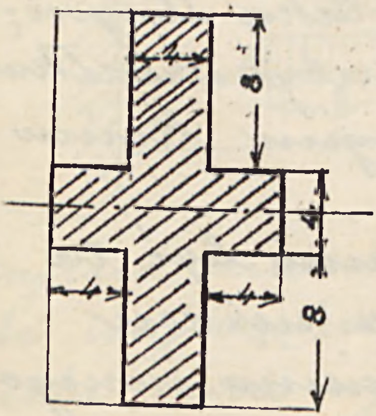
9. Słup telegraficzny, pionowy o długości $l = 12\,m$ ponad powierzchnią ziemi, ma otrzymać taką średnicę [d] aby opierał się z dziesięciokrotną pewnością ciśnieniu wiatru, wynoszącemu $125\,kg./m^2$.

Wytrzymałość przy zginaniu należy przyjąć równą 420 at, całkowite ciśnienie wiatru 0·785 razy mniejsze od ciśnienia na podłużny przekrój słupa [V-Lössl]

Jak wielkie musi być [d]?

Fig 51

10.



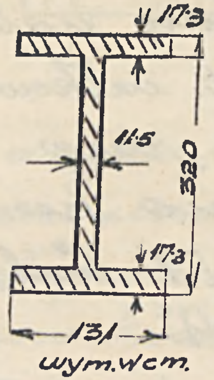
Wym. w cm.

Ramię koła pasowego o wskazanym przekroju i długości $l = 2\,m$, tkwi jednym swym końcem w piaście koła, na drugim zaś jest obciążone przypadającą nań siłą obwodową [P].

Jak wielkie może być [P], aby dozwolono natężenie przy zginaniu Kb = 200 at. nie zostało przekroczonem?

Fig. 52.

11.

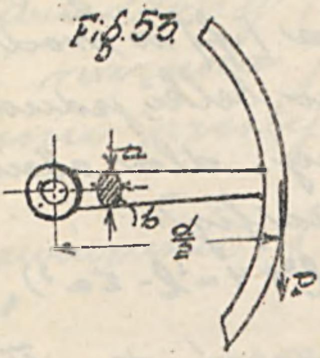


Dźwigar walcowany o wskazanym przekroju, utwierdzony w jednym końcu ma otrzymać taką długość; aby strzałka ugięcia przy drugim końcu wynosiła 2 cm.

Jak wielka musi być ta długość, jeśli prócz ciężaru własnego belki niema innego obciążenia?

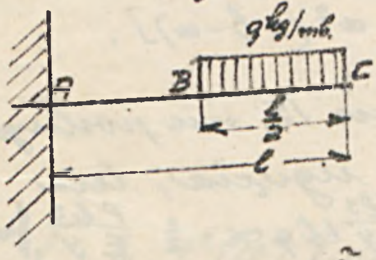
[ciężar własny $\gamma = 7{\cdot}8$, $E = 2{,}000.000$ at]

12\. Fig. 53.



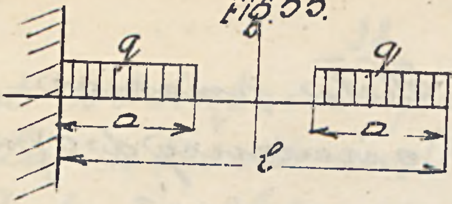
Koło pasowe o średnicy $d = 0{\cdot}4\,m$ przenosi $N = 12$ HP/sek przy $n = 60$ obrotów na minutę, za pośrednictwem czterech ramion o przekroju eliptycznym.
Znaleść wielkości [a] i [b] w nasadzie prasty, jeśli $a : b = 2 : 1$.
[Materyał: żel. lane; bezpiecz. $k_z = 150$ at]

13\. Fig. 54.



Dźwigar $AC = l$, utwierdzony na jednym końcu, obciążony jest jednostajnie na długości $BC = \frac{l}{2}$; znaleść największy kąt nachylenia linii ugięcia, tudzież strzałkę ugięcia w C.
Rozw: $tg\,\delta = \frac{7}{48}\,\frac{ql^3}{EJ}$, $f = \frac{41}{384}\,\frac{ql^4}{EJ}$.

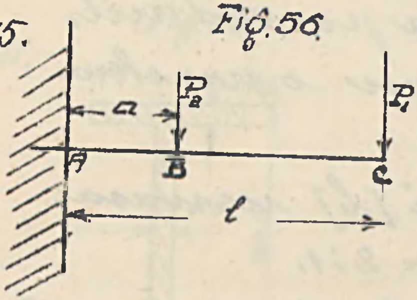
14. Fig.55.



Wyznaczyć strzałkę ugięcia [f] w środku belki, jednostronnie utwierdzonej, dla obciążenia wskazanego na fig.

Rozw: $f = \frac{qa}{48EJ}(5l^3 - 3al^2 + 4a^2l - 2a^3)$.

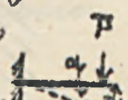
15. Fig.56.



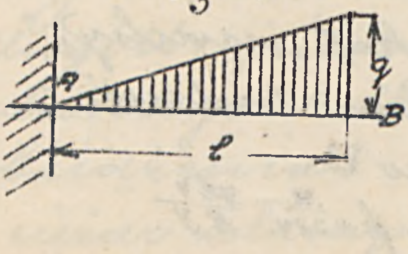
Wyznaczyć strzałkę ugięcia przy końcu [C] belki, utwierdzonej na drugim końcu A i obciążonej jak na fig. [Met: linii ugięcia]

Rozw: $\frac{1}{6EJ}[2P_1l^3 + P_2a^2(3l-a)]$.

16. Rozwiązać zadanie 15. nie posługując się metodą linii ugięcia, lecz wprost wzorem $f = \frac{1}{3}\frac{Pl^3}{EJ}$ i $tg\alpha = \frac{1}{2}\frac{Pl^2}{EJ}$.



17. Fig.57.

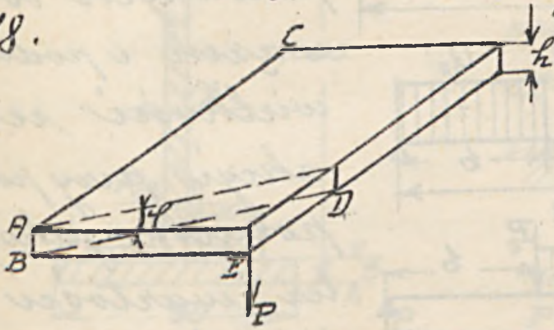


Jak wielka jest strzałka ugięcia przy końcu (B) belki jednostronnie utwierdzonej, jeśli obciążenie jej wzrasta jednostajnie według linii prostej od A do B.

Rozwiązanie: $\varphi = \frac{11}{120} \frac{ql^4}{EJ}$.

Fig. 58.

18.



Belka utwierdzona jednostronnie przy ABC, narażona jest na zginanie przez siłę [P], działającą wzdłuż krawędzi E.

Jaki kąt [φ] tworzy płaszczyzna ABD, w której występuje największe natężenie zginające, z pł. ABE?

Rozwiązanie: $\varphi = 45°$.

VI Belka w dwu punktach swobodnie podparta

Fig. 59

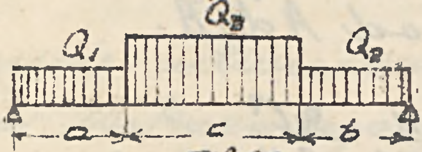
1. 

Fig. 60.

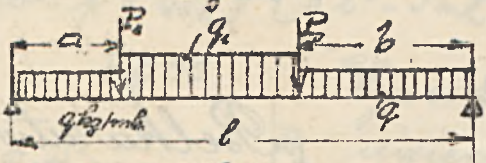
2. 

Fig. 61

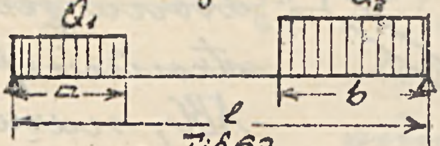
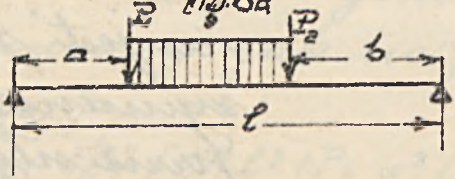
3. 

Fig. 62

4. 

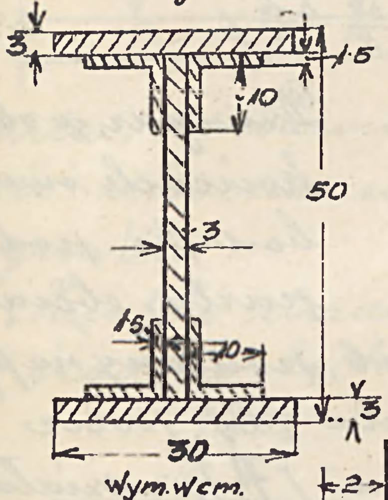
Wykreślić dyagram momentów zginających dla podanych obciążeń i podać wielkości reakcyi przy podporach, jako też wartości i miejsce największych momentów.

5 Rura z żelaza lanego [$\gamma = 7{\cdot}5$], o zewnętrznej średnicy $D = 20$ cm i grubości ściany $s = 12$ m/m, wypełniona wodą, spoczywa w obu końcach na dwu podporach.

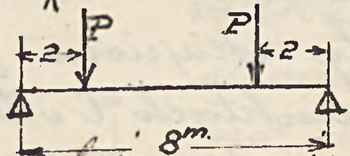
Jak wielka może być rozpiętość rury, jeśli natężenie przy zginaniu nie ma przekraczać 300 at?

6.

Fig. 63.



Dźwigar blaszany o rozpiętości $l = 8\ m$, jest obciążony ciężarem jednostajnie rozłożonym $q = 4000\ kg/m$. W odległości $a = 2\ m$ od



podpór należy umieścić dwa równe sobie ciężary [P], jak wielkie może być [P], jeśli natężenie przy zginaniu nie ma przekroczyć wartości K_b dop $= 1360$ at?

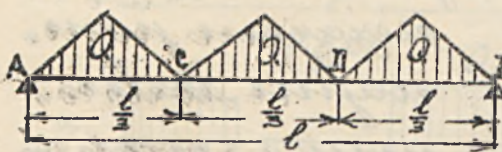
7. Belka, której, której oś przepoławia wysokość [h], posiada

długość [l] i jest jednostajnie obciążona na całej swej długości.

Strzałka nagięcia w środku rozpiętości wynosi [f], jak wielkie jest największe natężenie przy zginaniu?

Rozwiąz: $\sigma_{max} = \frac{24}{5} \frac{E\,h}{l^2} f.$

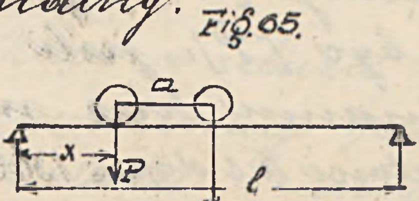
8. Fig. 64.



Dźwigar, w obu końcach swobodnie podparty, obciążony jest w sposób podany na fig. Zastąpić obciążenia [Q] przez dwie siły skupione [P], działające w punktach C i D, któreby wywołały taki sam moment maxymalny.

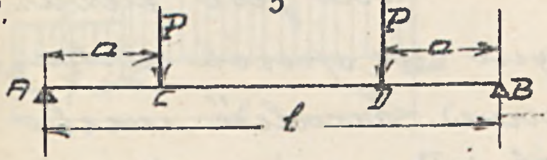
Fig. 65.

9.



Belka, na obu końcach podparta, obciążona jest ciężarami ruchomymi [P] i [Q], które zachowują stałą odległość między sobą [a]. Przy jakiem położeniu [X] zachodzi pod [P] największy moment zginający i jaka jest jego wielkość?

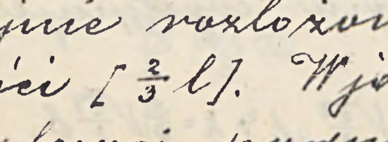
Fig. 66.

10. 

Belka, na obu końcach wolno podparta, obciążona jest symetrycznie dwoma ciężarami skupionymi [P].

Znaleść strzałkę nagięcia w środku belki.

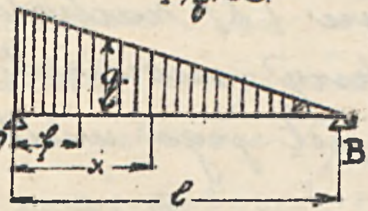
Fig. 67

11. 

Belka, obustronnie wolno podparta, obciążona jest ciężarem jednostajnie rozłożonym na długości [$\frac{2}{3}l$]. W jakiej odległości od lewej podpory występuje moment maksymalny i jaka jest jego wartość? Jak wielka jest strzałka ugięcia w środku rozpiętości belki?

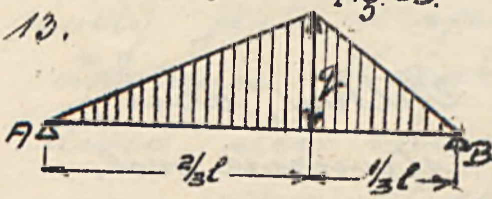
12/ Belka w obu końcach swobodnie podparta, obciążona jest ciężarem rozłożonym w sposób wskazany na figurze. Znaleść wielkości reakcyi A i B, moment zgięcia w dowolnym przekroju [X] tudzież miejsce i wartość największego momentu.

Fig. 68.



13. Wyznaczyć dla uwidocznionego obok obciążenia belki największy moment zgięcia i odległość przekroju, w którym występuje od podpory A.

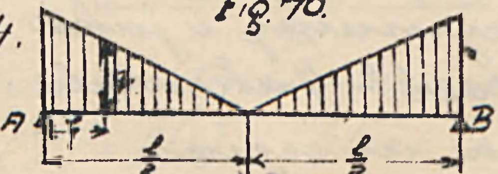
Fig. 69.



Rozwiąz: $M_{max} = \frac{8}{81}\sqrt{\frac{2}{3}}\,ql^2$; $X = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}\,l$.

14. Belka, obustronnie swobodnie podparta, obciążona jest ciężarem [Q],

Fig. 70.

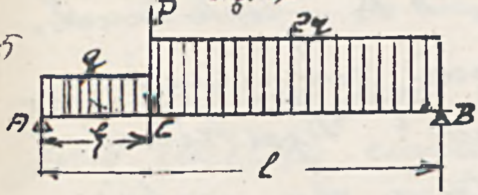


rozłożonym symetrycznie i jak na fig. Znaleść strzałkę ugięcia w środku belki.

Rozwiąz: $f = \frac{3}{320}\,\frac{Q\,l^3}{E\,J}$

Fig. 71.

15.

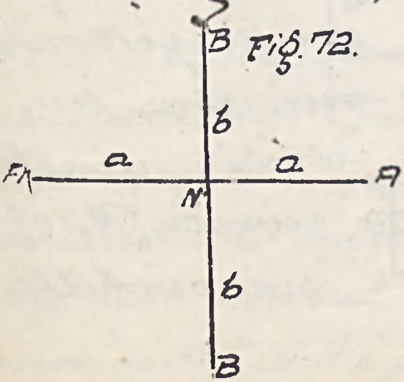


Belka, obustronnie podparta, obciążona jest ciężarem skupionym [P] w odległości [ξ] od lewej podpory; poza tego na długości [ξ] działa ciężar jednostajnie rozłożony [q] kg/mb, a na pozostałej długości belki [l−ξ] ciężar [2q] kg/mb. Jak wielkie musi być [ξ], aby moment w C osiągnął swe maximum?

Rozwiąz: $\xi = l + \frac{2}{3}\frac{P}{q} - \frac{1}{3}\sqrt{3l^2 + 6l\frac{P}{q} + 4\left(\frac{P}{q}\right)^2}$

16.

Fig. 72.



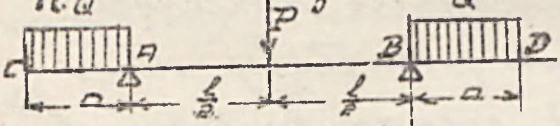
Dwa pręty [2a] i [2b], obustronnie swobodnie podparte, obciążone są ciężarem jednostajnie rozłożonym [q]kg/m b; pręty krzyżują się nawzajem w środku swej długości i to tak, że pręt BB leży pod prętem AA. Jak wielki jest wzajemne ciśnienie w środku prętów? W jakim stosunku pozostają do siebie reakcye przy podporach A i B?

Rozwiąz.: $\frac{A}{B} = \frac{3a^4+8ab^3+5b^4}{5a^4+8a^3b+3b^4}$.

Wykreślić dyagramy momentów zginających dla podanych obciążeń, obliczyć wielkość i miejsce największych momentów, tudzież punkta zwrotu $[M_b=0]$ na osi belki

17.

Fig. 73



18.

Fig. 74

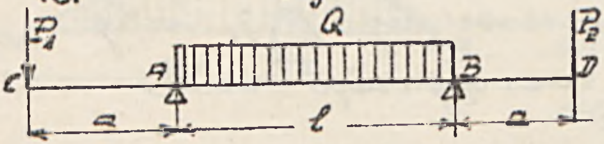


Fig. 75

19.

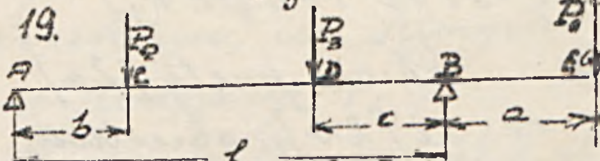
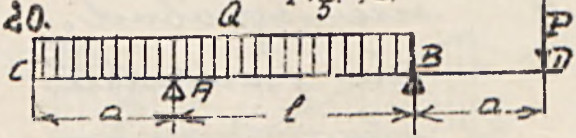
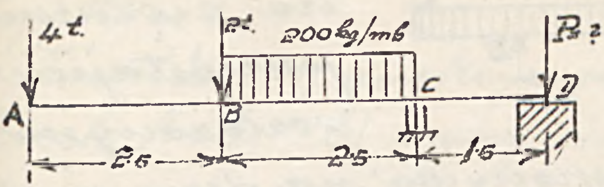


Fig. 76

20.



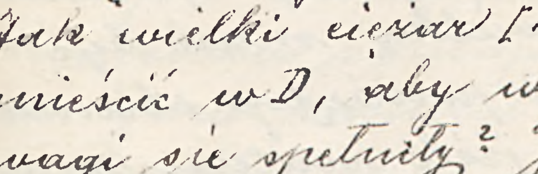
21 Fig. 77.



Belka mostowa, osadzona obrotowo w łożysku C, obciążona jest w sposób podany. Jak wielki ciężar [P] należy umieścić w D, aby warunki równowagi się spełniły? Jak wielki jest nacisk czopa w C?

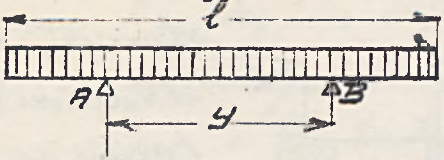
Wykreślić dyagram momentów zginających i podać liczebną ich wartość w B i C

22 Fig. 78.



Belka CB, podparta swobodnie w punktach A i B, obciążona jest w sposób wskazany. Jak długa [l] musi być część CA, jeśli absolutne wartości momentów zginających w A i D mają być sobie równe? jaką jest tedy wielkość momentu w A i jak wielkie są reakcye podpór w A i B?

23. Fig. 79.



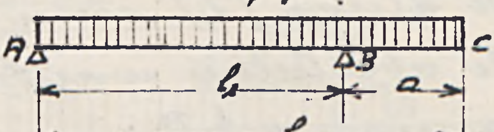
Belku obciążona ciężarem jednostajnie rozłożonym [q] kg/mb, spoczywa na dwu symetrycznie ustawionych podporach A i B. Jak wielką musi być rozpiętość [y] pomiędzy obiema podporami, jeśli natężenia przy zginaniu mają być możliwie najmniejsze?

Rozwiązanie: $y = l(2-\sqrt{2})$.

24. Jak wielka musi być odległość [y] obu podpór A i B w zad. 23., jeśli belka ma w nich pozostać w poziomie?

Rozwiązanie: $y = l(3-\sqrt{6})$

25 Fig. 80.

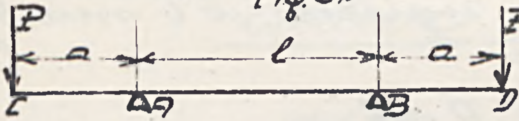


Belka AC = l, podparta w punktach A i B, obciążona jest ciężarem jednostajnie rozłożonym

[q] kg/mb.

Znaleść: a) reakcye przy podporach A i B; b) dyagram momentów zginających; c) wartość i miejsce działania największych momentów zginających; d) miejsca, gdzie moment zginający równy jest zeru; e) równanie linii ugięcia.

Fig. 81

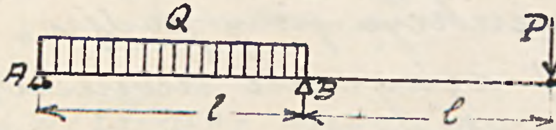


26 Belka CD, podparta swobodnie w A i B, obciążona jest dwoma ciężarami [P], działającymi w obu końcach belki.

Jaką wartość musi otrzymać stosunek $\frac{a}{l} = z$, jeśli bezwzględne wartości strzałek ugięcia w środku belki i w obu jej końcach mają być sobie równe.

Rozwiązanie: $8z^2 + 12z = 3$

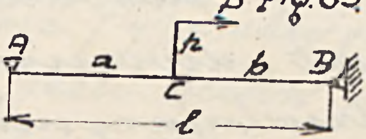
27.* Fig. 82



Belka $AC = 2l$, w jednym końcu A i w środku B wolno podparta, obciążona jest jednostajnie ciężarem [Q] na rozpiętości $AB = l$, tudzież ciężarem skupionym [P] w C. W jakim stosunku pozostają do siebie [Q] i [P], jeśli ugięcie w C ma być równe zeru?

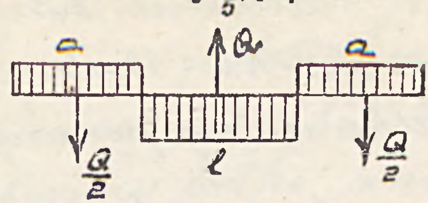
Rozwiąż: $Q : P = 16$.

Fig. 83

28. 

Wyznaczyć dyagram momentów zginających dla belki AB, zaopatrzonej w sztywne ramię [p], na które działa siła pozioma [P]; belka jest w A swobodnie podparta, w B posiada przegub.

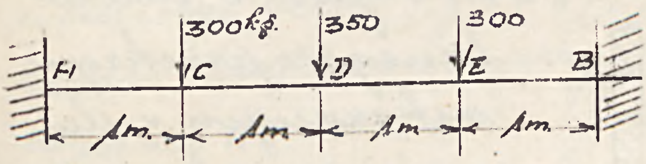
29. Fig. 84.



Wykreślić dyagram momentów zginających dla belki bez podpór, obciążonej ciężarami jednostajnie rozłożonymi, a pozostającymi między sobą w równowadze.

III. Belka statycznie niewyznaczalna.

Fig. 85.

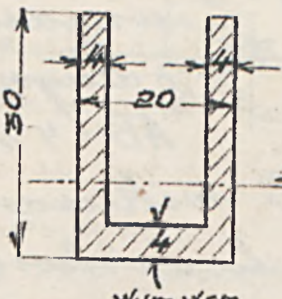


Belka drewniana o długości AB = 4 m, obciążona w sposób wskazany, jest na obu końcach doskonale utwierdzona. Szerokość [b] prostokątnego przekroju belki pozostaje do wysokości [h] w stosunku 1:2. Wyznaczyć wartości

dla [b] i [h], jeśli natężenie bez-
pieczne przy zginaniu $K_b = 50$ at.
[Ciężar własny belki należy pominąć]

2. Rurociąg dla wody (średnica światła rury $d = 16$ cm, grubość ścianki $\delta = 2$ cm.) jest na obu końcach zamurowany, jaką długość swobodną [l] można mu nadać, jeśli oprócz ciężaru własnego rury [$\gamma = 7{\cdot}5\ \frac{kg}{dm^3}$] i i ciężaru wody nie ma innych obciążeń?
[bezp. $K_b = 300$ at].

3. Fig. 86
5

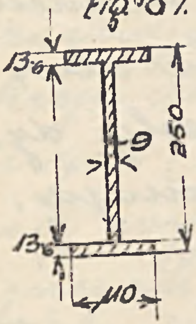


Wym. w cm.

Dźwigar z żelaza lanego o przekroju wskazanym i długości swobodnej $l = 5$ m, jest obustronnie doskonale utwierdzony:
Jak wielki ciężar skupiony [P] należy umieścić w połowie rozpiętości belki aby nastąpiło złamanie?

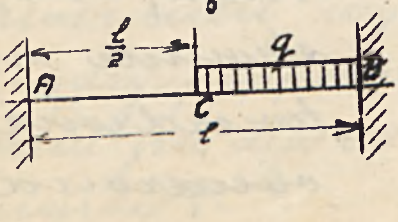
W jakim przekroju i w którem miejscu przekroju następuje pęknięcie? [K_z = 1250 at., ciężar własny belki zaniedbać].

Fig. 87.

4. 

Dźwigar walcowany, obustronnie utwierdzony, o długości swobodnej $l = 2{\cdot}5$ m, obciążony jest ciężarem skupionym [P] w odległości $a = 0{\cdot}8$ m. od lewej podpory. Jak wielkie musi być [P] przy uwzględnieniu ciężaru własnego belki [$\gamma = 7{\cdot}8$], jeśli natężenie bezpieczne przy zginaniu wynosi $K_b = 1000$ at.? Jak wielka jest strzałka ugięcia pod siłą [P] z uwzględnieniem ciężaru własnego belki [$E = 2.10^6$ at]?

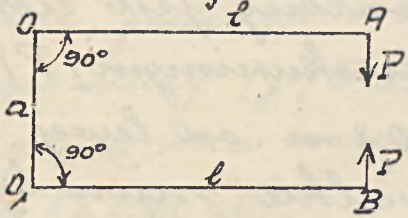
Fig. 88.

5 

Belka obustronnie utwierdzona

obciążona jest od środka C do końca B ciężarem jednostajnie rozłożonym [q]. Wyznaczyć reakcye i momenty podporowe, punkta zwrotu ($M_0 = 0$), tudzież wielkość i miejsce największego momentu zginającego w obrębie długości swobodnej; wykreślić dyagram momentów zginających.

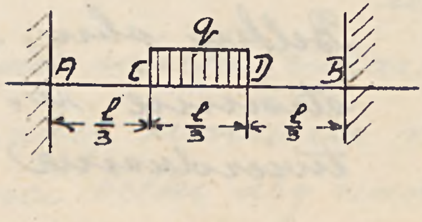
Fig. 89.



6\. Cienki pręt zgięty jest dwukrotnie pod kątem prostym i osadzony obrotowo w O i O₁. Jak wielką musi być siła [P], aby końce A i B prętów się zeszły, jeśli kąty proste przy O i O₁ nie mogą uledz zmianie?

Rozw: $P = \frac{a E J}{l^2 (a + \frac{2}{3} l)}$

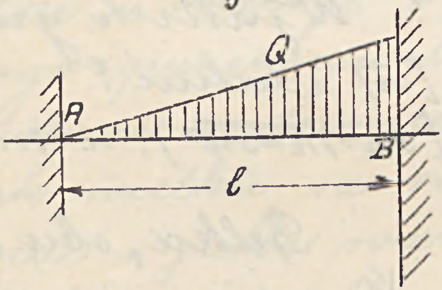
Fig. 90.

7 

Belka, obustronnie utwierdzona, obciążona

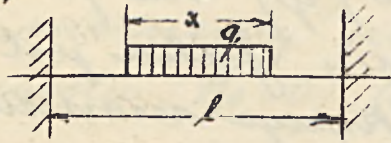
jest w środniej trzeciej swej roz-
piętości ciężarem [q] na jed-
nostkę długości. Jaka jest
wartość największego momentu
zginającego? W którym prze-
kroju brak natężeń normal-
nych ($M_b = 0$)? Jak przedstawia
się wykres momentów zgina-
jących?

8 Fig. 91.



Belka obu-
stronnie u-
twierdzona,
obciążona
jest ciężarem
[Q] w spo-
sób podany. Znaleść reakcje
w A i B, momenty podporowe
[M_A] i [M_B], punkta zwrotu ($M_b = 0$),
tudzież wartość największego
momentu, występującego po-
między podporami. Który mo-
ment jest dla belki najniebezpiecz-
niejszy?

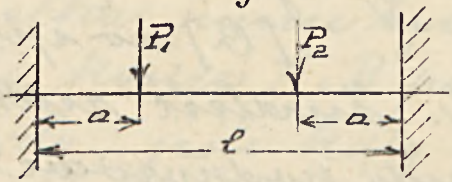
9\. Fig. 92



Belka obustronnie utwierdzona, obciążona jest jednostajnie i symetrycznie na długości [x]. Jak wielkie musi być [x], aby moment podporowy był [n] razy większy od momentu zginającego w środku rozpiętości belki? W jakich granicach może [n] wahać?

Rozw: $x = \frac{l}{2(n+1)}\left[3n - \sqrt{12-3n^2}\right]$, $n = 1 \ldots 2$.

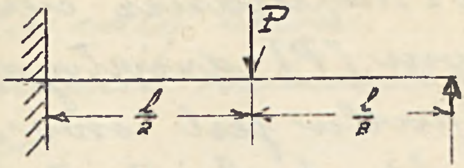
10\. Fig. 93



Belka, obustronnie utwierdzona, obciążona jest symetrycznie przez dwie nierówne siły [P_1] i [P_2]. Jak wielkie musi być [P_2], jeśli moment zginający pod [P_1] ma być równym zeru.

Rozw: $P_2 = P_1 \frac{2(l-a)^2}{l^2-4al+2a^2}$

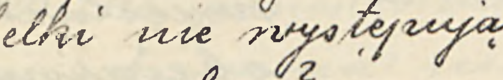
Fig. 94.

11: 

Belka o długości $l = 10$ m, jest na jednym końcu doskonale utwierdzona, a na drugim swobodnie podparta. Wyznaczyć dyagram momentów zginających dla obciążenia $P = 8$ t, działającego w środku belki i obliczyć średnicę kołowego przekroju belki, jeśli dozwolone natężenie $k_b = 700$ at. Jak wielkie są reakcye podporowe i jaką wartość ma kąt nachylenia belki przy końcu wolno podpartym? W którem miejscu belki nie występują natężenia normalne?

[Ciężar własny belki zaniedbać $E = 2 \cdot 10^6$ at].

Fig. 95.

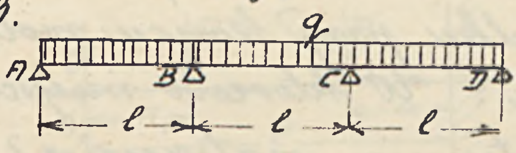
12. 

Belka AC obciążona jednostajnie

na długości $l = AB$, tudzież cięża-
rem skupionym $[P]$ działają-
cym w C, podparta jest swo-
bodnie w punktach A i B. Jaką
wartość musi otrzymać dłu-
gość $BC = a$, jeśli belka ma być
uważana za utwierdzoną
w miejscu B? Gdzie leży najwięk-
szy moment zginający i ja-
ka jest jego wartość? Jak
wielkie są reakcye przy pod-
porach?

$[l = 3\,m,\ Q = 2000\,kg,\ P = 1800\,kg]$

Fig. 96

13. 

Belka o trzech równych przęsłach obciążona jest ciężarem jednostajnie rozłożonym. Wyznaczyć reakcye na podporach tudzież momenty w miejscach B, C i wśrodku rozpiętości każdego przęsła.

Wykreślić dyagram momentów dla całej belki.
[Zadanie rozwiązać metodą Clapeyrona].

14. Jak należy rozmieścić podpory B i C w zadaniu 13, jeśli wartości momentów zginających we wszystkich pięciu niebezpiecznych przekrojach belki mają być sobie równe?

VIII Belka o równej wytrzymałości.

1. Belka, jednostronnie utwierdzona, obciążona jest jednostajnie na całej swej długości ciężarem [Q]. Wedle jakiego prawa zmienia się prostokątny przekrój belki, jeśli natężenie przy zginaniu [Kb] ma w każdym przekroju

posiadać stałą wartość.
Wysokość przekroju belki w miej-
scu utwierdzenia wynosi [h],
szerokość [b = constans].

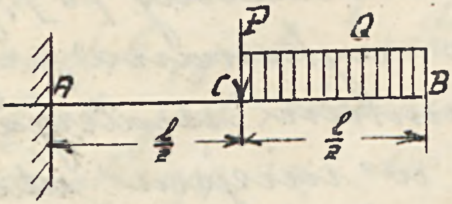
2. Belka jednostronnie utwierdzo-
na, obciążona jest jednostajnie
na całej swej długości [l] cię-
żarem [Q]. Wedle jakiego pra-
wa zmienia się szerokość [y]
prostokątnego przekroju belki,
jeśli natężenie przy zginaniu
ma w każdym przekroju po-
siadać stałą wartość, a wy-
sokość przekroju h = constans?
Szerokość przekroju w miejscu
utwierdzenia wynosi [b].

3. Belka, jednostronnie utwierdzo-
na, obciążona na końcu siłą
[P], ma otrzymać taki kształt,
aby natężenie przy zginaniu
było wszędzie stałe. Wedle ja-
kiego prawa zmieniają się

szerokość [y] i wysokość [z] prostokątnego przekroju belki, jeśli przekrój w miejscu utwierdzenia ma wymiary [b h], a wszystkie przekroje tworzą figury podobne?

Fig. 97.

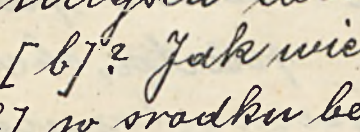
4.



Belka, jednostronnie utwierdzona, obciążona w sposób wskazany, posiada przekrój prostokątny o stałej wysokości [h]. Jakiej zmianie ulega szerokość przekroju [z] z odległością [x] od miejsca utwierdzenia, jeśli belka jest o równej wytrzymałości przy zginaniu, a szerokość w miejscu utwierdzenia wynosi [b]? Jak wielka jest szerokość [b] w środku belki?

Fig. 98.

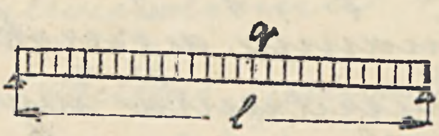
5.



Belka, obustronnie utwierdzona, o długości [l]

i kołowym, ale zmiennym prze-
kroju (średnica [δ]), narażona
jest na zginanie przez ciężar
jednostajnie rozłożony [q].
Jakiemu prawu musi podle-
gać zmiana średnicy [δ], jeśli
belka ma być wykonana przy
użyciu minimum materyału,
a średnica w miejscu utwier-
dzenia wynosi [d]? Wyzna-
czyć wielkość średnicy [d]
w środku rozpiętości belki.
W jakich miejscach jest δ=0?
Wykreślić kontury belki.

6 Fig. 99



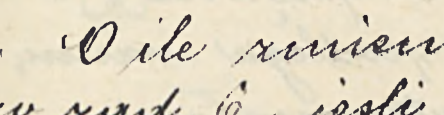
Belka, obu-
stronnie swo-
bodnie pod-
parta, obciążo-
na ciężarem jednostajnie
rozłożonym [q], ma przekrój
prostokątny o stałej szerokości
[b]. Według jakiego prawa zmiana

się wysokość przekroju [z], jeśli belka ma być o równej wytrzymałości na zginanie, a wysokość [z] w środku rozpiętości belki wynosi [h]?

7. Jaki kształt przyjmuje belka w zad. 6., jeśli szerokość przekroju [y] jest również zmienna, a przekroje są do siebie podobne? Szerokość w środku rozpiętości belki wynosi [b].

8. O ile zmienia się rezultat w zad. 6., jeśli wysokość [h] przekroju jest stała, a szerokość [y] ulega zmianie? Szerokość w środku wypiętości belki równa się [b].

9. Fig. 100



Belka AC, podparta swobodnie w punktach A i B, obciążona jest ciężarem jednostajnie rozłożonym [q]. Przekrój belki jest kołem o zmiennej średnicy [δ]. Wyznaczyć i wykreślić kształt belki dla równej wytrzymałości przy zginaniu dla całej długości AC, tudzież podać największe wartości dla [δ].

10. Wał o zmiennej średnicy [δ] i długości [l], jest na obu końcach wolno podparty, a w środku obciążony ciężarem skupionym [P]. Jak wielkie jest nagięcie wału w środku rozpiętości, jeśli kształt jego podlega warunkowi równej wytrzymałości przy zginaniu.

IX. Wytrzymałość przy ciągnieniu, ciśnieniu i zginaniu.

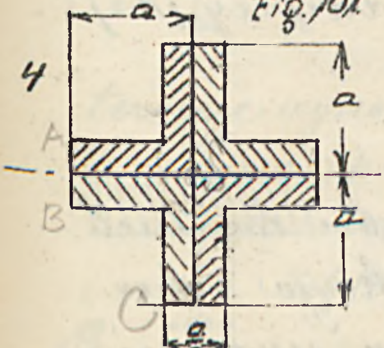
1. W jakim stosunku pozostaje powierzchnia rdzenia dla trójkąta równobocznego do powierzchni przekroju?

2 Granica jądra dla przekroju pierścieniowego wpada w koło wewnętrzne. Wyznaczyć stosunek $\left[\frac{d}{D}\right]$ obu średnic pierścienia.

3. Wyznaczyć rdzeń przekroju dla sześcioboku umiarowego.

Fig. 101

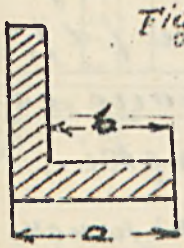
4



Wyznaczyć jądro przekroju dla podanego krzyża.

Fig. 102

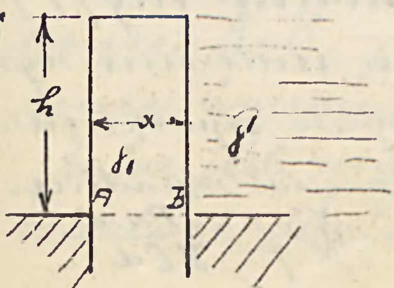
5



Znaleźć rdzeń dla przekroju kątówki równoramiennej.

