NAUKA
MATEMATYKI.

do użycia

ARTYLERYI FRANCUZKJEY

napiſana przez P. Bezout

Towarzyſza Akademij Nauk, i Marynarſkiey &c. a dla pożytku poſpolitego, oſobliwiey dla

KORPUSU ARTYLERYI NARODOWEY

na Polſki ięzyk

PRZEŁOZONA

z Roſkazu i Nakładém

JEGO KROLEWSKIEY MCI.

PANA NASZEGO MIŁOSCIWEGO

do Druku

PODANA

TOM PIERWSZY

Zawieraiący w ſobie Fundamenta Arytmetyki i Jeometryi.

w WARSZAWIE
W DRUKARNI XX. MISSYONARZOW.

R. P. M. DCC.LXXXI.

NAYJASNIEYSZY
MIŁOSCIWY PANIE.

PRzyſtępność TRONU, *która zo-ſtanie w potomne czaſy, znaczną céchą Nayłaskawſzego Panowania* W. K.

Mci. PANA *Nam Miłościwego, to ſprawuie, że nietylko wſzyſtkich udaiących ſię* do CIEBIE *Miłościwy* PANIE, *chętnie przyimuieſz; ale nawet ſam pociągać raczyſz do beśpiecznieyſzego przyſtępu, i tych, którzy przez głębokie* MAJESTATU *uſzanówanie, nieśmieliby przybliżyć ſię do* NIEGO.

Tak ieſt, NAYIASNIEYSZY PANIE: *podobało ſię* W. K. MCi. *roskazać mi, ażebym wydał na świątło, przełoże-*

łożenie téy xiążki na Oyczysty ięzyk: który-to Roskáz, złączony oráz z nakładém na wykonanie onego, obrócił to dla mnie w powinność, czego z żadnéy miary, życzyć mi nawet sobie niémożna było, bez zaciągnienia słuszney nagany, zuchwałego umysłu,

Zapominam więc, na ten moment, o wszelkiéy nieudolności téy lichéy pracy, a niepomniąc, tylko na móy obowiązek, i na wrodzoną dobroć W. K. MCi. PANU ME-

)4(MU

MU MIŁOSCIWEMU, *ninieyszą Naukę Matematyki, zmierzaiącą osobliwiey do pożytku tego Korpusu, który zawsze doznawał i doznaie szczególnieyszey Opieki* W. K. MCi, *składam pokornie przy nogach* PANSKICH

WĄSZEY KROLEWSIEY MOSCI

PANA MEGO MIŁOSCIWEGO

Wierny i nayniższy poddany.

Jozef Jakubowski

Kapit: i Profes: Ar: Kor:

DO

Do

ŁASKAWEGO CZYTELNIKA

a mianowicie

do J. O. Xiążęcia Jegomości Adamą *CZARTORYSKIEGO*

Jenerała Ziem. Podol. &c.

Widząc potrzebę, napiſania kilku wierſzów do Czytelnika, względem przełożenia tey xiążki na ſwoyſki język, poważam ſię obrócić mowę moię, z powinnem uſzanowaniem, mianowicie do WXMci, za łaſkawem JEGO pozwoleniem; a to z tego powodu, że ſzczególnieyſzym ſpoſobem, znam ſię bydź obowiązanym, do ſprawienia ſie przed WX Mcią w tey materyi.

Przez iedyną wſpaniałość umyſłu Twego J. O. Xiąże, raczyłeś łożyć koſzt na podróż moię zagraniczną, i dwuroczne ćwiczenie ſię, oſobliwie w tém co do Artyleryi należeć może, niewſpominaiąc innych doznanych łaſk, których wyznaię ſię ſzczérze bydź niegodnym, bo niemiałem żadney ſpoſobności, na nie ſobie zaſłużyć. Zatem wydaiąc na światło, za dobroczynnym dla mnie Roſkazem JK MCi PANA NASZEGO MIŁOSCIWEGO, przeło-

żenie

żenie tey Nauki, którey poznanie winien ieftem fzczodrobliwości W X Mci, zdało mi fię bydź rzeczą flufzną, ażebym ofobliwiey przed NIM, ufprawiedliwił niektóre okoliczności, tyczące fię przetłómaczenia tey Xiążki. Przy tey zaś okazyi, niech mi fię oráz godzi, za tak wielorakie łafki, oświadczyć W X Mci, pokorną wdzięczność, i głębokie podziękowanie.

Teráz co należy do rzeczy famey; ta Nauka Matematyki, zawarta będzie w czterech tomach, tak, iak ieft w Autorze Francuzkim. W pierwfzym tomie daią fię fundamenta Arytmetyki, i Jeometryi; w drugim Algebra, tudzież przyftófówanie Algebry do Jeometryi, i do linij krzywych, powftaiących z różnych przecięciów *ftożka* (conus); w trzecim, Rachunki ilościów niefkończonych (infinitefimalis), fłużące za wftęp, do nauk *Fizyczno Matematycznych*, tudzież powfzechne zafady *Mechaniki* i *Hidroftatyki;* nakoniec w czwartym tomie, daią fię przyftófówania prawideł uftanowionych w trzecim tomie, do różnych przypadków ciał, iużto uważonych w ruchu, iuż w równowadze, a zatém do wszelkich *filniów* (machina) i. t. d.

Lubo ta Xiążka ieft napifana umyślnie dla Artyleryi Francuzkiey, atoli może flużyć do powfzechnego użycia, iak w rzeczy famey fłuży i we Francyi: przemieniwfzy tylko niektóre przykłady Artyleryczne, w przykłady zmierzaiące w szczególności, do tego célu, iaki fobie kto założył. Komukolwiek, iak w innych materyach, tak

i w

i w tey, niepodobaią ſię drobne ſzkolności, daremnie obciążaiące pamięć, i odſtręczaiące od ſiebie, umyſły rozſądne, ſzukaiące rzetelnego pożytku, ten ſpodziéwam ſię, znaydzie w tym dziéle, zadość uczynienie ſwemu żądaniu.

Ja w tłómaczeniu, ſtarałém ſię przywięzówać ſię nietak do ſłow, iako raczéy do wyrażenia myſli Autora, w ſpoſób, ile możności proſty, iaſny, i krótki. W przełożeniu wyrazów właściwych tey Nauce, ſtóſówałém ſię do ſłów, upoważnionych wyborém Prześw. Kommiſſyi Edukacyiney: na których mi zaś zbywało, pozwoliłem ſobie przełożyć ie podług rozumiénia właſnego, z tym warunkiém, że ie gotów ieſtém poprawić, iak wyidą dalſze dziéła teyże Prześw. Kommiſſyi, podług któréy uſtaw, uſiłowałém także, zachować ſię i w *Piſowni* (orthographia). Jeżeli zaś, (iak mam przyczynę obawiać ſię), uchybiłém w niektórych mieyſcach, fundamentów nieſpracowanego Autora Grammatyki dla ſzkół Narodowych, Łaſkawy czytelnik niechay to przebaczyć raczy, częścią memu początkowému w téy miérze przedſięwzięciu, częścią Drukarni.

ZBIOR

ZBIOR

Wyrazów Polskich użytych w tym piérwszym tomie, albo nowych, albo mało znaiomych, z wyłożeniém Matematycznych po Łacinie, a Artylerycznych po Francuzku; gdzie słowa Francuzkie ſą gwiazdkami naznaczone.

Bok	*Latus*
Brylaſty	*Solidus.*
Bryła	*Solidum.*
Bryłówatość	*Soliditas.*
Całkowitka	*Numerus integer.*
Cécha	*Characteriſtica.*
Célowniki	*Dioptræ.*
Celu liniia	*La ligne de mire.* *
Ciągła (proporcya).	*Continua proportio.*
Cięciwa	*Chorda.*
Cwierciokrąg	*Quart de cercle.* *
Czaſzka kuli	*Superficies ſegmenti ſphæræ.*
Czółgaiąca (działobitnia)	*Batterie à ricochet.* *
Czoło (w fortyſik).	*Face.* *
Czopy (przy armacie).	*Tourillons.* *
Czworokąt	*Quadrilaterum.*
Dodawanie	*Additio.*
Dopełnienie, (kąta)	*Complementum.*
Doſieczna	*Coſecans.*
Doſtawa	*Coſinus.*
Dotyczna	*Cotangens.*
Dowodzenie	*Demonſtratio.*
Działanie	*Operatio.*
Działobitnia	*Batterie.* *
Dzielenie	*Diviſio.*
Dzielnik	*Diviſor.*
Dzielny	*Dividendus.*
Dzieło ſortyſikacyi	*Ouvrage de fortification.* *

Dzie-

NAYJASNIEYSZEMU
I
NAYPOTĘZNIEYSZEMU
PANU
STANISŁAWOWI
AUGUSTOWI
KROLOWI POLSKIEMU.
WIELKIEMU XIĄZĘCIU
LITEWSKIEMU
RUSKIEMU, PRUSKIEMU, MAZOWIECKIEMU, ZMUDZKIEMU, KIJOWSKIEMU, WOŁYNSKIEMU, PODOLSKIEMU, PODLASKIEMU, INFLANTSKIEMU, SMOLENSKIEMU, SIEWIERSKIEMU i CZERNIECHOWSKIEMU &c. &c.
PANU NASZEMU
MIŁOSCIWEMU.

Bono Reipublicæ,

NATO.

)o(

Dziesiątne - *Fractiones decimales.*
Główna liniia, (w fortyf:) - *Capitale.* *
Głowa (armaty) - *Bourlet.* *
Jlość - - *Quantitas.*
Kanał (armaty) - *L' ame.* *
Kąt - - *Angulus.*
Kątomiar - - *Graphometrum.*
Kierónek - - *Directio.*
Kilkoraźny - - *Aliquotus.*
Koło - - *Circulus.*
Kompas magnesowy - *Acus magnetica.*
Krawędź - - *Arete.* *
Krzywokryslny - - *Curvilineus.*
Kula - - *Sphæra.*
Kwadrat ukośny - *Rhombus*
Liczenie - - *Numeratio.*
Licznik - - *Numerator.*
Łamana (liczba) - *Numerus fractus.*
Łuk - - *Arcus.*
Mianówana (liczba) - *Numerus concretus.*
Mianownik - *Denominator.*
Miąższość - *Massa.*
Mnogość - *Factum.*
Mnożnik - *Multiplicator.*
Mnożny - *Multiplicandus.*
Narożnik (w fortyf:) - *Bastion.* *
Narożny (kąt) - *L' angle flanqué* *
Narzędzie - *Instrumentum.*
Następnik - *Consequens.*
Niemianówana (liczba) - *Numerus abstractus.*
Nieokreślony - *Indeterminatus.*
Nierównoległobok - *Trapezium.*
Obiętość - *Capacitas.*
Obwód - - *Perimeter.*
Odcinek - - *Segmentum.*
Odeymówanie - *Substractio.*
Odpowiadaiący - *Correspondens.*
Odwrotny - - *Inversus.*

Oko

) o (

Oko (bomby)	*L' oeil* *
Okop	*Retranchement* *
Okraiek (kątomiaru)	*Limbus.*
Okrąg	*Circumferentia.*
Określony	*Determinatus.*
Opisać	*Circumscribere.*
Opora (w działobitni)	*Heurtoir.* *
Oś (armaty)	*L' axe* *
Ostrokątny	*Acutangulum.*
Pełność	*Soliditas:*
Pierwiastek	*Radix.*
Pión	*Perpendiculum.*
Piónowy	*Verticalis.*
Pochyła (liniia)	*Linea obliqua.*
Podanie	*Propositio.*
Poddział	*Subdivisio.*
Podkopy	*Les mines.* *
Podstawa	*Basis.*
Podziałka	*Scala*
Policzki (strzelnic)	*Jouës* *
Półxiężyc (w fortyf:)	*Demilune* *
Półszyiek (w fortyf.)	*Demigorge.* *
Poprzednik	*Antecedens.*
Powierszchnia	*Superficies.*
Powłoka (działobitni)	*La chemise.* *
Poziemna (liniia)	*Horisontalis.*
Poziom	*Horison.*
Prawidło	*Alidada.*
Promień	*Radius*
Prostokryslny	*Rectilineus.*
Prostopadła	*Perpendicularis.*
Prostokąt	*Rectangulum.*
Przeciwprostkątna	*Hipotenuza.*
Przeciwskarpa	*Contrescarpe.* *
Przecząca (liczba)	*Numerus negativus.*
Przedmiot	*Objectum.*
Przedpiersień	*Parapet.* *
Przekątna	*Diagonalis.*

Przeno-

)o(

Przenośnik -	*Transportator.*
Przeſtwór (kuli) -	*Vent du boulet* *
Przyimek - -	*Præpoſitio.*
Ramiona (kąta) -	*Crura anguli.*
Ramienny kąt (w fortyf:)	*L' angle d' epaule* *
Rów (w fortyf) -	*Foſſé* *
Równia -	*Planum.*
Równoboczny -	*Aequilaterum.*
Równoległa -	*Parallela.*
Równoległobok -	*Parallelogramum.*
Równoległobok ukośny -	*Rhomboides.*
Równoległościan -	*Parallelopipedum.*
Równoramienny -	*Æquicrurum.*
Równowaga - -	*Libella.*
Równoważyć -	*Libellare.*
Różnoboczny (tróykąt) -	*Scalenum.*
Różnica -	*Differentia.*
Różnokryſlny - -	*Mixtilineus.*
Rozwartokątny -	Obtuſangulum.
Rozwiązanie -	*Solutio.*
Rzęd (progreſſyi) -	*Series progreſſionis.*
Samotna (liczba) -	*Numerus ſimplex.*
Sieczna - -	*Secans.*
Skrayne (proporcyi) -	*Extrema.*
Skrzydelny kąt (w fortyf.)	*Langle de courtine.* *
Spadziſtość (w fortyf:) -	*Talud.* *
Spełnienie (kąta) -	*Supplementum.*
Srzodek - -	*Centrum.*
Stanowiſko - -	*Statio.*
Stok (w fortyf:) -	*Glacis.* *
Stopień (liczby) -	*Potentia.*
Stóſunek - -	*Ratio.*
Stożek - -	*Conus.*
Strszelnica - -	*Embrasure* *
Styczna - -	*Tangens.*
Sześcian - -	*Cubus.*
Taras (wałowy) -	*Terreplein.* *
Tróykąt - -	*Triangulum.*

(Twier

Twierdząca (liczba) -	*Numerus poſitivus.*
Ukryta droga (w fortyf:)	*Chemin couvert.* *
Ułamek - - -	*Fractio.*
Uſzy (bomby) -	*Les anſes.* *
Wał - - -	*Rempart.* *
Wałek - -	*Cylinder.*
Wnętrſzne na przemian (kąty)	*Interni alterni.*
Węgielnica - -	*Norma.*
Wiązki chróſtowe -	*Faſcines.* *
Wielokąt - -	*Polygonum*
Wielokrotne (liczby). -	*Multipla.*
Wieloraka (liczba)	*Numerus complexus.*
Wieloraz - -	*Quotiens.*
Wieloſcian - -	*Priſma.*
Wklękły kąt -	*Angulus regrediens.*
Wſtawa - -	*Sinus.*
Wykryſlenie -	*Conſtructio.*
Wylot (armaty(-	*La Bouche* *
Wyraz - -	*Terminus.*
Wyſkakaiący (kąt)	*Angulus ſaliens.*
Zagadnienie - - -	*Problema.*
Zaſada - -	*Principium.*
Zaſłona (w fortyfik:) -	*Courtine.* *
Zakopy - -	*Tranchées.*
Zewnętrſzne na przemian (kąty)	*Externi alterni.*
Zmyſlony - -	*Imaginarius.*

FUNDAMENTA
RACHUNKOW.

