

TREŚĆ: Prof. Dr. Inż. A. Rożański: Badania skutków drenowania gruntów. — Inż. Dr. Wł. Burzyński: O dwóch twierdzeniach minimalnych teorii sprężystości i zastosowaniu ich do rozwiązań przybliżonych. — Wiadomości z literatury technicznej. — Recenzje i krytyki. — Różne sprawy. — Kongresy i Zjazdy.

Dr. Inż. Adam Rożański
 Prof. Univ. Jag.

Badania skutków drenowania gruntów.

W r. 1927 uzasadniłem¹⁾, że doświadczeń co do głębokości drenowania i odstępów sączków drenowych nie można prowadzić ani przy pomocy lizymetrów, ani metodą modelową i że jedynie celowe są dla tych zagadnień doświadcze-



Ryc. 1.
 Dwór w Modlnicy.

nia polowe, a to przez badanie pól zdrenowanych i obserwacje na polach doświadczalnych. Sprawą tą zajmowałem się dalej w latach 1929 i 1932²⁾. W wyniku tych zapatrywań przystąpiłem do założenia działek doświadczalnych i założyłem w zeszłym roku pierwsze działki doświadczalne na polu dworskim w Modlnicy w powiecie krakowskim.

Wybranie pola doświadczalnego jest — jak to już w r. 1927 zauważyłem — bardzo trudne, gdyż trudno znaleźć takie pole, któreby odpowiadało wszelkim warunkom przez nas stawianym. Pole w Modlnicy zdaje się dogadzać nam; jedyną jego wadą jest może tylko to, że jest za gęsto zdrenowane, gdy dla naszego celu byłoby lepiej, aby sączki były raczej za rzadko położone.

Modlnica, majątek pp. Konopków leży w odległości 11 km na północny-zachód od Krakowa³⁾ na wzniesieniu 274 m n. p. m. Średni opad roczny wynosi w Krakowie 747 mm, średnia roczna temperatura powietrza +7·8° C. Działki doświadczalne założono na polu, zwanem Zastawie (położonym nad stawami) o wystawie północno-wschodniej i o spadzie około 4‰.

Podłoże stanowi löss, jak to jest widoczne także z analizy mechanicznej.

Pole to zostało w r. 1922 częściowo wydrenowane. Pierwotny projekt drenowania opracowała w r. 1910 Ekspozytura Kraj. Biura Meljoracyjnego w Krakowie. Działki umieszczono na sączkach Nr. 55, 56 i 57, oraz na przylegającej do sączka Nr. 57 części pola niezdręnowanej. Działki otrzymały wymiary: 5 m wzdłuż drenów i 2 m poprzecznie do drenów, mają zatem powierzchnię 10 m². Jest ich po 3 nad każdym drenem, po 3 w jednej czwartej odstępu drenów i po 3 w połowie odstępu drenów, tudzież na polu niezdręnowanym w 3 rzędach odpowiadających działkom na polu zdrenowanym — w odległościach 2, 4, 6 i 10 m od ostatniego sączka. Mamy zatem na polu zdrenowanym działek 27, a na niezdręnowanym 12 — razem 39. Rozkład działek uwidoczniono na rys. 2. Co do rozmiaru i rozkładu działek zasięgnąłem opinii znakomitego doświadczalnika rolniczego śp. prof. U. J. E. Załęskiego.

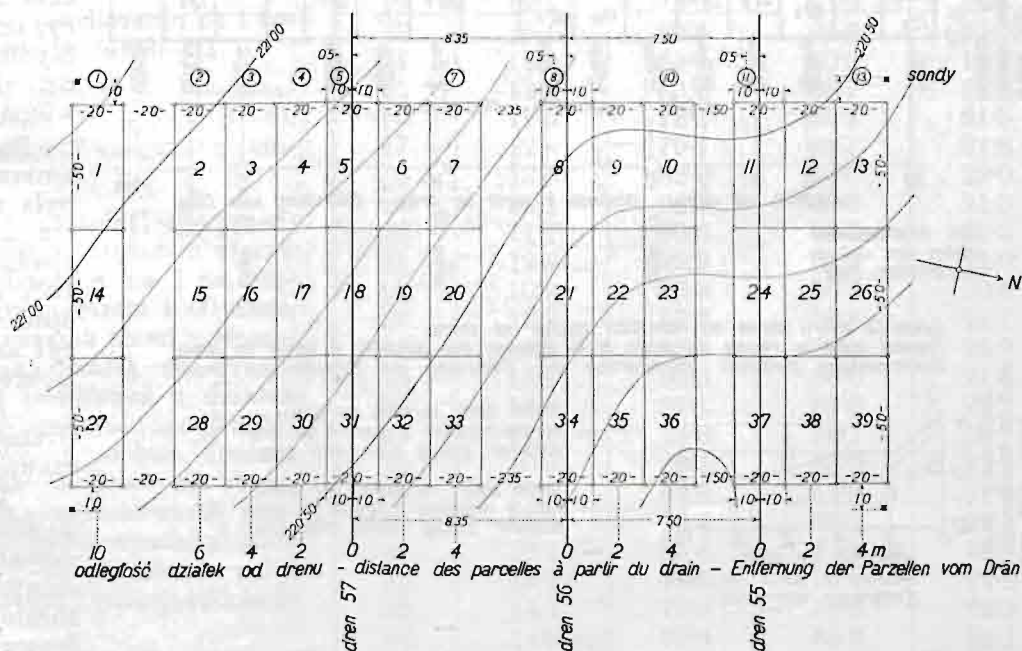
Dla ustalenia na szereg lat położenia działek osadzono 4 słupki betonowe poza niemi, od których co

²⁾ A. Rożański: „Najnowsze prądy i działania w osuszaniu gruntów mineralnych“. Warszawa 1929.

Głębokość i odstęp sączków drenowych w ziemiach mineralnych — w książce Dra Inż. A. Kędziora: „Roboty wodne i meljoracyjne w Południowej Małopolsce“. Część IV — Lwów 1932 i „Tiefe und Abstand der Dränsauger in Mineralböden“ — w aktach VI. Komisji Międzyn. Tow. Gleb. Część B 1933.

Badania drenowania w Modlnicy, pow. Kraków
 Recherches sur le drainage à Modlnica, district de Cracovie
 Untersuchung der Drainage in Modlnica, Kreis Kraków

Plan działek doświadczalnych
 1932



Rys. 2.

¹⁾ A. Rożański: „Obecny stan teorii drenowania gruntów mineralnych“. Warszawa, 1927 i „Der heutige Stand der Draintheorie für Mineralböden“ — w aktach I. Międzynarodowego Kongresu Gleboznawstwa w Waszyngtonie, 1927. Waszyngton 1928.

³⁾ Piękny, stary dwór i starożytny parafialny kościółek drewniany w Modlnicy leżą przy drodze do Ojcowa i są często zwiedzane przez swoich i obcych.

roku będzie się wytyczało granice działek i zaznaczy się jak w r. 1932 palikami zabitemi w narożnikach.

Drenowanie zbadano przez przekopanie rowów prostopadle do kierunku sączków powyżej i poniżej działek. Znaleziono odstępki sączków 7.50 i 8.35 m (miały być widocznie 8 m).

Znaleziono następujące głębokości sączków:

Nr. 55 = 1.10 i 1.25 m
 „ 56 = 1.00 i 1.30 „
 „ 57 = 1.20 — „

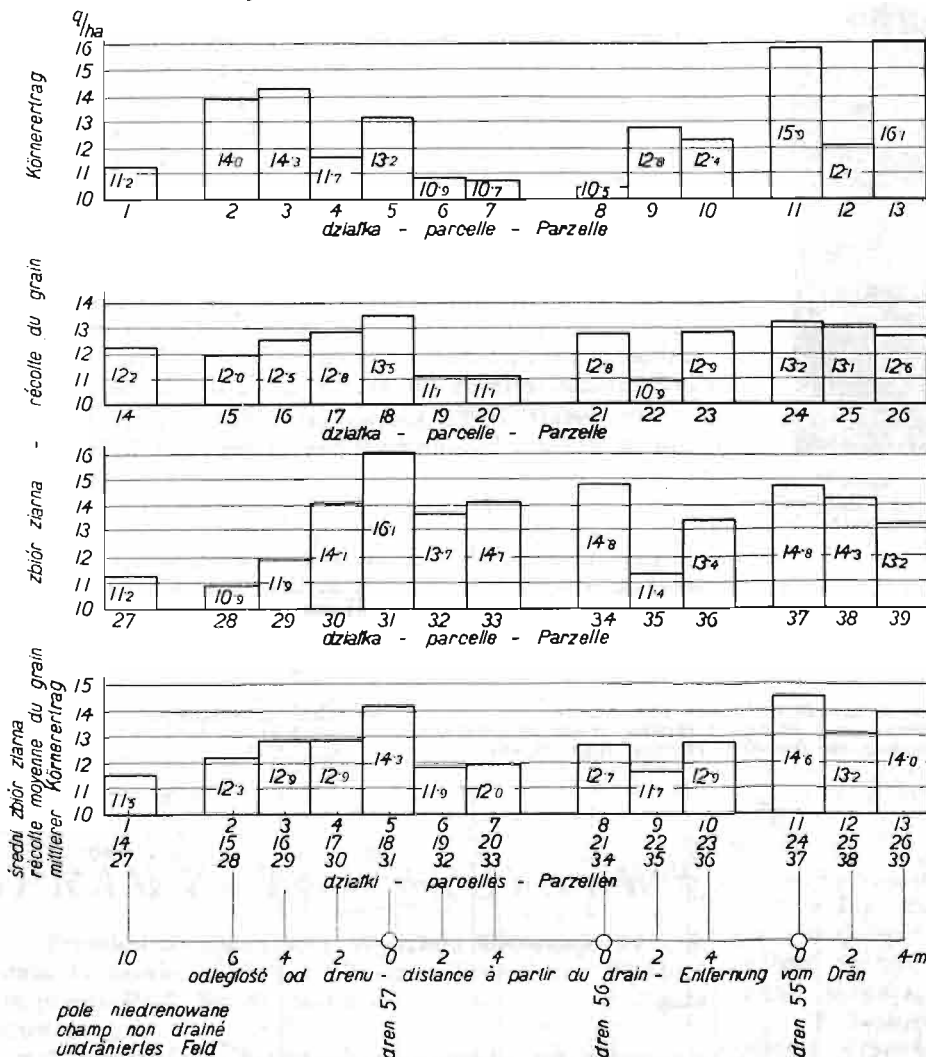
z głębokości 0.5 i 1.0 m i poddano je analizie mechanicznej w aparacie Kopeckiego. Węglanu wapniowego próbki nie wykazały. Wyniki analizy uwidoczniło w tabeli I. i przedstawiono graficznie na tablicy 5 (rys. 7). Gdybyśmy wyznaczyli odstępki drenów na podstawie analizy mechanicznej, próbek ziemi z sondy Nr. 1 (z niewydrenowanego pola), stosując odstępki drenów podane w moich tabelach¹⁾, to otrzymalibyśmy:

dla głębokości 0.50 m = 9.72 m
 „ „ 1.00 „ = 11.82 + 5.62 = 17.44 m

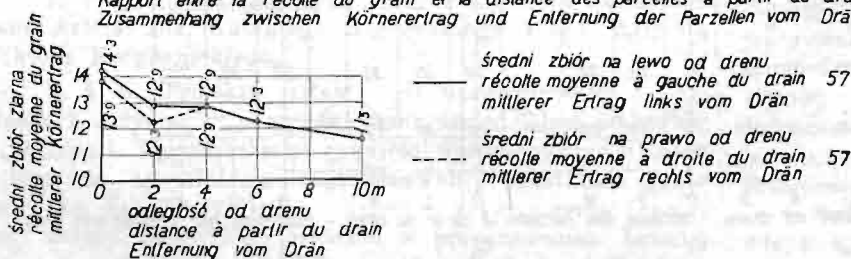
Badania drenowania w Modlnicy, pow. Kraków
 Recherches sur le drainage à Modlnica, district de Cracovie 1932
 Untersuchung der Drainage in Modlnica, Kreis Kraków

pszenica: Blondynka
 fromeni: z Grodkowic
 Weizen: kowic

Zbiór ziarna z działek, przerachowany na 1 ha w centn. metr.
 Récolte du grain des parcelles, complée par 1 ha en quintaux ($q = 100 \text{ kg/ha}$)
 Körnerertrag der Parzellen, umgerechnet auf je 1 ha in dz



Zależność zbioru ziarna od odległości działek od drenu
 Rapport entre la récolte du grain et la distance des parcelles à partir du drain
 Zusammenhang zwischen Körnerertrag und Entfernung der Parzellen vom Drän



Rys. 3.

Dreny są ułożone starannie. Rurki mają średnicę 5 cm. Dobre funkcjonowanie drenów sprawdzono przez wlanie wody do jednego z ciągów.

W jesieni wzięto w 10 miejscach — naznaczonych w planie (rys. 2) — poza działkami próbki ziemi

Wystawa niekorzystna, opad większy, więc mniej korzystny, spad terenu średni. Z uwagi na górną warstwę mniej przepuszczalną i mniej korzystne warunki klimatyczne należałoby dać odstępki drenów (9–10 m). Według instrukcji czeskiej z r. 1932 wypadłyby odstępki drenów 12.6 i 16.4 m, należałoby zatem przyjąć 13 m, ale klimat Czech jest łagodniejszy, więc odstępki sączków mogą tam być większe, niż u nas.

Projekt z r. 1910 przewidywał odstępki sączków 10 m na podstawie wyników analizy mechanicznej wykonanej przez laboratorjum Kraj. Biura Meljoracyjnego (aparatem Kühna) i tabeli odstępów stosowanej w tem biurze.

Na polu Zastawie stosuje Zarząd dóbr następujący płodozmian: koniczyna, pszenica, żyto, owies, okopowe, jęczmień z wsiewem koniczyny. Nawożenie jest następujące: pod okopowe obornik, a pod inne normalne nawozy pomocnicze. Na wiosnę 1932 r. nie dano żadnego nawozu z powodu kryzysu gospodarczego. Na rok 1931/2 pole zostało obsiane 2 odmianami pszenicy, w szczególności na części zajętej przez działki doświadczalne była posiana Blondynka z Grodkowic.

Miesięczne opady za czas od września 1931 do września 1932 w Modlnicy, oraz temperatury z sąsiedniej stacji Mydlniki, gdyż w Modlnicy nie prowadzi się tych obserwacji — przedstawiono w tabeli II.

Porównując podane w niej obserwacje z normalnymi widzimy, że jesień 1931 r. była normalnie mokra, lecz zimniejsza, niż zwykle, zima 1931/2 o średnich opadach, śnieżna, niezbyt ostra, wiosna 1932 r. była normalna pod względem opadów, z wyjątkiem kwietnia, który był zasuchy, i chłodna, lato zaś średnio mokre, ale raczej zimne.

Zbiór nastąpił w dniu 26 lipca. Granice działek podłużne oznaczono sznurem, a szerokości listwą drewnianą.

Pszenicę skoszono, a pozostałości wysiekano dokładnie sierpem. Snopki zaopatrzone numerami działek i pozostawiono na działkach, aby wyschły. Niestety w dniach 28 do 31 lipca padał deszcz, który opóźnił zwózkę aż do 4 sierpnia. Snopki przeniesiono na folwark uniwersytecki w Mydlnikach, gdzie je zważono i wymłócono młocarnią elektryczną. Następnie oczyszczono ziarno na wialni i gęstem sicie, poczem wsypało je do

¹⁾ Patrz dopisek ²⁾.

