Zważyć przytem musimy, że Q i M w równ. 203) i 204) obliczać należy dla obciążenia ciężarem $\frac{p}{2}$.

b) Słup między dwoma przedziałami z podwójnemi przekątniami. Tu w słupie działa mała tylko siła, jak to widzieliśmy w kracie złożonej. Największą siłę otrzymamy dla obciążenia zupełnego; mamy wtedy:

$$V = V' - V'' \quad \ldots\ldots \quad 205)$$

przyczem V' wyznaczyć należy dla układu I V'' dla układu II.

XII. Belka o kracie wielokrotnej.

§. 76. Zasada obliczenia.

Niechaj rysunek 142. przedstawia belkę wieloboczną o kracie wielokrotnej. Z ogólnej teorji belek kratowych wiadomo, że jest to układ statycznie niewyznaczalny. W przybliżeniu możemy wyznaczyć siły wewnętrzne, rozłożywszy belkę na pojedyncze układy. Tu dokładność jednak jest znacznie mniejszą, niż dla belki równoległej, bo dla poszczególnych układów np. dla BAG musimy przyjąć cięciwę BG zamiast rzeczywistego pasu zakrzywionego $BDEFG$.

Dla dokładnego obliczenia takich belek musimy się uciec do prawideł sprężystości, więc musimy znać już przekroje. Aby zaś wyznaczyć przekroje, obliczamy belkę według tego przybliżonego sposobu, rozkładając belkę kratową na poszczególne układy.

Będziemy więc rozkładać belkę o kracie wielokrotnej na poszczególne układy, w każdym węźle umieścimy takie ciężary, jakie działają w odpowiednich węzłach danego układu i przyjmiemy zamiast pasu wielobocznego cięciwę między dwoma węzłami tego samego układu.

§. 77. Wyznaczenie sił wewnętrznych w pasach.

Nazwijmy h pionowy odstęp cięciwy BG od punktu A, to wiemy, że $S = \mp \frac{M}{h}$ siecz σ, gdzie S oznacza siłę, działającą w cięciwie BG.

Chcąc znaleść siłę wewnętrzną S_1 w części pasu BD, nachylonego do poziomu pod kątem σ_1, otrzymamy:

$$S_1 \operatorname{dost} \sigma_1 = S \operatorname{dost} \sigma, \text{ zatem } S_1 = S \frac{\operatorname{dost} \sigma}{\operatorname{dost} \sigma_1} = -\frac{M}{h} \operatorname{siecz} \sigma_1 . \quad 206)$$

Dalej nazwijmy S_2 siłę wewnętrzną w pasie DE, a σ_2 odnośny kąt nachylenia cięciwy do poziomu, to

$$S_2 = -\frac{M}{h} \operatorname{siecz} \sigma_2 \text{ i t. d.}$$

A więc siła wewnętrzna w pasie dla poszczególnego układu równa się ilorazowi $\frac{M}{h}$, pomnożonemu przez sieczną kąta nachylenia tej części pasu. Wyznaczamy przytem M ze względu na punkt A, zaś h, jak wspomniano, jest to wysokość belki w punkcie A, liczona do cięciwy BG.

Rzeczywistą siłę wewnętrzną otrzymamy dopiero wtedy, gdy dodamy siły wewnętrzne, jakie dla każdego poszczególnego układu otrzymaliśmy, więc dla pasu BC (rys. 143) będzie

$$\mathbf{S} = -\left(\frac{\mathbf{M}_1}{\mathbf{h}_1} + \frac{\mathbf{M}_2}{\mathbf{h}_2} + \frac{\mathbf{M}_3}{\mathbf{h}_3} + \frac{\mathbf{M}_4}{\mathbf{h}_4}\right) \operatorname{siecz} \sigma. \quad . \quad . \quad 207)$$

Wykreślna konstrukcja dla każdego układu z osobna jest taka sama, jak dla kraty pojedynczej.

§. 78. Linje wpływowe sił wewnętrznych w pasach i krzyżulcach.

Chcąc dokładnie obliczyć siły wewnętrzne w pasach, wyznaczyć musimy linje wpływowe. Na podstawie równ. 213) konstrukcja linij wpływowych jest podobna do konstrukcji dla belki równoległej.