Wiadomości poprzedzaiące, o Naturze i roznych rodzaiach Liczby.

1. ILOSCIĄ (quantitas) w powſzechności nazywa ſię to wſzyſtko, cokolwiek daie ſię zwiękſzyć lub zmieyſzyć. Rozległość, przeciąg, waga, i. t. d. ſą to ilości. Wſzyſtko cokol-

wiek iéſt ilością, ieſt célém Matematyki; Arytmetyka zaś, która ieſt także iéy częścią, niéma względu na ilości, tylko tyle, i wtenczas gdy ſą przez liczbę wyrażone.

2. Arytmetyka więc, ieſt nauka liczebna: uważa naturę i właſności liczby, do niéy należy podać ſpoſoby łatwe, tak do wyſtawiénia ſobie, tych liczb, iako też do złożenia lub rozłożenia ich, co nazywa ſię *rachówać*.

3. Do doſkonałego wyobrażenia ſobie liczb, potrzeba naprzód wiedzieć co ſię rozumié przez *iedność*.

4. Jedność tedy, ieſt ilość, która nayczęściéy do upodobania brać ſię zwykła, i ſłuży za *wyráz* (terminus) do którego przyrównywaią ſię wſzyſtkie inne tegóż rodzaiu ilości.

Tak mówiąc, że to á to ciało, waży pięc funtów; funt ieſt iednością; to ieſt ilość do którey przyrównywa ſię waga tego ciała; można było także wziąść uncyą, za iedność, i na ten czas wagá tego ciała wyrażona bydź by muſiała przez ośmdzieſiąt.

5. Liczba wyraża, z wielu iednościów lub z wielu części téyże iedności, ilość iakowa ieſt złożona.

Jeżeli ilość ſkładá ſię z iednościów całych, liczba która ią wyrażá, nazywa ſię *liczba cała*, (numerus integer) ieżeli zaś złożona będzie, z ie-

iednościów całych, i z części téyże iedności. albo tylko z części iedności, na ten-czas, liczba nażywa ſię *łamana* albo *ułamek:* (numerus fractus, fractio) *trzy i pół* czynią liczbę łamaną: *trzy ćwierci* czynią ułamek.

6. Liczba która wymawia ſię, bez naznaczenia gatunku iedności, iakoto powiedziawſzy proſto, *trzy* albo *trzy razy*, *cztéry* albo *cztéry razy*, zowie ſię *liczba niemianówana* (numerus abſtractus) kiedy ſię zaś i rodzay iedności razém wymawia, iako to mówiąc *cztéry funty*, *ſto kul*, wtenczas nażywa ſię *liczba mianówana* (numerus concretus) Jnne rodzaie liczb opiſzémy, gdy koléy na nie przypadnie:

O Liczeniu (Numeratio) *i o Liczbach Dzieſiątnych.*

7 Liczenie, ieſt ſpoſób wyrażenia wſzelkich liczb, przez ilość oznaczoną imionami i znamionami. Te znamiona nazywaią ſię *cyframi*.

8. Znamiona w liczeniu dziſiéyſzém używane, i nazwiſka liczb témi znamionami oznaczonych, ſą naſtępuiące.

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Zero, ieden, dwa, trzy, cztéry, pięć ſześć, ſiédm, ośm, dziewięć.

Chcąc wyrazić wſzyſtkie inne liczby, témiż ſaméini znamionami, zgodzono ſię na to, aby z dzieſięciu iednościów, zrobić iedne. któréy dano imie *dzieſiątek*, i żeby rachòwać dzieſiątkami, tak iak ſie iednościami rachuie, to ieſt żeby rachòwać, dwa dzieſiątki, trzy dzieſiątki. i. t. d. aż do dziewięć dzieſiątków: żeby do wyrażenia tych nowych iednościów, tychże ſámych cyfer, co i do iednościów proſtych używać, ale dla różności między niémi, żeby im inne miéyſce nażnaczyć, to ieſt po lewéy ręce iednościów proſtych.

Tym ſpoſobém, chcąc wyrazić *piećdzieſiąt cztéry* które w ſobie pięć dzieſiątków i cztéry iedności zawieraią, przyięto ſpoſób piſania 54. Chcąc wyrażić *ſześdzieſiąt* które okrągło ſześć dzieſiątków bez żadnych iednościów maią, piſze ſię 60, przydaiąc zero, które oraz znaczy, iż ſię iednościów proſtych nie znayduie, i że liczba 6. ieſt liczba dzieſiątków.

Tym ſpoſobém aż do *dziewięćdzieſiąt dziewięć* ſpełnionych, rachòwać można.

9. Uważmy tu, własność tego opiſanego liczenia, to ieſt, że cyfra po lewéy ręce drugiéy cyfry położona, albo gdy po niéy zero naſtępuie; oznacza liczbę dzieſięć razy więkſzą, iak gdyby była ſama.

10. Od dziewięćdzieſiat dziewięć aż do *dziewięćſet dziewięćdzieſiąt i dziewięć* tym-

że

że przyiętym ſpoſobém rachówać można. Z dzieſięciu dzieſiątków, ſkłada ſię iedna iedność, i nazywa ſię *ſto;* ponieważ, dzieſięć razy dzieſięć czyni ſto; te ſta rachuią ſię znowu, od iednego aż do dziewięciu, i témiz ſaméni cyframi oznaczaią ſię, ale te cyfry, ſtawiaiąc po lewéy ręce dzieſiątków.

Tak chcąc naznaczyć, *ośmſet pięćdzieſiąt i dziewięć*, które zawieraią w ſobie ośm ſtów, pięć dzieſiątków i dziewięć iednościów, piſać trzeba 859. Gdyby było *ośmſet dziewięć*, które zamykaia ośm ſtów, żadnych dzieſiątków i dziewięć iednościów, piſać należy 809; to ieſt, że na mieyſce dzieſiątków których brakuie, zero położyć trzeba. Gdyby brakówało i iednościów, podobnież, należałoby położyć dwa zera; tak chcąc wyrażić *ośmſet*, piſze ſię 800.

11. Uważmy ieſzcze, iz mocą tegóż ſamego przyiętego ſpoſobu, cyfra po którey dwie inne, lub dwa zera naſtępuią, znaczy liczbę ſto razy więkſzą, iak gdyby była napiſana ſama.

12. Od *dziewięćſet dziewięćdzieſiąt i dziewięć* liczyć można podług teyże ſaméy reguły, aż do *dziewięciu tyſięcy, dziewięćſet dziewięćdzieſiąt i dziewięć*, z dzieſiąciu ſtów, ſkładaiąc iedne iedność, która nazywa ſię *tyſiąc*; ponieważ dzieſięć razy ſto, czynią tyſiąc, rachuiąc iedności iak przedtém, i témiż ſamémi cyframi

ie wyrażaiąc, po lewéy ręce ſtów, położonémi.

Tak, chcąc wyrazić *ſiédm tyſięcy ośmſet pięćdzieſiąt dziewięć*, piſać należy: 7859; oznaczaiąc *ſiédm tyſięcy dziewięć* piſze ſię 7009; a *ſiédm tyſięcy*, piſać trzeba 7000; gdzie widzieć ſię daie, że cyfra, po któréy trzy inne cyfry, lub zera naſtępuią, znaczy liczbę tyſiąc razy większą, iak gdyby ſama była.

13. Tym ſpoſobém więc, zawſze ſobie poſtępuiąc, dzieſięć iednościów pewnego porządku w iednę iedność zbiiaiąc, i te nowe iedności, coraz w wyżſzym rzędzie ku lewéy ręce ſtanowiąc, iednoſtaynym ſpoſobém, w dzieſięciu tylko charakterach, wſzelkie liczby, iakie tylko pomyślić można, dadzą ſię wyrazić.

14. Chcąc łatwo wymówić liczbę, przez tyle, ile ſię podoba cyfer wyrażoną, podzielić ią potrzeba w myśli na przedziały, każdy z trzech cyfer złożony, a to od prawéy, ku lewéy ręce, każdemu przedziałowi, dadzą ſię naſtępuiące nazwiſka; poczynaiąc od prawéy: *iedności*, *tyſiące*, *miliony*, *biliony*, *tryliony*, *kwadryliony*, *kwintyliony*, *ſextyliony*, i. t. d. Piérwſza każdego przedziału cyfra, (poczynaiąc zawſze od prawéy) będzie miała nazwiſko iednościów przedziału, druga dzieſiątków, trzecia ſtów: natenczas zacząwſzy od lewéy, każdy przedział iak gdy-

by

by był osobny wymówić można, na końcu każdego, nazwisko przedziału wymieniaiąc *np.* chcąc wymówić następuiącą liczbę:

Kwadryliony, tryliony, biliony, miliony, tysiąc, iedności.
23, 456, 789, 234, 565 456,

Wymawia się: Dwadzieścia trzy *kwadryliony*; czterysta pięćdziesiąt sześć *trylionów*, siedmset ośmdziesiąt dziewięć *bilionów*, dwieście trzydzieści cztery *milionów*, pięćset albo pięć kroć sześćdziesiąt pięć *tysięcy*, czterysta pięćdziesiąt sześć iednościów. *

15. Z tego dopiero opisanego sposobu liczenia, na fundamencie powszechnéy ugody ustanowionego, wynika, że im więcéy postępuiémy, od prawéy ręki ku lewéy, iedności, z których każda liczba iest złożona, staią się coraz, dziesięć razy większémi; a zatém chcąc liczbę dziesięć, sto, tysiąc razy większą uczynić, dosyć iest, na końcu każdéy cyfry iednościów, iedne, dwie, trzy, i. t. d. cyfer dodać: przeciwnie, z lewéy ku prawéy ręce cofaiąc, iedności staią się coraz, dziesięć razy mnieyszémi.

* *Żeby kto tego sposobu liczenia nie poczytał za omyłkę, trzeba nam czytelnika ostrzédz, iż to iest sposób liczenia Autorów Francuzkich, którzy w bilionie rachuią tysiąc milionów, w trylionie tysiąc bilionów i. t. d. tak, iako w milion niewchodzi tylko tysiąc tysięców. Niemieccy zaś Autorowie,*

16. Takie ieſt liczenie, któreśmy opiſali, i ieſt gruntém wſzelkich innych ſpoſobów rachòwania, lubo w wielu rodzaiach, niéma potrzeby rachòwać koniecznie i iedynie przez dzieſiątki, przez dzieſiątki dzieſiątków i. t. d.

17. Chcąc dòyśdź wártości, iaką maią ilości mniéyſze, od obranéy iedności, ta dzielić ſię zwykła, na inne mniéyſze iedności. Liczba ich, ſama przez ſię, niéma nic do znaczenia, dośyć ieſt na tém, aby mogła miérzyć wielkości, które bydź maią miérzone; lecz co w podobnych rodzaiach dzielenia naybardziéy mieć na baczności potrzeba, ieſt to, aby rachunek, iak tylko można łatwym uczynić; dla tego zamiaſt dzielenia iedności iakowéy, na znaczną liczbę części, ażeby dòyśdź można wártości naymniéyſzych; z początku dzielić

w bilionie liczą milion milionów, w trylionie milion bilionòw, w kwadrylionie milion trylionów, i. t. d. ſkąd naſtępuie że miéyſce bilionòw ieſt o 6 cyfer od milionów odległe, trylionów o 6 cyfer od bilionów, i. t. d. Który to ſpoſòb i Prześw: Kommiſſya Edukacyina Narodowa, wſwoiéy Elementarnéy Arytmetyce przyięła. Zatém podług niego liczba 23, 456, 789, 234, 565, 456. *uczyniłaby tylko: Dwadzieścia trzy tyſiące, czteryſta pięćdzieſiąt ſześć bilionòw, ſiédmkroć ośmdzieſiąt dziewięć tyſięcy dwieście trzydzieści cztery milionòw, pięćkroć ſześćdzieſiąt pięć tyſięcy, czteryſta pięćdzieſiąt ſześć iedności.*

lić ią tylko zwykliśmy, na pewną liczbę części, która ſię znowu na inne dzieli, a ta znowu ieſzcze na mniéyſze. Tym ſpoſobém w monécie. złoty dzieli ſię na 30. części, które nazywaią *groſzami*. groſz na trzy części, które maią imię *ſzelągów*. Tymże ſpoſobém w wagach, funt dzieli ſię na dwie *grzywny*, grzywna na 8 *uncyi*, uncya na 2 łóty, i. t. d; tak, że w pierwſzym ſpoſobie rachuie ſię, na *trzydzieſtki i tróyki* (trigeſima, tertia pars &c.) w drugim na dwóyki i ósmki. i. t. d.

18. Liczba która ſkłada ſię z wzmiankòwanych dopiéro części, w różnych iednościach wyrażonych. nazywa ſię liczba *wieloraka* (numerus complexus); przeciwnie, liczba ieden tylko gatunek iednościów w ſobie maiąca. nazywa ſię liczba *ſamotna* (numerus ſimplex, incomplexus); 8 złotych. ieſt liczba ſamotna; ośm złotych, śiédmnaście groſzy, dwa ſzelągi, ieſt liczba wieloraka.

19. Każdy rodzay, iedność główną obraną. poddziéla ſwoim ſpoſobém. Poddziały ſążniów, ſą różne od poddziałów funtów, poddziały funta, różnią ſię znowu, od poddziału, dnia, godziny; te znowu, od grzywny, i. t. d. opiſzemy ie, gdy o liczbach wielorakich mówić nam przyidzie.

20. Atoli pomiędzy wszystkiemi działami i poddziałami, których użyć można do poddzielenia iedności, ten, co się robi przez części *dziesiątne* (decimales) to iest, dzieląc iedność na dziesięć części, coráz mnieysze, bez wątpienia, iest naywygodnieyszy w rachunkach, a w praktyce Matematyki, w wielkie wzięty używanie. Układ i liczenie dziesiątnych, iest ze wszystkiem toż samo, co liczb pospolitych, czyli całych: zaráz ie opiszemy.