TABELA I.

Wyniki analizy mechanicznej (aparatem Kopeckiego)											
Nr. działki	1	2	3	4	5	7	8	10	11	13	
	zawartość cząstek w %										
Głębokość 0·5 m											
Kategoria	I	42·10	33·22	31·32	23·06	21·02	21·54	21·78	19·62	18·88	11·20
"	II	50·36	56·72	57·90	58·54	59·22	59·26	59·34	60·04	61·00	60·20
"	III	7·54	9·64	10·12	17·20	17·44	17·40	17·00	18·14	17·50	26·60
"	IV	0·10	0·42	0·66	0·12	2·32	1·80	1·88	2·20	2·60	2·00
Głębokość 1·0 m											
Kategoria	I	21·82	18·92	26·32	24·72	22·42	28·04	28·82	23·36	29·68	24·92
"	II	59·92	62·46	60·84	60·28	66·96	57·72	55·90	62·32	56·86	59·46
"	III	15·84	17·14	11·64	13·34	5·92	13·64	13·20	12·70	12·42	12·82
"	IV	2·42	1·48	1·20	1·66	1·30	0·60	2·08	1·48	1·04	1·80

TABELA II.

Rok	Miesiąc	Opady w mm w Modlnicy	Średnia temperatura w Mydlnicach
1931	IX	115·8 mm	+10·4 °C
"	X	48·5 "	+ 6·6 "
"	XI	28·0 "	+ 1·6 "
"	XII	31·2 "	- 0·9 "
1932	I	25·0 "	- 1·2 "
"	II	12·3 "	- 6·1 "
"	III	15·4 "	- 1·8 "
"	IV	16·1 "	+ 7·5 "
"	V	67·8 "	+ 16·6 "
"	VI	60·2 "	+ 15·0 "
"	VII	61·0 "	+ 20·1 "
"	VIII	67·1 "	+ 18·4 "
"	IX	41·6 "	+ 15·8 "

woreczków płóciennych i zważono. Później zważono po 1 l ziarn⁵⁾ oraz 4 razy po 500 ziarn z każdej działki.

Wyniki zważenia zbiorów, po przeliczeniu na 1 ha, na 1 hl i na 1000 ziarn, zestawiono w tabeli III.

Wyniki powyższe zważenia plonów — przedstawiono także graficznie na tablicach 1—4 (rys. 3—6). Ryc. 8 przedstawia zdjęcie fotograficzne snopków z działek Nr. 1 i 39.

W tabelach IV i V, oraz na tablicach (1—5) przedstawiono także związki między średnim ciężarem ziarna i słomy z każdej działki w przeliczeniu na 1 ha, średnim ciężarem 1 hl ziarn i średnim ciężarem 1000 ziarn, oraz między średnią zawartością cząstek ziemi poszczególnych frakcji — a odległością działek od drenu. Przytem wzięto osobno średnie z powtórzeń z działek znajdujących się na prawo od drenu skrajnego (Nr. 57) więc na części pola zdrenowanej i osobno średnie z powtórzeń z działek położonych na lewo od skrajnego drenu, zatem na części pola niezdręnowanej. Zrobiono ten podział z tego powodu, że na wyniki plonów i wielkość poszczególnych frakcji na działkach położonych na polu zdrenowanym mają prawdopodobnie

⁵⁾ 1 hl ziarna pszenicy waży 100 razy tyle, co 1 l tylko dla ziarna o wadze 1 hl: 76·7—77·3 kg, dla mniejszej wagi 1 hl, ciężar 1 hl wynosi nieco mniej, niż 100 × ciężar 1 hl, a dla większej wagi 1 hl nieco więcej i trzeba zrektyfikować według specjalnych tabel przyjętą jako wagę 1 hl stokrrotną wagę 1 l. Poprawki tej, nie mającej w naszych badaniach znaczenia nie uwzględniliśmy. (Hoffmann-Molis: „Das Getreidekorn“ Berlin, 1931).

wpływ dwa dreny, ponieważ drenowanie jest raczej za gęste, gdy na działkach położonych na polu niezdręnowanym wywiera wpływ na plon tylko jeden dren (skrajny).

TABELA III.

Ciężar (przerachowany) plonu działek.

Nr działki	Ciężar w q (=100 kg) z 1 ha		Ciężar 1 hl ziarn w kg	Ciężar 1000 ziarn w g
	ziarna	słomy		
1	11·2	65·5	58·7	20·5
2	14·0	74·7	60·8	20·2
3	14·3	92·4	58·5	22·0
4	11·7	79·8	58·5	22·2
5	13·2	79·3	58·7	21·8
6	10·9	74·1	59·3	22·2
7	10·7	81·8	57·2	22·3
8	10·5	79·4	55·5	22·4
9	12·8	80·7	58·0	21·5
10	12·4	79·1	59·8	22·7
11	15·9	92·8	61·5	23·4
12	12·1	73·9	61·3	22·6
13	16·1	85·4	62·6	24·0
14	12·2	63·5	60·5	19·7
15	12·0	63·2	63·7	21·4
16	12·5	76·0	59·7	21·5
17	12·8	79·7	62·1	21·8
18	13·5	82·0	60·0	22·0
19	11·1	82·6	58·9	21·5
20	11·1	80·6	59·3	22·3
21	12·8	92·2	54·2	21·9
22	10·9	70·8	56·3	20·6
23	12·9	67·7	58·1	21·1
24	13·2	88·3	58·1	24·9
25	13·1	90·6	59·0	21·4
26	12·6	91·1	59·5	22·2
27	11·2	74·8	59·7	20·7
28	10·9	70·1	58·0	21·0
29	11·9	69·6	57·8	21·3
30	14·1	79·4	59·2	22·3
31	16·1	85·6	61·2	23·3
32	13·7	73·8	59·1	22·2
33	14·1	76·9	59·6	22·2
34	14·8	92·4	55·3	21·1
35	11·4	80·1	58·3	22·8
36	13·4	94·1	56·0	22·6
37	14·8	95·9	58·3	23·4
38	14·3	96·4	60·2	23·1
39	13·2	93·8	55·5	22·7

TABELA IV.

Zależność średniego ciężaru plonów od odległości działek od drenu.

Odległość działek od drenu w m	Ciężar			
	w q (=100 kg) na 1 ha		1 hl ziarn w kg	1000 ziarn w g
	ziarna	słomy		
a) na lewo od drenu Nr. 57				
0	14.3	82.3	60.0	22.4
2	12.9	79.3	59.9	22.1
4	12.9	79.3	58.7	21.6
6	12.3	69.3	60.8	20.9
10	11.5	67.9	59.6	20.3
b) na prawo od drenu Nr. 57				
0	13.9	87.5	58.1	22.7
2	12.3	80.3	58.9	22.0
4	12.9	83.4	58.6	22.5

TABELA V.

Zależność średnich zawartości frakcji od odległości sond od drenu.

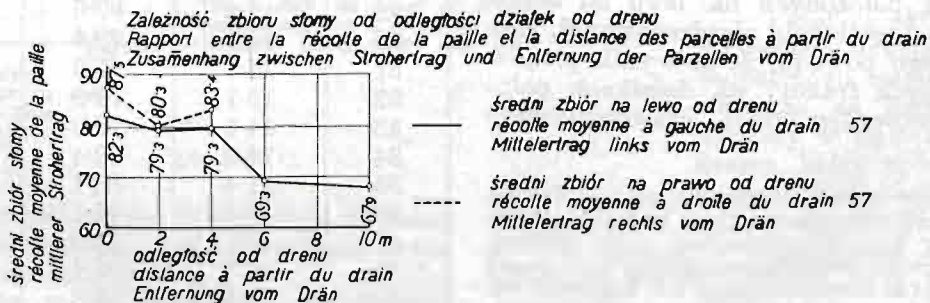
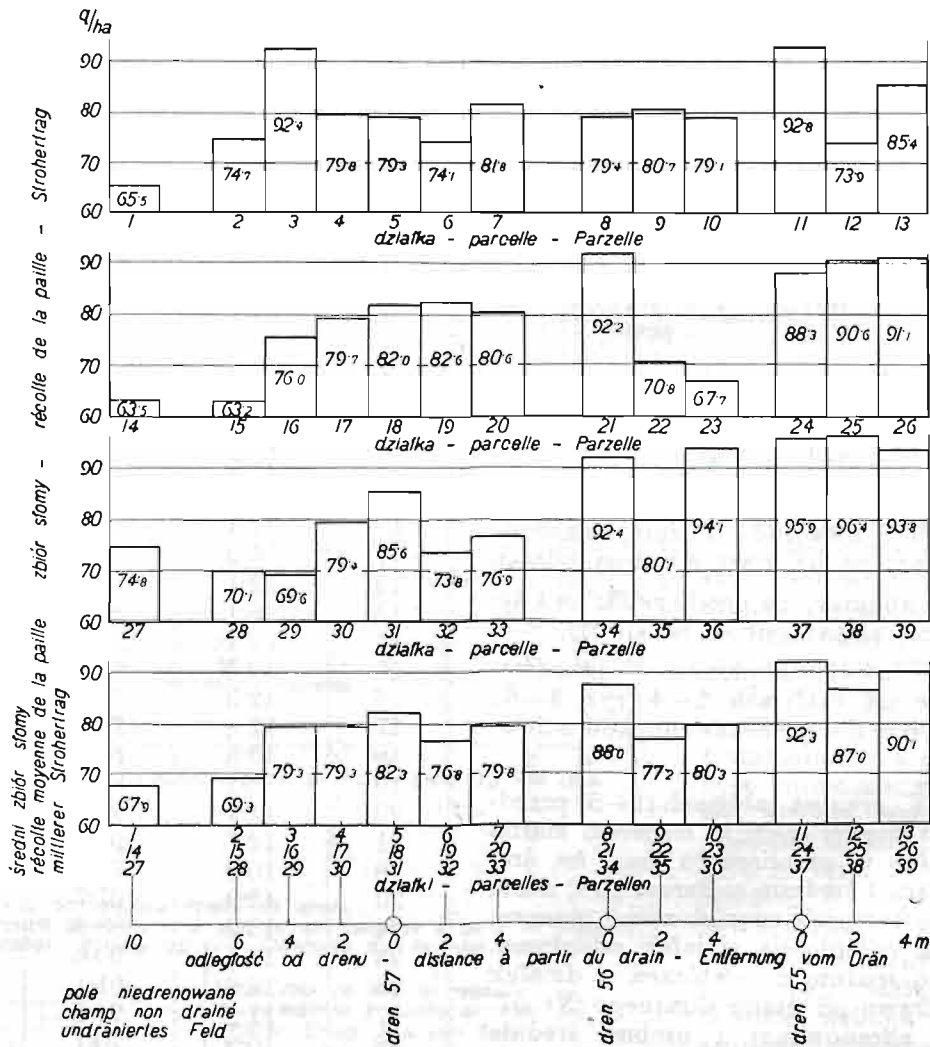
Odległość sond od drenu w m	kat. I w %	Głębokość 0.5 m		Głębokość 1.0 m	
		0	4	0	4
		0	20.56	17.45	26.97
2	59.85	59.83	59.91	59.83	
4	17.31	20.71	10.51	13.05	
6	2.27	2.00	1.47	1.29	

Jeżeli przyglądnijemy się bliżej wykresom, to można z nich wyczytać, co następuje:

Na polu zdrenowanym największy zbiór ziarna i słomy jest nad drenami, zapewne wskutek wzniesienia

Badania drenowania w Modlnicy, pow. Kraków pszenica: Blondynka
 Recherches sur le drainage à Modlnica, district de Cracovie 1932 froment: z
 Untersuchung der Drainage in Modlnica, Kreis Kraków Weizen: Grodkowic

2. Zbiór słomy z działek przeliczony na 1 ha w centn. metr.
 Récolte de la paille des parcelles comptée par 1 ha en quintaux (q = 100 kg/ha)
 Strohertrag der Parzellen umgerechnet auf je 1 ha in dz



Rys. 4.

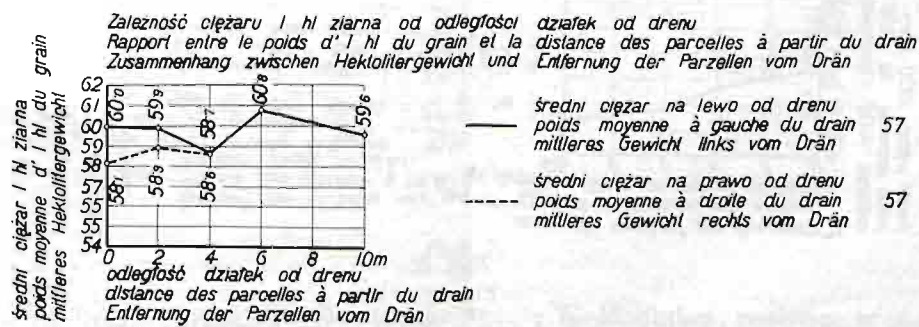
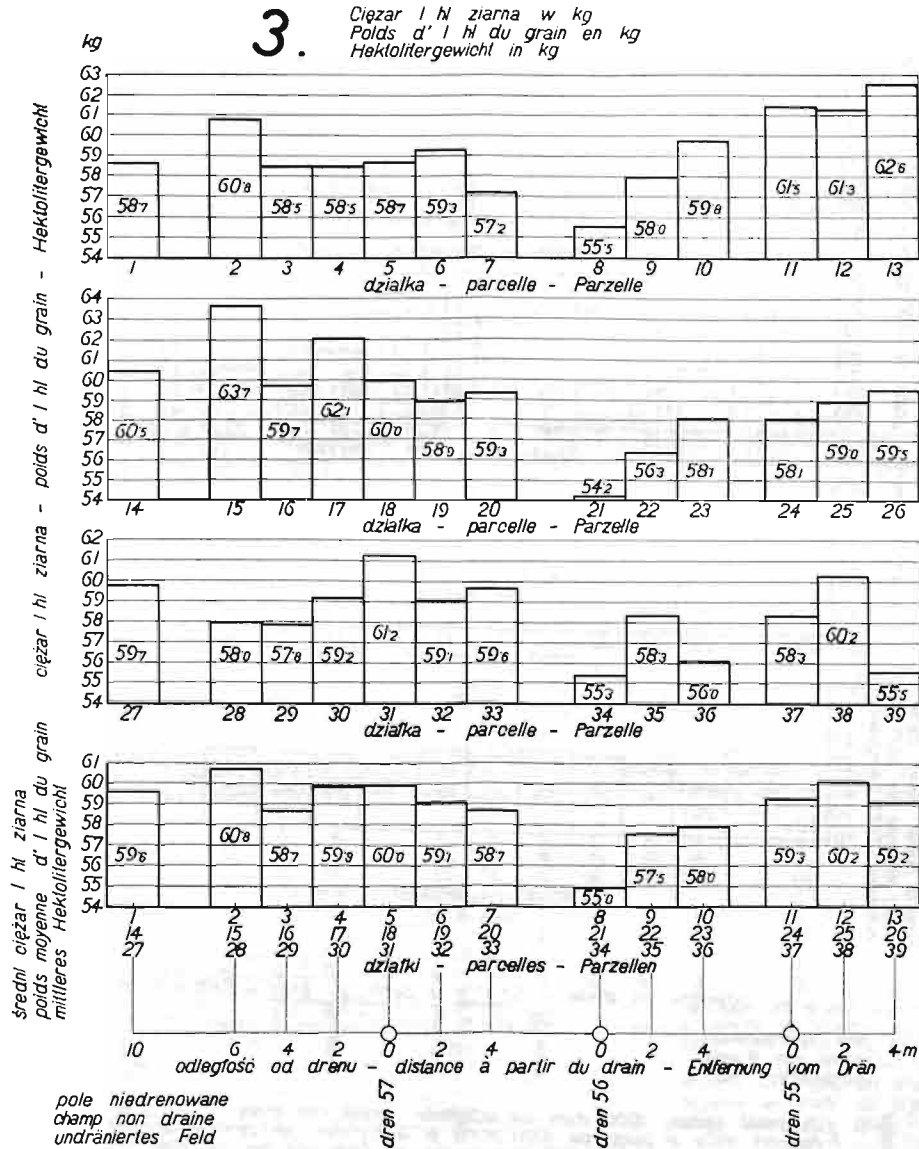
ziemi przez wykopanie i zasypanie rowów drenowych. W odległości $\frac{1}{4}$ odstępu drenów od drenu i w środku między drenami plon jest mniejszy. Działki leżące na lewo od skrajnego drenu, więc na polu niezdrutowanym, wykazują zmniejszanie się plonu w miarę większego oddalenia działek od drenu. Krzywa związku między wielkością plonów i odległością działek na lewo

drenu jest widoczny większy wpływ obu drenów, co by znów wskazywało, że odstęp drenów mógłby być większy niż 8 m.