Równ. 207 możemy też tak napisać:

$$Sh_1 = -\left(M_1 + M_2 \frac{h_1}{h_2} + M_3 \frac{h_1}{h_3}\right) \operatorname{siecz} \sigma. \quad . \quad . \quad 208)$$

Ponieważ w każdym układzie mamy tu inny punkt obrotu, a zatem i inne h, więc musimy linje wpływowe każdego układu sprowadzić na jednakową wysokość h_1 (rys. 144). Wiemy według §. 15, że wierzchołki trójkątów dla kraty pojedynczej leżą na paraboli; tutaj leżą one na krzywej gdi, którą otrzymamy, dzieląc w każdym punkcie M przez odnośne h. Dalej postępujemy zupełnie według §. 47. i otrzymamy w ten sposób linję wpływową dla siły wewnętrznej w pasie KL podobną, jak dla belki równoległej.

Każdy krzyżulec należy tylko do jednego układu, siły wewnętrzne w krzyżulcach wyznaczamy więc zapomocą linij wpływowych, które otrzymujemy zupełnie w ten sam sposób, jak dla kraty pojedynczej (§ 65), przypuszczając zawsze cięciwy zamiast pasów wielobocznych. Potem wyznaczamy trójkąty dla każdego układu, jak dla belki równoległej (§. 46).

W przybliżeniu wyznaczamy siły wewnętrzne, obliczając siłę Y jak dla kraty pojedynczej i dzieląc ją przez n, przyjmując zatem $Y' = \frac{Y}{n}$.

§. 79. Przybliżone wyznaczenie sił wewnętrznych.

Czasem wystarczające jest przybliżone wyznaczenie sił wewnętrznych, zwłaszcza dla ocenienia wpływu kształtu pasów. Podamy tu więc także przybliżone wzory:

1. Pasy. Według równ. 207) mamy:

$$S = -\left(\frac{M_1}{h_1} + \frac{M_2}{h_2} + \frac{M_3}{h_3}\right) \operatorname{siecz} \sigma = -\frac{\mathbf{M}}{\mathbf{h}} \operatorname{siecz} \sigma, \quad . \quad 209)$$

jeżeli M i h wyznaczymy ze względu na punkt średni, który otrzymamy, jeżeli środek danej części połączymy z wierzchołkiem trójkąta, jaki tworzą sąsiednie krzyżulce i tę prostą przedłużymy aż do drugiego pasu. M oznacza przytem moment całego ciężaru, działającego na belkę.

Podobnie otrzymamy dla pasu dolnego

$$S_2 = +\frac{\mathbf{M}}{\mathbf{h}} \operatorname{siecz} \tau. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 210)$$

2. Krzyżulce. Jeżeli krata jest n-krotna, to w przybliżeniu $\frac{1}{n}$ część ciężaru działa na jeden układ, więc:

$$\left.\begin{aligned} D &= \frac{1}{n} Y \operatorname{siecz} \alpha \\ D' &= \frac{1}{n} Y \operatorname{siecz} \beta \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 211)$$

Według równ. 186) jest $Y = \frac{d\left(\frac{M}{h}\right)}{dx} h$. Dla *najw* Y, odpowiadającego punktowi F (rys. 145), jest $Q = O_1$, więc $M = Qx$, a zatem $d\left(\frac{M}{h}\right) = Qd\left(\frac{x}{h}\right)$, bo Q dla danego obciążenia jest stałem, a mianowicie $Q = p\frac{(l-x)^2}{2l}$. A zatem mamy *najw* $(+Y) =$

$$=p\frac{(l-x)^2}{2l}d\frac{d\left(\frac{x}{h}\right)}{dx},$$ a ponieważ $d\left(\frac{h}{x}\right)=\frac{xdh-hdx}{x^2}$, a $d\left(\frac{h}{x}\right)=$ $=\frac{hdx-xdh}{h^2}$, zatem $d\left(\frac{x}{h}\right)=-d\left(\frac{h}{x}\right)\frac{x^2}{h^2}$, więc podstawiwszy tę wartość w równanie dla *najw* $(+Y)$, otrzymamy:

$$najw\,(+Y)=-\frac{px^2(l-x)^2}{2lh}\,\frac{d\left(\frac{h}{x}\right)}{dx} \quad . \; . \; . \; . \; 212)$$

Dla *najw* $(-Y)$ otrzymamy $Q=O_1-px=O_2$ (rys. 146). A zatem $M=Q(l-x)$, $d\left(\frac{M}{h}\right)=-Qd\left(\frac{l-x}{h}\right)$, przyczem $Q=-\frac{px^2}{2l}$,

więc *najw* $(-Y)=\frac{px^2h}{2l}\,\frac{d\left(\frac{l-x}{x}\right)}{dx}$, a wreście:

$$najw\,(-Y)=-\frac{px^2(l-x)^2}{2lh}\,\frac{d\left(\frac{h}{l-x}\right)}{dx} \quad . \; . \; . \; 213)$$

XIII. Belka kratowa paraboliczna.

§. 80. Kształt pasów.

Kształt pasów belki wielobocznej może być rozmaitym; aby go bliżej określić, możemy stawiać różne warunki.

Postawmy warunek, aby przy obciążeniu zupełnem siła wewnętrzna w krzyżulcach była równą zeru, a więc cały ciężar przenosił się przez pasy. Według założenia dla obciążenia zupełnego będzie więc według równ. 186)

$$Y=\frac{d\left(\frac{M}{h}\right)h}{dx}=0,$$ a zatem $\frac{M}{h}$ musi być stałą liczbą.

Niechaj będzie $\frac{M}{h}=\frac{1}{C}$, to $h=CM$. . . . . . 214)

Dla obciążenia zupełnego jednostajnego $M=\frac{1}{2}qx(l-x)$, jeżeli q oznacza ciężar jednostkowy, zatem $h=\frac{1}{2}Cqx(l-x)$.

Niechaj wysokość we środku belki będzie h_1 (rys. 147), to dla $x=\frac{l}{2}$ $h_1=\frac{1}{8}Cql^2$. Porównawszy ostatnie dwa równania dla h i h_1, otrzymamy:

$$\mathbf{h}=4\mathbf{h}_1\frac{\mathbf{x}}{\mathbf{l}}\left(1-\frac{\mathbf{x}}{\mathbf{l}}\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; 215)$$

Jest to równanie paraboli; widzimy więc, że, jeżeli dla obciążenia zupełnego krata niema wcale pracować, pasy muszą mieć kształt paraboliczny i dlatego belka ta nazywa się belką paraboliczną (n. *Parabelträger*, fr. *poutre parabolique*, a. *parabolic truss*, wł. *trave a traliccio con membratura parabolica*, r. балка рѣшетчатая съ параболическимъ поясомъ, cz. *parabolický nosník*). Według tego, czy jeden pas, czy też oba pasy są zakrzywione, rozróżniamy następujące rodzaje belki parabolicznej.

a) Belka górnoparaboliczna (n. *Bogensehnenträger*, fr. *poutre en bowstring*, a. *bowstring girder*, cz. *nosník hornoparabolický)* (rys. 148) o pasie dolnym prostym, a górnym parabolicznie zakrzywionym.

b) Belka dolnoparaboliczna (n. *Fischbauchträger*, a. *inverted bowstring, fish bellied girder*, cz. *nosník dolnoparabolický*) (rys. 149) o pasie górnym prostym a dolnym zakrzywionym.

c) Belka osełkowata (n. *Fisch oder Linsenträger*, a. *the bowstring suspension girder*, cz. *nosník dwéparabolický*) (rys. 147) o obu pasach symetrycznie parabolicznie zakrzywionych.

d) Belka sierpowata (rys. 150) (n. *Sichelträger*) o obu pasach w jednym kierunku zakrzywionych, używana zwłaszcza do dachów.

§. 81. Przybliżone wyznaczenie sił wewnętrznych.

1. Pasy. Według równ. 209) jest $S = -\frac{M}{h}$ siecz σ, zaś według równania 208) $h = CM$, więc dla zupełnego obciążenia $S = -\frac{1}{C}$ siecz σ. Niechaj $\frac{1}{C} = C_1$, to

$$\left.\begin{array}{l} S_1 = -C_1 \text{ siecz } \sigma \\ S_2 = +C_1 \text{ siecz } \tau \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 216)$$

Według poprzedniego paragrafu jest też $h_1 = \frac{1}{8} Cql^2$, więc

$$\frac{1}{C} = C_1 = \frac{ql^2}{8h_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 217)$$

Kąty τ i σ są zwykle bardzo małe, zatem siecz τ i siecz σ mało się różnią od jedności. Jeżeli jeden pas jest poziomym, to dla niego σ lub $\tau = 0$, więc siecz σ lub siecz $\tau = 1$. A więc siły, działające w pasach, są prawie stałe, w pasie prostym zupełnie stałe.

2. Krata. Dla zupełnego obciążenia i dla ciężaru stałego $Y=0$ według założenia. Chodzi jeszcze tylko o obciążenie częściowe najniekorzystniejsze. Wedle równ. 210).

$$h=4h_1\frac{x}{l}\left(1-\frac{x}{l}\right)=4h_1\frac{x(l-x)}{l^2}, \text{ stąd } d\left(\frac{h}{x}\right)=-\frac{4h_1}{l^2}dx,$$

$$\text{zaś } d\left(\frac{h}{l-x}\right)=\frac{4h_1}{l^2}dx.$$

Wstawmy te wartości i wartość za h w równ. 212) i 213), a otrzymamy:

$$najw\,(+Y)=-\frac{px^2(l-x)^2}{2l.4h_1\frac{x(l-x)}{l^2}}\cdot\frac{-4h^2}{l^2}=\frac{px(l-x)}{2l}. \quad 218)$$

Dalej otrzymamy:

$$najw\,(-Y)=-\frac{px^2(l-x)^2}{2l.4h_1\frac{x(l-x)}{l^2}}\,\frac{4h_1}{l^2}=-\frac{px(l-x)}{2l}. \quad 219)$$

Widzimy więc, że Y może być w każdym przekroju dodatniem i ujemnem i że $najw\,(+Y)=-najw\,(-Y)$.

Nazwijmy moment dla obciążenia zupełnego M_z, to $M_z=$ $=\frac{1}{2}qx(l-x)$, a wtedy $najw\,(\pm Y)=\pm\frac{pM_z}{lq}$, a ponieważ $M_z=$ $=\frac{h}{C}$, $C=\frac{8h_1}{ql^2}$, więc $M_z=\frac{ql^2h}{8h_1}$, a zatem:

$$najw\,(\pm Y)=\pm\tfrac{1}{8}\frac{phl}{h_1}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 220)$$

Najw $(\pm Y)$ jest więc proporcjonalnem do wysokości belki w danym przekroju, a ponieważ $D=Y$ siecz α, więc

$$najw\,(\pm D)=\frac{pl}{8h_1}h \text{ siecz } \alpha=\pm\frac{pl\,l_1}{8h_1}, \quad . \quad . \quad 221)$$

gdzie l_1 jest długością krzyżulca. A zatem siła, działająca w krzyżulcach, jest proporcjonalną do długości krzyżulców, jeżeli p jest stałem.

§. 82. Linje wpływowe belki górnoparabolicznej.

Z rozmaitych rodzajów belki parabolicznej jest belka górnoparaboliczna najwięcej używaną, zastanowimy się więc nad nią bliżej i wyznaczymy najprzód dla niej linje wpływowe.

1. Pasy. Siła wewnętrzna w pasie dolnym jest dla ciężaru jednostajnego stałą, więc powierzchnie wpływowe (rys. 151) dla rozmaitych x muszą być równe, a zatem wierzchołki c, c'

leżą na linji poziomej. Jeżeli siła P działa w punkcie C, to ze względu na punkt C

$$M = P\frac{x(l-x)}{l}, \text{ a ponieważ } h = 4h_1\frac{x(l-x)}{l^2}, \text{ więc}$$

$$\frac{M}{h} = \frac{Pl}{4h_1} = S_1 = cd. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 222)$$

Pas górny jest zakrzywionym, więc

$$S_2 = \frac{M}{h} \text{ siecz } \sigma = \frac{Pl}{4h_1} \text{ siecz } \sigma. \quad . \quad . \quad . \quad 223)$$

Chcąc wykreślić linję wpływową dla części $D'C'$ pasu górnego, jeżeli bierzemy moment ze względu na punkt C, kreślimy z punktu d' $d'e$ prostopadłą do części pasu $D'C'$ aż do przecięcia się z poziomą przez c' w punkcie e, to $c'd' = \frac{Pl}{4h_1}$, zaś $ed' = c'd'$ siecz $\sigma = \frac{Pl}{4h_1}$ siecz σ. Zróbmy teraz $c_2d' = d'e = \frac{Pl}{4h_1}$ siecz σ i połączmy c_2 z a' i b', to $a'c_2b'$ jest linją wpływową dla części pasu górnego $C'D'$.

2. Krzyżulce. Linje wpływowe dla krzyżulców możemy wykreślić według ogólnego sposobu, lecz dla belki parabolicznej o kracie pojedynczej uzyskujemy pewne uproszczenia, jak to Melan[1]) wykazał. Udowodnił on mianowicie, że wierzchołki trójkątów wpływowych leżą na linji prostej. Dowód Melana, jako dość długi, opuszczamy i podajemy tylko wyniki.

Chcąc wyznaczyć linje wpływowe sił wewnętrznych w przekątniach belki parabolicznej, przedłużmy belkę AB (rys. 152) do C o długość a, równą odstępowi poziomemu dwóch węzłów i wykreślmy pionową w punkcie C, zróbmy $CC' = P = 1$ i połączmy C' z D, to na $C'D$ leżą wierzchołki trójkątów wpływowych. Wystawmy w punkcie D pionową $DD' = P = 1$, to DD' posłuży nam do wyznaczenia drugiego szeregu wierzchołków w sposób, uwidoczniony na rysunku.

Z równ. 218) i 219) wynika, że powierzchnie wpływowe ujemne i dodatnie będą równe.

Jeżeli mamy gibkie przekątnie podwójne, to postępujemy według §. 74.

Dla słupów otrzymujemy także linje wpływowe w podobny sposób (rys. 153). Przy podwójnych krzyżulcach uwzglę-

---

[1]) Melan. *Beitrag zur graphischen Behandlung der Fachwerksträger. Zeitschrift des Hann. Ing. u. Arch. Vereines 1880.*

dniamy wywody §. 74, przyczem przy obciążeniu częściowem słupy pracują tylko na ciśnienie. Przy obciążeniu zupełnem powstaje w każdym słupie ciągnienie, równe ciężarowi węzłowemu dolnemu, jak to w następnym paragrafie zobaczymy.

§. 83. Siły wewnętrzne przy obciążeniu zupełnem.

Dla obciążenia zupełnego, jednostajnego zmienia się moment według paraboli, zatem jest on proporcjonalnym do wysokości.

a) Ścięgna. Według równ. 185) $Y = \left(\frac{M''}{h''} - \frac{M'}{h'}\right)$dot α (rys. 154), a ponieważ dla obciążenia zupełnego ciężarem jednostajnym $\frac{M''}{h''} = \frac{M'}{h'}$, zatem $Y=0$, więc przy obciążeniu zupełnem ścięgna wcale nie pracują.

b) Słupy. Dla równowagi węzła dolnego (rys. 155):

$$V = P, \quad \quad \quad \quad 224)$$

gdy P oznacza ciężar, działający w węźle C. A więc słupy pracują przy zupełnem obciążeniu na ciągnienie. Ciężar węzłowy górny nie wpływa wcale na V.

c) Pasy. Ponieważ w ścięgnach niema żadnego naprężenia, zatem składowe poziome sił, działających w pasach, muszą być stałe, a więc:

$$S_1 = -\frac{ql^2}{8h_1} \text{ siecz } \alpha, \quad S_2 = +\frac{ql^2}{8h_1}. \quad \quad 225)$$

Dla układu ciężarów skupionych $\frac{M}{h}$ nie będzie wszędzie stałem, bo h zmienia się według paraboli, a M tylko w przybliżeniu według paraboli. Tu więc wyniki powyższe będą tylko w przybliżeniu prawdziwe. Dla dokładnego obliczenia najlepiej użyć metody ogólnej.

§. 84. Największe siły wewnętrzne.

1. Przekątnie. Jeżeli mamy podwójne przekątnie gibkie albo przekątnie pojedyncze tęgie, to dla rzędu krzyżulców na prawo spadających musi być prawa strona belki obciążona, dla lewych lewa strona aż do punktu obojętnego.

a) Obciążenie jednostajne.

α) Krata pojedyncza. Niech rys. 156 przedstawia linję wpływową siły wewnętrznej w przekątni, to według równ. 194)

$$x_2' = \frac{(l+m)x'}{ln - am}\, a.$$

Podstawmy w tem równaniu $m=c$, $x'=x-a$, a otrzymamy

$$x_2''=\frac{(l+c)(x-a)}{l(b-a)-ac}a \quad \ldots\ldots \quad 226)$$

Dla największej siły wewnętrznej w krzyżulcu CF jest więc obciążona belka na prawo od p. F, jeżeli nie uwzględnimy ciężaru od F aż do punktu obojętnego K, a wtedy siła poprzeczna działa w A, więc $LA=c$.

Według równ. 215) jest $h''=\frac{4x(l-x)}{l^2}h_1$, a

$$h'=\frac{h_1}{l^2}4(x-a)(l-x+a).$$

Z rysunku widzimy, że $b=h''$ dot $\sigma=h''\frac{a}{h''-h'}$, $c=b-x$.
Podstawiwszy wartości w tych równaniach, otrzymamy:

$$b=\frac{4x(l-x)h_1}{l^2}\cdot\frac{l^2}{4(l-2x+a)h_1}=\frac{x(l-x)}{l-2x+a} \quad \ldots \quad 227)$$

stąd

$$b-a=\frac{(x-a)(l-x+a)}{l-2x+a} \quad \ldots\ldots \quad 228)$$

$$c=\frac{x(x-a)}{l-2x+a} \quad \ldots\ldots \quad 229)$$

Wstawmy teraz w równ. 226) wartości za $(b-a)$ i c z równ. 228) i 229), a otrzymamy:

$$\mathbf{x_2'=\frac{l-x+a}{l+a}a} \quad \ldots\ldots \quad 230)$$

Najw $(+Y)$ otrzymamy według równ. 200):

$$najw\ Y=\frac{(l-a-x')^2mn}{ln-am}\,\frac{p}{2b}.$$

Wstawmy znowu wartości za $x'=x-a$, $n=b-a$, $m=c$, a otrzymamy $najw\ Y=\frac{(l-x)^2cb(b-a)p}{[l(b-a)-ac]2b}$, a wstawiwszy wartości za $(b-a)$, b i c z równ. 226) do 229), otrzymamy:

$$najw\ \mathbf{Y=\frac{p(x-a)(l-x+a)}{2(l+a)}} \quad \ldots \quad 231)$$

Z równania tego widzimy, że *najw* Y zmienia się według paraboli.

Najw $(-Y)$ otrzymamy wedle równ. 199):

$$Najw\,(-Y)=-\frac{(a+n)(l+m)x'^2}{ln-am}\,\frac{p}{2b}.$$

Wstawmy znów wartości za x', n, m, to otrzymamy

$najw\,(-Y) = -\frac{(l+c)(x+a)^2}{[l(b-a)-ac]}\,\frac{p}{2}$, a dalej wstawmy wartości za $(b-a)$, b i c z równ. 227) do 229), a otrzymamy:

$$\mathbf{najw}\,(-\mathrm{Y}) = -\frac{p.(x-a)(l-x+a)}{2(l+a)} = -\,\mathbf{najw}\,(+\mathrm{Y}) \quad . \quad 232)$$

β) Krata wielokrotna. Tu musi być belka obciążona dla *najw Y* aż do sąsiedniego węzła *K* (rys. 157), a ponieważ w węźle *C* nie działa wtedy żadna siła i siła poprzeczna *Q* zaczepia w lewej podporze, otrzymamy według równ. 173) $najw\,Y = Q\frac{c}{b}$, a ze względu na równ. 227) i 229):

$$najw\,\mathrm{Y} = \frac{\mathrm{x}-\mathrm{a}}{\mathrm{l}-\mathrm{x}}\,\mathrm{Q}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 233)$$

b) Obciążenie układem ciężarów skupionych.

Tu obliczamy *najw Y* najlepiej zapomocą linji wpływowych lub według jednej z metod ogólnych.

2. Słupy. Słupy obliczamy przy przekątniach gibkich podwójnych tylko dla układu, dla którego ścięgna pracują na ciągnienie. Tu zostają równ. 226), 227) i 228) ważne, jeżeli zastosujemy je do rys. 158). Rysunek ten stosuje się też do słupów przy przekątniach pojedyńczych.

Podstawmy w równ. 194) $m = c$, $x' = x$, $n = b$, a otrzymamy $x_2' = \frac{(l+c)x}{lb-ac}\,a$, a jeśli wstawimy w to równanie wartości za b i c z równ. 227) i 229), otrzymamy:

$$\mathrm{x}_2' = \frac{(\mathrm{l}-\mathrm{x})(\mathrm{l}+\mathrm{a}-\mathrm{x})}{\mathrm{l}(\mathrm{l}-\mathrm{x})-\mathrm{a}(\mathrm{x}-\mathrm{a})}\,\mathrm{a}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 234)$$

Wstawiwszy te same wartości za m, x' i n' w równ. 200), otrzymamy $najw\,Y = \frac{(l-a-x)^2 c}{lb-ac}\cdot\frac{p}{2}$, a wstawiwszy jeszcze wartości za b i c z równ. 227) i 229):

$$najw\,\mathrm{Y} = \frac{\mathrm{p}}{2}\,\frac{(\mathrm{l}-\mathrm{a}-\mathrm{x})^2(\mathrm{x}-\mathrm{a})}{\mathrm{l}(\mathrm{l}-\mathrm{x})-\mathrm{a}(\mathrm{x}-\mathrm{a})}. \quad . \quad . \quad . \quad 235)$$

Dla kraty wielokrotnej otrzymamy zupełnie w ten sam sposób, jak dla przekątni, $najw\,\mathrm{Y} = \frac{\mathrm{x}-\mathrm{a}}{\mathrm{l}-\mathrm{x}}\,\mathrm{Q}$. . . . 236)

§. 85. Przykład.

Dane. Most dla pieszych o rozpiętości 27 *m*, szerokości 4 *m*. Belki główne górnoparaboliczne z kratą prostokątną o tęgich przekątniach. Wysokość belki 4 *m*, odstęp węzłów 2,7 *m*. Ciężar własny belek głównych wynosi wedle §. 2. $g = 215 + 2{,}3\,l + 0{,}02\,l^2\ kg/m^2 = 215 + 2{,}3 . 27 + 0{,}02 . 27^2 = 279\ kg/m^2$, więc na jedną belkę $g = 279.2 = 558\ kg/m$. Ciężar belek głównych przyjmiemy $3{,}45.27\ kg/m^2 = 93\ kg/m^2$, więc dla jednej belki $g_1 = 93.2 = 186\ kg/m$, więc ciężar pokładu i pomostu $558 - 186 = 372\ kg/m$, działający na pas dolny, zaś ciężar belek głównych działa po połowie na pas górny i dolny, więc po $93\ kg/m$. Ciężar węzłowy dolny jest więc $G_1 = 2{,}7\,(0{,}372 + 0{,}093)\ t = 1{,}256\ t$, górny zaś $G_2 = 2{,}7 . 0{,}093 = 0{,}251\ t$. Ciężar ruchomy przyjmujemy wedle rozporządzenia polskiego $500\ kg/m^2$, na jedną belkę $1{,}0\ t/m$.

O b l i c z e n i e. Wysokości słupów (rys. 159) dadzą się obliczyć z równ. 215) $h = 4\,h_1 \frac{x}{l}\left(1 - \frac{x}{l}\right) = 4 . 4 \frac{x}{l}\left(1 - \frac{x}{l}\right)$. Wstawiwszy $x = ma$, $l = na = 10\,a$, $a = 2{,}7\ m$, otrzymamy $h = \frac{16}{100}\,m\,(n - m) = 0{,}16\ m \times (10 - m)$.

A zatem	dla $m = 1$	2	3	4	5
otrzymamy	$h = 1{,}44$	2,56	3,36	3,84	4,0 m

1. P a s y. Największe siły wewnętrzne powstają w pasach przy obciążeniu zupełnem, a zatem $q = p + g = 1{,}0 + 0{,}558 = 1{,}558\ t/m$. Siła wewnętrzna w pasie dolnym jest stała i wynosi według równ. 217) $S_2 = \frac{ql^2}{8\,h_1} = \frac{1{,}558 . 27^2}{8 . 4} = 35{,}5\ t$. Siła wewnętrzna w pasie górnym jest $S_1 = 35{,}5$ siecz σ.

Naprężenie dopuszczalne jest wedle przepisów polskich $\tau = 870 + 3 . 27 = 951\ kg/cm^2$, więc przekrój teoretyczny pasu dolnego $F_2 = \frac{35{,}5}{0{,}951} = 37{,}3\ cm^2$. Dla pasu górnego otrzymamy st $\sigma = \frac{h_m - h_{m-1}}{2{,}7} = \frac{0{,}16}{2{,}7}[m\,(10 - m) - (m - 1)(10 - m + 1)] = 0{,}0593\,(10 - 2\,m + 1)$. Siecz $\sigma = \sqrt{1 + \mathrm{st}^2\,\sigma}$. Na tej podstawie obliczyliśmy następną tabliczkę.

T a b l. XX.

Część pasu górnego	st σ	siecz σ	S_1	Przekrój teoretyczny F_1
			t	cm^2
A 1	0,534	1,134	40,3	42,4
I II	0,415	1,083	38,4	40,4
II III	0,297	1,043	37,0	39,0
III IV	0,178	1,016	36,1	38,0
IV V	0,059	1,002	35,6	37,5

2. P r z e k ą t n i e. Ciężar własny nie sprawia w przekątniach żadnych naprężeń. Największe siły wewnętrzne w przekątniach otrzymamy w przybliżeniu z równ. 220) $najw\ D = \frac{pl\,l_1}{8\,h_1} = \frac{27 . 1\,l_1}{8 . 4} = 0{,}8437\,l_1$,

przytem jest dla przekątni, spadających na prawo, $l_1 = \sqrt{h^2_{m-1} + 2{,}7^2} = \sqrt{7{,}29 + h^2_{m-1}}$. Na tej podstawie obliczyliśmy następującą tabliczkę:

Tabl. XXI.

Przekątnie	l_1	*najw D*
	m	*t*
I 2	3,060	2,58
II 3	3,721	3,14
III 4	4,310	3,64
IV 5	4,694	3,96

Dokładniej obliczymy *najw D* według równ. 231), a więc

$$Najw\ Y = \frac{p(x-a)(l-x+a)}{2(l+a)},\quad x = ma,\quad l = 10a,\quad p = 1,\ \text{więc}\ a = 2{,}7,$$

$$Najw\ Y = \frac{(m-1)(11-m)}{22}\,2{,}7 = 0{,}1227\,(m-1)(11-m),$$

$$\mathrm{st}\,\alpha = \frac{a}{h_{m-1}},\quad \mathrm{siecz}\,\alpha = \sqrt{1+\mathrm{st}^2\,\alpha}.$$

Na tej podstawie obliczyliśmy następującą tabliczkę:

Tabl. XXII.

Przekątnie	*m*	*Najw Y*	st α	siecz α	*Najw D*	Przekrój teoret. dla $r=951$	Przekrój teoret. wedle Weyraucha
		t			*t*	cm^2	cm^2
I 2	2	1,11	1,888	2,136	2,38	2,5	5,3
II 3	3	2,06	1,055	1,453	2,99	3,2	6,7
III 4	4	2,58	0,803	1,282	3,31	3,5	7,4
IV 5	5	2,94	0,701	1,221	3,59	3,8	8,0

Z porównania obu tabliczek widzimy, że wyniki przybliżone różnią się od dokładnych, należałoby więc w każdym razie lepiej liczyć wedle wzorów dokładnych.

Wedle równ. 232) jest $najw\,(-Y) = -najw\,(+Y)$, zatem i $najw\,(-D) = -najw\,D$.

3. **Słupy.** Ciężar własny sprawia według równ. 224) ciągnienie $V_g = 1{,}256\,t$. Najw. ciągnienie wskutek ciężaru ruchomego powstaje także przy obciążeniu zupełnem i wtedy także ciągnienie równa się ciężarowi węzłowemu. Ciężar węzłowy wynosi $2{,}7 \,.\, 1 = 2{,}7\,t$, zatem $najw\,(+V_p) = 2{,}7\,t$.

Największe ciśnienie otrzymamy dla obciążenia jednostronnego. Dla *m*-go słupa *najw Y* według równ. 235) $najw\ Y = \frac{p}{2}\,\frac{(l-a-x)^2(x-a)}{l(l-x)-a(x-a)}$

a gdy wstawimy $l=10.2$[illegible], $a=2,7$, $x=2,7\ m$, otrzymamy *najw* $Y=$
$$=\frac{2,7\,p}{2}\,\frac{(9-m)^2(m-1)}{10(10-m)-(m-1)}=1,35\,\frac{(9-m)^2(m-1)}{10(10-m)-(m-1)}.$$

Nakoniec mamy *najw* $(-V)=-$*najmn* Y. Słup V_5 jest tylko ciągnionym, siła $V_5=2\,S_1$ wst $\sigma-G_2=2.35,6,\ 0,059-0,251=3,95\ t$.

Przekroje dla porównania obliczyliśmy także na podstawie wzoru Weyraucha $\tau=900(1\pm\frac{1}{2}\zeta)$, przyczem $\zeta=\frac{najmn\,P}{najw\,P}=\frac{P_0+najmn\,P_2}{P_0+najw\,P_1}$, gdyż tu *najmn* P_1 jest ujemnem.

Z porównania przekrojów, obliczonych według obu sposobów, widzimy, że przekroje, obliczone na podstawie naprężenia dopuszczalnego, przyjętego według rozporządzenia polskiego, są za małe.

Na tej podstawie obliczyliśmy następną tabliczkę:

Tabl. XXIII.

Słup	m	*najw* $(-V_p)$	*najw* $(+V_p)$	V_g	V *najw*	V *najmn*	Przekrój teoretyczny wedle rozporz. polsk.	Przekrój teoretyczny wedle Weyraucha
		t	t	t	t	t	cm^2	cm^2
1 I	1	0	+2,7	+1,256	+3,96	+1,26	4,2	3,8
2 II	2	−0,84	+2,7	+1,256	+3,96	+0,42	4,2	4,2
3 III	3	−1,43	+2,7	+1,256	+3,96	−0,17	4,2	4,5
4 IV	4	−2,37	+2,7	+1,256	+3,96	−1,11	4,2	5,1
5 V	5	0	+3,95	+1,256	+3,96	+1,26	5,5	5,2

XIV. Odmiany belki parabolicznej.

§. 86. Zasada belki Paulego.

W belce parabolicznej jest siła wewnętrzna w pasach prawie stała, zmienia się tylko według siecz σ. Dla belki osełkowatej i dla $\frac{h}{l}=\frac{1}{8}$ siecz $\sigma=1,03$, więc siła zmienia się tylko o 3%. Pauli starał się wynaleść taki kształt belki, aby siły wewnętrzne w pasach były zupełnie stałe. Wtedy może też być przekrój pasów na całą długość belki jednakowym.

Belka taka zwana belką Paulego (n. *der Paulische Träger*, cz. *nosník Pauliho*) musi być przedewszystkiem ze względu na środek belki symetryczną, bo niema powodu, aby lewa strona belki była inną, niż prawa. W belce takiej będą oba pasy w środku poziome, tam musi też być siła wewnętrzna w obu pasach jednakowo wielką, bo $\frac{M}{h}$ jest takie samo dla obu