

1. DOKŁADNOŚĆ POMIARÓW I RACHUNEK BŁĘDÓW

1.1. POJĘCIA PODSTAWOWE

W technice pomiarowej każda wartość określona w wyniku pomiaru różni się od rzeczywistej wartości liczbowej tej wielkości.

Różnica między wielkością zmierzoną a rzeczywistą wartością liczbową nazywa się błędem bezwzględnym pomiaru.

Iloraz błędu bezwzględnego pomiaru do rzeczywistej wartości liczbowej lub zmierzonej nazywa się błędem względnym pomiaru.

Wartość błędu pomiarowego spowodowana jest z jednej strony niedoskonałością przyrządu pomiarowego lub przyrządów pomiarowych, z drugiej zaś subiektywnymi błędami popełnianymi przez wykonującego pomiary oraz wpływem zewnętrznych warunków fizycznych. Dokonując n pomiarów tej samej wielkości fizycznej tym samym przyrządem o określonej klasie dokładności, otrzymuje się wyniki różniące się między sobą wartościami liczbowymi. Wyznaczają więc one pewien przedział, w którym z pewnym prawdopodobieństwem zawarta jest prawdziwa wartość wielkości mierzonej. W praktyce postępuje się w ten sposób, że za wartość rzeczywistą przyjmuje się wartość średniej arytmetycznej z n wyników pomiarowych tej samej wielkości fizycznej i równocześnie podaje się pewien przedział ufności, w którym z określonym prawdopodobieństwem zawarta jest prawdziwa wartość wyników pomiarowych. W czasie wykonywania pomiarów należy pamiętać o tym, że wyniki pomiaru przedstawiają dla technika tylko wówczas jakąś wartość, jeżeli z pewnym prawdopodobieństwem można oszacować ich dokładność.

Dokładność przyrządów pomiarowych charakteryzuje tzw. klasa dokładności przyrządu, która gwarantuje, że największy błąd bezwzględny przyrządu dla całego zakresu pomiarowego nie przekracza Δ_{\max} , przy czym

$$\Delta_{\max} = \delta (N_{\max} - N_{\min}) 10^{-2}, \quad (1.1)$$

gdzie:

- δ - klasa dokładności przyrządu, która równa jest największemu błędowi względnemu przyrządu, %,
- N_{\max} - górny zakres pomiarowy przyrządu (największa wartość podziałki).
- N_{\min} - dolny zakres pomiarowy przyrządu (najmniejsza wartość podziałki).

Przyrządy do pomiarów technicznych wykonywane są w klasie dokładności $\delta = 1,0; 1,5; 2,5; 5,0$. Do pomiarów dokładnych stosuje się przyrządy o klasie dokładności $\delta = 0,1; 0,2; 0,5$.

W czasie wykonywania pomiarów należy pamiętać o tym, że klasa dokładności przyrządu określona jest przez producenta dla znamionowych warunków pracy przyrządu, a więc dla określonej temperatury (zwykle 20°C), ciśnienia oraz wilgotności otaczającego gazu. W przypadku, gdy przyrząd pracuje w innych warunkach zazwyczaj powstają dodatkowe błędy wskazań przyrządu, które należy uwzględnić w analizie wyników pomiarowych.

W czasie pracy przyrządy zużywają się i ich wskazania mogą przekraczać błąd wynikający z klasy dokładności.

W celu sprawdzenia czy przyrządy odpowiadają określonej klasie dokładności, poddaje je się okresowemu wzorcowaniu lub sprawdzeniu w warunkach nominalnych. Jeżeli w wyniku sprawdzania okaże się, że przyrząd nie odpowiada danej klasie dokładności, wówczas wycofuje go się z użycia lub poddaje remontowi (lub też obniża klasę):

Błędy, które powstają przy wykonywaniu pomiarów wielkości fizycznych pochodzą z różnych źródeł. W zależności od przyczyn powodujących powstawanie błędów statycznych dzieli się je na trzy rodzaje, a mianowicie: błędy systematyczne, przypadkowe i błędy grube (przeoczenia).

1.2. BŁĘDY SYSTEMATYCZNE

Błędami systematycznymi nazywa się te błędy, które w czasie pomiaru są stałe lub zmieniają się wg określonego prawa, przy czym źródło powstawania tych błędów i ich charakter są znane. Powtarzają się one co do wartości i znaku przy wykonywaniu kolejnych pomiarów w identycznych warunkach.

