XVI. Inne jednoprzęsłowe belki kratowe.

§. 93. Belki Winklera.

Ważnem jest pytanie, jaki kształt nadać belce kratowej, aby ilość materjału była najmniejszą. Potrzebaby w tym celu obliczyć teoretyczną i rzeczywistą ilość materjału dla belki równoległej, parabolicznej i belki o pasach dowolnie krzywych i ją wyrazić jako funkcję kształtu pasów. Zadanie, tak ogólnie postawione, nie da się rozwiązać. Musimy je więc ściślej określić. Winkler, który starał się rozwiązać powyższe pytanie, zakłada, że belki kratowe, które porównywamy, mają wszystkie w środku rozpiętości tę samą wysokość największą, dalej przyjmuje on pas dolny prosty a górny zakrzywiony według paraboli n-go rzędu. Wtedy będzie wysokość h w odstępie x od środka belki (rys. 171):

$$h=\left[1-\left(\frac{2x}{l}\right)^2\right]h_1 \qquad . . . . . . 252)$$

Dla $n=1$ otrzymujemy trójkąt ACB, dla $n=2$ mamy pas górny zakrzywiony podług paraboli zwykłej, dla $n>2$ według paraboli wyższego stopnia, nareście dla $n=\infty$ według linji prostej, więc belkę równoległą. Winkler wyznaczył wykreślnie objętość materjału dla rozmaitych wartości n i otrzymał najmniejszą teoretyczną ilość materjału dla $n=4$ do $n=6$. Rzeczywista najmniejsza ilość materjału będzie dla nieco mniejszego n.

Belka taka ma pas górny na znacznej długości bardzo mało zakrzywiony, dopiero przy podporach spada on nagle. Nazywamy ją belką Winklera, nie używamy jej jednak w praktyce, tylko zamiast niej używamy belek o kształtach przybliżonych i tak najprzód belkę z parabolicznem zakończeniem (rys. 172). (n. *Parallelträger mit parabolischen Enden)*. Jest to belka, której pas dolny jest prosty, a górny w części środkowej także prosty, przy końcach zaś zakrzywiony parabolicznie. Siły wewnętrzne obliczamy na długości CD jak dla belki równoległej, dla końców zaś AC i DB według sposobów ogólnych, używanych dla belki wieloboczniej.

Kształt przybliżony do belki Winklera ma także belka trapezowa (n. *Trapezträger*, cz. *nosník lichoběžníkovy*) (rys. 173), używana często w Ameryce, w Europie wprowadzona przez Köstlina i Battiga. Tu zakończenie pasu górnego jest proste, co wielce ułatwia wykonanie belki. Na długości AC punkt przecięcia się pasów L wpada na podporę A, zatem otrzymujemy dla krzyżulców długość obojętną, największe siły wewnętrzne będą zatem dla obciążenia zupełnego, jak dla dachów.

§. 94. Belka eliptyczna.

Belka eliptyczna (n. *Elipsenträger)* (rys. 174) jest używana także jako belka kształtem zbliżona do belki Winklera. Równanie linji pasu górnego jest $\frac{\xi^2}{a^2}+\frac{h^2}{h_1^2}=1$, więc $h=h_1\sqrt{1-\frac{\xi^2}{a^2}}$, a ponieważ $\xi=\frac{l}{2}-x$, a $a=\frac{l}{2}$, zatem:

$$h=\frac{2h_1}{l}\sqrt{x(l-x)}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 253)$$

Winkler oblicza dla tej belki w przybliżeniu siły wewnętrzne w pasie górnym i dolnym S_1 i S_2 i otrzymuje dla obydwóch wartości równanie elipsy. Podajemy tu tylko wyniki, bo belka ta jest mało używana, a przy dokładnem obliczeniu trzeba używać wzorów ogólnych. Na rys. 174 przedstawiliśmy siły zewnętrzne w obu pasach, przyczem

$$a_1=a\sqrt{\frac{2a^2}{2a^2-h_1^2}}\,{}^{1)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 254)$$