Jeżeli przypatrzymy się krzywej zależności ciężaru 1 hl ziarna od odległości działek od drenu, to widzimy, że ciężar ten prawie się nie zmienia z odległością i nie widać większego wpływu dwóch drenów. Jeżeli

Badania drenowania w Modlnicy, pow. Kraków
Recherches sur le drainage à Modlnica, district de Cracovie 1932
Untersuchung der Drainage in Modlnica, Kreis Kraków

pszenica: Blondynka
froment: z
Weizen: Gradkowitz



Rys. 5.

od drenu skrajnego spada silnie dla plonu ziarna i słomy w odległości od drenu między 4 a 6 m. Racjonalna odległość drenów wypadłaby między 8 a 12 m.

Dalej widzimy, że krzywa zależności ciężaru 1000 ziarna od odległości działek od drenu spada silnie w odległości między 2 a 6 m, zatem odstęp drenów powinien wynosić 4 do 12 m; w odległości 4 m od

podzielimy ciężar ziarna przeliczonych na 1 ha zbranych z działek położonych nad skrajnym drenem (Nr. 57) i z działek najdalej na lewo od tego drenu położonych przez ciężar 1000 ziarna z tych działek zbranych, to otrzymamy przybliżoną ilość ziarna z pierwszych działek 63.839, z drugich zaś 56.650 tysięcy na 1 ha. Dzieląc zaś ciężar 1 hl ziarna z tych działek przez ciężar

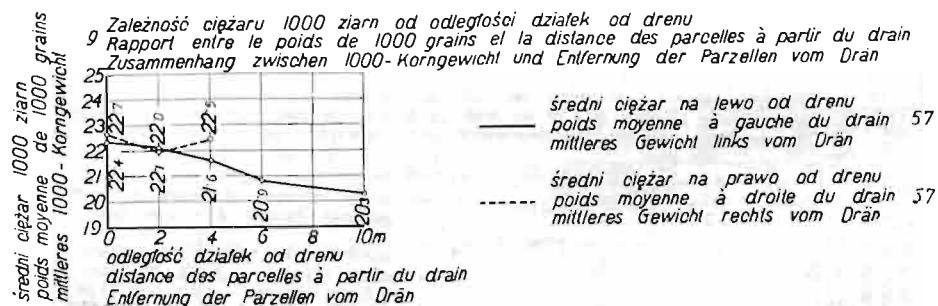
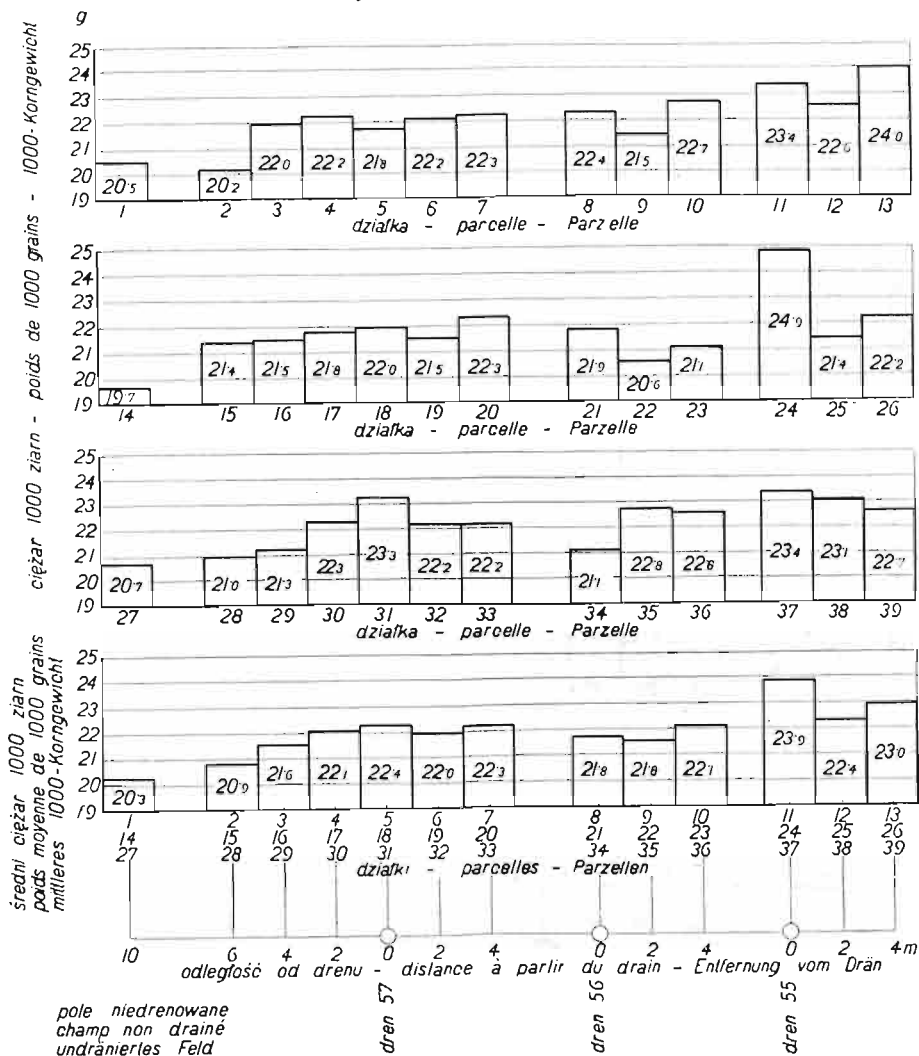
żar 1000 ziarn otrzymamy przybliżoną ilość ziarn w 1 *hl*, a mianowicie 2.679 i 2.936 tysięcy. Z powyższego wynika, że na działkach położonych nad drenem było więcej ziarn i to dorodniejszych, niż na działkach niedrenowanych, stąd też ciężar 1 *hl* ziarn z działek niedrenowanych, jako drobniejszych jest prawie ten sam,

w Modlnicy tuż przed żniwami na 40—60%. Wyrazem poważnego uszkodzenia plonu przez rdzę jest niska waga 1000 ziarn, która w niniejszym badaniu wynosiła średnio 22 *gr*, w próbie zaś wziętej przez Doc. Dra Przyborowskiego z maszyny podczas młocki około 24 *gr*. Tenże przyjmuje dla odmiany „Blondynka“ wagę

Badania drenowania w Modlnicy, pow. Kraków
Recherches sur le drainage à Modlnica, district de Cracovie 1932
Untersuchung der Drainage in Modlnica, Kreis Kraków

pszenica : Blondynka
Troment : z
Weizen : Grodkowic

4. Ciężar 1000 ziarn w g Poids de 1000 grains en g 1000 - Korngewicht in g



Rys. 6.

co ciężar 1 *hl* ziarn dorodniejszych z działek drenowanych.

Rolnicy oceniają obecnie jakościową wartość plonów raczej według wagi 1000 ziarn, niż według wagi 1 *hl* ziarn.

W r. 1932 wystąpiła w Modlnicy, podobnie jak w wielu miejscowościach Polski w silnym stopniu rdza żółta (*Puccinia graminis*)⁶⁾. Kierownik Sekcji Nasiennej przy Małop. Tow. Roln. w Krakowie Doc. U. J. Dr. J. Przyborowski oszacował straty w plonie ziarna

1000 ziarn normalną około 40 gramów, a zatem uszkodzenie przez rdzę, wyraża się obniżką plonów, przynajmniej 40% w stosunku do średnich plonów.

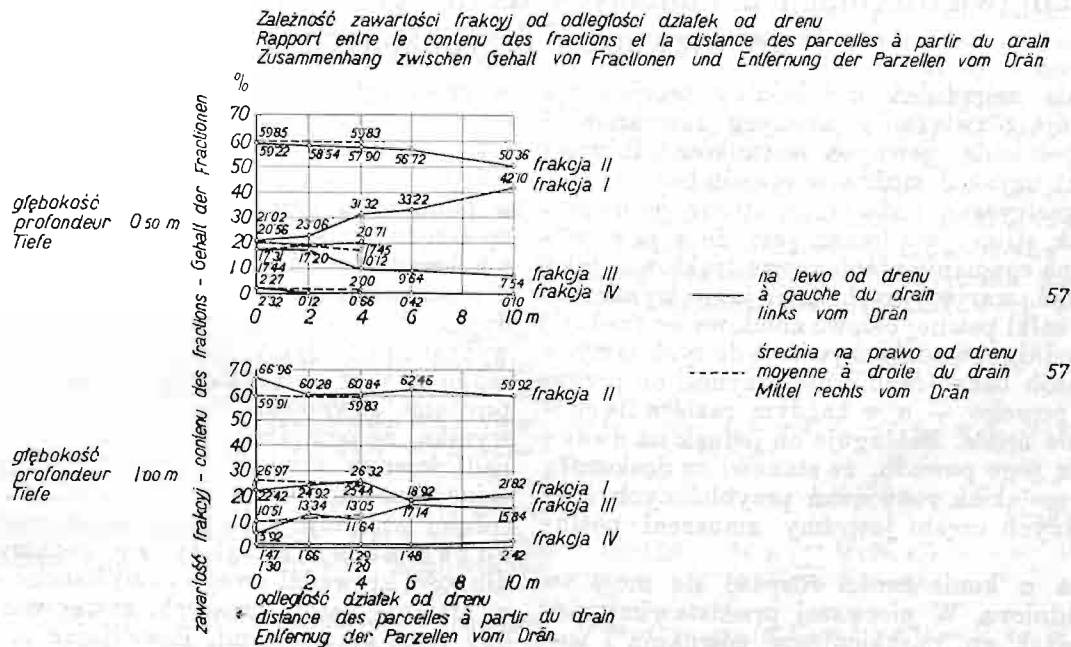
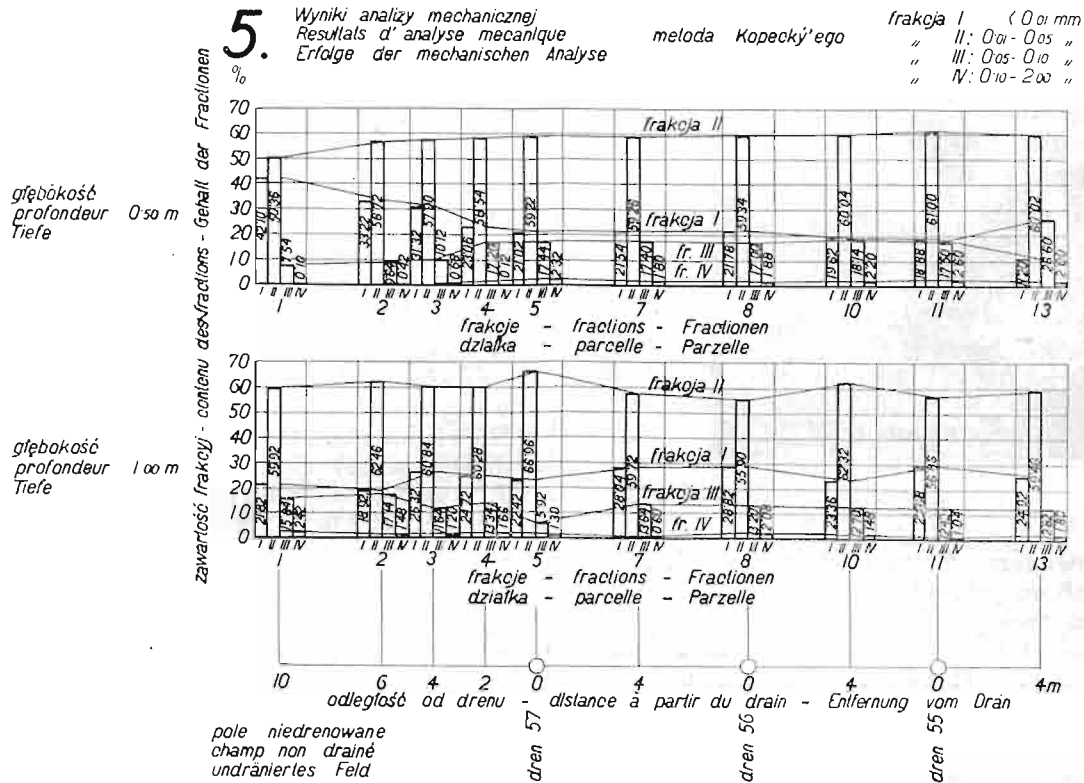
⁶⁾ Rdze są to grzybki grupy: rdzawikowate (*Uredinaceae*). Na pszenicy występują: rdza czarna albo żółta (*Puccinia graminis*), rdza żółta (*P. glumarum*), rdza brunatna (*P. dispersa*).

Rozróżniamy zarodniki letnie t. zw. uredospory, które przenoszą chorobę z rośliny na roślinę w czasie wegetacji i zarodniki spoczynkowe zimowe t. zw. teleutospory służące do prze-

Także wynikająca z doświadczenia przeciętna wysokość plonu ziarna 12·8 q z ha wynosi zaledwie — zdaniem p. Doc. Dra Przyborowskiego — 50 do 60% plonów pszenicy zbieranych średnio w lepszych gospo-

równaniu z plonami słomy tej pszenicy w dobrych latach. Jak widzimy drenowanie nie uratowało ziarna przed zniszczeniem przez rdzę, ale jest widoczne złagodzenie skutków.

Badania drenowania w Modlnicy, pow. Kraków
Recherches sur le drainage à Modlnica, district de Cracovie 1932
Untersuchung der Drainage in Modlnica, Kreis Kraków



Ryjs. 7.

darstwach w okolicy Modlnicy w pomyślnych latach. Natomiast zbiór słomy wynoszący w r. 1932 w Modlnicy średnio 80·6 q z 1 ha nie uległ zmniejszeniu w po-

trwania paszożyta przez zimę i przenoszenia się następnie na zboże najczęściej przez innego żywiciela (berberys, chwasty).