21. Chcąc dóyśdź wártości, w dziesiątnych, części mnieyszych, iak iedność, uważać trzeba tę iedność, bądź iaka chce, funt, sązeń i. t. d. iako złożoną z dziesięciu części, tak, iak uwazámy dziesiątek, złożony z dziesięciu iednościów prostych. Te nowe iedności względem dziesiątków, nazywaią się dziesiątne; a iako dziesięć razy mnieysze od iedności, kładą się po prawey ręce cyfry, która iedności oznacza.

Zeby zaś wszelkiey wątpliwości zapobiedz, i niedać okazyi, do brania iednościów za dziesiątki, zgodzono się na to, aby ráz na zawsze mieysce iednościów, osobnym znakiem oddzielić: znak ten, naypospoliciey iest kryska, która kładzie-

się

ſię po prawéy ręce cyfry, oznaczaiącéy iedności, albo też, co na iedno wychodzi, między iednościami i dzieſiątnémi.

Tak chcąc wyrazić, dwadzieścia cztery iedności, i trzy dzieſiątne, piſać potrzeba 24,3.

22. Podobnież, te dzieſiątne, uważać znowu można, iako iedności złożone, z dzieſięciu innych, każda dzieſięć razy mniéyſza, iak dzieſiątne, i dla téyże ſaméy przyczyny, po prawéy ręce dzieſiątnych piſać ie należy. Te nowe iedności, dzieſięć razy mniéyſze, iak dzieſiątne, będą od iednościów głównych ſto razy mniéyſze, i dla tego nazywaią ſię *ſetne*.

Zatém chcąc wyrazić dwadzieścia cztery iedności, trzy dzieſiątne, i pięć ſetnych, piſać maſz 24,35.

23. Też *ſetne* wyſtawmy ſobie podobnie, iak gdyby z dzieſięciu części złożone były; natenczas, czaſteczki te, od iedności głównéy będą tyſiąc razy mniéyſzémi, i ſtąd nazywaią ſię *tyſiączne*; a że ſą dzieſięć razy mniéyſze, od ſetnych, zatém po prawéy ręce ich, piſać ſię będą. Tym ſpoſobém poddzielaiąc coraz daléy przez dzieſięć; można ſkładać coraz nowe iedności, nazwane, iedne po drugich, *dzieſięćtyſiączne*, *ſtotyſiączne*, *milionowe*, *dzieſięćſtomilionowe*, *bilionowe*, i. t.

d.

d. które piſzą ſię coráz daléy, po prawéy ręce kryſki.

24. Takowe części iednościów, któreśmy dopiéro opiſali, nazywaią ſię powſzechnie *dzieſiątne*.

25. Co należy do ſpoſobu wymawiania ich, ten, ieſt tenże ſam, co i do innych liczb. Wymówiwſzy cyfry, po lewéy ręce kryſki będące, dzieſiątne podobnymże ſpoſobém wymawiaią ſię; lecz naoſtatku przydaie ſię nazwiſko iednościów dzieſiątnych, oſtatniego gatunku.

Tak chcąc wymówić liczbę 34,572. mówię, trzydzieści cztéry *iednościów*, pięcſet ſiédmdzieſiąt i dwie *tyſiącznych*, ieżeli to były *n. p.* ſążnie, powiém: trzydzieści cztéry ſążnie, i pięćſet ſiédmdzieſiąt dwie *tyſiącznych* ſążnia.

Przyczyna tego, łatwo pokazuie ſię, uważywſzy, że w liczbie 34,572. cyfrę pięć, można, wyrazić przez pięć dziéſiątnych, albo przez pięćſet tyſiącznych, co na iedno wychodzi; dzieſiątna albowiém będąc z dzieſięciu ſetnych złożona, a ſetna z dzieſięciu tyſiącznych, dzieſiątna zamykać w ſobie będzie, 100. tyſiącznych. Toż ſamo i z cyfrą 7. dzieie ſię, którą podobnież wyrazić można, przez siédm ſetnych, albo siédmdziesiąt tysiącznych; ponieważ ſetna z dziesiąciu tysiącznych złożona była.

26. Gatunek oſtatniéy cyfry, zawſze łatwo znaléśdź można, rachuiąc koléyno, od lewéy, ku prawéy, każdą cyfrę, od kryſki począwſzy, naſtępuiącémi nazwiſkami *dzieſiątne, ſetne, tyſiączne, dzieſięć tyſiączne:* i. t. d.

27. Gdyby iedności całéy niéznaydòwało się, ale tylko cząſtki iedności, dla zaſtąpienia miéyſca iednościów, zero położyć trzeba; tak chcąc naznaczyć 125 *tyſiącznych*, piſze się 0,125, gdyby 25 *tyſiącznych* wyrazić potrzeba było, piſz, 0,025, kładąc zero, tak dla naznaczenia, iż niémaſz dziesiątnych, iako też dla dania naſtepuiącym częściòm należytéy wártości. Na tymże ſamym fundamencie, chcąc wyrazić 6. dziesięćtysiącznych, piſze się 0,0006.

28. Roztrząſniymy teráz, iaką uczynić można odmianę, w liczbie, odmiéniwſzy położenie kryſki.

Ponieważ kryſka, oznacza miéyſce iednościòw, i ponieważ wſzyſtkie inne cyfry biorą wártość ſwoię, od odległości od téyże kryſki; zatém coſnąwſzy kryſkę, o iedno, dwa, lub trzy miéyſca, i. t. d. ku lewéy ręce, liczba przez to 10, 100, 1000 i, t. d. razy, ſtaie się mniéyſza; przeciwnie zaś powiękſza się 10, 100, 1000, i. t. d.

razy,

razy, tęż ſamę kryſkę, o iedno, dwa, trzy, i. t. d. miéyſca, ku prawéy poſunąwſzy.

W rzéczy ſaméy, maiąc liczbę 4327, 5264; i coſnąwſzy kryſkę, o iedno miéyſce ku lewéy, iako to 432,75264. pokazuie się iaśnie; że tysiące piérwſzéy liczby, przemiéniaią się w ſta, drugiéy, ſta, ſtaią się dziesiątkami, dziesiątki, iednościami, iedności, dziesiątnémi, dzieciątne, ſetnémi, i. t. d.

A zatém każda część pierwſzéy liczby, przez przeſtawienie kryſki, dziesięć razy ſtała się mniéyſzą. Przeciwnym ſpoſobém, kryſkę o iedno miéyſce, ku prawéy poſunąwſzy, gdy się piſze 43275,264; tysiące piérwſzéy liczby, przemiéniaią się w dziesiątki tysiąców, ſta w tysiące, dziesiątki, w ſta, iedności w dziéſiątki, dziesiątne w iedności, i. t. d. A zatém ta nowa liczba ieſt dziesięć razy większa od piérwſzéy.

Z tegóż ſamego fundamentu pokazuie się, iż coſaiąc ku lewéy, o dwa lub trzy miéyſca, liczba 100, lub 1000 razy ſtanie się mniéyſzą, iako téż 100 lub 1000 razy większą, tęż kryſkę, o dwa lub trzy miéyſca poſunąwſzy na prawą.

29. Oſtatnia uwaga którą względém dziesiątnych, ieſzcze uczynić mamy, ieſt,

że

że na końcu ostatniéy cyfry dziesiątnéy, bądź wiele się podoba zerów dodawszy, wartość liczby bynaymniéy nieodmiénia się. Tak 43,25; ieſt iedno co 43,250, albo 43,2500, albo 43,25000; i. t. d.

Każda albowiém ſetna będąc wartą 10 tysiącznych, albo 100 dziesięćtysiącznych, i. t. d; 25 ſetnych warté będą 250 tysiącznych albo 2500 dziesięćtysiącznych; słowém ieſt to iedno, co powiedzieć, zamiaſt trzech groſzy, dziewięć ſzelągów.

Działania Arytmetyczne.

30. Dodawać, odéymować, mnożyć, i dzielić, ſą cztéry fundamentalne Arytmetyki działania. Wſzelkie zadania, które tylko względém liczb zarzucić można, rozwięzuią się, przez wykonanie niektórych, albo wſzyſtkich tych działań. Wiele więc na tém zależy, ażeby się z niémi zupełnie poznać, i doſkonale one poiąć.

31. Célém Arytmetyki ieſt, iakośmy iuż widzieli, ſpoſoby rachowania ułatwić. Spoſoby záś te, na tém zależą, ażeby rachunek liczb bardzo poſkładanych, przyprowadzić do rachunku liczb prościeyſzych, i w iak naymnieyſzéy liczbie cyfer wyrażonych. J to właśnie ieſt, do czego teraz przyſtępuiémy.

Do·

Dodawanie (Additio) *Liczb całych i Części dziesiątnych.*

32. Wártość całą, wielu liczb, przez iednę liczbę wyrazić, ieſt to, co nazywa-się *dodanie uczynić.*

Takową wártość cáłkowitą, która się zowie *ſummą* chcąc znaléśdź, naſtępuiącą regułę zachować trzeba.

Li zby zadane napiſz iedne pod drugiémi, tak ażeby się wſzyſtkie cyfry iedności, w iednéy kolumnie *proſtapadłéy* (perpendicularis) czyli *pionowéy* (verticalis) znaydówały; toż ſamo z dzieſiątkami, ſtami, i. t. d. uczyniwſzy, wſzyſtko podkryśliy.

Doday naprzód z ſobą, wſzyſtkie liczby, które ſą w kolumnie iednościów położone; ieżeli ſumma nieprzechodzi 9, napiſz ią na ſpodzie; ieżeli zaś 9. przechodzi, to w ſobie dzieſiątki zawierać będzie; nie piſz na ſpodzie tylko to, co ieſt nad dzieſięć: dzieſiątki zaś te, rachuiąc iako iedności proſte, doday do liczb naſtępuiącéy kolumny: względém ſummy liczb, drugiéy téy kolumny, maſz uważać, toż ſamo, co ſię powiedziało o pierwſzéy, i tym ſpoſobém ſobie daléy poſtępuy aż do oſtatniéy, pod którą nakoniec

napi-

napiſzeſz całą ſummę taką, iaka wypadnie. Obiaśniymy to przykładami.

PRZYKŁAD I.

Niech będzie zadana liczba 54925. do któréy mam dodać 2023. Piſzę naprzód te liczby, iak naſtępuie.

$$\begin{array}{r} 54925 \\ 2023 \\ \hline 56948. \end{array}$$ *Summa.*

Podkryśliwszy wszyſtko, zaczynam od iednościów mówiąc, 5 a 3. czynią 8. które pod tąż ſamą kolumną piſzę.

Poſtępuię daléy do kolumny dzieſiątków, i mówię 2, a 2. ſą 4, które na ſpodzie piſzę.

W Kolumnie ſtów, mówię 9. a 0. ſą 9; które pod tąż kolumną piſzę,

W Kolumnie tyſiąców, mówię 4, a 2, ſą 6. które także pod tą kolumną piſzę.

Naoſtatek w kolumnie dzieſiątków tyſięcy, mówię 5 a nic, czynią 5, które podobnież na ſpodzie piſzę,

Liczba 56948. przez to działanie wynaleziona, ieſt ſumma dwóch liczb zadanych; ponieważ zawiéra, w ſobie, ich iedności, dzieſiątki, ſta, tyſiące, i dzieſiątki tyſiąców, które iedne po drugich razem zebraliśmy.

PRZYKŁAD II.

Gdyby potrzeba było znaleśdź ſummę czterech liczb naſtępuiących, 6903, 7854, 953, 7327 piſzę naprzód iak niżéy.

6903
7854
953
7327
23037. *Summa.*

Potem zaczynaiąc iak wyżey, od prawey ręki, mówię 3 a 4. ſą 7. a 3 ſą 10. a 7. ſą 17; piſzę 7. iedności pod pierwſzą kolumną, dzieſiątek zaś zatrzymuię, dla złączenia go, iako iedność, z liczbami naſtępuiącey kolumny, które ſą podobnemiż dzieſiątkami.

Do drudiey kolumny przyſzedłſzy, mówię 1. który w mysli zatrzymałem a 0, ieſt 1; a 5 ſą 6; a 5 ſą 11; a 2 ſą 13; piſzę 3, pod kolumną ninieyſzą, a dzieſiątek zatrzymuię, rachuiąc go za iedność, do złączenia go znaſtępuiącą kolumną; mówiąc: 1. a 9 ſą 10; a 8 ſą 18, a 9 ſą 27, a 3 ſą 30. kładę 0, pod tą kolumną, a za trzy dzieſiątki, zatrzymuię trzy iedności, do naſtępuiącey kolumny, podobnież mówiąc: 3 a 6 ſą 9; a 7. ſą 16; a 7 ſą 23; piſzę 3 pod tą kolumną, a iako iuż inney kolumny niema, poſuwam o iedno mieyſce ku lewey, dwa dzieſiątki, któreby należały do naſtąpuiącey kolumny, gdyby ieſzcze iedna była. Liczba tedy 23037. ieſt ſummą czterech liczb zadanych.

Jeżeli części dzieſiątne znayduią ſię; ponieważ rachuią ſię dzieſiątkami pomykaiąc ſię od prawey ku lewey ręce, tak iako i inne liczby; reguła zatém dodawania ich, ieſt taż ſama, uważaiąc tylko, aby iedności, iednego gatunku w iedne kolumnę przyſzły.

Tak

Tak gdyby trzeba było, dodać następuiące trzy liczby 72,957. 12,8. 124,03. piszę.

72,957
12,8-
124,03
―――――
209,787. *Summa.*

J tak podług wzwyż przepisaney reguły sobie postępuiąc, znaydę summę, 209,787.

O odéymówaniu (substractio) *liczb całych, i części dziésiątnych.*

34. Odéymowanie iest działanie, przez które, iedna liczba odciąga się od drugiéy. *Wypadek* z tego działania, nazywa się, *reszta* albo *róznica.*

35. Chcąc to działanie odprawić, liczbę która ma bydź odięta, napisać trzeba, pod tą, od którey się odéymuie, tymże samym sposobém, iak w dodawaniu, i podkryśliwszy wszystko, odéymuie się od prawéy ku lewéy ręce idąc, każda liczba niższa, od wyższéy, *odpowiadaiącéy*; to iest, iedności od iedności ów, dziesiątki od dziesiątków, i. t. d. każdą resztę napisać trzeba na spodzie, w tymże samym porządku, czyli kolumnie, a gdy nic nie zostanie pisze się zero.