Fig. 103

6

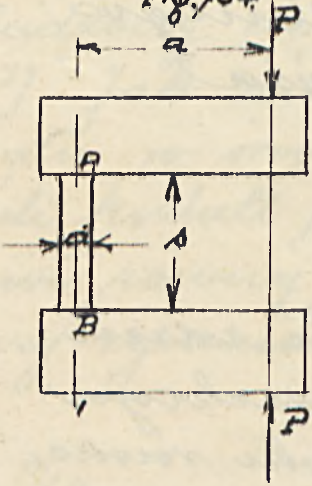


Mur o wysokości [h], szerokości [x] i o ciężarze gatunkowym [γ'] jest narażony na parcie wody, (o ciężarze jednostkowym [γ]) sięgającej po brzeg muru.

Jaka grubość [λ] musi otrzymać mur, jeśli naprężenie przy ciągnieniu w B nie ma przekroczyć dopuszczalnej granicy [k_z]?

Rozw: $\lambda = h\sqrt{\dfrac{\gamma h}{k_z+\gamma h}}$

Fig. 104

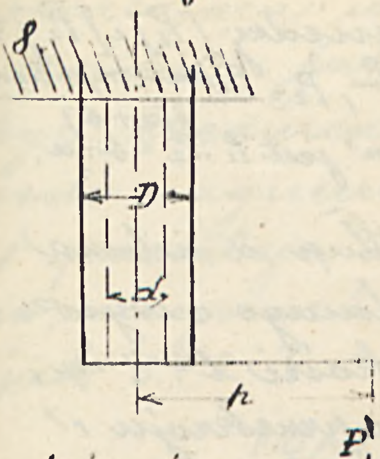


7 Na obu końcach krótkiego żelaznego sworznia AB o średnicy przekroju [d], umocowane są dwie szczęki, ściskane przez dwie równe i przeciwnie skierowane siły [P]. Znaleźć największe natężenie występujące w materyale sworznia, również strzałkę ugięcia środka.

Rozw: max $\sigma_c = \dfrac{4P}{\pi d^2}\left(1+\dfrac{8a}{d}\right)$; $f = \dfrac{8Pas^2}{\pi E d^4}$.

Fig. 105

8



Pręt o przekroju pierścieniowym $[\frac{d}{D} = \delta]$, obciążony jest u dołu siłą [P]. O jaki mimośród [p] można przesunąć ciężar [P], jeśli bezpieczne natężenie wynosi [kr]?

Rozw.: $p = \frac{D}{8}(1+\delta^2)\left(\frac{kzF}{P}-1\right)$; [F] wielkość przekroju.

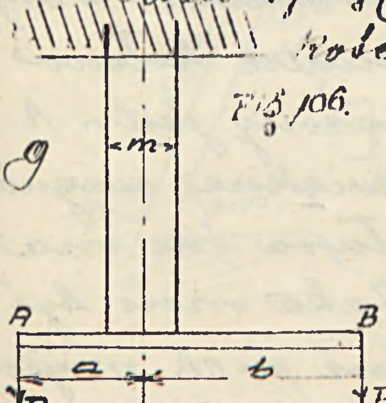


Fig. 106.

9

Do pręta o przekroju kwadratowym $[m^2]$ przytwierdzona jest u dołu sztaba poprzeczna AB. Jak należy rozdzielić całkowite obciążenie [P] na oba końce A, B jeśli bezpieczne natężenie wynosi [kr]?

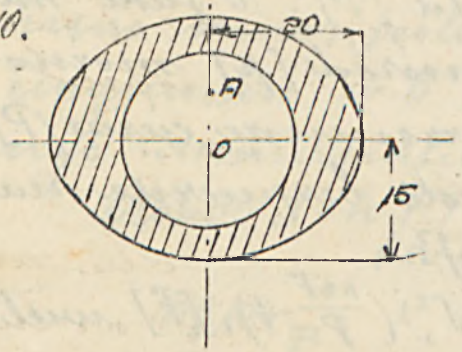
Jaka jest największa dozwolona wartość dla [P] i jaki stosunek zachodzi wtedy między $[P_1]$ i $[P_2]$?

Rozw: $P_1 = \frac{P(6b+m) - k_2 m^3}{6(a+b)}$, $P_2 = \frac{P(6a-m)+k_2 m^3}{6(a+b)}$

dla max $P - k_2 m^3$ jest $P_1 : P_2 = b : a$.

Fig. 107.

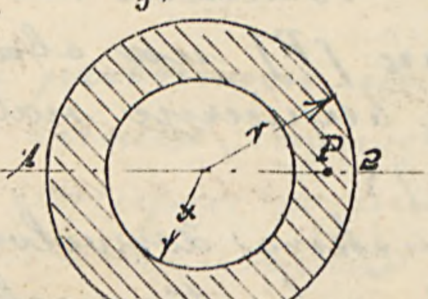
10.



Słup z żelaza lanego o wysokości $l = 4$ m, o przekroju eliptycznym ($a = 20$ cm, $b = 15$ cm), wydrążony jest wewnątrz kołowo ($r = 10$ cm). Słup obciążony jest w A ciężarem $P = 50^T$; największe ciągnienie w materyale słupa nie ma przekraczać 125 at. Jaka może być największa odległość $p = OA$ miejsca działania ciężaru od środka słupa? $[E = 10^6$ at$]$.

Fig. 108.

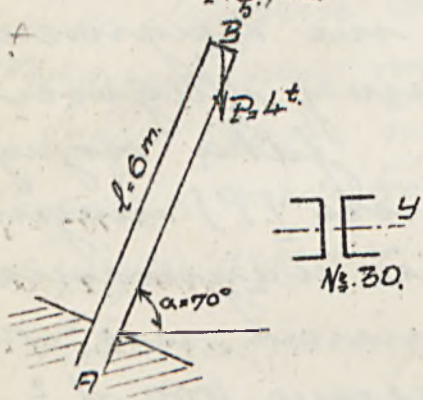
11.



Rura o średnicy $[2r]$, utwierdzona na jednym końcu, obciążona jest na drugim siłą ciągnącą $[P]$, działająca w połowie grubości ścianki. Jak wielka musi być średnica wydrążenia [2x], jeśli ciągnienie [s1] w miejscu 1 pozostaje do ciśnienia [s2] w miejscu 2 w stosunku jak 5 : 2 ?

Fig. 109.

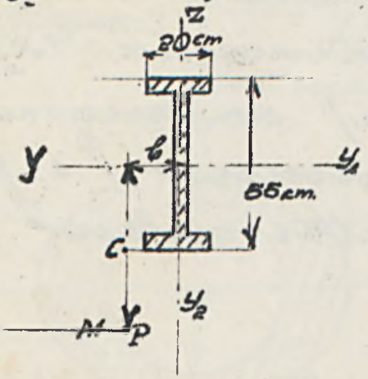
12.+



Słup dla żurawia o długości l = 6 m, złożony jest z dwu kształtówek][, których przekrój wynosi P = 117·6 cm²,

a miarodajny moment bezwładności J = 16052 cm⁴. Słup utwierdzony jest w A pod kątem α = 70° do poziomu, a w B obciążony jest ciężarem P = 4 T. Znaleźć miejsce i wielkość największych natężeń. [E = 2.10⁶ at].

13. Fig. 110.



Żelazny dźwigar [niem. profil normalny N° 55] o wskazanych wymiarach, jest narażony w M ($b = 15$ cm, $c = 50$ cm) na ciągnienie w kierunku swej długości przez siłę [P]. Jaką najwyższą wartość może [P] osiągnąć, jeśli największe ciągnienie względne ciśnienie nie powinno przekroczyć 1000 at? [Powierzchnia przekroju $P = 212\ cm^2$, mom. bezwł. $J_1 = 99057\ cm^4$, $J_2 = 3486\ cm^4$].

X. Wytrzymałość przy wyboczeniu.

1. Przy jakiem obciążeniu wyboczy się słup drewniany o długości $l = 3\,m$ i przekroju kolistym [$d = 20\,cm$], jeśli na jednym końcu jest utwierdzony, a na drugim obrotowo osadzony? [Wytrzym. przy wybocz. wedle Tetmajera $K_k = 293 - 1{\cdot}94\,n$; $n = \frac{l_r}{i}$, gdzie [l_r] jest długością zredukowaną, zaś [i] najmniejszym promieniem bezwładności]

2. Pręt drewniany o przekroju kwadratowym [$a = 4\,cm$] osadzony obrotowo na obu końcach, narażony jest na ściskanie. Przy jakiej długości pręta ustaje ważność wzoru Eulera? [Tetmajer $n = \frac{l_r}{i} > 100$].

3 Pręt z żelaza zlewnego jest w przekroju sześciobokiem umiarowym o krawędzi $a = 6\,cm$, jeden koniec pręta jest utwierdzony, drugi

osadzony obrotowo. Przy jakiej dłu-
gości pręta ustaje ważność wzoru
Eulera? [Tetmajer $n = \frac{lr}{i} > 105$]

4.

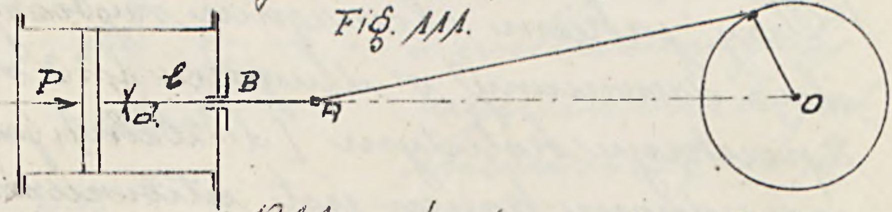
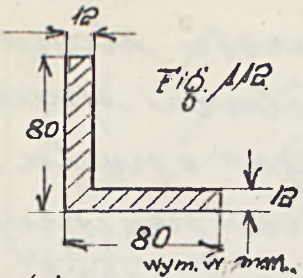


Fig. 111.

Obliczyć średnicę [d] trzona tłokowego o długości [$l < 40\,d$], narażonego na wyboczenie przez ciśnienie pary [P].
Materyał: żel. spawane ($K_k = 3030 - 12.9\,n$) pewność konstrukcyi dwudziestokrotna.
Uwaga: Należy wziąść pod uwagę najniekorzystniejsze położenie trzona.

5. Słup z żelaza lanego na 5·5 m długi, ma udźwignąć ciężar Q = 3500 kg. z dwudziestokrotną pewnością przeciw wyboczeniu. Przekrój słupa jest pierścieniem kołowym o stosunku średnic d : D = 0·6. Wyznaczyć te średnice, jeśli słup jest na obu końcach obrotowo osadzony.

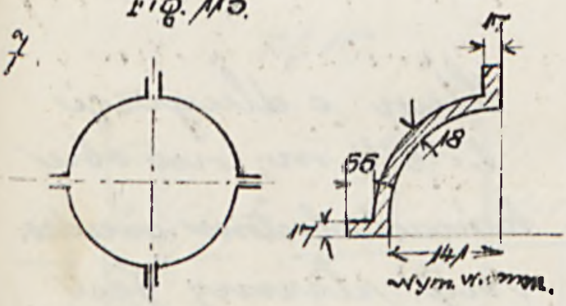
6. Fig. 112.



Kątowka z żelaza zlewnego o wskazanym przekroju i długości 6 m, na obu końcach utwierdzona, jest ściskana centralnie w kierunku swej długości. Wyznaczyć dopuszczalne natężenie przy wyboczeniu, jeśli K = 700 at. oznacza bezpieczne ciśnienie.

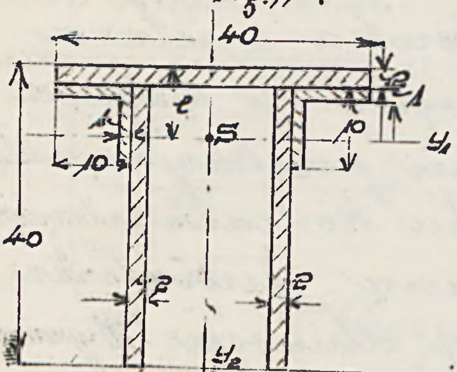
Fig. 113.

7.



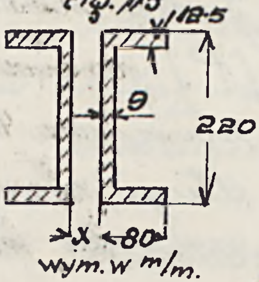
Jaką nośność [P] posiada słup na 4·5 m długi, złożony z czterech kwadrantówek o podanych wymiarach? Słup jest na jednym końcu utwierdzony, na drugim swobodny. [Stopień pewności przeciw wyboczeniu s = 5; materyał: żel. zlewne. Patrz „Technik" t. I.

Fig. 114.



Nośność słupa z żelaza spawanego o podanym przekroju wynosi 163 t przy czterokrotnem bezpieczeństwie przeciw wyboczeniu. Końce słupa osadzone są obrotowo. Jaka jest wysokość słupa? [Wym. w cm].

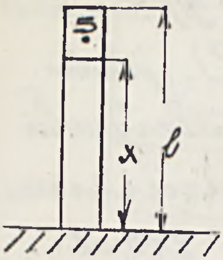
Fig. 115



9 Słup o długości $l = 6{\cdot}4$ m; na obu końcach obrotowo osadzony złożony jest z dwu kształtówek o podanym przekroju. Nośność słupa wynosi P = 12615 kg. Znaleść odległość [X] obu kształtówek dla warunku czterokrotnej pewności przeciw wyboczeniu.

10. Słup jednorodny, utwierdzony

Fig. 116

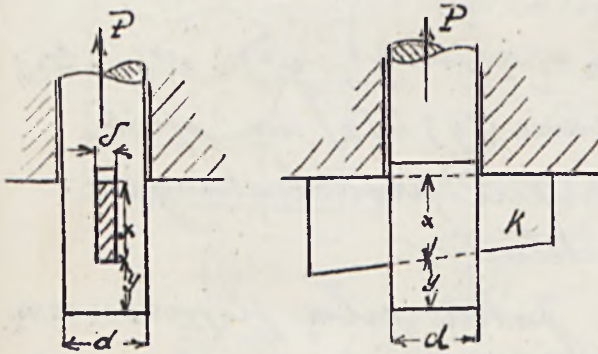


pionowo, narażony jest na wyboczenie wskutek własnego ciężaru. Jak wielki być musi ciężar słupa na jednostkę długości [q], aby wyboczenie faktycznie nastąpiło?

Rozwiązanie: $q = \frac{27}{32}\frac{\pi^2 EJ}{l^3}$

XI. Wytrzymałość przy ścinaniu.

1. Fig. 117.



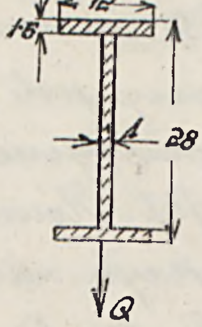
Sworzeń śruby fundamentowej o średnicy $d = 50$ m/m narażony jest na ciągnienie przez siłę osiową [P]. Równowagę statyczną konstrukcyi osiąga się przez wbicie klina K w szczelinę o szerokości $\delta = 12$ m/m.

Znaleźć wartości dla [X] i [Y] tudzież największą wartość siły [P], jeśli dozwolone ciągnienie materyału wynosi $K_z = 1000$ at, a bezpieczne natężenie przy ścinaniu $K_s = 780$ at.

2. Przekrój kołowy [$r^2\pi$] narażony jest na działanie siły poprzecznej [Q]. Znaleźć miejsce wszystkich punktów M przekroju, w których natężenie przy ścinaniu równe jest [$\frac{1}{n}$] największego natężenia ścinającego.

Rozwiązanie: $z^2(2r^2 - z^2 - y^2) = r^4(1-\frac{1}{n^2})$, gdzie [y] i [z] są współrzędne prostokątnego układu.

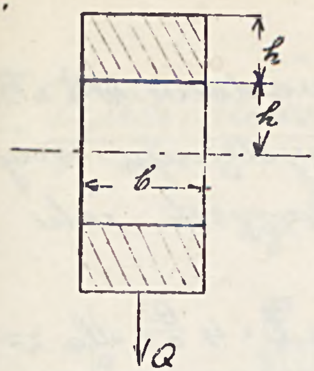
Fig. 118.



Wym. w cm.

3. Jaką siłą poprzeczną [Q] można obciążyć dźwigar walcowany o danych wymiarach, jeśli dozwolone ciągnienie materyału wynosi $K_z = 1000$ at.? [$K_s = \frac{10}{13} K_z$]

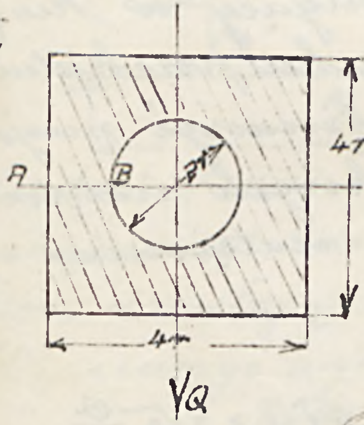
Fig. 119

4. 

Przekrój złożony z dwu oddzielnych prostokątów, połączonych ze sobą sztywnie, narażony jest na siłę poprzeczną [Q]. Wyznaczyć wielkość i miejsce największych naprężeń.

Rozwiązanie: max $\tau = \frac{9}{28}\frac{Q}{bh}$ i występuje w odległości [h] od osi y-ów.

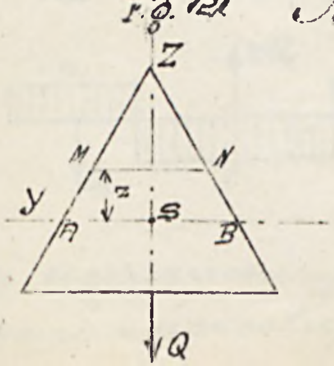
Fig. 120

5. 

Przekrój podany na rys. narażony jest na działanie siły poprzecznej [Q]. Znaleźć naprężenie w jednym punkcie warstwy AB.

Rozwiązanie: $\tau = 0{,}1784\frac{Q}{r^2}$.

Fig. 121

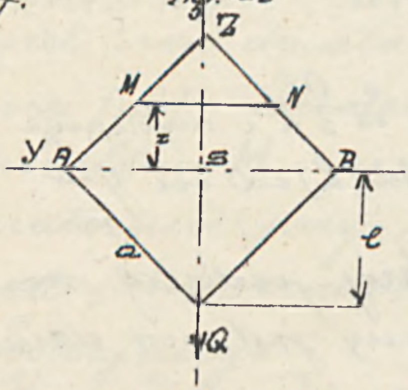
6. 

Trójkąt równoboczny [a] narażony jest na działanie siły poprzecznej [Q].

Znaleźć natężenie obwodowe w A i B. W których miejscach występują największe napięcia i jaka jest ich wielkość?

Rozwiąz: $\tau_{A,B} = \frac{32}{9}\frac{Q}{a^2}$; max $\tau = 4\frac{Q}{a^2}$ dla $z = \frac{l}{6}$.

7. Fig. 122



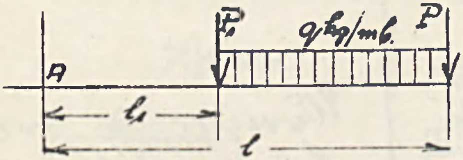
Kwadrat o boku [a], narażony jest na działanie siły poprzecznej [Q], występującej w kierunku przekątni. Wyznaczyć miejsca i wielkość największych natężeń obwodowych, tudzież natężenia ścinające w A i B.

Rozwiązanie:

dla $z = \frac{l}{4}$; jest max $\tau = \frac{9\sqrt{2}}{8}\frac{Q}{a^2}$; $\tau_{A,B} = \sqrt{2}\frac{Q}{a^2}$

XII. Wytrzymałość przy ścinaniu i zginaniu

1\. Fig. 123



Wyznaczyć dyagramy sił poprzecznych dla podanych obciążeń.

Fig. 124

2

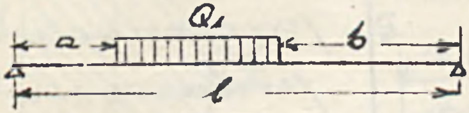
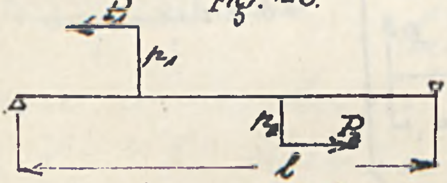


Fig. 125

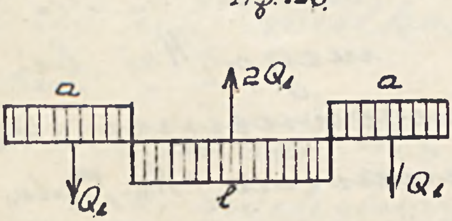
3



Belka obustronnie swobodnie podparta, posiada dwa sztywnie z nią połączone ramiona [p_1] i [p_2] na które działają siły osiowe [P_1] i [P_2]. Wyznaczyć wykres sił poprzecznych.

Fig. 126

4



Wykreślić dyagram sił poprzecznych dla belki bez podpór, obciążonej ciężarami, jednostajnie rozłożonymi i pozostającymi między sobą w równowadze.

Fig. 127a

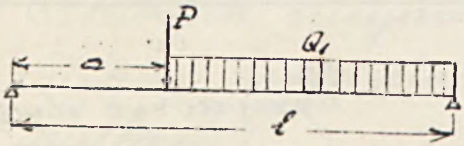
5. 

Fig. 127b

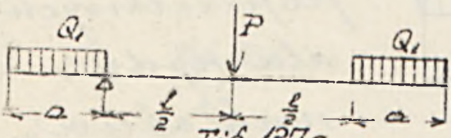
6. 

Fig. 127c

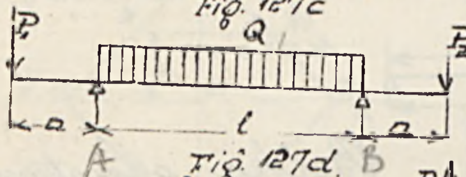
7. 

Fig. 127d.

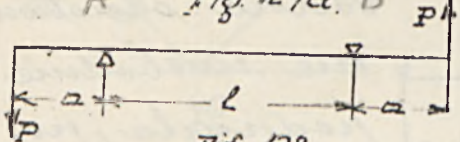
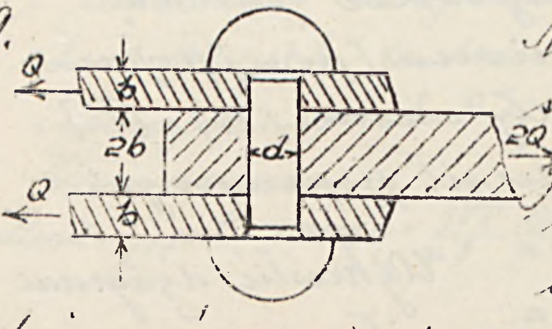
8. 

Fig. 128.

Wyznaczyć rozkład sił poprzecznych dla podanych obciążeń

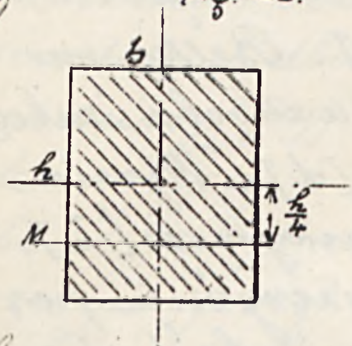
9. 

Niech dopuszczalne naprężenie rozciągania [Kz] będzie równe dozwolonemu naprężeniu przy zginaniu [Kg]; dopuszczalne naprężenie przy ścinaniu wynosi Ks = 0·75 Kz.—

Wyznaczyć średnicę otworu nitu ściętego, jeśli pewność przeciw gięciu i ścięciu ma pozostać ta sama.

Rozwiązanie: $d = 2 \cdot 25\, b$.

10 Fig. 129.

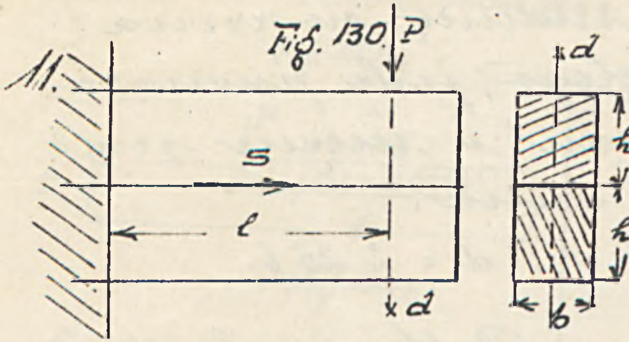


Belka, obustronnie utwierdzona, obciążona jest w środku siłą [P]. Przekrój belki jest prostokątny o przekroju [b h], rozpiętość $l = 4h$. Znaleźć dla każdego punktu M obwodu, leżącego w odległości [$\frac{h}{4}$] od osi obojętnej a w środku rozpiętości belki główne natężenie [σ_1], [σ_2], [σ_3], tak co do ich wielkości jak i położenia.

Rozwiązanie: $\sigma_1 = \frac{27}{16} \cdot \frac{P}{2h}$ $\quad 2 \; -\frac{3}{16} P$

$\sigma_3 = 0$; pochylenie natężenia głównego [σ_2] i [σ_1] względem osi belki $\alpha = 71^\circ 33' 54''$
$= 18^\circ 26' 6''$

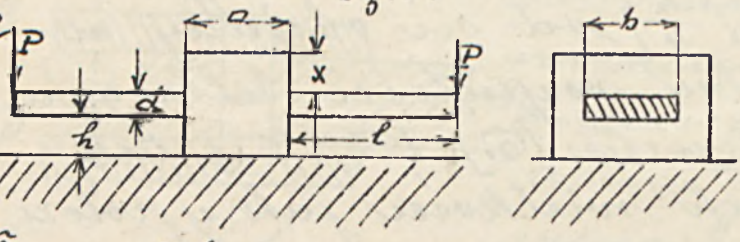
Fig. 130

11. 

Dwie równe belki jednostronnie utwierdzone, obciążone są przy końcu siłą [P]. Belki są przy końcach połączone ze sobą śrubą o średnicy sworznia [d]. Wyznaczyć natężenie ścinające [τ], występujące w płaszczyźnie pomiędzy belkami; znaleźć średnicę sworznia śruby.

Rozwiązanie: $\tau = \frac{3}{4}\frac{P}{bh}$ / $d = 2\sqrt{\frac{P\,l}{\pi h K_s}}$.

Fig. 131.

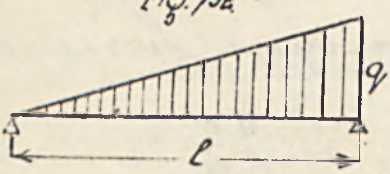
12. 

Przez otwór [$b\,d$] w stałym klocu przesuwamy deskę o takich samych wymiarach. Oba końce deski zniżamy następnie aż do zetknięcia się z podstawą. Jak wielki musi być wymiar [X], jeśli dozwolone natężenie przy ścinaniu które wynosi [Ks].[2]

Rozwiązanie: $X = \frac{3}{8} \frac{b\,c\,b^3 h}{a\,l^3} \cdot \frac{E}{Ks}$.

13 Belka, obustronnie wolno podparta, o długości [l] i zmiennej średnicy [y], jest jednostajnie obciążona. Średnicę [y] należy obrać tak, aby największe natężenie przy ścinaniu posiadało w każdym przekroju tę samą wartość. Wyznaczyć równanie dla zarysu belki, i przedstawić je wykreślnie, jeśli [d] jest średnicą belki w punktach podparcia. Rozwiąz: $y^2 = d^2 \left(1 - \frac{2x}{l}\right)$, gdzie [X] jest odległością danego przekroju od lewej podpory.

Fig. 132

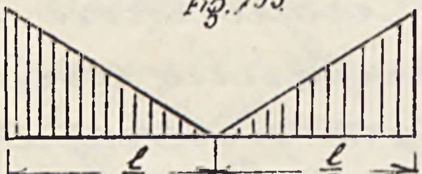
14. 

Belka o przekroju kołowym obustronnie wolno podparta, obciążoną jest w sposób podany na fig.

W jakim stosunku musi pozostawać rozpiętość belki [l] do średnicy [d], jeśli największe natężenie przy zginaniu w środku belki ma być dziewięć razy większe od największego natężenia przy ścinaniu?

Rozwiązanie: $l = d$.

Fig. 133

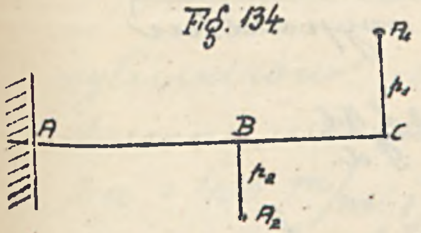


15. Belka o stałym przekroju [F], obustronnie swobodnie podparta, obciążona jest ciężarem [K], rozłożonym jak na fig. Jaką wielką strzałkę ugięcia w środku belki wywołują siły poprzeczne w założeniu, że natężenia rozmieszczają się jednostajnie w danym przekroju?

Rozwiązanie: $f = \frac{1}{12} \frac{Kl}{FG}$.

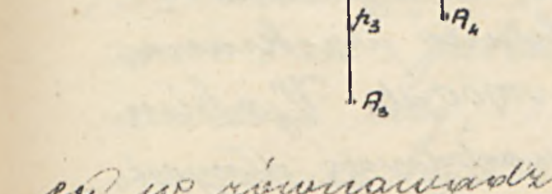
XIII. Wytrzymałość przy skręcaniu.

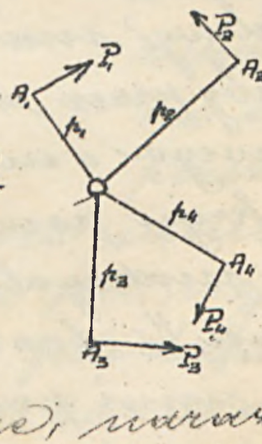
Fig. 134



Wał na jednym końcu utwierdzony, narażony jest na skręcenie przez siły [P_1] i [P_2], działające na ramieniu [p_1] względnie [p_2]. Wyznaczyć dyagram momentów skręcających.

2 Fig. 135





Wał obu stron nie podparty, będący w równowadze, narażony jest przez siły [P_1], [P_2], [P_3], [P_4] na skręcenie. Wyznaczyć dyagram momentów skręcających.

3 Wał o długości [l] i średnicy [d] ulega skręceniu, przyczem bezpieczne naprężenie wynosi [K_d]. Jak wielki jest kąt skręcenia w wypadku granicznym?

Rozwiązanie: $\vartheta^{0} = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{2 l K_d}{G d}$.

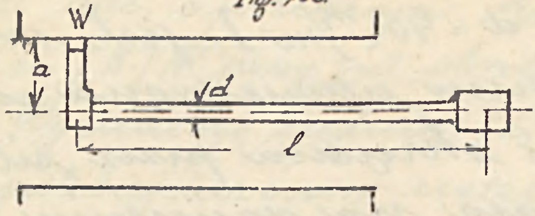
4. Wyznaczyć średnicę [d] wału, przenoszącego [N] HP, przy ilości obrotów [n] na min, dozwalając na skręcenie wynoszące $\vartheta = \frac{1}{4}^{\circ}$ na 1 m bieżący wału. [II współcz. spręż. $G = 770000 \frac{kg}{cm^2}$].

Rozwiązanie: $d = 12 \sqrt[4]{\frac{N}{n}}$.

5 Wał stalowy ma otrzymać taką długość, aby przez skręcenie przekroju końcowego o ćwierć obrotu względem przekroju początkowego naprężenie w materyale nie przekraczało wartości K_d bezp = 900 at. W jakim stosunku musi pozostawać długość wału do jego średnicy?

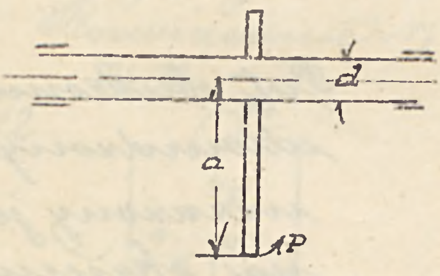
[II. współ. spręż. $G = 850\,000$ at.].

6. Fig. 136.



Opór, jakiego doznaje nóż obrabiarki do wiercenia cylindrów, wynosi $W = 1000$ Kg, średnica wierconego cylindra $2a = 400$ m/m; długość wału wiertarki $l = 1{\cdot}2$ m.
Jak wielką musi być średnica [d], jeśli całkowity kąt skręcenia dochodzi do $\varphi = \frac{1}{2}°$? [$G = 770.000$ at].

Fig. 137.

7. 

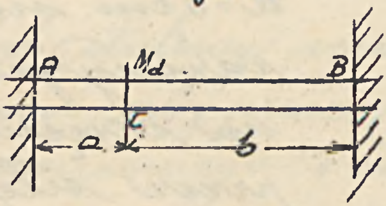
Wał o średnicy $d = 5$ cm. narażony jest na skręcenie przez siłę [P], działającą na ramieniu $a = 0{\cdot}8$ m. Jaka jest największa wartość siły [P], jeśli bezpieczne natężenie wynosi $Kd = 500$ at?

8 Rura z żelaza lanego na 5 m. długa o przekroju pierścieniowym

[D = 50 m/m d = 40 m/m], jest na jednym końcu utwierdzona na drugim zaś skręcana przez siłę [P], działającą na ramieniu p = 500 m/m. Dozwolone ciągnienie dla żelaza lanego wynosi $K_z = 300$ at, bezpieczne natężenie przy skręcaniu $K_d = 0{\cdot}8\,K_z$. Wyznaczyć największą bezpieczną wartość dla siły [P] tudzież kąt skręcenia, występujący w danym wypadku przy końcu rury?
[G = 400.000 at].

9.

Fig. 138



Pręt, obustronnie utwierdzony, narażony jest na skręcenie przez moment [M_d], działający w miejscu C. Jaki jest rozkład momentu na obie części AC i BC? Rozwiąz: $M_{d(a)} = \frac{b}{a+b} M_d$

$M_{d(b)} = \frac{a}{a+b} M_d$.

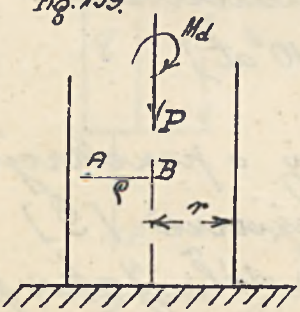
10. Wał, o przekroju kołowym, przeno„
si [N] HP przy [n] obrotach na minutę.
Wyznaczyć średnicę [d] wału, jeśli [Kd]
jest bezpiecznem natężeniem przy
skręcaniu.

Rozwiązanie $r = 35,72 \sqrt[3]{\frac{N}{n\,Kd}}$.

11. Wał, o przekroju kołowym [śre„
dnica = 2r] narażony jest na skręce„
nie. Wyznaczyć promień [r] tej części
przekroju, która przenosi [$\frac{1}{n}$] momentu
skręcającego.

Rozwiązanie: $r_1 = \frac{r}{\sqrt{n}}$.

Fig. 139.



12. Na czop stojący
o promieniu r = 4 cm.
działa ciśnienie
P = 20 t, tudzież
moment skrę„
cający Md = 800 kgm.
Wyznaczyć dla danego punktu
A [ρ = 2 cm.] główne natężenia,
ich płaszczyznę i kierunek.

XIV. Praca odkształcenia.

1. Pręt żelazny, o przekroju kwadratowym [$a = 2$ cm] poddany jest ciągnieniu $P = 4500$ Kg. Jak wielka praca odkształcenia przypada na jednostkę objętości pręta? –

2. Pręt z żelaza spawanego o długości 2·5 m i przekroju eliptycznym [$2a = 8$ cm, $2c = 6$ cm] doznaje wydłużenia $\Delta l = 0{\cdot}05$ cm. Jak wielka jest praca odkształcenia?
[I. współcz. spręż. $E = 2\cdot10^6$ at].

3. Pręt pryzmatyczny o przekroju [F], długości [l] i ciężarze [G] zwisa swobodnie w dół. Jaką pracę odkształcenia wykonuje ciężar własny pręta?
Rozwiązanie $A = \frac{1}{6}\frac{G^2 l}{FE}$

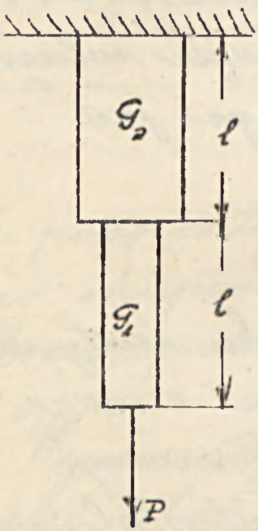
4. Pręt o równej wytrzymałości na

ciągnienie, o długości [l] i przekro-
ju końcowym [F_0], obciążony jest
na końcu ciężarem [P]. Wyzna-
czyć pracą odkształcenia, jeśli
[γ] jest ciężarem jednostki objętości
pręta.

Rozwiązanie: $A = \frac{P^2}{2EF_0^2}V$, gdzie objętość
pręta $V = \frac{P}{\gamma}[e^{al} - 1]$; $a = \frac{\gamma}{\sigma} = \frac{F_0\gamma}{P}$

Fig. 14a

5.



Dwa pręty pryzmatyczne o równej długości i z tego samego materyału o ciężarach [G_1] i [G_2], zawieszone są jeden pod drugim, jak na fig. i obciążone przy końcu ciężarem [P]. Jak wielki musi być ciężar [P] jeśli praca odkształcenia na jednostkę objętości ma być w obu prętach równą. [Najpierw ogólnie, następnie, dla $G_2 = 2G_1$].

Rozwiązanie: $P^2(G_2 - G_1) + P(G_2 - 2G_1) = G_1^3$

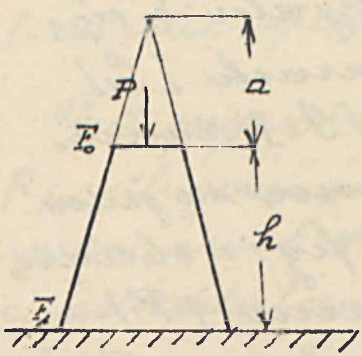
$$G_2 = 2G_1, \quad P = G_1$$

6. Prosty stożek kołowy, o ciężarze [G] i wysokości [h], zawieszony jest przy swej podstawie, której promień wynosi [r]. Jak wielkiej pracy od. kształcenia dostarcza ciężar własny stożka, jeśli materyał jego jest ciałem jednorodnym?

Rozwiązanie: $A = \frac{G^2 h}{10\pi r^2 E}$.

Fig. 141.