Przyczynami powstawania błędów systematycznych mogą być: niedokładności w wykonaniu przyrządów pomiarowych, niedokładna ich obsługa, określony i powtarzający się co do wielkości i znaku wpływ otoczenia (temperatury, pola magnetycznego itd.) oraz błędy wynikające z nieprawidłowej metody pomiarowej. Błędy związane z budową przyrządu pomiarowego można określić i wyeliminować poprzez wzorcowanie lub sprawdzanie, tj. porównywanie wskazań z przyrządem (urządzeniem wzorcowym) lub przyrządem kontrolnym.

W wyniku wzorcowania błędne wskazania przyrządu badanego można wyeliminować drogą adiustacji lub przez naniesienie odpowiednich poprawek w formie tablic bądź wykresów. Najczęściej jednak wyniki wzorcowania przedstawia się graficznie w postaci charakterystyki wzorcowania lub sprawdzania. Należy pamiętać przy tym, że wartości błędów określonych przez wzorcowanie i sprawdzanie, na skutek zużycia mechanizmów przyrządu, starzenia materiałów itd. mogą z czasem ulegać zmianie. Dlatego też wzorcowanie i sprawdzanie przyrządów należy co pewien czas powtarzać.

Z kolei błędy systematyczne, powstające z przyczyn zewnętrznych, muszą być eliminowane w konkretnych warunkach pomiarowych. W tym celu zwykle wystarcza przyjęcie odpowiedniej w danych warunkach metody pomiarowej.

1.3. BŁĘDY PRZYPADKOWE

Błędami przypadkowymi nazywa się te błędy, które nie podlegają żadnej znanej zależności. Zmieniają się one co do bezwzględnej wartości i znaku podczas pomiarów tej samej wielkości fizycznej tym samym przyrządem w jednakowych warunkach. Błędy przypadkowe spowodowane są przypadkowymi czynnikami występującymi podczas pomiaru, a między innymi statycznymi i dynamicznymi własnościami przyrzą-

du, winą obserwatora wykonującego pomiary (wada wzroku, niedostateczne wyszkolenie, trudne warunki odczytów itd.) oraz nieokreślonym i zmiennym wpływem otoczenia (drgania przyrządu, wpływ zewnętrznych pól elektromagnetycznych itd.).

Błędów przypadkowych nie można uniknąć opierając się zarówno na rozważaniach teoretycznych, jak również na doświadczalnych. Dlatego też w celu określenia przedziałów, w których z pewnym prawdopodobieństwem występują wartości rzeczywiste, dokonuje się wielokrotnych pomiarów tej samej wielkości fizycznej w tych samych warunkach. W przypadku wykonania dużej liczby pomiarów tej samej wielkości fizycznej w tych samych warunkach, rozkład błędów przypadkowych jest stochastycznie zbliżony do rozkładu normalnego, opisanego równaniem Gaussa:

$$Z = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\Delta^2}{2\sigma^2}} \quad (1.2)$$

gdzie:

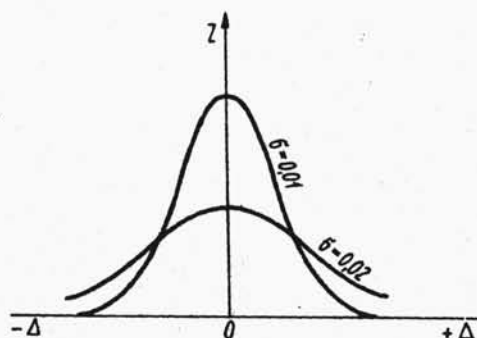
Z - gęstość prawdopodobieństwa błędów przypadkowych określonej wielkości,

Δ - błąd bezwzględny pomiaru,

σ - średni błąd kwadratowy,

przy czym

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \dots + \Delta_n^2}{n}}.$$



Rys.1.1. Krzywe normalnego rozkładu błędów przypadkowych

Na rysunku 1.1 pokazano graficzne odwzorowanie funkcji (1.2) dla różnych σ .

Na osi odciętych zaznaczone są błędy przypadkowe, a na osi rzędnych - gęstość każdego błędu przypadkowego, tzn. liczba występowania danego błędu przypadkowego.