Jeżeli cyfra niższa od wyższéy odpowiadaiącéy trafi się większa, natenczas takowéy wyżſzéy cyfrze, doda ſię dzieſięć iednościòw, ktòre mieć będzieſz, pożyczywſzy w myśli iednę iedność, u pobocznéy po lewéy ręce cyfry, dla czego też ta, o iednę iedność ſtaie ſię mniéyſzą.

PRYKŁAD I.

Daie ſię zadanie, odiąć liczbę 5432, od 8954. te obie liczby piszę iak naſtępuie,

$$\begin{array}{r} 8954. \\ \underline{5432.} \\ 3522. \end{array}$$ *Reſzta.*

Poczynaiąc od cyfry iedności贸w mówię 2 odięte od 4. daią reſztę 2. które na ſpodzie piſzę; daléy do dzieſiątków poſtępuiąc, mówię 3, od 5, są 2, które pod dzieſiątkami piszę. W trzeciéy kolumnie mówię 4, od 9. są 5. które pod tą kolumną piszę. Do czwartéy naoſtatek przyszedłszy, mówię 5 od 8, zoſtaie 3. które pod 5 napisawszy, mam 3522, to ieſt resztę liczby 5432, odiętéy od 8954,

PRZYKŁAD II.

Chcąc odiąć 7987, od 27646.
Piſzę - - - - - 27646
7987

19659 *Reſzta.*

Ponieważ 7. nieda ſię odiąć od 6, przeto do tych dodaię dzieſięć iedności贸w, które pożyczę, od pobocznéy lewéy cyfry 4, biorąc iednę iedność, i powiem 7, odięte od 16. daią resztę 9. które piszę pod 7. Do dzieſiątków poſtępuiąc, iuż niemówię 8, od 4, ale tylko 8 od 3 ponieważ przez pożyczoczenie, iedno ubyło; a iako 8. od 3 odiąć niemogę, tak podobnież do 3, dziesięć iedności, przydam, które pożyczę biorąc od następuiącey lewey cyfry 6, iednę iedność; i mówię 8 od 13, zostaie 5, które pod 8. piszę. Do trzeciey kolumny przychodząc mówię podobnież 9. od 5, albo raczey 9 od 15 (pożyczaiąc iak wyżey;) zostaie 6. które pod 9. piszę.

Wczwartey kolumnie mówię, z teyże samey przyczyny 7 od 6. albo raczey. od 16. zostaie 9. które pod 7. piszę: a że w piątey kolumnie do odięcia nic niema, przeto pod tąż kolumną napiszę nie iuż 2. ponieważ się od nich pożyczyło iedney iedności, ale tylko 1. i mieć będę rzsztę 19659.

36. Gdyby cyfra od któreyby pożyczać przyszło była zero, natenczas nie od tego zero ale od pierwszey następuiącey wartuiącey cyfry, pożyczyć trzeba; a chociaż w tym razie 100,1000, albo 10000. (podług wielości, to iest iednego, dwóch lub trzech następuiących po sobie zerów) pożycza się, przecięż działanie niemniey, tak iak wyżey czynić się będzie, to iest że do cyfry dla którey pożycza się, tylko doda się 10, a ponieważ rozumié się że te dziesięć są wzięte ze 100, albo z 1000. i. t. d. pożyczonego, zatém w działaniu z liczbami pozostałemi 90 albo 990, zera następuiące, za tyleż 9 rachować się będą; co lepiey, niżey położony przykład obiaśni.

PRZYKŁAD III.

	øø
Jeżeli od - - - - -	20064.
odiąć potrzeba - - -	17489.
	2575, *Reszta.*

Mówię naprzód 9. od 4 albo raczey od 14 (od następuiącey cyfry pożyczaiąc) zostaie 5. Daley chcąc odiąć 8 od 5, ponieważ to uczynić się nieda, ani też od następuiącey cyfry, która iest zero, pożyczyć niemożna, zaczém, od 2. pożyczam iedney iedności, która względém cyfry, w działanie teraz wchodzącey, warta tysiąc. Z tego tysiąca, biorę tylko dziesięć, które do 5 dodawszy, mam 15, i mówię 8. od 15, zostaie 7,

Ponieważ tylko 10 iednościów z tysiąca, którego m pożyczył, potrzebowałém, więc pozostałe 990 służyć mi będą, do odięcia od nich liczb, niższych, położonym wzwyż zeróm, odpowiadaiących; co na iedno wychodzi, iakby rachować każde zero, za 9: i tak powiém, 4. od 9. zostaie 5. potém 7. od 9. zostaie 2. a naostatek ieden od iednego odiąwszy, nic niezostanie.

37. Jeżeli części dziesiątne w liczbach do działania zadanych znaydować się będą, tęż same regułę z niémi zachować będzie należało; żeby zaś w wykonaniu iéy, uniknąć wszelkiéy trudności, liczby dziesiątne w zadanéy liczbie, w iedenże gatunek obròcić trzeba, na końcu téy liczby ktòra ma mniéy dziesiątnych, dostateczną liczbę zeròw dodaiąc; takowe przygotowanie, wartości téy liczby, bynaymniéy nie odmiénia (29)

PRZY-

PRZYKŁAD IV.

Od - - - - - - - 5403,25.
mam odiąć - - - - - - 385,6532.

Kładę dwą zera na końcu dzieśiątnych, wyżſzey liczby, po tem przygotowaniu, podług przepiſaney reguły, działanie moie odprawiam,

5403,2500	
385,6532.	
5017,5968	*Reſzta.*

i znayduię na reſztę, 5017,5968,

ZAmiaſt zmnieyſzania o iednę iedność cyfry od którey ſię pożycza, można, kiedy ſię podoba zoſtawić ią, tak iak ieſt, a na to miaſt, liczbę odéymować ſię maiącą, pomnożyc iedną iednością: reſzta wypadnie zawſze taż ſama.

O Próbie Dodawania, i Odéymowania liczby.

38. To co ſię nazywa *próbą działania Arytmetycznego*, ieſt inne działanie. które czyni ſię na doświadczenie, ieżeli wypadek z piérwſzego ieſt taki, iaki bydź, w iſtocie ſaméy powinien.

Próba dodawania robi ſię, dodaiąc znowu nanowo częściami, lecz poczynaiąc od lewéy, ſummy, które iuż były dodane. Całość odéymuie ſię od piérwſzéy kolumny, od części, która iéy w ſummie niżſzéy odpowiada: na ſpodzie piſze ſię reſzta, i w myśli w dzieſiątki przemiénia ſię, dla złączenia ich z naſtępuiącą cyfrą téyże ſummy, od téy całości odéymuie ſię znowu całość wyżſzéy kolumny, i tak ſię poſtępuie aż do oſtatniéy kolumny, któréy całość odięta, żadnéy reſzty zoſtawić niepowinna.

Tak, znalazłſzy wyżéy że cztéry liczby naſtępuiące,

	6903.
	7854.
	953.
	7327.
czynią ſummę - - -	23037,

Wypadek takowy chcąc ſprawdzić; dodaię też ſame liczby od lewéy ręki zaczynaiąc, i mówię 6. a 7. ſą 13, a 7. ſą 20; które od 23, odiąwſzy, zoſtanie 3. czyli 3 dzieſiątki, z naſtępuiącą cyfrą, zero, robiące 30. Idę do drugiéy kolumny, i mówię 9, a 8, ſą 17, a 9 ſą 26, a 3, ſą 29; które od 30 odciągam, zoſtaie mi ſię 1, czyli ieden dzieſiątek, który do naſtępuiącéy cyfry 3, dodany, czyni 13. Dodaię potém daléy, wſzyſtkie liczby trzeciéy kolumny, mówiąc 5 a 5 ſą 10. a 2. ſą 12. które od 13. odiąwſzy, zoſtanie ſię 1. czyli ieden dzieſiątek, i ten do naſtępuiącéy cyfry 7. przyłączony, uczyni 17: podobież wſzyſtkie liczby oſtatniéy kolumny dodaię, mówiąc, 3, a 4, ſą 7. a 3, ſą 10: a 7, ſą 17. które, od 17 odiąwſzy, nic nie zoſtanie; Skąd wnoſzę, ze działanie pierwſze było doſkonałe.

39. Próba odéymowania czyni ſię, dodaiąc reſztę wynalezioną z działania, do liczby

liczby odiętéy; ieżeli piérwſze działanie było dobrze zrobione, to wypaśdź powinna liczba, od ktòréy ſię odéymówało.

Dla tego w trzecim położonym wyżéy przykładzie, widzę że działanie było dobre, bo dodaiąc 17489, (liczbę odiętą) do reſzty 2575, wypada mi 20064, to ieſt liczba, od któréy odéymowałém.

$$\begin{array}{r} 20064 \\ 17489 \\ \hline 2575 \\ \hline 20064. \end{array}$$

O Mnozeniu liczb (multiplicatio)

40. Mnożyć liczbę iednę przez drugą, ieſt to brać piérwſzą z tych dwòch liczb, tyle razy, ile w drugiéy znayduie ſię iednościów. Rozmnożyć 4, przez 3, ieſt to brać 4, trzy razy.

41. Liczba, która ma bydź rozmnożona nazywa ſię *mnoznym* (multiplicandus) przez którą ſię zaś rozmnaża, *mnoznik*, (multiplicator) wypadek z tego działania zowie ſię *mnogośc* (factum.)

42. To ſłowo mnogość, może miéć obſzérniéyſze znaczenie; lecz oſtrzégamy umyślnie; że go używać nie będziémy, tylko w mianówaniu wypadku, wyroſſego z rozmnożenia.

Mnożny i mnożnik nazywaią ſię także, *czynnikami mnogości;* (factor) tak 3, i 4, ſą ſą czynnikami 12ſtu, ponieważ 3 razy, 4, czyni 12.

43. Z podanego dopiéro o mnożeniu wyobrażenia, pokazuie ſię; iżby można to działanie odprawić, piſanie mnożnego, powtarzaiąc tyle razy, ile ſię znayduie iednościów w mnożniku, a potém, robiąc dodanie; *n. p.* chcąc rozmnożyć 7, przez 3, można napiſać, - - - 7

$$\begin{array}{r} 7 \\ 7 \\ 7 \\ \hline 21. \end{array}$$

I liczba 21, wypadaiąca z tego dodania, będzie mnogością. Lecz niech tylko mnożny będzie cokolwiek znacznéy wartości, działanie ſtaie ſię zbyt długie, to zaś co właściwie mnożeniem nazywamy, ieſt ſpoſób, przez który, kròtſzą drogą, tegoż ſamego wypadku dochodzimy.

44 Kiedy uważamy liczby niemianowicie, to ieſt bez względu na naturę ich iednościòw, mało na tém zależy, ktòrakolwiek z zadanych dwóch liczb do mnożenia, wezmie ſię za mnożnego, lub za mnożnika.

Np. Maiąc rożmnożyć 4, przez 3, iedno ieſt, rozmnożyć 4 przez 3, albo 3, przez 4; mnogość wypadnie zawſze 12: w rzeczy ſamey, 3 razy 4, nie co inſzego ieſt, tylko raz 4, trzy razy wzięto.

te, i 4 razy 3, ſą 4 razy ieden, trzy razy wzięte: zaczém ieſt rzez oczywiſta, że ráz 4, albo 4 razy ieden, ieſt iedno; toż ſamo *rozumowanie*, względem każdey inney, liczby użyć daie ſię

45. Lecz kiedy wyrażenie zadania w mnożniku i mnożnym, mianowaną liczbę oznacza, wiele na tém zależy, żeby mnożnika za mnożnego niebrać, ani przeciwnie: baczność ta, oſobliwiéy ieſt potrzebna w liczbach wielorakich, o ktòrych niżéy mówić będziémy.

W reſzcie, to zawſze łatwo rozeznać można; zadanie prowadzące do mnożenia, o ktòre rzecz idzie, daie zawſze poznać, ilość, którą kilka razy powtórzyć trzeba, to ieſt mnożnego, i tę która oznacza, wiele razy tenże mnożny, ma ſię powtòrzyć, to ieſt mnożnika.

46. Ponieważ mnożnik, ſłuży do pokazania, wiele razy ma bydź mnożny powtórzony, przeto zawſze ieſt liczbą niemianòwaną.

Tak, w pytaniu, wiele maią koſztówać 52, ſążni drzewa, ſązeń po 36 złł: widzieć ſię daie, że mnożnym ſą 36 złł: które 52 razy powtórzyć trzeba, bądź że te 52, znaczą ſążnie, lub też iaką rzecz inſzą.

47. Mnogość zatém, z powtòrzonego dodania mnożnego, wynikła, będzie miała w ſobie iedności, téyże ſamey natury co mnożny.

Po

Po tém krotkiém wyboczeniu, co do natury iednościòw mnogości, i iéy czynników, powróćmy do sposobu znalezienia téyże mnogości.

48. Reguły mnożenia liczby, bądź iak naybardziéy poskładanéy na tém zależą, aby rozmnożyć liczbę iednéy osobnéy cyfry, przez liczbę drugiéy osobnéy cyfry. Trzeba się tedy wprawić, do znalezienia mnogościòw, liczb w iednéy cyfrze wyrażonych, przydaiąc koléyno liczbę, do téyże saméy liczby tyle razy, ile potrzeba. Można także kiedy się poba, użyć następuiącéy tablicy, ktòrą Pitagorowi przypisuią.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Pier-

Pierwſza liſtwa tey tablicy ſkłada ſię, dodaiąc wſzędzie koleyno po iednemu.
Druga dodaiąc po 2. podobnież.
Trziecia dodaiąc po 3. i. t. d.

48. Przy pomocy téy tablicy chcąc znaleśdź mnogość dwòch liczb, z ktòrych każda ieſt iedną cyfrą wyrażona, ſzukać potrzeba iedney z tych liczb mnożnego *np* w gòrney liſtwie; i od kratki wſpomnioney dopiero liczby, ſpuſzczaiąc ſię proſto na dòł, pòty aż ſię ſtanie na przeciwko mnożnika w pierwſzey kolumnie położonego. Liczba na ktòréy ſię ſtanie, będzie mnogością.

Tak *np* chcąc znaleśdź mnogość 9ciu przez 6. albo wiele czyni, 6 razy 9; ſpuſzczam ſię od 9, w pierwſzey liſtwie znalezionych, aż na przeciwko 6 w pierwſzey kolumnie położonych; liczba na którey zaſtanowiłem ſię, ieſt 54. a zatem 6 razy 9, czynią 54.

Na tém przygotowaniu do mnożenia liczb, w kilku cyfrach wyrażonych, zda mi ſie że bedzie doſyć.

O Mnozeniu przez liczbę, z iedney cyfry złozoną.

