Rozpiętość, dla której 3 i 4 osie dają ten sam moment, otrzymamy z równ. $\frac{P}{4}(3l-4a)=P(l-2a)$, stąd $l=4a$.

c) Jeżeli 5 osi stoi na moście, a trzecia w środku rozpiętości, otrzymamy wedle 64) $M=1{,}25\,Pl-3\,aP$.

Rozpiętość, dla której 4 i 5 osi dają ten sam moment, otrzymamy z równ. $P(l-2a)=\frac{5}{4}Pl-3aP$, stąd:

$$l=4a. \qquad \qquad 71)$$

Stąd widzimy, że znowu 4 osie nie sprawiają największego momentu, lecz już od $l=4a$ pięć osi.

Przykład. Wyznaczmy linje największych momentów w środku rozpiętości dla tego samego parowozu polskich kolei głównych, a otrzymamy dla jednej, trzech i pięciu osi te same równania, co pierwej, więc: dla jednej osi $M=5\,l$

„ trzech „ $M=15\,l-30$

„ pięciu „ $M=25\,l-90$.

Na rysunku widzimy trzy linje proste, punkty przecięcia się ich będą $l=2a=3\,m$ i $l=4a=6\,m$ (rys. 50).

Obie linje największych momentów różnią się bardzo mało, krzywe dla 2 i 4 osi nie są styczne do obu sąsiednich prostych.

Mamy *najw M*	wedle 1 założenia	wedle 2 założenia
dla 3 *m*	16,87	15,0 *tm*
6 „	61,9	60 „

To są największe różnice w momentach.

IV. Obciążenie ciągłe.

§. 23. Obciążenie jednostajne zupełne.

W wykładzie statyki budowli mówiliśmy już o obciążeniu ciągłem dowolnem i o obciążeniu jednostajnem zupełnem [1]), podamy więc tu tylko wyniki. Jeżeli g jest ciężarem jednostkowym, to w dowolnym punkcie C (rys. 51) jest siła poprzeczna:

$$\mathrm{Q}=\tfrac{1}{2}\mathrm{g}(\mathrm{l}-2\mathrm{x}) \qquad \qquad 72)$$

a moment:

$$\mathrm{M}=\tfrac{1}{2}\mathrm{g}\mathrm{x}(\mathrm{l}-\mathrm{x}) \qquad \qquad 73)$$

Stąd: $najw\,\mathrm{Q}=\tfrac{1}{2}\mathrm{g}\mathrm{l}$ jest dla $x=0$, a $najw\,\mathrm{M}=\tfrac{1}{8}\mathrm{g}\mathrm{l}^2$ dla $x=\frac{l}{2}$. . . . . 74)

Równanie 72) przedstawia linję prostą $a'b'$, zaś 73) parabolę $a''d''b''$.

[1]) P. Podr. Statyki Budowli, III. wyd. str. 22 i nast.

§. 24. Najniekorzystniejsze obciążenie ze względu na siły poprzeczne.

Ponieważ z linji wpływowej (rys. 52) sił poprzecznych wypływa, że każdy ciężar na prawo od danego przekroju C sprawia w C siłę poprzeczną dodatnią, a każdy ciężar, znajdujący się na belce po lewej stronie punktu C, sprawia w C siłę poprzeczną ujemną, więc aby otrzymać *najw* Q w punkcie C, musimy obciążyć BC, t. j. całą długość na prawo od przekroju, zaś długości AC wcale nie obciążać. Jeżeli zaś Q ma być najmniejszem, to obciążamy AC, a długości BC nie obciążamy wcale. Jeżeli p oznacza ciężar jednostkowy, to pdx_1, oznacza ciężar na długości dx_1, zaś $pydx_1$ siłę poprzeczną, wywołaną ciężarem pdx_1, gdy y oznacza rzędną linji wpływowej dla sił poprzecznych. Jeżeli belka obciążona jest od C do B, to otrzymamy $Q=p\int_C^B y\,dx_1$. Otóż $\int_C^B y\,dx_1$ jest to powierzchnia, zawarta między linją wpływową a osią od C do B, którą nazywamy powierzchnią wpływową (n. ***Influenzfläche, Einflussfläche***, fr. ***surface d'influenze)***. A zatem otrzymamy siłę poprzeczną w danym punkcie C, jeżeli powierzchnię wpływową dla tego punktu, odpowiadającą długości obciążonej, pomnożymy ciężarem jednostkowym p. Twierdzenie to da się w ten sam sposób dowieść dla jakiejkolwiek linji wpływowej, zawsze więc, chcąc otrzymać jakąś ilość mechaniczną, wywołaną ciężarem jednostajnym, pomnożyć mamy odnośną powierzchnię wpływową przez ciężar jednostkowy p. Z rysunku otrzymamy:

$$najw\,(+Q)=p\,bc'c=p\,\tfrac{1}{2}(l-x)\frac{l-x}{l}=\tfrac{1}{2}\,p\,\frac{(l-x)^2}{l}, \text{ czyli}$$

$$najw\,(+\mathbf{Q})=\tfrac{1}{2}\,\mathbf{p}\,\mathbf{l}\left(\mathbf{1}-\frac{\mathbf{x}}{\mathbf{l}}\right)^2. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 75)$$

Podobnie otrzymamy $najw\,(-Q)=-p.acc''=-p\,\tfrac{1}{2}\,\frac{x}{l}\,x$,

$$\text{więc } najw\,(-\mathbf{Q})=-\frac{\mathbf{px}^2}{\mathbf{2l}}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 76)$$

Równania 75) i 76) przedstawiają dla zmiennej x parabole przystające odwrócone (rys. 53), które łatwo możemy wykreślić, gdyż dla $x=0$ jest *najw* $Q=\frac{1}{2}pl$, zaś dla $x=l$ jest *najw* $(+Q)=0$. Podobnie dla $x=0$ jest *najw* $(-Q)=0$, a dla $x=l$ *najw* $(-Q)=-\frac{1}{2}pl$.

Dalej mamy $\frac{d\, najw\, Q}{dx} = -\frac{p}{l}(l-x) = st\,\zeta$, . . 77)

gdy ζ jest kątem nachylenia stycznej linji *najw Q* do poziomu. Z równania 77) otrzymamy dla $x=l$, $st\,\zeta=0$, dla $x=0$, $st\,\zeta=-p$. Więc w punkcie b oś odcinków jest styczną do linji *najw Q*, a w punkcie a' styczną jest prosta $a'b'$, gdyż $aa' = an\, st\,\zeta$, a wstawiwszy wartości za aa' i $st\,\zeta$, otrzymamy $\frac{pl}{2} = p.an$, więc $an = \frac{l}{2}$. Prosta $a'b'$ przechodzi zatem przez środek belki n i jest styczną do obu parabol.

§. 25. Największe momenty.

Ponieważ z kształtu linji wpływowej dla momentów (rys. 22) wypływa, że każdy ciężar, znajdujący się na belce, sprawia moment dodatni, więc dla największych momentów musimy całą belkę obciążyć. Można zatem tu użyć tych samych wzorów, co dla obciążenia zupełnego, tylko należy we wzorach 72) i 74) zamiast g wstawić p. Otrzymamy więc:

$$najw(+\mathbf{M}) = \tfrac{1}{2}\mathbf{p}\mathbf{x}(\mathbf{l}-\mathbf{x}). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 78)$$

§. 26. Obciążenie ciężarem własnym i ruchomym, jednostajnie rozłożonym.

Dla równoczesnego obciążenia ciężarem własnym i ruchomym otrzymamy na podstawie poprzednich wzorów:

$$\left.\begin{array}{l} najw\ M = \tfrac{1}{2}(g+p)\,x\,(l-x) \\ najmn\ M = \tfrac{1}{2}\,g\,x\,(l-x) \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 79)$$

$$\left.\begin{array}{l} najw\,(+Q) = \tfrac{1}{2}g\,(l-2x) + \dfrac{p\,(l-x)^2}{2l} \\ najw\,(-Q) = \tfrac{1}{2}g\,(l-2x) - \dfrac{px^2}{2l} \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad 80)$$

Równania 79) przedstawiają parabole, jak w §. 23, zaś równania 80) dwie parabole przystające odwrócone A_3B_1 i A_1B_3 (rys. 54). Parabole te możemy też otrzymać przez dodanie rzędnych prostej A_1B_1 dla ciężaru własnego do parabol A_2B i AB_2 dla ciężaru ruchomego.