7



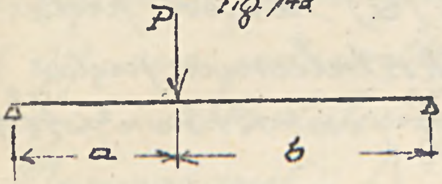
Na stożku ściętym spoczywa ciężar [P]. Wyznaczyć pracę odkształcenia pochodzącą od ciężaru [P], nie uwzględniając ciężaru własnego.

Rozwiązanie: $A = \frac{P^2 h}{2E\sqrt{F_0 F_1}}$

8. Wyznaczyć pracę odkształcenia belki o stałym przekroju, obustronnie wolno podpartej, a obciążonej w środku ciężarem [P], uwzględniając strzałkę ugięcia [f] w środku belki.

Rozwiązanie: $\Lambda = \frac{24EJ}{l^3} f^2$.

Fig. 142

9. 

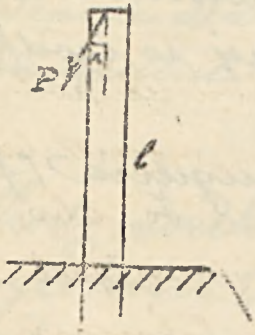
Znaleźć pracę odkształcenia belki obustronnie swobodnie podpartej a obciążonej ciężarem skupionym [P].

Rozwiązanie. $\Lambda = \frac{P^2a^2b^2}{6EJl}$.

10. Wyznaczyć pracę odkształcenia dla belki jednostronnie utwierdzonej i obciążonej przy końcu ciężarem [P]. Belka ma przekrój kolisty i jest o równej wytrzymałości na zginanie.

Rozwiązanie: $\Lambda = \frac{3}{10}\frac{P^2l^3}{EJ_1}$ gdzie $J_1 = \frac{\pi}{64} d^4$ [d] - średnica przekroju w miejscu utwierdzenia.

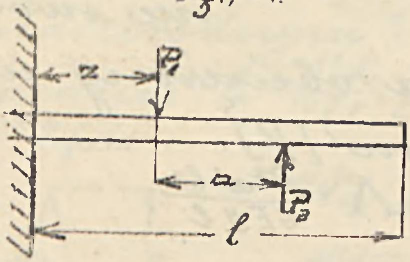
11. Fig. 143



Pręt o niewielkiej długości [l], którego przekrój [F] posiada promień bezwładności [i], narażony jest na działanie siły [P], występującej pod kątem [α] do osi pręta. Wyznaczyć pracę odkształcenia pręta.

Rozwiązanie: $A = \frac{P^2 l}{2EF}\left(\cos^2\alpha + \frac{1}{3}\sin^2\alpha \frac{l^2}{i^2}\right)$

12. Fig. 144.



Na belkę jednostronnie utwierdzoną o stałym przekroju, działają dwie siły przeciwnie skierowane [P_1] i [P_2], występujące w stałej między sobą odległości [a]. Praca odkształcenia przy zginaniu ma osiągnąć swe maximum. Jak wielka musi być odległość [z] siły [P_1] od miejsca utwierdzenia i jak wielka jest maxymalna pracę odkształcenia?

Rozwiązanie: $z = a\frac{P^2}{P_1 - P_2}$; $\max \Lambda = \frac{a^3}{6EJ}\,\frac{P_1 P_2^2}{P_1 - P_2}$.

13. Belka, obustronnie swobodnie podparta, o stałym przekroju [moment bezwładności [J] ze względu na oś obojętną] i długości [l], obciążona jest ciężarem jednostajnie rozłożonym [q] na jednostkę długości. Znaleźć pracę odkształcenia.

Rozwiązanie: $\Lambda = \frac{q^2 l^5}{240EJ}$.

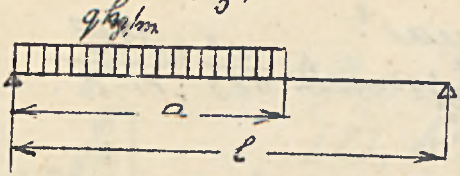
14. Wyznaczyć pracę odkształcenia w zadaniu poprzedniem przy pomocy strzałki ugięcia.

Rozwiązanie: $\Lambda = \frac{3072}{125}\,\frac{EJf^2}{l^3}$

15. Wyznaczyć pracę odkształcenia dla belki obustronnie swobodnie podpartej, obciążonej jednostajnie ciężarem [q] na jednostkę długości, tudzież ciężarem skupionym [P] umieszczonym w dowolnie obranem miejscu. (w odległości [a] względnie [b] od podpór]

Rozwiąz: $\Lambda = \frac{1}{6EJ}\cdot\left[\frac{P^2 a^2 b^2}{l} + \frac{Pqab}{4}(l^2+ab) + \frac{q^2 l^5}{40}\right]$.

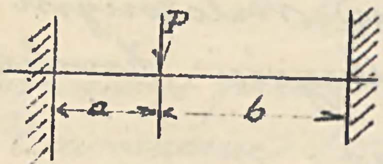
16. Fig. 145



Znaleść pracę odkształcenia dla belki obustronnie swobodnie podpartej, a obciążonej w sposób obok podany.

Rozwiązanie: $\Lambda = \frac{q^2 a^4}{240 E J l}(10 l^2 - 14 a l + 5 a^2)$

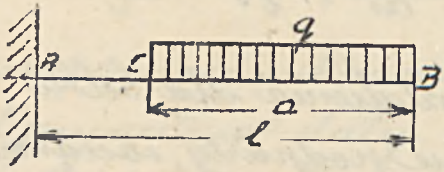
17. Fig. 146



Wyznaczyć pracę odkształcenia dla belki obustronnie utwierdzonej, obciążonej ciężarem skupionym [P].

Rozwiązanie: $\Lambda = \frac{1}{6} \frac{P^2 a^3 b^3}{E J l^3}$.

18. Fig. 147



Belka jednostronnie utwierdzona, o stałym i symetrycznym przekroju [moment bezwładn. J], obciążona jest na długości [a] ciężarem jednostajnie rozłożonym [q] kg/m. Wyznaczyć pracę odkształcenia belki.

Rozwiąz: $\Lambda = \frac{q^2 a^2}{120 E J}(20 l^3 - 30 l^2 a + 15 l a^2 - 2 a^3)$.

19. Jakiej zmianie ulega wynik w zadaniu poprzednim jeśli w C działa jeszcze siła skupiona [P]?

Rozwiązanie: $\Lambda = \frac{q^2a^5}{40EJ} + \frac{l-a}{12EJ}\left\{2(P+aq)^2(l-a)^2 + 3a^2q\left[P(l-a)+aq\left(l-\frac{a}{2}\right)\right]\right\}$

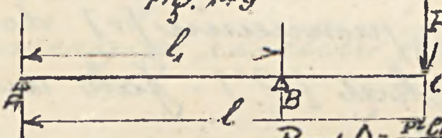
20. Wyznaczyć pracę odkształcenia dla belek w dwu punktach swobodnie podpartych i obciążonych wedle załączonych schematów.

Fig. 148

Rozw. $\Lambda = \frac{Q^2l^3}{4\cdot 15EJ}$

Fig. 149

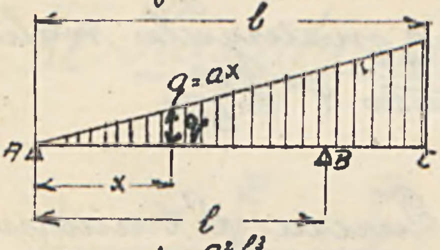
21



Rozw. $\Lambda = \frac{P^2l(l-l_1)^2}{6EJ}$

Fig. 150

22



Rozw. $\Lambda = \frac{a^2l^3}{7560EJ}(99l^4-280l^3l_1+210l^2l_1^2-21l_1^4)$

23. Belka obustronnie wolno podparta, o przekroju prostokątnym [bh] obciążona jest ciężarem skupionym [P], umieszczonym w odległości

[a₁] względnie [a 2] od obu podpór. Jak wielka jest praca odkształcenia z powodu natężeń ścinających.

Rozwiązanie: $A = \frac{3}{5} \frac{P^2 a_1 a_2}{G b h l}$

24. Wał o przekroju kołowym [r], na obu końcach swobodnie podparty, obciążony jest ciężarem jednostajnie rozłożonym [q] kg/m.b. Wyznaczyć pracę odkształcenia wskutek natężeń ścinających.

Rozwiązanie: $A = \frac{4}{81} \frac{q^2 l^3}{G \pi r^2}$.

25. Wał o długości [l] i promieniu [r] doznaje skręcenia o kąt [φ°]. Jak wielka praca odkształcenia nagromadza się wskutek tego w materyale wału?

Rozwiązanie: $A = \frac{\pi^3}{129600} \varphi^2 \frac{G r^4}{l}$.

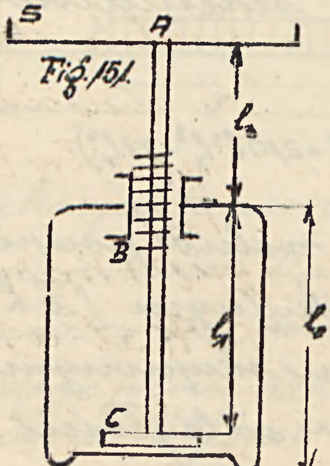


Fig. 151.

26. Tarcza S transmisyjnej prasy śrubowej, wprawiona w szybki obrót, wywiera wielki nacisk na swornem ABC, tak, że metale

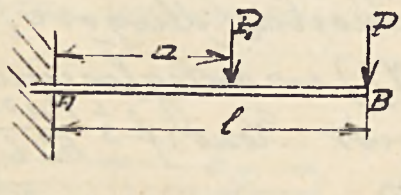
ułożone pod stemplem C doznają zgnie-cenia. Jak wielka jest praca od-kształcenia sworznia i ramy prasy, jeśli [P] jest ciśnieniem, wywartem na sworzeń w A?

Rozwiązanie: $A = P^2 \left\{ \frac{l_1+l_3}{2E_1F_1} + \frac{l_2}{4E_2F_2} + \right.$
$\left. + tg^2(\alpha+\rho)\left[\frac{l_3}{F_1 g_1} + \frac{l_2^3}{12E_2 J_2}\right] \right\} + L$, gdzie [$\alpha$] jest kątem nachylenia gwintu, [ρ] kątem tarcia śruby, [F_1] i [F_2] odpowiedniemi przekrojami sworznia i ramy, [L] energią ruchu prasy. –

XV. Zasada Castigliano'u

Fig. 152

1.



Znaleźć strzałki ugięcia pod siłą [P] i [P_1].

Rozwiązanie: $f_P = \frac{1}{6EJ}\left[2Pl^3 + P_1 a^2(3l-a)\right]$,

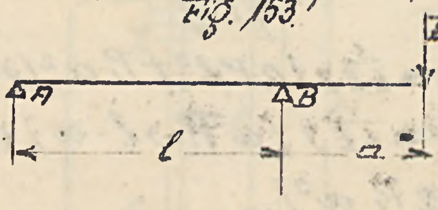
$f_{P_1} = \frac{1}{6EJ}\left[a^2 P(3l-a) + \right.$
$\left. + 2P_1 a^3\right]$.

2 Wyznaczyć strzałkę nagięcia [f] pod siłą [P] dla belki obustronnie swobodnie podpartej o długości [l] i momencie bezwładności [J], jeśli [a] i [b] są odległościami ciężaru od obu podpór.
Rozwiązanie: $f = \frac{1}{3} \frac{P a^2 b^2}{E J l}$

3 Znaleść strzałkę ugięcia [f] w środku belki wolno podpartej o długości [l] i momencie bezwładności [J], obciążonej jednostajnie ciężarem [q] kg/mb, tudzież ciężarem skupionym [P], działającym w środku.
Rozwiązanie: $f = \frac{l^3}{48 EJ} \left[P + \frac{5}{8} q\, l \right]$.

4. Wyznaczyć strzałkę ugięcia [f] pod ciężarem [P] działającym na belkę obustronnie utwierdzoną (długość [l] mom. bezwładn. [J]) w odległościach [a] i [b] od obu podpór. Rozw: $f = \frac{1}{3} \frac{P a^3 b^3}{E J l^3}$

Fig. 153.

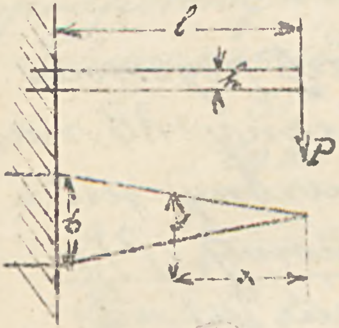
5. 

Belka o stałym przekroju w A i B wolno podparta obciążona jest w C ciężaru [P]. Wyznaczyć strzałkę ugięcia w C

Rozwiązanie: $f = \frac{1}{3}\frac{Pa^2(l+a)}{EJ}$

Fig. 154

6.

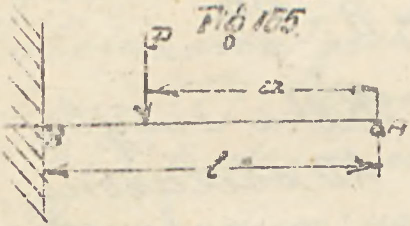


Sprężyna trójkątna obciążona jest przy końcu siłą [P]. Wyznaczyć strzałkę ugięcia pod siłą [P].

Rozwiązanie: $f = \frac{6Pl^3}{b h^3 E}$.

Fig. 155

7.

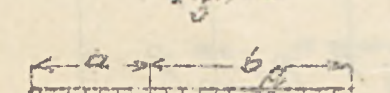


Znaleźć strzałkę ugięcia pod siłą [P] dla podanej obok belki.

Rozwiązanie: $f = \frac{Pa^2(l-a)^3(3l+a)}{12EJl^3}$.

Fig. 156

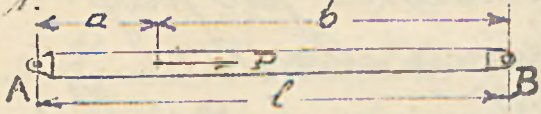
8.



Belka obustronnie swobodnie podparta obciążona jest jednostajnie ciężarem [q] kg/mb. Wyznaczyć strzałkę ugięcia w miejscu C. Rozwiązanie: $f = \frac{qab(l^2+ab)}{24EJ}$.

XVI Z zasady najmniejszości pracy odkształcenia

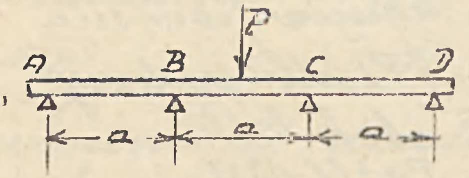
Fig. 157.



1. Pręt pryzmatyczny AB narażony jest na działanie siły osiowej [P], występującej w odległości [a] od podpory A. Znaleść reakcye w A i B.

Rozwiązanie: $A = P\frac{b}{l}$, $B = P\frac{a}{l}$.

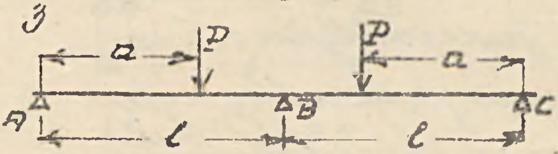
Fig. 158.



2. Belka ciągła AD obciążona jest w środku ciężarem skupionym [P]. Znaleść reakcye na podporach A i B.

Rozwiązanie: $A = -\frac{3}{40}P$, $B = \frac{23}{40}P$.

Fig. 159



3 Belka ciągła AC, spoczywająca na trzech

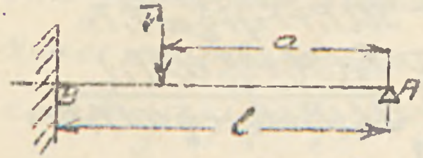
podporach A, B, i C, obciążona jest symetrycznie dwoma ciężarami skupionymi [P]. Wyznaczyć reakcye przy podporach, tudzież moment podporowy w B.

Rozwiązanie: $A = P\left(1 - \dfrac{a(3l^2 - a^2)}{2l^3}\right)$,

$B = P\dfrac{a(3l^2 - a^2)}{l^3}$, $M_B = -P\dfrac{a(l^2 - a^2)}{2l^2}$

Fig. 160

4.



Belka na jednym końcu utwierdzona, na drugim zaś swobodnie podparta, obciążona jest ciężarem skupionym [P]. Wyznaczyć reakcye A i B, tudzież moment podpory w B.

Rozwiązanie: podobnie jak w zad. poprzedn.

Fig. 161.

5.

Sztywny dźwigar AD, zawieszony symetrycznie na czterech równie długich sprężystych cięglach o przekrojach: $[F_1]$, $[F_2]$, $[F_1]$, $[F_1]$, obciążo-ny jest w środku siła $[P]$. Wyznaczyć siły, występujące w cięgłach A i B.

Rozwiązanie: $A = \frac{F_1}{F_1+F_2}\,\frac{P}{2}$, $B = \frac{F_2}{F_1+F_2}\,\frac{P}{2}$.

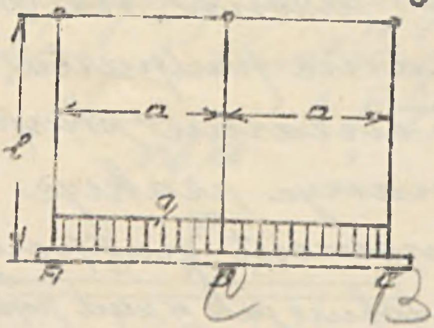
6. Wyznaczyć ciągnienia w cięgłach A i B w zad. poprzednim w wypadku, jeśli dźwigar jest sprężysty.

Rozwiązanie: $A = \frac{P}{2}\,\frac{F_1\left(Jl - \frac{1}{8}a^3F_2\right)}{Jl(F_1+F_2) + \frac{5}{6}a^3F_1F_2}$,

Fig. 102

$B = \frac{P}{2}\,\frac{F_2\left(Jl + \frac{23}{24}a^3F_1\right)}{Jl(F_1+F_2) + \frac{5}{6}a^3F_1F_2}$.

7



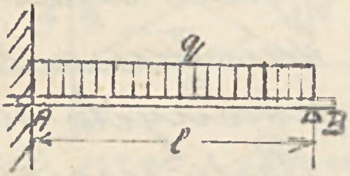
Belka AB, zawieszona na trzech symetrycznie rozmieszczonych i równie długich cięgłach, obciążona jest ciężarem jednostajnie rozłożonym $[q]$ kg/mb. Wyznaczyć ciągnienia w cięgłach A, B, C, jeśli ich przekroje $[F]$ są między sobą równe.

Rozwiązanie: $A=B=qa\frac{48Jl+3a^3F}{72Jl+8a^3F}$

$C=2qa\frac{24Jl+5a^3F}{72Jl+8a^3F}$

Fig. 103

8.

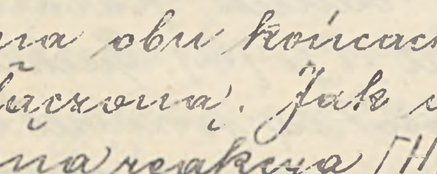


Belka jednostajnie obciążona na całej swej długości, jest utwierdzona na jednym końcu, na drugim zaś swobodnie podparta. Znaleźć reakcye podpór w A i B, tudzież moment utwierdzenia w A.

Rozwiązanie: $A=\frac{5}{8}ql$, $B=\frac{3}{8}ql$, $M_A=-\frac{1}{8}ql^2$.

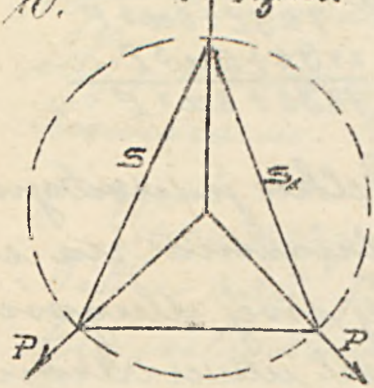
Fig. 104

9.



Belka, jednostajnie obciążona ciężarem $[q]$ kg/mb, jest na obu końcach przegubnie połączona. Jak wielka jest pozioma reakcya $[H]$, występująca na przegubach w skutek danego obciążenia. Rozwiązanie: $H=\frac{1}{12}\frac{ql^2}{\frac{J}{4F}+h}$.

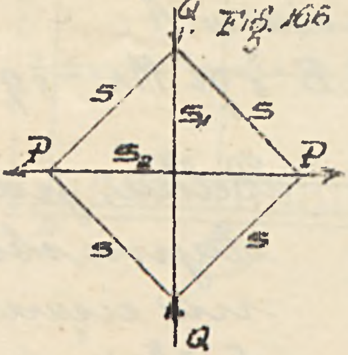
10. Fig. 165.



Podana kratownica płaska pozostaje w równowadze pod wpływem działania trzech równych sił [P]. Pręty mają równe przekroje i są z tego samego materyału. Wyznaczyć natężenia [S] i [S₁].

Rozwiązanie: $S = S_1 = \frac{P}{1+\sqrt{3}}$

11. Fig. 166



Kratownica płaska kwadratowa złożona z sześciu prętów narażona jest na działanie czterech parami sobie równych sił [P] i [Q]. Przekrój i moduł sprężystości są wszędzie te same. Wyznaczyć natężenia [S], [S₁], [S₂].

Rozwiązanie: $S = \frac{P-Q}{2+2\sqrt{2}}$ $S_1 = -\frac{P+Q(1+\sqrt{2})}{2+\sqrt{2}}$

$$S_2 = \frac{P(1+\sqrt{2})+Q}{2+\sqrt{2}}$$

12. Wyznaczyć natężenia w prętach obok podanej kratownicy, posiadającej jeden pręt nadliczbowy i obciążonej niesymetrycznie. Przekrój prętów jest różny, materyał ten sam.

Fig. 107

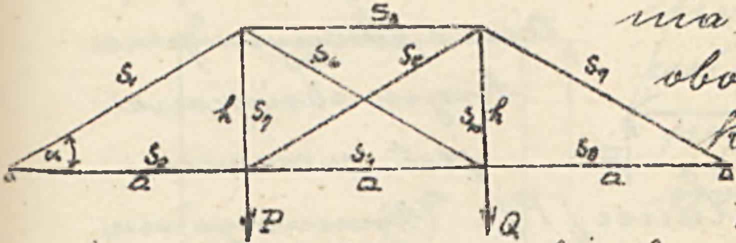


Fig. 108

13 Dwa pręty [l] i [l_1] utwierdzone poziomo w A i B, obciążone są przy końcu ciężarami [P] i [Q]. Obciążone końce połączone są ze sobą przegibnie przy pomocy pręta $l_2 = CD$. Znaleźć reakcye podpór w A i B, momenty podporowe M_A i M_B tudzież natężenia w prętach S, S_1, S_2.

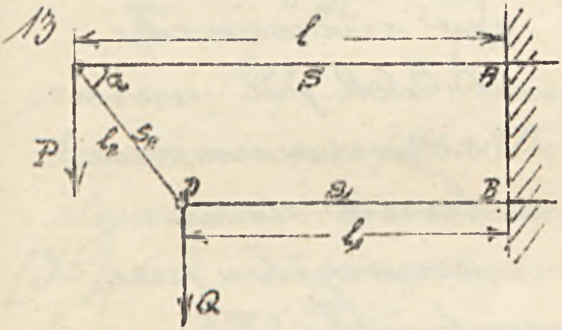
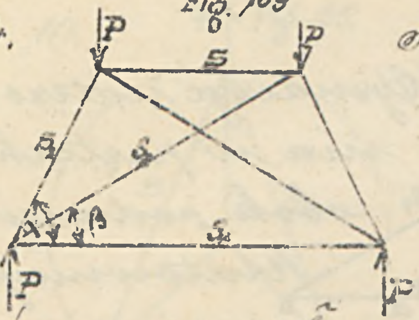
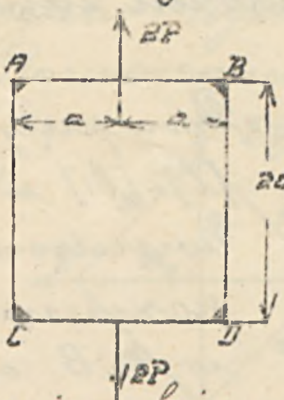


Fig. 169



14. Kratownica trapezowa, złożona z sześciu prętów o równym przekroju obciążona jest czterema równemi siłami [P]. Wyznaczyć naprężenia w prętach.

Fig. 170



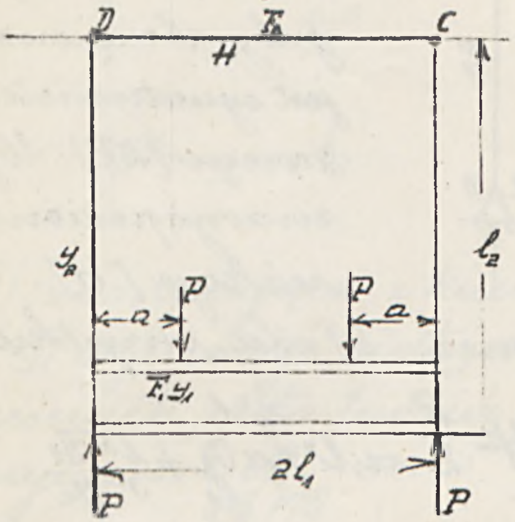
15. Prostokątna rama sztywna w narożach A,B,C,D, jest narażona na działanie dwóch równych i przeciwnie skierowanych sił [2P].

Bok $AB = 2a$ posiada moment bezwładności [J] i moduł sprężystości [E], bok $AC = 2a_1$ odpowiednio [J_1] i [E_1]

Wyznaczyć moment zginający [M_0] występujący w sztywnych narożach.

Rozwiązanie: $M_0 = \frac{P}{2} \cdot \frac{a^2}{a + a_1 \frac{EJ}{E_1 J_1}}$

16. Fig. 171.



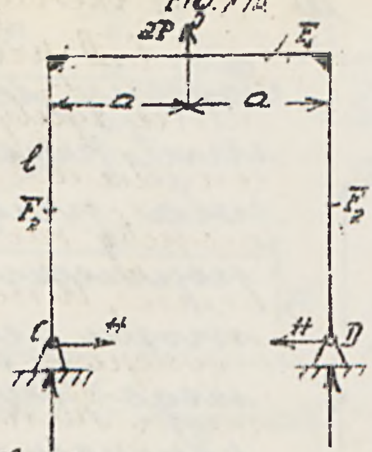
Podany schemat przedstawia przekrój poprzeczny mostu żelaznego. Dźwigar poprzeczny AB, obciążony symetrycznie dwoma ciężarami [P], ma przekrój [F_1] moment bezwładności [J_1]. AD i BC są pionowymi stojakami o momencie bezwładności [J_2], CD jest poziomym zastrzałem o przekroju [F_3]. Wyznaczyć ciśnienie [H] w pręcie CD, jeśli C i D są przegubami. Spółczynnik sprężyst. [E] jest dla wszystkich prętów stały.

Rozwiązanie

$$H = \frac{P}{2} \frac{a l_2 (2l_1 - a)}{l_1 l_2^2 + J_1 \left[\frac{l_1}{F_1} + \frac{l_1}{F_3} + \frac{l_2^3}{3 J_2}\right]}.$$

17.

Fig. 172



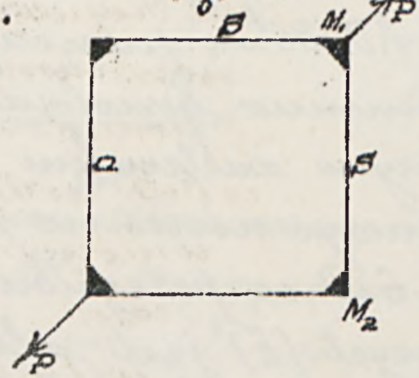
Sztywna rama ABCD, umocowana w C i D nieruchome przeguby, obciążona jest symetrycznie ciężarem [2P]. Wyznaczyć poziomą reakcyę [H].

Spółczynnik spręż. [E] dla wszystkich prętów stały.

Rozwiązanie: $H = \frac{P}{2}\,\frac{a^2 l}{a l^2 + a\frac{J_2}{F_1} + \frac{l^3}{3}\frac{J_1}{J_2}}$

18.

Fig. 173



Rama kwadratowa zesztywniona w rogach narażona jest na działanie dwu równych sił [P], występujących w kierunku przekątni. Wyznaczyć natężenia [S] w prętach ramy, tudzież momenty utwierdzenia [M_1] i [M_2] w rogach.

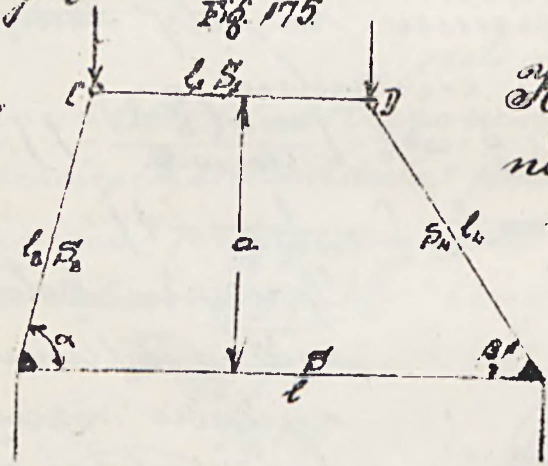
Rozwiązanie: $S = \frac{1}{2\sqrt{2}}P$, $M_1 = M_2 = \frac{1}{4\sqrt{2}}Pa$.

19. Fig. 174.

Pręt o przekroju [F], w C i D prostokątnie zgięty, posiada w A i B przeguby nieruchome. W narożu C występuje siła [P] zamykająca z kierunkiem AB kąt [α]; wyznaczyć natężenia w trzech częściach pręta tudzież momenty zginające w C i D.

Fig. 175.

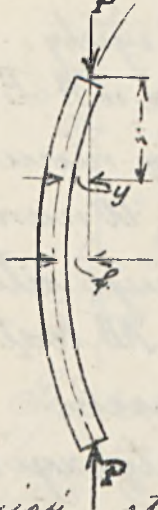
20.



Kozieł trapezowy nierównoramienny posiada w A i B zesztywnione naroża, zaś w C i D przeguby na które działają nierówne siły [P_1] i [P_2]. Wyznaczyć natężenia [S], [S_1], [S_2], [S_3], [S_4], tudzież momenty utwierdzenia w A i B, a założeniu, że wszystkie pręty mają ten sam przekrój.

XVII. Pręty zakrzywione.

Fig. 176.

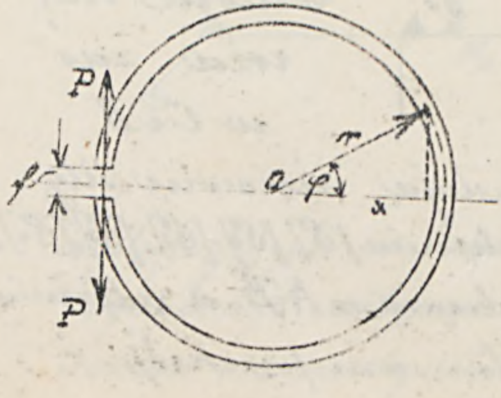


1. Pręt którego oś zakrzywiona jest wedle łuku kołowego o dużym promieniu [ρ_0] poddany jest na obu końcach działaniu dwu równych sił [P], znaleść równanie linii ugięcia, tudzież strzałkę ugięcia w środku pręta, w założeniu, że siły działają osiowo i centralnie.

Rozwiązanie: $y = \frac{1}{\omega^2 \rho_0}\left[\frac{\cos\omega\left(\frac{l}{2}-x\right)}{\cos\omega\frac{l}{2}} - 1\right]$

gdzie $\omega^2 = \frac{P}{EJ}$; $f_{x=\frac{l}{2}} = \frac{1}{\omega^2 \rho_0}\left[\frac{1}{\cos\omega\frac{l}{2}} - 1\right]$

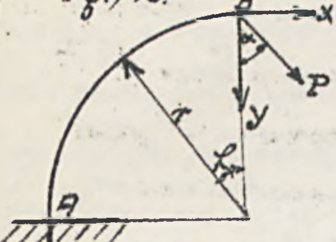
2. Fig. 177



Sprężyna kołowa, w jednem miejscu rozcięta, poddana jest działaniu dwu równych sił [P], przyczem oba końce sprężyny zostają przesunięte względem siebie o [f]. Wyznaczyć wielkość siły [P], uwzględniając siły osiowe w sprężynie.

Rozwiązanie: $P = \frac{E}{\pi r\left(\frac{3r^2}{J} - \frac{1}{F}\right)} f$;
[J] mom. bezwładn. przekroju [F] ze względu na oś zgięcia.

3. Fig. 178.

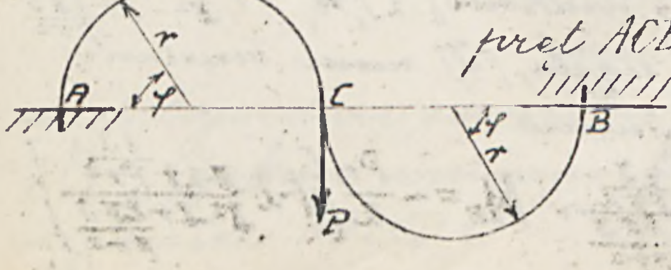


Cienki sprężysty pręt, mający kształt kwadrantu koła, naciskany jest w B przez dowolnie skierowaną siłę [P]. Znaleźć składową pionową i poziomą przesunięcia punktu B.

Rozwiąz. $X = \frac{Pr^3}{EJ}\left[\left(\frac{3\pi}{4} - 2\right)\sin\alpha + \frac{1}{2}\cos\alpha\right]$

$$Y = \frac{Pr^3}{2EJ}\left[\sin\alpha + \frac{\pi}{2}\cos\alpha\right].$$

4. Fig. 179.



Cienki sprężysty pręt ACB złożony z dwu połówek koła.

promieniu [r], utwierdzony jest poziomo w obu końcach A. B. Wyznaczyć przesunięcie punktu C w kierunku siły [P].

Rozwiązanie: $f = \frac{\pi}{4}\frac{Pr^3}{EJ}$.

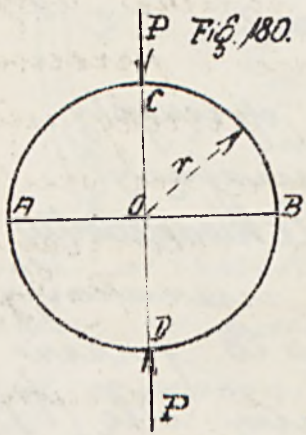
5. 

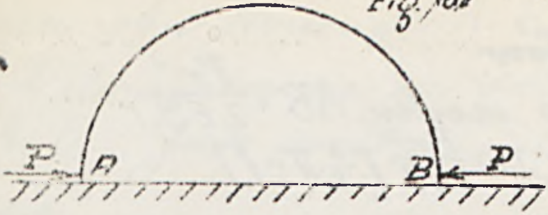
Fig. 180.

Cienki sprężysty pierścień, wzmocniony cięgłem AB naprężony jest na ściskanie przez dwie równe i przeciwnie skierowane siły [P]. Wyznaczyć momenty zgięcia w B i C tudzież ciągnienie [S] w pręcie AB.

Rozwiązanie: Przeprowadzić przekrój wzdłuż CD i założyć, że na każdą połówkę działają tylko siły o wielkości $[\frac{P}{2}]$, $S = 2P\frac{4-\pi}{\pi^2-8+\frac{8\pi J}{Fr^2}}$ [F] przekrój cięgła, [J] mom. bezwładn. przekroju pierścienia

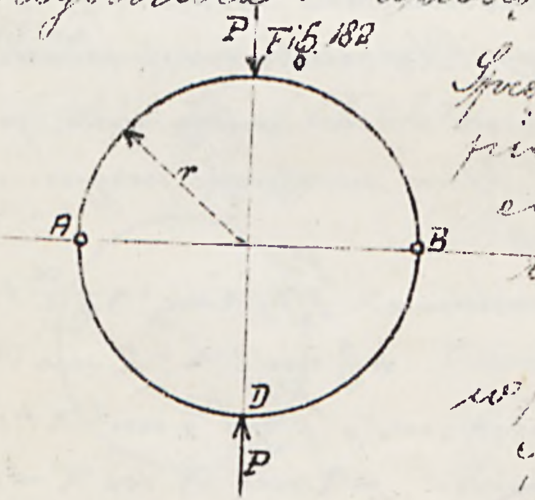
$$M_c = 2Pr\frac{\pi-3+\frac{4J}{Fr^2}}{\pi^2-8+\frac{8\pi J}{Fr^2}}, \quad M_B = -\frac{Pr}{2}\left[1-2\frac{\pi-2+\frac{8J}{Fr^2}}{\pi^2-8+\frac{8\pi J}{Fr^2}}\right]$$

Fig. 181



6 Ciężki [G] cienki półcylinder spoczywa na poziomej podstawie. Przyłożyć w A i B dwie równe i przeciwnie skierowane siły [P], któreby nie dozwoliły na zwiększenie się średnicy AB z powodu ciężaru własnego półcylindra. Rozwiązanie: $P=\frac{G}{2\pi}$.

Fig. 182



7. Sprężysty cienki pierścień przecięto dyametralnie i zaopatrzono w przeguby A i B. Na obu końcach średnicy CD(⊥AB) działają dwie równe siły ściskające [P]. Jakim zmianom ulegają średnice AB i CD?

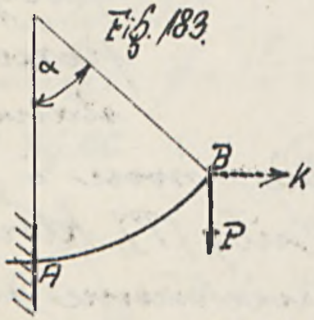
Rozwiązanie: Zwrócić uwagę na jeden

z kwadrantów

Wydłużenie średn. $AB = \frac{Pr^3}{2EJ}$;

skrócenie średn. $CD = \frac{Pr^3}{EJ}\left[\frac{3}{8}\pi - 1\right]$.

Fig. 183.



8. Cienki sprężysty pręt AB, mający kształt łuku kołowego, obciążony jest w B siłą [P].

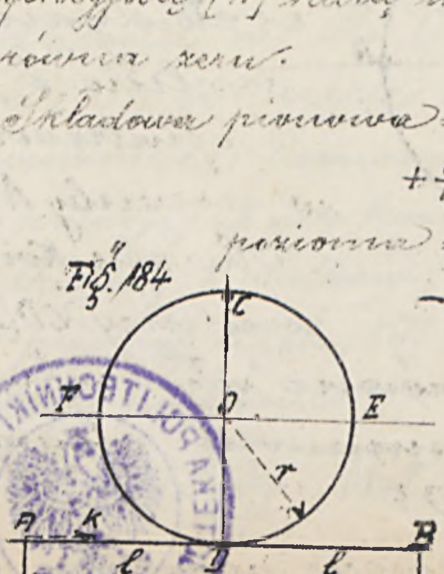
Wyznaczyć składową pionową i poziomą przesunięcia końca pręta B.