50. Napiſz, mnożnika (ktòrego tu z iedney cyfry bydź złożonego rozumiémy,) pod mnożnym, malo na tém zależy,

ży, pod ktòrąkolwiek cyfrą; lecz żeby umyśł zaſtanowić, daymy że to będzie pod cyfrą iednościòw.

Rożmnòż naprzòd liczbę iednościòw przez mnożnika, a ieżeli mnogość, ſame iedności tylko w ſobie zawiéra, napiſz ią na ſpodzie; ieżeli ma w ſobie dzieſiątki i iedności, napiſz tylko ſame iedności, a rachuiąc dzieſiątki za tyleż iednościòw, zatrzymay ie w pamięci.

Rozmnòż podobnież liczbę dzieſiątkòw mnożnego, i do mnogości, doday iedności zatrzymane; napiſz wſzyſtko na ſpodzie, ieżeli w iedney cyfrze wyrażono bydź może, ieżeli nie, to niepiſz, tylko mnogość iednościòw, a zatrzymay dzieſiątki, ktòre ſą ſtami, do dodania ich z naſtępuiącą mnogością, która także ze ſtòw będzie złożona.

Podług téyże ſamey reguły poſtępuy ſobie daley z mnożeniem wſzyſtkich cyfer liczby mnożney, rzęd ſpodni cyfer napiſanych, pokaże ci ſzukaną mnogość.

PRZYKŁAD

Chcę wiedzieć, 2864. ſążnie, wiele ſtóp czynią; ſążeń, 6 ſtóp ma w ſobie: zadanie na tem zawiſło, żeby 6 ſtóp wziąść 2864 razy, albo co na iedno wychodzi (44) 2864 ſtóp, wziąść 6 razy.

Piszę więc - - - - 2864. *Mnożny.*
6. *Mnożnik.*

17184. *Mnogość.*

J mówię, poczynaiąc od iednościów, 6 razy 4, czynią 24; piszę 4, a 2 iedności, za dwa dziesiątki zatrzymuię w pamięci.

2re. 6 razy 6, czynią 36, a 2, którem zatrzymał, czynią 38, kładę 8, a 3, zatrzymuię.

3cie. 6 razy 8, czynią 48, a 3 zatrzymane, czynią 51; kładę 1, a zatzymuię 5.

4te. 6 razy 2, są 12, a 5 zatrzymane, czynią 17, które w całości piszę, bo iuż więcey nic do mnożenia niezostaie. Liczba 17184 iest żądaną mnogością, albo liczbą stóp, które czynią 2864 sążnie; ponieważ, zawiera w sobie 6 razy 4 iedności, 6 razy 6 dziesiątków, 6 razy 8 stów, i 6 razy 2 tysiące, a zatem 6 razy liczbę 2864.

O Mnozeniu przez liczbę z wielu cyfer złozoną.

51. Kiedy mnożnik ma więcey, iak iednę cyfrę, z każdą z osobna z tych cyfer, to robić trzeba, cośmy dopiero powiedzieli, o mnożniku, ktory ma iednę cyfrę, lecz zawsze poczynaiąc od prawey: zatem naprzòd wszystkie cyfry mnożnego, rozmnożyć trzeba ptzez cyfrę iednościòw mnożnika, potem przez cyfrę dziesiątkòw, i ta druga mnogość napisze się pod pierwszą; ale że to ma bydź liczba dziesiątków, ponieważ się przez dziesiątki rozmnaża, przeto pierwsza cyfra tey mno-

mnogości, ma bydź przeniéſiona pod dzieſiątki, drugie zaś cyfry podle niéy, coſaiąc ſię ku lewéy ręce.

Trzecia mnogość, która wynika z mnożenia przez ſta, podobnież napiſze ſię pod drugą, lecz o iedno miéyſce, ku lewéy znowu coſnąwſzy: toż ſamo i względém innych naſtępuiących cyfer zachować trzeba.

Tym ſpoſobém wſzyſtkie mnożenia odbywſzy, mnogości oſobne dodadzą ſię razém, a ſumma, pokaże mnogość całkowitą.

P R Z Y K Ł A D

Zadaie ſię do rozmnożenia liczba 65487.
przez - - - - - - - - - - - 6958,

$$\begin{array}{r} 523896. \\ 327435. \\ 589383. \\ 392922. \\ \hline 455658546. \end{array}$$

Rozmnażam naprzód 65487, przez 8. iednościów, mnożnika, i pod linią, porządnie piſzę cyfry mnogości, 523896. którą znayduię podług podanéy reguły, w pierwſzym przypadku (50) Rozmnażam podobnież liczbę 65487, przez drugą cyfrę mnożnika 5, i mnogość, pod pierwſzą mnogością piſzę, lecz pierwſzą cyfrę 5, pod dzieſiątkami pierwſzey mnogości kładąc.

Tymże ſamym ſpoſobém mnożąc 65487, przez trzecią cyfrę 9, mnogość 589383, piſzę pod przeszłą, ale znowu pierwszą iéy cyfrę 3, pod ſtami kładąc

kładąc, bo liczba przez którą rozmnażałem była liczba ſtów.

Nakoniec rozmnażałem 65487, przez oſtatnią cyfrę mnożnika 6, i mnogość iego 392922, piſzę pod przeſzłą, znowu o iedno mieyſce, w lewą poſunawſzy ſię, ażeby oſtatnia cyfra mieyſce tyſiacow zabierała; cyfra albowiem, przez która ſię rozmnożyło, tyſiące znaczy; w reſzcie te wſzyſtkie mnogości z ſobą dodawſzy, mam mnogość 455658546, z 65487 rozmnożonych, przez 6958 złożoną, to ieſt wartość 65487, wziętych 6958 razy. Jakoż w rzeczy ſamey, wzięło ſię 65487, razy 8 przez pierwſze działanie, 50 razy przez drugie, 900 razy przez trzecie, a 6000 razy przez czwarte.

52 Gdyby mnożny lub mnożnik lub też oba, kończy ſie zerami: działanie ſkróciéby można, rozmnażaiąc iak gdyby zerów nie było; lecz potem, na końcu mnogośći, wſzyſtkie położyć trzeba.

PRZYKŁAD.

Ma bydź rozmnożona liczba	6500.
przez - - - - - - -	350.
	325
	195
	2275000.

Rozmnażam tylko 65 przez 35, i znayduię 2275, na końcu ktorych, dodaię trzy zera, ktore ſię na końcu mnożnego, i mnożnika znayduia. Jakoż mnożny 6500. oznacza 65 ſtów; a zatem rozmnażać 65. należy ſię dorozumiewać że mnogość będzie ze ſtów; podobnież mnożnik, 350, oznacza 35 dziesiątkow; więc, rozmnażaiąc przez 35, rozumie się, że mnogość będzie z dziesiątków; będzie więc, z dziesiątków stów, to iest z tysiaców, a zatém powinna mieć trzy zera: w wszelkich innych zdarzeniach użyć można podobnego temu rozumowania.

53. Kiedy miedzy cyframi mnożnika, znayduia się zera, ponieważ mnożenie przez zera, nie może dać inszey mnogości, iak zera, zaczém obeyśdź się można bez pisania onych, i zaraz przechodząc do mnożenia pierwszey cyfry wartuiącey, po tych zerach następuiącey, mnogość o tyle mieysc więcey iednem, posunie się ku lewey ręce, wiele zerow idących po sobie znayduie się w mnożniku; to iest o dwa mieysca ieżeli iedno zero, o trzy ieżeli dwa, i t. d.

P R Z Y K Ł A D.

Maiąc rozmnożyć - - -	42052.
przez - - - - - -	3006.
	252312.
	126156.
	126408312.

Rozmnożywszy przez 6, i mnogośc 252312 napisawszy, zaraz przez 3, ma się rozmnażać; lecz mnogość 126156, tym sposobem napisać trzeba, żeby znaczyła tysiące; trzeba ią więc posunać o trzy mieysca, to iest iednem więcey, ile zerów, po sobie następuiących, między cyframi mnożnika znayduie się.

O Mnożeniu części dziesiątnych.

54. W rozmnażaniu części dziesiątnych, też samę regułę zachować należy, co w liczbach całych, na kryskę żadnego względu niémaiąc; lecz znalazłszy mnogość, po prawéy ręce, kryską tyle cyfer oddzieli się, ile ich w mnożnym i w mnożniku znaydòwało się.

PRZYKŁAD.

Jest zadanie rozmnożyć - - - -	54,23
przez - - - - - - - - - - - -	8,3
	16269
	43384
	450,109

Rozmnażać tedy będę 5423, przez 83; mnogość wypadanie 450109; a ponieważ znayduią się dwie dziesiątne w mnożnym, i iedna w mnożniku, przeto po prawey ręce mnogości, trzy cyfry oddzieliwszy, zrobi się 450,109. to iest mnogość taka iak bydź powinna.

Téy reguły przyczyna łatwo daie się poiąć, uważaiąc, że gdyby mnożnik był 83, mnogość w dziesiatnych niémiałaby tylko setne, ponieważ mnożny 54,23. którego dziesiątne są setnémi, powtòrzyłby się 83 razy; lecz że mnożnik iest 8,3. mnogość powinna także bydź, dziesięć razy mnieysza iak w piérwszym razie;

oſtatnia tedy cyfra dzieſiątnych, powinna tyſiączne wyrażać; a zatém, 3 cyfry dzieſiątne, w téy mnogości znaydować ſię powinny, to ieſt tyle, ile ich ieſt, w mnożnym i w mnożniku.

To rozumnówanie w każdym innym razie daie ſię użyć.

PRZYKŁAD II.

Maiąc rozmnożyć - - - - - -	0,12.
przez - - - - - - - - - - - -	0,3
	0,036.

Rozmnażać ſię będą 12 przez 3, coby uczyniło 36; że zaś reguła przepiſuie, żeby oddzielić trzy cyfry, możeby kogo zatrudniło, iak to, w tym razie wykonać; lecz udawſzy ſię do rozumówania, któregośmy w przykładzie przeſzłym użyli, pokaże ſię łatwo, iż potrzeba, iak ſię tu czyni, między 36 i kryſką, położyć zero. W rzeczy ſaméy gdyby 0,12, przez 3. mnożyć potrzeba było, pokazuie ſię oczywiście, żeby wypadło 0,36. lecz że tylko przez 0.3 rozmnożyć zadano, to ieſt przez liczbę dzieſięć razy mnieyſzą od 3. przeto téż i mnogość powinna bydź od 0,36. dzieſięć razy mnieyſza, to ieſt tyſiącznémi wyrażona; co ſię ſtanie (28.) napiſawſzy 0,036.

Niektóre użycia, reguły poprzedzaiącéy.

55. Nieieſt tu myśl naſza, podawać wſzelakie, iakie tylko bydź mogą użycia, mnożenia liczby. Wſkażémy tylko niektóre, a te do innych drogę pokażą.

56.

56. Mnożenie, służy do znaleźienia w ogólności, wártości całkowitéy wielu iedności ów, kazdéy osobną wártość maiąc wiadomą.

Np. 10d Wiele ma, kosztować 5842 sążni, sążeń po 54. złł, rachuiąc? trzeba rozmnożyć 54 złł. przez 5842, albo (44.) 5842 złł. przez 54; wártość całkowita wypadnie 315468. złł. 2re. Jeżeli bomba 8 calowa waży 42 fty wiele ważyć będą 5954. bómb, téyże saméy *średnicy*? (diameter) Trzeba rozmnożyć 42, przez 5954, albo 5954, przez 42; waga całkowita 5954. bómb, wyniesie 250068. ftów.

57. Używa się mnożenia chcąc iedności pewnego gatunku, przemienić w iedności mniéyszego gatunku. *Np.* obrócić złote na grosze, grosze na szelągi; sążnie na stopy, stopy na cale, na linie; dni na godziny, te na minuty piérwsze, minuty piérwsze, na minuty wtóre; częstokroć bywaią takowe przemiany potrzebne. Podamy ich niektóre przykłady.

Chcąc przemienić 10. złł. 15. gr. na szelągi; ponieważ złoty zawiera w sobie 30 groszy, rozmnażam naprzód 10. złł przez 30 (52) co mi da 300 groszy, do których przyłączywszy 15 groszy uczyni 315, które rozmnożę przez 3, ponieważ kazdy grosz, wart trzy szelągi, i będę miał mnogość 945 szelągów. która mi oznacza wártość 10 złł. 15 gr. obróconych na szelągi.

 Gdyby

Gdyby było zadano: rok poſpolity, to ieſt 365 dni, 5 godzin, i 48 minut, albo, 365 *d.* 5 g. 48 *m.* wiele uczynią minut? ponieważ dzień ma 24. godziny, rozmnożę 24 g. przez 365 i do mnogości 8760, g. dodam 5. g. rozmnożę potém tę całkowitość 8760 przez 60 (52) gdyż godzina ma w ſobie 60 minut, doſtanę mnogość 525900 minut, do których 48 minut przydawſzy; wypadnie 525-948, to ieſt liczba minut, zawieraiąca ſię w roku poſpolitym,

O Dzieleniu liczb całych, i części dzieſiątnych.

58. Dzielić liczbę, przez drugą, ieſt to w ogólności ſzukać wiele razy piérwſza z tych dwóch, drugą w ſobie zawiéra.

Liczba która ma bydź dzielona nazywa ſię *dziélny* (dividendus) przez którą ſię zaś dzieli, ieſt, *dziélnik*, (diviſor) ta zaś co pokazuie, wiele razy dziélny mieści w ſobie dziélnika, ma nazwiſko *wieloráz* (quotiens)

Niezawſze ieſt cęlém dzielenia wiedzieć, wiele razy iedna liczba drugą w ſobie mieści, atoli działanie zawſze tak ſię czyni, iak gdyby do tego końca zmiérzało; zaczém w każdym razie można go uważać, iako działanie przez które dochodzimy, wiele razy liczba dziélną mieści w ſobie dzielącą.

Stąd idzie; że rozmnażaiąc dzielnika

przez

Rozmnażam dzielnika 7, przez 5, i napisawszy mnogość 35, pod nową częścią dziélną, czynię odeymówanie, po którym zostaie mi reszta 1.

Nakoniec, na boku tey reszty 1, spuszczam ostatnią cyfrę 9, i mówię w 19, wiele razy mam 7? 2 razy; przypisuię 2, do wielorazu.

Rozmnażam dziélnika 7. przez nowy wieloraz 2. i mnogość napisawszy, pod ostatnią częścią dziélną 19, po odięciu zostaie mi reszta 5.

Znayduię więc że 8769, zawiéraią w sobie liczbę 7, tyle razy, ile pokazuie wieloraz, któryśmy napisali, to iest 1252 razy, i że się ieszcze zostaie 5.