Błędy przypadkowe spełniają następujące warunki (rys.1.1):

- błędy dodatnie i ujemne o równej wartości bezwzględnej występują z jednakowym prawdopodobieństwem,
- prawdopodobieństwo występowania błędów małych jest większe niż dużych,
- prawdopodobieństwo występowania błędów przekraczających pewną określoną wartość (bardzo dużych) jest równe zeru.

Z równania (1.2) wynika, że dla mniejszych wartości średniego błędu kwadratowego δ rośnie liczba małych, a maleje liczba dużych błędów przypadkowych. A zatem im mniejsza jest wartość błędu kwadratowego δ (dokładniejszy przyrząd), tym większa dokładność pomiaru.

W praktyce wykonuje się najczęściej kilka lub kilkanaście pomiarów tej samej wielkości fizycznej w tych samych warunkach, na podstawie których nie można zbudować krzywej rozkładu normalnego. Wyznacza się wówczas przedział Δx dookoła wartości średniej x_s , w którym z pewnym prawdopodobieństwem P zawarta jest wartość rzeczywista x_0 . Tak określony przedział nazywa się przedziałem ufności i można go opisać zależnością

$$(x_s - \Delta x) < x_0 < (x_s + \Delta x). \quad (1.3)$$

Wartość prawdopodobieństwa, przy którym spełniony jest powyższy warunek, nazywa się poziomą ufnością.

Poniżej zostaną omówione dwie metody wyznaczania przedziału ufności.

Wyznaczanie przedziału ufności na podstawie testu t-Studenta¹⁾

Przy określaniu przedziału ufności test t-Studenta stosuje się wówczas, gdy dysponuje się określoną liczbą wyników pomiarowych n , ich wartością średnią x_s oraz oszacowaniem odchylenia standardowego $s(x)$ w kolejnych seriach pomiarowych. Jeżeli: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ stanowią zbiór wyników pomiarowych oraz wartość x_s jest ich średnią arytmetyczną, wówczas poszukiwany przedział ufności x_0 oblicza się ze wzoru wynikającego z testu t-Studenta

¹⁾ Student - matematyk angielski.

$$x_0 = x_s \pm t_{\alpha}(n-1) \frac{s(x_s)}{\sqrt{n}}, \quad (1.4)$$

gdzie:

n - liczba wyników pomiarowych

$s(x_s)$ - oszacowanie odchylenia standardowego,

$t_{\alpha}(n-1)$ - parametr zależny od założonego poziomu ufności oraz liczby stopni swobody ($n-1$).

Oszacowanie odchylenia standardowego oblicza się ze wzorów

$$s(x_s) = \sqrt{\frac{\sum (x_i - x_s)^2}{n-1}} \quad (1.5)$$

lub

$$s(x_s) = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n-1}}, \quad (1.6)$$

przy czym

$$\sum x_i^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} = \sum x_i^2 - x_s \sum x_i. \quad (1.7)$$

Tablica 1.1

Wartości parametru $t_{\alpha}(n-1)$ testu t-Studenta

stop- nie swob- ody	α				stop- nie swob- ody	α			
	0,10	0,05	0,01	0,001		0,10	0,05	0,01	0,001
1	6,314	12,706	63,657	636,619	-	-	-	-	-
2	2,920	4,303	9,925	31,598	11	1,796	2,201	3,106	4,437
3	2,353	3,182	5,841	12,941	12	1,782	2,179	3,055	4,318
4	2,132	2,776	4,604	8,610	13	1,771	2,160	3,012	4,221
5	2,015	2,571	4,032	6,859	14	1,761	2,145	2,977	4,140
6	1,943	2,447	3,707	5,959	15	1,753	2,131	2,947	4,073
7	1,895	2,365	3,499	5,405	20	1,725	2,086	2,845	3,850
8	1,860	2,306	3,355	5,041	-	-	-	-	-
9	1,833	2,262	3,250	4,781	-	-	-	-	-
10	1,812	2,228	3,169	4,578	∞	1,645	1,960	2,576	3,291

Wartości $t_{\alpha}(n-1)$ podano w tablicy 1.1. Przy wyznaczaniu przedziału ufności należy zdecydować jakie jest prawdopo-