Rozwiązanie: Dla znalezienia składowej poziomej przesunięcia należy założyć siłę fikcyjną [K] którą następnie przyjmujemy równą zeru.

Składowa pionowa $= \frac{Pr^3}{EJ}\left[\alpha \sin^2\alpha + \frac{\alpha}{2} + \frac{3}{4}\sin 2\alpha - 2\sin\alpha\right]$

pozioma $= \frac{Pr^3}{EJ}\left[\frac{3}{2}\sin^2\alpha + \cos\alpha - \alpha\sin\alpha\cos\alpha - 1\right]$.

Fig. 184



9. Cienki drut ADECFDB, zawieszony w C, obciążony jest

na obu końcach A i B ciężarem [P]. O ile zmienia się odległość punktów A i B. Jak wielkie jest ich obniżenie się?

Rozwiązanie: Z powodu symetryi pozostaje drut w C. w poziomie; wobec tego można uważać część ADEC jako utwierdzoną w C. W A przyjąć siłę pomocniczą poziomą [K] podobnie jak w zad. 8.

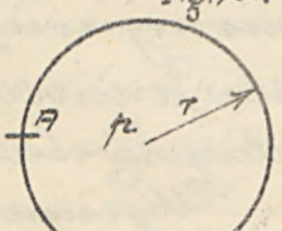
Składowa pionowa przesunięcia końca

$$(A) = \frac{P}{EJ}\left[\frac{l^3}{3} + l^2 \pi r + 4 l r^2 + \frac{\pi}{2} r^3\right]$$

Składowa pozioma przesunięcia końca

$$(A) = \frac{Pr^2}{EJ}\left[l\pi + 2r\right].$$

Fig. 185.

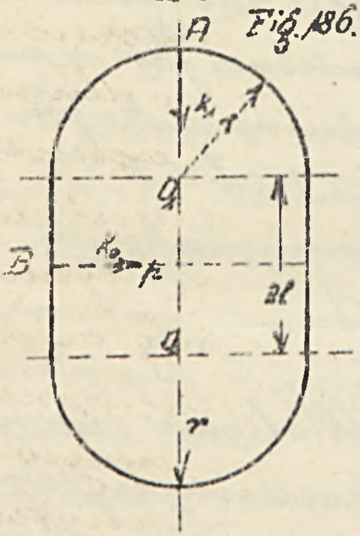


10. Walcowe naczynie rozcinamy wzdłuż tworzącej w A. O ile otwiera się fuga w A, jeśli wewnątrz panuje stałe ciśnienie [p] Kg/m², a długość [l] walca jest tak wielka w porównaniu do średnicy [2r], że można wpływ ten pominąć.

8 Rozwiązanie: W A przyjąć dwie równe i przeciwnie skierowane siły styczne [K], które następnie zakładamy równe zeru.

$$f = \frac{3 p \pi r^4 l^2}{EJ}$$

Fig. 186.



11. Naczynie o cienkich ściankach ma przekrój uwidoczniony obok. Parcie wewnątrz równe, nie wynosi [p] kg na jednostkę długości obwodu. Wyznaczyć miejsce i wielkość największych momentów tudzież przesunięcie punktów A i B.

Rozwiązanie: W A i B założyć siły fikcyjne, które następnie przyrównujemy do zera. Zwrócić uwagę na jeden z kwadrantów (n. p. AB).

$$M_B = \frac{pl}{2}\,\frac{l\pi r + 4r^2 + \frac{2}{3}l^2}{2l + \pi r};\quad M_A = -M_B + l p r + \frac{pl^2}{2};$$

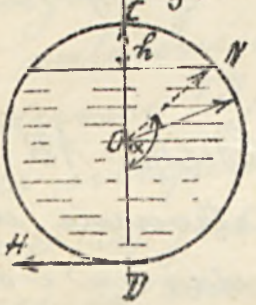
Przesunięcie punktu (B) $= -\dfrac{pl}{24EJ(2l+\pi r)}\cdot$

$$\cdot\left[\pi r(5l^3 + 12lr^2 + 6\pi r^3) + 2(l^4 - 24r^4 + 20 l^2 r^2)\right]$$

Przesunięcie punktu (A) $= \dfrac{p l r^2}{6EJ(2l+\pi r)}\cdot$

$$\cdot\left[\pi(2l^2 - 3r^2) + 2(6r^2 + 3lr - 2l^2)\right].$$

Fig. 187



12. Cylindryczne naczynie o długości [l] jest częściowo wypełnione ciężką cieczą. Wyznaczyć siły osiowe, tudzież momenty zgięcia w miejscach C i D, pomijając wpływ, jaki wywierają dna zamykające naczynie.

Rozwiązanie: Przeprowadzić przekrój wzdłuż CD i zwrócić uwagę na połówkę cylindra CND.

$$M_D + Hr = \frac{\gamma l r^3}{2\pi}\left[\alpha + 2\sin\alpha - 2\alpha\cos\alpha - \sin\alpha\cos\alpha\right]$$

$$M_D + \frac{3}{2} H r = \frac{\gamma l r^3}{2\pi}\left[\frac{\alpha}{4} + 2\sin\alpha - 2\alpha\cos\alpha - \frac{1}{4}\sin\alpha\cos\alpha + \pi - \pi\cos\alpha - \frac{\pi-\alpha}{2}\sin^2\alpha\right]$$

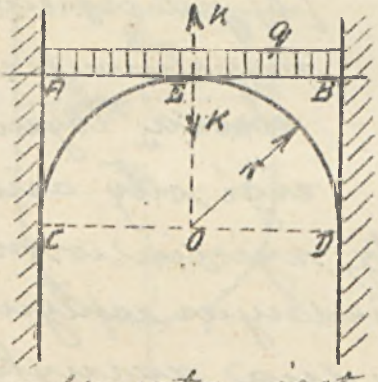
skąd wyznaczymy $[M_D]$ i $[H]$.

$$H + H_1 = \frac{\gamma l r^2}{2}(1-\cos\alpha)^2$$

$$M_c + M_D + Hr - H_1 r = 0.$$

Z równań tych wyznaczamy wartość $[M_c]$ tudzież wielkość siły osiowej $[H_1]$.

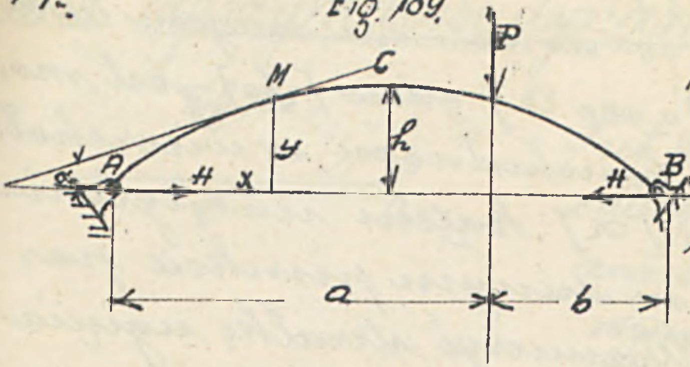
Fig. 188.



13. Belka AB obustronnie utwierdzona i obciążona ciężarem jednostajnie rozłożonym $[q]$ podpartą jest w środku E przez łuk półkolisty, utwierdzony w C i D. Wyznaczyć reakcyę podpór A, E, B, i momenty utwierdzenia w C i D.

Rozwiązanie: Nałożyć w E dwie siły pomocnicze $[K]$ równe i skierowane przeciwnie, a następnie traktować oddzielnie część AEB i CED.

14. Fig. 189.

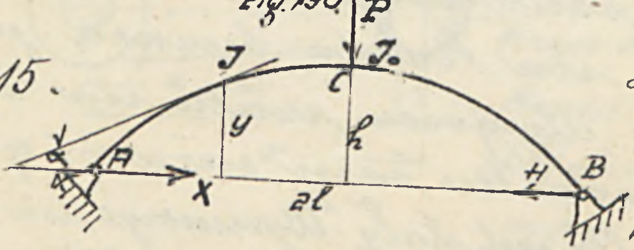


Wyznaczyć parcie poziome [H] łuku parabolicznego o rozpiętości $2l = a+b$ i niesymetrycznem obciążeniu [P], przy założeniu, że moment bezwładności [J] przekroju w dowolnem miejscu M wynosi [$J_0 \sec\alpha$], gdzie [J_0] jest momentem bezwładności w wierzchołku C, zaś [α] kątem nachylenia stycznej w M.

Rozwiązanie: $H = \frac{5}{64} \frac{Pab(a^2+3ab+b^2)}{h\, l^3}$

Fig. 190.

15.

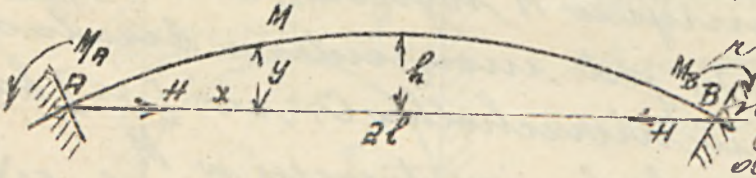


Łuk paraboliczny dwuprzegubowy o strzałce [h] i rozpiętości [2l] jest obciążony symetrycznie ciężarem [P]. Moment bezwładności przekroju w dowolnem miejscu łuku wynosi [$J_0 \sec \alpha$], gdzie [J_0] jest momentem bezwładności w wierzchołku C, zaś [α] kątem nachylenia stycznej w danym punkcie paraboli. Wyznaczyć strzałkę ugięcia [f] dla $x = l$.

Rozwiązanie: $f = \frac{1}{256} \frac{P l^3}{E J_0}$.

Fig. 191

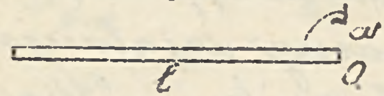
16\.



Łuk paraboliczny utwierdzony w końcach A i B jest obciążony w ten sposób, że na każdą bieżącą jednostkę długości rzutu na oś AB przypada ten sam ciężar [q]. Przekrój belki jest stały. Wyznaczyć momenty podporowe tudzież składową poziomą reakcyi w miejscach utwierdzenia. Rozw: $H = \frac{q l^2}{2 h}$; $M_A = M_B = 0$.

XVIII. Wytrzymałość dynamiczna.

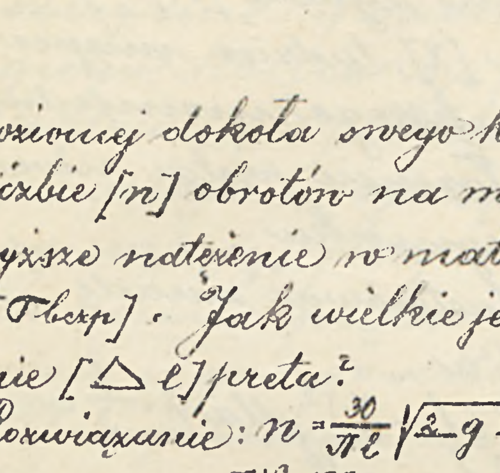
Fig. 192



1 Pręt pryzmatyczny o długości [l] i ciężarze jednostkowym [γ] obraca się w płaszczyźnie poziomej dokoła swego końca O. Przy jakiej liczbie [n] obrotów na minutę osiąga najwyższe natężenie w materyale wartość [σ bezp]. Jak wielkie jest wtedy wydłużenie [Δl] pręta?

Rozwiązanie: $n = \frac{30}{\pi l}\sqrt{2g\,\sigma_{bezp.}}$; $\Delta l = \frac{2 l \sigma_{bezp.}}{3E.}$

Fig. 193

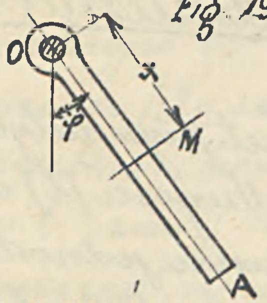


2 Pręt o zmiennym przekroju obciążony przy końcu kulą o ciężarze [G] obraca się dokoła swego końca O z prędkością kątową [ω]. Znaleźć przekrój [F] jako funkcyę promienia obrotu [x] z warunku, aby natężenie [σ] w przekroju pręta było stałe.

Rozwiązanie: $F = F_0 e^{a(l^2-x^2)}$ gdzie $a = \frac{\gamma \omega^2}{2\sigma g}$

[γ] - ciężar jednostkowy $F_0 = \frac{G}{g}\frac{r\omega^2}{\sigma}$.

3 Fig. 194



Pręt OA = l o ciężarze [G], zawieszony obrotowo w O, pozostawiony działaniu siły ciężkości. Wyznaczyć moment zgięcia [M] w dowolnem miejscu [X], tudzież miejsce i wartość największego momentu, w chwilowem położeniu pręta, uwidocznionem na rysunku.

Rozwiązanie: Zastosować zasadę d'Alembert'a.

$M = -\frac{G \sin \varphi}{4l^2} X(l-X)^2$; dla $X = \frac{l}{3}$ ....

$\max M = \frac{1}{27} G l \sin \varphi$.

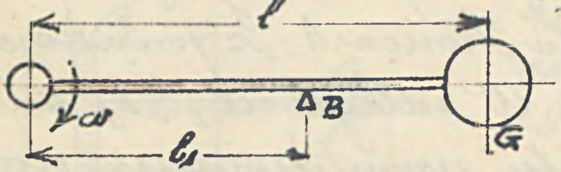
4. Wyznaczyć siłę poprzeczną w dowolnym miejscu pręta [zad. 3] tudzież miejsce, w którem osiąga największą wartość.

Rozwiązanie: $\max Q = \frac{G \sin \varphi}{12}$ dla $X = \frac{2}{3} l$.

5. Obliczyć ciągnienie podłużne w dowolnym przekroju pręta w zad 3. jeżeli [α] jest kątem amplitudy

Rozwiąz: $P = \frac{G}{2l^2}(l-X)[2l \cos\varphi + 3(l+X)(\cos\varphi - \cos\alpha)]$.

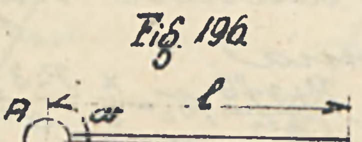
6. Fig. 195.



Pręt o długości [l], obciążony przy końcu ciężarem [G], obraca się w płaszczyźnie poziomej dokoła drugiego końca A z prędkością kątową [ω]. W którem miejscu powstaje największy moment zginający przy nagłem zatrzymaniu pręta w B i jaka jest jego wartość?
(Dla uproszczenia należy przyjąć w przybliżeniu, że masa pręta = 0 i że łożysko w A wraz z podporą B nie doznają odkształceń.)

Rozwiązanie: Największy moment zgięcia występuje w B: $M = \omega\sqrt{\frac{3EJGl}{g}}$

Fig. 196.

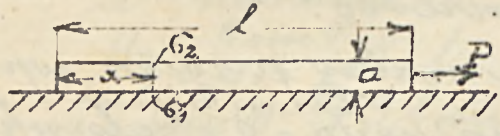
7 

Pręt pryzmatyczny o długości [l] i ciężarze własnym

[G], obraca się w płaszczyźnie poziomej dokoła końca A z prędkością kątową [ω]. W odległości [$\frac{2}{3}l$] od punktu obrotu przystawiamy nagle zaporę B; w którem miejscu powstaje największy moment zginający i jaka jest jego wartość?

Rozwiązanie: Największy moment zgięcia występuje w B: $M = 8,4542\ \omega\sqrt{GEJl}$.

8\. Fig. 197.



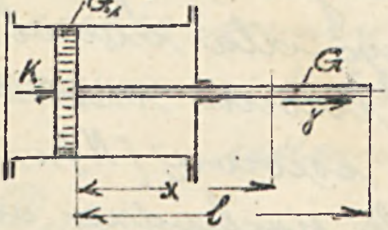
Pręt o przekroju kwadratowym [a^2] i ciężarze własnym [G] przesuwa się po szorstkiej poziomej płaszczyźnie wskutek działania ciągnienia [P]. Wyznaczyć natężenia w przekroju [X], tudzież miejsce i wartość największego natężenia.

Rozwiązanie: $\sigma_1 = \frac{x}{l} \cdot \frac{P+3fG}{a^2}$, $\sigma_2 = \frac{x}{l}\,\frac{P-3fG}{a^2}$,

dla $x = l$ jest $\max \sigma_1 = \frac{P+3fG}{a^2}$

9. Tłok o ciężarze [G_1] wraz z trzonem o ciężarze [G] i długości [l], pędzone naprzód przez

Fig. 198.



siłę [K], osiągają przyspieszenie [γ]. a) Jak wielką jest w danej chwili siła osiowa [N] w którem, kolwiek miejscu [X] trzona tłokowego? b) który przekrój trzona jest najbardziej narażony?

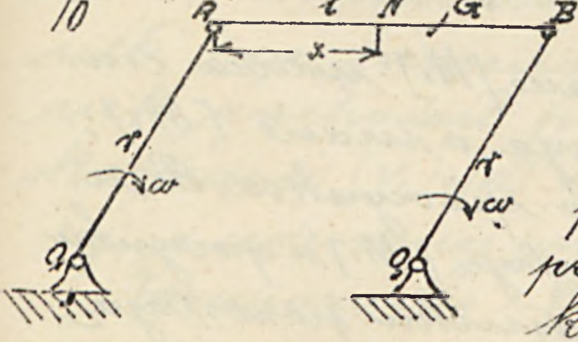
Rozwiązanie: a) $N = -K + \left(G_1 + \frac{G}{l} x\right) \frac{\gamma}{g}$;

b) jeśli [γ] małe, wtedy w miejscu $x = 0$

jeśli [γ] bardzo duże w miejscu $x = l$.

Fig. 199

10 Trzon $AB = l$ o ciężarze własnym [G], poruszany jest przez dwie równe korby [r],



Prędkość kątowa [ω] obu korb jest ta sama; długość trzonu $\overline{AB} = \overline{O_1O_2}$. Wyznaczyć dla dowolnego miejsca N trzonu moment zgięcia [M], siłę osiową [N] i siłę poprzeczną [Q], o ile pochodzą od sił bezwładności. Gdzie są te trzy wielkości największe, a gdzie najmniejsze?

Rozwiązanie: $M = -\frac{G\cdot r\,\omega^2}{2gl}\sin\varphi\cdot x(l-x)$; najw. dla $x = \frac{l}{2}$; równy zeru dla $x = 0, l$

$N = \frac{G\cdot r\,\omega^2}{2g}\cos\varphi\left(1-\frac{2x}{l}\right)$
$Q = \frac{G\cdot r\,\omega^2}{2g}\sin\varphi\left(1-\frac{2x}{l}\right)$
najw. dla $x = 0, l$; równe zeru dla $x = \frac{l}{2}$

XIX. Uderzenie

1. Kula o masie [M_1] uderza centralnie o drugą o masie [M_2], pozostającą w spoczynku. Po uderzeniu pozostaje [M_1] w spoczynku. W jakim stosunku pozostają

do siebie masy $[M_1]$ i $[M_2]$?
Rozwiązanie: $M_1 : M_2 = K$, $[K]$ - spółcz. uderzenia.

2 Dwie sprężyste kule toczą się z równą chyżością przeciw sobie; po uderzeniu się pozostaje jedna z kul w spoczynku. W jakim stosunku pozostają do siebie ich masy?

Rozwiązanie: $M_1 : M_2 = 3$.

3 Środki dwu równych kul poruszają się po tej samej prostej. Prędkość kuli uderzającej zatrzymuje po uderzeniu swą wielkość, a zmienia tylko kierunek na przeciwny. Jaki stosunek zachodzić pomiędzy prędkościami $[V_1]$ i $[V_2]$ kuli uderzającej i uderzonej przed uderzeniem?

Rozwiązanie: $\frac{V_1}{V_2} = - \frac{1+K}{3-K}$

4 Kula będąca w ruchu, uderza centralnie o drugą o podwójnej masie, pozostającą w spoczynku. Energia ruchu obu kul maleje po uderzeniu do połowy. Jak wielki jest spółczynnik uderzenia? Jaką prędkość [V] ma kula uderzająca po uderzeniu?

Rozwiązanie: $K = \frac{1}{2}$; $V_1 = 0$.

5 Środki trzech kul sprężystych o masach [M_1], [M_2] i [M_3]. leżą na jednej prostej. Pierwsza kula (uderzająca) porusza się z prędkością [V_1], dwie inne pozostają w spoczynku. Po uderzeniu porusza się druga kula z prędkością [V_1], przyczem $M_1 = 5M_2$. Jak wielka jest masa [M_3] trzeciej kuli?

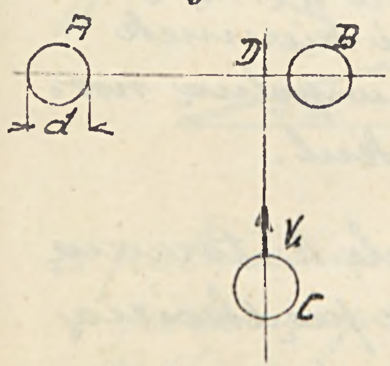
Rozwiązanie: $M_3 = 4M_2$.

6. Pomiędzy dwoma równoległemi ścianami ustawionemi

w odległości [a] od siebie, uderza równomiernie tam i z powrotem piłka o średnicy [d]. Zauważamy, że po upływie czasu [t] wykonała piłka [n] uderzeń. Jak wielka była prędkość początkowa piłki?

Rozwiązanie: $V_1 = \frac{a-d}{t} \cdot \frac{1-k^{n-1}}{k^{n-1}(1-k)}$

7 Fig. 200.



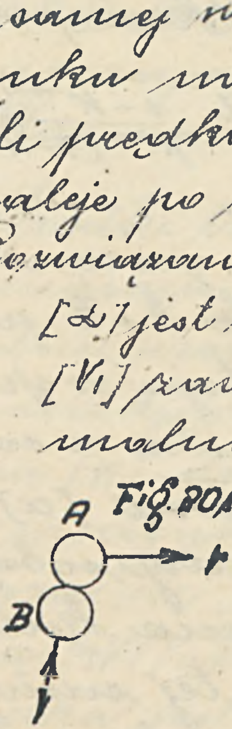
Dwie równe kule A i B, pozostają w spoczynku w odległości [a] między sobą. Trzecia kula C o tej samej wielkości, tocząca się w kierunku prostopadłym do AB, uderza o kulę B w ten sposób, że po odbiciu się trafia kulę A centralnie. Wyznaczyć położenie punktu

D na prostej AB.
Rozwiązanie: $BD = \frac{d}{a(1+K)}\left[\sqrt{d^2-a^2(1-K^2)}+d\right]$

8. O kulę pozostającą w spoczynku, uderza, mimośrodkowo druga tej samej wielkości. W jakim kierunku musi nastąpić uderzenie, jeśli prędkość [V_1] kuli uderzającej zmaleje po uderzeniu do [$\frac{1}{n}V_1$]?

Rozwiązanie: $\cos\alpha = \frac{2}{n}\sqrt{\frac{n^2-1}{(3-K)(1+K)}}$ gdzie [α] jest kątem, jaki kierunek [V_1] zamyka ze wspólną normalną do obu kul.

9 Fig. 201



O kulę A, toczącą się z prędkością [V], uderza centralnie drugą B o tej samej masie i prędkości. Jaki kąt [α] zamykają między sobą obie prędkości, jeśli kula A zbacza po uderzeniu o kąt 90°.

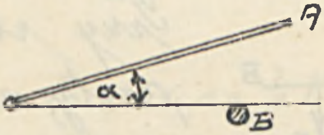
Rozwiązanie: $\cos^2\alpha - \cos\alpha = \frac{2}{1+K}$.

10. W prostej rynience znajduje się za sobą [r] kul sprężystych równej wielkości, z których każda ma [n] razy większą masę od następnej. Pierwsza kula uderza z prędkością [V_1] w dany szereg kul; jaką prędkość [V_r] nabędzie ostatnia kula?

Rozwiązanie: $V_r = \left(\frac{2n}{n+1}\right)^{r-1} V_1$.

11.

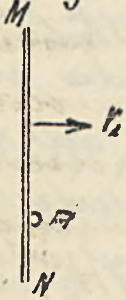
Fig. 202



Pręt OA osadzony obrotowo w O, uderza, spadając z położenia równowagi [$\sphericalangle \alpha$], o poziomy nieruchomy pręt B. Odbiwszy się od pręta B, podnosi się znowu o kąt [β]. Wyznaczyć spółczynnik uderzenia

Rozwiązanie: $K = \sqrt{\frac{\sin\beta}{\sin\alpha}}$.

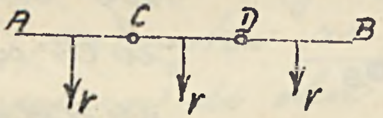
2 Fig.203



Pręt MN, poruszający się z prędkością [V_1], uderza o stałą zaporę A. Wyznaczyć prędkość [V_A] miejsca A pręta po uderzeniu, jeśli znany jest spółczynnik uderzenia [K].

Rozwiązanie: $V_A = -V_1 K$.

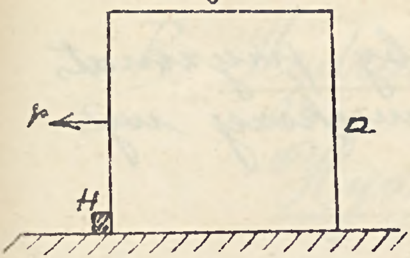
13 Fig.204



Trzy równe pręty o długości [a], połączone między sobą przegibnie, poruszają się z prędkością [V], pozostając w jednej prostej AB. Nagle zatrzymujemy środek pręta CD. Po jakim czasie [t] spotkają się A i B, jeśli ruch odbywa się po gładkiej poziomej płaszczyźnie?

Rozwiązanie: $t = \frac{4a\pi}{3V}$

14. Fig. 205.

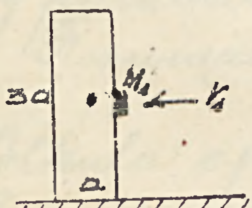


Kostka [a] ślizga się z prędkością [V] po poziomej płaszczyźnie i uderza nagle o zaporę H.

Jaka jest prędkość [c_s] środka ciężkości kostki po uderzeniu? Jaka prędkość [V] wystarcza do wywrócenia kostki w danej chwili?

Rozwiązanie: $c_s = \frac{3}{8} V\sqrt{2}$; $V^2 \geqq \frac{8}{3}(\sqrt{2}-1)ga$

15. Fig. 206



O dany pryzmat stojący na szorstkiej podstawie, uderza w połowie wysokości masa [M_1], i przylega następnie trwale do danej ściany. Jaka wielka musi być prędkość

[V_1] danej masy, aby przymał, masie trzy razy większej wy-wrócił się?

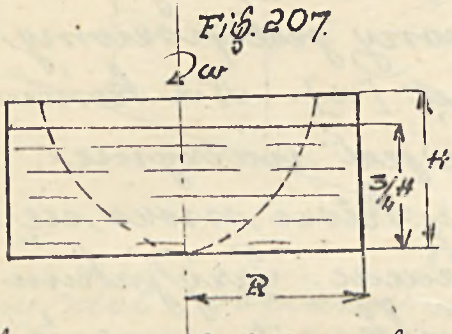
Rozwiązanie: $V_1^2 > \frac{53}{7}\, ga$.

B. Hydromechanika.

Hydrostatyka.

I. Powierzchnia równego potencyału.

Fig. 207



1 Zamknięty bęben o wysokości [H] wypełniony jest do $\frac{3}{4}$ wysokości wodą. Z jaką prędkością kątową musi się bęben dokoła swej osi obracać, jeśli powstający paraboloid ma dotykać dna.

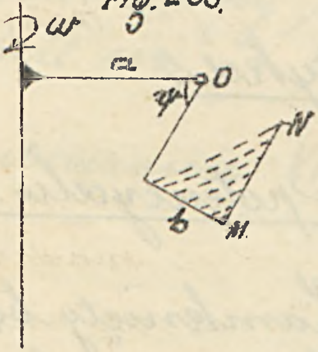
Rozwiązanie: $\omega = \frac{2}{R}\sqrt{gH}$.

2. Półkula o poziomej krawędzi, wypełniona jest po brzegi cieczą. Wyznaczyć ilość cieczy która przeleje się przez krawędź półkuli, jeśli ta ostatnia obraca się z prędkością kątową [ω] dokoła osi pionowej,

przechodzącej przez jej środek.

Rozwiązanie: $Q = \frac{\pi r^4 \omega^2}{4g}$

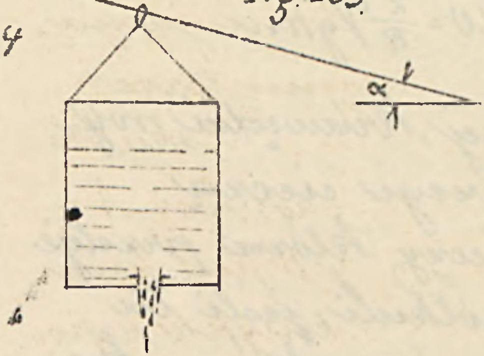
Fig. 208.



3. Do osi pionowej, obracającej się z prędkością kątową [ω], przytwierdzony jest poziomy pręt [a]. Na końcu O, pręta zawieszone jest naczynie, napełnione wodą, które może się dokoła punktu O obracać. Przy jakim kącie [ψ], nastąpi całkowite wypróżnienie się naczynia.

Rozwiązanie: $\frac{g}{\omega^2} \operatorname{tg}\psi + h\cos\psi - b\sin\psi = a.$

Fig. 209

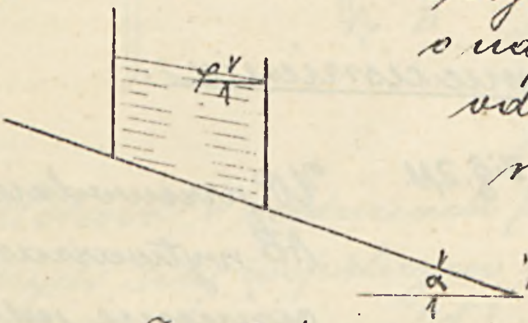


4. Naczynie z cieczą ślizga się po pręcie (szorstkim kąt tarcia [ϱ]), nachylonym pod kątem [α] do poziomu. Z dna naczynia

wypływa ciecz. Wyznaczyć powierzchnię cieczy w czasie ruchu naczynia.

Rozwiąz.: Płaszcz. nachylona pod kątem
[$\alpha-\beta$] do poziomu.

Fig. 210.



5 Przy kolejce górskiej o napędzie wodnym, odbywa się ruch w ten sposób, że że wóz A, mający zjeżdżać w dół, obciąża się dodatkowo wodą, wypełniającą zbiornik, umieszczony w pudle wozu. Wóz A połączony jest przy pomocy liny, przechodzącej przez rolkę, z drugim wozem B, znajdującym się w dole na drugim torze; zbiornik wozu B jest próżny. W skutek różnicy ciężarów obu wozów, wóz A zjeżdża w dół, podczas gdy B podchodzi pod górę. Jaki kąt [φ] zamyka z poziomem powierzchnia wody w zbiorniku A, jeśli ciężar wody wynosi [Q], ciężar

wozu wraz z całkowitem obciążeniem [Q] a tor jest pod ∡[α] nachylony do poziomu?

Rozwiąz: $Tg\,\varphi = \dfrac{Q \sin\alpha \cos\alpha}{2G - Q(1+\sin^2\alpha)}$

II. Przewodzenie ciśnienia.

1

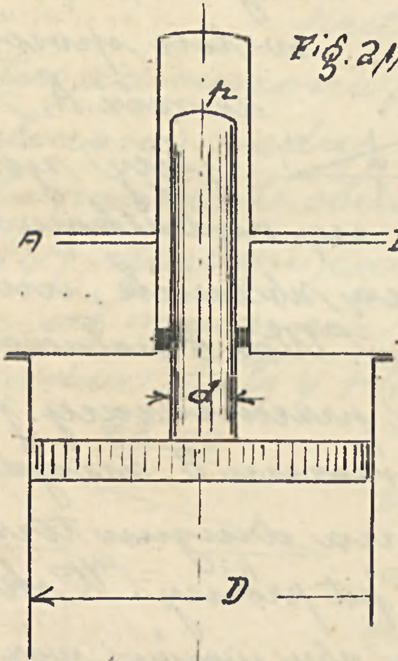
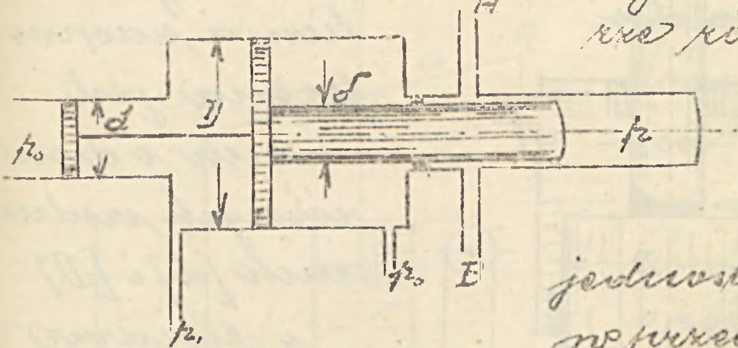


Fig. 211.

W przewodzie AB wytwarzamy ciśnienie jednostkowe [p] przez wciskanie nura o średnicy [d]. Odbywa się to przy pomocy tłoka o średnicy [D], pozostającego pod ciśnieniem słupa wody o wysokości [h]. W jakim stosunku pozostają do siebie średnice [D] i [d]?

Rozwiązanie: $\dfrac{D}{d} = \sqrt{\dfrac{p}{h\,g}}$.

2. Fig. 212.

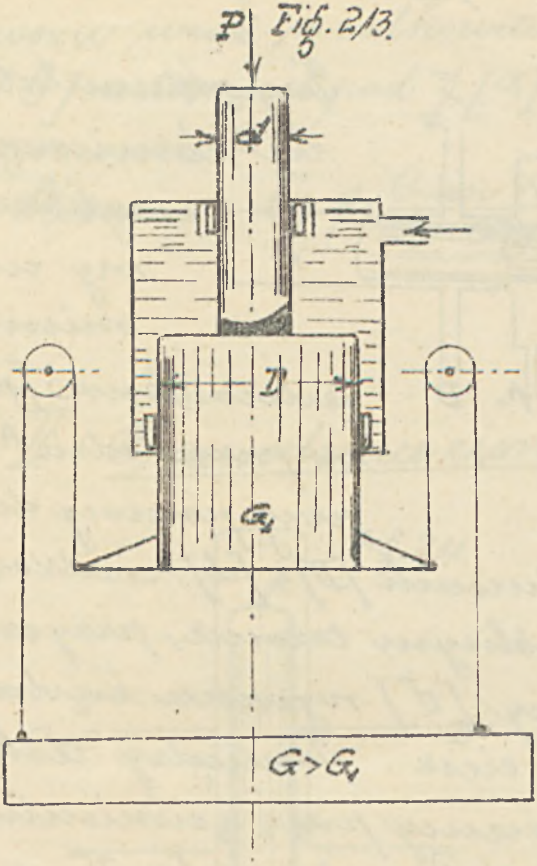


Przy akumulatorze różnicowym wytwarzany ciśnienie jednostkowe [p] w przewodzie AB przy pomocy dwu tłoków o średnicach [D] i [d], osadzonych na wspólnym trzonie, przyczem nur o średnicy [δ] wywiera żądane ciśnienie na ciecz. Pomiędzy tłoki [D] i [d] wpuszczamy parę o ciśnieniu [p_1]. Wyznaczyć tę prężność [p_1].

Rozwiązanie: $p_1 = p_0 + p \frac{\delta^2}{D^2 - d^2}$.

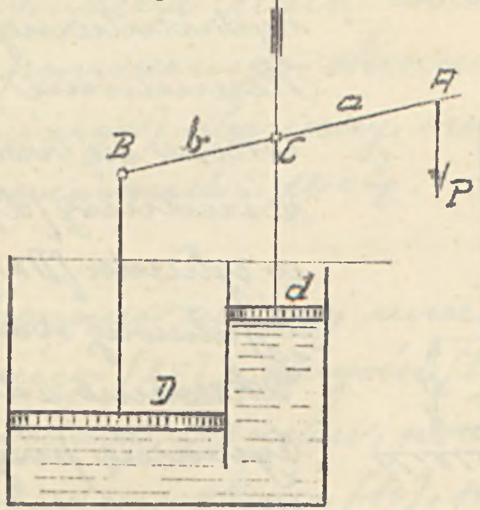
3 Dla wyznaczenia tarcia w skórzanym kołnierzu dławikowym poleca Martens następujące urządzenie :

Fig. 213.



Prasa hydrauliczna zaopatrzona jest w nur o dwu różnych średnicach [d] i [D] i ciężarze całkowitym [G_1]. Ciężar ten zrównoważony jest w części przez ciężki blok [G], zawieszony obustronnie na linach, połączonych z nurem, a przeprowadzonych przez dwa stałe bloki, [P] oznacza ciśnienie wywarte przez prasę, [R] tarcie nura w kołnierzu, [p_1] i [p_2] ciśnienia wody przy ruchu nura w dół i w górę.
Wyznaczyć według tych wskazówek tarcie [R].
Rozwiązanie: $R = \frac{\pi}{8}(D^2-d^2)(p_1-p_2)$.

4. Fig. 214

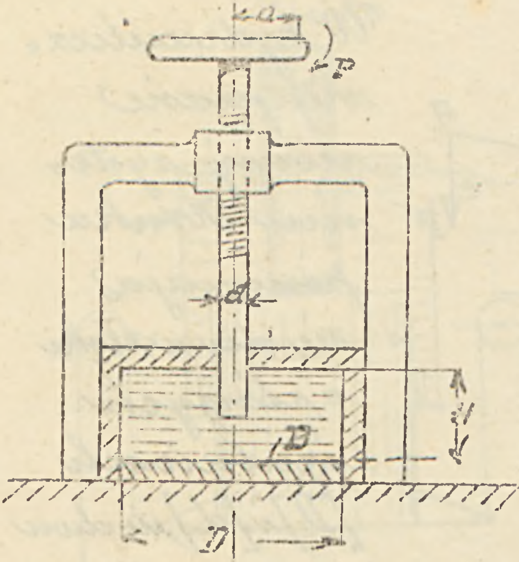


W hydraulicznej prasie ręcznej systemu Kruka poruszają się dwa tłoki o różnych średnicach [D] i [d] w dwu cylindrach, tworzących naczynia połączone. Oba trzony połączone są z dźwignią BCA, przyczem punkt podparcia C może się swobodnie podnosić lub zniżać. Jak wielkiej siły [P] należy użyć, aby utrzymać w równowadze ciężar [Q]; umieszczony na tłoku większym.