Co się tycze tey reszty, dosyć nam teraz tylko będzie powiedzieć, że się pisze na boku przy wielorazie, iak w tym przykładzie zobaczyć można, to iest dziélnika pisząc na spodzie tey reszty, i iednę liczbę od drugiey liniią oddziélaiąc, co wymawia się, pięć siódmych części, albo iednym słowem, *pięć siodmek.* Naturę tego gatunku liczb, wytłómaczymy niżey.

60. Gdyby się trafiło w działaniu, że który z cząstkowych dziélnych, dziélnika w sobie mieścić niebędzie, natenczas, tylko przy wielorażie napisze się zero, i pominąwszy mnożenie, spuszcza się zaraz inna cyfra, do cząstkowego dziélnego, i w dzieleniu postępuie się daléy.

PRZYKŁAD

Trzeba rozdzielić liczbę: 14464 przez 8.

$$\begin{array}{r|l} 14464 & 8 \\ \cline{2-2} \underline{8} & 1808 \\ 64 & \\ \underline{64} & \\ 064 & \\ \underline{64} & \\ \end{array}$$

Biorę tu dwie pierwſze cyfry liczby dzielnéy, bo ſama pierwſza, niemieści w ſobie dzielącéy.

Znayduię że 14, zawieraią w ſobie 8, raz 1. piſzę ten wieloraz 1. rozmnażam 8 przez ieden, i mnogość 8. od 14 odeymuię, co mi daie 6 reſzty, do którey ſpuſzczam trzecią cyfrę, dziélnego to ieſt 4.

Poſtępuię daley mówiąc: w 64, wiele razy mam 8? znayduię 8 razy, piſzę wieloraz 8; po odprawioném rozmnożeniu, mnogość 64, odeymuię od części dziélnéy 64, zoſtaie mi o; do którego ſpuściwſzy 6, to ieſt czwartą, dzielnego cyfrę, znayduię, że 6, w ſobie 8u. niemieści; piſzę zamiaſt wielorazu, o, i natychmiaſt, do 6, ſpuſzczam oſtatnią dziélnego cyfrę 4, mówiąc: w 64, wiele razy mam 8? znayduię 8 razy. Napiſawſzy wieloraz 8, i mnożenie odbywſzy, odeymuię mnogość 64; a iako nic mi ſię niezoſtaie, wnoſzę, że 14464, zawieraią w ſobie liczbę 8, razy 1808.

O Dzieleniu przez liczbę z wielu cyfer złożoną.

61. Gdy dziélnik z więcéy cyfer będzie złożony, poſtąpić ſobie trzeba naſtępuiacym ſpoſobém.

Weżmiy po lewéy ręce dziélnego tyle cyfer, ile potrzeba do umieſzczenia dziélnika.

To założywſzy, zamiaſt ſzukania iak wyżéy, wiele razy część dziélna zawiéra w ſobie całego dziélnego, ſzukay tylko wiele razy piérwſza cyfra dziélnika mieści ſię w piérwſzéy, lub dwóch piérwſzych

wſzych cyfrach dziélnego, ieżeli ſama piérwſza niewyſtarcza; wieloráz ten, napiſz pod dziélnikiém iak piérwéy.

Rozmnażay koléyno, podług reguły danéy (50), wſzyſtkie cyfry dziélnika przez wieloráz, a cyfry mnogości, porzadkiém pownoś pod odpowiadaiące cyfry dziélnego. Odpraw odéymowanie, i do reſzty, ſpuść naſtępuiącą dziélnego cyfrę, dla pociągnienia daléy, tymże ſamym ſpoſobém tego działania.

Niektòrémi przykładami to obiaśnimy, i zachodzące w nich trudności ułatwimy.

PRYKŁAD I.

Niech będzie zadano rozdzielić 75347. przez 53.

$$\begin{array}{r|l} 75347. & 53. \\ \underline{53} & 1421\ \tfrac{34}{53}. \\ 223. & \\ \underline{212} & \\ 114 & \\ \underline{106} & \\ 87. & \\ \underline{53.} & \\ 34. & \end{array}$$

Biorę tylko dwie piérwſze cyfry dziélnego, ponieważ zawieraią w ſobie dziélnika; i zamiaſt mówić, w 75 wiele razy mam 53, mówię tylko wiele razy 7. dzieſiątków z 75, mieſzczą w ſobie 5 dzieſiątków z 53, to ieſt wiele razy 7, zawiéra w ſobie 5? znayduię 1. który, iako wieloráz piſzę.

Roz-

Rozmnażam 53 przez 1. i mnogość 53 pod 75 przenoszę: po odprawioném odięciu zostaie 22. do których następuiącą dzielnego cyfrę 3. spuszczam, i postępuię daléy mówiąc, dla większéy łatwości, we 22. wiele razy mam 5? (zamiast w 223. wiele razy mam 53.) Znayduię 4 razy, które iako nowy wieloraz piszę.

Rozmnażam koléyno przez 4. obie cyfry dziélnika, i mnogość 212, pod częścią dziélną 223 składam; po odciągnieniu zostaie mi reszta 11. do któréy spuszczam cyfrę dziélnego 4, i prosto mówię iak przedtém w 11. wiele razy mam 5? 2 razy; napisawszy ten wieloraz, rozmnażam 53, przez 2, co mi daie 106, które piszę pod częścią dziélną 114; odprawiwszy odeymówanie mam resztę 8, do których ostatnią cyfrę 7, spuszczam; i postępuiąc, daléy, rozdziélam 87, podobnież iak wyżéy, wypada mi wieloraz 1, i reszta 34, którą piszę przy wielorazie, wyżéy wzmiankowanym sposobem (59.)

62. Należałoby wprawdzie szukać ściśle, wiele razy część dziélna, całego dziélnika w sobie zawiéra; lecz że takowe macanie, częstokroć byłoby bardzo dlugie, i przykre, na tém iakośmy widzieli, przestawać się zwykło, gdy tylko szuka się wiele razy część naymocniéysza dziélnego, w sobie mieści także część naymocniéyszą dziélnika, wieloraz tym sposobém wynaleziony, niezawsze iest prawdziwy, ponieważ w istocie saméy tą drogą tylko przybliżamy się do wartości prawdziwego wielorazu; z tém wszystkiém,

oprócz

oprócz że zbliżenie takowe, prawie zawſze ſzukaną liczbę wſkazuie, w przeciwnym razie, przynaymniéy mało co od niéy oddali; naſtępuiące mnożenie ſłuży, do poprawienia tego, co w owém ſądzeniu mogło bydź omylnego. W rzeczy ſaméy, gdyby część dziélna, trzy razy *np* zawiérała w ſobie dziélnika, a z uczynionéy pròby pokazało ſię, że go 4 razy pomieścić może, w rozmnożeniu, łatwo pokazuie ſię iżby mnogość, większa była od dziélnego, ponieważ brałoby ſię więcéy razy dziélnika aniżeli ſię prawdziwie w dziélnym mieści, przez co odéymòwanie ſtałoby ſię niepodobne: w takowym tedy razie, wieloráz zmniéyſza ſię o iednę, dwie, i. t. d. iedności, pòki niewypadnie mnogość do odciągnienia zgodna; przeciwnym ſpoſobém gdyby za wieloráz były wzięte 2, reſzta wypadłá przez odéymówanie, od dziélnika bydź większą pokazałaby ſię, coby znakiém było, że dziélnik ieſzcze w niéy mieści ſię, a zatém że wieloráz ieſt mały.

Wreſzcie przez używanie, nabydź można wkrótce łatwości, przewidzenia, o wiele zmniéyſzyć lub pomnożyć trzeba wieloráz z piérwſzéy próby wypadły.

PRZY-

PRZYKŁAD

Niech będzie zadano rozdzielić 189492 przez 375.

189492.	375
1875	$505\frac{117}{375}$.
1992	
1875	
117.	

Biorę cztery pierwſze cyfry dzielnego, bo trzy przednie niemieszczą ieszcze w sobie dzielnika. Potém mówię w 18 tylko, wiele razy mam 3? w rzeczy ſamey mam 6 razy; lecz rozmnażaiąc 375 przez 6, wypadnie mi więcey od dzielnego 1894; dla czego piſzę tylko 5, a napiſawſzy mnogość pod 1894, czynię odeymowanie, i zoſtanie mi ſię 19.

Spuszczam do 19, cyfrę dzielnego 9; a ponieważ 199, niemieści w sobie 375, kładę 0, za wieloraz, i do 199 spuszczam naſtępuiącą cyfrę dzielnego 2, co mi da 1992; i mówię w 19 tylko, wiele razy mam 3? 6 razy. Lecz dla wyżey obiaśnioney przyczyny, piszę tylko wieloraz 5, i po uczynionem wzwyż opisanem działaniu, zoſtaie mi reszta 117.

63. Dla tém łatwieyſzego poięcia tego ſpoſobu, podaliśmy regułę żeby pod każdą częścią dzielną mnogość z rozmnożenia dzielnika przez wieloraz, znaleziona, napiſać; lecz ponieważ, ieſt celém Arytmetyki, działania ile możności ſkracać, należy nam tu przydać, iż bez piſania tych mnogościów obéyśdź ſię może, czyniąc koleyno zaraz odéymowanie

po

po rozmnożeniu każdey cyfry dzielnego; Następuiący przykład, rozumiem będzie dostarczaiący, na obiaśnienie tego odeymowania.

PRZYKŁAD

Ma bydź dzielono - 756984. przez 932.

$$\begin{array}{r|l} 756984 & 932. \\ \hline 1138 & 812\ \frac{200}{932}. \\ 2064 & \\ \hline 200. & \end{array}$$

Wziąwszy cztery pierwsze cyfry dzielnego, których do umieszczenia dzielnika trzeba, znayduię że 75, mieszczą w sobie 9, razy 8, dlaczego piszę wieloraz 8; lecz zamiast przeniesienia pod 7569, mnogości z rozmnożenia 932, przez 8, wyniknąć maiącey, rozmnażam prosto 2, przez 8, co mi daie 16, a iako 16, niemogę odiąć z 9, pożyczam od następuiącey cyfry 6, dziesiątka, który z 9 złączony uczyni 19, z tych więc odiąwszy 16, zostanie mi 3. które na spodzie piszę.

Zebym się zaś wyrachował z tego pożyczonego dziesiątka, zamiast zmnieyszenia o iednę iedność cyfry 6, od którey pożyczyłem, zatrzymuię w myśli tę iedność, i dodaię ią do następuiącey mnogości, i tak daley w mnożeniu postępuiąc, mówię 8 razy 3, czynią 24, a 1 zatrzymany, są 25; a iako 25 od 6 odiąć niemogę, od następuiącey dzielnego cyfry 5, pożyczam dwóch dziesiątków, które z 6 złączone czynią 26; z tych odiąwszy 25, zostaie mi 1, który pod 6 piszę; tym sposobem wyrachowałem się z pierwszego dziesiątka, o który powinienem był zmnieyszyć 6, bóm odiął więcey iednym dziesiątkiem, iak należało.

Podobnież wyrachuię się, i z dwóch dopiero pożyczonych dziesiątków; mówię więc daley: 8 razy

9 czynią 72, a 2 pożyczone, ſą 74, które z 75 odięte, daią mi reſztę 1.

Spuſzczam do reſzty 113 cyfrę dziélnego 8, i w tenże ſam ſpoſób daléy poſtępuię, mówiąc: w 11, wiele razy mam 9? 1 raz; potém, raz 2, ſą 2, które odiąwſzy od 8, zoſtaie 6, raz 3 ſą 3, które odiąwſzy od 3, zoſtaie 0, raz 9 ieſt 9, które odiąwſzy od 11, zoſtaie 2. Do reſzty 206, ſpuſzczam cyfrę 4, i mówię we 20 wiele razy mam 9? 2 razy, potém rozmnażaiąc, 2 razy 2, ſą 4, te odiąwſzy od 4, zoſtaie 0. 2 razy 3, ſą 6, które odiąwſzy od 6, zoſtaie, 0; i nakoniec 2 razy 9, ſą 18, które odiąwſzy od 20, zoſtaie 2.

W przeciągu dzielenia cząſtkowego, może ſię trafić, że dziélny, więcéy iak 9 razy, w ſobie mieści dziélnika; z tém wſzyſtkiém wielorazu nigdy nad 9 nietrzeba brać większego; gdyby albowiém tylko 10, położyć można, byłoby dowodém, że wieloráz przez poprzédzaiace działanie wynaleziony, był fałſzywy; ponieważ dzieſiątek w teraźniéyſzym wielorazie wypadły, do przeſzłego należałby wielorazu.

64. Gdyby po dziélnym i dziélniku zera naſtępowały, tak w pierwſzym iak w drugim, mogę ich odiąć tyle, ile ich ſię znayduie na końcu tego, który ich ma mniéy.

Np. chcąc rozdzielić 8000 przez 400, dzielę tylko 80 przez 4; ieſt albowiém oczywiſta, że

80 złów, niewięcéy razy zamykaią w sobie 400 złów, iak 80 iednościów, zamykaią w sobie 4 iedności.

O Dzieleniu części dziesiątnych.

65. Zebyśmy się daremnie zbytecznémi wywodami niezabawiali, działanie dzielenia dziesiątnych, w téy regule iednéy zamkniémy.

Z pomiędzy dwóch liczb zadanych, téy ktòra ma w sobie mniéy dziesiątnych, doday na końcu, dostateczną liczbę zerów, ażeby wielość dziesiątnych, w obu ròwna była; co wartości liczby nieodmiéni (29): kryskę w obydwu odrzuć, i działanie odpraw iak w liczbach całych; w znalezionym wielorazie, niebędziesz miał nic do odmiénienia.

PRZYKŁAD

Jest zadano rozdzielić - 12,52 przez 4,3
Piszę - - - - - - - 12,52 | 4,3
Albo raczéy dopełniaiąc liczbę dziesiątnych, 12,52 | 4,30
Odrzuciwszy kryskę, mam 1252 dzielić przez 430.

Odbywszy działanie 1252 | 430
392 | $2\frac{392}{430}$.

Znayduię wieloraz 2, i resztę 392; to iest, że wieloraz iest 2 i $\frac{392}{430}$.

Lecz iako célém dziesiątnych rachunków, iest żeby ułamków pospolitych uni-

 knąć,

knąć, tak zamiaſt napiſania reſzty w poſtaci ułamka, iakośmy czynili dotąd, poſtąpi ſię daléy w działaniu iak w naſtępuiącym przykładzie:

PRZYKŁAD

1252	430
3920	2,9116.
500	
700	
2700	
120.	