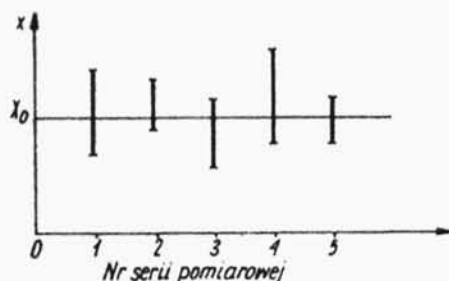
Tablica 1.2

Wartości parametru $q_{\alpha}(n)$

Liczba pomiarów	α			Liczba pomiarów	α		
	0,10	0,05	0,01		0,10	0,05	0,01
2	3,157	6,351	31,828	11	0,170	0,210	0,302
3	0,885	1,304	3,008	12	0,158	0,199	0,277
4	0,529	0,717	1,316	13	0,147	0,181	0,256
5	0,388	0,507	0,843	14	0,138	0,170	0,239
6	0,312	0,399	0,628	15	0,131	0,160	0,224
7	0,263	0,333	0,507	16	0,124	0,151	0,212
8	0,230	0,288	0,429	17	0,118	0,144	0,201
9	0,205	0,255	0,374	18	0,113	0,137	0,191
10	0,186	0,230	0,333	19	0,108	0,131	0,182
				20	0,104	0,126	0,175

bienstwo błędnego oszacowania tego przedziału. W przypadku opracowywania pomiarów technicznych przyjmuje się zazwyczaj $\alpha = 1 - P = 0,05$, natomiast przy pomiarach dokładnych $\alpha = 0,01$, a niekiedy nawet $\alpha = 0,001$. Przyjmując np. $\alpha = 0,05$ oznacza to, że istnieje możliwość 5%, iż prawdziwa wartość pomiarowa znajduje się poza określonym przedziałem ufności x_0 , natomiast dla $\alpha = 0,01$ możliwość ta maleje do 1%.

W przypadku dużej liczby pomiarów zamiast wykresłać krzywą rozkładu normalnego, można wyznaczyć przedział ufności za pomocą testu t-Studenta. Jeśli odchylenie standardowe jest znane lub wcześniej zostało określone z dużej liczby wyników pomiarowych, wówczas należy odczytać z tablicy 1.1 parametr $t_{\alpha}(n - 1)$ dla nieskończonej liczby stopni swobody. Odczytana wartość odpowiada wówczas współczynnikowi k , zaś przedział ufności określa się wg wzoru



Rys.1.2. Przedziały ufności przy nieznanym z góry odchyleniu standardowym $s(x)$, a znanym jego oszacowaniu $s(x)$.

$$\left(x_s - k \frac{\delta(x)}{\sqrt{n}}\right) < x_0 < \left(x_s + k \frac{\delta(x)}{\sqrt{n}}\right) \quad (1.8)$$

gdzie:

$\delta(x)$ - znane odchylenie standardowe,

n - liczba wyników pomiarowych.

Przedziały ufności przy nie znanym z góry odchyleniu standardowym $\delta(x)$, zaś znanym jego oszacowaniu $s(x_s)$ pokazano na rys.1.2.

Wyznaczanie przedziału ufności na podstawie testu t-Studenta
z zastosowaniem rozstępu R

W tym przypadku wyniki pomiarowe należy uporządkować w ciąg rosnący oraz obliczyć rozstęp R wg wzoru

$$R = x_{\max} - x_{\min} , \quad (1.9)$$

gdzie:

x_{\max} - największa zmierzona wartość,

x_{\min} - najmniejsza zmierzona wartość.

Poszukiwany przedział ufności jest wówczas równy

$$x_0 = x_s \pm q_{\alpha}(n) R , \quad (1.10)$$

gdzie:

x_s - średnia arytmetyczna z wyników pomiarowych,

$q_{\alpha}(n)$ - parametr zależny od założonego poziomu ufności oraz liczby pomiarów.

Wartości $q_{\alpha}(n)$ podano w tablicy 1.2.

1.4. BŁĘDY GRUBE (PRZEOCZENIA)

Niekiedy może się zdarzyć, że wśród wykonanych pomiarów tej samej wielkości fizycznej w tych samych warunkach, jeden lub nawet więcej wyników pomiarowych znacznie różni się swoją wartością od pozostałych. Wyniki takie nazywa się błędami grubymi (przeoczeniami). Mogą one powstać w wyniku uszkodzenia przyrządu pomiarowego, nieprawidłowego odczytu wielkości mierzonej, nieprawidłowego jej zapisu itd. Czasem także duże

odchylenie wartości danego wyniku pomiarowego może być spowodowane kombinacją czynników nietypowych dla zwykłych warunków badanego procesu fizycznego. W takim przypadku badacz musi mieć pewność czy dany wynik jest błędem grubym (przeoczeniem), czy jest wynikiem prawdziwym. Do oceny wyników pomiarowych można wówczas zastosować jedną z metod eliminacji wyników wątpliwych. W przypadku małej liczby wykonywanych wyników pomiarowych tej samej wielkości fizycznej, najczęściej stosuje się metodę opartą na teście Dixona przedstawioną poniżej.