Bezpośrednie tępienie rdzy na samych roślinach n. p. przez rozpylanie kwiatu siarkowego, względnie azotniaku nie nadaje się ze względów gospodarczych. Pozostają tylko pośrednie środki jak:

1. staranna uprawa, wczesny wysiew dorodnego ziarna, wczesna wegetacja, na polach w miarę suchych, przewiewnych i słonecznych;

W Modlnicy posiano w r. 1932 dopiero po raz pierwszy „Blondynkę z Grodkowic“ — więc brak danych dla tej odmiany co do wydajności plonów z lat poprzednich.

2. unikanie zbyt obfitego nawożenia azotowego zwł. świeżym nawozem stajennym bezpośrednio przed siewem;

3. usunięcie krzaków berberysu, wykoszenie traw i chwastów na miedzach;

4. wygrabienie i spalenie mierzwy, oraz przeoranie głębokie pola;

5. hodowla odmian zboża odporniejszych na rdzę.

Jeżeli przypatrzymy się wynikom analizy mechanicznej, to zauważymy, że zawartość cząstek I. kategorii na polu niedrenowanym w głębokości 0-50 *m* maleje korzystnie w miarę zbliżania się do drenu, oraz w głębokości 1 *m* — wprawdzie nieznacznie — na polu zdrenowanym; natomiast nie widać tego zmniejszania się cząstek 1 kat. w miarę zbliżania się do drenu na



Ryc. 8.

polu niedrenowanym. Zawartość cząstek II. kat. tak w głębokości 0-5 *m*, jakoteż w głębokości 1 *m* na polu niedrenowanym raczej rośnie ku drenowi — więc korzystnie; natomiast na polu zdrenowanym różnice co do zawartości cząstek II kat. są nieznaczne.

Inż. Dr. Włodzimierz Burzyński.

O dwóch twierdzeniach minimalnych teorii sprężystości i zastosowaniu ich do rozwiązań przybliżonych^{*)}.

Rozwiązania zagadnień z dziedziny teorii sprężystości wymagają rozwiązania pewnych równań różniczkowych i spełnienia pewnych warunków. Równania te i warunki uzyskać można w sposób bezpośredni rozpatrując geometryczną i statyczną stronę problemu. Z drugiej jednak strony wiadomem jest, że w pewnych warunkach można równanie różniczkowe traktować jako rezultat rozważań warjacyjnych t. j. jako wynik badania własności całki pewnej celowo zbudowanej funkcji. Ten sposób pośredni prowadzi oczywiście do tych samych faktów co i sposób bezpośredni; nie przynosi on przeto w zasadzie nic nowego — a w każdym razie o ile chodzi o rozwiązanie ściśle. Zasługuje on jednak na uwagę między innymi z tego powodu, że stanowi on doskonałą podstawę dla wszelakich rozwiązań przybliżonych, którymi z braku innych często jesteśmy zmuszeni posługiwać się.

Notatka ta z konieczności rozpaść się musi na trzy części zasadnicze. W pierwszej przedstawimy metodę bezpośrednią t. zn. naszkicujemy równania i warunki, jakimi posługuje się teoria sprężystości; w drugiej zajmujemy się dwoma twierdzeniami minimalnymi i wykazemy, że powyższe równania i warunki z twierdzeń tych wynikają; w trzeciej wskażemy na możliwości stosowania owych twierdzeń dla celów szybkich rozwiązań przybliżonych. Całość zaokrąglimy przykładem; będzie to część ostatnia.

Weźmy pod uwagę geometrycznie określony układ, utworzony z kontinuum materialnego, umieścimy go

^{*)} Notatka niniejsza stanowi rozszerzenie wykładu habilitacyjnego, który wygłosił autor dnia 20 marca b. r. na Politechnice Lwowskiej.

Oczywiście z badań jednorazowych i z jednego pola nie można wyciągać wniosków stanowczych co do działania drenów i co do racjonalnego odstępu drenów zwłaszcza, że dzięki zniszczeniu ziarna przez rdzę, trudno wziąć pod uwagę względy ekonomiczne, które wywierają przecież także wpływ na założenie co do odstępu drenów. Badania skutków drenowania będzie się prowadzić przez szereg lat, oraz wykona się w następnych latach dalsze badania zmian zaszczyłych w glebie, jak co do absolutnej pojemności wodnej i powietrznej, co do kwasowości i t. d. Dopiero na podstawie wyników podobnych badań z szeregu lat i z większej ilości pól może uda się wyciągnąć wnioski konkretne co do sposobu oznaczenia odstępu drenów.

Staraniem mojem jest uruchomić podobne badania w południowo-zachodniej połaci kraju, więc na lössach, glinach dyluwalnych i łąch trzeciorzędowych.

Wreszcie wyjaśniam, że wytyczeniem szczegółowym działek w Modlnicy zajęli się pod kontrolą inż. M. Czerwińskiego, oraz przeprowadzili obserwacje, zbiór i zważenie plonów słuchacze Wydziału Rolniczego Uniwersytetu Jagiellońskiego pp. Jerzy Krajewski i Witold Niewiadomski. Oni również wykonali analizy mechaniczne próbek ziemi w Zakładzie Chemji Rolniczej U. J. Rysunki do niniejszej publikacji wykonał starszy asystent Zakładu Inżynierji Rolniczej U. J. inż. Franciszek Hendzel.

Podziękowanie serdeczne z naszej strony należy się właścicielowi Modlnicy p. Adamowi Konopce za niezmiernie życzliwą opiekę, okazaną naszym badaniom.

w prostokątnym układzie spólrzędnych x, y, z i podajmy działaniu przyczyn zewnętrznych w rodzaju sił i t. p. Dowolny punkt (x, y, z) tego układu zajmie położenie $(x+u, y+v, z+w)$. Przemieszczenia u, v, w punktu są ciągłymi i różniczkowalnymi funkcjami spólrzędnych x, y, z ; załóżmy, że są one tak małe, że ich kwadraty i iloczyny można pominąć w porównaniu z nimi samymi; to samo odnosi się też do ich pochodnych. W dostatecznie małym obszarze dokoła punktu wybranego możemy uważać przemieszczenia za jednorodne t. j. w szczególności założyć, iż proste pozostają prostymi, równoległe równoległymi i t. p. Z powyższego wynika, że pomyślany w owym obszarze element prostopadłościenny zamieni się na równoległościenny. Odrzucając przesunięcie i obrót tego elementu jako sztywnej całości widzimy, że w powyższym przedstawieniu istoty odkształcenia należy się dopatrywać w zmianie długości krawędzi owego pomyślanego elementu, tudzież w zmianie kątów prostych, zawartych pierwotnie między temi krawędziami. Rozwijając u, v, w w otoczeniu punktu x, y, z w wyżej scharakteryzowanym obszarze łatwo wykazać, że owe wydłużenia jednostkowe ϵ kierunków x, y, z względnie zmniejszenia γ kątów prostych yz, zx, xy wyrażają się następująco:

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x}, & \epsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y}, & \epsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} \\ \gamma_x &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}, & \gamma_y &= \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}, & \gamma_z &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Przepis zawarty w grupie (1) ma swe znaczenie w obrębie całego rozpatrywanego układu; poprostu wyobrażamy sobie, iż układ ten możemy po deformacji zbudować bez luk z elementów równoległościennych.

Pozatem z schematu (1) wynika, że możemy zawsze podać trzy dowolne funkcje u, v, w — oczywiście spełniając zastrzeżenia uboczne, wyżej podane — i z nich drogą różniczkowania wyznaczyć sześć składowych stanu odkształcenia ϵ, γ t. j. możemy z przemieszczeń przejść do odkształceń. Zgoła inaczej przedstawia się sprawa w wypadku odwrotnym; nie możemy mianowicie od ręki podać sześciu wielkości ϵ, γ jako funkcji spólrzędnych x, y, z albowiem na uwadze wciąż trzeba mieć fakt, że pochodzą one od trzech tylko funkcji u, v, w . Innymi słowy między wielkościami typu ϵ, γ istnieją pewne związki identyczne, wynikające z rugowania przemieszczeń u, v, w . Związków tych nie podajemy tutaj z uwagi na to, iż w dalszym ciągu nie będą nam one potrzebne. Zaakcentujemy natomiast jeszcze raz powyższe uwagi wyrażając sens równań (1) następująco: Układ, zbudowany z kontinuum materialnego, odkształca się w sposób geometrycznie możliwy; takim też musi być rozwiązanie teorii sprężystości.

Przyczyny zewnętrzne, działające na układ, wywołują w nim obok stanu odkształcenia także stan napięcia. Stan ten możemy określić siłami wewnętrznymi typu powierzchniowego — przy założeniu ciągłości materji a priori zrozumiałego — zwanymi naprężeniami; naprężenie σ normalne do pomyślanej dwuwymiarowej orientacji jest ciągnięciem względnie ciśnieniem, naprężenie styczne τ reprezentuje ścinanie. Oczywiście obok tych działają na zawartość układu siły masowe; składowe tych ostatnich odniesione do pomyślanej jednostki objętości oznaczymy przez f_x, f_y, f_z .

Siły obu typów muszą czynić zadość warunkom równowagi. Trzy z nich prowadzą do t. zw. twierdzenia o równowartości odpowiadających sobie naprężeń stycznych; pod „odpowiadającymi sobie“ rozumiemy naprężenia styczne prostopadle zorjentowane do krawędzi przecięcia się ich dwóch również prostopadłych płaszczyzn. Trzy następne warunki równowagi prowadzą do równań:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_z}{\partial y} + \frac{\partial \tau_y}{\partial z} + f_x - r_x + f_x &= 0 \\ \frac{\partial \tau_z}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_x}{\partial z} + f_y - r_y + f_y &= 0 \\ \frac{\partial \tau_y}{\partial x} + \frac{\partial \tau_x}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + f_z - r_z + f_z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

w których łatwo odczytać można znaczenia skrótów r_x, r_y, r_z . Równania (2) spełniać się muszą w każdym punkcie układu. Możemy to wyrazić następująco: Składowe stanu napięcia układu, zbudowanego z kontinuum materialnego, muszą być statycznie możliwe; takim też musi być odnośne rozwiązanie teorii sprężystości. Zauważymy gdzieindziej, że „możliwość“ statyczna ma sens znacznie silniej ograniczony, aniżeli „możliwość“ geometryczna.

Odnosnie równań (2) należy podkreślić jeszcze jedną ważną okoliczność. Mianowicie pamiętać należy, że x, y, z oznaczają tam spólrzędne pierwotne; podobnie σ, τ oznaczają tam granice pewnych wyrażeń, odniesionych do dwuwymiarowych elementów stanu pierwotnego; wreszcie siły f odnoszą się również do pierwotnej jednostki objętości. Ponieważ zaś równania te wyrażają równowagę układu odkształconego, przeto jasnym jest, że dla ważności tych równań jest potrzebnem, by przemieszczenia układu były co do wartości ograniczone. W ten sposób dodatkowo charakteryzujemy obszar odkształcenia pozornie jednorodnego, obszar t. zw. klasycznej teorii sprężystości.

Odnosnie stanu napięcia wypada jeszcze dodać kilka słów o transformacji składowych. Mianowicie

znajomość sześciu składowych σ, τ pozwala nam obliczyć składowe naprężenia ρ dowolnego elementu dwuwymiarowego o normalnej n z wzorów:

$$\left. \begin{aligned} \rho_x &= \sigma_x \cos(x, n) + \tau_z \cos(y, n) + \tau_y \cos(z, n) \\ \rho_y &= \tau_z \cos(x, n) + \sigma_y \cos(y, n) + \tau_x \cos(z, n) \\ \rho_z &= \tau_y \cos(x, n) + \tau_x \cos(y, n) + \sigma_z \cos(z, n) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Stwierdziliśmy dotychczas, iż rozwiązanie teorii sprężystości musi być geometrycznie i statycznie możliwe. Powiedzenie to stanie się jasnym skoro przypomnimy, że składowe ϵ, γ tudzież σ, τ wzajemnie zależą od siebie. Zależność tę wyraża prawo wiążące, to jest prawo charakteryzujące indywidualność sprężystą materiału. Jeszcze ogólniej możemy sprawę postawić stwierdzając, iż czynnikiem wiążącym oba rodzaje składowych w każdym punkcie układu jest energia wewnętrzna odniesiona do pomyślanej w tym punkcie jednostki objętości, zwana w przypadku procesów izotermicznych lub adjabatycznych energją odkształcenia lub też energją sprężystości. Energją tę możemy wyrazić składowymi jednego lub drugiego stanu; zależnie od obioru jednostek oznaczaj ją będziemy krótko $\varphi(\epsilon, \gamma)$ lub też $\psi(\sigma, \tau)$. Otóż znajomość energii jednostkowej pozwala ustalić w tej chwili prawo wiążące, a to według relacyj:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{\partial \varphi}{\partial \epsilon_x}, \quad \sigma_y = \frac{\partial \varphi}{\partial \epsilon_y}, \quad \sigma_z = \frac{\partial \varphi}{\partial \epsilon_z} \\ \tau_x &= \frac{\partial \varphi}{\partial \gamma_x}, \quad \tau_y = \frac{\partial \varphi}{\partial \gamma_y}, \quad \tau_z = \frac{\partial \varphi}{\partial \gamma_z} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial \psi}{\partial \sigma_x}, \quad \epsilon_y = \frac{\partial \psi}{\partial \sigma_y}, \quad \epsilon_z = \frac{\partial \psi}{\partial \sigma_z} \\ \gamma_x &= \frac{\partial \psi}{\partial \tau_x}, \quad \gamma_y = \frac{\partial \psi}{\partial \tau_y}, \quad \gamma_z = \frac{\partial \psi}{\partial \tau_z} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Pamiętać jednak przytem należy o następującem: Grupa (4) jest ważną niezależnie od budowy funkcji $\varphi(\epsilon, \gamma)$ — względnie wyraźniej — niezależnie od indywidualności sprężystej materiału; grupa (5) ma znaczenie jedynie wtedy, gdy $\psi(\sigma, \tau)$ jest jednorodną kwadratową funkcją.

W tym ostatnim wypadku jest oczywiście i $\varphi(\epsilon, \gamma)$ funkcją kwadratową jednorodną, a równania (4) tudzież (5) podają zależność linjową znaną powszechnie pod nazwą prawa Hooke'a. Wypadek ten wyszczególnimy dla materiałów równokierunkowych w postaci równań:

$$\begin{aligned} \varphi(\epsilon, \gamma) &= G \frac{1-\mu}{1-2\mu} (\epsilon_x^2 + \epsilon_y^2 + \epsilon_z^2) + \\ &+ G \frac{2}{1-2\mu} \epsilon_y \epsilon_z + \epsilon_x \epsilon_x + \epsilon_x \epsilon_y + \frac{1}{2} G (\gamma_x^2 + \gamma_y^2 + \gamma_z^2) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{x, y, z} &= 2G \left(\epsilon_{x, y, z} + \frac{\mu e}{1-2\mu} \right) \\ \tau_{x, y, z} &= G \cdot \gamma_{x, y, z} \\ e &= \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \psi(\sigma, \tau) &= \frac{1}{2E} (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2) - \frac{\mu}{E} (\sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x + \sigma_x \sigma_y) + \\ &+ \frac{1+\mu}{E} (\tau_x^2 + \tau_y^2 + \tau_z^2) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{x, y, z} &= \frac{1}{2G} \left(\sigma_{x, y, z} - \frac{\mu}{1+\mu} s \right) \\ \gamma_{x, y, z} &= \frac{1}{G} \cdot \tau_{x, y, z} \\ s &= \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

w których E oznacza stałą sprężystości podłużnej, $0 \leq \mu < \frac{1}{2}$ stałą zwężenia poprzecznego, $G = \frac{E}{2(1+\mu)}$ stałą sprężystości postaciowej.