Dla kraty otrzymamy wedle Winklera dla ciężaru własnego

$$\frac{M_g}{h}=\frac{gx(l-x)l}{2.2h_1\sqrt{x(l-x)}}=\frac{gl}{4h_1}\sqrt{x(l-x)}.$$

Według równ. 180) jest:

$$Y_g=\frac{d\frac{M_g}{h}}{dx}h=\frac{gl(l-x)l}{8h_1\sqrt{x(l-x)}}\sqrt{x(l-x)}, \text{ więc}$$

$$Y_g=\frac{g}{4}(l-2x)=\tfrac{1}{2}g\xi. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 255)$$

Dla ciężaru ruchomego jest:

$$najw(+Y)=Q-\frac{M}{h}\operatorname{st}\alpha=Q-\frac{M}{h}\frac{dh}{dx}. \text{ Wstawiwszy wartości}$$

$$Q=\frac{p(l-x)^2}{2l},\ M=\frac{px(l-x)}{2l^2},\ \frac{dh}{dx}=\frac{h_1}{l}\frac{l-2x}{\sqrt{x(l-x)}}, \text{ otrzymamy:}$$

$$najw(+Y)=\tfrac{1}{4}p(l-x), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 256)$$

---

[1]) P. Winkler: „Theorie der gegliederten Balkenträger“, II. wydanie, str. 211.

a $najw(-Y) = Y_z - najw(+Y) = \frac{p}{4}(l-2x) - \frac{p}{4}(l-x) = -\frac{1}{4}px$. 257)

Równania 256) i 257) wyznaczają linje proste $A_1 B_0$ i $A_0 B_1$. Dla porównania wykreśliliśmy Y także dla belki równoległej i parabolicznej.

§. 95. Belka górnoparaboliczna o stałem ciśnieniu w pasie górnym.

Jeżeli z (rys. 175) oznacza oddalenie części pasu górnego od odnośnego węzła pasu dolnego n. p. jeżeli dla pasu $G_2 E_2$ jest $EH = z$, to siła wewnętrzna w pasie górnym jest według równania 167) $S_1 = -\frac{M_1}{z}$.

Dla obciążenia jednostajnego zupełnego jest $M_1 = \frac{qx(l-x)}{2}$, więc $S_1 = -\frac{qx(l-x)}{2z}$. Jeżeli S_1 ma być stałem, to musi mieć taką samą wartość także dla $x = \frac{l}{2}$, przyczem $z = h$, więc

$$S_1 = -\frac{qx(l-x)}{2z} = -\frac{ql^2}{8h_1}, \text{ a zatem } z = 4h_1 \frac{x}{l}\left(1 - \frac{x}{l}\right) \qquad 258)$$

Jest to równanie paraboli. Jeżeli więc AE_1F jest parabolą, to zataczamy rzędnemi paraboli łuki o promieniu równym z, a pas górny kreślimy stycznie do tych łuków. Przybliżone równanie pasu górnego otrzymamy podobnie, jak dla belki Paulego (§. 86).

$$h = 4h_1 \frac{x(l-x)}{l^2}\left[1 + 8\frac{h_1^2}{l^2}\left(1 - 2\frac{x}{l}\right)^2\right]. \quad . \quad . \quad 259)$$

Belkę tę nazywamy belką górnoparaboliczną o stałem ciśnieniu w pasie górnym (n. *Bogensehnenträger mit konstanter Spannung des Obergurtes*). Ritter pisał o niej już w r. 1870, później Haberkalt w r. 1878.

Dobrą stroną tej belki ma być to, że siła w pasie górnym jest stałą, podczas gdy w belce górnoparabolicznej siła zmienia się ze siecz σ. Jednak ze względu na wyboczenie i rozmaite długości wolne w różnych częściach pasu przekroje będą różne, a przytem łatwo zrozumiemy, że w belce Haberkalta pas górny ma wprawdzie przekrój prawie stały, ale za to pas dolny ma przekrój zmienny. Poprawką tą pasu górnego niczego więc nie zyskujemy.