Rozwiązanie: $P = Q\,\dfrac{\frac{b}{a}\left(\frac{d}{D}\right)^2}{1+\frac{b}{a}+\left(\frac{d}{D}\right)^2}$

Fig. 215

5.



Przy prasie hydraulicznej Hermanna wkręca się trzon o średnicy [d] w cylinder [D × H], wypełniony wodą. Wkręcanie odbywa się przy pomocy kółka ręcznego o promieniu [a], połączonego z trzonem, na którym nacięty jest gwint o skoku [h].

Ściśliwość wody $\varepsilon = 0{,}000047$ na jednostkę objętości i każdą atmosferę nadciśnienia.

$a = 15$ cm
$d = 3{,}5$ cm
$h = 1$ cm
$H = 20$ cm
$D = 25$ cm
$n = 10$ obrót.

Jakie jest ciśnienie wody w cylindrze przy [n] obrotach trzonu? Jakiego ciśnienia [Q] doznaje denko B cylindra? Jak wielkiej siły [P] należy użyć dla obrotu kółka a? [Tarcie można zaniedbać].

6. Wyznaczyć stałą Poissona [μ] (stosunek poprzecznego skrócenia do wydłużenia podłużnego) dla cieczy nieściśliwej.

Rozwiązanie: $\mu = \frac{1}{2}$.

7. W poziomo ułożonej rurze o wewnętrznej średnicy [$2r$] i długości [l], pozostaje ciecz, nie będąca w ruchu, pod ciśnieniem słupa o wysokości [h], przyczem zostaje ciecz ściśniona. Jak wielka jest zużyta w tym celu praca odkształcenia cieczy? [Stała Poissona dla danej cieczy wynosi ($\frac{1}{m}$), spółczynnik sprężystości [E], ciężar jednostki objętości [γ]]

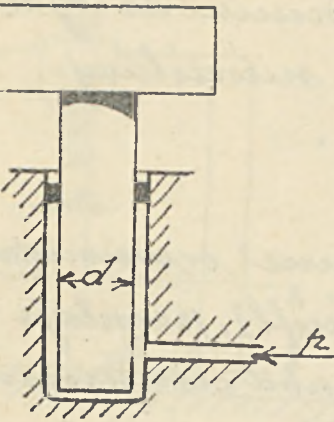
Rozwiązanie: $\Delta = \frac{\pi r^2 l \gamma^2 h^2}{2E_1}$,

gdzie $E_1 = \frac{m}{3(m-2)} E$.

III. Ciśnienie w cieczy ciężkiej.

Fig. 216.

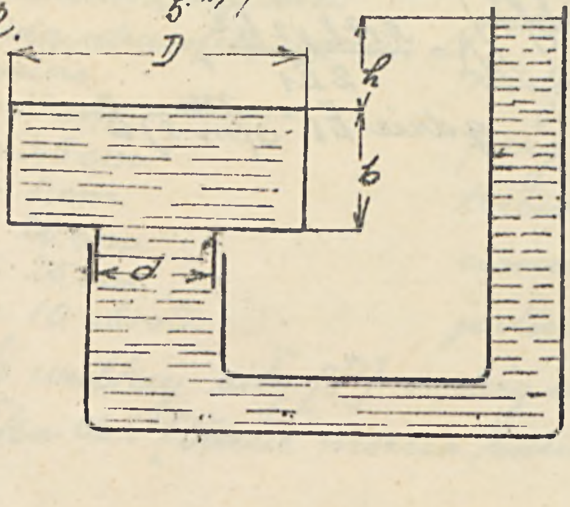
1



Do akumulatora wprowadzamy wodę o ciśnieniu $p = 35$ at. Wysokość podniesienia nura o średnicy $d = 20$ cm wynosi $h = 2{\cdot}4$ m. Jak wielkie ciśnienie wywiera woda przy końcu skoku na nur? [Tarcie dławika pochłania 3% ciśnienia użytecznego].

Fig. 217

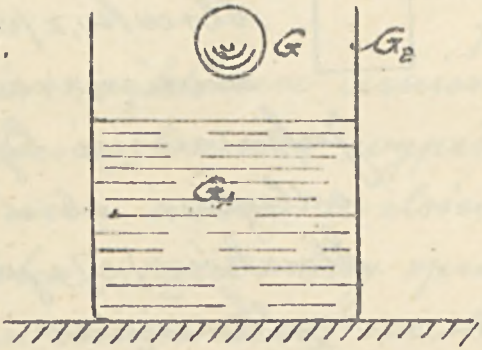
2.



Tłok o średnicy [D] i wysokości [b], wydrążony i od spodu otwarty [d], umieszczony jest przesuwalnie w krótszem

zamieniu naczynia „połączonego".
Jakiego parcia do góry [K] doznaje on od cieczy, wypełniającej dane naczynie?
Rozwiązanie: $K=\frac{\pi\gamma}{4}\left[d^2(h+b)-D^2b\right]$;
[γ] ciężar jednostki objętości cieczy.

Fig. 218.

3. 

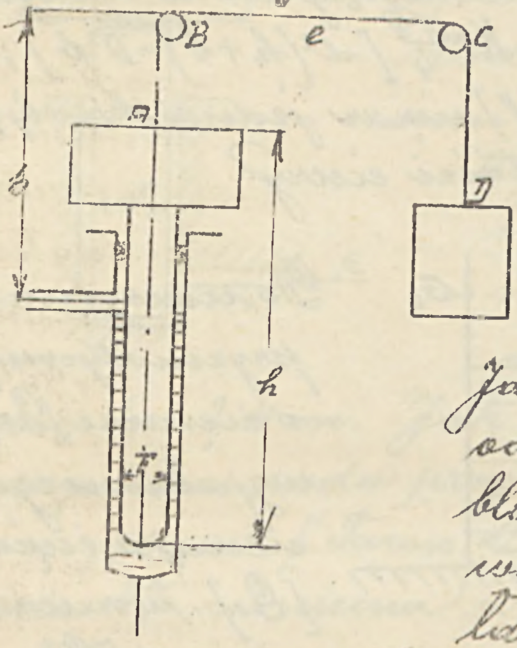
Do naczynia pryzmatycznego o ciężarze [G_2], wypełnionego cieczą o ciężarze [G_1], wrzucamy ciężar [G] (o objętości [V]). Wyznaczyć ciśnienie [N] na dno naczynia w czasie ruchu [G] w cieczy.

Rozwiązanie:

$$N=(G-V\gamma)+(V\gamma+G_1)+G_2=G+G_1+G_2.$$

4. W akumulatorze podnosi ciśnienie wody ciężki nur o przekroju [F]. Nur połączony jest za pośrednictwem

Fig. 2/9.

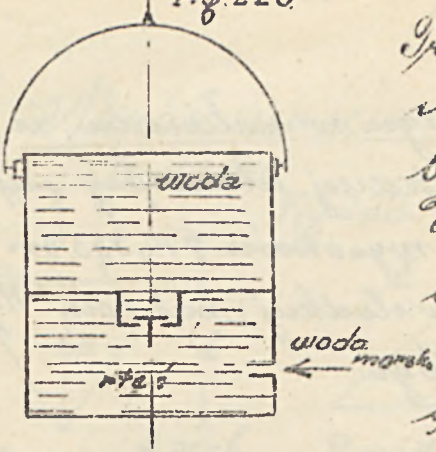


łańcucha ABCD o długości [l], przechodzącego przez dwa stałe bloczki, z przeciwciężarem. Jaka musi być odległość obu bloczków [e] i jak wielki ciężar łańcucha [q] na jednostkę długości, jeśli ten ostatni ma wyrównywać zmiany ciśnienia, zachodzące w czasie skoku nura.

Rozwiązanie.

$e = l - 2(b-h)$, $q = \frac{1}{2} \delta F$ [δ] ciężar właść. cieczy.

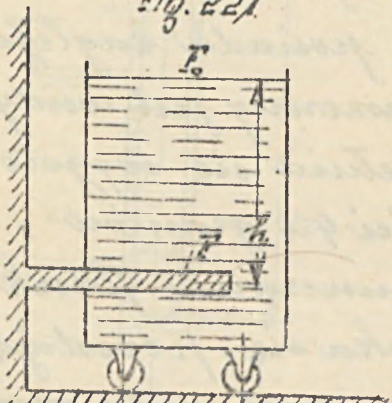
Fig. 220.



5\. Przyrząd do mierzenia głębokości syst. Weerona tworzy stalowa flaszka o podwójnem dnie; środkowe denko posiada zagłębienie, w którem umieszczony jest wentyl. Górną komorę wypełnia się wyzotowaną wodą w ilości 920 gramów, dolną rtęcią. Przy opuszczaniu flaszki na dno morza wciska się, pozostająca pod wysokiem ciśnieniem, woda morska, przez mały otwór do dolnej komory i wypycha przez wentyl pewną ilość rtęci do górnego przedziału. Ile gramów rtęci zostanie wypchniętych, jeśli głębokość morza wynosi 9429 m i jeśli założymy, że gęstości wody słodkiej i morskiej pozostają do siebie w stosunku 35:36? Ściśliwość wody wynosi 0,000047 dla jednostki objętości i każdej atmosfery nacisku ciśnienia.

Rozwiązanie: 550,5 gr. w założeniu, że ciśnienie jednej atmosfery odpowiada wysokości 10,333 m słupa wody słodkiej; zaś 1 cm^3 Hg waży 13,6 gr.

Fig. 221



6. W naczynie pryzmatyczne, ustawione na rolkach, wchodzi pręt o przekroju [F]. Po napełnieniu naczynia cieczą, porusza się ono w kierunku od ręki lewej ku prawej. Wyrazić drogę naczynia jako funkcyę czasu, pomijając wszelkie opory w czasie ruchu.

Rozwiązanie: $s = \frac{F_0 h_0}{F}(1 - \cos at)$

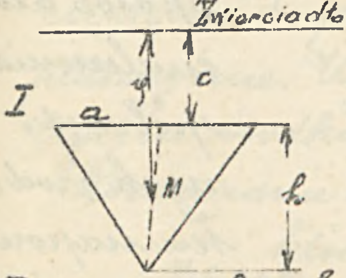
gdzie $a = \sqrt{\frac{\gamma F^2}{M F_0}}$. [$\gamma$] - cięż. właść. cieczy

[M] - masa naczynia + masa cieczy.

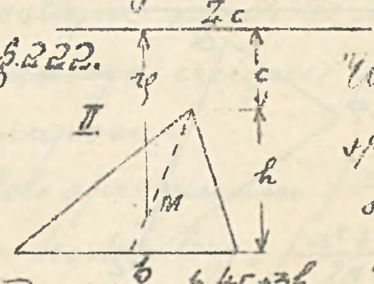
IV. Napór na ściany płaskie.

Fig. 222.

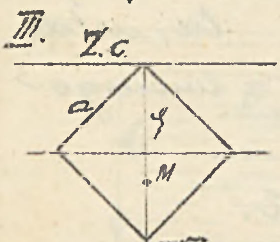
Wyznaczyć współrzędne środka naporu M dla podanych powierzchni płaskich, ustawionych w płaszczyźnie pionowej.



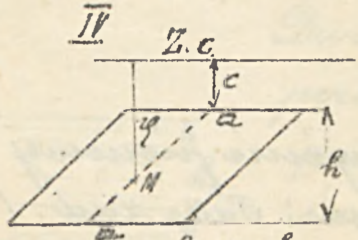
Rozw. $\varphi = c + \frac{h}{2}\,\frac{2c+h}{3c+h}$



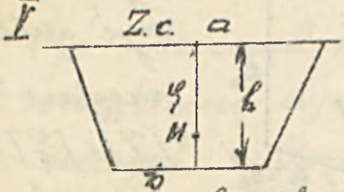
Rozw. $\varphi = c + \frac{h}{2}\,\frac{4c+3h}{3c+2h}$



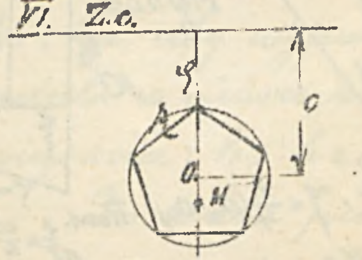
Rozw. $\varphi = \frac{7\sqrt{2}}{12}\,a$



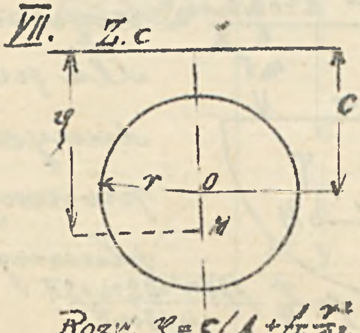
Rozw. $\varphi = c + \frac{h}{3}\,\frac{3c+2h}{2c+h}$



Rozw. $\varphi = \frac{h}{2}\,\frac{a+3b}{a+2b}$



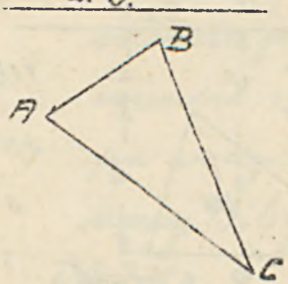
Rozw. $\varphi = c + 0{,}119\,\frac{a^2}{c}$



Rozw. $\varphi = c\left(1 + \frac{1}{4}\,\frac{r^2}{c^2}\right)$

Fig. 223

8\. Z. o.



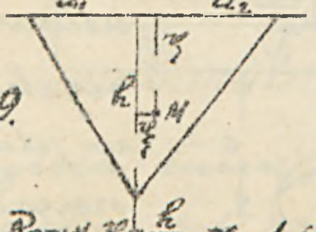
Podać najprostszy sposób dla znalezienia spółrzędnych środka naporu dla trójkąta, ustawionego w płaszczyźnie pionowej.

Uwaga: Patrz zad. 1. i 2.

Fig. 224

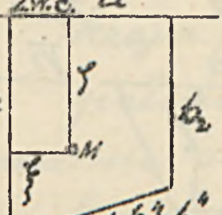
Wyznaczyć spółrzędne $[\eta]$ i $[\xi]$ środka naporu dla podanych pionowych płaszczyzn.

9\.



Rozw. $\eta = \frac{h}{3}$, $\xi = \frac{1}{4}(a_2 - a_1)$

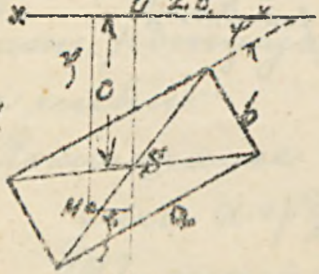
10\. Zw. o.



$\eta = \frac{1}{2} \frac{b_1^4 - b_2^4}{b_1^3 - b_2^3}$

Rozw. $\xi = \frac{a}{4} \frac{b_1^2 + 2b_1 b_2 + 3b_2^2}{b_1^2 + b_1 b_2 + b_2^2}$

11\.

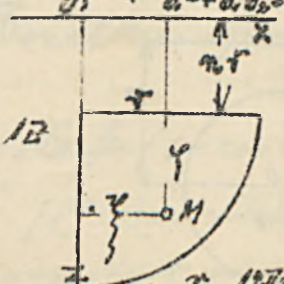


Rozw.

$\eta = c + \frac{1}{12c}(a^2 \sin^2\varphi + b^2 \cos^2\varphi)$

$\xi = \frac{1}{12c}(a^2 - b^2) \sin\varphi \cos\varphi$

12\.



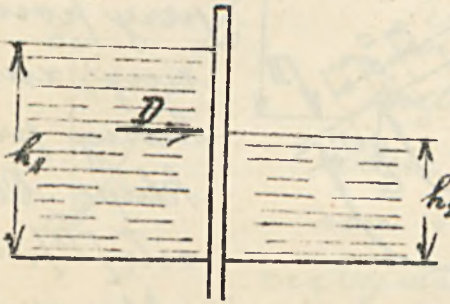
Roz. $\eta = \frac{r}{4} \frac{12\pi n^2 + 32n + 3\pi}{4 + 3n\pi}$

$\xi = \frac{r}{2} \frac{3 + 8n}{4 + 3n\pi}$

13. Prostokąt w zad. 11 obraca się pod powierzchnią cieczy dokoła środka ciężkości S, pozostając zawsze w tej samej płaszczyźnie. Wyznaczyć miejsce geometryczne środka naporu.

Rozwiązanie: Koło o promieniu $\left[\frac{a^2-b^2}{24c}\right]$, którego środek leży o $\left[\frac{a^2+b^2}{24c}\right]$ niżej S.

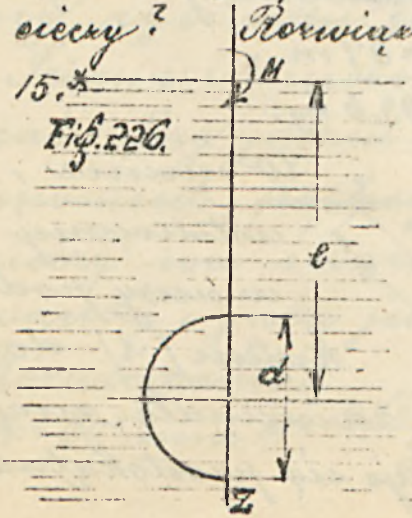
Fig. 225.

14. 

Dwa zbiorniki przedzielone są prostokątną ścianą. Jak wielki musi być stosunek $h_1 : h_2$, aby wypadkowy napór na ścianę wpadał w niższe zwierciadło cieczy?

Rozwiązanie: $h_1 : h_2 = 1+\sqrt{3}$.

15.* Fig. 226.



Do wału pionowego przytwierdzona jest klapa półkolista, zamykająca szczelnie otwór w ścianie naczynia. Jak wielkiego momentu [M]

wymaga otwarcie klapy, jeśli $c = 3m$, $d = 400$ m/m?
Rozwiązanie: $M = 16$ kgm.

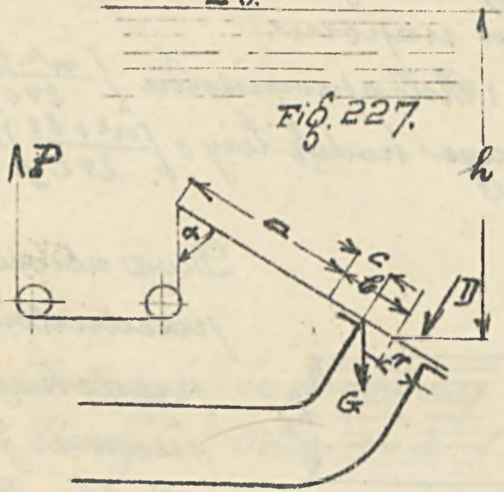
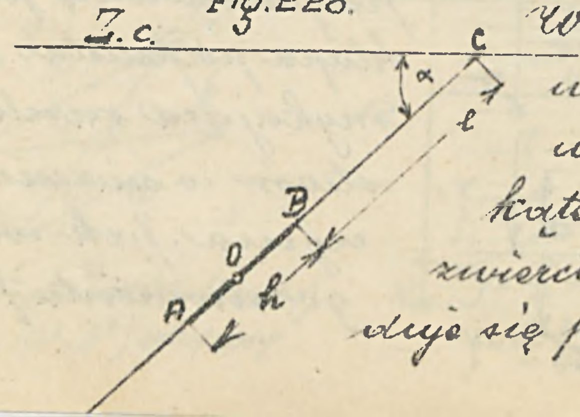
16\. 

Fig. 227.

Wypływ cieczy ze zbiornika uskutecznia się przy pomocy rury, zamykanej przez klapę. Obliczyć siłę [P], konieczną do podniesienia klapy jeśli dane są następujące wielkości: kąt $\alpha = 45°$, $h = 5m$, ciężar klapy $G = 3$ kg. $a = 1m$. $b = 0{\cdot}15\,m$, $r = c = 0{\cdot}1\,m$.

Rozwiązanie: $P = 33{,}6$ kg.

Fig. 228.

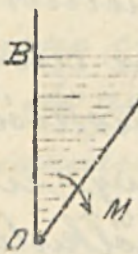
17\. 

W ścianie, ustawionej w cieczy pod kątem [α] do zwierciadła znajduje się prostokątna klapa osadzona obrotowo w O. Jaki stosunek AO : OB należy obrać dla położenia osi obrotu O, jeśli otwieranie klapy ma się odbywać z najmniejszym wysiłkiem?

Rozwiązanie: $AO : OB = (3e+h) : (3e+2h)$.

Fig. 229.

18.



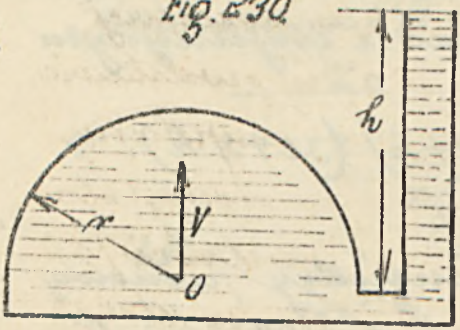
Pomiędzy pionową ścianą OB i pod kątem [α] względem niej ustawioną ścianą OA znajduje się ciecz o ciężarze [$\mathcal{G}$]; głębokość w kierunku prostopadłym do płaszczyzny rysunku jest wszędzie równa [a]. Ściana OA może się dokoła osi O obracać. Przy jakim kącie [α] osiąga moment, pochodzący od naporu cieczy na ścianę OA, najmniejszą wartość i jaka jest jego wielkość?

Rozwiązanie:

$\alpha = 60^\circ$, $\min M = \frac{4\sqrt{2}\,\sqrt[4]{3}}{9}\,\mathcal{G}\sqrt{\frac{\mathcal{G}}{\rho a}}$.

V. Napór na powierzchnie krzywe.

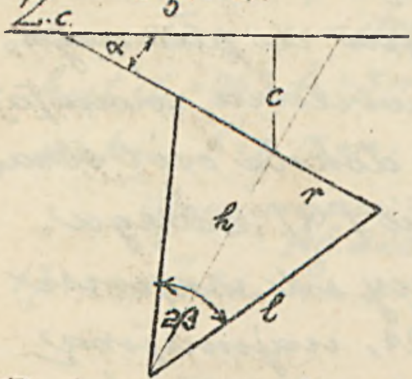
Fig. 230

1. 

Naczynie półkuliste, wypełnione cieczą, pozostaje pod ciśnieniem słupa cieczy o wysokości [h]. Wyznaczyć napór pionowy na wewnętrzną powierzchnię półkuli.

Rozwiązanie: $V = \gamma r^2 \pi (h - \frac{2}{3} r)$

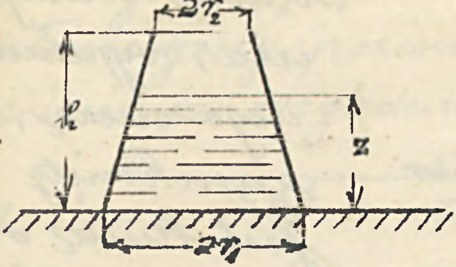
2. Fig. 231



Jak wielki napór wywiera ciecz na pobocznicę zatopionego w niej kołowego stożka prostego w kierunku jego osi?

Rozwiązanie: $P = \gamma r^2 \pi (c + \frac{h}{3} \cos \alpha)$

3 Fig. 232

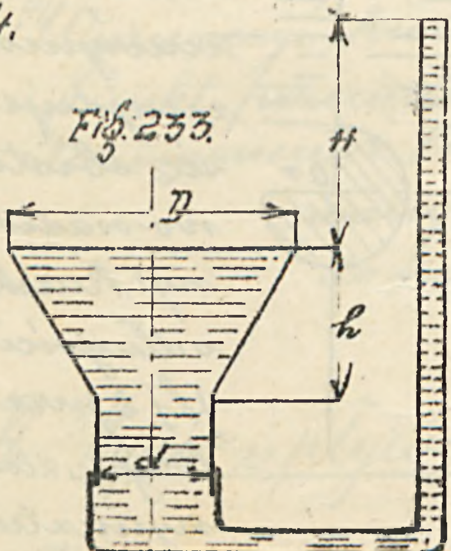


Stożek ścięty o ciężarze [G], otwarty u góry i u dołu, ustawiony jest na poziomej gładkiej podstawie. Z góry napełniamy go cieczą do wysokości [z]; przy jakiej wartości [z] podniesie ciśnienie cieczy dany stożek ścięty do góry?

Rozwiązanie: $z^3 - \frac{3 h r_2}{r_1 - r_2} z^2 + \frac{G}{\gamma} \frac{3h^2}{\pi (r_1 - r_2)^2} = 0$

4.

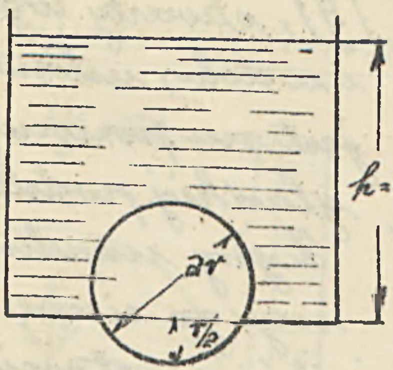
Fig. 233.



Nur wydrążony, mający kształt kołowego stożka ściętego [D, d, h], pozostaje w równowadze, jeśli H=6h. Wyznaczyć wielkość stosunku D:d dla tego wypadku: [Ciężar własny nura należy pominąć]

Rozwiązanie: D:d=4.

5. Fig. 234.

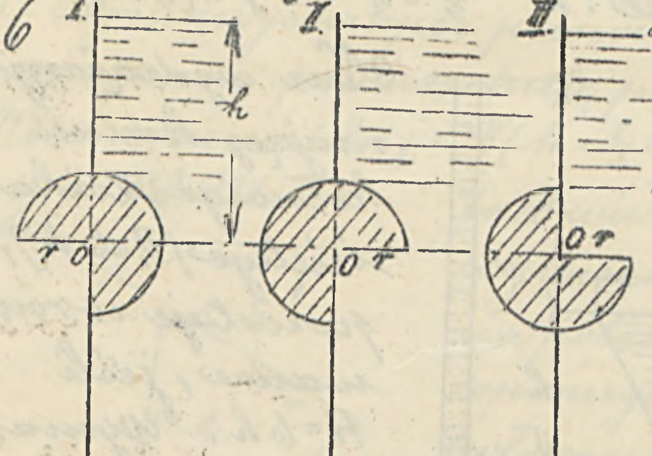


Okrągły otwór w dnie naczynia, wypełnionego cieczą, zamknięty jest kulą o ciężarze [G]. Jakiej siły [P] wymaga podniesienie kuli?

Rozwiązanie: $P = G + \frac{15}{8}\pi \gamma r^3$.

Fig. 235.

6



W ścianie naczynia znajduje się obrotowo osadzony kurek o długości [l] i przekroju, złożonym z trzech kwadrantów koła. Wyznaczyć dla trzech podanych położeń kurka: a) całkowity nacisk [P] cieczy na oś kurka; b) kąt nachylenia [δ] ciśnienia względem płaszczyzny poziomej; c) moment [M] ciśnienia względem osi obrotu kurka.

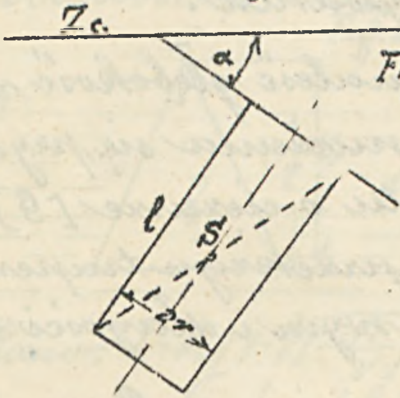
7. 

Fig. 236

Obliczyć całkowity napór [P] cieczy na pobocznicę kołowego cylindra, obustronnie otwartego. Wyznaczyć kierunek tego naporu i punkt przecięcia się z osią cylindra.

Rozwiązanie: $P = \gamma \pi r^2 l \sin\alpha$ skierowany do góry i prostopadły do osi cylindra w S.

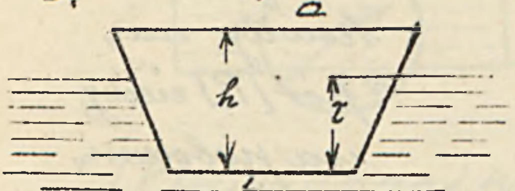
VI. Wypór i pływanie ciał.

1. Jak ciężką kulę żelazną z dołu udźwignąć człowiek we wodzie, jeśli w zwyczajnych warunkach podnosi [G] Kg? Ciężar jednostkowy żelaza $\gamma = 7{,}8$).

2 Okręt płynący w równowadze obciążamy dodatkowo ciężarem 1730 kg. wskutek czego zanurza się o 5 cm. głębiej. Jak wielka jest płaszczyzna pływania?

Fig. 237.

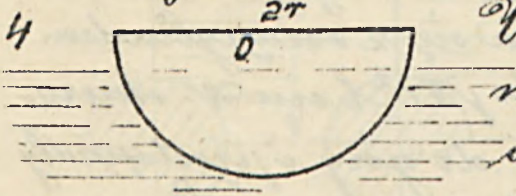
3. Znaleźć głębokość zanurzenia się pryzmatu o ciężarze [G], przekroju trapezowym i długości krawędzi [l]:



Rozwiązanie: $\frac{a-b}{2h} t^2 + bt = \frac{G}{l\gamma}$.

Fig. 238.

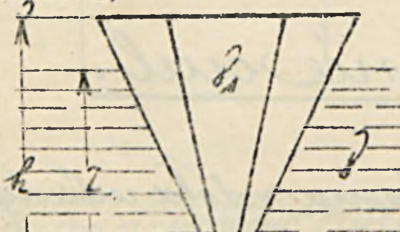
4 Wyznaczyć wysokość metacentryczną dla dla pływającego półcylindra.



Rozwiązanie: $m = \frac{4}{3}\frac{r}{\pi}$.

Fig. 239.

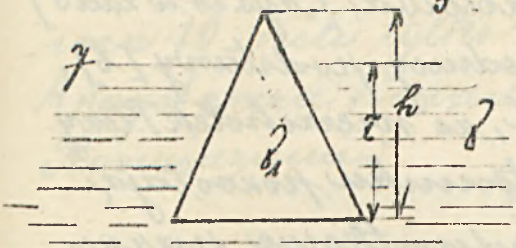
5. Wyznaczyć głębokość zanurzenia dla pływającej pyramidy o wysokości [h].



Rozwiązanie: $t = h\sqrt[3]{\frac{\gamma_1}{\gamma}}$

6. Znaleźć wysokość metacentryczną dla łodzi podwodnej. Czy jest ona zmienna?

Fig. 240.

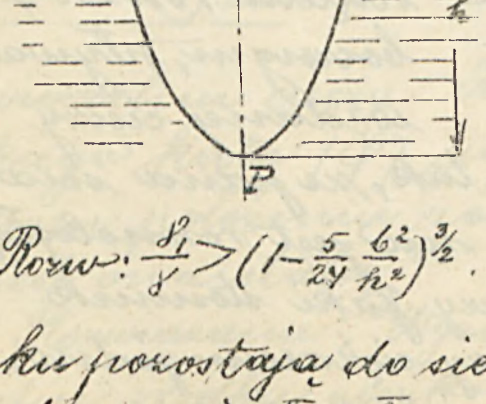


7. Wyznaczyć głębokość zanurzenia się prostego jednorodnego stożka o wysokości [h], którego wierzchołek wystaje ponad zwierciadło cieczy.

Rozw: $t = h\left[1-\sqrt[3]{1-\frac{\gamma_1}{\gamma}}\right]$.

Fig. 241.

8. Pryzmat o długości [l > b], którego przekrój jest odcinkiem paraboli, pływa w ten sposób, że wierzchołek P leży najniżej.



Rozw: $\frac{\gamma_1}{\gamma} > \left(1-\frac{5}{24}\frac{b^2}{h^2}\right)^{3/2}$.

W jakim stosunku pozostają do siebie ciężary jednostkowe ciała pływającego [γ_1] i cieczy

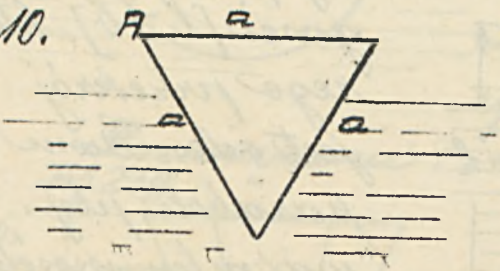
$[\gamma]$, jeśli równowaga ma być stała (stabil)?

9. Paraboloida obrotowa [rys. w zad. 8] o wysokości $[h]$ i średnicy podstawy $[b]$, pływa w ten sposób, że wierzchołek T leży najniżej. W jakim stosunku pozostają do siebie ciężary jednostkowe paraboloidy $[\gamma_1]$ i cieczy $[\gamma]$, jeśli równowaga ma być stała (stabil)?

Rozwiązanie:

$$\frac{\gamma_1}{\gamma} > \left(1 - \frac{3}{16}\frac{b^2}{h^2}\right)^2.$$

Fig. 242.

10. 

Pryzmat, którego przekrój jest trójkątem równobocznym, pływa w danej cieczy tak, że jedna ściana jest równoległą do zwierciadła cieczy. Jaki stosunek zachodzi pomiędzy ciężarem jednostkowym $[\gamma_1]$ pryzmatu a ciężarem

Rozw: $\frac{\gamma_1}{\gamma} > \frac{9}{16}$

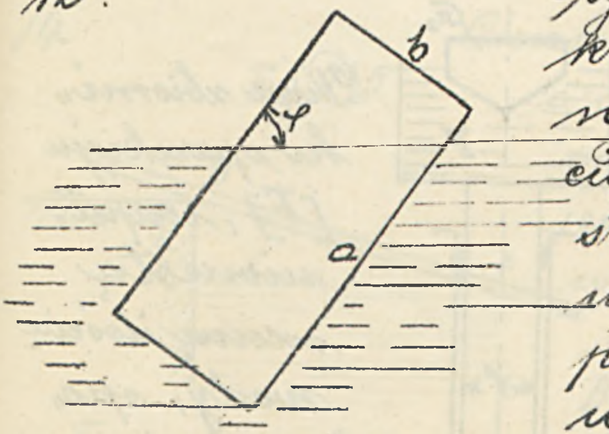
jednostkowym [γ] cieczy, jeśli równo„waga ma być stała [stabil]?

11 O ile zmienia się rezultat zada„nia 10 jeśli tylko jedna krawędź A wystercza ponad zwierciadło cieczy?
Rozwiązanie:

$$\frac{\gamma_1}{\gamma} < \frac{7}{16}.$$

Fig. 243

12.

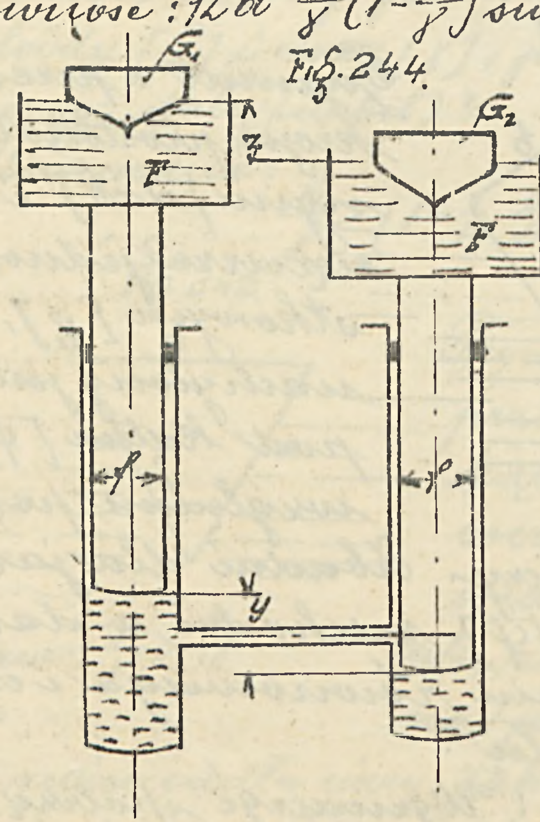


Pryzmat o prze„kroju prostokąt„nym [a, b] i ciężarze jedno„stkowym [γ_1], nachylony jest pod kątem [φ] względem po„wierzchni cieczy. Zbadać dla ja„kiego kąta [φ] zachodzi w da„nym położeniu równowaga i czy jest ona stała?

Rozwiązanie: Wyznaczyć spólrzę„dne środka ciężkości S pryzmatu i środka wyporu Σ dla prostokątnego układu osi, z których jedna wpada w zwierciadło cieczy? Równowaga następuje jeśli S i Σ leżą na jednej pionowej. Z tego warunku znajdujemy; $\varphi_1 = 90°$, $\sin^2\varphi_2 = \frac{b^2}{12a^2\frac{\gamma_1}{\gamma}(1-\frac{\gamma_1}{\gamma})-b^2}$,

stałość równowagi określa nierówność: $12a^2\frac{\gamma_1}{\gamma}(1-\frac{\gamma_1}{\gamma})\sin^4\varphi < b^2(2-\sin^2\varphi\cos^2\varphi)$

Fig. 244.



13. Dwa zbiorniki o przekroju $[F]$, napełnione tą samą ilością wody, spoczywają na dwu rurach o przekroju $[f]$, pozostających

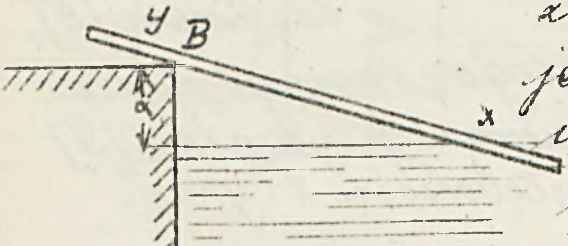
pod ciśnieniem wody. W zbiornikach pływają okręty o ciężarach [G_1] i [G_2]. Wyznaczyć pionową odległość [y] podstaw obu rurów dla wypadku równowagi. Jak wielka jest wtedy różnica poziomów [x] w obu zbiornikach?