Nazwijmy $AC = x_1$, to dla $x = x_1$ otrzymamy z drugiego równ. 80) $0 = \frac{1}{2}g(l-2x_1) - \frac{px_1^{\,2}}{2l}$, a stąd:

$$\frac{\mathbf{x_1}}{\mathbf{l}} = -\frac{\mathbf{g}}{\mathbf{p}} + \sqrt{\left(\frac{\mathbf{g}}{\mathbf{p}}\right)^2 + \frac{\mathbf{g}}{\mathbf{p}}}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 81)$$

Z rysunku widzimy, że $CD=l-2x_1$, na tej długości siły poprzeczne mogą być dodatnie i ujemne. Nazwijmy przekrój, dla którego siła poprzeczna jest $=0$, przekrojem środkowym (n. *mittlerer Querschnitt*, fr. *ligne de partage des forces*, cz. *průřez přechodný)*, to jeżeli belka jest jednostajnie zupełnie obciążona, przekrój środkowy jest w środku belki; dla obciążenia jednostronnego przekrój środkowy wychyla się ze środka belki najdalej o długość $CE=ED=\frac{l}{2}-x_1$, którą to długość zowiemy wychyleniem się przekroju środkowego. Wychylenie to jest według 81) zależne od stosunku $\frac{g}{p}$, który wynosi w przybliżeniu według Lebera:

Tabl. XV.

dla $l=$	10	20	40	60	80	100	150	m
$\frac{g}{p}=$	0,17	0,28	0,46	0,66	0,91	1,14	1,77	
a stąd $CD=$	0,45	0,36	0,28	0,22	0,18	0,16	0,12	l

§. 27. Ciężar zastępczy.

Dla każdego przekroju belki da się oznaczyć ciężar jednostajnie rozłożony, sprawiający ten sam największy moment lub tę samą największą siłę poprzeczną, co dany układ ciężarów skupionych. Ciężar taki nazywamy ciężarem zastępczym (n. *Belastungsgleichwert, aequivalente Last, Ersatzlast*, a. *equivalent uniform load)*. Dla rozmaitych przekrojów belki otrzymamy w ten sposób rozmaite ciężary zastępcze, a nawet dla tego samego przekroju otrzymamy inny ciężar zastępczy dla sił poprzecznych a inny dla momentów.

Pomimo tego przyjmowano dawniej w Austrji jeden ciężar zastępczy dla momentów a drugi dla sił poprzecznych dla całego przęsła. W Rosji wedle okólnika z r. 1884 podano ciężary zastępcze p_2 dla momentów w środku przęsła i p_1 na podporach (rys. 55). Dla innych punktów wstawiono 6 do 10 wartości pośrednich pomiędzy p_0 i p_1 lub p_1 i p_2.

W Ameryce przyjmują przy mostach większych ciężar zastępczy, odpowiadający wozom ciężarowym i dodają jeszcze na długość parowozów odpowiednie ciężary uzupełniające, ciągłe lub skupione (a. *locomotive excess*).

Wszystkie te założenia co do ciężaru zastępczego dają jednak wyniki mniej lub więcej niedokładne. Dziś zawsze prawie obliczamy momenty i siły poprzeczne dla danego układu ciężarów skupionych. Pomimo tego podamy tu w krótkości za Winklerem sposób dokładniejszego wyznaczenia ciężaru zastępczego, który zależny jest od kształtu linji wpływowych.

Wiemy, że dla obciążenia ciągłego ilość mechaniczna Y (moment, oddziaływanie czy siła poprzeczna) równa się powierzchni wpływowej, pomnożonej przez ciężar jednostkowy p, zatem $Y = p\int y dx$, jeżeli y oznacza rzędną linji wpływowej. Jeżeli zaś na belkę działa układ ciężarów skupionych, to jak wiadomo, $Y = \Sigma Py$, jeżeli P (rys. 56) oznacza ciężar skupiony. Obciążenie zastępcze, wywołujące tę samą ilość mechaniczną Y, wynosić więc będzie:

$$p = \frac{\Sigma Py}{\int y dx} = \frac{\Sigma Py}{F}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 82)$$

jeżeli F oznacza powierzchnię wpływową.

Z powyższego okazuje się, że ciężar zastępczy jest głównie zależnym od kształtu linji i powierzchni wpływowej.