Wyniki pomiarowe należy uporządkować w ciąg rosnący lub malejący

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n-1}, x_n$$

a następnie z poniższych wzorów obliczyć parametr p przy czym

dla $n < 8$

$$p = \frac{x_2 - x_1}{x_n - x_1}, \quad (1.11)$$

dla $8 \leq n < 15$

$$p = \frac{x_3 - x_1}{x_{n-1} - x_1}, \quad (1.12)$$

dla $n \geq 15$

$$p = \frac{x_3 - x_1}{x_{n-2} - x_1}, \quad (1.13)$$

gdzie x_1 jest wynikiem wątpliwym.

Następnie obliczoną wartość ze wzorów: (1.11), (1.12) oraz (1.13) porównać z parametrem odczytanym z tablicy 1.3 dla danego n i założonego poziomu ufności α .

W przypadku, gdy

$$p > p_\alpha(n),$$

wówczas należy odrzucić zmierzony wynik x_1 , przy czym prawdopodobieństwo odrzucenia wartości prawdziwej jest równe α .

Tablica 1.3

Wartości parametru $p_{\alpha}(n)$ testu Dixona

Liczba pomia- rów	α			Liczba pomia- rów	α		
	0,10	0,05	0,01		0,10	0,05	0,01
3	0,886	0,941	0,988	12	0,490	0,546	0,642
4	0,679	0,765	0,889	13	0,467	0,521	0,615
5	0,557	0,642	0,780	14	0,448	0,501	0,593
6	0,482	0,560	0,698	15	0,472	0,525	0,616
7	0,434	0,507	0,637	16	0,454	0,507	0,595
8	0,650	0,710	0,829	17	0,438	0,490	0,577
9	0,594	0,657	0,776	18	0,424	0,475	0,561
10	0,551	0,612	0,726	19	0,412	0,462	0,547
11	0,517	0,576	0,679	20	0,401	0,450	0,535

Należy pamiętać o tym, że analizę eliminacji wyników wątpliwych przeprowadza się zawsze przed wyznaczaniem przedziału ufności dla błędów przypadkowych.

1.5. OCENA DOKŁADNOŚCI POMIARÓW ZŁOŻONYCH

W technice często spotykany jest przypadek, że pewne wielkości fizyczne można określić tylko w sposób pośredni, a mianowicie przez bezpośredni pomiar szeregu wielkości związanych zależnością funkcyjną z badaną wielkością fizyczną. W ten sposób postępuje się przy oznaczaniu ciepła spalania i wartości opałowej paliwa, pomiarze strumienia masy i objętości strumienia masy płynów przy zastosowaniu niektórych rodzajów przepływomierzy itd. Wynik takiej wielkości fizycznej nazywa się wówczas wynikiem złożonym.

W przypadku gdy wykonuje się co najmniej dwa pomiary złożone, można wyznaczyć przedział ufności prawdziwej wartości mierzonej metodami omówionymi poprzednio. Przy wykonaniu tylko jednego pomiaru złożonego, ocenę jego dokładności przeprowadza się drogą analizy matematycznej wpływu poszczególnych pomiarów podstawowych na końcowy wynik złożony.

Zakładając dowolną zależność funkcyjną między wielkością złożoną Z a mierzonymi wielkościami podstawowymi x_a, x_b, x_c, \dots w postaci

$$Z = f(x_a, x_b, x_c, \dots, x_1),$$

oblicza się średni kwadratowy błąd bezwzględny ze wzoru

$$\delta(z) = \sqrt{\left(\frac{\partial Z}{\partial x_a} \delta(x_a)\right)^2 + \left(\frac{\partial Z}{\partial x_b} \delta(x_b)\right)^2 + \left(\frac{\partial Z}{\partial x_c} \delta(x_c)\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial Z}{\partial x_1} \delta(x_1)\right)^2}, \quad (1.14)$$

gdzie:

$\frac{\partial Z}{\partial x}$ - pochodne cząstkowe wielkości złożonej Z

$\delta(x)$ - średnie błędy bezwzględne wielkości podstawowych.