Rozwiązanie:

$$y = \frac{G_2 - G_1}{f\gamma}, \quad x = \frac{G_2 - G_1}{\gamma}\left(\frac{1}{f} - \frac{1}{F}\right).$$

14. Cienka deska o długości [2l] zanurzona jednym końcem w cieczy, opiera się o krawędź B. Jaka jest

Fig. 245.



długość części zanurzonej (x) i jaka części wystającej poza krawędź B [y], jeśli w danem położeniu zachodzi równowaga.

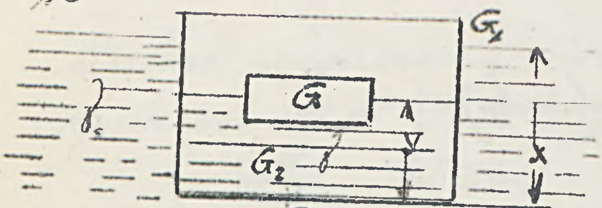
Rozwiązanie: $2\gamma_1 l\left(\frac{a}{\sin\beta} - l + x\right) = \gamma x\left(\frac{a}{\sin\beta} + \frac{x}{2}\right)$

$[\gamma_1]$ - cięż. jednost. mater. deski
$[\rho]$ - kąt tarcia w B
$[\gamma]$ - cięż. jednostk. cieczy
y - znajdujemy z warunku:

$$y = 2l - x - \frac{a}{\sin \rho}.$$

Fig. 246.

15

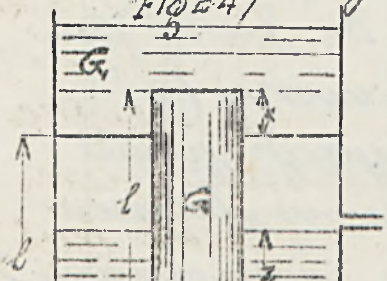


Rozw. $G = \frac{G_1}{n-1} - G_2$

Naczynie o ciężarze $[G_1]$, obciążone cieczą o ciężarze $[G_2]$ i pływakiem o ciężarze $[G]$, pływa w cieczy tego samego rodzaju. Wyznaczyć ciężar pływaka $[G]$ dla stosunku głębokości $x : y = n$.

Fig. 247

16



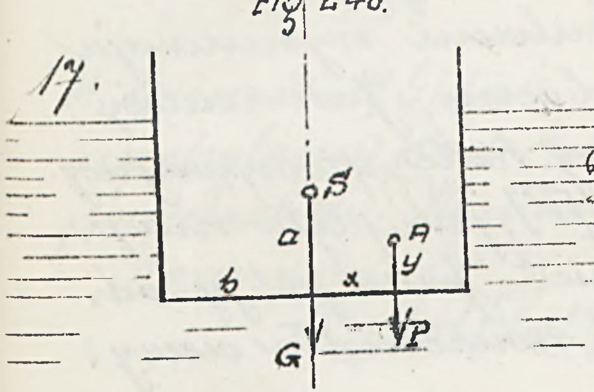
Cylinder o ciężarze $[G]$ o długości $[l]$ i przekroju $[f]$ pływa w naczyniu o wysokości $[l]$

i przekroju [$F=4f$]. Górna część cylindra wchodzi w naczynie o tym samym przekroju [F]. W naczyniu dolnem znajduje się dwa razy tyle cieczy co w górnem. Wyznaczyć wielkości [X] i [G], jeśli $z=2X$.

Rozwiązanie:

$$X = \frac{G_1}{5\gamma F}, \quad G = \frac{3}{10} G_1.$$

Fig. 248.

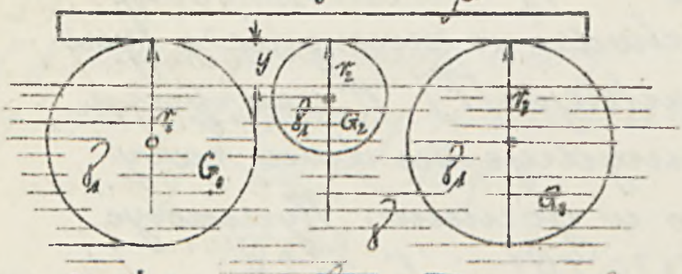


17. Łódź o przekroju prostokątnym [$2b \times l$] i ciężarze własnym [G], posiada środek ciężkości S w odległości [a] od dna. Obciążenie [P] łodzi, znajdujące się początkowo w osi, zostaje następnie przeniesione do A (X, Y). O jaki kąt [φ] pochyli się łódź?

Rozwiązanie:

$$tg^3\varphi + tg\varphi\left[2 - \frac{3(PY+Ga)}{\gamma b^3 l} + \frac{3(P+G)^2}{\gamma^2 b^4 l^2}\right] = \frac{3PX}{\gamma b^3 l}$$

18. Fig. 249



Na trzech pływających kulach o promieniach $[r_1, r_2, r_3]$ i ciężarach własnych $[G_1, G_2, G_3]$, spoczywa okrągła płyta o ciężarze $[G]$ w ten sposób, że jej punkta zetknięcia z kulami wyznaczają trójkąt równoboczny. Jak należy rozłożyć na trzy kule spoczywający na płycie ciężar $[P]$, jeśli płyta ma pozostać w poziomie? Jaka jest jej odległość $[y]$ od zwierciadła cieczy.

Rozwiązanie:

$$P_1 = \frac{1}{3}\left[P - (G_2 + G_3 - 2G_1)\left(\frac{\gamma}{\gamma_1} - 1\right) + \gamma\pi y^2 (r_2 + r_3 - 2r_1)\right]$$

dla $[P_2]$ i $[P_3]$ analogiczne wzory

$$y^3 - y^2(r_1 + r_2 + r_3) = \frac{1}{\gamma\pi}\left[P + G - (G_1 + G_2 + G_3)\left(\frac{\gamma}{\gamma_1} - 1\right)\right].$$

19.

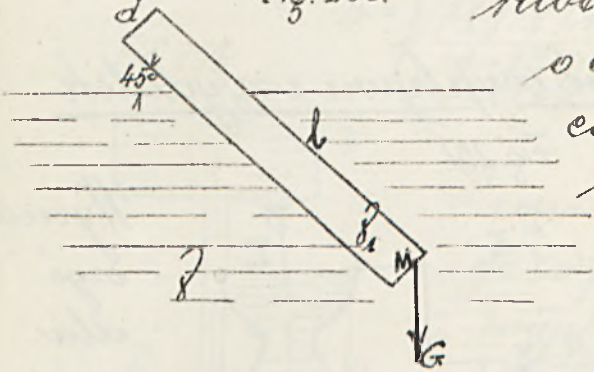


Fig. 250.

Belka o przekroju kwadratowym [d^2], o długości [l] i ciężarze jednostkowym [γ_1], obciążona jest w środku końcowego przekroju M ciężarem [G] tak, że pływa w cieczy, nachylona pod kątem 45° względem powierzchni. Wyznaczyć ciężar [G].

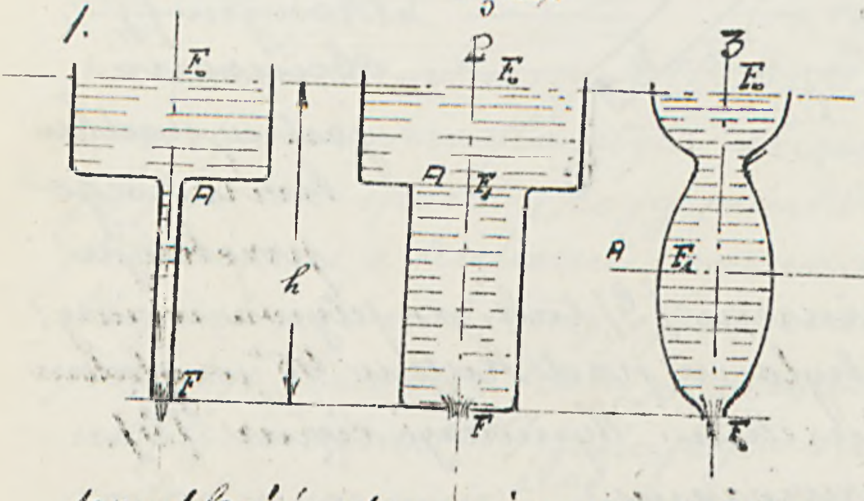
Rozwiązanie

$$G = \gamma l d \left[\sqrt{a^2 \frac{\gamma_1}{\gamma} - \frac{d^2}{4}} - l \frac{\gamma_1}{\gamma}\right].$$

Hydraulika.

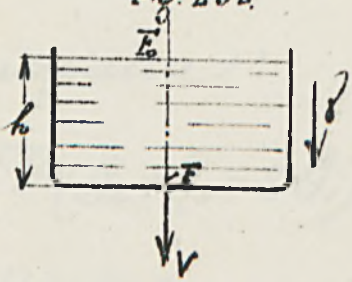
VII. Prędkość wypływu i wydatek.

Fig. 251.

1. 

Wyznaczyć dla podanych warunków prędkość strumienia cieczy w przekroju A.

Fig. 252.

4. 

Naczynie wypełnione cieczą porusza się pionowo w dół, z przyspieszeniem [γ].

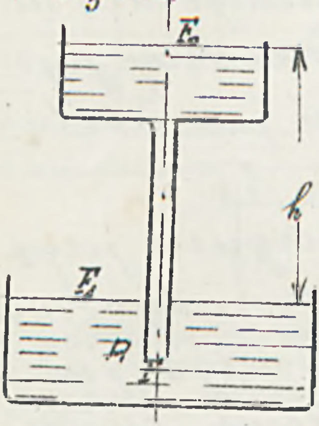
Jak wielka jest prędkość wypływu

ze względu na naczynie?

Rozwiązanie:

$$v = \sqrt{\frac{2(g-f)h}{1-\left(\frac{F}{F_0}\right)^2}}.$$

Fig. 253

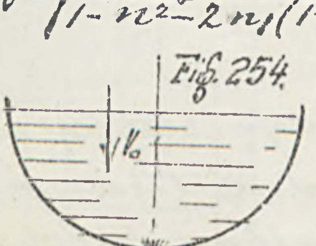


5. Z naczynia górnego o przekroju $[F_0]$ wypływa ciecz przez rurę $[F]$ do pryzmatycznego naczynia dolnego $[F_1]$. Jaka jest prędkość wypływu przy A, jeśli różnica poziomów obu zwierciadeł wynosi $[h]$?

Rozwiązanie: Zwrócić uwagę na uderzenie cieczy w A.

$$V = \sqrt{\frac{2gh}{1-n^2-2n_1(1-n)}}, \quad n = \frac{F}{F_0}, \quad n_1 = \frac{F}{F_1}$$

6. Fig. 254



Z otworu, umieszczonego w dnie naczyniu, wypływa ciecz. Jaki kształt musi mieć naczynie,

jeśli opadanie zwierciadła cieczy odbywa się ze stałą prędkością [v_0]?.
Rozwiązanie: Jeśli n.p. naczynie jest pryzmatyczne, na ten czas przekrój jego musi być parabolą.

Fig. 255

Z naczynia pryzmatycznego, wypełnionego początkowo cieczą do wysokości [h], wypływa ta ostatnia przez otwór [F], umieszczony w pobliżu dna. Wyznaczyć ciśnienie cieczy [D] na dno jako funkcyę zmiany wysokości [z].

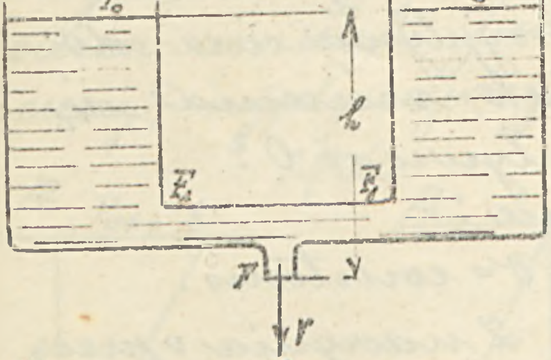
Rozwiązanie:

Należy zwrócić uwagę na ciężar cieczy, nacisk jej na dno, tudzież na bezwładność opadającej masy cieczy. $D = \gamma F_0(h-z)\left[1+\varphi^2 \frac{n^2}{1-n^2}\right]$

$n = \frac{\mu F}{F_0}$; φ spółcz. prędkość.

8. Z dwu równych zbiorników o przekroju $[F_0]$ wypływa ciecz przez wspólną rurę $[F_1]$.

Fig. 256.



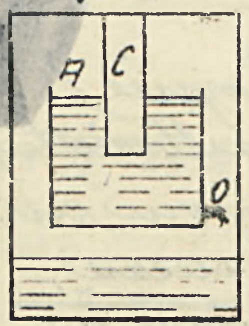
Wyznaczyć prędkość wypływu $[v]$, jeśli otwór $[F]$ znajduje się w odległości pionowej $[h]$ od zwierciadła cieczy.

Rozwiązanie:

Zwrócić uwagę na stratę energii z powodu spotkania się dwu strumieni w rurze $[F_1]$.

$$V=\sqrt{\frac{2gh}{1+\frac{F^2}{4}\left(\frac{1}{F_1^2}-\frac{1}{F_0^2}\right)}}$$

Fig. 257.



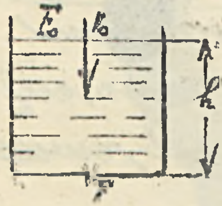
9. Wodomierz Prony'ego składa się z naczynia A, umieszczonego nieruchomo

a wypełnionego cieczą. Drugie naczynie B, pływa przy pomocy połączonego z niem cylindra C. Przez otwór O wypływa ciecz do naczynia B. Jak zmienia się prędkość wypływu w O?

Rozwiązanie:

$v =$ constans.

10. Fig. 258.

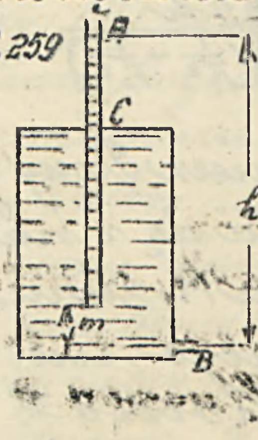


Z naczynia o przekroju $[F_0]$, wypływa ciecz przez otwór $[F]$, umieszczony w dnie. Dana jest prędkość $[V_0]$ z jaką opada zwierciadło cieczy; wyznaczyć spółczynnik wypływu $[\mu]$.

Rozwiązanie: $\mu = \frac{V_0}{\sqrt{2gh}} \frac{\sqrt{1-n^2}}{n}$, $n = \frac{F}{F_0}$

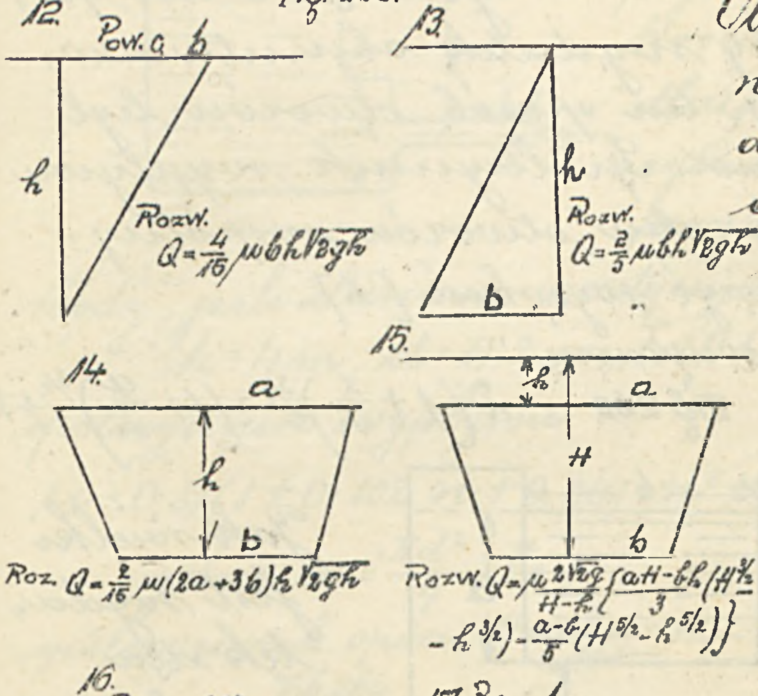
Fig. 259

11



W naczyniu [flaszka Mariotta] wypełnionem zupełnie cieczą, wypuszczona jest szczelnie rurka, otwarta u góry i wypełniona początkowo cieczą aż do A. Jaka jest prędkość cieczy, wypływającej przez otwór B?

Fig. 260.



12. Rozw. $Q=\frac{4}{15}\mu b h\sqrt{2gh}$

13. Rozw. $Q=\frac{2}{5}\mu b h\sqrt{2gh}$

14. Roz. $Q=\frac{2}{15}\mu(2a+3b)h\sqrt{2gh}$

15. Rozw. $Q=\mu\frac{2\sqrt{2g}}{H-h}\left\{\frac{aH-bh}{3}\left(H^{3/2}-h^{3/2}\right)-\frac{a-b}{5}\left(H^{5/2}-h^{5/2}\right)\right\}$

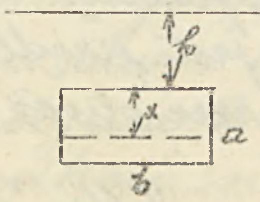
16. Roz. $Q=2\mu\sqrt{2g}\,r^{5/2}\left[\frac{2}{3}-\frac{1}{7}-\frac{1}{44}\cdots\right]$

17. Rozw. $Q=\frac{\pi}{8}\mu\sqrt{2g}\,b h^{3/2}$

Obliczyć wydatek dla podanych otworów umieszczonych w pionowej ściance naczynia, w którem powierzchnia cieczy pozostaje w stałej wysokości.

(Współczynnik wypływu [μ].

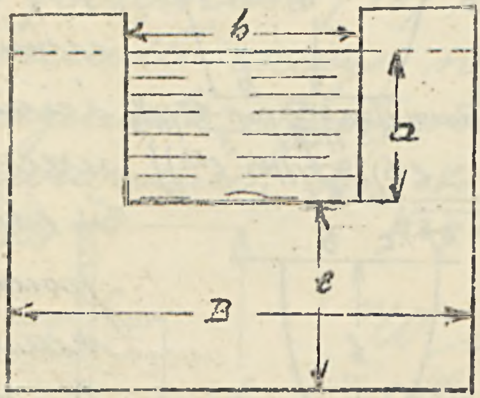
18. Fig. 261



Prostokątny otwór [a x b] w ścianie pionowej przedzie-lić poziomą prze-grodą w ten spo-sób, aby wydatek obu utworzo-nych w ten sposób otworów był ten sam. Spółczynnik wypływu jest dla obu otworów wspólny. Wyznaczyć wysokość [X].

Rozwiązanie:

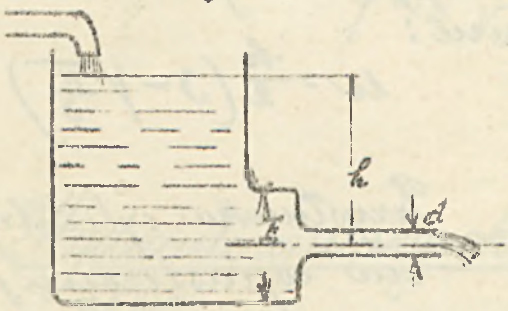
Fig. 262 $$2\left(1+\frac{x}{h}\right)^{3/2}=\left(1+\frac{a}{h}\right)^{3/2}+1.$$



19. Jak wielki jest wyda-tek dla przelewu prostokąt-nego o na-stępujących wymiarach: $b = 1m$, $B = 2m$, $a = 0,6m$, $e = 0,8m$; spółczynnik wypływu $\mu = 0,585(1+1,718\,n^4)$,

gdzie [n] jest stosunkiem przekroju wypływu do przekroju kanału.

20. Fig. 263



Wyznaczyć wydatek, prędkość wypływu i wysokość oporu dla przystawki cylindrycznej przy zbiorniku wody, jeśli dane są następujące wielkości:

$h = 4 m$, $d = 0,2 m$, $F_1 = 0,1 m^2$,

współczynnik wypływu

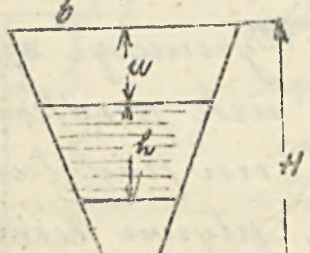
$\mu = 0,81(1 + 0,102\, n + 0,067\, n^2 + 0,046\, n^3)$

gdzie $n = \frac{\pi d^2}{4} : F_1$

współczynnik oporu $\zeta = \frac{1}{\mu} - 1$.

Fig. 264

21.

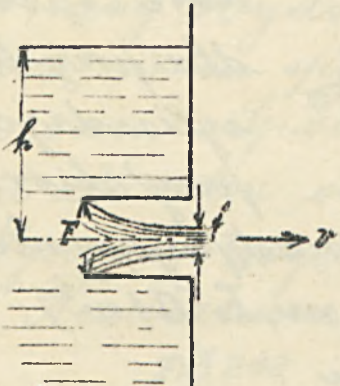


W trójkątnej symetrycznej ścianie naczynia wycięto otwór trapezowy o wysokości $h=\frac{H}{3}$. Jaka musi być odległość [n], aby wydatek otworu był możliwie największy?

Rozwiązanie:

Fig. 265. $n=\frac{h}{2}\left(3-\sqrt{\frac{11}{3}}\right)$

22.

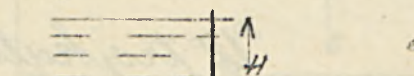


Przystawka cylindryczna wpuszczona jest w zbiornik, wypełniony cieczą. Wyznaczyć stosunek najmniejszego przekroju strumienia wypływającej cieczy do przekroju otworu.

Rozwiązanie:

Fig. 266 $\frac{f}{F}=\frac{1}{2}$ [Wyjść z pracy ciśnienia].

23.



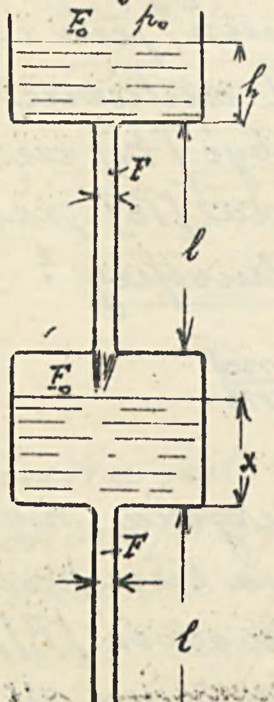
Wyznaczyć współczynnik prędkości [φ] na podstawie wypływu cieczy z małego otworu, umieszczonego

w pionowej ścianie naczynia.
(Doświadczenie Weissbacha)
Rozwiązanie:

$$\varphi = \frac{1}{2} \frac{x}{\sqrt{Hy}}.$$

VIII. Hydrauliczna wysokość ciśnienia.

Fig. 267



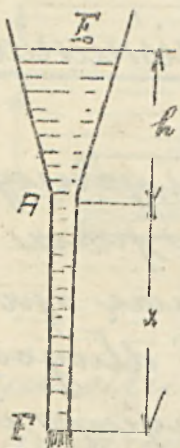
1 Z naczynia górnego płynie woda przez pionową rurę o przekroju [F] i długości [l] do drugiego naczynia o tym samym przekroju [F_0], poczem przez równie długą i szeroką rurę wypływa w otaczającą atmosferę. Jak wysoko [X] ustawi się woda w naczyniu dolnem,

jeśli ruch jest umiejscowiony), a przekrój $[F_0]$ jest stosunkowo bardzo duży względem $[F]$?

Rozwiązanie: $X = h + 2\frac{p_0}{\gamma}$.

Fig. 268.

2.

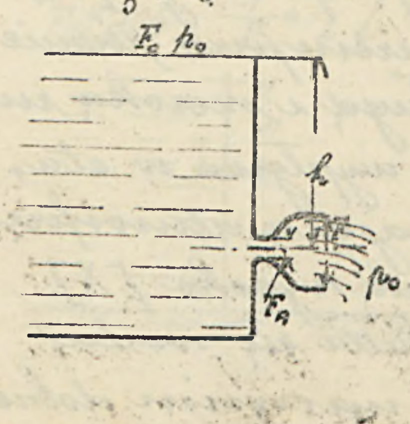


Jak wielką musi być długość $[X]$ rury odpływowej przy uwidocznionym naczyniu, jeśli ciśnienie hydrauliczne przy A ma być $[\frac{1}{m}]$ częścią ciśnienia $[P_0]$ zewnętrznej atmosfery?

Rozwiązanie: $X = \frac{p_0}{\gamma}\frac{m-1}{m}$.

Fig. 269

3



Z naczynia wypływa ciecz przez wąski otwór $[F_n]$, rozszerzający się stopniowo do wielkości $[F]$.

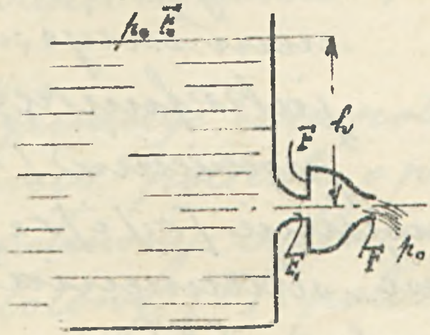
Jaka jest najmniejsza wartość dla [F_1], przy której ciecz wypełnia jeszcze całkowicie wszystkie przekroje pomiędzy [F_1] i [F]?

Rozwiązanie:

Zaniedbujemy opadanie zwierciadła [F_0].

$$F_1 > F\sqrt{\frac{h}{h+h_0}}\,,\quad h_0 = \frac{p_0}{\gamma}.$$

Fig. 270

4\. 

Z naczynia wypływa ciecz przez wąski otwór [F_1] rozszerzający się nagle do [F_2], by później znów zwęzić się do [F].

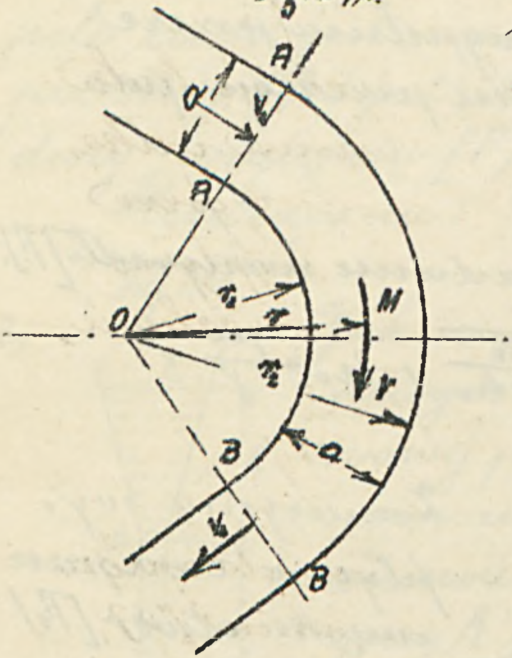
Jaka jest największa możliwa wysokość [h], jeśli wypływająca ciecz ma całkowicie wypełniać przekrój [F_1]?

Rozwiąz: Zakładamy w przybliżeniu spółcz. prędk. $\varphi = 1$, spółcz. zwężenia $\alpha = 1$; wielkości bardzo małe jak [$\frac{1}{F_0^2}$], [V_0^2] opuszczamy.

$$h < \frac{p_0}{\gamma}\,\frac{1-(n_1-n_2)^2}{2n_1n_2-n_2^2-1}\,,$$ gdzie $n_1 = \frac{F}{F_1}$, $n_2 = \frac{F}{F_2}$.

5.

Fig. 271.



Poziomna rura o przekroju prostokątnym [a b] jest pomiędzy AA i BB zakrzywiona. Wyznaczyć prędkość [V] przepływającej cieczy w dowolnem miejscu M jako funkcyę promienia [r]; dane są promienie [r₁] i [r₂], tudzież prędkość strumienia przy wlocie i wylocie [V_i]

Rozwiązanie:

$$V_r = \frac{a V_i}{\log n \frac{r_2}{r_1}}$$

6 Przy stosownym obiorze stosunku $\frac{a}{r_1} = X$ w zadaniu 5. może powstać po wklęsłej stronie płynącej strugi próżnia. Wyznaczyć wielkość tego stosunku.

Rozwiąz. $\frac{\log n(1+X)}{X} \leq \frac{V_1}{\sqrt{V_1^2 + 2 g B_r}}$

IX. Czas wypływu.

1. W jakim czasie wypróżni się kula o promieniu [r], wypełniona całkowicie cieczą i zaopatrzona w górze w mały otworek. Otwór wypływowy [F] jest mały i leży możliwie najniżej.

Rozwiązanie: $T = \frac{16}{15}\frac{\pi r^{5/2}}{\mu F\sqrt{g}}$

2. Wyznaczyć czas potrzebny do opróżnienia półkuli o promieniu [r], wypełnionej całkowicie cieczą. Otwór wylotowy [F], położony możliwie najniżej, należy uważać jako mały.

Rozwiązanie: $T = \frac{14}{15}\frac{\pi r^{5/2}}{\mu F\sqrt{2g}}$.

3. Wyznaczyć czas, w jakim wypróżnia się pionowe stożkowe naczynie, zaopatrzone w otwór wylotowy [$F = 1 cm^2$], umieszczony przy wierzchołku.

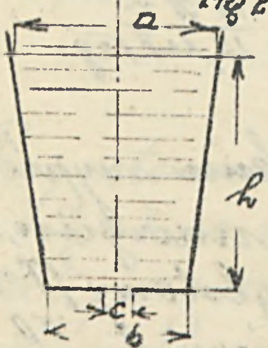
Powierzchnia zwierciadła cieczy wynosi [$F_0 = 100\ cm^2$], odległość zwierciadła od otworu [$h = 50\ cm$], spółczynnik wypływu $\mu = 0{\cdot}7$.

Rozwiązanie: $T = \frac{2}{5}\frac{F_0\sqrt{h}}{\mu F\sqrt{2g}}$

4 W jakim czasie wypróżni się naczynie w kształcie paraboloidy obrotowej, ustawionej pionowo i wypełnionej cieczą do wysokości [h] ponad wierzchołkiem, w którym umieszczony jest mały otwór wylotowy [F] i powierzchnia zwierciadła wynosi [F_0]

Rozwiązanie: $T = \frac{2}{3}\frac{F_0\sqrt{h}}{\mu F\sqrt{2g}}$.

Fig. 272.



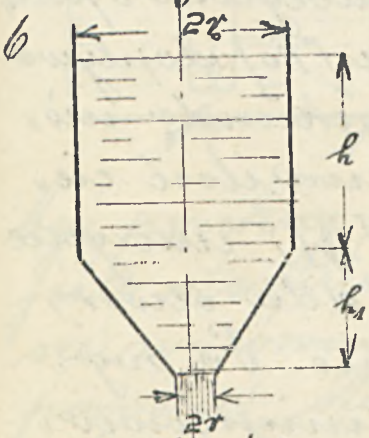
5. W jakim czasie wypróżni się naczynie piramidalne o przekroju kwadratowym, wypełnione cieczą do wysokości [$h = 20\ cm$], których boki wynoszą $\left[\begin{matrix} a = 20\ cm \\ b = 10\ cm \end{matrix}\right]$. Otwór wylotowy jest

również kwadratem o boku [$c = 1cm$]; spółczynnik wypływu $\mu = 0,62$.

Rozwiązanie:

$$T = \frac{2}{15}\frac{\sqrt{h}}{\mu c^2\sqrt{2g}}\left(3a^2+4ab+8b^2\right).$$

Fig. 273



6 Wyznaczyć czas, w jakim wypróżni się pionowe cylindryczne naczynie, zaopatrzone w koniczną przystawkę. Dane są następujące wielkości: $r_0 = 1m$, $r = 1cm$, $h = 2m$, $h_1 = 1m$, $\mu = 0,8$.

Rozwiązanie:

$$T = \frac{2r_0^2}{\mu r^2\sqrt{2g}}\left[\sqrt{h+h_1} - \sqrt{h_1} + \frac{1}{15}\sqrt{h_1}\left(3+4\frac{r}{r_0}+8\frac{r^2}{r_0^2}\right)\right].$$

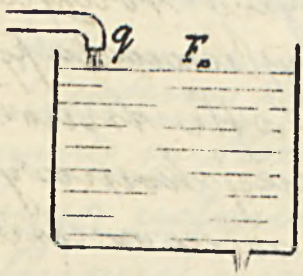
7. W jakim czasie wypróżni się elipsoida trójosiowa $\left[\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1\right]$, ustawiona pionowo wedle osi [$2a$] i zaopatrzona w mały otwór wylotowy [F], umieszczony możliwie najniżej. Zwierciadło cieczy

znajduje się w wysokości [h] ponad otworem.

Rozwiązanie:

$$T = \frac{2}{15}\,\frac{\pi \cdot b \cdot c\, h^{3/2}}{a^2 \mu F \sqrt{2g}}\,[10a - 3h].$$

Fig. 274.



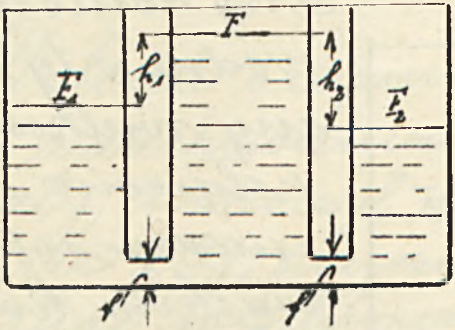
8 Do naczynia o przekroju [F_0] dopływa na sekundę nieznana ilość cieczy [q]; naczynie posiada otwór, umieszczony w dnie. Po wystąpieniu ruchu umiejscowionego zamykamy nagle dopływ, wskutek czego zwierciadło poczyna opadać.

Jak wielki był dopływ [q] na sekundę, jeśli po [t_1] sekundach opadło zwierciadło o wysokość [z_1], zaś po [t_2] sekundach o [z_2]?

Rozwiązanie:

$$q = F_0\,\frac{t_2^2 z_1 - t_1^2 z_2}{t_1 t_2 (t_2 - t_1)}.$$

9. Fig. 275.



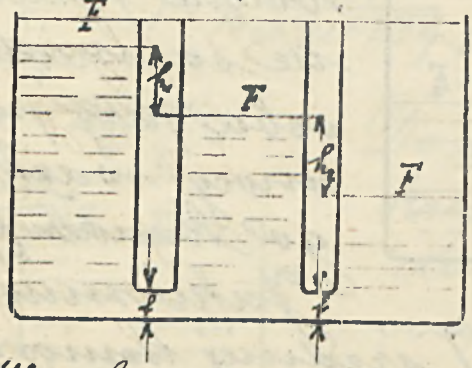
Trzy komory wodne połączone są między sobą przy pomocy wąskiego kanału [f]. Jaki musi być przekrój [F] średniej komory, jeśli stosunek $h_1 : h_2$ ma w czasie wyrównywania się poziomów pozostać stały, czyli jeśli wyrównanie się poziomów w prawej i w lewej komorze następuje jednocześnie? Jak długi jest czas wyrównania się? [Oscylacye zwierciadła należy pominąć]

Rozwiązanie:

$$F = \frac{F_1 F_2 (h_2 - h_1)(\sqrt{h_2} + \sqrt{h_1})}{\sqrt{h_1 h_2}\,(F_1 \sqrt{h_1} - F_2 \sqrt{h_2})}$$

$$T = \frac{2 \quad F_1 F_2 (h_2 - h_1)}{\mu f \sqrt{2g}\,(F_1 \sqrt{h_2} - F_2 \sqrt{h_1})}$$

10. Fig. 276



Trzy komory wodne o tej samej wielkości, połączone są między sobą wąskim kanałem [f].

W jakim czasie nastąpi wyrównanie się wszystkich trzech poziomów, jeśli dane są początkowe różnice [h_1] i [h_2] tychże poziomów.

Rozwiązanie:

$$T = \frac{2F}{3\mu f\sqrt{2g}}\left\{\sqrt{h_1}+\sqrt{h_2}+\frac{2c}{\sqrt{3}}\left[\frac{\pi}{6}-\arcsin\frac{\sqrt{c}-3\sqrt{h_1}}{2\sqrt{c}}\right]\right\}$$

Gdzie stała $c = \dfrac{h_2-\sqrt{h_1 h_2}+h_1}{\sqrt{h_2}-\sqrt{h_1}}$

X. Czas wahania.

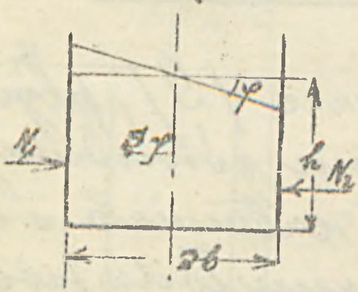
1. Do łodzi o ciężarze [G], płynącej z zachowaniem równowagi stałej, wskoczył człowiek o ciężarze [G_1], przyczem łódź poczęła wahać w płaszczyźnie pionowej. Wyznaczyć czas jednego wahnięcia.

Rozwiązanie: Należy zwrócić uwagę, że wskutek skoku zwiększa się głębokość zanurzenia łodzi o [z], przyczem objętość wypartej cieczy wzrasta o [Fz], jeśli [F] jest wielkością płaszczyzny pływania, a [z] jest bardzo małe. Przyśpieszenie, z jakiem poruszone masy podnoszone są w górę, wynosi widocznie [$-\frac{d^2z}{dt^2}$]. Na podstawie tych założeń dochodzimy do wyniku:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{G+G_1}{F\gamma g}}$$

2.

Fig. 277



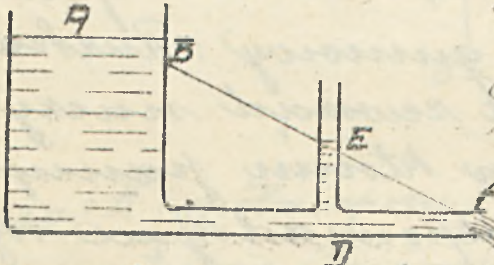
Naczynie pryzmatyczne o szerokości [2b] wypełnia ciecz do wysokości [h]. Pobudzamy ciecz, pozostającą początkowo w równowadze do drobnych wahań, przyczem zwierciadło cieczy zamyka z poziomem cieczy mały kąt [φ]. Wyznaczyć czas jednego wahnięcia.