Na zakończenie tego ustępu dodajmy, że funkcje $\varphi(\varepsilon, \gamma)$ tudzież $\psi(\sigma, \tau)$ są stale dodatnio. Pozatem definicje (4) i (5) pozwalają nam warjacje funkcji φ w wypadku dowolnym względnie warjacje funkcji ψ w wypadku istnienia prawa Hooke'a przedstawić następująco:

$$\delta\varphi = \sigma_x \delta\varepsilon_x + \sigma_y \delta\varepsilon_y + \sigma_z \delta\varepsilon_z + \tau_x \delta\gamma_x + \tau_y \delta\gamma_y + \tau_z \delta\gamma_z \quad (10)$$

$$\delta\psi = \varepsilon_x \delta\sigma_x + \varepsilon_y \delta\sigma_y + \varepsilon_z \delta\sigma_z + \gamma_x \delta\tau_x + \gamma_y \delta\tau_y + \gamma_z \delta\tau_z \quad (11)$$

Warjacja całkowita funkcji ψ różni się od $\delta\psi$ o wielkość $\psi(\delta\sigma, \delta\tau)$ t. j. wartość absolutnie dodatnią; analogicznie gdy φ jest funkcją jednorodną kwadratową będzie warjacja całkowita tej funkcji większą od wyżej wykazanego $\delta\varphi$ o absolutnie dodatnią wielkość $\varphi(\delta\varepsilon, \delta\gamma)$.

Po ustaleniu prawa, wiążącego składowe obu stanów, nasuwają się różne koncepcje natury matematycznej. Możemy warunki nierozdzielności (t. j. geometrycznej możliwości) wyrazić składowemi stanu napięcia; naodwrot warunków równowagi możemy wyrazić przemieszczeniami. Pomijając te możliwości przejdziemy do omówienia warunków brzegowych, przyczem ograniczymy się tu również do wypadków typowych.

Z matematycznej interpretacji dotychczasowego wyznika, iż możemy każdemu punktowi powierzchni ograniczającej układ przydzielić trzy wartości brzegowe. Istota zagadnień teorii sprężystości polega na tem, że z reguły jako owe trzy wielkości obrać należy albo przemieszczenia albo też siły powierzchniowe; najczęściej na pewnej części A_o powierzchni ograniczającej A dane są pomieszczenia u_o, v_o, w_o , na pozostałej A_p składowe p_x, p_y, p_z obciążenia powierzchniowe p . Zatem na brzegu układu spełniać się muszą warunki:

$$u = u_o, v = v_o, w = w_o \quad (12)$$

mianowicie na części A_o względnie:

$$Q_x = p_x, Q_y = p_y, Q_z = p_z \quad (13)$$

mianowicie na części A_p . Ponieważ z reguły przemieszczenia znane nam są na podporach układu, przeto warunki (12) nazywać będziemy podporowemi; warunki (13) nazwiemy warunkami obciążenia (powierzchniowego). Dla zupełności trzeba dodać, że siły obojętnościowe f_x, f_y, f_z uważać należy również za dane. Wreszcie dodajmy, że przemieszczeń brzegowych nieznanymi t. j. na części A_p nie będziemy wyróżniać żadnymi wskaźnikami; podobnie siły powierzchniowe części A_o oznaczać będziemy Q_x, Q_y, Q_z . Oczywiście może być $A_o = O$ względnie $A_p = O$.

Z uwagi na przykład, jakim zakończymy tę notatkę, musimy dodać tu pewną uwagę. Jeśli na pewnej części A_* powierzchni układu nie podamy warunków brzegowych w formie (12) czy też (13) — t. j. nie przydzielimy każdemu punktowi powierzchni trzech wartości brzegowych — to oczywiście zagadnienie jest nieokreślone i można podać niezmiernie dużo rozwiązań spełniających resztę wymogów zadania. Z rozwiązań takich korzysta się często w zastosowaniach technicznych nie bacząc często na to, że prowadzić to może do wybitnych nieporozumień. Możemy podać wspólną cechę takich rozwiązań wieloznacznych jakiegoś zagadnienia. Łatwo wykazać, że — skoro warunki (2) spełnione są w każdym punkcie układu to — w równowadze również pozostają siły objętościowe i powierzchniowe układu jako całości; z odnośnych przeto równań równowagi możemy łatwo obliczyć jakie to uogólnione siły wypadkowe przynależą części $A_o + A_*$. Owe siły obliczymy przy pomocy wielkości brzegowych Q_x, Q_y, Q_z czyli — co na jedno wychodzi — σ, τ . Zatem poszukiwana cecha charakterystyczna wyraża się tem, iż sześć całek po powierzchni $A_o + A_*$ utworzonych w pewien sposób ze składowych stanu napięcia utrzymuje w każdym z wielu możliwych rozwiązań stale tę samą wartość. Oczywiście rozwiązania poszczególne będą się tem

mniej między sobą różnić, im mniejszą będzie część z nieoznaczonymi warunkami brzegowymi w porównaniu do reszty powierzchni układu; inaczej jednak jest gdy owe części są ze sobą porównywalne. Dla wypadku $A_o = O$ posiadamy dość wyraźne kryterjum w postaci twierdzenia de Saint-Venant'a; wyjaśnia ono, że różnice takich rozwiązań odnośnie składowych stanu napięcia σ, τ stają się praktycznie małemi w odległościach od tej części powierzchni rzędu wymiarów liniowych tejże powierzchni; w tych przeto odległościach korzystać można z składowych σ, τ któregośkolwiek z wielu rozwiązań. Należy wyraźnie zaprzeczyć niekiedy spotykanemu mniemaniu, jakoby omawiane twierdzenie odnosiło się również do pomieszczeń u, v, w .

Gdy podział układu na obszary drobne, dwukrotnie już scharakteryzowane, nie zatracą istoty zagadnienia teorii sprężystości t. j. — nieco mniej ściśle, ale zato wyraźniej — gdy siłami zewnętrznymi da się utrzymać równowaga całego układu przy założeniu jego sztywności względnie — powiedzmy jasno — przy odrzuceniu jego odkształcalności, gdy ponadto warunki brzegowe mają postać (12) i (13), gdy wreszcie materia układu podlega prawu Hooke'a, to istnieje jedno i tylko jedno rozwiązanie zagadnienia, czyniące zadość definicji (1) tudzież równaniom (2). Twierdzenie to zrozumieć należy następująco: Gdyby w podanych wyżej warunkach istniały ewentualnie dwa rozwiązania, (czyniące zadość wszelkim wymogom teorii sprężystości), a mianowicie ε_1, γ_1 względnie σ_1, τ_1 tudzież ε_2, γ_2 względnie σ_2, τ_2 to z wszelką pewnością byłoby: $\varepsilon_2 - \varepsilon_1 = \gamma_2 - \gamma_1 = 0$ względnie $\sigma_2 - \sigma_1 = \tau_2 - \tau_1 = 0$.

Ostatnią uwagę, słynnem twierdzeniem Kirchhoff'a moglibyśmy zakończyć część pierwszą tej notatki. Pożądanem jednak jest zreasumować dotychczasowe.

Układ ciągły o określonej postaci tudzież określonym sposobie podparcia (12) i obciążenia (13) doznaje zmian, które można nazwać przez podanie przemieszczeń u, v, w lub składowych stanu odkształcenia ε, γ względnie też składowych stanu napięcia σ, τ , przyczem wszystkie te wielkości są funkcjami miejsca x, y, z , regulowanemi między innymi własnościami sprężystości kontinuum. Zadaniem teorii sprężystości jest określić zarówno jeden jak i drugi stan, przyczem — ponieważ oba stany są jednoznacznie określone (a w każdym razie gdy spełnia się prawo Hooke'a) — jest rzeczą obojętną, który ze stanów wyznaczmy najpierw.

Dla celów rozwiązania nasuwają się dwie metody eliminacyjne¹⁾. Zależnie mianowicie od tego czy rozwiązanie rozpoczynamy od strony odkształceń czy też naprężeń metody te streszczają w następującem resume:

Z pośród wszelkich szóstek stanów odkształceń ε, γ geometrycznie możliwych (1) i czyniących zadość warunkom podparcia (12) wybrać należy te, które prowadzą (4), (7) do szóstek σ, τ statycznie możliwych (2); rozwiązanie stanowi ta jedna jedyna szóstka, która czyni zadość reszcie warunków brzegowych t. j. warunkom obciążenia (powierzchniowego) (13).

Z pośród wszelkich szóstek naprężeń σ, τ statycznie możliwych (2) i czyniących zadość warunkom obciążenia (powierzchniowego) (13) wybrać należy te, które prowadzą (5), (9) do szóstek ε, γ geometrycznie możliwych (1); rozwiązanie stanowi ta jedna jedyna szóstka, która czyni zadość reszcie warunków brzegowych t. j. warunkom podparcia (12).

¹⁾ Poniższy sposób przedstawienia konstrukcji rozwiązań teorii sprężystości jest — o ile mi wiadomo — oryginalny.

W tem resume na uboczu postawiono sprawę matematycznego rozwoju wypadków — a w szczególności, czy do problemu brzegowego należy podchodzić od strony równania różniczkowego czy raczej od strony warunku brzegowego; dla celów tej notatki jest to rzeczą obojętną.

W części pierwszej staraliśmy się wyjaśnić, co nazywamy rozwiązaniem teorii sprężystości; w szczególności przedstawiliśmy cechy charakterystyczne składowych stanu odkształcenia i składowych stanu napięcia takiego rozwiązania. Cechy te wynikały z bezpośredniej interpretacji odnośnych równań i warunków. Będziemy się obecnie starali własności te lub chociażby ich część uzyskać na drodze „nie wprost” względnie przedstawić je w nieco odmiennym świetle. W tym celu będziemy stany faktycznie zachodzące porównywać z wszelkimi innymi z nimi sąsiadującymi. Składowe rozwiązania właściwego oznaczać będziemy ε, γ względnie σ, τ , składowe rozwiązań sąsiadujących oznaczmy przez $\varepsilon + \delta\varepsilon, \gamma + \delta\gamma$ względnie $\sigma + \delta\sigma, \tau + \delta\tau$. Zastanowimy się jakimi zaletami względnie wogóle faktami wyróżnia się rozwiązanie istotne od każdego innego z niem sąsiadującego.

Sens powyższych kilku zdań nie wyjdzie prędzej na jaw, dopóki wyraźnie nie powiemy co rozumiemy pod rozwiązaniem sąsiadującym względnie też jakie to cechy mają posiadać $\delta\varepsilon, \delta\gamma$ czy też $\delta\sigma, \delta\tau$. To co obecnie stwierdzimy będzie rzeczą istotną dla dalszego rozwoju wypadków. Wyobraźmy sobie, że punktem wyjścia są składowe stanu odkształcenia — to za rozwiązanie sąsiadujące uważać będziemy takie, którego składowe $\varepsilon + \delta\varepsilon, \gamma + \delta\gamma$ posiadają cechy geometryczne składowych stanu odkształcenia ε, γ ; pozatem $\delta\varepsilon, \delta\gamma$ są od ε, γ najzupełniej niezależne i dowolne. Analogiami — gdy punktem wyjścia będą składowe stanu napięcia, wtedy zmiany pomyślane $\delta\sigma, \delta\tau$ oberzemy tak, by $\sigma + \delta\sigma, \tau + \delta\tau$ posiadały własności charakterystyczne statyczne składowych stanu napięcia σ, τ ; pozatem jednak $\delta\sigma, \delta\tau$ są od σ, τ niezależne i najzupełniej dowolne. Z powyższego wynika między innymi, że kolejność symboli δ i δ będzie tu rzeczą obojętną, że n. p. równie dobrze można napisać $\frac{\partial \delta \sigma}{\partial x}$ jak też $\delta \frac{\partial \sigma}{\partial x}$ i t. p. Poprostu $\delta\varepsilon$ jest warjacją funkcji ε i t. d.

Drugi niezmiernie ważny fakt przedstawia się następująco: Przy wykonywaniu warjacji składowych jednego czy też drugiego stanu należy i musi się zrezygnować z usług prawa wiążącego. Zatem gdy składowym ε, γ odpowiadać w rozwiązaniu składowe σ, τ , to składowym $\varepsilon + \delta\varepsilon, \gamma + \delta\gamma$ odpowiadają również i tylko składowe σ, τ i podobnie składowym $\sigma + \delta\sigma, \tau + \delta\tau$ opowiadają również i tylko składowe ε, γ . Jednym słowem przy wykonywaniu warjacji postępować będziemy tak, jakgdyby składowe stanu odkształcenia były niezależne od składowych stanu napięcia i naodwrot. Szczegół ten jest oczywiście bardzo korzystnym; gdy się o nim zapomni — o co nie trudno, wskutek nawyku ustawicznego stosowania prawa wiążącego — doprowadzić można w zagadnieniach konkretnych do niebywałych nieporozumień i błędów. Wyjaśnimy przeto jakie jest pochodzenie powyższego nakazu. Wyobraźmy sobie w tym celu, iż — zapominając o nim — wyznaczaliśmy obok rozwiązania istotnego ε, γ względnie σ, τ drugie sąsiadujące $\varepsilon + \delta\varepsilon, \gamma + \delta\gamma$ względnie $\sigma + \delta\sigma, \tau + \delta\tau$; zważywszy na treść uwag odnoszących się do sposobu tworzenia zmian $\delta\varepsilon, \delta\gamma$ i $\delta\sigma, \delta\tau$ widzimy w tej chwili, że to rozwiązanie sąsiadujące jest również rozwiązaniem właściwym, albowiem spełnia ono wszystkie cechy i wymogi takiegoż rozwiązania. Zapytajmy obecnie, czy z przyrównania takich dwóch rozwiązań może

wyniknąć jakaś cecha szczególna w związaniu ε, γ lub — co na jedno wychodzi — σ, τ . Oczywiście nie; albowiem z wszelką pewnością rezultatem tej kalkulacji będzie wynik $\delta\varepsilon = \delta\gamma = 0$ nadto $\delta\sigma = \delta\tau = 0$. Istotnie właśnie tak dowodzi się jednoznaczności rozwiązań teorii sprężystości, o czem mówiliśmy już w części pierwszej. Nie pozostaje przeto nic innego jak uznać słusność wspomnianego wymogu. Niezależnie od ostatniej kalkulacji okaże się, że ten sposób postawienia sprawy doprowadzi nas do pomyślnych rezultatów.