Przypuśćmy, że powierzchnia wpływowa ma kształt trójkąta prostokątnego (rys. 57). Taki kształt ma np. powierzchnia wpływowa oddziaływania, dodatnich i ujemnych sił poprzecznych belki prostej. W tym ostatnim wypadku długość trójkąta l nie jest równa rozpiętości, lecz długości obciążonej belki. Chcąc wywołać największe obciążenie, stawiamy pierwsze koło na wierzchołku A, gdzie rzędna największa y_0. Nazwijmy ilość mechaniczną, dla której wykreśliliśmy linją wpływową Y, to $Y = Py_0 + P'y' + P''y''\ldots$ Z rys. widzimy, że $y' : y_0 = (l - x') : l$, więc $y' = \frac{y_0\,(l - x')}{l}$, podobnie $y'' = \frac{y_0 (l - x'')}{l}$, więc $Y = \frac{y_0}{l} \Sigma P(l - x)$. Nazwawszy obciążenie zastępcze w tym wypadku p_1, otrzymamy po wstawieniu $F = \frac{1}{2} y_0 l$ w równ. 82):

$$p_1 = \frac{\frac{y_0}{l} \Sigma P(l - x)}{\frac{1}{2} y_0 l} = \frac{2}{l^2} \Sigma P(l - x). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 83)$$

Jeżeli mamy dwie linje wpływowe, których rzędne są proporcjonalne (rys. 58), to $y' = ky$, więc:

$$p' = \frac{\Sigma Pky}{F'} = \frac{k . \Sigma Py}{k . F} = \frac{\Sigma Py}{F} = p.$$

Ciężar więc zastępczy w obu wypadkach jest równym.

V. Wpływ poprzecznic.

§. 28. Ciężar stały.

Dotychczas przypuszczaliśmy, że ciężar działa w każdym punkcie bezpośrednio na belkę. Tak zwykle nie jest, ciężar działa często na belkę główną pośrednio zapomocą poprzecznic, a więc tylko w tych punktach, gdzie są poprzecznice. Obciążenie belki tego rodzaju nazywamy obciążeniem pośrednim (n. *mittelbare Belastung,* cz. *obtížení nepřime).* Uwzględnimy je najprzód przy ciężarze stałym.

Ciężar stały jest dwojaki:

a) ciężar własny belki, którą obliczamy, a który zwykle przyjmujemy jako jednostajnie rozłożony. Ten działa w każdym punkcie belki bezpośrednio, uwzględniamy go więc według poprzedzającego rozdziału.

b) ciężar stały pokładu i pomostu, który działa na belkę tylko w pewnych punktach za pośrednictwem poprzecznic. Uwzględniamy go jako układ stały ciężarów, zatem według prawideł, wyłożonych w statyce budowli[1]).

Na rysunku 59 przedstawia linja ab siły poprzeczne dla ciężaru własnego belki, poziome $a_1c_1 \ldots f_1b_1$ przedstawiają siły poprzeczne dla ciężaru pokładu i pomostu. Gdy rzędne obu linij dodamy, to otrzymamy $a_2c_2 \ldots f_2b_2$ dla całego ciężaru stałego. W podobny sposób otrzymamy linję momentów, składającą się z prostych, leżących na paraboli. Jeżeli bowiem chcemy wyznaczyć moment w przekroju C, gdzie istnieje poprzecznica, to $M = O_1x - \frac{1}{2}Rr$. Oddziaływanie O_1 jest takie samo, czy obciążenie jest pośrednie czy bezpośrednie, a i R się nie zmienia, więc i moment M jest ten sam. Zatem momenty są na poprzecznicach dla obciążenia pośredniego te same, co dla bezpośredniego.

Dla danego położenia ciężarów możemy więc wyznaczyć w ten sposób momenty, że wykreślimy bez względu na poprzecznice wielobok sznurowy, jak zwykle, a z punktów, gdzie są umieszczone poprzecznice, spuścimy pionowe aż do przecięcia się z wielobokiem sznurowym i te punkty przecięcia się połączymy prostemi.

---

[1]) P. Podr. Statyki Budowli III. wyd. str. 16 i 20.

§. 29. Siły poprzeczne wskutek ciężaru ruchomego.

Na belkę AB (rys. 60) działa ciężar $P=1$ pośrednio przez poprzecznice, rozkładając się na dwie siły P_1 i P_2, działające w punktach C i D.