Rozwiązanie: Wskutek wahania przesuwa się środek ciężkości S o wielkość [ξ], którą można wyznaczyć. Siłami działającemi na punkt S są reakcye ścian [N_1] i [N_2], powstałe wskutek naporu cieczy. Przyspieszenie środka ciężkości wynosi $\frac{d^2\xi}{dt^2} = -\frac{N_1 - N_2}{M}$, gdzie [M] jest masą cieczy. Na podstawie tych założeń znajdujemy czas jednego wahnięcia, a więc czas, jaki upływa do chwili, w której [ϑ] powraca do pierwotnej wartości:

$$T = \frac{2 b \pi}{\sqrt{3gh}}$$

XI. Przewody.

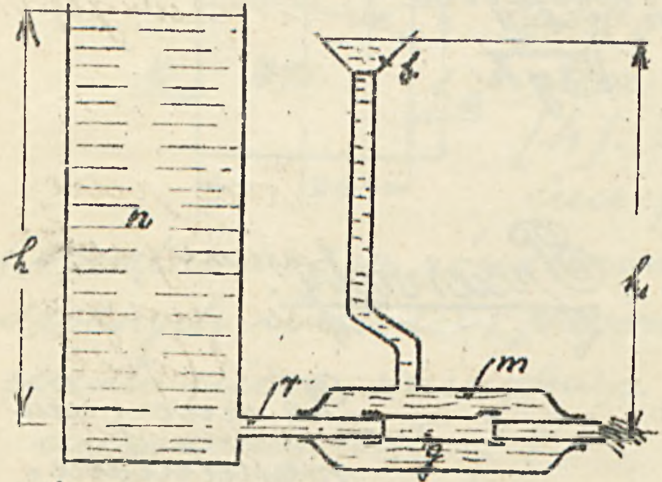
1\. Fig. 278.



Do naczynia wypełnionego cieczą, uchodzi poziomą rura, otwarta przy C. W dowolnem miejscu D załączamy pionową rurkę, w której ciecz podchodzi do punktu E. Wykazać, że punkt E leży na prostej BC, przyczem B jest punktem, leżącym tuż pod powierzchnią A cieczy.

2\.

Fig. 279

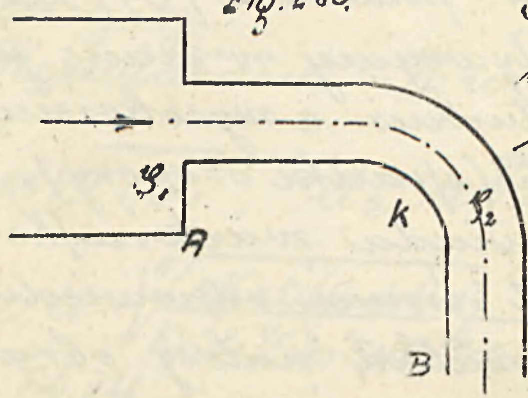


Z naczynia n wypływa ciecz przez rurkę r, w której zastąpiono część g przez cienki wąż gumowy. Rurka otoczona jest zewsząd naczyniem m, w którem panuje ciśnienie, odpowiadające wysokości [h₁] słupa cieczy w załączonej pionowej rurze. Ciśnienie to przenosi się z łatwością do wnętrza węża g. Odpowiedzieć na pytanie, czy w wypadku wzrostu wysokości [h₁] wąż się rozszerza lub zwęża?

Rozwiązanie: Zależnie od tego

czy $h_1 \leq Z$, gdzie $[Z]$ oznacza wysokość ciśnienia (piezometrycznego) w uważanem miejscu, należy się spodziewać zwężenia względnie rozszerzenia węża.

3. Fig. 280



Przez rurę zwężającą się nagle w A (spółczynnik oporu $[\zeta_1]$) i zaopatrzoną w kolano K (spółcz. oporu $[\zeta_2]$), przepływa pewną ilość wody na sekundę. Przy B umieszczamy zasuwę redukującą wydatek przewodu do $[\frac{1}{n}]$ pierwotnej wartości. Jaki spółczynnik oporu $[\zeta]$ musi posiadać dana zasuwa.

Rozwiąz: $\zeta = (n^2-1)(1+\zeta_1+\zeta_2)$

$n=\frac{V}{V_2}$, $[V]$ - prędk. przy B przed umieszcz. zasuwy

$[V_2]$ - prędk przy B po umieszczeniu zasuwy.

4. Koszt wykonania rurociągu rośnie z długością [l] i średnicą [d], a więc wynosi [$K_1 d l$], gdzie [K_1] jest odpowiednią stałą. Koszt założenia i pędzenia danej stacyi pomp wzrasta z wydatkiem przewodów [Q] [ilość cieczy przeptywojącej w czasie jednej sekundy], tudzież z wysokością tłoczenia [h] (spadki i opory], a więc odpowiada wartości [$K_2 Q h$], gdzie [K_2] jest również odpowiednią stałą. Jak wielką należy obrać średnicę [d] rurociągu przy oznaczonej długości i wydatku, jeśli koszt całkowity ma wypaść możliwie najmniejszy?

Rozwiązanie:

Użyć wzoru $h = c \frac{Q^2 l}{d^5}$, gdzie $c = 0{,}00243$

Żądana średnica $d = \sqrt[6]{\frac{5K_2 c}{K_1}} \sqrt{Q}$.

5. Dwa rurociągi o długościach [l_1] i [l_2], przeprowadzające

ilości wody [Q_1] względnie [Q_2] na sekundę na równą wysokość, są zasilane przez tę samą sta-cye pomp. Wyznaczyć średnice obu rurociągów [d_1] i [d_2] tak, aby całkowity koszt był możliwie najmniejszy.

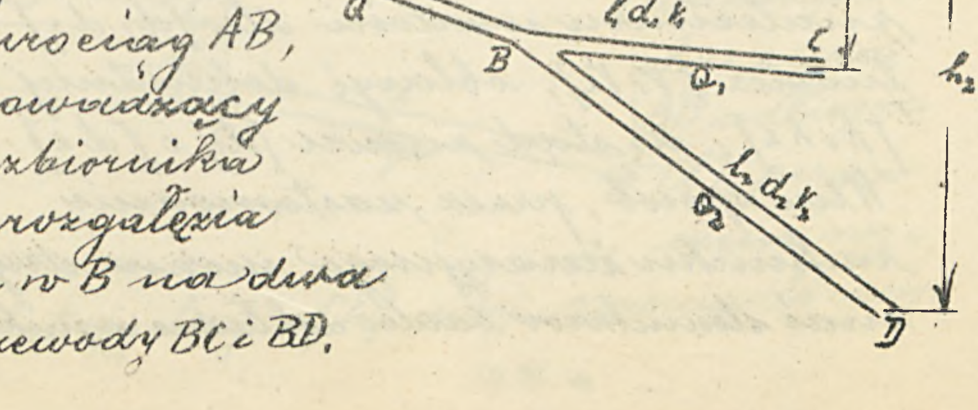
Rozwiązanie: Porównać zad. 4.

$$d_1 = a\sqrt{l_1 Q_1^2}, \quad d_2 = a\sqrt[5]{l_2 Q_2^2}$$

gdzie $a = \sqrt[6]{\dfrac{5K_2 c(Q_1+Q_2)}{K_1\, l_1^{7/5} Q_1^{2/5} + l_2^{4/5} Q_2^{2/5}}}$, $c = 0{,}00243$.

Fig. 281.

6



Rurociąg AB, prowadzący ze zbiornika Z, rozgałęzia się w B na dwa przewody BC i BD.

Otwór c dostarcza 8000 litrów, zaś D – 120.000 litrów na godzinę. Przewody są z żelaza lanego. Prędkość cieczy w rurze AB przyjmujemy $v = 1\,m/s$. Wyznaczyć średnice [d], [d 1] i [d 2], tudzież prędkość [V1] i [V2], jeśli dane są:

$l = 400\,m$, $l_1 = 300\,m$, $l_2 = 200\,m$, $h_1 = 8\,m$, $h_2 = 20\,m$.

Rozwiązanie: Dla wyznaczenia współczynnika, pochodzącego od tarcia cieczy o ściany rury, użyć wzoru Weisbacha i Langa:

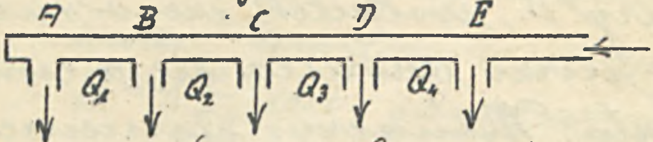
$$\lambda = \alpha + \frac{\beta}{\sqrt{v d}}, \text{ gdzie } \alpha = 0{,}02,\ \beta = 0.0018.$$

Współczynnik oporu w A $\zeta_{II} = 1{,}78$ w miejscu rozgałęzienia B – $\zeta_I = 2$.

W rachunku prowizorycznym założyć czasowo $h_1 = h_2 = h$, następnie zaś po znalezieniu wartości dla [d1 d2] tudzież [V1 V2], obliczyć dokładniej [h1 h2], a stąd znowu [d1] i [d 2]. W ten sposób, przez zastosowanie rachunku iteracyjnego można otrzymać stosunkowo bardzo dokładne wyniki.

7. Przewód o stałej średnicy [d] posiada w równych odstępach [l] otwory wypływowe o tej samej wielkości [F]. Wyznaczyć związek pomiędzy wydatkami [Q_n], [Q_{n-1}], [Q_{n-2}] trzech następujących po sobie odcinków [l] rury.

Fig. 282.

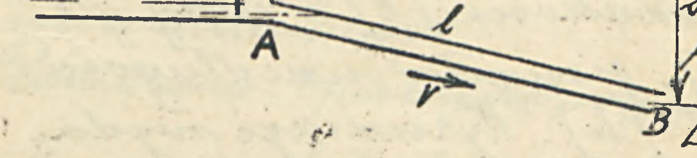


Rozwiązanie: $(Q_4-Q_3)^3-(Q_3-Q_2)^2=b^2Q_3^2$.

gdzie $b^2=\frac{16\lambda\mu^2}{\pi^2}\frac{F^2 l}{d^5}$, [$\mu$] - spółcz. wypływu

ogólnie: $[Q_n-Q_{n-1}]^2-[Q_{n-1}-Q_{n-2}]^2=b^2Q_{n-1}^2$.

Fig. 283.



8. Ze zbiornika wody prowadzi prosta rura AB o długości [l], przy czem wylot jej leży o [h] niżej zwierciadła cieczy.

Wypływ odbywa się przy B z prędkością [V]. Następnie zamykany w części wylot rury B, wskutek czego ruch wody w rurze opóźnia się, a ciśnienie wzrasta. Wyznaczyć ciśnienie w rurze jako funkcyę opóźnienia ruchu wody.

Rozwiązanie:

Należy zwrócić uwagę na element cieczy w rurze o długości [dx] i zastosować zasadę d'Alemberta.

Dla ciśnienia w B otrzymujemy:

$$p_B = \gamma\left(h - \frac{l}{g}\frac{dV}{dt}\right).$$

XII. Kanały i rzeki

1. Koryto o przekroju prostokątnym o stałej szerokości [b] i stałej głębokości [t], posiada na długości [l] spadek [h]. Wyznaczyć wydatek koryta [Q] (ilość cieczy przepływającej w ciągu jednej sekundy)

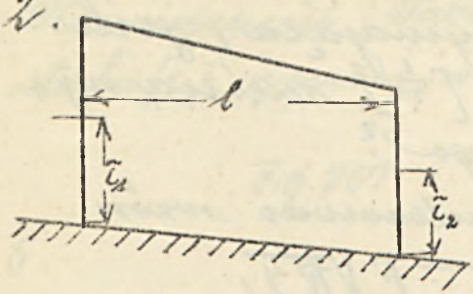
Rozwiązanie:

Ruch cieczy należy uważać jako umiejscowiony. Opór łożyska przyjąć równy $W = k\frac{v^2}{2g}u\,l$, gdzie [u] jest obwodem zwilżonym.

Otrzymujemy: $Q = \sqrt{\frac{1}{kl}}\;\frac{b^{3/2}\,t^{3/2}}{\sqrt{b+2t}}\sqrt{2gh}.$

Fig. 284

2.



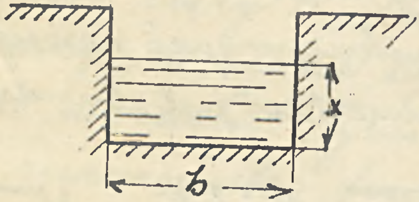
W korycie o przekroju prostokątnym, o stałej szerokości [b], zmierzymy w dwu miejscach, odległych od siebie o [l], głębokości [t_1] i [t_2].

Wyznaczyć wydatek koryta [Q], jeśli znany jest spadek [h] powierzchni cieczy?

Rozwiązanie: Opór łożyska przyjąć jak w zad. 1.

$$Q = \frac{b\,t_1\,t_2}{\sqrt{(t_1+t_2)\left(t_1-t_2+\frac{kl}{2f}\right)+\frac{2kl\,t_1 t_2}{b f}}}\sqrt{2gh}.$$

3 Fig. 285.



Kanał o przekroju prostokątnym o szerokości [b], przeprowadza pewną ilość wody, jeśli jest wypełniony całkowicie do wysokości [t]. Jak wysoko [X] musi wznosić się woda przepływająca, jeśli wydatek ma być $[\frac{1}{n}]$ częścią wydatku poprzedniego?

Rozwiązanie: zastosować wzór Bazin'a $Q = \frac{87}{1+\frac{c}{\sqrt{R}}} F\sqrt{RJ}$,

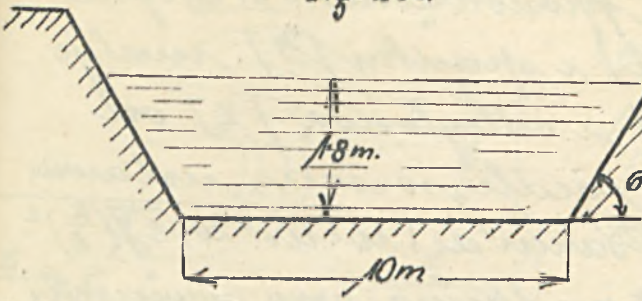
gdzie [c] oznacza stałą, zależną od materyału użytego, [F] - przekrój, $R = \frac{F}{u}$, [U] - Obwód zwilżony, [J] względny spadek.

Głębokość [X] określa nam równanie:

$$K^2 b^4 X^4 - 4Kcb^2X^3 + 2X^2(2c^2 - b - Kcb^3) + bX(4c^2 - b) + b^2c^2 = 0$$

gdzie $K = n\frac{c+\sqrt{R}}{F_1 R_1}$, $F_1 = bt$, $R_1 = \frac{F_1}{b+2t}$.

4. Fig. 286.



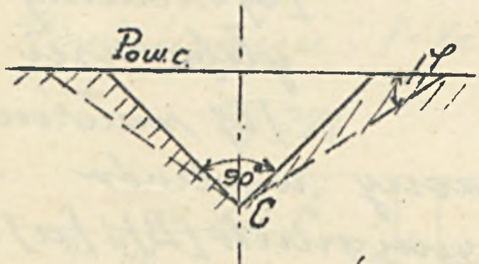
Wyznaczyć spadek [J] kanału ziemnego o podanych wymiarach, przeprowadzającego 30 m³ wody na sekundę.

Rozwiązanie: Patrz zad 3.

stała [c] wynosi w danym wypadku 0'85

Fig. 287

5.



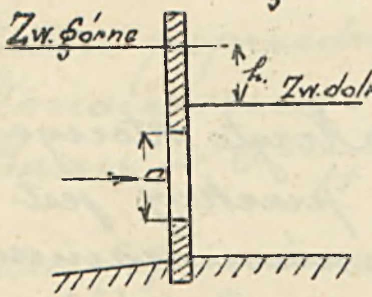
Koryto którego przekrój jest równoramiennym trójkątem prostokątnym, rozszerzyć w ten sposób, aby przy niezmienionej głębokości wody, wydatek jego się podwoił. Wyznaczyć odpowiadający tym warunkom kąt nachylenia ściany [φ].

Rozwiąz: $\cos^3\varphi + 2\sqrt{2}\cos^2\varphi = 2\sqrt{2}$.

6. W szerokiem prostokątnem korycie o głębokości [t] i spadku [J] maleje prędkość [u] z odległością [z] od powierzchni wedle wzoru, ustawionego przez Bazin'a: $u = u_0 - 20\sqrt{tJ}\left(\frac{z}{t}\right)^2$. gdzie [$u_0$] jest prędkością przy powierzchni. Wyznaczyć średnią prędkość [V] przepływu.

Rozwiązanie: $V = u_0 - \frac{20}{3}\sqrt{tJ}$.

Fig. 288.

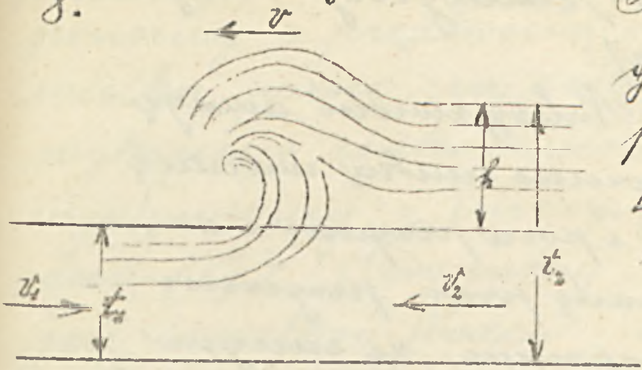


7 W kanale o szerokości [b] i średniej głębokości [t] założono upust zaopatrzony w otwór stawidłowy o wymiarach [B] i [a]. Po ustaleniu się ruchu unieruchomionego wyniesi różnica poziomów zwierciadła górnego i dolnego [h]. Wyznaczyć wydatek kanału.

Rozwiązanie

$$Q = \sqrt{\frac{2gh}{\frac{1}{\mu^2 a^2 B^2} - \frac{1}{b^2 t^2}}}, \text{ spółcz. } \mu = 0{,}6.$$

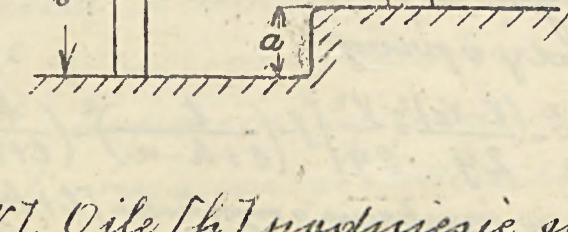
Fig. 289



8. Rzeka o średniej głębokości [t_1] płynie z prędkością [V_1]. Od ujścia rzeki wychodzi strumień o głębokości [t_2], bieżący przeciw prądowi rzeki z prędkością [V_2], wskutek czego następuje spiętrzenie się wody. Z jaką chyżością [V] rozchodzi się to spiętrzenie w kierunku przeciwnym prądowi rzeki?

Rozwiązanie: $V = V_2 + (V_1 + V_2)\frac{t_1}{h}$.

Fig. 290



9. W kanale prostokątnym o głębokości [t] płynie woda z prędkością [V]. O ile [h] podniesie się zwierciadło

cieczy, jeśli przy M założymy próg o wysokości [a].

Rozwiązanie: Należy zwrócić uwagę na nieskończenie cienką warstwę cieczy przed i poza progiem i zastosować zasadę prac, przyczem nie wolno zapomnieć, że energia potencyalna cieczy ulega zmianie, tudzież że ciśnienie hydrostatyczne na daną warstwę wykonuje pewną pracę. Wysokość podniesienia się zwierciadła można wyrazić w następującej postaci:

$$h = \frac{V^2}{2g} - \frac{V_1^2}{2g} = \frac{V^2}{2g}\left[1 - \left(\frac{t}{t+h-a}\right)^2\right].$$

10. O ile zmienia się rezultat w zad 9., jeżeli uwzględnimy stratę energii z powodu uderzenia wody o próg?

Rozw.: $h = \frac{V^2}{2g} - \frac{V_1^2}{2g} - \frac{(V-V_2)^2}{2g} = \frac{V^2}{2g}\left[1 - \left(\frac{t}{t+h-a}\right)^2 - \left(\frac{h}{t+h}\right)^2\right].$

$[V_2]$ jest prędkością w przekroju o wysokości $[t+h]$.

pionowej, porusza się w płaszczyźnie poziomej z prędkością [u]. Jak wielką pracę na sekundę [E] wykonuje reakcya poziomna cieczy, wypływającej z naczynia z prędkością [V]? Przy jakiej wartości [u] jest wartość pracy największa?

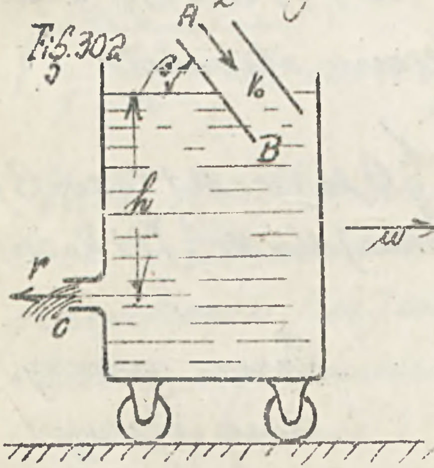
Rozwiązanie:

$$E = \frac{1}{g} F v u (v-u)$$

dla $u = \frac{v}{2}$ wynosi $E max = \frac{1}{g} F \frac{v^3}{4}$.

Fig. 302

4



Z rury AB, nachylonej pod kątem [β] do poziomu, wypływa ciecz z prędkością [V₀] do dużego wypełnionego cieczą naczynia zaopatrzonego w C w pionowej otwór wypływowy [F], a poruszającego się z prędkością [u]. Wyznaczyć składową poziomą [H] i pionową [V] reakcyi. Jak wielka jest moc wytkowa [E] reakcyi poziomej? Jak wielki jest jej stosunek do mocy bezwzględnej (dzielność) [η]? Przy jakiej prędkości [u] jest dzielność największa? Zachodzące w cieczy uderzenia należy zaniedbać.

Rozwiązanie:

$$H = \frac{1}{g} Q [v - u + v_0 \cos\beta], \text{ gdzie}$$

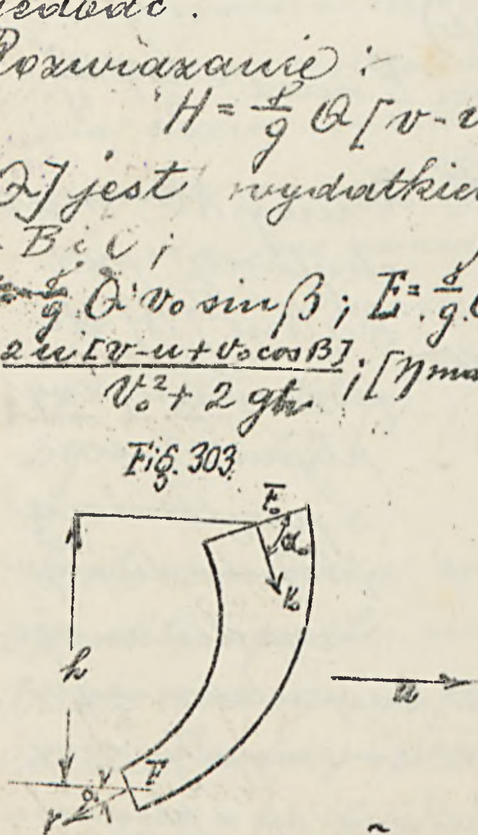
[Q] jest wydatkiem otworu w B i C;

$V = \frac{1}{g} Q v_0 \sin\beta$; $E = \frac{1}{g} Q u [v - u + v_0 \cos\beta]$

$\eta = \frac{2u[v - u + v_0 \cos\beta]}{v_0^2 + 2gh}$; [$\eta_{max}$] dla $u = \frac{1}{2}[v + v_0 \cos\beta]$.

Fig. 303

5.



Przez naczynie o wysokości [h], i danym stosunku przekroju dopływowego i odpływowego $n = \frac{F}{F_0}$ przepływa ciecz, pozostająca w [F_0]

pod ciśnieniem odpowiadającem wysokości [h_0] słupa cieczy.
Odpowiednie kierunki prędkości przepływu cieczy wynoszą [α_0] i [α]. Wyznaczyć powinną prędkość [u], z jaką naczynie się porusza, jako funkcyę wysokości ciśnienia [h_0].

Rozwiązanie:

$$u = \sqrt{2g}\left[\sqrt{h_0 - \frac{n^2}{1-n^2} h \sin^2\alpha_0} - \sqrt{\frac{n^2}{1-n^2} h} \cos\alpha_0\right]$$

6. Jak wielki musi być stosunek $n = \frac{F}{F_0}$ w zad. 5. jeśli kierunek prędkości [u] wpada w kierunek reakcyi powinnej?
Rozwiązanie:

$$u \leqq \sqrt{\frac{h_0}{h+h_0}}.$$

7. Dla jakich kątów [α_0] i [α] w zad. 5 jest strata energii z powodu wypływu wody przy [F] najmniejsza? Jaka jest wartość stosunku

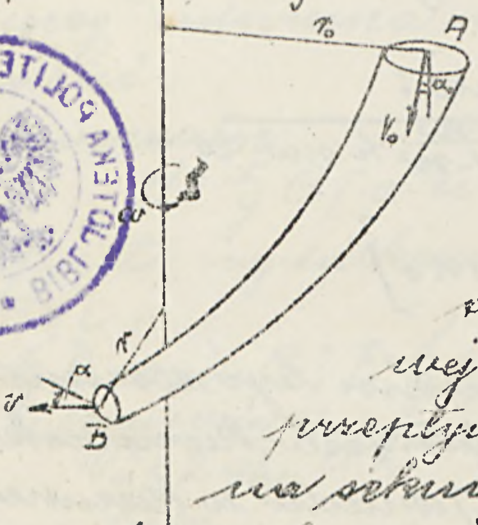
$n = \frac{F}{F_0}$ w danym wypadku?

Rozwiązanie:

$\cos\alpha_0 = \frac{h_0(1-n^2)-h(1+n^2)}{2hn}$, $\alpha = 0$;

$n \geq \frac{h_0 - h}{h_0 + h}$.

Fig. 304.



8. Naczynie zakrzywione AB obraca się z prędkością kątową [ω] dokoła osi pionowej. Przez naczynie przepływa [Q] m³ cieczy na sekundę. Jaki moment wobec osi obrotu tworzy, powstająca w czasie przepływu, reakcya?

Rozwiązanie:

$M = \frac{1}{g} Q [(V\cos\alpha - r\omega) r - (V_0\cos\alpha_0 - r_0\omega) r_0]$

gdzie [α_0] i [α] są kątami, jakie [V_0] i [V] tworzą z kierunkiem przeciwnym do kierunku ruchu w A i B.

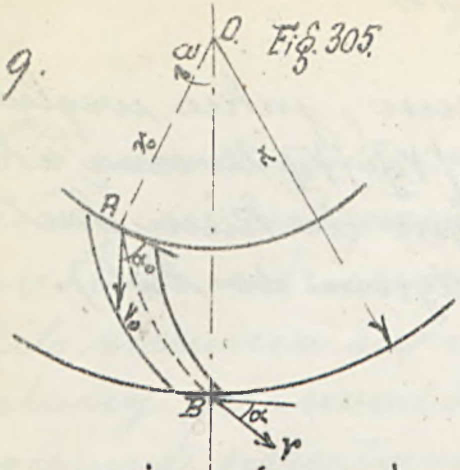
9. 

Fig. 305.

W poziomem kole, obracającem się z prędkością kątową [ω] dokoła osi pionowej O, znajdują się kanały zakrzywione, z których jeden AB przedstawiony jest na figurze. Woda wpadła w naczynie w A z prędkością absolutną [w]. Jaki kierunek musi mieć prędkość [w] jeśli woda nie uderza o ściany naczynia? Jak wielki jest moment reakcyi cieczy [Q], przepływającej na sekundę przez kanały naczynia? Jaka jest moc reakcyi cieczy?

Rozwiązanie:

$$M = \frac{1}{g} Q \left[(V \cos \alpha - r\omega) r - (V_0 \cos \alpha_0 - r_0 \omega) r_0 \right]$$

$$E = M\omega,$$

$[\alpha_0]$ i $[\alpha]$ są kątami, jakie względne prędkości wody $[V_0]$ i $[V]$ tworzą z kierunkiem przeciwnym do kierunku ruchu w A i B (styczne do kół).

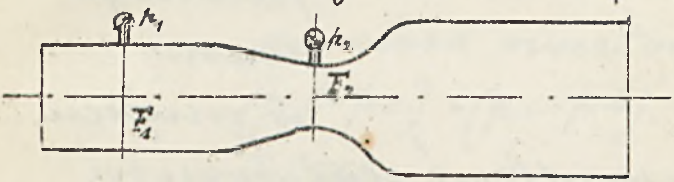
XV. Energia.

1. Wyznaczyć różnicę energii dwu równych cząstek masy, z których jedna przynależy powierzchni cieczy, pozostającej w spoczynku, druga zaś leży o $[h]$ niżej?
Rozwiązanie: Odnośna różnica równa się zeru.

2 Z przewodu wypływa w sekundzie $[Q]$ m^3 cieczy, pozostającej pod ciśnieniem $[p]$ at; jak wielką energię oddaje na sekundę odnośna ilość cieczy?

3. W rurociągu, wypełnionym cieczą pozostającą w spoczynku, panuje ciśnienie $p_0 = 3,5$ at. O ile zmienia się ciśnienie na ściany przewodów, jeśli ciecz poczyna przepływać z prędkością $V = 0,9$ m/s?

Fig. 306

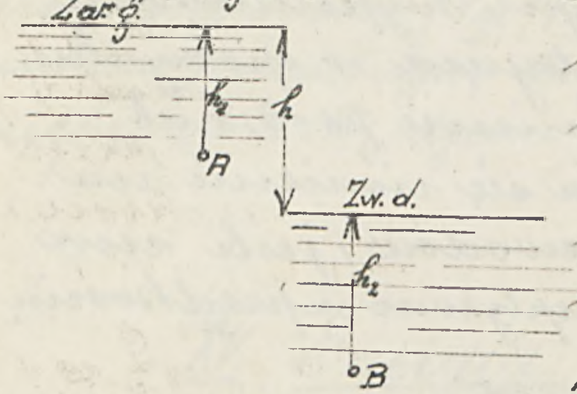


4. W dwu miejscach poziomego przewodu mierzymy przekroje $[F_1]$ i $[F_2]$ tudzież ciśnienie manometryczne $[p_1]$ i $[p_2]$. Jak wielka ilość cieczy przepływa w czasie jednej sekundy, jeśli pomiędzy uważanymi przekrojami nie występują żadne opory?

Rozwiązanie:

$$Q = \sqrt{\frac{2g}{\gamma}(p_1 - p_2)}\,\frac{F_1 F_2}{\sqrt{F_1^2 - F_2^2}}$$

5 Fig. 307.



Kilogram wody, obdarzony w A prędkością [V_1] znajduje się po upływie pewnego czasu w miejscu B, przyczem prędkość jego wynosi [V_2]. Jak wielką energię wydał on w tym czasie?

Rozwiązanie:

$$E = \frac{V_1^2}{2g} + h - \frac{V_2^2}{2g}$$

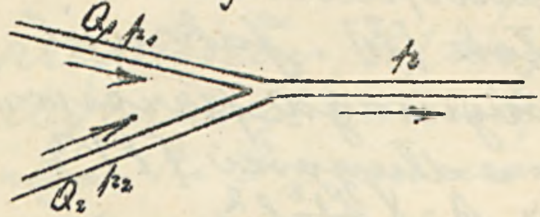
6. Przy wodociągu, dostarczającym 44 litrów na sekundę, należy porównać ciśnienie w trzech różnych miejscach. Miejsce A leży o 6 m wyżej miejsca C, przyczem średnica rury wynosi

w obu wypadkach 15cm. Miejsce B leży w połowie wysokości między A i C, przyczem średnica rury jest dwa razy większa. Na występujące w czasie ruchu opory nie należy zwracać uwagi.

Uwaga: Jeśli [p_a], [p_b], [p_c] przedstawiają wielkość ciśnienia w A, B, C, wtenczas należy znaleźć wartość różnic ($p_b - p_a$) i ($p_c - p_b$).

Fig. 308.

7

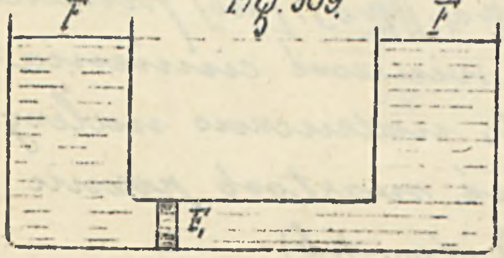


Dla uwidocznionego obok rurociągu, ułożonego w płaszczyźnie poziomej, dane są następujące wielkości: średnica [d], wspólna dla wszystkich przewodów, wydatki rur dopływowych [Q_1] i [Q_2], tudzież

ciśnienie [p_1] i [p_2]. Znaleźć wielkość ciśnienia [p] w rurze odpływowej. Opory walcy ominąć.
Rozwiązanie:

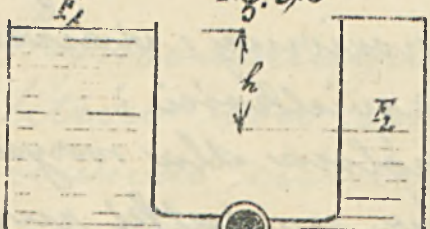
$$p=\frac{p_1+p_2}{2}-\frac{4\lambda}{g\pi^2 d^4}\left(Q_1^2+4Q_1Q_2+Q_2^2\right)$$

Fig. 309

8. 

Dwie równe komory wodne o przekrojach [F], łączy rura zaopatrzona w szczelny tłok [F_1]. Jak wielkiej pracy wymaga przesunięcie tłoka o długości [l]?
Rozwiązanie: $A=\gamma\frac{F_1^2}{F}l^2$.

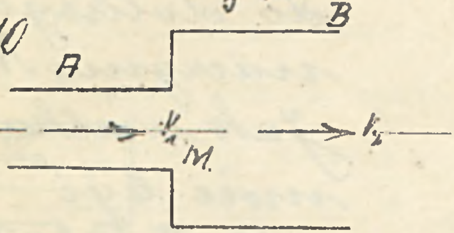
Fig. 310

9. 

Dwie komory wodne, wypełnione do różnej wysokości cieczą, można połączyć ze sobą przy pomocy kurka K. Jaka jest wartość energii, uzyskanej przez wyrównanie się obu poziomów.

Rozwiązanie: $E = \gamma F_1 F_2 h^2 \frac{F_1 - F_2}{(F_1 + F_2)^2}$

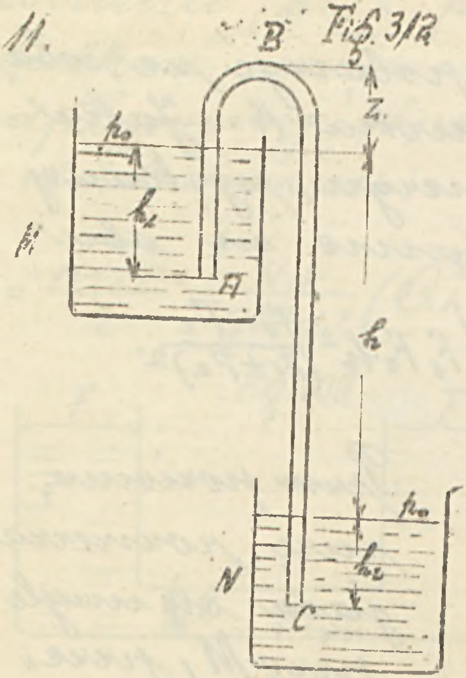
Fig. 311.



10 Przez poziomą rurę, rozszerzającą się nagle przy M, przepływa ciecz z prędkością [v_1] względnie [v_2]. Wyznaczyć różnicę ciśnień części A i B z zaniedbaniem występujących oporów.

Rozwiązanie: Zwrócić między innemi uwagę na stratę energii z powodu uderzenia, występującego skutkiem nagłej zmiany przekroju, według Bordy wynosi odnośna strata $h_0 = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g}$. Żądana różnica ciśnień wynosi: $p_2 - p_1 = \frac{\gamma}{g} v_2 (v_1 - v_2)$

11. Fig. 3/12



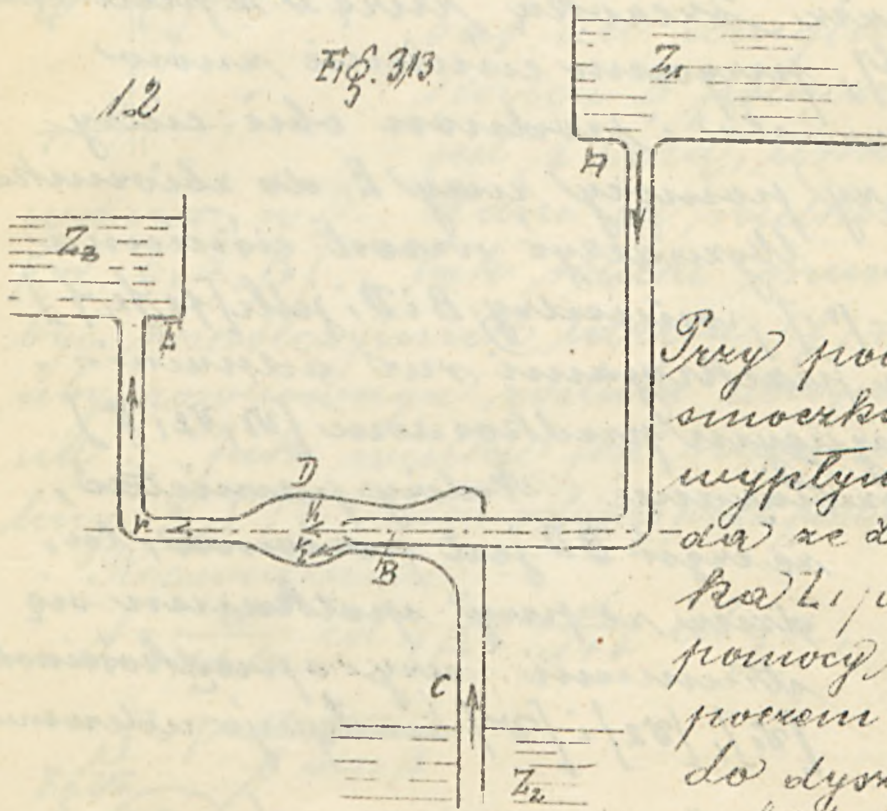
Z naczynia górnego M przepływa ciecz przy pomocy lewara ABC do dolnego naczynia N. Jak wielka może być odległość [z] najwyższego miejsca lewara B od górnego zwierciadła cieczy, jeśli ciągłość strumienia ma być zachowana? Tarcie występujące w rurze w czasie przepływu należy uwzględnić.