§. 96. Belka z ciężarem pomocniczym.

Köpcke wpadł w r. 1865 na myśl zmniejszenia siły wewnętrznej w pasie dolnym prostym sztucznem obciążeniem. Myśl tę wykonano w r. 1878 w moście pod Riesą na Łabie (rys. 176).

Najwięcej korzyści sprawia ciężar pomocniczy (n. *suplementäres Gewicht)* dla belki parabolicznej, bo tu siła wewnętrzna w pasie dolnym S_2 jest stałą, a ponieważ wielkość ciężaru pomocniczego G i stosunki ramion dźwigni od nas zależą, więc możemy wywołać tak wielkie ciśnienie, jak wielkie jest ciągnienie S_{2g} z powodu ciężaru własnego. Dla mostu nieobciążonego będzie więc siła wewnętrzna w pasie dolnym równa zeru; pas dolny obliczamy wtedy według siły S_{2p}, powstałej z ciężaru ruchomego.

Jeżeli pas dolny jest tęgi, to możemy wywołać jeszcze większe ciśnienie i znieść połowę S_{2p}, wtedy przy moście nieobciążonym pas dolny jest ciśniony.

Siły wewnętrzne w kracie i pasie górnym nie zmieniają się wcale z powodu sztucznego ciśnienia, bo obliczając je, jak wiemy, tworzymy momenty sił zewnętrznych ze względu na węzły pasu dolnego, a dla tych punktów moment sztucznego ciśnienia jest zerem.

Belka ta wykazuje znaczną oszczędność materjału dla pasu dolnego, zato jednak potrzebujemy też materjału dość dla ciężaru pomocniczego i silniejszych przyczółków tak, że ostatecznie koszt całego mostu małoco będzie mniejszy i to tylko przy wielkich rozpiętościach. Korzyść ta może być tylko znaczną dla belki o kilku przęsłach, bo jeden ciężar pomocniczy wystarcza na wszystkie przęsła.

Köpcke proponował też wywoływać sztuczne ciągnienie w prostym pasie górnym, w takim razie pas dolny byłby parabolicznym.

§. 97. Belka rozporowa prosta.

Foeppl proponował w r. 1878 urządzenie łożysk pochyłych dla belki prostej. Wskutek łożysk pochyłych powstają pochyłe oddziaływania, belka prosta staje się więc rozporową, dlatego nazywamy ją belką rozporową prostą (n. *Träger mit schiefer Auflagerung)* (rys. 177).

Powstaje tu oddziaływanie O_2, prostopadłe do łożyska wałkowego, które rozłożyć możemy na H i V_2, przyczem $H = V_2 \operatorname{st} \alpha$.

Gdy siła P działa w punkcie C, to $V_2 = \frac{P\xi}{l}$, więc $H = P\frac{\xi}{l} \operatorname{st} \alpha$.

Dla części EF pasu dolnego między A i C otrzymamy, tworząc momenty ze względu na punkt G,

$$S_2 = \frac{1}{h}\left(\frac{P(l-\xi)x}{l} - Hh\right) = \frac{P}{l \cdot h}[lx - \xi(x + h \operatorname{st} \alpha)]. \quad . \quad 260)$$

Dla $\xi = \xi_0$ jest $S_2 = 0$, więc

$$\xi_0 = \frac{lx}{x + h \operatorname{st} \alpha}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 261)$$

przyczem ξ_0 wyznacza punkt obojętny.