Z powyższych uwag wynika, że sposób postępowania obecny silnie różni się będzie od poprzedniego opisowego. Ta różnica uwidoczni się także tem, iż w każdym z dwóch twierdzeń minimalnych, o jakich za chwilę będzie mowa, tylko połowę cech charakterystycznych wypowiemy w formie dotychczasowej, resztę ocenimy inaczej — powiedzmy — ryczałtowo, ogólniej. Aby podstawę do takiego ryczałtowego opinjowania uzyskać, musimy zamiast sześciu składowych jednego czy też drugiego stanu wprowadzić jedną funkcję, któraby te wielkości wyraźnie zawierała. Tego rodzaju funkcje posiadamy; uważnemu czytelnikowi nasuwają się zapewne funkcje $\varphi(\varepsilon, \gamma)$ względnie $\psi(\sigma, \tau)$ oczywiście odniesione do całego układu. Użycie tych wielkości byłoby zupełnie poprawne i doprowadziłoby na podobnej drodze do identycznych rezultatów. Między innymi jednak okazałoby się w toku rachunku, iż bardziej celowemi są inne wyrażenia, a mianowicie całkowita energia potencjalna układu i to jako funkcja składowych stanu odkształcenia względnie jako funkcja składowych stanu napięcia. Na funkcje te składa się energia sprężystości całego układu tudzież potencjał, t. j. ujemnie wzięta praca, sił objętościowych i powierzchniowych. Funkcje te oznaczajmy $\Phi(\varepsilon, \gamma)$ względnie $\Psi(\sigma, \tau)$ ²⁾; okaże się, że korzystnym będzie je nieco skrócić do wyrażen $\Phi_*(\varepsilon, \gamma)$ względnie $\Psi_*(\sigma, \tau)$ — ale o tem dopiero na końcu tej części.

Jest bardzo prawdopodobnem, iż położeniu równowagi układu sprężystego odpowiada pewna specjalna wartość lokalna całkowitej energii potencjalnej tegoż układu. Okaże się, iż dla układów, o jakich była mowa w części pierwszej, jest nią wartość najmniejsza w porównaniu z wszelkimi innymi t. j. dla rozwiązań sąsiadujących. Odnośna postać układu byłaby zatem postacią równowagi stałej. Niezależnie jednak od tego czy tak naprawdę jest, t. j. czy ograniczymy się do wypadków, w których stałość równowagi jest a priori uzasadnioną, czy też sprawę pojmiemy ogólniej, możemy zbadać jakie konsekwencje się pojawiają, gdy warjację funkcji:

$$\Phi(\varepsilon, \gamma) = \int_V \varphi(\varepsilon, \gamma) dV - \int_V (u f_x + v f_y + w f_z) dV - \int_{A_p} (u p_x + v p_y + w p_z) dA - \int_{A_o} (u_o q_x + v_o q_y + w_o q_z) dA \quad (14)$$

przyrównamy do zera, spełniwszy przytem pewne postulaty. O tych ostatnich niedawno mówiliśmy, a obecnie je zaakcentujemy,

Przedewszystkiem tedy do konkurencji dopuścimy tylko składowe ε, γ geometrycznie możliwe; uwidocznimy to wyraźnie w ten sposób, iż w warjacji (10) podstawimy za ε, γ wyrażenia (1). Pozatem weźmiemy pod uwagę tylko takie składowe, które czynią zadość warunkom podporowym (12); ten fakt uwidocznimy znów w ten sposób, iż w funkcji (14) skreślimy całkę, odnoszącą się do powierzchni A_o , jako niepotrzebny balast; istotnie bowiem wobec zachowania warunku

²⁾ Muszę zauważyć, iż ten jednolity sposób postępowania t. j. — wyraźniej — wywodzenie obu twierdzeń minimalnych z dwóch funkcji nie różniących się jednak zupełnie swem znaczeniem mechanicznem jest oryginalną stroną tej notatki.

brzegowego jest $\delta u_o = \delta v_o = \delta w_o = 0$, czyli warjacja owej całki będzie stale zniknąć.

Dla uspokojenia skrupułów możemy przytem dodatkowo wyjaśnić sprawę już wyżej wyjaśnioną; możemy mianowicie przyjąć, iż $\delta\varepsilon$, $\delta\gamma$ są tak małe, że nawet ewentualnie obliczone $\delta\sigma$, $\delta\tau$ nie wpływają na wartość $\delta\Phi$, lecz conajwyżej na wartość następnej warjacji $\delta^2\Phi$. Narazie przeto jest:

$$\delta\Phi = \int_V \left[\sigma_x \frac{\partial\delta u}{\partial x} + \sigma_y \frac{\partial\delta v}{\partial y} + \sigma_z \frac{\partial\delta w}{\partial z} + \tau_x \left(\frac{\partial\delta w}{\partial y} + \frac{\partial\delta v}{\partial z} \right) + \tau_y \left(\frac{\partial\delta u}{\partial z} + \frac{\partial\delta w}{\partial x} \right) + \tau_z \left(\frac{\partial\delta v}{\partial x} + \frac{\partial\delta u}{\partial y} \right) \right] dV - \int_V (f_x \delta u + f_y \delta v + f_z \delta w) dV - \int_{A_p} (p_x \delta u + p_y \delta v + p_z \delta w) dA$$

W dalszym ciągu dziewięć dodajników, znajdujących się pod znakiem pierwszej całki, przekształcimy według schematu:

$$\sigma_x \frac{\partial\delta u}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} (\sigma_x \delta u) - \frac{\partial\sigma_x}{\partial x} \cdot \delta u$$

dodajniki typu $\frac{\partial\sigma_x}{\partial x} \cdot \delta u, \dots$ zbierzmy z dodajnikami typu $f_x \delta u, \dots$ w jedną całkę objętościową, zaś pozostałą całkę objętościową z wyrażeniami podcałkowymi typu $\frac{\partial}{\partial x} (\sigma_x \delta u), \dots$ przekształćmy według znanej formuły Gauss'a-Green'a na całkę powierzchniową³⁾. Zważywszy, iż w tej ostatniej odpadają z tytułu $\delta u_o = \delta v_o = \delta w_o = 0$ te części, które odnoszą się do pola A_o możemy ją zebrać wraz z dodajnikami typu $p_x \delta u, \dots$ w jedną całkę odnoszącą się do pola A_p .

Ostatecznie przeto uwzględniając skróty, wprowadzono w równaniach (2) tudzież wzory (3) możemy poszukiwaną warjację przedstawić w formie następującej:

$$\delta\Phi = \int_{A_p} [(\varepsilon_x - p_x) \delta u + (\varepsilon_y - p_y) \delta v + (\varepsilon_z - p_z) \delta w] dA - \int_V [(r_x + f_x) \delta u + (r_y + f_y) \delta v + (r_z + f_z) \delta w] dV \quad (15)$$

Możemy obecnie powiedzieć, jakie w podanych warunkach wynikają konsekwencje z żądania:

$$\delta\Phi = 0 \quad (16)$$

Ponieważ stać się to ma przy dowolnie obranych δu , δv , δw , a obie całki są różnych rodzajów, przeto zniknąć muszą z osobna wszystkie wyszczególnione w (15) dwumiany. Powstałe jednak w ten sposób równania są identyczne z równaniami (2) i warunkami (13). Zatem równość (16) jest wyrazem statycznej możliwości i spełnienia warunków obciążenia t. j. brakującej części wymogów stawianych przez teorię sprężystości. Oczywiście sprawę można postawić też odwrotnie.

Gdy układ sprężysty składa się z obszarów, wymienionych w części pierwszej tej notatki, jest:

$$\delta^2\Phi = \int_V \varphi(\delta\varepsilon, \delta\gamma) dV$$

W tych warunkach bowiem pozostałe całki — dodajniki funkcji (14) nie wnoszą do drugiej warjacji żadnych dodatków. Pozatem powyższe wyrażenie ma wyszczególnioną budowę; gdy istnieje prawo Hooke'a. W tym wypadku wiadomym nam jest, iż w każdym punkcie układu jest $\varphi(\varepsilon, \gamma)$ dodatnie; takim przeto też jest $\delta^2\Phi$. Przypuszczać należy, iż również będzie $\delta^2\Phi > 0$ w wypadku ogólniejszego indywiduum sprężystego.

³⁾ Mamy na myśli formułę: $\int_V \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z} \right) dV = \int_A [P \cos(x, n) + Q \cos(y, n) + R \cos(z, n)] dA$, gdzie n jest kierunkiem normalnej od powierzchni A .

Konstatujemy przeto, iż warunek (16) jest identyczny z następującym:

$$\Phi(\varepsilon, \gamma) = \Phi_{\text{minimum}} \quad (17)$$

Pozostawiając sobie zreasumowanie dotychczasowego na zakończenie tej części, przejdziemy obecnie do drugiego twierdzenia minimalnego.

Przeprowadzimy tym razem warjację stanu napiecia, a mianowicie spełniwszy i tu pewne postulaty, zbadamy jakie konsekwencje wynikną z przyrównania warjacji funkcji:

$$\Psi(\sigma, \tau) = \int_V \psi(\sigma, \tau) dV - \int_V (u f_x + v f_y + w f_z) dV - \int_{A_o} (u_o \varrho_x + v_o \varrho_y + w_o \varrho_z) dA - \int_{A_p} (u p_x + v p_y + w p_z) dA \quad (18)$$

do zera.

Ponieważ siły objętościowe f są dane, zaś przemieszczenia u, v, w nie podlegają warjacji, przeto możemy w funkcji (18) odrzucić całkę, wyrażającą pracę sił objętościowych, bo jej warjacja jest równą zeru. Równie szybko możemy spełnić jeden z postulatów statycznych; mianowicie z ogółu stanów napiecia do konkurencji dopuścimy tylko te, które czynią zadość warunkom obciążenia powierzchniowego (13); ostatnie jest identyczne z skreśleniem w funkcji (18) całki odnoszącej się do pola A_p , albowiem warjacja tej całki z tytułu $\delta p_x = \delta p_y = \delta p_z = 0$ znika. Zakładając w dalszym ciągu, iż kontinuum podlega prawu Hooke'a, możemy za $\delta\psi$ wstawić wyrażenie (11). Porządkując wreszcie warjacje wyrażen $\varrho_x, \varrho_y, \varrho_z$ według dostaw kierunkowych, wykazanych w grupie (3) otrzymamy narazie:

$$\delta\Psi = \int_V (\varepsilon_x \delta\sigma_x + \varepsilon_y \delta\sigma_y + \varepsilon_z \delta\sigma_z + \gamma_x \delta\tau_x + \gamma_y \delta\tau_y + \gamma_z \delta\tau_z) dV - \int_{A_o} [(u_o \delta\sigma_x + v_o \delta\tau_x + w_o \delta\tau_y) \cos(x, n) + (u_o \delta\tau_z + v_o \delta\sigma_y + w_o \delta\tau_x) \cos(y, n) + (u_o \delta\tau_y + v_o \delta\tau_x + w_o \delta\sigma_z) \cos(z, n)] dA$$

Jednakże całkę powierzchniową zamienić możemy według niedawno użytej formuły za całkę objętościową; nota bene czynności tej nie przeszkadza fakt, iż całka ta odnosi się do powierzchni niezamkniętej A_o , bo warjacja całki tego samego typu po powierzchni A_p znika. Otrzymane w ten sposób wyrażenie podcałkowe możemy obecnie uporządkować według u, v, w tudzież $\delta\sigma, \delta\tau$. W tej chwili możemy spełnić drugi postulat; mianowicie do konkurencji dopuścimy wyłącznie stany napiecia statycznie możliwe t. j. czyniące zadość równaniom (2). W tych jednak warunkach jest $\delta r_x = \delta r_y = \delta r_z = 0$; a właśnie $\delta r_x, \delta r_y, \delta r_z$ są w powyższem uporządkowaniem przekształceniu czynnikami przy u, v, w .

Ostatecznie przeto poszukiwana warjacja przedstawia się następująco:

$$\delta\Psi = \int_V \left[\left(\varepsilon_x - \frac{\partial u}{\partial x} \right) \delta\sigma_x + \left(\varepsilon_y - \frac{\partial v}{\partial y} \right) \delta\sigma_y + \left(\varepsilon_z - \frac{\partial w}{\partial z} \right) \delta\sigma_z + \left(\gamma_x - \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) \delta\tau_x + \left(\gamma_y - \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) \delta\tau_y + \left(\gamma_z - \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \delta\tau_z \right] dV \quad (19)$$

Widzimy obecnie jakie konsekwencje w podanych warunkach pociąga za sobą żądanie:

$$\delta\Psi = 0 \quad (20)$$

Ponieważ mianowicie warunek powyższy spełnić się ma dla dowolnie pomyslaných zmian $\delta\sigma, \delta\tau$ przeto żądać musimy, by wyrażenia w nawiasach okrągłych znikły. Prowadzi to dokładnie do definicji (1), zatem do odkształceń geometrycznie możliwych. Z powyższego wynika, iż warunek (20) prowadzi do możliwych u, v, w ; znajdziemy je całkując równania uzyskane (1). Przy

czynności tej uda nam się z pewnością uczynić zadość warunkom podporowym (12); powyższe wynika stąd, że grupę pochodnych $\frac{\partial u}{\partial x}, \dots$ uzyskaliśmy wychodząc z brzegu układu t. j. od wartości u_0, v_0, w_0 . Z powodu pochodnego pochodzenia wielkości ε, γ warunki te nie wystąpiły w obecnie omawianym twierdzeniu tak wyraźnie, jak to miało niedawno miejsce w twierdzeniu pierwszym.

Jeśli układ sprężysty da się złożyć z obszarów gdziekolwiek już scharakteryzowanych, to druga warjacja funkcji $\Psi(\sigma, \tau)$ wyraża się następująco:

$$\delta^2 \Psi = \int_V \psi(\delta\sigma, \delta\tau) dV$$

Powyższe wyrażenie jest absolutnie dodatniem. Innymi słowy zamiast równości (20) możemy obecnie napisać wyraźnie:

$$\Psi(\sigma, \tau) = \Psi_{\text{minimum}} \quad (21)$$

Treść części drugiej tej notatki możemy ująć obecnie w dwa twierdzenia; nawiązując do resume części pierwszej nadamy im następujące brzmienie:

Z pośród wszelkich szóstek odkształceń ε, γ geometrycznie możliwych (1) i czyniących zadość warunkom podparcia (12) rozwiązanie stanowi ta, dla której (całkowita energia potencjalna układu jako funkcja składowych stanu odkształcenia — lub prościej) — funkcja:

$$\Phi_*(\varepsilon, \gamma) = \int_V \varphi(\varepsilon, \gamma) dV - \int_V (u f_x + v f_y + w f_z) dV - \int_{A_p} (u p_x + v p_y + w p_z) dA \quad (22)$$

staje się minimum. Twierdzenie powyższe wyraża najogólniej zasadę prac możliwych (przygotowanych). W powyższej funkcji należy u, x, w traktować za niezależne od p_x, p_y, p_z .

Z pośród wszelkich szóstek naprężeń σ, τ statycznie możliwych (2) i czyniących zadość warunkom obciążenia (powierzchniowego) (13) rozwiązanie stanowi ta, dla której (całkowita energia potencjalna układu, jako funkcja składowych stanu napięcia — lub prościej —) funkcja:

$$\Psi_*(\sigma, \tau) = \int_V \psi(\sigma, \tau) dV - \int_A (u_0 q_x + v_0 q_y + w_0 q_z) dA \quad (23)$$

staje się minimum. Twierdzenie powyższe wyraża najogólniej zasadę Castigliano'a. W powyższej funkcji należy q_x, q_y, q_z traktować za niezależne od u_0, v_0, w_0 .