Znalazłſzy wieloráz w całości, iak tu 2, na boku reſzty 392, przyda ſię iedno zero, które uczyni tę reſztę dzieſięć razy większą; potém w dzieleniu przez 430 daléy poſtępuie ſię, a znalazłſzy wieloráz 9, pisze ſię na swoiém miéyscu, ale wprzód wieloráz całych, oddziela ſię kryſką przy 2; tym sposobém 9, iuż tylko dzieſiątne znaczyć będzie: po odprawionem mnożeniu i odéymowaniu, do reszty 50 doday zero, co na iedno wychodzi, iak gdybyś był zaráz dwa zera dzielnemu przydał; kładąc po 9, znaleziony wieloráz 1, tym sposobém da mu ſię iego prawdziwa wártość, bo natenczas setne oznacza. J tak daléy pociągnąć ſię może działanie, podług potrzeby przybliżenia. Przeſtaiąc na dwóch dzieſiątnych będę miał wártość wielorazu, mniéy a niżeli o iednę setną od prawdziwéy wártości, rożniącego ſię, to ieſt że zoſtaiąca reszta, mniéy waży iak iednę setną; i. t. d. niemożna albowiém było wziąść iednéy iedności mniéy lub więcéy do wielorazu, boby ſię ſtáł, albo zbyt mały, lub nazbyt wielki.

Tym sposobém wszyſtkie reszty z dzielenia wynikaiące, mogą bydź obrócone na dzieſiątne.

66.

66. Zoſtaie nam ieſzcze do wytłómaczenia, dla czego odrzucenie kryſki w dzielnym i w dzielniku, w wielorazie nic nieodmienia, liczbę dzieſiątnych w każdym, do równéy wielości dopełniwſzy: to łatwo daie ſię poiąć, ponieważ w wyżéy położonym przykładzie, dzielny 12,52, i dzielnik 4,30 nieſą co inſzego, tylko 1252 ſetnych, i 430 także ſetnych, bo iedności całe, ważą ſta ſetnych; (22) zatém iaśnie pokazuie ſię, że 1252 ſetnych, nieinaczéy w ſobie zawieraią 430 ſetnych, iak 1252 iedności, mieſzczą w ſobie 430 także iednościów, dla tego dopełniwſzy liczbę dzieſiątnych, wzgląd na kryſkę ieſt niepotrzebny.

O Próbie mnożenia i dzielenia.

67. Z ſaméy definicyi, którąśmy do każdego z tych działań, z oſobna dali, można wyciągnąć ſpoſób, uczynienia ich próby.

Ponieważ w mnożeniu, mnożny bierze ſię tyle razy, ile iednościów znayduie ſię w mnożniku, idzie zatém, iż znalazłſzy, wiele razy mnogość, mieści w ſobie mnożnego, to ieſt (58) rozdzieliwſzy mnogość przez mnożnego, za wieloráz powinien wypaśdź mnożnik, a iako można wziąść mnożnego za mnożnika, i odwrotnie, tak też powiedzieć można w powſzechności, iż *rozdzieliwſzy mnogość, to ieſt liczbę rozmnożoną, przez iednę z mnożących, za wieloráz druga wypaśdź powinna.*

Np. znalazłſzy wyżey (50) że 2864 rozmnożone przez 6, dały 17184, dzielę 17184, przez 2864, i powinienem znaleśdź, iakóż w samey rzeczy znayduię wieloráz 6.

68. Podobnież, ponieważ wieloráz z dzielenia wynikły, oznacza, wiele razy dzielny mieści w ſobie dzielnika, idzie zatém, iż wziąwſzy dzielnika tyle razy wiele wieloráz znaczy, to ieſt rozmnożywſzy dzielnika przez wieloráz, z mnogości, powinien dzielny wypaśdź, ieżeli reſzta żadna niezoſtała w działaniu; gdyby zaś co zoſtało było, rozmnożywſzy dzielnika przez wieloráz, do mnogości dodać potrzeba reſztę z dzielenia pozoſtałą; a tak dzielny zupełny wypaśdź powinien.

Np. znalezliśmy wyżey (62.) że 189492 rozdzielone przez 375, dały wieloráz 505. i reſzty 117: mnożąc zatém 375 przez 505 znayduię 189375. do których dodawszy resztę 117. mam w zupełności 189492. to ieſt dzielnego.

Tak

Tak więc mnożenie i dzielenie za wzaiemną próbę ſłużyć ſobie mogą.

O niektórych użyciach, reguły poprzedzaiącéy.

69. Dzielenie, nie tylko ſłuży do wynalezienia, wiele razy iedna liczba, drugą w ſobie mieści, ale też i do podzielenia liczby iakowéy na rowne części. Wziąść połowę, tróykę, cwierć, piątkę, dwudzieſtkę, trzydzieſtkę, i. t. d. iakowéy liczby, ieſt to rozdzielić tę liczbę, przez 2, 3, 4, 5, 20, 30, i. t. d. albo ią przedzielić na 2, 3, 4, 5, 20, 30, i. t. d. rownych części, dla wzięcia z nich iednéy.

Z pomiędzy wielu takowego dzielenia przykładów, obraliśmy przypadek, w którym znaleśdź potrzeba, wielkość szrednią między wielu innémi. Daymy, że uczyniwszy z iednego możdzierza dzieſięć prób, rzucenia pokazały ſię bydź następuiące.

Razy rzucenia	Dalekości rzucenia
1	. . 1231 sążnie.
2	. . 1192.
3	. . 1223.
4	. . 1200.
5	. . 1227.
6	. . 1144.
7	. . 1186.
8	. . 1219.
9	. . 1229.
10	. . 1164.
Summa Rzuceniów.	- 12015
Rzucenie śrzednie	- - - 1201 $\frac{5}{10}$.

Co rozumiemy przez wielkość śrzednią, ieſt to, coby była każda wielkość zosobna, gdyby zachowawszy, tęż samę wartość całkowitą, wszyſtkie między sobą równe były. Stąd iaśnie pokazuie ſię, że gdyby wszyſtkie między sobą równe były, dla wynalezienia wartości każdey zosobna, trzebaby ich całkowitość przedzielić na tyle części, ile ſię znayduie, takowych wielkości. Trzeba tu więc rozdzielić summę 12015 na dzieſięć części, to ieſt rozdzielić ią przez 10; wieloraz 1201 $\frac{5}{10}$ ieſt wielkością, czyli rzuceniém śrzedniém, tak nazwanem, dlatego że niby śrzodek trzyma między wszyſtkiemi.

W pospolitych rachunkach praktycznych, ułamek

mek zwykł ſię odrzucać, kiedy wartość iego połowy iedności niedochodzi; przeciwnie gdy przechodzi takowéy iedności połowę, albo całą wartość téyże połowy waży, rachówać ſię zwykło iedną iednością więcéy.

70. Dzielenie ſłuży ieſzcze, do przemiénienia iedności pewnego gatunku, w iedności gatunku wyżſzego *np.* pewną liczbę ſzelągòw na groſze, te zaś na złote.

Chcąc obrócić 5864 ſzelągów na groſze, uważać trzeba, że ponieważ na groſz ieden 3 szelągi wchodzi, ile razy będą ſię miescić 3 szelągi, w 5864 szelągach, tyle téż będzie i groszy. Trzeba zatém dzielić przez 3; co uczyni 1954 grosze, i 2 szelągi reszty.

Te 1954 gr. chcąc obrócić na złote, rozdzielę 1954 przez 30, ponieważ na złoty trzeba 30 groszy; tym sposobém, doſtanę w całkowitości 65 złł. 4 gr. 2 szelągi.

71. Z okazyi tego dzielénia przez 30, uważyć nam należy, iż maiąc dzielić przez liczbę iaką po któréy naſtępuią zera, działanie ſkrócić można, po ſprawéy ręce dziélnego oddzielaiąc tyle cyfer, ile w dziélniku zerów znayduie ſię; dzieli ſię potém część pozoſtała po lewéy ręce przez znaczące cyfry dziélnika, to ieſt które nieſą zerami; ieżeli ſię zoſtaie reſzta, piſzą ſię przy niéy oddzielone cyfry, ſkąd całkowita reſzta wynika.

Np.

Np. dzieląc 5834 przez 20, oddzielam cyfrę 4, i część 583, dzielę przez 2; mam wieloraz 291 i reszty 1; przy tey reszcie, 1, piszę oddzieloną cyfrę 4, co mi daie całkowitą resztę 14; a zatem wypada mi wieloraz 291 $\frac{14}{20}$.

72. *Stąd pokazuie się, iż gdy mi potrzeba wziąść trzydziestą część liczby złotych zadanych, oddzielam naprzód ostatnią cyfrę po prawey ręce, rachuię tę ostatnią cyfrę za grosze, biorę trzecią część drugich cyfer, rachuię ie za złote; ieżeli biorąc tę trzecią część, zostaie mi się ieden lub dwa, rachować ie będę za dziesiątki groszów, które po lewey ręce cyfry, z początku oddzieloney, napiszę.* *

Np. chcąc mieć trzydziestą część 54672 *złotych: oddzielam ostatnią cyfrę* 2, *które rachuię za grosze, ponieważ trzydziesta część* 2 *złł. są* 2 *grosze; biorę trzecią część* 5467, *co mi uczyni* 1822 *złł. a iako mi się zostaie* 1, *mam* 1822 *złł.* 12 *groszy, na żądaną trzydziestą część; przenosi się dziesiątek zostaiący, do dziesiątków groszów, dla tego, że trzydziesta część iednego dziesiątka złotych, iest ieden dziesiątek groszów.*

Gdyby rzecz szła, o wzięcie dziesiątey części, natenczas, wszystkie cyfry, oprócz ostatniey po prawey ręce, wziąść trzeba za tyleż złotych: potem tę ostatnią cyfrę stroiwszy, to stroienie, wziąść należy za grosze, dziesiąta albowiem część złotego, warta 3. *grosze.* O

---

* Dla użytku kraiowego monetę Francuzką odmieniliśmy tu raczey na swoyską, z którey to przyczyny i przykłady niektóre niżey położone, odmienić się musiały,

O Ułamkach.

73. *Ułamki* wzięte arytmetycznie, nieco inszego są, tylko liczby, przez które wyrażaią się ilości mnieysze od iedności.

74. Żeby sobie ułamków iasne wyobrażenie uczynić, trzeba sobie wystawić ilość, którąśmy wzięli za iedność, iako złożoną z pewnéy liczby cząstek, albo iednościów ieszcze mnieyszych, tak, iak *np* poymuiémy, że złoty iest złożony z trzydziestu części, czyli iednościów mnieyszych, które nazywamy groszami.

Jedna lub więcéy takowych cząstek, czynią *ułamek iedności*; lecz daie się także to nazwisko liczbom, które, nam takowe cząstki wystawiaią.

75. Ułamek, może bydź wyrażony dwoiakim sposobém w liczbach, oba są w używaniu.

Piérwszy sposób zawisł, na wystawieniu sobie, iako liczb całych, tych części iedności, iakie w sobie taż iedność zawiéra, o którą rzecz idzie, lecz natenczas takowym częściom, osobne dawać się zwykło nazwisko.

Tak chcąc wyrażić 7 części, takich, iakich się 30 zawiera w złotym, używa się cyfry 7, lecz się przydaie 7 groszy, pisząc 7 gr. Ten sposob ozna-

czenia

czenia części iednościów, ma mieyſce w liczbach wielorakich, o których niżey mówić będziemy.

76. Lecz iako do każdego przedſięwziętego podzielenia iedności, oſobnego trzebaby znaku, przeto tey wielorakości znaków unikaiąc, ułamek wyrażać ſię zwykł, przez dwie liczby, iedna nad drugą położone, i liniią przedzielone.

Tak chcąc naznaczyć 7 takowych części, o których mówiliśmy, piſze ſię $\frac{7}{30}$, to ieſt powiedziawſzy w ogólności, piſze ſię naprzód liczba, która oznacza, wiele części, całey iedności, ma w ſobie ilość, o którą rzecz idzie, na ſpodzie zaś tey liczby piſze ſię liczba, wyrażaiąca, wiele takowych części w całey iedności wyſtawuiemy ſobie.

Ułamek wymawiaiąc, wymawia ſię naprzòd liczba wyżſza nazwana *licznik*, (numerator) a potém liczba niżſza, ktòra nazywa ſię *mianownik* (denominator)

Np. chcąc wymówić $\frac{7}{30}$ mówię *ſiédm trzydzieſtek*; chcąc powiedzieć $\frac{4}{5}$, mówię *cztéry piątek*; przez które to wyrażenie *cztéry piątek*, powinny ſię rozumiéć cztéry części, którychby potrzeba pięć, na złożenie iedności.

Dla obiaśnienia, kładzie ſię tu ſpoſób, wymawiania takowych ułamkòw.

$\frac{1}{2}$ *połowa albo pół*	$\frac{3}{6}$ *trzy ſzóſtki*
$\frac{1}{3}$ *iedna tròyka.*	$\frac{2}{7}$ *dwie ſiódmki*
$\frac{1}{4}$ *iedna czwórka albo ćwierć*	$\frac{5}{8}$ *pięć óſmek*
$\frac{2}{4}$ *dwie czwórki*	$\frac{4}{9}$ *cztéry dziewiątek*
$\frac{3}{5}$ *trzy piątki*	$\frac{8}{10}$ *ośm dzieſiątek i. t. d.*

77.

77. Licznik więc oznacza, wiele części pewnéy iedności, zawiéra w ſobie ilość, przez ułámek wyrażona; mianownik zaś daie poznać, iakiéy ſą wártości takowe części, oznaczaiąc wiele ich potrzeba do złożenia całéy iedności. Daie mu ſię imię *mianownika* dla tego, że w iſtocie ſaméy, òn ułamkowi daie nazwiſko, *np* w $\frac{3}{5}$ i $\frac{2}{7}$, części piérwſzego ułamka nazywaią ſię *piątki*, części zaś drugiego zowią ſię *ſiódmkami.*

78. Licznik i mianownik nazywaią ſię także powſzechném imieniém, dwa *wyrazy ułamka.*

O Cálkowitkach uważanych w poſtaci ułamka.

79. Działania z ułamkami, przychodzą częſtokroć do wypadków łamanych, w ktòrych licznik większy ieſt od mianownika, *np* do wypadków tym podobnych $\frac{8}{8}$, $\frac{27}{5}$. i. t. d.

Podobnego gatunku wyrażenia nieſą właściwémi ułamkami, ale to ſą liczby całe, z ułamkami złączone.

80. Chcąc wyciągnąć z nich cálkowitki, licznika przez mianownika rozdzielić trzeba; wieloráz da cálkowitki,

reſzta pozoſtała, będzie licznikiém ułamka, do tych całkowitek należącego.

Tak $\frac{27}{5}$ dadzą $5\frac{2}{5}$, to ieſt pięć całkowitych i dwie piątki.