Oddziaływanie w punktach A i B nie zmienia się, czy ciężar działa bezpośrednio czy pośrednio przez poprzecznice, dlatego też, jeśli ciężar działa na długości AC lub DB, siła poprzeczna w przedziale CD będzie ta sama, co przy obciążeniu bezpośredniem. W pierwszym wypadku jest mianowicie $Q=O_1-P$, w drugim $Q=O_1$.

Wykreślmy więc najprzód linje wpływowe tak, jak gdyby nie było poprzecznic, to ważne są one tylko na długościach AC i DB, więc ac' i $d''b$, a zmienia się tylko linja wpływowa w przedziale (n. *Fach*, cz. *délká*) CD, gdyż tu rozkłada się ciężar P na P_1 i P_2, a $Q=O_1-P_1$. Jeżeli $CE=n=0$, E wpada na C, więc cała siła $P=1$ działa w punkcie C i otrzymamy rzędną linji wpływowej cc'. Jeżeli siła $P=1$ się porusza i przyjdzie do punktu D, to siła poprzeczna jest dd''. Jeżeli zaś siła P znajduje się w przedziale CD, to rozkłada się na dwie siły P_1 i P_2 według prawa linji prostej gdyż $P_1=P\dfrac{a-n}{a}$.

Jeżeli $c'c''=P=1$ i połączymy c' z d'', a z punktu E spuścimy pionową, to $e_1e''=P_1$, więc siła poprzeczna w CD $Q=$ $=O_1-P_1=ee_1'-e_1e''=-e_1e$. Widzimy więc, że prosta $c'd''$ jest linją wpływową dla przedziału CD.

W taki sam sposób możemy udowodnić dla jakichkolwiek linij wpływowych, że uwzględnimy wpływ poprzecznic, jeżeli spuścimy z obu poprzecznic danego przedziału pionowe i ich punkty przecięcia się z linją wpływową połączymy linją prostą, że zatem linja wpływowa między dwiema poprzecznicami jest prostą.

Mamy bowiem ogólnie, gdy P rozkłada się na P_1 i P_2 (rys. 61), $P_1=P\dfrac{a-n}{a}$, $P_2=\dfrac{Pn}{a}$, więc:

$$Py=P_1y'+P_2y''=P\frac{a-n}{a}y'+\frac{Pn}{a}y'',$$

$$y=\frac{a-n}{a}y'+\frac{n}{a}y''. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 84)$$

Jest to równanie linji prostej. A zatem linja wpływowa między dwiema poprzecznicami musi być prostą.

Siła poprzeczna w przedziale CD dla danego obciążenia jest stałą, bo ciężar P rozdziela się na P_1 i P_2, z tych P_1 działa w C (rys. 60), a potem niema żadnej siły działającej, aż w D siła P_2. Ponieważ więc linja wpływowa jest dla całego przedziału ta sama, więc i *najw* Q jest takie samo dla wszystkich punktów tego przedziału.

Jeżeli siła P działa w przedziale CD, to siła poprzeczna w tym przedziale jest $Q=P\frac{l-x}{l}-P\frac{a-n}{a}$. Jest to równanie prostej $c'd''$. Niech będzie $x=x_1+n$, to otrzymamy:

$$Q=P\left(\frac{l-x_1-n}{l}-\frac{a-n}{a}\right) \text{ czyli } Q=\frac{P}{al}(n[l-a]-ax_1). \quad 85)$$

Zatem Q jest funkcją stopnia pierwszego zmiennej n, czyli linja $c'd''$ jest prostą, cośmy powyżej ogólnie udowodnili. Teraz łatwo wyznaczymy punkt F, w którym, gdy siła działa, nie sprawia w przedziale CD żadnej siły poprzecznej. Punkt ten nazywamy punktem obojętnym (n. *neutraler Punkt, Nullpunkt, Belastungsscheide,* cz. *bod neutrálný*). Niech będzie dla punktu obojętnego $n=n'$, to wedle założenia $Q=0=\frac{P}{al}[n'(l-a)-ax_1]$, stąd $n'(l-a)=ax_1$, więc

$$n'=\frac{ax_1}{l-a} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 86)$$

$$\text{Jeżeli } x_2=x_1+n', \text{ to } x_2=x_1+\frac{ax_1}{l-a}=\frac{lx_1}{l-a} \quad . \; . \; . \; . \quad 87)$$