Uwagi końcowe, podane w powyższych twierdzeniach, przypominają akcentowany już gdzieś indziej postulat nieaktualności prawa wiążącego. Poza to jest oczywiste, iż twierdzenia oba mogą być użyte również do części układu, byleby w miejscu podziału znane były w pierwszej grupie zagadnień p_x, p_y, p_z , w drugiej u_0, v_0, w_0 z uwagami o niezależności jak wyżej.

Na zakończenie tej części podamy jeszcze kilka luźnych uwag. Można mówić o minimum kosztów pewnego obiektu inżynierskiego, jak równie dobrze można dyskutować nad minimum n. p. ciężaru tegoż obiektu; w pewnych warunkach można dojść do tego samego rezultatu, do tego samego obiektu. Podobnie sprawa przedstawia się z podaniem twierdzeniami. Nie mają one ze sobą nic wspólnego poza rezultatem wynikłym z badania jednego i tego samego układu odmiennymi metodami. Niedopuszczalnym przeto jest nazywać twierdzenie pierwsze zasadą Castigliano'a⁴⁾ ani też naodwrot. Niema tu zbytniego celu teoretycznego poszukiwania analogij i porównań; może to mieć znaczenie co najwyżej praktyczne. Z porównań takich wynika jeden

fakt ważny, mianowicie ten, iż twierdzenie pierwsze jest znacznie ogólniejsze od drugiego, a to z tego powodu, iż dopuszcza ono wszelkie indywidua sprężyste, gdy drugie ogranicza się do materiałów podlegających prawu Hooke'a.

Wreszcie wypada zaznaczyć, iż w wypadkach szczególnych oba twierdzenia przyjmują formę znacznie prostszą. W przypadku n. p. układów uogólnionego prawa Hooke'a można twierdzenie pierwsze względnie drugie wyrazić następująco: Pochodna energii sprężystości jako funkcji pomieszczeń względnie sił podług uogólnionego przemieszczenia względnie uogólnionej siły jest równą odpowiadającej uogólnionej sile względnie odpowiadającemu uogólnionemu przemieszczeniu. Jakie dodatkowe zastrzeżenia muszą się przytem spełniać — o tem miałem sposobność pisać na łamach *Czasopisma Technicznego* kiedyś indziej. W wypadkach tych funkcje $\Phi(\varepsilon, \gamma)$ względnie $\Psi(\sigma, \tau)$ odpowiednio się upraszczają względnie przekształcają. Tego rodzaju specjalne kształty znajdują zastosowanie n. p. w teorii prętów, płyt i t. p. Podawanie ich tu zajęłoby zbyt wiele miejsca tak, że rezygnując z tego przystąpimy obecnie do trzeciej części notatki.

Trudności matematyczne pozwoliły tylko w niezbyt licznych wypadkach podać rozwiązania ściśle ważnych zagadnień teorii sprężystości. Tymczasem wymagania praktyki stawiają nas ustawicznie przed coraz to nowymi problemami, dla których zmuszeni jesteśmy podawać rozwiązania i to możliwie szybko. Z braku rozwiązania ścisłego, musimy znać chociaż rozwiązanie orientacyjne; niekiedy zresztą nie oplaca się nawet trudzić stosowaniem metod dokładnych, bo mija się to z celem. Można śmiało zaryzykować twierdzenie, iż 90% zagadnień normalnego kursu t. zw. wytrzymałości materiałów rozpatruje się w sposób przybliżony. Zastanawiamy się obecnie na czem przybliżenia mogą polegać.

Przedstawiliśmy dotychczas cechy charakteryzujące rozwiązanie dokładne. Najwidoczniej tedy rozwiązanie przybliżone polegać może na tem, że którejs z tych cech nie uczynimy zadość. I tak możemy odrzucić geometryczną możliwość, możemy zrezygnować z statycznej możliwości i wreszcie możemy zaniechać spełnienia warunków na brzegu. Istotnie można wykazać, że takie okoliczności faktycznie towarzyszą znanym naogół rozwiązaniom praktycznym. Czy i kiedy zrobiono to świadomie, a kiedy nie — trudno tu o tem mówić. W tem miejscu — dla uniknięcia nieporozumień — odrazu możemy dodać, iż rozwiązaniami z niespełnionymi wszystkimi warunkami na brzegu wogóle zajmować się nie będziemy; wypada raczej przestrzec przed takimi; łatwo bowiem przypuścić, że wielkości nie przyjmujące na brzegu wartości pożądaných mogą — według wszelkiego prawdopodobieństwa — zbyt rozbiegać się i wewnątrz układu.

Podać jakiegokolwiek bądź rozwiązanie niedokładne konkretnego zadania nie jest rzeczą trudną, skoro istnieje ich niezmiernie wiele; nie wiadomo jednak, co o niem sądzić, a więc w szczególności czy rozwiązanie to zasługuje na nazwę przybliżonego. Oczywiście sprawa przedstawia się niewyraźnie, gdy pod ręką nie posiadamy żadnego kryterjum. Wtedy postępowanie musi być bardzo oględne; trzeba się uciec do pewnych dodatkowych a szczęśliwych założeń, do czego trzeba dużego wyrobienia teoretycznego i znacznej intuicji, a z reguły kontroli doświadczalnej. Matematyczny charakter tych zabiegów da się ogólnie scharakteryzować dość prosto; chodzi poprostu o zredukowanie ilości nieświadomych, w szczególności o zamianę równań różniczkowych cząstkowych na zwyczajne i t. p. Bardzo często

⁴⁾ Jak się często zdarza n. p. w znanym podręczniku H. Lorenz'a.

a między innymi n. p. wtedy, gdy teorii nie można poprzeć eksperymentalnie, pozostaje jeden ważny szczegół nieoznaczony; niewiadomym jest mianowicie, jaki stopień przybliżenia osiągnięto w wyniku. Pożądanym przeto jest ustawić takie metody rozwiązania, któreby chociaż ryczałtowo ów stopień przybliżenia czy też błąd oceniali.

Zajmiemy się dwoma rodzajami rozwiązań przybliżonych. Za rozwiązanie pierwszego rodzaju uważać będziemy takie, którego składowe ε , γ są geometrycznie możliwe, a wynikające z nich przemieszczenia u , v , w czynią zadość warunkom podporowym; za drugie uważać będziemy zaś takie, którego składowe σ , τ są statycznie możliwe, a wynikające z nich naprężenia q_x , q_y , q_z czynią zadość warunkom obciążenia. W pierwszej kategorii z przyjętych ε , γ da się przy pomocy prawa wiążącego obliczyć składowe σ , τ ; oczywiście znajdziemy, iż nie czynią one zadość równaniom równowagi i reszcie warunków brzegowych. Okaze się przeto, iż elementy układu obdarzyliśmy pewną ruchliwością, która w rzeczywistości nie powinna mieć miejsca. W kategorii drugiej z przyjętych σ , τ wynikną za pośrednictwem prawa wiążącego składowe ε , γ ; okaże się, iż nie pokrywają się one z definicjami (1). Zatem znajdziemy, iż układ nie da się złożyć z odkształconych elementów bez luk i wzajemnych nakryć, czego w rzeczywistości nie może być; znajdziemy się prosto w takiej sytuacji jak inżynier-geometra, który daremnie stara się o dokładne zestawienie kilku arkuszy sekcyjnych mapy katastralnej; nie uda mu się ta operacja, bo naogół każdy z arkuszy „kurczy się” inaczej, jakkolwiek w terenie odnośne nieciągłości nie istnieją.

Z powyższego przedstawienia rzeczy wynika, iż celem metod przybliżonych jest ograniczyć do minimum ruchliwość elementów układu, tudzież rozłożyć ją możliwie równomiernie na cały układ względnie postarać się o to, by luki i nakrycia wzajemne elementów mniej więcej wyrównywały się w obrębie układu, by ponadto nie przybrały one niepożądanych wielkości. W ten sposób zaczyna się zarysowywać i matematyczny przebieg rozwiązań przybliżonych. Ponieważ bowiem rozwiązań tylko geometrycznie lub tylko statycznie możliwych można dla każdego konkretnego zadania ustawić bardzo dużo, przeto pożądanym jest takie ustalenie rozwiązania, które po spełnieniu warunków geometrycznej względnie statycznej możliwości zawierać będzie pewną liczbę parametrów nieoznaczonych. Parametry te trzeba będzie w dalszym ciągu oznaczyć tak, by wyżej postawionym wymagom przybliżenia stało się możliwie zadość.

Idąc konsekwentnie powyższą drogą rozumowania widzimy, iż potrzebnym nam jest obecnie jakieś ryczałtowe kryterjum ruchliwości względnie rozdzielności elementów układu. Nasuwają się rozmaite środki postępowania. Większość z nich zaczepia o teorię najmniejszych kwadratów i rachunek wyrównania. Tak n. p. w grupie pierwszej skonstatujemy, iż wielkości typu $r+f$, tudzież $q-p$ nie znikają, lecz dają pewne większe lub mniejsze odchyłki od zera. Możliwy tu przeto wyjść z założenia, iż suma kwadratów owych odchyłek, wzięta po objętości tudzież powierzchni układu, powinna być możliwie małą. Podobnie w grupie drugiej można warunki geometrycznej możliwości wyrazić składowymi stanu napięcia w postaci t. zw. równań Michell'a. Tutaj zażądaćby można, by suma kwadratów odnośnych odchyłek wzięta po objętości układu również była minimum. Metody powyższe mogą być słuszne z punktu widzenia matematycznego; przeciwstawić im można jednak pewne zarzuty. I tak w pierwszej kategorii rozwiązań nie jest wiadomym, jakie wagi przydzielić wyrażeniom $r+f$ w porównaniu z wyrażeniami $q-p$. Podobnie przedstawiony wyżej warunek minimalny dla drugiej kategorii rozwiązań pozostaje bez

widocznego wpływu na warunki podporowe; mógłby on przeto mieć znaczenie dla zadań, w których $A_0=0$. Zaletą powyższych sposobów postępowania byłby niewątpliwie fakt, iż sposób ten dostarczałby wartości błędów odnośnego rozwiązania. Zato jednak pozostawałby nierozstrzygniętym najważniejszy szkopuł; niewiadomymby się mianowicie okazało, czy przyjęty sposób postępowania zbliża się do prawdy w należytem tempie, czy prosto nie istnieje inne kryterjum, którego zastosowanie doprowadziłoby nas do rozwiązania lepiej przybliżonego.

Powyższe obawy są uzasadnione z tego powodu, iż — wprawdzie punktem wyjścia w naszkicowanych kalkulacjach były własności rozwiązania ścisłego, ale w dalszym ciągu własności te powiązane w sposób mechanicznie niczem nieuzasadnione. Na szczęście znajdujemy się w tej sytuacji, iż możemy podać kryterja mechanicznie uzasadnione. Są niemi twierdzenia końcowe części drugiej tej notatki; ze względu na cel, któremu mają one obecnie służyć musimy je odpowiednio zmodyfikować. W każdym razie w związku z dotychczasowym możemy metodę postępowania przedstawić krótko, jak następuje.

Mając rozwiązać zagadnienie typu pierwszego przyjmujemy z uwagi na formę warunku brzegowego nie składowe ε , γ , lecz wprost przemieszczenia u , v , w ; tem samem kwestja geometrycznej możliwości będzie z góry załatwioną. Jako przybliżenia dla funkcji u , v , w mogą nam służyć wyrażenia:

$$\left. \begin{aligned} u_m &= \xi_0 + a_1 \xi_1 + a_2 \xi_2 + \dots + a_m \xi_m \\ v_m &= \eta_0 + b_1 \eta_1 + b_2 \eta_2 + \dots + b_m \eta_m \\ w_m &= \zeta_0 + c_1 \zeta_1 + c_2 \zeta_2 + \dots + c_m \zeta_m \end{aligned} \right\} \dots (24)$$

W wyrażeniach tych funkcje miejsca ξ , η , ζ są tak dobrane, iż każda z nich niezależnie od wskaźnika czyni zadość warunkom podporowym tak, że również u_m , v_m , w_m owe warunki spełniają. Poza tem jest rzeczą wskazaną, a nawet ze względów matematycznych koniecznym, funkcje ξ , η , ζ znormalizować t. j. niezależnie od wskaźnika używać w całym zagadnieniu jednego typu funkcji. Doświadczenie poucza, że celem jest stosowanie funkcji trygonometrycznych, hyperbolicznych, wielomianów (n. p. Legendre'a), a rzadko stosownem użycie potęg dodatnich czy też ujemnych. Oczywiście w wypadku konkretnym może się nasuwać kilka typów takich znormalizowanych funkcji. Którąś z nich dopuścimy do konkurencji. Wstawiając wyrażenia (24) tudzież uzyskane z nich ε_m , γ_m w miejsce u , v , w , tudzież ε , γ we wzór (22) znajdziemy $\Phi_* = \Phi_{*m}$ jako funkcję parametrów nieoznaczonych a , b , c . Znajdziemy je z układu linjowych (gdy materiał podlega prawu Hooke'a) równań:

$$\frac{\partial \Phi_{*m}}{\partial a} = \frac{\partial \Phi_{*m}}{\partial b} = \frac{\partial \Phi_{*m}}{\partial c} = 0. \dots (25)$$

Przybliżenie pierwsze określają parametry $a_1^{(1)}$, $b_1^{(1)}$, $c_1^{(1)}$, podobnie przybliżenie drugie $a_1^{(2)}$, $b_1^{(2)}$, $c_1^{(2)}$, $a_2^{(2)}$, $b_2^{(2)}$, $c_2^{(2)}$, i t. d. — Odpowiadają im wartości Φ_{*1} , Φ_{*2} , i t. d. Jako ryczałtową miarę przybliżenia czy raczej dokładności można przyjąć ciąg wartości Φ_{*m} ; celem jest również upewnić się o tej dokładności w ten sposób, iż obierzemy jakiś charakterystyczny punkt (x' , y' , z') układu i obliczymy dla niego kolejne przybliżenia przemieszczeń, więc u'_m , v'_m , w'_m . Gdy mianowicie okaże się, iż dwie kolejne aproksymacje praktycznie mało między sobą różnią się, należy rachunek przerwać i poprzestać na rezultatach osiągniętych. Z matematycznego punktu widzenia był powyższy sposób postępowania konieczny, ale nie wystarczający. Z tego też powodu należy wyraźnie się zastrzec, iż rachunek ten ma pewne znaczenie dla przybliżeń u , v , w , natomiast traci je dla pochodnych u , v , w , a więc w szcze-

gólności dla odkształceń ε , γ , a w konsekwencji i naprężeń σ , τ ; łatwo jest podać przykłady, w których u , v , w , znalezione z dokładnością n. p. 1%, prowadzą do σ , τ dokładnych tylko na 50% lub mniej. Chcąc i w odniesieniu do ε , γ względnie σ , τ zwiększyć dokładność należy zbadać odnośne ciągi utworzone z pochodnych u , v , w ; naogół rzecz biorąc okaże się, iż ową dokładność osiągniemy kosztem zwiększonej ilości parametrów a , b , c , więc i równań (25); o innym sposobie postępowania powiemy za chwilę.