Wartości średnich błędów bezwzględnych $\delta(x)$ określa się wg następujących wzorów:

a. W przypadku wykonania serii n niezależnych pomiarów tej samej wielkości fizycznej x, średni błąd kwadratowy wartości średnich oblicza się ze wzoru

$$\delta(x_s) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=n} (x_i - x_s)^2}{n(n-1)}} \quad (1.15)$$

gdzie:

x_s - średnia arytmetyczna wielkości x; $x_s = (x_1 + x_2 + \dots + x_n)/n$,

x_i - wartość wielkości x uzyskana w kolejnym i-tym pomiarze,

n - liczba pomiarów w serii.

b. Dla pojedynczego pomiaru z serii n niezależnych pomiarów tej samej wielkości x, średni błąd kwadratowy jest równy

$$\delta(x) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=n} (x_i - x_s)^2}{n-1}}, \quad (1.16)$$

przy czym oznaczenia jak we wzorze (1.15).

c. Dla przypadku gdy nie można wyznaczyć średnich błędów kwadratowych wg zależności (1.15), (1.16), $\delta(x)$ należy wyznaczyć wg wzoru

$$\delta(x) = 0,5 S_x, \quad (1.17)$$

gdzie:

S_x - graniczny błąd bezwzględny wielkości podstawowej x , wynikający z klasy dokładności użytego przyrządu pomiarowego oraz dokładności odczytu.

Przykład

Wyznaczyć przedział ufności w jakim zawarty jest prawidłowy pomiar temperatury powietrza w pomieszczeniu.

Uzyskano następujące wyniki pomiarów:

$$x_1 = 20,50, \quad x_2 = 22,02, \quad x_3 = 22,10,$$

$$x_4 = 22,30, \quad x_5 = 22,73, \quad x_6 = 22,74,$$

$$x_7 = 23,20, \quad x_8 = 23,42, \quad x_9 = 29,20.$$

Przed wyznaczeniem przedziału ufności należy sprawdzić, czy w zbiorze wyników pomiarowych nie ma błędów grubych.

W tym celu opierając się na teście Dixona i przyjmując poziom ufności $\alpha = 0,05$ należy obliczyć:

dla $n = 9$

$$p_1 = \frac{x_3 - x_1}{x_8 - x_1} = \frac{22,10 - 20,50}{23,42 - 20,50} = 0,55.$$

Wartość parametru odczytana z tablicy wynosi

$$p_{0,05}(9) = 0,657.$$

Ponieważ $p_1 < p_{0,05}(9)$ wynik $x_1 = 20,50$ uznaje się za wiarygodny.

Następnie należy sprawdzić czy $x_9 = 29,20$ nie jest błędem grubym. A zatem

$$p_9 = \frac{x_9 - x_7}{x_9 - x_2} = \frac{29,20 - 23,20}{29,20 - 22,02} = 0,84,$$

Ponieważ $p_9 > p_{0,05}(9)$, więc wynik $x_9 = 29,20$ jest błędem grubym i należy go odrzucić.

Z kolei należy sprawdzić czy $x_8 = 23,42$ jest wynikiem wiarygodnym:

dla $n = 8$

$$p_8 = \frac{x_8 - x_6}{x_8 - x_2} = \frac{23,42 - 22,74}{23,42 - 22,02} = 0,49.$$

Parametr $p_{0,05}(8) = 0,710$, więc $p_8 < p_{0,05}(8)$, a zatem wynik $x_8 = 23,42$ nie jest błędem grubym.