Jeżeli $x > \xi$, otrzymamy podobnie:

$$S_2 = \frac{1}{h}\left[\frac{P(l-\xi)x}{l} - P(x-\xi) - Hh\right] = \frac{P\xi}{lh}(l - x - h \operatorname{st} \alpha). \quad 262)$$

Na podstawie tych równań możemy wykreślić linję wpływową S_2. Równ. 260) i 262) są równaniami linij prostych ze względu na ξ, należy więc wyznaczyć tylko po dwa punkty tych linij. Mianowicie przyjąwszy $P = 1$, mamy z równ. 260) dla $\xi = 0$, $S_2 = \frac{x}{h}$, albo $S_2' = S_2 h = x = ak = aa'$. Dla $\xi = l$ jest $S_2 = \operatorname{st} \alpha$, więc $S_2' = h \operatorname{st} \alpha = bb'$. Jeżeli a połączymy z b' i a' z b, otrzymamy punkt obojętny i.

Z rys. 177) widzimy, że dodatni trójkąt wpływowy $ak'b$ odpowiada wyrazowi $\frac{P(l-\xi)x}{l}$ w równ. 260) i 262), zaś ujemny trójkąt abb' wyrazowi $-Hh = -\frac{P\xi h}{l} \operatorname{st} \alpha$ w równ. 262). Z tego łatwo poznamy, że punkt k' leży na paraboli, jak dla linji wpływowej momentów.

Jeżeli ciężary działają za pośrednictwem poprzecznic, to gdy spuścimy pionowe z E i F, otrzymamy c' i f', a linja wpływowa będzie $ac'f'ibb'a$.

Dla ciężaru własnego jest $V_1 = V_2 = \frac{1}{2} gl$, $H = \frac{1}{2} gl\,\alpha$, więc

$$S_{2g} = \frac{gx(l-x)}{2h} - \tfrac{1}{2} gl \operatorname{st} \alpha. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 263)$$

Nie zważając na poprzecznice otrzymamy:

$$najw\; S_{2p} = \frac{p}{h}\,\tfrac{1}{2}\,\xi_0\, k_1 k' = \frac{p\,\xi_0}{2h}\left[\frac{x(l-x)}{l} - \frac{xh \operatorname{st} \alpha}{l}\right],$$

a wstawiwszy wartość za ξ_0 z równ. 261):

$$najw\ S_{2p} = \frac{p x^2}{2 h} \frac{l - x - x \operatorname{st} \alpha}{x + h \operatorname{st} \alpha} \quad . \quad . \quad . \quad 264)$$

Podobnie otrzymamy:

$$najw\ (-S_{2p}) = -\frac{p}{h} \tfrac{1}{2} (l - \xi_0) h \operatorname{st} \alpha = -\frac{p l h \operatorname{st} \alpha}{2 (x + h \operatorname{st} \alpha)} . \quad 265)$$

Dla belki parabolicznej jest $h = 4 h_1 \frac{x(l-x)}{l^2}$. Jeżeli wstawimy tę wartość w powyższe wzory, otrzymamy wzory dla siły wewnętrznej S_2 wskutek ciężaru własnego i ruchomego i da się łatwo udowodnić, że, aby $najw\ (-S_2) \gtreqless 0$, musi być:

$$\operatorname{st} \alpha \lesseqgtr \frac{l}{4 h_1} \sqrt{\frac{g}{g+p}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 266)$$

Z równ. 263) widzimy nakoniec, że $S_{2g} = 0$, gdy $\operatorname{st} \alpha = \frac{x(l-x)}{hl}$, a dla belki parabolicznej:

$$\operatorname{st} \alpha = \frac{l}{4 h_1}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 267)$$

a zatem, jeżeli ciężar własny niema sprawiać w pasie dolnym wcale żadnego ciągnienia, powinno oddziaływanie O_2 być styczne do pasu górnego, a zatem łożysko wałkowe ma być prostopadłe do pasu górnego w B. Siły wewnętrzne w pasie górnym i w kracie pozostają niezmienione.

XVII. Belka wspornikowa.

§. 98. Belka dwupasowa.

W rozdziale VI. mówiliśmy o belce ciągłej przegubowej. Może ona być blaszaną lub kratową. W ostatnim wypadku może być kratową równoległą lub wieloboczną. Dla obliczenia sił, działających w belce blaszanej lub kratowej równoległej, wystarczy wyznaczenie momentów i siły poprzecznej wedle rozdziału VI. Tu zastanowimy się nad belką ciągłą przegubową wieloboczną, którą nazywamy belką wspornikową (n. *Konsolträger, Kragträger, Auslegerträger,* a. *cantilever,* fr. *port à faux,* cz. *nosnik konsolový, krakorcovy)* (rys. 178). Przeguby mogą być przytem umieszczone albo w przęsłach skrajnych (rys. 179) lub w środkowem, co częściej się zdarza.

Siły wewnętrzne w pasach są wedle równ. 169) $S_1 = -\frac{M_1}{h} \operatorname{siecz} \sigma$ i $S_2 = +\frac{M_2}{h} \operatorname{siecz} \tau$, a że h, σ i τ są dla danej części pasu stałe, więc siły są proporcjonalne do momentów, linje wpływowe są takie same, jak dla momentów. Chodzi więc jeszcze tylko o siły wewnętrzne w kracie.

§. 99. Linje wpływowe dla sił wewnętrznych w kracie.

Jeżeli chodzi o krzyżulec FG' (rys. 180) w przęśle bez przegubu, to linje wpływowe siły wewnętrznej w FG' w danem przęśle kreślimy w sposób, znany nam z §. 65. Jeżeli ciężar wychodzi poza B i znajduje się na długości BC, to otrzymujemy prostą bc' jako przedłużenie prostej $g'b$, bo siła poprzeczna równa się tu, jak przedtem, oddziaływaniu O_1, które otrzymujemy z tego samego równania, co gdyby siła była na długości GB. Jeżeli siła znajduje się na CD, to rozkłada się według prawa linji prostej na siły P' i P'' w C i D, zatem linja wpływowa będzie $c'd$.

Jeżeli chodzi o krzyżulec $G_1'F_1$ w części wystającej, to jasną jest rzeczą, że ciężar P, znajdując się po lewej stronie G, nie sprawia w krzyżulcu żadnej siły wewnętrznej.

Jeżeli ciężar znajduje się na długości F_1C, to

$$D = Q\frac{c}{b} \text{ siecz } \alpha, \text{ więc } Y = Q\frac{c}{b} = P\frac{c}{b} \quad . \quad . \quad . \quad 268)$$

Dla $c=0$, $y=0$, dla $c=b$, $Y=P$.

Aby więc wyznaczyć linję wpływową, robimy $f' = P = 1$ i łączymy z L_1' aż do c', kreślimy $c'd$ i $f'g$.

§. 100. Belki trzypasowe równoległe.

Belki wspornikowe mogą też być trzypasowe. Jeden pas ma kształt wieszaru, na nim zawieszona jest belka albo równoległa (rys. 181) albo wieloboczna kratowa.

Na rysunku przyjęliśmy belkę równoległą i wyznaczyliśmy najprzód linję wpływową oddziaływania O_1, która jest w przęśle bez przegubu taka sama, jak dla belki zwykłej, w części wystającej jej przedłużeniem, a kończy się prostą $c'd$.

Jeżeli chcemy wyznaczyć siły wewnętrzne w pasie wieszarowym, to dla równowagi w punkcie F (rys. 182) otrzymamy:

$$S \text{ dost } \sigma = S_1 \text{ dost } \sigma_1 = H. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 269)$$

Widzimy więc, że składowa pozioma sił wewnętrznych w pasie wieszarowym jest stałą.

Gdy na belkę działa ciężar $P=1$ w przęśle AB (rys. 181), to dla przekroju II otrzymamy ze względu na punkt B

$$O_1 l - P(l-x) + S_0 h_1 \text{ dost } \sigma_0 = 0, \text{ stąd}$$

$$S_0 = \frac{P(l-x)-O_1 l}{h_1} \text{ siecz } \sigma_0.$$

Ale ponieważ $O_1 l = P(l-x)$, więc $S_0 = 0$. A zatem dla obciążenia przęsła bez przegubu siły wewnętrzne w pasie wiszącym są równe zeru.

Jeżeli siła P przekroczy punkt B, to $O_1 l + S_0 h_1$ dost $\sigma_0 = 0$, a stąd $S_0 = -\frac{O_1 l}{h_1}$ siecz σ_0, albo ponieważ $O_1 = \frac{l-x}{l} P$,

$$S_0 = P\frac{x-l}{h_1} \text{ siecz } \sigma_0, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 270)$$

więc
$$\mathbf{H} = \mathbf{P}\frac{\mathbf{x}-\mathbf{l}}{\mathbf{h}_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 271)$$

Dla $x=l$, $H=0$, dla $x=l+l_1$ $H=P\frac{l_1}{h_1}$.

Na tej podstawie wykreślamy linję wpływową w następny sposób. Robimy $be=h_1$, $ee'=P=1$, łączymy b z e', to $cc'=P\frac{l_1}{h_1}$, wreszcie kreślimy $c'd$.

Przechodząc do słupów widzimy, że S wst $\sigma - S_1$ wst $\sigma_1 = V$, (rys. 182), zatem $\quad \mathbf{H}(\text{st}\,\sigma - \text{st}\,\sigma_1) = \mathbf{V}$. . . . . . . 272)

Wynika stąd, że linje wpływowe dla S_0 i V są podobne do linji wpływowej dla H, otrzymamy je, jeżeli wykreślnie pomnożymy rzędne cc' przez siecz σ_0, względnie przez (st σ—st σ_1).

§. 101. Linje wpływowe pasów i krzyżulców belki równoległej.

Ponieważ dla obciążenia przęsła AB (rys. 181) siła w pasie wieszarowym jest równa zeru, zatem linje wpływowe wszystkich prętów przęsła AB są na długości AB takie same, jak dla belki w dwu punktach podpartej.

Jeżeli chcemy wyznaczyć linję wpływową dla D_1 w razie, gdy P przekroczy B, to dla przekroju II otrzymamy D_1 dost $\alpha - S_0$ wst $\sigma_0 - O_1 = 0$, stąd

$$Y_1 = D_1 \text{ dost } \alpha = (O_1 + S_0 \text{ wst } \sigma_0) = \mathbf{P}(\mathbf{x}-\mathbf{l})\left(\frac{\text{st}\,\sigma_0}{\mathbf{h}_1} - \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{l}}\right). \quad 273)$$

Dla $x=l+h_1$ otrzymamy $Y_1 = P \text{ st } \sigma - \frac{P}{l} h_1$, kreślimy $ee'=1$, $e'e_2 \perp S_0$, to $ee_2 = P \text{ st } \sigma_0$. Dalej $bf=lr$, $ff'=1$, to $ee_1 = \frac{h}{l}$, więc $ee'' = ee_2 - ee_1 = P \text{ st } \sigma - P\frac{h_1}{l} = Y_1$.

Jeżeli teraz przejdziemy do części wystającej i zechcemy wyznaczyć linję wpływową dla D_1', to dla przekroju II II możemy napisać, jeżeli $x-l>\xi_2$, D_1' dost $\alpha-S_0'$ wst $\sigma_0'+P=0$.

Stąd $D_1'=-(P-S_0' \text{ wst } \sigma_0') \text{ siecz } \alpha=-(P-H \text{ st } \sigma'_0) \text{ siecz } \alpha$

$$D_1'=-P\left(1-\frac{x-l}{h_1}\text{ st }\sigma_0'\right)\text{ siecz }\alpha \quad . \quad . \quad . \quad 274)$$

$$Y_1'=D_1'\text{ dost }\alpha=-P\left(1-\frac{x-l}{h_1}\text{ st }\sigma_0'\right). \quad . \quad . \quad 275)$$

Widzimy więc, że rzędne linji wpływowej dla (Y_1') składają się z różnicy rzędnych prostej poziomej w odległości $P=1$ i prostej wyrażonej równaniem $y=\frac{x-l}{h_1}\text{ st }\sigma_0'$. Dla $x=l$ $y=0$, dla $x-l=h$ $y=\text{st }\sigma_0'$. Więc jednym punktem tej prostej jest b, drugi otrzymamy robiąc $ee_1=P=1$, kreśląc $e_1 m \perp S_0'$, $ee_2=em$, to e_2 jest tym drugim punktem, z czego wypływa podana na rysunku konstrukcja.

Zastanówmy się teraz nad siłami w pasie średnim S_3. Dla obciążenia w przęśle AB jest linja wpływowa taka sama, jak dla belki zwykłej. Jeżeli P jest w drugiem przęśle, to $S_3 h+O_1\xi_1+Hh'=0$, czyli $S_3 h-P\frac{x-l}{l}\xi_1+P\frac{x-l}{h_1}h'=0$, stąd

$$S_3=P\frac{x-l}{h}\left(\frac{\xi_1}{l}-\frac{h'}{h_1}\right). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 276)$$

Zróbmy $x-l=h$, to $S_3=P\left(\frac{\xi_1}{l}-\frac{h'}{h_1}\right)$. W punkcie E możemy więc wyznaczyć rzędną, jeżeli wykreślnie wyznaczymy $\frac{\xi_1}{l}$ i $\frac{h'}{h_1}$ i utworzymy różnicę tych rzędnych $=ee_1$. Wykreślenie linji wpływowej nie podlega wtedy trudności.

Dla przęsła BC otrzymamy ze względu na punkt F, jeżeli $x-l>\xi_1'$: $-S_3'h-Hh''+P(x-l-\xi_1')=0$, zatem $-S_1'h+-P\frac{x-l}{h_1}h''+P(x-l-\xi_1')=0$, stąd:

$$S_3'=\frac{P(x-l-\xi_1')}{h}-\frac{P(x-l)h''}{hh_1}. \quad . \quad . \quad . \quad 277)$$

Według równ. 277) są rzędne linji wpływowej różnicą rzędnych dwu prostych $S_3'=y'-y''$ dla $P=1$, $y'=P\frac{x-l-\xi_1'}{h}$, więc dla $x-l-\xi_1'=h$, czyli $x-l=\xi_1'+h$ jest $y'=P=1$, dla

$x-l=\xi_1{}'$ $y'=0$. Zaś $y''=P\frac{(x-l)h''}{hh_1}$. Dla $x-l=h_1$ $y''=\frac{h''}{h}$, dla $x-l=0$ $y''=0$. Stąd łatwa konstrukcja, podana na rysunku.

Nakoniec mamy wyznaczyć jeszcze linje wpływowe dla pasu dolnego.

Dla siły S_2 utworzymy równanie momentu ze względu na G, gdy siła P jest w drugiem przęśle: $-S_2h+0_1\xi+H(h'-h)=0$, czyli $S_2h=P\frac{x-l}{h_1}(h'-h)+P\frac{l-x}{l}\xi$. Stąd:

$$S_2=P\frac{x-l}{h}\left(\frac{h_1'-h}{h}-\frac{\xi}{l}\right). \quad . \quad . \quad . \quad 278)$$

Według równ. 278) jest $S_2=y'-y''$, przyczem $y'=P\frac{x-l}{h}\frac{h'-h}{h_1}$. Dla $x-l=h$ $y'=P\frac{h_1'-h}{h_1}$, $y''=P\frac{\xi}{l}$.

Wykreślnie wyznaczamy więc $\frac{\xi}{l}$ i $\frac{h_1'-h}{h_1}$ i różnicę $=mm'$ odcinamy dla $x-l=h$.

Dla przęsła BC otrzymamy ze względu na punkt G'

$$S_2'h-H(h_1''-h)+P(x-l-\xi')=0,$$

$$S_2'h-P\frac{x-l}{h_1}(h_1''-h)+P(x-l-\xi')=0, \text{ stąd}$$

$$S_2'=P\left[\frac{(h''_1-h)}{h_1}\frac{(x-l)}{h}-\frac{(x-l-\xi')}{h}\right]. \quad . \quad . \quad 279)$$

Równanie to jest zupełnie analogiczne do równ. 277), stąd więc i konstrukcja ta sama.

$y'=\frac{h_1''-h}{h_1}\frac{(x-l)}{h}$, więc dla $x-l=h$ $y'=\frac{h_1''-h}{h_1}$, dla $x=l\,y'=0$,

$y''=\frac{x-l-\xi'}{h}$, więc dla $x-l=h+\xi'$ $y''=1$, dla $x-l=\xi'$ $y=0$.

Według tego wykreśliliśmy linję wpływową na rysunku.

§. 102. Belka trzypasowa wieloboczna.

Jeżeli zamiast belki równoległej zawiesimy belkę wieloboczną na pasie wieszarowym, otrzymamy belkę trzypasową wieloboczną, jak np. belkę mostu na Salzachu między Oberndorf a Laufen (rys. 83).

Wzory 269) do 272) pozostają tu te same, bo nie są one zależne od kształtu pasu średniego i dolnego, zmieniają się tylko linje wpływowe dla krzyżulców i pasów dolnego i średniego o tyle, o ile różnią się linje wpływowe dla belki wielobocznej od linij dla belki równoległej. Nie podajemy tu tych linij, odsyłając czytelników do rozprawy Wacława Balickiego [1]) w tym przedmiocie.

Zresztą linje wpływowe możemy też wykreślić sposobem ogólnym Müllera Breslaua, wyłożonym w §. 66 zapomocą dwu planów sił [2]).

E. Ugięcie belki.

XVIII. Analityczne i wykreślne wyznaczenie ugięcia.

§. 103. Ogólne uwagi.

Przy mostach nowo zbudowanych urządzamy zwykle próbę obciążenia i badamy wtedy ugięcie belki (n. *Durchbiegung*, fr. *deflection*, a. *deflection*) czyli pionowe przesunięcie poszczególnych punktów belki (węzłów) wskutek obciążenia. Próby takie obciążenia powtarza się w pewnych odstępach czasu, a wielkość ugięcia może dać pewne wskazówki co do dobroci roboty mostu, a później co do jego stanu. Mówimy tylko „pewne wskazówki", bo ugięcie większe od obliczonego wskazuje nam, że naprężenia są większe od obliczonych, a w niektórych prętach może przekroczyły granicę sprężystości; należy więc miejsce słabe wynaleść i je wzmocnić. Z drugiej strony jedno takie słabe miejsce tak mało wpływa na ugięcie ogólne, że nie da się istnienie jego poznać przy próbie obciążenia, a pomimo tego może być bardzo niebezpiecznem dla mostu. Próby obciążenia byłyby lepszą gwarancją wytrzymałości, gdyby dla obciążenia przyjęto ciężar znacznie większy od obciążenia, dla którego belkę liczono. Tego się jednak zwykle nie robi przy mostach kolejowych z powodu trudności dostarczenia obciążenia większego, niż najcięższe parowozy, przy drogowych, aby zanadto materjału nie naprężać. Przy próbach mostów drogowych kanału Dortmund-Ems użyto jednak piasku, ziemi i kamieni w ten sposób, aby największy moment był o 30% przekroczony. Wyznaczenie ugięcia mostu

---

[1]) Balicki: „Linje wpływowe dla belek trzypasowych wspornikowych". „Czasopismo Techniczne" 1903.

[2]) Haberkalt podał w „Allg. Bauzeitung" 1902 przy opisie mostu na Salzachu jeszcze trzeci sposób wyznaczenia linij wpływowych.