Między innymi możemy n. p. zarzucić rozwiązywanie przy pomocy kryterjum stosującego funkcję (22) i zagadnienie rozwiązać jak w typie drugim. Ten zaś przedstawia się jak niżej. Obieramy sześć funkcji:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_m &= s_0 + \alpha_1 s_1 + \alpha_2 s_2 + \dots + \alpha_m s_m \\ \tau_m &= t_0 + \beta_1 t_1 + \beta_2 t_2 + \dots + \beta_m t_m \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

Tutaj α , β są parametrami nieoznaczonymi, zaś s , t funkcjami znormalizowanymi miejsca, a czyniącymi zadanie warunkom obciążenia powierzchniowego; dla

uproszczenia pisowni pominięto tu dodatkowe wskaźniki x , y , z przy σ , τ , s , t , a , β . Przy pomocy powyższych założeń obliczyć możemy wielkość typu ϱ_m , a wstawiając wszystko we wzór (23) znajdziemy wielkość $\Psi_{*m} = \Psi_{*m}$ jako funkcję wyłącznie parametrów α , β . Te ostatnie znajdziemy z warunku ekstremalnego:

$$\frac{\partial \Psi_{*m}}{\partial \alpha} = \frac{\partial \Psi_{*m}}{\partial \beta} = 0. \quad (27)$$

Za miarę dokładności można analogicznie uważać ciąg wartości Ψ_{*m} , względnie wartości σ'_m , τ'_m wybranego punktu. Rachunek urywamy przekonawszy się, iż posiadające przybliżenia praktycznie mało między sobą się różnią. Z rozwiązania (26) z wyszczególnieniami (27) nie można wnioskować, o przemieszczeniach u , v , w , jednakże nie dlatego — wyraźnie podkreślam — jakoby, jak niedawno można było wątpić o dokładności tych ostatnich, tylko dlatego, że do przejścia do u , v , w mamy obecnie wogóle drogę zamkniętą.

(Dok. nast.).

Wiadomości z literatury technicznej.

Żelazo - beton.

— **Doświadczenia w zakresie uzbrojenia przeciw siłom ścinającym belek żelbetowych** opisuje prof. Probst w *D. Bauingenieur* (1931, str. 208). Z doświadczeń tych wynika, że korzystniejsza jest większa ilość słabych prętów od mniejszej ilości silnych. Doświadczenia te okazują też, że w rzeczywistości naprężenia w prętach odgiętych są mniejsze, niż wypadają z obliczeń przy zwykłych założeniach.

— **Nowe rosyjskie rozporządzenie żelbetowe** omawia Mayer w *D. Bauingenieur* (1931, str. 240). Naprężenia dopuszczalne wyznacza się w procentach wytrzymałości kostkowej. Przy ciśnieniu osiowym należy przyjąć 40%, przy zginaniu 45%, przy uwzględnieniu ciepłoty lub wiatru 55%, przy uwzględnieniu obu 65%, przy uwzględnieniu wszystkich niekorzystnych wpływów (osiadanie, obciążenie przy zestawianiu) 70%, a więc może dojść naprężenie do 145 kg/cm^2 . W zgrubieniach belki teowej można przyjąć 10% więcej, a więc do 160 kg/cm^2 . Dla budowli 3-iej klasy, na przeciąg czasu najwyżej 40 lat można jeszcze powiększyć naprężenia o 10%, więc do 175 kg/cm^2 , przy betonie wyborowym. Naprężenia te są niesłychanie wysokie. Dla normalnego żelaza dopuszcza się analogicznie 1250, 1400, 1500 i 1600 kg/cm^2 , dla stali wyborowej 1600 kg/cm^2 , dla stali krzemionkowej 1850 kg/cm^2 . Podobnie liberalnie traktuje rozporządzenie wyboycznie.

— **Przepisy Izby syndykalnej francuskiej co do żelbetu** omawia *Génie Civil* (1931 II, str. 547). We Francji ważne jest dotychczas rozporządzenie z r. 1906, nie uwzględniające z natury rzeczy postępu nauki od tego czasu. Dlatego Izba syndykalna konstruktorów żelbetu we Francji wydała regulamin, którego się mają trzymać członkowie Izby. Regulamin przyjmuje n zmienne $n = 10 + \frac{bh}{20 F_2}$. Jeżeli nazwiemy procent uzbrojenia $p = \frac{bh}{100 F_2}$, to $n = 10 + 5p$.

— **O racjonalnym projektowaniu przekrojów żelbetowych** pisze inż. Łazoryk w *Cemencie* (1932, str. 448). Chodzi tu o obustronne uzbrojenie przekrojów ciśnionych mimośrodkowo. Autor oblicza położenie osi obojętnej i wielkość obu wkładek żelaznych. Dla uproszczenia autor podaje wykresy, znacznie ułatwiające obliczenie.

— **Sztywne uzbrojenie pomostu żelbetowego** (*Die Bautechnik* 1931, str. 68) składa się z kilku żelaz okrągłych połączonych słabą kratą zapomocą spawania. Sposobu tego użyto przy moście na Ohio pod Louisville i moście ambasada-

dorów w Detroit. Uzbrojenie tak usztywnione da się wygodnie ułożyć i zabetonować. Próby obciążenia wykazały, że raczej ciśnione żelaza się wygięły, ale szwy spajane nigdzie nie puściły.

Dr. M. Thullie.

Mosty.

— **Most kolejowy na Rurze pod Düren** opisuje Dr. Tils. Jest on dwutorowy o rozpiętości 75·1 m. Belki główne są pochylone tak, że są 2 pasy dolne a jeden górny, przekrój więc poprzeczny mostu przedstawia trójkąt (*Die Bautechnik*, 1931, str. 69). Wysokość belek jest 14·5, odstęp pasów dolnych 13·5 m. Most jest bardzo wytrzymały na siły poziome ugięcie jest takie same, jak przy moście 4-pasowym o tej samej wysokości.

— **Most wiszący fortu Lee na Hudsonie w Nowym Yorku.** (*Génie Civ.* 1931 II, str. 157) o rozp. 1067·5 m ma 4 kable o średnicy 915 mm. Strzałka wynosi 105 m. Kable te noszą za pośrednictwem słupów wiszących w odstępach 18·3 m most dwupiętrowy. Górne piętro przeznaczone dla drogi, dolne niesie 4 tory kolejowe. Kabel składa się z 61 wiązek, z których każda ma 434 drutów 5 mm grubych. Druty są ze stali Martina o wytrzymałości po galwanizowaniu 16100 kg/cm^2 . Otwarcie mostu nastąpiło 24 X. 1931. Koszt wyniósł 60 milj. dolarów.

— **Zestawienie mostu żelaznego łukowego na Le Kill van Kull** obok Nowego Yorku opisuje Confourier w *Génie Civil* (1931 II, 593). Łuk ten ma rozpiętość 510 m, a więc rekordową dla łuków. Most zestawiano bez rusztowań przy użyciu tylko trzech podpór pośrednich.

Dr. M. Thullie.

RECENZJE I KRYTYKI.

Dr. K. Bartel: „Kotierte Projektionen“, opracowane w niemieckim tekście przez Dr. W. Haack'a. Lipsk i Berlin 1933 r. Nakładem firmy B. G. Teubner.

Z prawdziwą satysfakcją powitać należy ukazanie się wymienionego dzieła, będącego tłumaczeniem z polskiego II-go wydania z r. 1931 „Rutów cechowanych“, albowiem do rzadkich unikatów należy przyswojenie literaturze niemieckiej naukowego dzieła wydanego w języku polskim. Satysfakcja ta jest tem większą, iż wydawnictwo to stanowi dowód, że w danej dziedzinie wyprzedziliśmy bardzo poważną twórczość naukową niemiecką.

Co do treści, wydawnictwo to jest zupełnie zgodne z II wydaniem polskim, znanym naszym inżynierom i architektom. Podnieść przytem należy wprost wzorową staranność wydania, rzadko spotykaną u nas, graniczącą nawet

z pojęciem luksusu, dającą pełne zadowolenie czytelnikowi nie tylko odnośnie do treści lecz również i formy zewnętrznej, przynoszącej prawdziwy zaszczyt firmie wydawniczej. Jak się dowiadujemy, wymieniona firma nakładowa drukuje obecnie również drugie dzieło Prof. Bartla, mianowicie „Perspektywę malarską“, która niebawem ukaże się w handlu księgarskim.

E. B.

RÓŻNE SPRAWY.

Wystawa „Przyroda, Zdrowie i Opieka Społeczna“. Na prośbę Dyrekcji Międzynarodowych Targów Poznańskich odbyła się w Ministerstwie Spraw Wewnętrznych pod przewodnictwem inż. Z. Rudolfa, kierownika Referatu Techniki Sanitarnej, konferencja zainteresowanych organizacji naukowo-społecznych z udziałem przedstawiciela Ministerstwa Opieki Społecznej w sprawie zaprojektowania formy i ogólnego kierunku działu budownictwa sanitarnego na wystawie „Przyroda, Zdrowie i Opieka Społeczna“, mającej być otwartą 12 września b. r.

Zespół przedstawicieli zaproszonych na konferencję organizacji uznano za Komitet Organizacyjny wymienionego działu wystawy i wybrano Prezydium z pośród przedstawicieli następujących organizacji: 1. Polskiego Towarzystwa Reformy Mieszkaniowej. 2. Związku Stowarzyszeń Architektów Polskich. 3. Związku Związków Technicznych. 4. Polskiego Instytutu Wodociągowo-Kanalizacyjnego i 5. Ministerstwa Spraw Wewnętrznych, które będzie nadal współdziałało w organizacji wystawy.

Kongresy i Zjazdy.

Trzeci Polski Kongres Drogowy odbędzie się w końcu grudnia 1933 r., lub na początku stycznia 1934 r. w Warszawie.

Zarząd Stowarzyszenia Członków Polskich Kongresów Drogowych prosi wszystkich interesujących się sprawą drogową, a przede wszystkim członków Stowarzyszenia, o opracowanie referatów na tematy:

I. Sprawy finansów drogowych.

1. Państwowy Fundusz Drogowy.
2. Znaczenie Funduszu Pracy dla gospodarki drogowej.
3. Gospodarka finansowo-drogowa Samorządów.
4. Spółki drogowe.

II. Sprawy techniczne.

5. Praktyka i wyniki zastosowania budowy różnych nawierzchni drogowych w Polsce.

Zawiadomienie o zamiarze ogłoszenia referatu należy nadesłać do dnia 1 września 1933 r., a same referaty do dnia 15 października 1933 r. pod adresem: Warszawa, ul. Chałubińskiego 4. Departament VII Minist. Komunikacji, dla Zarządu Stowarzyszenia Członków Polskich Kongresów Drogowych.

XV-ty Zjazd Gazowników i Wodociągowców Polskich w Gdyni. W dniach od 29 czerwca do 2 lipca b. r. odbył się w Gdyni pod protektoratem Pana Prezydenta R. P. Zjazd Gazowników i Wodociągowców Polskich. Obradom Zjazdu przewodniczył dyrektor Wodociągów i Kanalizacji m. st. Warszawy, inż. Włodzimierz Rabczewski, prezes Zrzeszenia Gazowników i Wodociągowców Polskich i Związku Gospodarczego Gazowni i Zakładów Wodociągowych oraz Związku Zrzeszeń Gazowników i Wodociągowców Polskich, Czechosłowackich i Jugosłowiańskich.

Otwarcie Zjazdu poprzedziło nabożeństwo w kaplicy nowego gmachu Szkoły Morskiej. W otwarciu wzięli udział na czele z inż. Włodzimierzem Szaniawskim, wicekomisa-

rzem rządu m. Gdyni, miejscowi przedstawiciele władz i urzędów rządowych, samorządowych i morskich, oraz delegaci instytucji społecznych i naukowych miejscowych i z całej Polski. W Prezydium Zjazdu zasiedli obok członków komitetu honorowego i organizacyjnego również goście zagraniczni, przedstawiciele miasta Pragi oraz Zrzeszenia Gazowników i Wodociągowców czechosłowackich z prezesem inż. Ledlem na czele i jugosłowiańskich z prezesem inż. Bartlem.

Obrady toczyły się w dwóch sekcjach, gazowniczej i wodociągowej i obejmowały aktualne referaty z zakresu naukowo-technicznego i gospodarczo-społecznego.

Do najciekawszych referatów należy zaliczyć: Inż. Bartl, „Wpływ kryzysu na ekonomiczny rozwój przemysłu gazowniczego w Jugosławji“; Inż. Jedlicka „Wpływ kryzysu na gazownictwo w Czechosłowacji“; Inż. Seifart „Konierność uzgodnienia taryf gazowni i elektrowni komunalnych, a kryzys gospodarczy“; Inż. Piotrowski „Wpływ kryzysu ekonomicznego na zużycie wody w miastach polskich“; Inż. Włodzimierz Rabczewski „Wpływ kryzysu ekonomicznego na stan i rozwój istniejących wodociągów i kanalizacji miast polskich“; Inż. Werstadt „O wpływie kryzysu na wodociągi w Czechosłowacji“.

Podobne referaty referowali również Inż. Skorazewski i Inż. Wojnarowicz.

Osobną grupę stanowiły referaty z dziedziny techniki gazowniczej, gdzie referował Inż. dr. Dubois „O zastosowaniu pieców Pietersa“, Inż. Havelka „O cenach węgla w gazowniach“, Inż. Jedlicka „O zbiornikach na gaz“, Inż. Krzyżkiewicz „O generatorach na gaz wodny“, Inż. Pisula „O piecach małokomorowych w Gnieźnie“, Inż. Popławski i Kalinowski „O badaniu węgla w gazowni warszawskiej“, Inż. Wieleżyński i Inż. Staszkiwicz „O gazowni w Gdyni“, Inż. Klimczak „O stosowaniu gazu mieszanego i rentowności gazowni“.

Inż. Malecki wygłosił dwa odczyty o gazownictwie amerykańskim a o zagadnieniach związanych z gazem ziemnym i gazolem traktowały referaty pp. Mogilnickiego, Rzepeckiego, Sulimirskiego i Żardeckiego.

W sekcji wodociągowej w grupie technicznej, wygłoszono referaty: Inż. Michalski „Wodociągi i Kanalizacja miasta Gdyni“, Inż. Nowakowski „Urządzenia filtracyjne wodociągu państwowego w Maczkach“, Inż. Piotrowski „Chlorowanie wody na podstawie praktyki wodociągów Warszawskich“, Pomorski Jan „Drogi do potaniania urządzeń wodociągowo-kanalizacyjnych w związku z budową tanich domów“, Inż. Rudolf i Kowalczyk „O metodach usuwania śmieci“.

W dniu 2 lipca odbyło się posiedzenie Związku Zrzeszeń Gazowników i Wodociągowców słowiańskich, które uchwaliło statut i wytyczne pracy na przyszłość.

XV-ty Zjazd powziął szereg rezolucji ogłoszonych podczas zamknięcia, w którym wzięli udział przedstawiciele Ministerstw i Władz na czele z Komisarzem miasta Gdyni p. Sokołem.

Zjazd otrzymał szereg gratulacji z kraju i z zagranicy oraz wystosował depezę do Prezydenta Rzeczypospolitej Polskiej i do Marszałka Piłsudskiego, p. Prezesa Rady Ministrów oraz pp. Ministrów Spraw Wewnętrznych i Przemysłu i Handlu.

Uczestnicy Zjazdu wzięli udział w zwiedzaniu portu i zakładów przemysłowych m. Gdyni oraz w szeregu wy- cieczek.

XV-ty Zjazd Gazowników i Wodociągowców Polskich dowiódł swymi poważnymi pracami żywotności gazownictwa oraz rozwoju wodociągów i kanalizacji w Polsce, które mimo panującego kryzysu gospodarczego wykazały się mogą do- nosnymi rezultatami pracy.