Wyznaczanie przedziału ufności x_0
na podstawie testu t-Studenta

$$x_8 = \frac{20,50 + 22,02 + 22,10 + 22,30 + 22,73 +$$

$$+ 22,74 + 23,20 + 23,42}{8} = 22,38,$$

$$s(x_8) = \sqrt{\frac{(20,50 - 22,38)^2 + (22,02 - 22,38)^2 +}{7} + \frac{(22,10 - 22,38)^2 + (22,30 - 22,38)^2 +}{7} + \frac{(22,73 - 22,38)^2 + (22,74 - 22,38)^2 +}{7} + \frac{(23,20 - 22,38)^2 + (23,42 - 22,38)^2}{7}} = 0,91.$$

Dla założonego $\alpha = 0,05$ i $n = 8$ (z tablicy 1.1)

$$t_{0,05}(7) = 2,365,$$

więc

$$x_0 = 22,38 \pm 2,365 \frac{0,91}{\sqrt{8}} = 22,38 \pm 0,78.$$

Przykład obliczenia błędu pomiaru strumienia masy i objętości strumienia masy płynu za pomocą zwęzek pomiarowych

Ocena dokładności pomiaru strumienia masy lub objętości strumienia masy płynu polega na wyznaczeniu średniego kwadratowego błędu bezwzględnego wg wzorów od (1.14) do (1.17) lub częściej średniego kwadratowego błędu względnego za pomocą wzoru

$$\bar{\delta}_m = \bar{\delta}_v = \sqrt{\bar{\delta}_\alpha^2 + \bar{\delta}_\xi^2 + 4\left(\frac{m}{\alpha}\right)^2 \bar{\delta}_D^2 + 4\left(1 + \frac{m^2}{\alpha}\right)^2 \bar{\delta}_\alpha^2 + \frac{1}{4} \bar{\delta}_{\Delta p}^2 + \frac{1}{4} \bar{\delta}_\psi^2}, \quad (1.18)$$

gdzie:

- $\bar{\delta}_\alpha$ - średni błąd względny liczby przepływu (załącznik 2, rys. Z2-6),
 - $\bar{\delta}_\xi$ - średni błąd względny liczby ekspansji (tablica Z9-3 i Z10-2),
 - $\bar{\delta}_D$ - średni błąd względny pomiaru średnicy otworu zwężki (wg zaleceń 6.4.2.4),
 - $\bar{\delta}_D$ - średni błąd względny pomiaru średnicy rurociągu (wg zaleceń 6.4.2.4),
 - $\bar{\delta}_{\Delta p}$ - średni błąd względny pomiaru ciśnienia różnicowego (wg zaleceń 6.4.2.6),
 - $\bar{\delta}_\psi$ - średni błąd względny wyznaczenia objętości właściwej lub gęstości (wg zaleceń 6.4.2.7).
- Oznaczenia przyjęto zgodnie z normą PN-65/M-53950.

Z kolei należy obliczyć graniczny błąd względny pomiaru wg wzorów:

- dla pomiarów dokładnych (I)

$$\bar{S}_m = \bar{S}_v = 2 \bar{\delta}_m = 2 \bar{\delta}_v, \quad (1.19)$$

- dla pomiarów technicznych (II)

$$\bar{S}_m = 2\bar{S}_m + 0,5\%, \quad (1.20)$$

Wyniki pomiaru strumienia masy płynu należy podawać w postaci

$$\dot{m}_0 \pm \dot{m} \pm \bar{S}_m, \quad (1.21)$$

zaś objętości strumienia masy płynu w postaci

$$\dot{V}_0 = \dot{V} \pm \bar{S}_V \quad (1.22)$$

2. POMIARY TEMPERATURY

2.1. POJĘCIA PODSTAWOWE

Temperatura jest miarą średniej energii kinetycznej cząsteczek danego ciała, a zatem charakteryzuje ona stan energetyczny ciała. Ze względu na brak możliwości pomiaru prędkości z jaką poruszają się cząsteczki i obliczenia energii kinetycznej cząsteczek, pomiar temperatury odbywa się w sposób pośredni. W tym celu wykorzystuje się zjawiska fizyczne zależne bezpośrednio od temperatury, jak np.: rozszerzalność ciał, zmiana oporu elektrycznego przewodników, intensywność promieniowania itd. Budowa i kształt termometru oraz sposób prowadzenia pomiaru zależą od rodzaju zjawiska fizycznego wykorzystanego do określenia temperatury.

2.2. SKALE TERMOMETRYCZNE

Skala termometryczna ma na celu przyporządkowanie określonych wartości liczbowych pewnym stanom cieplnym ciała (temperaturom). Ponieważ nie ma wzorca temperatury, skale termometryczne oparto na tzw. punktach termometrycznych, tj. temperaturze przemian fazowych niektórych ciał chemicznie czystych. Obecnie najbardziej rozpowszechniona jest skala Celsjusza (stustopniowa). Opracował ją w 1742 roku fizyk i astronom