Linja wpływowa nad osią $fd''b$ ma kształt trójkąta. Z kształtu tej linji wpływowej widzimy, że wedle §. 19 dla *najw* Q obciążenie układem ciężarów skupionych ma być takie, aby ciężary jednostkowe na FD i DB były, ile możności, równe (cecha Winklera), a jeden ciężar musi stać w D. Nazwijmy wypadkową ciężarów na długości FD P', zaś na DB P'', to gdy $\frac{P'}{a-n'}>\frac{P''}{l-x_1-a}$, układ ciężarów posuwamy na prawo. Możemy też napisać $\frac{P'}{P''}>\frac{a-n'}{l-x_1-a}=\frac{a-\frac{ax_1}{l-a}}{l-x_1-a}$, zatem $P'l-P'a, > P''a$, nareszcie:

$$\frac{P'}{a}>\frac{P'+P''}{l} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 88)$$

A więc dla *najw* Q obciążyć mamy długość FB (rys. 60) i starać się, aby ciężar jednostkowy w przedziale CD

i na całej belce był, ile możności, równy. Podobnie postępujemy dla *najmn* Q, obciążając długość AF. Widzimy więc, że dla *najw* Q na prawej poprzecznicy stać będzie zwykle albo pierwszy albo drugi ciężar. Z tego wynika następująca konstrukcja: Wykreślamy dla oddziaływania O_1 wielobok sznurowy (rys. 62), jak dla obciążenia bezpośredniego według §. 18, który jest zarazem dla obciążenia bezpośredniego linją *najw* $(+Q)$ w razie, gdy pierwszy ciężar stoi na przekroju. W miejscach, gdzie są poprzecznice, kreślimy linje pionowe. Jeżeli dla jakiegoś przedziału CD dla *najw* $(+Q)$ ma stać pierwszy ciężar w punkcie D, to Dd jest równe oddziaływaniu, a zarazem sile poprzecznej dla całego przedziału, zatem linja *najw* Q dd' będzie tu poziomą.

Jeżeli dla *najw* Q drugi ciężar ma stać na prawej poprzecznicy n. p. dla przedziału EC w punkcie C, to, gdy drugi ciężar P_2 stoi w C, pierwszy ciężar P_1 stoi w punkcie G. Składową P' tego ciężaru, działającą w punkcie E, otrzymamy, jeżeli zrobimy $Ee=P_1$, połączymy punkty e i C, to $Gm=$ $=P_1\frac{a-n}{a}=P'$, stąd dla przedziału EC będzie $Q=O_1-P'=$ $=Gn-Gm=mn$. Jeśli $mn>Cc$, to robimy $mn=Cc'$ i kreślimy poziomą, która przedstawia *najw* Q.

Jeżeliby *najw* Q było dla przedziału CD (rys. 63), gdy trzeci ciężar stoi na D, to $Q=O_1-O_1'$, gdy O_1' oznacza oddziaływanie ciężarów P_1 i P_2 w C. Oddziaływanie to możemy wyznaczyć zapomocą wieloboku oddziaływań Winklera (§. 18) DC'. Oddziaływanie $O'_1=Gn-Gm=mn$. Jeżeli $mn>Dd$, to robimy $mn=Dd_1$ i kreślimy poziomą.

Jeżeli rzędne O_1' wieloboku Gmc' odetniemy na dół od linji O_1 (rys. 63*a* na tabl. 24), czyli jeśli zrobimy $st=Hn$, $pr=Gm$, to Dd, Ht i Gr przedstawiają nam siły poprzeczne, jeśli 1, 2 lub 3 koło stoi na prawej poprzecznicy. Łatwo więc poznamy, dla którego z tych położeń będzie Q największem.

b) Ciężar jednostajny ciągły.