Rozwiązanie: Należy pamiętać, że w C zachodzi strata wskutek uderzenia strumienia o ciecz będącą w spoczynku. Przez ustawienie równań energetycznych dla miejsc A i C, a następnie dla A i B, dochodzimy w końcu do warunku:

$Z < \frac{p_0}{\gamma} - h\frac{\lambda l_1}{\lambda l + d}$, gdzie $[l_1]$ jest długością części AB, $[l]$ — długością całej rury AC; $[\lambda]$ oznacza spółcz. tarcia.

Fig. 313

1.2



Przy pompie smoczkowej wypływa woda ze zbiornika Z_1 przy pomocy rury A, poczem wpada do dyszy B, z której uchodzi z prędkością $[v_1]$.

Dokoła wylotu dyszy powstaje spadek ciśnienia, skutkiem czego —

cieczy ze zbiornika Z_2 podnosi się w rurze C i przepływa z kolei obok dyszy z prędkością $[v_2]$ Obie ciecze płyną następnie razem przez szeroką rurę D z prędkością $[v]$, przyczem ciśnienie znowu wzrasta i podnosi obie ciecze przy pomocy rury E do zbiornika Z_3. Wyznaczyć wzrost ciśnienia $[p-p_1]$ pomiędzy B i D, jeśli $[f_1, f_2, f]$ są przekrojami rur odpowiadającym prędkościom $[v_1, v_2, v]$

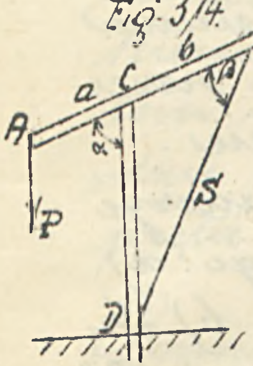
Rozwiązanie: Należy pamiętać, że część BD jest pozioma, tu[-] dzież że przy spotkaniu się strumieni cieczy o prędkościach $[v_1]$, $[v_2]$ i $[v]$ następuje uderzenie.

Wzrost ciśnienia wynosi;

$$p-p_1 = \frac{\gamma}{fg}\left[f_1 v_1 (v_1 - v) + f_2 v_2 (v_2 - v)\right]$$

C. Tarcie.

1 Fig. 3/4.



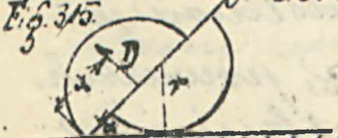
Pręt AB=l, podparty w C na słupie pionowym, obciążony jest w A ciężarem [P], zaś na drugim końcu B połączony jest z liną, umocowaną w D. Dane są wielkości [a, b, α, β]. Jak wielki musi być współczynnik tarcia [f] w C, aby równowaga została utrzymana? Jak wielkie jest napięcie liny [S]? [ciężar własny pręta pominąć].

Rozwiązanie:

$$f = \frac{a}{a+b}\operatorname{ctg}\beta + \frac{a}{a+b}\operatorname{ctg}\alpha;$$

$$S = P\,\frac{a\sin\alpha}{b\sin\beta}.$$

Fig. 3/5.



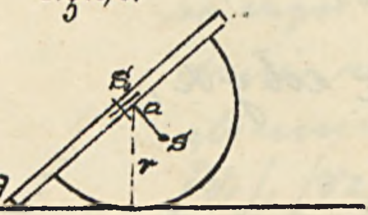
2 Dwie połówki cylindra kołowego o średnicy [2r]

i ciężarze całkowitym [G] opierają się o siebie w sposób uwidoczniony na fig; podstawa jest gładka, powierzchnie przekroju cylindra – szorstkie. Kąt [α] jest dany. Wyznaczyć dla wypadku równowagi: a) współczynnik tarcia [f]; b) ciśnienia w A i B; c) ciśnienie [D] pomiędzy obu półcylindrami; d) odległość [x], w której występuje [D]

Rozwiązanie: $f = tg\alpha$; $A = G(1-\sin\alpha)$, $B = G(1+\sin\alpha)$; $D = G\sin\alpha\cos\alpha$; $x = r\left(\frac{1}{\sin\alpha} - \frac{4}{3\pi}\frac{1}{\cos\alpha}\right)$.

Fig. 3/6.

3

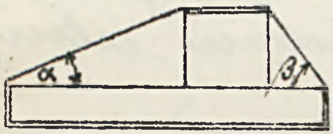


Pręt AB = $2l$ o ciężarze [G_1] opiera się o półkulę o ciężarze [G]; podstawa jest gładka, powierzchnia zetknięcia pomiędzy prętem a półkulą - szorstką (spółczynnik tarcia [f]). Jak wielką należy obrać długość [l], jeśli kierunek ciśnienia między prętem a półkulą ma przechodzić przez środek ciężkości S pręta?

Rozwiązanie: $l = r\frac{\sqrt{1+f^2}}{f} - \frac{q}{q_1} \cdot f$.

Fig. 317

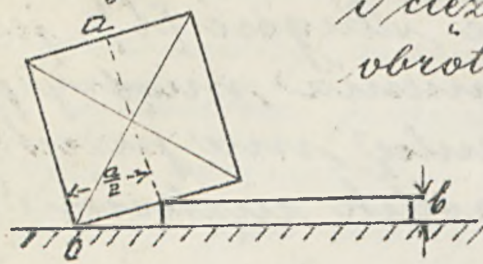
4



Pryzmat i płytę otaczamy dokoła sznurem, który z ostatnią zamyka kąty [α] i [β]. Jak wielki musi być spółczynnik tarcia pomiędzy obiema ciałami, aby w danem położeniu istniała równowaga? [ciężary własne zaniedbać].

Rozwiązanie: $f \geq tg\frac{\beta-\alpha}{2}$.

5. Fig. 318

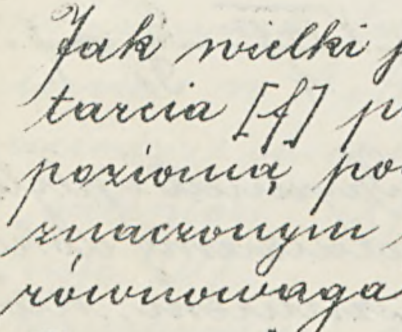


Kostkę o krawędzi [a] i ciężarze [G], osadzoną obrotowo wzdłuż krawędzi O, opiera się o płytę o ciężarze [G_1] i wysokości $b=\frac{a}{4}$.

Jak wielki jest współczynnik tarcia [f] pomiędzy płytą a poziomą podstawą, jeśli w zaznaczonym układzie istnieje równowaga?

Rozwiązanie: $f=\dfrac{G}{G\sqrt{3}+2G_1(1+\sqrt{3})}$.

6. Fig. 319

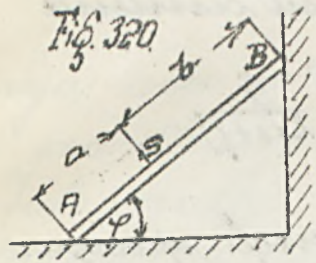


Pręt AB = l opiera się w A o szorstką podstawę zaś w C o słup pionowy o wysokości [a

Kąt ustawienia [α] pręta jest podany; jaka jest najmniejsza wartość [f] spółczynnika tarcia w A, jeśli pręt pozostaje w równowadze?

Rozwiązanie: $f = \frac{l \sin^2\alpha \cos\alpha}{2a - l \sin\alpha \cos^2\alpha}$.

7 Fig. 320

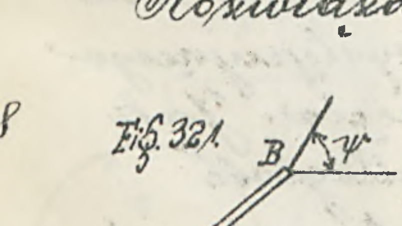


Pręt AB o środku ciężkości w S, opiera się o szorstką podstawę [f_1] i o szorstką ścianę [f_2].

Przy jakim kącie [φ] przestaje istnieć równowaga?

Rozwiązanie: $tg\varphi < \frac{a - b f_1 f_2}{f_1(a+b)}$

8 Fig. 321

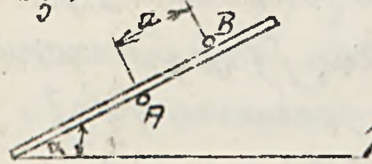


Pręt AB o ciężarze [G], opierający się jednym swym końcem o szorstką poziomą podstawę [f], je… na drugim koń… zawieszony na linie, nac…

pod kątem [ψ] do poziomu.
Kąt nachylenia pręta względem poziomu wynosi $\alpha = 45^\circ$. Przy jakim kącie [ψ] nastąpi ślizganie się pręta? Jak wielkie jest ciśnienie w A?

Rozwiązanie: $\operatorname{tg} \psi = 2 + \frac{1}{f}$; $A = \frac{G}{2(1+f)}$.

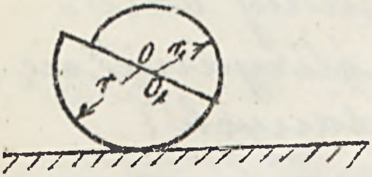
Rys. 322

9. 

Ciężki pręt spoczywa pomiędzy dwoma poziomymi prętami A i B, utrzymujący się w równowadze na podstawie tarcia, występującego w miejscach zetknięcia. Jak wielka musi być odległość środka ciężkości pręta od podpory A, aby pręt się nie zesunął?

Rozwiązanie: $X = \frac{a}{2}\left(\frac{\operatorname{tg}\alpha}{f} - 1\right)$.

10. Fig. 323

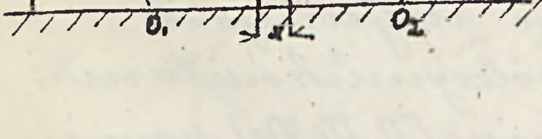


Dwa półcylindry kołowe o promieniach [r] i [r_1] o ciężarach jednostkowych [γ] i [γ_1] a o równych długościach, spoczywają na sobie swemi płaskiemi a szorstkiemi powierzchniami.

Jak wielki musi być spółczynnik tarcia [f], jeśli równowaga ma być zachowaną?

Rozwiązanie: $f = \frac{3\pi}{4}\left(\frac{(r-r_1)r_1^2\gamma}{r^3\gamma - r_1^3\gamma_1}\right)$

Fig. 324



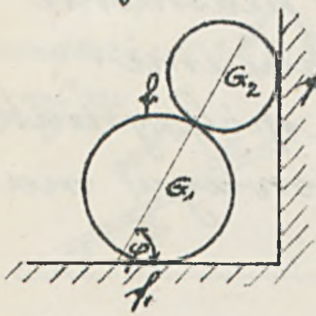
11 Półcylinder kołowy o promieniu [r] i ciężarze [G] spoczywa na dwuch innych o promieniu [r_1] i ciężarze [G_1]. Powierzchnice

cylindrów są gładkie, podstawa szorstka [f]. Przy jakiej odległości [x] nastąpi ślizganie się obu półcylindrów danych?

Rozwiązanie:

$x=$ $$x=\frac{2f(r+r_1)(G+2G_1)}{\sqrt{G^2+f^2(G+2G_1)^2}}-2r_1.$$

Fig. 325.



12 Dwa walce cylindryczne o ciężarach [G_1] i [G_2], spoczywające na sobie, opierają się o ścianę i podstawę. Współczynniki tarcia w miejscach zetknięcia posiadają wartości [f, f_1, f_2].

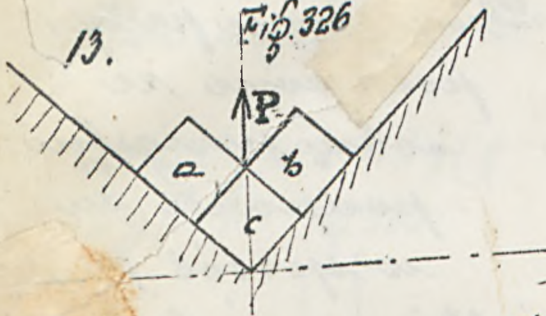
Przy pewnym oznaczonym kącie [φ] zachodzi jeszcze równowaga. Wyznaczyć najmniejsze wartości dla współczynników tarcia; znaleźć ciśnienia [D, D_1, D_2] pomiędzy walcami, między walcem a podstawą i między drugim

wałkiem a ścianą.
Rozwiązanie: $D = G_2 \frac{1+\sin\varphi}{1+\sin\varphi+\cos\varphi}$,

$D_1 = G_1 + D$, $D_2 = G_2 \frac{\cos\varphi}{1+\sin\varphi+\cos\varphi}$, $f = \frac{\cos\varphi}{1+\sin\varphi}$.

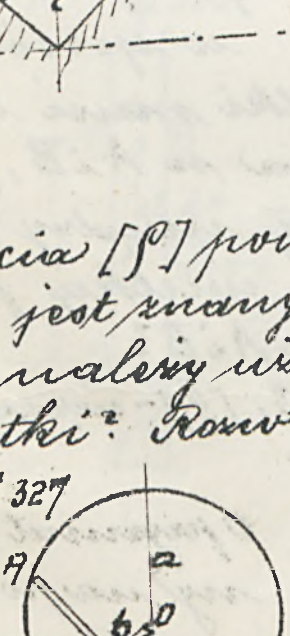
$$f_1 = \frac{G_2\cos\varphi}{G_1(1+\sin\varphi+\cos\varphi)+G_2(1+\sin\varphi)}, \quad f_2 = 1.$$

Fig. 326



13. Na dwu płaszczyznach, nachylonych pod kątem 45° do poziomu, leżą trzy kostki o równym ciężarze [G]; kąt tarcia [ρ] pomiędzy płaszczyzną, mi jest znany. Jak wielkiej siły [P] należy użyć dla wyjęcia kostki? Rozw: $P = G(2+\sin 2\rho)$.

Fig. 327



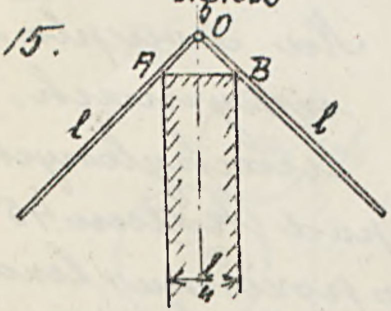
14 Pręt AB spoczywa w pionowo ustawionem kole o promieniu [a].

i jest oddalony od środka o [b].
Jaką wartość przybiera kąt [φ] w wypadku granicznym? [f = spółczynnik tarcia pomiędzy prętem a kołem].

Rozwiązanie: $\cot\varphi = \pm\left[\frac{b^2}{a^2}\frac{1+f^2}{f} - f\right]$.

Fig. 328

15.

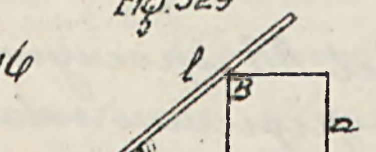


Dwa równe pręty, połączone ze sobą przegibnie, podparte są w sposób podany. Jak wielki musi być spółczynnik tarcia w A i B, jeśli pręty zamykają między sobą kąt prosty? Jak wielką jest wtedy reakcya w A i B?

Rozw: $f = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$; $D = 2G$, [G] - ciężar pręta.

Fig. 329

16

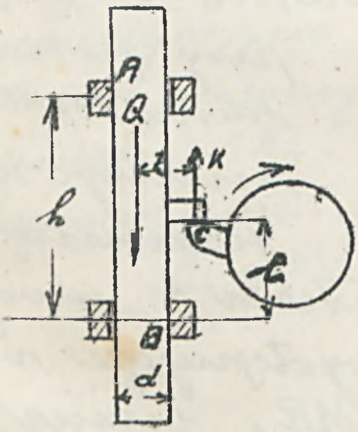


O pryzmat ustawiony na poziomej podstawie, opiera się pręt o ciężarze [G]. W B występuje tarcie. Koniec A pręta posuwany zwolna w lewo. Jak wielki musi być ciężar [Q] pryzmatu, aby nie nastąpił wywrót dokoła krawędzi O? Przy jakim kącie [α] musi być [Q] największe?

Rozwiązanie: $Q = G \frac{l}{b} \sin\alpha \cos\alpha (f \cos\alpha - \sin\alpha)$;

dla $tg\, 2\alpha = 2\, tg(\rho - \alpha)$ jest [Q_{max}], $tg\,\rho = f$. Fig. 330.

17

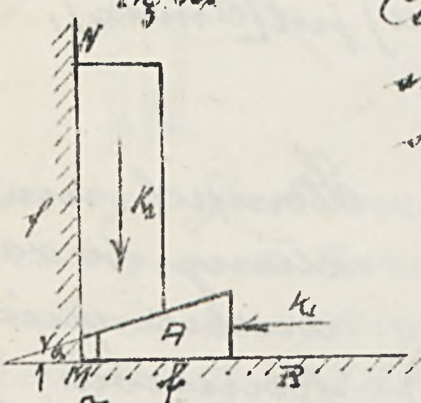


Stempel machiny do rozdrabniania kruszców [Pochstempel] uruchomiony jest przy pomocy wału zaopatrzonego w występy. Jak wielka musi być siła [K], podnosząca w górę stempel o ciężarze [Q], jeśli uwzględnimy tarcie, występujące w A (f), w B (f) i w C (f_1)?

Rozwiązanie:

$$K = \frac{Q}{1 - 2\frac{b}{h}f - f f_1\left(1 - \frac{a}{h}f - \frac{2c}{h}\right)}$$

18 Fig. 331



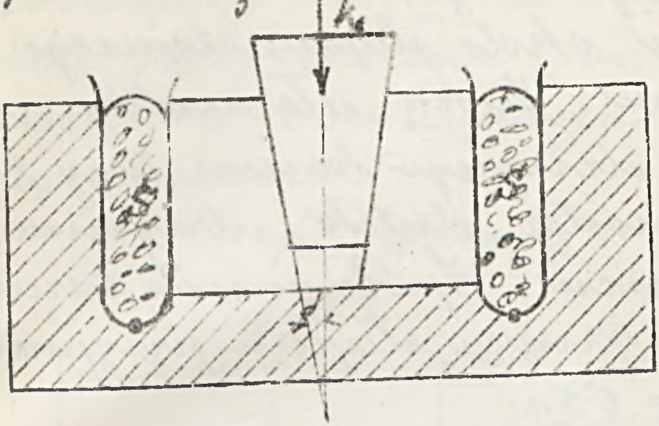
Ciężar [K_2] podnoszony jest jednostajnie w górę przy pomocy klina A. Wyznaczyć siłę poziomą [K_1], działającą na klin A, uwzględniając tarcie występujące w płaszczyznach MN i MR. Ciężar własny klina należy pominąć.

Rozwiązanie:

$$K_1 : K_2 = tg(\alpha + 2\rho)$$

gdzie [ρ] jest kątem tarcia.

19 Fig. 392



Przy prasie klinowej, służącej do wyciskania oliwek, wywieramy na średni klin o kącie [2δ] siłę pionową [K_1], przyczem oba kliny boczne wywierają na worki z oliwkami S nacisk poziomy [K_2]; wyznaczyć stosunek $K_1 : K_2$.

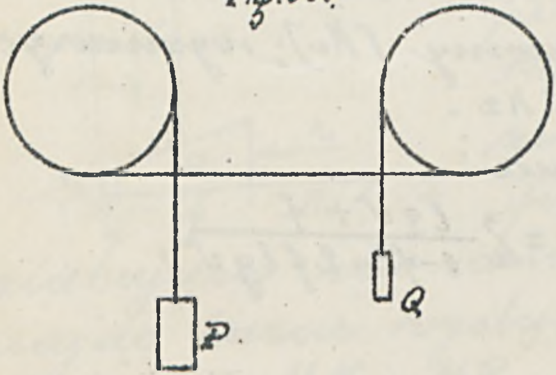
Rozwiązanie:

$$\frac{K_1}{K_2} = 2\frac{tg\delta + f}{1-f^2-2f\,tg\delta}$$

20. W celu utrzymania w miejscu statku wodnego, znajdującego się na bieżącej wodzie, należy przyłożyć do niego siłę $T_1 = 1000$ Kg.; Do statku przymocowana jest

lina, której drugi koniec obwinięto trzy razy około słupa, stojącego na brzegu. Jaką siłę należy przyłożyć do drugiego końca liny, ażeby mógł statek utrzymać na miejscu. Spółczynnik tarcia pomiędzy liną i słupem przyjmujemy $\mu = 0{\cdot}5$.

21. Fig. 333

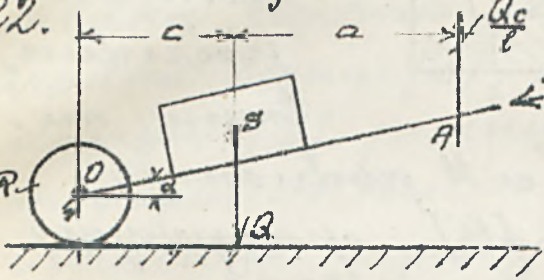


Dokoła dwu stałych walców owija się lina, dźwigająca na obu swych końcach ciężary [P] i [G], pozostające do siebie w stosunku jak 10:1. Jak wielki musi być spółczynnik tarcia [f] pomiędzy liną a walcem, jeśli przy danych warunkach zachodzi równowaga.

Rozwiązanie:

$$f = \frac{1}{3\pi} \log\left(\frac{P}{Q}\right) = 0{,}244.$$

Fig. 134

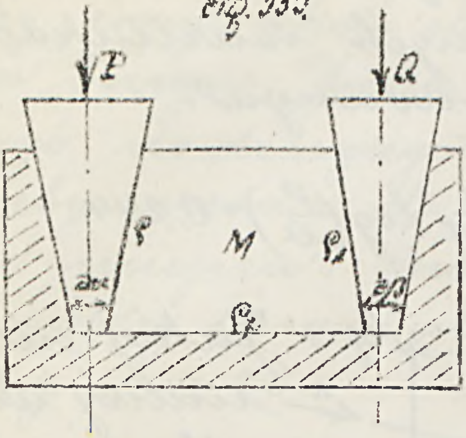
22. 

Jakiej siły należy użyć dla jednostajnego posuwania taczek. Ciężar taczek wraz z obciążeniem wynosi [Q], promień kółka [R], promień czopa [r].

Rozwiązanie: W A musi robotnik dźwigać ciężar $\left(\frac{Qc}{l}\right)$ gdzie $l = a + c$ i prócz tego popychać taczki ze stałą siła [K], nachyloną pod ∢ [α] do poziomu. Jeśli (f) jest spółczynnikiem tarcia przy toczeniu, zaś [μ] spółczynnikiem tarcia czopowego, natenczas musi istnieć następujący związek:

$$KR\cos\alpha = f\left(\frac{Qa}{l} + K\sin\alpha\right) + \mu r\sqrt{K^2 + \left(\frac{Qa}{l}\right)^2 + 2K\frac{Qa}{\ldots}}$$

Fig. 335

23. 

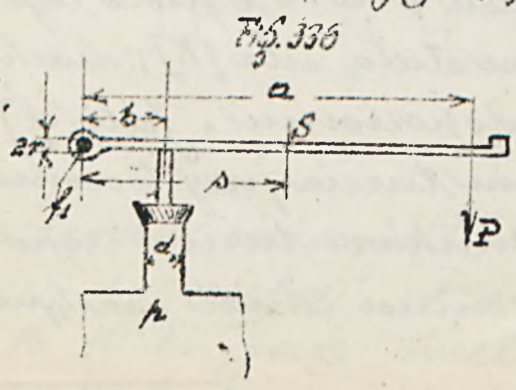
Klin o kącie [2α] obciążony siłą [P], przyczem za pośrednictwem (nieważkiej) części M podnosimy w górę ciężar [Q], spoczywający na klinie o kącie [2β].

Wyznaczyć stosunek P:Q, jeśli [ρ], [ρ₁], [ρ₂] oznaczają odnośne kąty tarcia.

Rozwiązanie:

$$Q = P\frac{\cot g(\alpha+\rho) - \operatorname{tg}\rho_2}{\cot g(\beta-\rho_1) + \operatorname{tg}\rho_2}.$$

Fig. 336

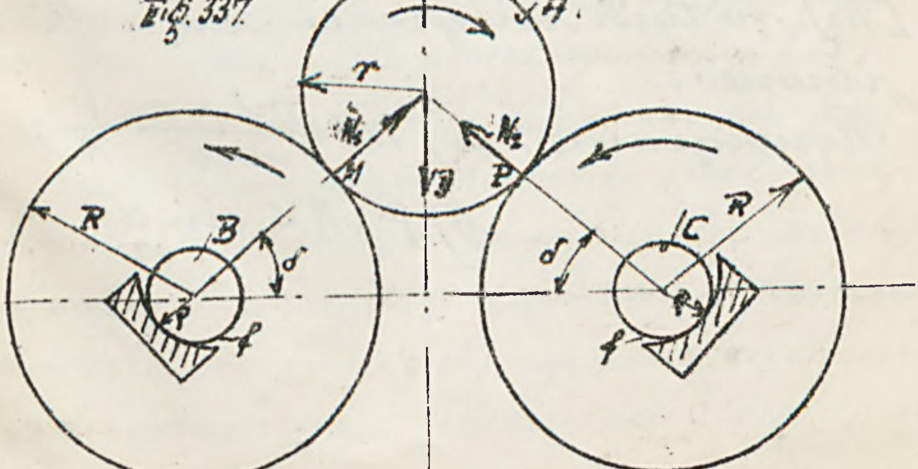
24. 

Wyznaczyć ciężar [P], jaki należy zawiesić na dźwigni jednoramiennej przy wentylu bezpieczeństwa dla kotła parowego. Dane są nam następujące wielkości: ciśnienie pary w kotle [p], ramię ciężaru [b], ramię siły [a], odległość środka ciężkości dźwigni od środka czopa [s], ciężar własny dźwigni [g], promień czopa [r], współczynnik tarcia czopowego [f_1] i średnica czynnej powierzchni wentyla [d].

Rozwiązanie:

$$P=(p-1)\frac{\pi d^2}{4}\frac{b-f_1 r}{a-f_1 r}-g\frac{s-f_1 r}{a-f_1 r}$$

25. Fig. 337.

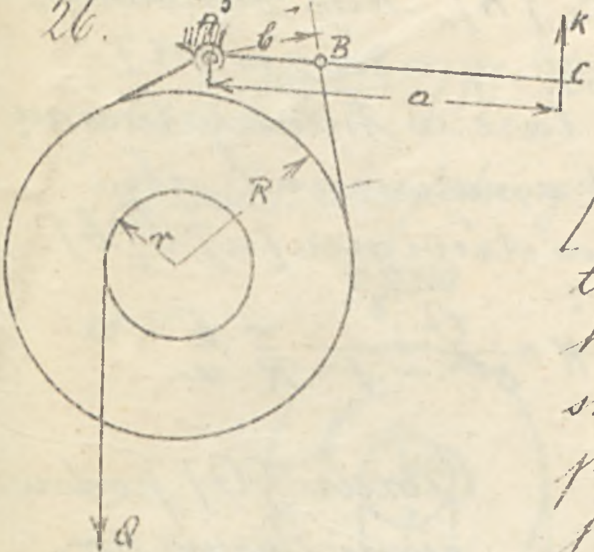


W łożysku frykcyjnem obraca się czop A na dwu rolkach, osadzonych na czopach B i C. Wyznaczyć a) moment tarcia czopowego i podać b) warunki dla których moment ten jest mniejszy od momentu tarcia zachodzącego dla tych samych obciążeń w łożysku zwyczajnem. Dla rachunku można przyjąć, że w miejscach zetknięcia się M i P nie zachodzi zupełnie ślizganie się, a następnie, że ciśnienia normalne [N_1] i [N_2] w tych miejscach są sobie równe.

Rozwiązanie: a) $M = \frac{Dfr}{\sin\delta} \frac{\rho}{R}$;

b) $\rho : R < \sin\delta$.

Fig. 338



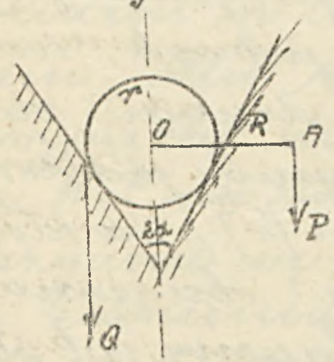
26. Hamulec taśmowy składa się z tarczy [R], opasanej taśmą stalową, która jednym swym końcem przytwierdzona jest w A, na drugim zaś B połączona z dźwignią jednoramienną AC. Bęben [r], na którym nawinięta jest lina, obciążona ciężarem [Q], połączony jest stale z tarczą. Wyznaczyć siłę [K], działającą na ramieniu [a] i napinającą taśmę stalową, w skutek czego z powodu zachodzącego między tarczą a taśmą tarcia, ciężar [Q] spada ruchem jednostajnym. Dane są: ciężar [Q]

promienie [r] i [R], kąt odpowia-
dający łukowi opasania [α],
spółczynnik tarcia między taśmą
a tarczą [f] i ramiona siły
i ciężaru na dźwigni [a] i [b].

Rozwiązanie:

$$K = \frac{Q}{e^{f\alpha} - 1} \cdot \frac{r}{R} \cdot \frac{b}{a}.$$

Fig. 339



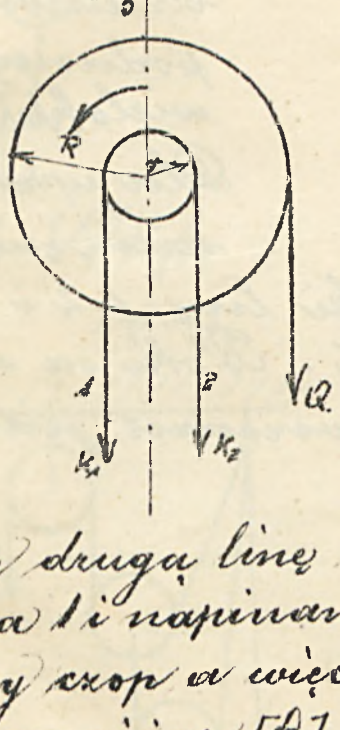
27. Ciężar [Q] podnoszony przy pomocy liny, nawiniętej na walec o promieniu [r]. Walec spoczywa na dwu szorstkich płaszczyznach, zamykających z pionem kąt [α]. Jak wielka siła [P], działająca na ramieniu [R], wystarczy do podniesienia ciężaru [Q], przy uwzględnieniu sztywności liny.

Rozwiązanie: $P = Q\frac{r(1+f_1)+\xi}{R-f_1 r}$,

gdzie $f_1 = \frac{\sin 2\rho}{2\sin\alpha}$ ([ρ]- kąt tarcia).

[ξ]- spółcz. uwzględniający sztywność liny.

28. Fig. 340

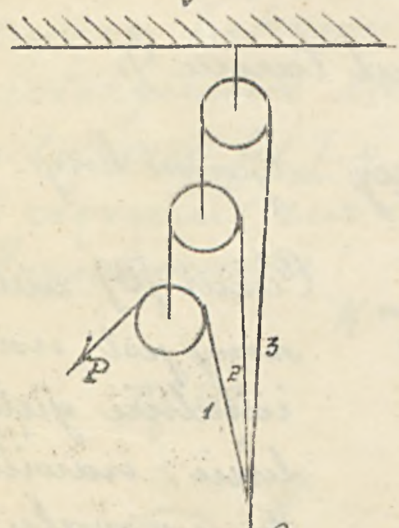


Ciężar [Q] zawieszony jest na idealnie giętkiej linie, nawiniętej na walec o promieniu [R]. Na szorstki czop o promieniu [r] zarzucamy drugą linę i przez ciągnienie końca 1 i napinanie końca 2 - wprawiamy czop a więc i walec w obrót przyczem ciężar [Q] podchodzi w górę. Wyznaczyć ciągnienia [K_1] i [K_2].

Rozwiązanie:

$$K_1 \geq \frac{R}{r} Q \frac{e^{f\pi}}{e^{f\pi}-1}, \quad K_2 \geq \frac{R}{r} Q \frac{1}{e^{f\pi}-1}.$$

Fig. 341

29. 

Wyznaczyć stosunek siły i ciężaru $P : Q$, tudzież dzielność dla podanego wielokrążku. Dla uproszczenia należy uważać kierunki lin 1, 2 i 3 jako równoległe. Bloki są sobie równe, lina wszędzie jednostajnie gruba.

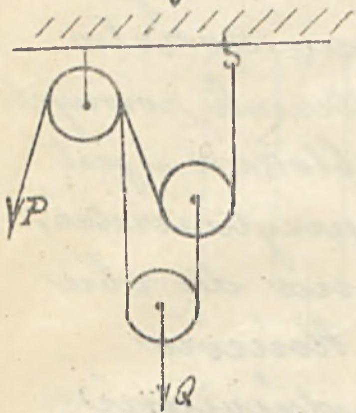
Rozwiązanie:

$$P = Q \frac{\xi^3}{(1+\xi)^3 - \xi^3}$$

$$\eta = \frac{(1+\xi)^3 - \xi^3}{7\xi^3}$$

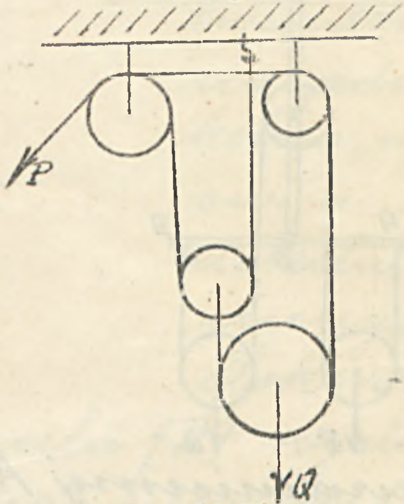
gdzie $[\xi]$ jest spółczynnikiem, uwzględniającym tarcie czopa i sztywność liny.

30 Fig. 342 a



Rozw. $\eta = \frac{3}{4}\left(\frac{1+\varphi}{\varphi}\right)^2 \frac{1}{2+\varphi}$

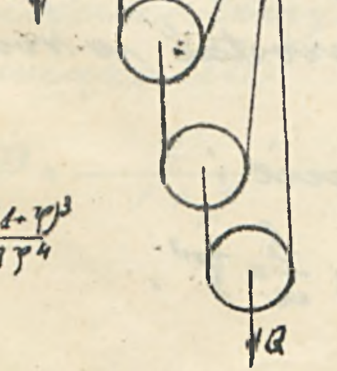
31 Fig. 342 b



$\eta = \frac{3}{4}\,\frac{(1+\varphi)^2}{\varphi^2(1+\varphi+\varphi^2)}$

Fig. 343.

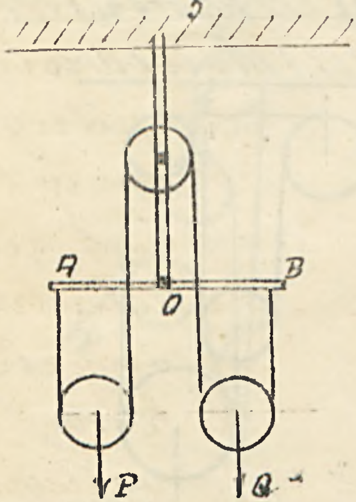
32.



Roz. $\eta = \frac{(1+\varphi)^3}{8\varphi^4}$

Wyznaczyć dzielność dla poda-nych wie-lokrążków; założenia te same jak w za-daniu 29.

Fig. 344.

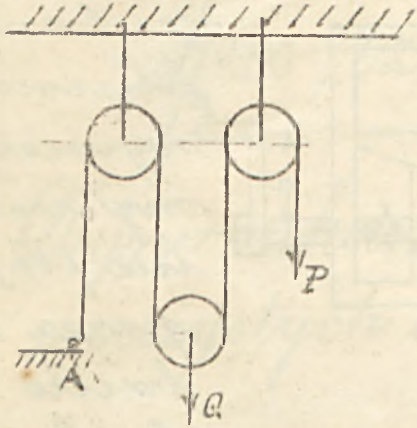


33 Lina owija się dokoła trzech równych bloków i jest przytwierdzona do obu końców dźwigni dwuramiennej AB. Jak wielki musi być ciężar [P] przy uwzględnieniu oporu rolek, aby lewy bloczek się zniżył? W jakim stosunku muszą pozostawać ramiona dźwigni OA=a, OB=b, jeśli dźwignia ma pozostać w równowadze?

Rozwiązanie:

$$P = \zeta^2 Q \; ; \; \frac{b}{a} = \zeta^3 .$$

Fig. 345.

34. 

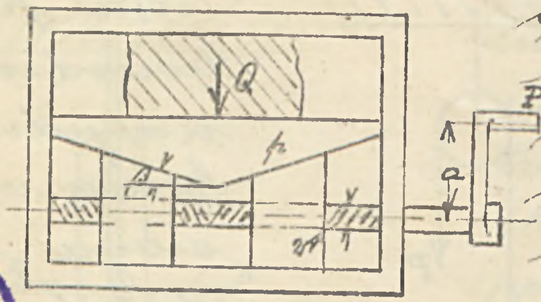
Lina przytwierdzona na jednym końcu w A, owija się dokoła trzech równych bloków.

Jak wielka siła [P] wystarczy do podniesienia ciężaru [Q] przy uwzględnieniu oporu rolek. Jak wielki musi być spółczynnik [ζ], jeśli [P] ma być dwa razy większe od napięcia liny w A?

Rozwiązanie:

$$P = \frac{\zeta^2}{1+\zeta} Q \,; \quad \zeta = \sqrt[3]{2}.$$

35. Fig. 346.



Przy prasie śrubowo-klinowej wywieramy ciśnienie [Q] przez działanie na korbę siłą [P].

Opory ruchu są następujące:

1) tarcie na zwojach śruby [f]
2) tarcie [f_1] pomiedzy klinami a płytą p, tudzież
3) tarcie [f_1] miedzy klinami a ramą. Wyznaczyć stosunek Q:P jeśli dane są:

ramię korby [a], kąt nachylenia płaszczyzny klinowej [β], średni promień gwintu [r], kąt nachylenia dla śruby [α].

Rozwiązanie:

$$\frac{Q}{P} = \frac{a}{r} \cdot \frac{1}{tg(\alpha+\rho)[tg(\beta+\rho_1)+f_1]}$$ gdzie $tg\rho = f$, $tg\rho_1 = f_1$.

Spis rzeczy

A. Dynamika izotropowych sprężystych ciał stałych.

B. Hydromechanika:

Hydrostatyka:

IV.

Hydraulika:

C. Tarcie: