Zmieniwszy podziałkę II w stosunku 1 : 0,9, wykreśliliśmy podziałkę V, na której $\dfrac{1\,cm}{25.\dfrac{1}{0{,}9}} = \dfrac{1\,cm}{27{,}8\,cm^2}$. Odczytywać możemy na niej wprost przekroje teoretyczne.

3. Słupy. Na rysunku 7 wykreśliliśmy raz jeszcze wielobok 0_1, a to dlatego, aby rys. 5 nie uczynić niewyraźnym. Siły *najw* $(-V_g)$ wyznaczyliśmy tu także sposobem Culmanna. Tu jednak przecinamy belkę ukośnie, np. dla słupa 3 III w kierunku mm_1 (rys. 1). Najniekorzystniejsze obciążenie jest dla tego słupa, gdy 1 oś stoi na 4, wtedy $0_1 = 44'$ (rys. 7). Kreślimy teraz $4'\,a // A$ IV (rys. 1), a potem $ab // 3$ IV i $4'\,b //$ II III, a $ab =$ *najw* $(-V_p)$ w słupie 3 III.

Chcąc wyznaczyć *najw* $(+V_p)$, postępujemy podobnie, jak powyżej, kładziemy pierwsze koła na 3. i obciążamy lewą stronę belki. Siła poprzeczna jest $33''$. Kreślimy $3''\,c // B$ III, cd pionową a $3''\,d //$ II III. Siłę w słupie V 5 wyznaczamy na rys. 8 ze sił w częściach przyległych pasu.

Siły V_g wskutek ciężaru własnego wyznaczyliśmy na rys. 1 według Zimmermanna (§. 64 IV sposób).

Na rysunku 9 wyznaczyliśmy oprócz tego siły wewnętrzne, wywołane ciężarem własnym zapomocą planu sił, który wykreśliliśmy według podziałki VI $\dfrac{1\,cm}{5\,t}$.

XV. Belka Schwedlera.

§. 89. Określenie belki.

W belce parabolicznej pracuje każdy krzyżulec na ciągnienie i ciśnienie, przyczem obie największości są sobie równe. W belce równoległej pracują tylko niektóre krzyżulce środkowe na ciśnienie i na ciągnienie, a ich największości nie są równe. Schwedler obliczył pośredni kształt belki, dla której najmniejszość sił wewnętrznych krzyżulców jest wszędzie równa zeru, więc naprężenie krzyżulców nie zmienia znaku i zastosował go po raz pierwszy w r. 1863 przy moście na Wezerze w Corvey. W ten sposób obejdziemy się bez podwójnych przekątni, używanych czasem w belce parabolicznej i w środkowej części belki równoległej, względnie unikniemy zmiany znaku naprężenia w krzyżulcach, a zarazem *najw* siły wewnętrzne w krzyżulcach będą w pobliżu podpór mniejsze, niż w belce równoległej. A więc kształt pasów musi być taki, aby *najmn* Y dla każdego krzyżulca przy obciążeniu jednostronnem było równe zeru.

§. 90. Przybliżone wyznaczenie kształtu pasów.

Pas dolny belki Schwedlera przyjmujemy zawsze poziomy, chodzi więc tylko jeszcze o wyznaczenie kształtu pasu górnego, przyczem iść będziemy za wskazówkami Melana.

Jeżeli prawa strona belki (rys. 163) jest obciążona od F do B, to dla przedziału EF $Q = \frac{p(l-x)^2}{2l}$, a $M = Qx$.

Nazwijmy siłę Y, gdy długość FB jest obciążona, Y_1, to według równ. 176) $Y_1 = Q - \frac{M}{h} \operatorname{st} \sigma$, a wstawiwszy za Q i M wartości i za $\operatorname{st} \sigma = \frac{h-h'}{a}$, otrzymamy:

$$Y_1 = p\left\{1 - \frac{x}{a}\,\frac{h-h'}{h}\right\}\frac{(l-x)^2}{2l} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 240)$$

Gdy lewa strona belki jest obciążoną na długości AE, to $Q = -p\,\frac{(x-a)^2}{2l}$, $M = -(l-x)\,Q$, więc

$$Y_2 = -p\left\{1 + \frac{l-x}{a}\cdot\frac{h-h'}{h}\right\}\frac{(x-a)^2}{2l} \quad . \quad . \quad . \quad 241)$$

Jeżeli obciążonym jest tylko dany przedział EF, to połowa tego ciężaru przenosi się na E, a druga połowa ciężaru na węzeł F i sprawia ta ostatnia składowa w punkcie F ciągnienie w krzyżulcu CF, a składowa w E ciśnienie.

Wskutek ciężaru $\frac{1}{2}\,p\,a$, działającego na punkt F, mamy $Q = \frac{pa(l-x)}{2l}$, zaś $M = Qx$, więc

$$Y_3 = p\left\{1 + \frac{x}{a}\,\frac{h-h'}{h}\right\}a\,\frac{l-x}{2l}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 242)$$

a wskutek ciężaru $\frac{1}{2}\,p\,a$, działającego na punkt E, mamy

$$Q = -p\,a\,\frac{x-a}{2l},\ M = -(l-x)\,Q, \text{ więc}$$

$$Y_4 = -\left\{1 + \frac{l-x}{a}\,\frac{h-h'}{h}\right\}a\,\frac{x-a}{2l} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 243)$$

Ciężarem własnym jest cała belka obciążoną, więc dodawszy te cztery wartości dla Y i zmieniwszy p na g, otrzymamy:

$$Y_g = g\left\{1 - \frac{x}{a}\,\frac{h-h'}{h}\right\}\frac{(l-x)(l-x+a)}{2l} +$$

$$-g\left\}1 + \frac{l-x}{a}\,\frac{h-h'}{h}\right\}\frac{x(x-a)}{2l} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 244)$$

Największe ciśnienie otrzymujemy, gdy ciężar będzie sięgać od A do punktu obojętnego, ale takie dokładne obliczenie kształtu doprowadza do zawiłych równań. A że nam tu chodzi o przybliżone wyznaczenie, dlatego przyjmujemy obciążenie pełne wszystkich węzłów z lewej strony, podczas gdy wszystkie węzły z prawej strony nie są wcale obciążone.

Wtedy otrzymamy:

$$najmn\, Y_p = Y_2 + Y_4 = -p\left(1+\frac{l-x}{a}\,\frac{h-h'}{h}\right)\frac{x(x-a)}{2l}.$$

Według zasady belki Schwedlera ma być

$$najmn\, Y = najmn\, Y_p + Y_g = 0, \text{ więc}$$

$$0 = g\left(1-\frac{x}{a}\,\frac{h-h'}{h}\right)\frac{(l-x)(l-x+a)}{2l} +$$

$$-(g+p)\left(1+\frac{l-x}{a}\,\frac{h-h'}{h}\right)\frac{x(x-a)}{2l}, \text{ stąd}$$

$$h\left[g\frac{a}{x}(l-x+a)-(g+p)\frac{a(x-a)}{l-x}-g(l-x+a)+\right.$$

$$\left.-(g+p)(x-a)\right] = -h'\{(g+p)(x-a)+g[l-x+a]\},$$

$$\text{dalej}\quad g(l-x+a)\frac{x-a}{x}+(g+p)(x-a)\frac{l-x+a}{l-x} =$$

$$= \frac{h'}{h}[(g+p)(x-a)+g(l-x+a)], \text{ czyli:}$$

$$\frac{\mathbf{h'}}{\mathbf{h}} = \frac{\mathbf{l-x+a}}{\mathbf{l-x}}\left[\mathbf{1}-\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{x}}\,\frac{\mathbf{gl}}{\mathbf{gl+p(x-a)}}\right]. \quad . \quad . \quad 245)$$

Widzimy więc, że dla zmiennej a jest to równanie hyperboli, zatem pas górny będzie hyperbolicznie zakrzywionym, a belkę Schwedlera nazywamy też b e l k ą h y p e r b o l i c z n ą (n. *Hyperbelträger*).

Równanie belki Schwedlera możemy także króciej otrzymać wedle S t e i n e r a w następny sposób. Niechaj $ac'd'b$ (rys. 164) będzie linją wpływową siły D, to dla obciążenia całej belki ciężarem własnym g a lewej części ciężarem p, otrzymamy:

$$D = \tfrac{1}{2}g.(y''x_2 - y'x_1) - \tfrac{1}{2}p\,x_1\,y' = 0, \text{ stąd}$$

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{gy''}{(g+p)y'} = \alpha\,\frac{y''}{y'}, \text{ jeżeli } \alpha = \frac{g}{g+p} \quad . \quad . \quad . \quad 246)$$

Wedle równ. 188) możemy napisać:

$$x_1 = x' + \frac{(l+m)x'}{ln-am}\; a = \frac{x'\,l(a+n)}{ln-am}$$

$$x_2 = l - x_1 = l - \frac{x' l (a+n)}{ln - am} = \frac{ln x''}{ln - am}, \text{ stąd}$$

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{x' l (a+n)}{ln x''} = \frac{x'}{x''}\,\frac{a+n}{n} = \frac{x'}{x''}\,\frac{h''}{h'}. \quad . \quad . \quad 247)$$

Wedle §. 65 równ. 185) i 186) mamy $y' = \frac{l+m}{b}\,\frac{x'}{l}$, $y'' = \frac{m}{b}\,\frac{x''}{l}$, więc $\frac{y''}{y'} = \frac{m}{l+m}\,\frac{x''}{x'}$. Z rysunku widzimy, że $\frac{h''}{h'} = \frac{m+x'+a}{m+x'} = \frac{m+l-x''}{m+x'}$, a stąd $m = \frac{h'(l-x'') - h'' x'}{h'' - h'}$,

$$l + m = \frac{lh'' - h' x'' - h'' x'}{h'' - h'};$$

zatem $\frac{x_1}{x_2} = \frac{x'}{x''}\,\frac{h''}{h'} = a\,\frac{m}{l+m}\,\frac{x''}{x'} = a\,\frac{x''}{x'}\,\frac{h'(l-x'') - h'' x'}{lh'' - h' x'' - h'' x'}$.

Nazwijmy $\frac{h''}{h'} = z$, to

$$\left(\frac{x'}{x''}\right)^2 z = a\,\frac{l - x'' - x' z}{lz - x'' - x' z} = a . \frac{x' + a - x' z}{(x'' + a) z - x''}.$$

Stąd otrzymamy:

$$z^2 + \frac{x''}{x'}\,\frac{a x'' - x'}{x'' + a}\, z = a\,\frac{x' + a}{x'' + a}\left(\frac{x''}{x'}\right)^2. \quad . \quad . \quad . \quad 248)$$

Na podstawie tego równania możemy dla danego a obliczyć kolejno $z = \frac{h''}{h'}$, a więc po kolei wysokości belki.

Równania 245) i 248) wyznaczają hyperbolę ACB (rys. 165). Jeżeli zaś nie lewe, lecz prawe obciążenie niema sprawiać żadnego ciśnienia w krzyżulcach, to kształt belki będzie symetryczną ze względu na środek, więc zatrzymujemy górne linje $ACEDB$. Z powodu, że kształt ten jest nieestetycznym, przyjmujemy pas górny prosty na długości CD (rys. 166). Wtedy na tej długości mamy belkę równoległą i musimy urządzić podwójne giętkie lub pojedyńcze tęgie przekątnie.

Zwykle mamy dane h_0 *najw* wysokość belki i chodzi nam o wyznaczenie odnośnego x_0. Jeżeli h jest największością, to dla a bardzo małego musi być $h' = h_0$, zatem z równ. 245) otrzymamy $\frac{h'}{h_0} = \frac{l - x_0 + a}{l - x_0}\left\{1 - \frac{a}{x_0}\,\frac{gl}{gl + p(x_0 - a)}\right\} = 1$, stąd:

$$l - x_0 = l - x_0 + a - \frac{a}{x_0}\,\frac{gl(l - x +_0 a)}{gl + p(x_0 - a)}, \text{ albo}$$

$$x_0\, gl + p x_0{}^2 - a p x_0 = gl^2 - gl x_0 + agl, \text{ a więc}$$

$$x_0 = \frac{(ap - 2\,gl) + \sqrt{(ap - 2\,gl^2 + 4 pgl (l + a)}}{2p}. \quad . \quad . \quad 249)$$

Jeżeli przyjmiemy $a=0$, otrzymamy przybliżony wzór Winklera:

$$x_0=\frac{gl}{p}\left(\sqrt{\frac{p}{g}+1}-1\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 250)$$

Dla mostów kolejowych jednotorowych otrzymamy po wstawieniu wartości $\frac{p}{g}$ dla

$l=$	10	30	50	100	250 m
$x_0=$	0,24	0,33	0,38	0,44	0,45 l

Widzimy więc, że część środkowa belki równoległa jest tem dłuższą, im mniejszą jest rozpiętość.

Słup CC_1 obieramy dla punktu, którego x w przybliżeniu równa się x_0, dalsze wysokości h' wyznaczamy według równ. 245) lub 248) po kolei.

Mając dane a możemy też inaczej postępować. Z równ. 245) obliczamy naprzód h_2, przyczem $h=h_2$, a $h'=h_1$, potem h_3, h_4 i wyrażamy wszystkie te wysokości przez h_1 i w ten sposób łatwo znajdziemy największą wysokość.

Wykreślnie da się kształt belki wyznaczyć według Rittera w następny sposób. Chcąc wyznaczyć wysokość h słupa CC_1 (rys. 167), obciążamy lewą stronę belki AC, stawiając pierwszy ciężar P_1 na C. Oprócz tego belka obciążona jest ciężarem własnym. Dla obciążenia własnego wyznaczamy linję momentów, a zapomocą niej punkt N zaczepienia siły poprzecznej Q_g, której wielkość w zwykły sposób wyznaczamy. Siłę poprzeczną Q_p z powodu ciężaru ruchomego otrzymamy z wieloboku oddziaływań, robiąc $be=x$, to $ee_1=-Q_p$. Teraz składamy siły Q_g i $-Q_p$. Ponieważ Q_p zaczepia w B, więc punkt zaczepienia znajdziemy, jeźli wykreślimy $BB'=Q_g$ i $NN'=Q_p$, połączymy $B'N'$ prostą, która przecina się z osią w L. Jeżeli D ma być dla tego obciążenia zerem, to muszą się pasy przecinać L, zatem otrzymamy h', łącząc F_1 z L, a wtedy $CC_1=h'$. W ten sposób po kolei wyznaczamy wysokości słupów.

Siły wewnętrzne najlepiej wyznaczyć za pomocą sposobów ogólnych. Dla porównania podajemy tu na rys. 168 siły wewnętrzne belki równoległej, parabolicznej i hyperbolicznej o równej wysokości.

§. 91. Dokładne wyznaczenie kształtu belki.

Chcąc dokładnie wyznaczyć kształt belki zwłaszcza, jeżeli obliczamy belkę na podstawie danego układu ciężarów skupionych, używamy innego sposobu (rys. 169).

Jak wiemy, dla belki Schwedlera musi być dla krzyżulca CE *najmn* $D=0$. Uwzględniwszy równ. 177, otrzymamy więc dla lewego obciążenia:

$$Y=0=\left(\frac{M}{h}-\frac{M'}{h'}\right)\frac{h'}{a}, \text{ a stąd } \frac{M}{h}=\frac{M'}{h'},$$

więc

$$\mathbf{h}'=\frac{\mathbf{M}'}{\mathbf{M}}\mathbf{h}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 251)$$

przyczem M i M' oznaczają momenty ze względu na punkty E i F dla obciążenia, wywołującego *najw* $(-Y)$ [obciążenie lewe i ciężar własny] dla CE. Na podstawie równ. 251) możemy obliczać wysokości słupów, jednę po drugiej. Momenty wyznaczyć przytem możemy wykreślnie lub liczebnie.

Jeżeli przyjmiemy ciężar własny jednostajnie rozłożony i nazwiemy dla obciążenia lewego najniekorzystniejszego M'_p i M_p momenty w F i E, to momenty dla ciężaru własnego $M_g'=\frac{1}{2}gx(l-x)$, $M_g=\frac{1}{2}g(x+a)(l-x-a)$, zatem:

$$\frac{h'}{h}=\frac{gx(l-x)+2M_p'}{g(x+a)(l-x-a)+2M_p}. \quad . \quad . \quad . \quad 252)$$

Znając momenty, możemy też według Müllera Breslaua w następny sposób wyznaczyć wysokość słupa FG (rys. 170). Załóżmy, że w przedziale danym GC jest przekątnia drugorzędna GC_1, to dla najniekorzystniejszego położenia ma być $D'=0$. Jeżeli D' wyznaczamy sposobem Zimmermanna, to robimy $Ct=\frac{M}{e}$, $Gw=\frac{M'}{e}$, kreślimy $tu//GC$, to, gdy $D'=0$, musi być $wu//C_1F$. Kreślimy więc $C_1F//uw$.

Do wyznaczenia dokładnego najniekorzystniejszego położenia i wykreślenia linij wpływowych potrzebne są wysokości belki, których jeszcze nie znamy, wyznaczamy więc tymczasowo w przybliżeniu kształt belki, przyjmując obciążenie do punktu F (rys. 169), albo dla obciążenia układem ciężarów skupionych ustawiamy pierwszą oś na F. Potem dodatkowo możemy zbadać, czy druga oś, stojąc na F, nie sprawi *najw* $(-Y)$ lub, co na jedno wychodzi, czy h' nie będzie większem. Z tego wynika, że dla rozmaitych położeń ciężarów należy przyjąć do obliczenia takie h', dla którego $\frac{M'}{M}$ jest największem.

Przy obliczaniu kształtu belki trzeba ciężar własny raczej przyjmować za mały, niż za wielki. Jeżeli bowiem ciężar własny w rzeczywistości jest mniejszym, niż przyjęto w rachunku, to może powstać w krzyżulcu *CE* (rys. 169) ciśnienie, którego nie obliczaliśmy. Aby tego uniknąć, lepiej jest przy obliczeniu przyjąć ciężar własny trochę mniejszy, niż z wzorów przybliżonych wynika.

§. 92. Przykład.

D a n e. Most drogowy I. klasy, którego jezdnia szeroka 7,5 *m* a dwa chodniki zewnętrzne po 1,5 *m*, ma dwie belki główne układu Schwedlera o rozpiętości 20 *m* (tabl. IV.). Wysokość belki wynosi 3,0 *m*, odstęp węzłów $\frac{20}{8} = 2{,}5$ *m*. Ciężar belek głównych mostu przyjmujemy według równ. 6 w §. 2. na *m* b. $g' = 5{,}5\, l \times 7{,}5 + 3{,}45\, l\,.\,2\,.\,1{,}5 = 1032$ *kg/m*, ciężar pomostu żwirowanego z kształtówek według szczegółowych obliczeń $460 + 80 = 540$ *kg/m*², pokładu 160 *kg/m*². Ciężar chodników $g'' = 80 + 2{,}7\,.\,20$ *kg/m*² $= 134$ *kg/m*². A więc ciężar jednej belki głównej, który rozkłada się po połowie na pas dolny i górny, będzie $\frac{1032}{2} = 516$ *kg/m* $= 0{,}52$ *t/m*. Na pasie dolnym leży oprócz tego ciężar pokładu i pomostu $\frac{7{,}5}{2}(540 + 160) = 2625$ *kg/m* $=$ $= 2{,}63$ *t/m* i chodników $1{,}5\,.\,134 = 201$ *kg/m* $= 0{,}2$ *t/m*, więc razem 2,83 *t/m*.

A zatem całkowity ciężar na pas górny $g_1 = 0{,}26$ *tm*, na pas dolny $g_2 = 3{,}09$ *t/m*, a ciężary węzłowe $G_1 = 0{,}65$ *t*, $G_2 = 7{,}70$ *t*.

O b l i c z e n i e. I. K s z t a ł t p a s u g ó r n e g o obliczamy najpierw: *a)* wykreślnie sposobem Rittera, podanym w §. 90; *b)* analitycznie według §. 86, oba sposoby dla ciężarów skupionych (wozów).

a) Dla ciężarów węzłowych $G_1 + G_2 = 8{,}35$ *t*, powyżej wyznaczonych, wykreśliliśmy wielobok sił (rys. 2), wielobok sznurowy i siły poprzeczne (rys. 3); dla ciężaru ruchomego (ciężaru wozów, przyczem należy zauważyć, że na jedną belkę wypada półtora ciężaru wozów) wyznaczyliśmy siły poprzeczne wielobokiem Winklera (rys. 4). Daną wysokość belki $= 3{,}0$ odcinam w rys. 1. w węźle środkowym (4) i próbuję, czy i o ile w następnych węzłach wysokości słupów będą się zmieniać. Według Rittera trzeba odciąć na podporze *B* siłę Q_g, a w punkcie przecięcia się skrajnych boków wieloboku sznurowego siłę Q_p. Obliczamy w przybliżeniu x_0 wedle równ. 250), przyczem przyjmiemy:

$$p = \frac{2\, najw\, Q}{l} = \frac{83}{20} = 4{,}15\ t/m, \quad g = 3{,}09 + 0{,}26 = 3{,}35\ t/m,$$

więc
$$x_0 = \frac{3{,}35\,.\,20}{4{,}15}\left(\sqrt{\frac{4{,}15}{3{,}35} + 1} - 1\right) = 8{,}01.$$

Ponieważ dla węzła III $x = 7{,}5$ a dla IV 10, więc w węźle III przyjmiemy jeszcze wysokość niezmienioną 3 *m*. Wysokość słupa w węźle 2. znajduję, odcinając Q_{g_3} na podporze B, a Q_{p_3} na pionowej w punkcie, gdzie się przecina część wieloboku sznurowego (23) z zamykającą. Prostą przez te punkty wyznacza punkt L_2, który połączony z punktem III, odcina na pionowej w węźle 2. wysokość słupa II 2. W ten sam sposób wyznaczyliśmy wysokość słupa I 1.

b) Liczebnie otrzymujemy momenty dla ciężaru stałego i węzła 1. $M_{g_1} = O_1 . 2{,}5 \times 1 = 73{,}0\ tm$, przyczem

$$O_1 = \frac{8-1}{2}(G_1 + G_2) = \frac{7}{2}\,8{,}35 = 29{,}2\ t,$$

„ 2. $M_{g_2} = O_1 . 2{,}5 \times 2 - (G_1 + G_2) \times 2{,}5 = 125{,}1\ tm$,

„ 3. $M_{g_3} = O_1 . 2{,}5 \times 3 - (G_1 + G_2) \times 2{,}5 . 3 = 156{,}4\ tm$,

„ 4. $M_{g_4} = O_1 . 2{,}5 + 4 - (G_1 + G_2) \times 2{,}5 . 6 = 166{,}9\ tm$.

Dla ciężaru ruchomego, którym obciążamy lewą stronę belki od danego węzła, przyczem pierwszy ciężar stoi w węźle, otrzymujemy:

dla węzła 1. $O_1{}' = \frac{1}{20}(12 . 17{,}5) = 10{,}5\ t$, $M_{p_1} = O_1{}' . 2{,}5 = 26{,}3\ tm$, $M_{p_2}{}' = (12 - 10{,}5) . 15 = 22{,}5\ tm$;

„ „ 2. $O_2{}'' = \frac{1}{20}(12 \times 2 + 3{,}65) = 4{,}38\ t$, $M_{p_2} = O_2{}'' . 15{,}0 = 65{,}7\ tm$, $M_{p_3}{}' = 4{,}38 . 12{,}5 = 54{,}8\ tm$;

„ „ 3. $O_3{}'' = \frac{1}{20}(12 . 3 . 4{,}8) = 8{,}64\ t$, $M_{p_3} = O_3{}'' . 12{,}5 = 108\ tm$, $M_{p_4}{}' = 8{,}64 . 10 = 86{,}4\ tm$.

Według równania 251) dla danego obciążenia, n. p. do węzła 1:

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{M_{p_1} + M_{g_1}}{M_{p_2}{}' + M_{g_2}} = \frac{26{,}3 + 73{,}0}{22{,}5 + 125{,}1} = \frac{99{,}3}{147{,}1} = 0{,}676,$$

przy obciążeniu do węzła 2:

$$\frac{h_2}{h_3} = \frac{55{,}7 + 125{,}1}{54{,}8 + 156{,}4} = \frac{190{,}8}{211{,}2} = 0{,}917,$$

przy obciążeniu do węzła 3:

$$\frac{h_3}{h_4} = \frac{108{,}0 + 156{,}4}{86{,}4 + 166{,}9} = \frac{264{,}4}{253{,}3} = > 1,$$

zatem h_3 pozostaje równe $h_4 = 3{,}0\ m$, a wysokości następnych słupów

$$h_2 = 0{,}917 . 3{,}0 = 2{,}75\ m,$$
$$h_1 = 0{,}676 . 2{,}75 = 1{,}86\ m.$$

c) Według równania 248) otrzymujemy dla słupa w węźle 1:

$$\left(\frac{h_2}{h_1}\right)^2 + \frac{x''}{x'} . \frac{\alpha x'' - x'}{x'' + a}\left(\frac{h_2}{h_1}\right) = \alpha\,\frac{x' + a}{x'' + a}\left(\frac{x''}{x'}\right)^2,$$

czyli ponieważ $\alpha = \dfrac{g}{p+g} = \dfrac{3{,}35}{(4{,}15) + 3{,}35} = 0{,}447$

$$\left(\frac{h_2}{h_1}\right)^2 + \frac{15}{2{,}5} . \frac{0{,}447 . 15 - 2{,}5}{15 + 2{,}5}\left(\frac{h_2}{h_1}\right) = 0{,}447\,\frac{2{,}5 + 2{,}5}{15{,}0 + 2{,}5}\left(\frac{15}{2{,}5}\right)^2,$$

$$\frac{h_2}{h_1} = -0{,}721 + 2{,}492 = 1{,}77.$$

Podobnie znajdujemy $\dfrac{h_3}{h_2} = 1{,}095$ i $\dfrac{h_4}{h_3} = 0{,}76$, zatem widoczna, że h_3 będzie największą wysokością belki, którą zostawiamy równą h_4, tak że $h_3 = h_4 = 3{,}0\ m$; $h_2 = 2{,}74$; $h_1 = 1{,}55\ m$. Obliczenie to należałoby powtórzyć dla innych przepisanych obciążeń mostów I klasy.

Kształt pasu górnego przyjmujemy według obliczenia *a)* i *b)* zostawiając w każdym wypadku największą wysokość. Jeżeliby się z następnego obliczenia okazało, że niekorzystniej działa tłum ludzi, należałoby zmienić kształt według obliczenia *c)*, co jednak chyba przy mostach III klasy może się zdarzyć.

II. Siły wewnętrzne, wywołane działaniem ciężaru stałego (ciężaru mostu), zestawiono w następującej tabl.

Tabl. XXVIII.

Części belki	M_g	h	st σ	siecz σ	Q_g	Y_g	st α	siecz α
	tm	m			t	t		
A I=VII B	73,0	1,86	0,744	1,246	—	—	—	—
I II=VI VII	125,1	2,75	0,356	1,062	—	—	—	—
II III=V VI	156,4	3,00	0,100	1,005	—	—	—	—
III IV=IV V	166,9	3,00	0,000	1,000	—	—	—	—
A I=12=67=7 B	23,0	1,86	—	—	—	—	—	—
23=56	125,1	2,75	—	—	—	—	—	—
34=45	156,4	3,00	—	—	—	—	—	—
I 1=VII 7	—	—	—	—	—	—	—	—
II 2=VI 6	125,1	2,75	0,355	—	+13,15	3,05	—	—
III 3=V 5	156,4	3,00	0,100	—	+ 4,80	—0,07	—	—
IV 4=IV 4	166,9	3,00	0,000	—	—	—0,65	—	—
I 2=VII 6	125,1	2,75	0,360	—	+20,85	+4,70	1,344	1,675
II 3=VI 5	156,4	3,00	0,144	—	+12,5	—7,29	0,828	1,352
III 4=V 4	—	—	—	—	+ 4,15	+5,40	0,833	1,301

a) wykreślnie wyznaczyliśmy planem sił (rys. 5);

b) liczebnie wyznaczamy:

1. w pasach według równ. 169) i 170) $S\,\text{górny} = -\dfrac{M}{h}\,\text{siecz}\,\sigma$

$S\,\text{dolny} = +\dfrac{M}{h}$, przyczem $\text{siecz}\,\sigma = \sqrt{1+\text{st}^2\sigma} = \sqrt{1+\left(\dfrac{h_{m+1}-h_m}{2{,}5}\right)^2}$, a M i h wyznaczone pod I *b)*. N. p. dla części pasu górnego A I:

$$Mg_1 = 73{,}0\ tm,\ h_1 = 1{,}86,\ \text{st}^2\sigma = \left(\frac{1{,}86-0{,}00}{2{,}5}\right)^2 = 0{,}744^2 = 0{,}554,$$

$$\text{siecz}\,\sigma = \sqrt{1+0{,}544} = 1{,}246,$$

zatem $S_{AI} = 73{,}0 . \dfrac{1{,}246}{1{,}86} = 48{,}9\ t,\ S_{12} = 73{,}0\,\dfrac{1}{1{,}86} = 39{,}34\ t.$

2. w słupach otrzymamy według równ. 176) $Y = Q - \dfrac{M}{h}\,\text{st}\,\sigma$,

przyczem $Q\,g_m = O_1 - (m-1)\,G_1 - m\,G_2$, a inne wymiary podane pod II *b)*. N. p. dla słupa 2 II, dla którego według §. 60 punkt F leży na węźle 2, $Q\,g_2 = 29{,}2 - 1 \times 0{,}65 - 2 . 7{,}7 = 13{,}15$, $Mg_2 = 125{,}1$, $h = 2{,}75$, $\text{st}\,\sigma = 0{,}356$, $Y_{II\,2} = 13{,}55 - \dfrac{125{,}1}{2{,}75} . 0{,}356 = 3{,}05\ t.$

Zauważyć należy, że słup I 1 zostaje tylko pod działaniem dolnego ciężaru węzłowego, zatem $Y_{I1}=G_2=7,7\ t$, zaś słup IV 5 tylko pod działaniem górnego ciężaru węzłowego, więc $Y_{IV4}=V_{4\,IV}=$ $=-0,65\ t$.

3. Siły, działające w przekątniach, otrzymamy z równ. 174) i 176):

$$D=Y\,\text{siecz}\,\alpha=\left[Q-\frac{M}{h}\,\text{st}\,\sigma\right]\text{siecz}\,\alpha,$$

przyczem $$\text{siecz}\,\alpha=\sqrt{1+\text{st}^2\alpha}=\sqrt{1+\left(\frac{2,5}{h}\right)^2},$$

inne wymiary podane pod II. 1 i 2. N. p. dla przekątni I 2, dla której według §. 60 p. F leży w węźle 2:

$$Q\,g_2=29,2-8,35=20,85\,t,\quad M g_2=125,1\,tm,\quad h=2,75,\quad \text{st}\,\sigma=0,355,$$

$$\text{siecz}\,\alpha=\sqrt{1+\left(\frac{2,5}{1,86}\right)^2}=1,675,$$

zatem: $$D_{I2}=\left[20,85-125,1\times\frac{0,355}{2,75}\right]\times1,675=4,70\times1,675=+7,87\,t.$$

III. Siły wewnętrzne, wywołane ciężarem ruchomym, wyznaczamy za pomocą linij wpływowych.

a) Linje wpływowe:

1. Dla pasów wyznaczymy: α) sposobem Müller-Breslaua według §. 66, zaczepiając raz na podporze A, drugi raz na podporze B, oddziaływanie równe 1 t i dla obu tych wypadków kreśląc plany sił (rys. 6). Ze względu na symetrję belki wystarczy wyznaczenie jednego planu sił, bo drugi jest jego odzwierciedleniem. Następnie np. dla części pasu górnego A I, odcinam na podporze A, długość B VII z rys. 6, a długość a_B z rys. 6 na podporze B, a obie te długości wyznaczają kształt linji wpływowej dla A I, jak widoczne z rysunku 7; β) dla sprawdzenia wyznaczyliśmy jeszcze rzędną linji wpływ. według §. 70 i §. 15. A mianowicie kreślimy (rys. 8) parabolę, na której leżą wierzchołki linij wpływowych momentów, przyjmując największą rzędną $gg'=\frac{1}{4}.1^t.l_m=5\ tm=5\ cm$, a ponieważ podziałka długości jest $\frac{1\ m}{1\ cm}$, zatem podziałka sił $\frac{1\ t}{1\ cm}$. Następnie chcąc otrzymać rzędne linji wpływowej, musimy rzędną paraboli pomnożyć dla pasu dolnego przez $\frac{1}{h}$, dla pasu górnego przez $\frac{1}{h}.\text{siecz}\,\sigma$. N. p. dla części pasu górnego A I wyznaczam siłę ze względu na moment w węźle (1), zatem wykreślam w tym punkcie rzędną paraboli mo, a na osi X-ów odcinam $h_1=on$ i $np=1\ t$. Pionowa z punktu p przecina mn w punkcie r, a wtedy $on:np=om:pr$, czyli $pr=$ $=\frac{1\times M}{h_1}$, a wykreślając z punktu r prostopadłą do kierunku A I, otrzymujemy rs=rzędnej linji wpływowej dla pasu A I, którą odcinamy w rys. 7 na prostopadłej z węzła 1. Podobnie dla pasu 12 wyznacza rzędną linji wpływowej w węźle 1 odcinek pr.

2. Dla słupów użyjemy: α) jak wyżej planu sił (rys. 6), odcinając w rys. 9 n. p. dla słupa VI 6=II 2 na podporze A długość b_A, a długość b_B na podporze B; β) dla sprawdzenia wyznaczyliśmy dla tego słupa (w rys. 9) linję wpływową, sposobem, podanym w §. 65, a wreszcie zastosowaliśmy trzeci γ) sposób kontroli, wyznaczając dla danego słupa punkt obojętny w rys. 1, wtedy ten punkt musi leżeć na pionowej, wyprowadzonej z punktu obojętnego linji wpływowej. (Dla przejrzystości rysunku wyznaczyliśmy linje wpływowe dla słupów prawej połowy belki),

W słupie 4 IV powstaje ciśnienie tylko wskutek ciężaru węzłowego górnego, zatem rzędne linji wpływowej dla ciężaru ruchomego są wszędzie równe zeru.

W słupie wiszącym 1 I=7 VII powstaje ciągnienie równe ciężarowi węzłowemu, więc linja wpływowa jest tu trójkątem, który otrzymamy, kreśląc pionową $ab=1\ t=1\ cm$. W sąsiednich węzłach rzędna równa się zeru.

3. Dla ścięgien wyznaczamy linje wpływowe (rys. 10), jak dla słupów, a więc raz: α) z planów sił, drugi raz β) według §. 65, przyczem należy zauważyć, że tym sposobem otrzymane rzędne np. dla I 2.1′ 1″ i 2′ 2″ należy jeszcze pomnożyć przez siecz α, czyli wykreślić 1″ 1‴ i 2″ 2‴ równoległe do ścięgna I 2. γ) Dla sprawdzenia wyznaczyliśmy punkty obojętne dla krzyżulców lewej połowy belki w rys. 1, kreśląc dla tej połowy i linje wpływowe.

b) Siły wewnętrzne na podstawie wykreślonych linij znajdziemy, obciążając belkę ciężarami skupionymi wozów łącznie z obciążeniem tłumem ludzi na niezajętej części belki, który wynosi $\frac{0,5\times7,5}{2}=1,875\frac{t}{m}$ i tłumem ludzi (ciężarem jednostajnie rozłożonym) na chodniku, który dla naszego przypadku wynosi $0,5\times1,5=0,75\frac{t}{m}$.

1. N. p. dla pasu A I okazuje się, że: *a)* ustawiając w węźle 1 tylne koło wozu, a za wozem tłum ludzi, otrzymujemy siłę:

$$A\,\mathrm{I}_w=3.12\times2,25.6+4,1.0,3.1.875=52,25\ t.$$

b) obciążając tylko chodnik przyległy tłumem ludzi, uwzględniając, że ciężar działa w odstępie 0,75 za belką otrzymujemy siłę:

$$A\,\mathrm{I}_t=\frac{20\times1,56}{2}\times0,75.\frac{9,5+0,75}{7,5}=11,7\times1,1=12,87\ t,$$

więc cała siła A I=65,12 t.

Teraz należałoby wyznaczyć $A\,\mathrm{I}_w$ dla obciążenia wozem motorowym i ciężarowym, dla wałka drogowego i dla pociągu kolejki wąskotorowej i zatrzymać największą siłę z tych 4 rodzai obciążeń. My w przykładzie ograniczymy się tylko do obciążenia wozami. Ta sama uwaga tyczy się wszelkich innych obliczeń w tym przykładzie.

2. Ponieważ słupy są narażone pod wpływem ciężaru ruchomego raz na ciągnienie, a raz na ciśnienie; zatem obciążamy raz jedną, raz drugą stroną od punktu obojętnego.

N. p. dla słupa VI 6, obciążając na prawo od punktu obojętnego: *a)* jednym wozem, przyczem tylne koło stoi na węźle 6 i tłumem ludzi, otrzymujemy siłę: VI $6_w = 12 . 0{,}84 + 6 . 0{,}42 = +12{,}58\,t$; *b)* chodniki tłumem ludzi: VI $6_{tl} = \frac{0{,}84 \times 7{,}0}{2} \times 0{,}75 \frac{7{,}5+0{,}75}{7{,}5} = +$ $+2{,}43\ t$.

Obciążając zaś na lewo od punktu obojętnego:

a) wozami i tłumem ludzi, otrzymujemy siłę:

$$\text{VI } 6_w = 12 . 0{,}7 + 6 . 0{,}35 - (1{,}2 . 0{,}4)\, 1{,}275 = -8{.}70\ t;$$

b) chodniki tłumem ludzi:

$$\text{VI } 6_{tl} = -\frac{0{,}23 \times 13{,}0}{2} \times 0{,}75 \frac{7{,}5+0{,}75}{7{,}5} = -1{,}13\ t.$$

Słup 1 I pracuje na ciągnienie I $1_w = 12\ t$, dla obciążenia chodnika I $1_{tl} = 0{,}75 . 1{,}1 \frac{1{,}5}{2} = 2{,}06\ t$.

Ścięgna mogą być ciągnione lub ciśnione. Postępujemy więc, jak poprzednio.

N. p. dla ścięgna I 2 obciążamy na prawo od punktu obojętnego:

a) wozami, stawiając ostatnie koło wozu na węźle 2 i otrzymujemy siłę I $2_w = 12 . 0{,}92 + 6 . 0{,}7 = +15{,}24\ t$;

b) chodniki tłumem ludzi:

$$\text{I } 2_{tl} = \frac{0{,}44 \times 15{,}0}{2} \times 0{,}75 \frac{7{,}5+0{,}75}{7{,}5} = +3{,}63\ t$$

Obciążając na lewo od punktu obojętnego:

a) jednym kołem wozu I $2_w = 12 . 0{,}65 = 7{,}8\ t$,

b) chodnik tłumem ludzi I $2_{tl} = \frac{3{,}9 . 0{,}64}{2} . 0{,}75 . \frac{7{,}5+0{,}75}{7{,}5} = 1{,}03\ t$.

IV. Siły wewnętrzne, wywołane ciężarem ruchomym a zestawione na tabl. XXVIII., wyznaczymy jeszcze liczebnie, przyjmując jako najniekorzystniejsze ustawienie ciężarów, znalezione według linij wpływowych.

1. W pasach według wzorów 169) i 170):

$$S_g = -\frac{M}{h} \operatorname{siecz} \sigma, \quad S_d = +\frac{M}{h}$$

otrzymujemy: np. dla węzła I (według linji wpływ. dla A I i 12, rys. 7) dla obciążenia wozami i tłumem ludzi:

$$O_1 = \frac{1}{20}(12 . 3 . 12{,}1 + 6 . 3 . 9{,}4 + \frac{2{,}6^2}{2}\, 1{,}875) = 30{,}56\ t,$$

$$M_{p_1} = 30{,}56 \times 2{,}5 = 76{,}4\ tm, \text{ zatem}$$

$$S_{12} = \frac{76{,}4}{1{,}86} = 41{,}1\ t, \qquad S_{AI} = \frac{76{,}4}{1{,}86} \times 1{,}246 = 54{,}21\ t.$$

Dla obciążenia przyległego chodnika:

$$M_{p_1 II} = \tfrac{1}{2}\, 0{,}75 . \frac{7{,}5+0{,}75}{7{,}5}\, 2{,}5\, (20-2{,}5) = 18{,}05\ tm,$$

$$S_{12}=\frac{18{,}05}{1{,}86}=9{,}71\ t,\quad S_{A\,I}=\frac{18{,}05}{1{,}86}\ 1{,}246=12{,}09\ t.$$

Wyniki obliczenia tego różnią się nieco od wyników obliczenia wykreślnego zapomocą linij wpływowych z powodu nieuniknionych błędów i za małej podziałki.

2. W słupach wyznaczymy znowu siły według równ. 176):

$$Y=Q-\frac{M}{h}\ \mathrm{st}\ \sigma$$

i dla rozkładu ciężarów według linij wpływowych (rys. 9).

N. p. dla słupa VI 6=II 2: $O_1=\frac{1}{20}\ 12\,(5+6.23)=36{,}9\ t$, więc $Q_{p_2}=-O_1=-3{,}69\ t$, $M_{p_2}=3{,}69\times 15=55{,}35\ tm$, a zatem:

$$Y_{2\,II}=-\left(-3{,}69-\frac{55{,}35}{2{,}75}\times 0{,}356\right)=+10{,}86\ t.$$

Dla obciążenia po lewej stronie punktu obojętnego:

$O_2=\frac{1}{20}(2.12.12{,}2+2.6.12{,}9+3{,}2.1{,}473.18{,}4)=25{,}9,$
$M=25{,}9.7{,}5=194{,}25,$

$$Q=O_2,\ Y=-\left(25{,}9+\frac{194{,}25}{2{,}75}\ 0{,}356\right)=-0{,}71\ t.$$

Dla obciążenia przyległego chodnika otrzymamy wedle równ. 194)

$$najw\,(+Y)=\frac{(l-a-x')^2 mw}{ln-am}\ \frac{p}{2b},\ \text{przyczem}\ p=0{,}75\,.\,1{,}1=0{,}825,$$

$x'=5\ m$. Dalej mamy $b:2{,}75=2{,}5=(2{,}75-1{,}86)$, zatem $b=\frac{2{,}75.2{,}5}{0{,}89}=$ $=7{,}72\ m$, $m=7{,}72-5=2{,}72$, $n=b$, więc

$$najw\,(+Y)=\frac{(20-2{,}5-5)^2\,2{,}72.7{,}72}{20.7{,}72-2{,}5.2{,}72}\cdot\frac{0{,}825}{2.7{,}72}=1{,}19\ t,$$

$$najw\,(-Y)=-\frac{(a+n)(l+m)x'^2}{ln-am}\ \frac{p}{2b}=$$

$$=\frac{(2{,}5+7{,}72)(20+20+2{,}72)5^2}{20.7{,}72-2{,}5.2{,}72}\ \frac{0{,}825}{2.7{,}72}=2{,}11\ t.$$

Słup I 1 pracuje tylko na ciągnienie, równe ciężarowi węzłowemu. $Y_{1\,Iw}=12.1=12\ t$, dla obciążenia chodnika ciężarem ruchomym $Y_{1\,I\ddot{s}}=2{,}06$.

3. W ścięgnach otrzymamy siły z równ. 174) i 176) $D=$ $=Y$ siecz α, a dla rozkładu ciężarów według linij wpływowych (rys. 10). Np. dla ścięgna I 2:

$O_1=\frac{1}{20}(3{,}12.9{,}6+3{,}6.6{,}9)=23{,}49\ t,$
$M_p=-23{,}49.5=117{,}45\ tm,\ Q_p=O_1=23{,}49\ t$

$$Y_{I2}=\left(23{,}09-\frac{117{,}45}{2{,}75}\times 0{,}356\right)=7{,}87\ t,$$

$D_{I2}=7{,}87\times 1{,}675=13{,}19\ t.$

Dla obciążenia chodnika tłumem ludzi:

$$najw+Y=\frac{(l-a-x')^2 mn}{ln-am}\ \frac{p}{2b},\ \text{tu znowu}\ p=0{,}825,\ b=7{,}72,\ x'=$$

$=2{,}5,\ m=2{,}72,\ n=5{,}22,$ więc

$$najw\,(+Y) = \frac{(20-2{,}5-2{,}5)^2\;2{,}72\,.\,5{,}22}{20\,.\,5{,}22-2{,}5\,.\,2{,}72}\;\frac{0{,}825}{2\,.\,7{,}72} = 1{,}75\;t,$$

$$najw\;D_{I2} = 1{,}75-1{,}675 = 2{,}93\;t.$$

Dla obciążenia na lewo od punktu obojętnego jednem kołem wozu:

$$O_2 = \frac{12\,.\,2{,}5}{20} = 1{,}5\;t,\quad M_p = 1{,}5\,.\,17{,}5 = 26{,}25,\quad Q_p = -1{,}5$$

$$Y_{I2} = -\left(1{,}5 + \frac{26\,.\,25}{2{,}75}\times 0{,}356\right) = 4{,}9\;t,\quad D_{I2} = 4{,}9\times 1{,}675 = 8{,}21\;t.$$

Dla obciążenia chodnika tłumem ludzi:

$$najw\,(-Y) = -\frac{(a+n)\,(l+m)\,x'^2}{ln-am}\;\frac{p}{2b} =$$

$$= -\frac{(2{,}5+5{,}22)\,(20+2{,}72)25^2}{20\,.\,5{,}22-2{,}5\,.\,2{,}72}\;\frac{0{,}825}{2\,.\,7{,}72} = -0{,}6.$$

Do obliczenia przekrojów w następującej tabliczce wprowadziliśmy wyniki z obliczenia IV jako dokładniejsze od III.

Naprężenie dopuszczalne przyjmiemy wedle rozporządzenia $\tau = 870+3\,.\,20 = 930\;kg/cm^2$, licząc wzorem Weyraucha $\tau = 850\,(1 \pm \zeta)$, stosujemy go tylko do krzyżulców.

Tabl. XXIX.

Części belki	Siły wewnętrzne w t							Przekrój teoret.	
	ciężar stały	obciążenie				największ.		dla $\tau=930$ kg/cm^2	według Weyraucha
		jezdni		chodników					
	+	+	—	+	—	+	—	cm^2	cm^2
A I=VII B	—48,90	—	51,21	—	12,09	—	112,26	120,7	—
I II=VI VII	—48,31	—	56,52	—	18,04	—	122,87	132,1	—
II III=V VI	—52,23	—	56,96	—	13,02		122,21	131,4	—
III IV=IV V	—55,63	—	59,85	—	14,03		129,01	138,7	—
A I=12=67=7 B	+39,34	41,10	—	9,71	—	90,15	—	96,9	—
23=56	+45,49	53,22	—	12,29	—	111,00	—	118,9	—
34=45	+52,13	56,68	—	13,96	—	122,77	—	132,0	—
I 1=VII 7	+ 7,70	12,00	—	2,06	—	21,76	—	23,4	—
II 2=VI 6	+ 3,05	10,86	0,71	2,11	1,19	16,02	+ 1,15	17,3	18,2
III 3=V 5	— 0,07	8,95	8,52	2,08	3,06	10,96	11,65	12,3	25,8
IV 4	— 0,65	0	0	0	0	0	0,65	0,7	—
I 2=VII 6	+ 7,87	13,19	8,21	2,93	0,60	23,99	0,94	25,8	28,2
II 3=VI 5	+ 9,86	10,66	8,64	3,26	1,24	23,78	0,02	25,6	28,0
III 4=V 4	+ 7,03	12,72	9,21	3,32	1,75	23,07	1,93	24,8	28,3

V. Dla sprawdzenia czy kształt pasu górnego był odpowiednio obrany, obciążamy dla ściągien I 2 i II 3 lewą część belki od punktów obojętnych i otrzymujemy według tabl. XXIX. dla I 2 *najw* $(-D) = -) = -0{,}94\;t$, dla II 3 *najw* $(-D) = -1{,}93$. Ciśnienia te nie są wielkie, aby je zmniejszyć, należałoby wysokości 1 i 2 powiększyć może o 1 *cm*.