Dla *najw* Q musi być długość FB (rys. 60) obciążoną, zatem $\quad$ *najw* $(+Q)=p.f\,d''\,b=p\tfrac{1}{2}(l-x_2)\,dd''$. . . . 89)

Wstawiwszy $dd''=\frac{l-x_1-a}{l}$ a $x_2=\frac{lx_1}{l-a}$, według równ. 87),

otrzymamy: $\quad$ *najw* $(+Q)=\frac{p\,(l-a-x_1)^2}{2\,(l-a)}$. . . . 90)

Pobobnie $najw(-Q)=-p.ac'f=-\frac{1}{2}px_2\frac{x_1}{l}=-p\frac{lx_1}{l-a}\frac{x_1}{l}$,

$$\text{więc } najw(-Q)-\frac{px_1^2}{2(l-a)} \quad \ldots\ldots \quad 91)$$

Widzimy więc, że wzory dla największych i najmniejszych sił poprzecznych są takie same, jak 75) i 76) dla obciążenia bezpośredniego, jeżeli tylko w nich zamiast l podstawimy $l-a$, a x_1 zamiast x. Równania 90) i 91) przedstawiają dwie przystające parabole $A'E$ i GB' (rys. 64), wykreślone, jak w § 24. dla długości $l-a$. Największą siłę poprzeczną w przedziale CD przedstawia rzędna paraboli w C dla $x_1=AC$. Wykreślnie więc przedstawimy $najw\ Q$ linją poziomą $C'I$. To samo stosuje się i do $najw\ (-Q)$.

Müller Breslau podaje inny sposób wyznaczenia $najw\ Q$ w przedziale CD (rys. 65). Dla tego przedziału jest $AC'D'B$, linją wpływową, F punktem obojętnym.

Równ. 89) możemy napisać:

$$najw\ (+Q)=\frac{p}{2}(l-x_2)\frac{l-x_1-a}{l}=\frac{pl}{2}\frac{l-x_2}{l}.\frac{l-x_1-a}{l}.$$

Stąd wynika następna konstrukcja. Zróbmy $aa'=\frac{1}{2}pl$, połączmy a' z b aż do przecięcia się z pionową przez D, to $dd_1=\frac{1}{2}pl\frac{l-x_1-a}{l}=aa''$. Wykreślmy teraz $a''b$ aż do przecięcia się z pionową przez F, to $ff':aa''=(l-x_2):l$, więc:

$$ff'=aa''\frac{l-x_2}{l}=\frac{1}{2}pl.\frac{l-x_1-a}{l}\frac{l-x_4}{l}=najw\ Q.$$

§. 30. Momenty wskutek ciężaru ruchomego.

Wykreślmy najprzód linję wpływową $ae'b$ (rys. 66) dla dowolnego punktu bez względu na poprzecznice. Według poprzedniego paragrafu uwzględnimy wpływ poprzecznic, spuściwszy z punktów C i D, gdzie są poprzecznice, ograniczające przedział CD, w którym dany punkt leży, pionowe i połączywszy c' z d'. Linja wpływowa jest więc teraz $ac'd'b$. Jeżeli mamy wykreślić linję wpływową dla przekroju, w którym leży poprzecznica np. dla C, (rys. 67) to postępując w ten sposób, otrzymamy tę samą linję wpływową, jak gdyby poprzecznic nie było.

Znając linje wpływowe, możemy wyznaczyć najniekorzystniejsze obciążenie dla momentów.

a) Ciężary skupione. Niechaj wypadkowa ciężarów na *AC* (rys. 66) będzie R', wypadkowa ciężarów w przedziale *CD* P, zaś R wypadkową ciężarów na *DB*. Nazwijmy odpowiednie rzędne linji wpływowej y', y'', y, to gdy posuniemy układ ten na prawo o dx, różnica momentów będzie dM i otrzymamy $dM = R'\,dy' + P dy'' - R dy$.

Z rysunku możemy wyznaczyć dy, dy', dy'', a mianowicie:

$$dy' = \frac{ee'}{\xi_1}dx = \frac{\xi}{l} \cdot \frac{dx}{\xi_1},$$

$$d'' = \frac{dd' - cc'}{a}dx = \left[\frac{\xi - a_2}{l} - \frac{\xi(\xi_1 - a_1)}{l\xi_1}\right]\frac{dx}{a} = \frac{a_1\xi - a_2\xi_1}{al\xi_1}dx,$$

$$dy = \frac{1}{l}dx. \text{ A zatem}$$

$$\frac{dM}{dx} = \frac{R'\xi}{l\xi_1} + P\left(\frac{a_1\xi - a_2\xi_1}{al\xi_1}\right) - \frac{R}{l}, \text{ więc } dM > 0, \text{ gdy}$$

$$R'\xi + \frac{Pa_1\xi}{a} - \frac{Pa_2\xi_1}{a} - R\xi_1 > 0.$$

$$\left(R' + P\frac{a_1}{a}\right)\xi - \left(P\frac{a_2}{a} + R\right)\xi_1 > 0, \text{ czyli}$$

$$\frac{\mathbf{R}' + \mathbf{P}\frac{\mathbf{a}_1}{\mathbf{a}}}{\xi_1} > \frac{\mathbf{R} + \mathbf{P}\frac{\mathbf{a}_2}{\mathbf{a}}}{\xi} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 92)$$

A więc przez przesunięcie na prawo zyskujemy, gdy zachodzi nierówność 92). Dla największych momentów przesuwamy tak długo, aż ciężar jednostkowy na obu długościach ξ_1 i ξ będzie, ile możności, równy, przyczem ciężar P w przedziale rozdzielamy w stosunku a_1 i a_2 i przyłączamy odnośne części do ciężarów prawej lub lewej strony.

Jeżeli punkt E leży w środku przedziału *CD*, to doliczamy po połowie ciężaru P do lewych i prawych ciężarów.

Gdy jakiś ciężar schodzi lub wchodzi na belkę, to nie zmienia to znaku nierówności, tylko, gdy ciężar jaki przekroczy odnośną poprzecznicę C lub D, wtedy może się zmienić znak nierówności, więc dla największości musi być ciężar na na jednej z poprzecznic tego przedziału.

Obliczamy więc największe momenty na poprzecznicach, a że linja wpływowa dla tych punktów jest ta sama, co dla obciążenia bezpośredniego, więc obliczamy te momenty tak, jakby poprzecznic nie było i otrzymujemy np. w punkcie c (rys. 68) moment cc'. Dla tego położenia układu ciężarów będzie na poprzecznicy d moment n. p. dd'', co wyznaczyć możemy łatwo równocześnie przy konstrukcji wykreślnej zapomocą wieloboku sznurowego. Dla tego więc położenia otrzymamy jako linję momentów w przedziale *cd* prostą *c' d''*. W ten sam sposób wyznaczamy moment dla innego położenia, najniekorzystniejszego dla punktu *d* (jeden ciężar w *d*) i otrzymamy linję momentów w tym wypadku *c'' d*, więc linją największych momentów dla punktów, leżących między *c* i *d* będzie linja łamana *c' fd'*. Często zamiast tej linji bierzemy linję *c' d'*, przez co otrzymujemy momenty nieco za wielkie.

Możliwem jest wprawdzie jeszcze, że gdy inny ciężar jaki stoi na sąsiednich poprzecznicach, co w rysunku uwidoczniliśmy dla przedziału *ec*, otrzymamy linję momentów *e''' c'''*, która dla środkowej części przedziału będzie największością i że wtedy linja *najw M* będzie dwa razy łamaną w tym przedziale, lecz jest to rzadki wypadek, a z powodu, że różnica nie jest wielką, możemy przyjąć jako linję *najw M* linję raz łamaną *e' gc'*, a nawet *e' c'*.

b) Obciążenie jednostajne ciągłe. Z kształtu linji wpływowej wypływa, że największe momenty otrzymamy dla obciążenia zupełnego. Wyznaczamy więc momenty tak, jak dla ciężaru stałego (§. 28).

VI. Belka ciągła przegubowa.

§. 31. Określenie.

Jeżeli belka jest podparta w kilku punktach, nazywamy ją belką ciągłą, wieloprzęsłową (n. *kontinuirlicher Träger*, fr. *poutre continue*, a. *continuous beam*, cz. *nosník spojity*, r. неразрѣзная балка). Mówiliśmy już o niej pokrótce przy wykładzie statyki budowli[1]), obszerniej zastanowimy się nad nią później[2]). Belka ciągła jest statycznie niewyznaczalną i aby ją obliczyć, musimy się uciec do prawideł sprężystości, co przedstawia wiele niedogodności, jak o tem później będziemy mówić.

Aby uczynić belkę statycznie wyznaczalną, urządzamy przeguby, którymi łączymy pojedyncze części belki w ten sposób, że każda jej część jest tylko w dwu punktach podparta.

[1]) Por. Podr. St. Budowli III. wyd. str. 259.

[2]) P. Podr. Teorji Mostów, część I. t. II.