W rzeczy ſaméy, w wyrażeniu $\frac{27}{5}$ mianownik 5, daie poznać że całkowita iedność, ieſt z 5 części złożona; a zatém wiele razy te 5 będą ſię mieścić w 27, tyle téż będzie iednościów całkowitych, w wartości ułamka $\frac{27}{5}$.

Mnożenia i dzielenia, liczb całkowitych, z ułamkami połączonych, przynaymniéy dla łatwości wyciągaią, aby takowe całkowitki, przemiénione były w ułamki.

Przemianę takową uczynić można, liczbę całkowitą rozmnażaiąc przez mianownika ułamka, w który chcemy tę całkowitkę obrócić.

Np. chcąc przemiénić 8 całe, w piątki, rozmnożywſzy 8 przez 5, mieć będę $\frac{40}{5}$. Jakóż w przemiénieniu 8, w piątki, uważam iedność z pięciu części złożoną, 8 iedności zatém, będą ich mieć w ſobie 40; podobniéż $7\frac{4}{9}$ obrócone w dziewiątki, uczynią $\frac{67}{9}$.

O odmianach które w wyrazach ułamka czynić można, wartości ułamka nieodmiéniaiąc.

81. Rzecz przez ſię iaſna, że im więcéy

céy ſobie wyſtawiać będę części w iedności, tém więcéy trzeba będzie takowych części do złożenia téyże iedności.

Zatém można uczynić mianownika dwa, trzy, cztéry, i. t. d. razy większym, bez odmiénienia wártości ułamka, byleby oráz, licznika, dwa, trzy, lub cztéry razy, i. t. d. zwiększyć.

Można więc w powſzechności powiedzieć, *że ułamek nieodmiénia wártości ſwoiéy, gdy oba iego wyrazy będą rozmnożone przez iednę liczbę.*

Tak $\frac{3}{4}$, ieſt iedno co $\frac{6}{8}$; $\frac{1}{2}$, ieſt iedno co $\frac{2}{4}$, co $\frac{3}{6}$, co $\frac{5}{10}$.

82. Przez podobne rozumówowanie, wnieść ſobie można, że im mniéy będzie części w iedności, tém mniéy tychże części będzie potrzeba, na złożenie całości, a zatém bez odmiénienia ułamka, można mianownika iego uczynić 2, 3, 4 razy, i. t. d. mniéyſzym, byleby oráz, i licznika 2, 3, lub 4 razy, i. t. d. zmniéyſzyć; w ogólności, *ułámek nieodmiénia ſwoiéy wártości, gdy oba iego wyrazy przez iednęż liczbę ſą rozdzielone.*

Dla przekonania ſię o prawdzie tego dwoiakiego *podania* (propoſitio), doſyć ieſt przypomnieć ſobie, co ieſt mianownik i licznik w ułamku.

Uważ-

Uważmy tedy, że rozmnożyć lub rozdzielić oba wyrazy ułamka, przez też samę liczbę, nieieſt to rozmnożyć lub rozdzielić ułamek; ponieważ iakośmy dopiéro powiedzieli, przez podobne działania, wártości ſwoiéy nieodmienia ułamek.

Te dwie prawdy, któreśmy dopiéro założyli, ſą fundamentém dwóch, w wiélkiém używaniu będących naſtępuiących działań.

Przyprowadzenie ułamków do ſpólnego, mianownika.

83. 1od. Chcąc dwa ułamki, przywieśdź do iednegoż mianownika: rozmnoż oba wyrazy pierwſzego ułamka, kazdy wyráz przez mianownika, drugiego; i oba wyrazy drugiego ułamka, każdy przez mianownika, pierwſzego.

Np. chcąc przywieśdź do ſpólnego mianownika dwa ułamki, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, rozmnażam 2 i 3, które ſą dwóma wyrazami pierwſzego ułamka, każdy przez mianownika drugiego ułamka 4, i mam $\frac{8}{12}$, (81) które tęż ſamę maią wártość, co $\frac{2}{3}$.

Rozmnażam podobnież dwa wyrazy 3 i 4, drugiego ułamka, każdy przez mianownika pierwſzego 3; i mam $\frac{9}{12}$, które tyleż ważą co $\frac{3}{4}$. tym ſpoſobem ułamki $\frac{2}{3}$. i $\frac{3}{4}$. ſą odmienione w $\frac{8}{12}$ i $\frac{9}{12}$, które

ſą

ſą względem ſiebie, téyże wartości co pierwſze, a mianownika maią ſpólnego.

Łatwo widzieć ſię daie, że tym ſpoſobém, mianownik, będzie zawſze tenże ſam, dla każdego zoſobna z tych dwóch nowych ułamków; w każdym bowiém działaniu, nowy mianownik zrobił ſię, z rozmnożenia dwóch mianowników początkowych.

84. 2*re*. Jeżeli ieſt więcéy iak dwa, zadanych ułamków, wſzyſtkie do iednego przywieśdź można mianownika, rozmnażaiąc dwa wyrazy każdego zoſobna ułamka, przez mnogość, z rozmnożenia wſzyſtkich innych mianowników pochodzącą, oprócz mianownika tego, którego ułamek, przez takową mnogość rozmnaża ſię.

Np. chcąc przywieśdź do ſpólnego mianownika, naſtępuiące ułamki. $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{7}$; rozmnażam oba wyrazy 2, i 3, pierwſzego ułamka, przez mnogość z trzech mianowników 4.5.7, drugich ułamków; mnogość, którą znayduię, mówiąc: 4 razy 5 ſą 20, potém 7 razy 20 ſą 140; rozmnażam zatém 2, i 3, każdy przez 140, i mam $\frac{280}{420}$, które téyże ſaméy ſą wartości, co $\frac{2}{3}$. (81)

Rozmnażam podobnież dwa wyrazy 3, i 4, drugiego ułamka, przez mnogość z 3, 5, 7; mnogość, która mi wypadnie mówiąc: 3 razy 5 ſą 15; potém, 7 razy 15, ſą 105; rozmnażam zatem 3 i 4, każdy przez 105, co mi da $\frac{315}{420}$; to ieſt, ułamek téyże ſaméy watości, co $\frac{3}{4}$.

Poſtępuiąc do trzeciego ułamka, mnożę oba wyrazy 4 i 5, każdy przez 84, to ieſt przez mnogość z trzech mianowników 3, 4, i 7, i mam $\frac{336}{420}$, zamiaſt $\frac{4}{5}$.
Naoſtatek, w czwartym ułamku, rozmnażam 5 i 7, każdy wyraz przez mnogość 60, z mianowników 3, 4, 5, trzech pierwſzych ułamków wypadłą, i mieć będę $\frac{300}{420}$, zamiaſt $\frac{5}{7}$; tak, cztery ułamki; $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, i $\frac{5}{7}$, ſą przemienione w $\frac{280}{420}$, $\frac{315}{420}$, $\frac{336}{420}$, $\frac{300}{420}$, mniey proſte od pierwſzych wpradzie, ale teyże ſamey wartości, co tamte, i do działań dodawania i odeymowania, dla ſpólnego mianownika zgodnieyſze.

Uważmy, iż mianownik każdego nowego ułamka, będąc złożony, z mnogości wſzyſtkich początkowych mianowników; nowy mianownik niemoże bydź tylko tenże ſam, dla wſzyſtkich ułamków.

85. Reguła ta, może ieſzcze w innym widoku bydź wyſtawiona, który drogę pokazuie, do dania proſciéyſzego wyrażenia ułamkòm przywiedzionym do ſpólnego mianownika, kiedy ich mianowniki początkowe, ſą *wielokrotnémi* częściami inſzych, (multipla) albo gdy maią ſpólnych dzielników.

W tym razie, obiera ſię za ſpòlnego mianownika, liczba naymniéyſza, ſpełna dzielić ſię daiąca, przez każdego zoſobna mianownika zadanych ułamków: dla

Każda liczba kończąca ſię przez liczbę parzyſtą, może bydź rozdzielona przez 2.

Każda liczba, którey ſumma cyfer z ſobą tak dodanych, iak gdyby były proſtémi iednościami, uczyni 3, albo wielokrotność trzech, to ieſt liczbę w któréyby 3, ſpełna razy, mieściły ſię, będzie rozdziélna przez 3.

Np. 54231. ſą rozdziélne przez 3; ponieważ oſobne téy liczby cyfry 5, 4, 2, 3, 1, czynią 15, które nieco innego, ſą, tylko 5 razy 3.

Tóż ſamo o 9 powiedzieć można, ieżeli cyfry dodane razém uczynią 9, albo wielokrotność dziewięciu.

Każda liczba kończaca ſię przez 5, albo przez zero, może bydź rozdzielona przez 5.

Względém liczby 7, i naſtępuiących, luboby łatwo podobne reguły wynaléśdź można, lecz ponieważ doświadczanie, tak długie byłoby iak dzielenie, zaczém lepiéy będzie przez dzielenie próbować:

Niech *np.* do zmieyſzenia zadany będzie ułamek $\frac{2016}{5796}$. Dzielę oba wyrazy przez 2, ponieważ oſtatnie cyfry każdego, ſą parzyſtemi liczbami; i mam $\frac{1008}{2898}$. Dzielę ieſzcze przez 2, i mam $\frac{504}{1449}$. Cośmy powiedzieli wyżéy, naucza mnie, że przez 3 rozdzielić mogę; co w ſamey rzeczy zrobiwſzy, mam $\frac{168}{483}$; dzielę ieſzcze przez 3, co mi daie $\frac{56}{161}$; na-

 oſtatek

oſtatek próbuię dzielić przez 7; dzielenie mi ſię udaie, i mam $\frac{8}{21}$.

88. *Sponiędzy wſzelkich ſpoſobów, których użyć można, na przywiedzenie ułamków, do proſcieyſzego wyrażenia, naykròtſzy ieſt, dzieląc oba wyrazy, przez naywiękſzego ſpòlnego dzielnika, iaki mieć mogą: naſtępuiąca reguła pokaże ſpoſób, znalezienia takowego naywiękſzego dzielnika.*

Rozdziel więkſzy z tych dwóch wyrazów, przez mnieyſzy, ieżeli ſię nic reſzty niezoſtanie, to mnieyſzy wyraz, ieſt naywiękſzym dzielnikiem ſpólnym.

Jeżeli ſię zoſtaie reſzta, to rozdziel przez tę reſztę mnieyſzy wyraz; kiedy dzielenie ſpełna wypada, to pierwſza reſzta, będzie naywiękſzym ſpólnym dzielnikiem.

Jeżeli to powtòrne dzielenie, ieſzcze zoſtawia reſztę, rozdziel pierwſzą reſztę przez drugą, i póty rozdzielay reſztę poprzedzaiącą, przez oſtatnią, póki dzielenie ſpełna niewypadnie. Natenczas oſtatni dzielnik, któregoś użył, będzie naywiękſzym, dwóch wyrazòw ułamka, ſpólnym dzielnikiem.

Jeżeli oſtatni dzielnik będzie iednością, to ieſt znak, że ułamek niemoże bydź zmnieyſzony.

Weźmy np. ułamek $\frac{3760}{9024}$.

Dzielę 9024, *przez* 3760, *wypada mi wieloraz* 2, *i reſzta* 1504.

Dzielę 3760, *przez* 1504, *mam wieloraz* 2, *i reſztę* 752.

Dzielę pierwſzą reſztę 1504, *przez drugą* 752, *dzielenie mi ſpełna wypada, ſkąd wnoſzę, że* 752 *mogą rozdzielić oba wyrazy ułamka* $\frac{3760}{9024}$, *i przywieśdź go, do proſcieyſzego wyrazu, który po odprawionem działaniu bydź ſię pokaże* $\frac{5}{12}$.

Jakoż, wynalezliśmy że 752, *dzielą* 1504, *dzielić więc także powinny* 3760, *które ſą złożone, z dwóch razy* 1504, *i z* 752: *dzielić podobnież powinny*

winny 9024; ponieważ 9024 ſą złożone z dwóch razy 3760, i z 1504.

Oprócz tego, podobnież łatwo widzieć ſię daie, że 752, ſą dwóch wyrazów 9024 i 3760, nay-większym ſpólnym dzielnikiem; każdy albowiem ſpólny dzielnik tych dwóch liczb, powinien dzielić ich różnicę 1504; podobnież każdy ſpólny dzielnik liczb 3760 i 1504, powinien dzielić, ich różnię 752: a że 752, niemogą bydź rozdzielone przez liczbę większą od ſiebie; zatem naywiększy ſpólny dzielnik liczb 1504 i 752, ieſt 752. A ponieważ liczba 3760, ſkłada ſię z liczby 1504 wziętey dwa razy, i z 752; zaczem niebędzie mogła mieć większego ſpólnego dzielnika, iak 752: podobnież rozumowanie pokazuie, że między 9024 i 3760 niebędzie także większego ſpólnego dzielnika, nad 752.

Przyczyna dla którey przepiſaliśmy, żeby niepróbòwać dzielenia, tylko przez liczby początkowe 2, 3, 5, 7, i. t. d. ieſt ta, że pówtórzywſzy ile można dzielenie *np.* przez 2, pròbówać przez 4, na nicby ſię niezdało; gdyby ſię albowiem to udać mogło, tém bardziey dzielenie przez 2, uyśdźby było powinno.

Różne ſpoſoby, w iakich ułamek uważać ſię daie, i wnioski które ſtąd ſobie uczynić można.

89. Wyrozumienie ułamka, któregośmy dotąd używali, ieſt to, że mianownik wyraża, z wielu części ieſt cálkowita iedność złożona; licznik zaś okazuie, wie-

le ſię takowych części znayduie, w ilości wyrażonéy przez ułamek.

Lecz ułamek, ieſzcze inaczéy da się uważać: można ſobie wyſtawić licznika, iako oznaczaiącego pewną ilość, która na tyle części ma bydź rozdzielona, ile iedności w mianowniku znayduie ſię.

Np. w $\frac{4}{5}$, można uważać 4, iako oznaczaiące cztery rzeczy bądź iakickolwiek, 4 funty *np.* które na 5 części rozdzielić trzeba; albowiem rzecz oczywiſta, że to ieſt iedno, rozdzielić 4 funty na pięć części, i wziąść z nich iednę, albo rozdzielić 1 funt na 5 części, i wziąść z nich 4.

90. Można więc, uważać licznika ułamka iako dzielnego, a mianownika iako dzielnika. Stąd pokazuie ſię, co znaczą owe reſzty pozoſtałe z dzielenia, napiſane pod tą poſtacią, iakąśmy im dali: (60)

91. Za tém idzie *1ód.* Ze całkowitość, może bydź zawſze pod poſtacią ułamka wyrażona, zrobiwſzy z téy całkowitki licznika, i dawſzy iéy iedność za mianownika; tak 8 albo $\frac{8}{1}$, *toż* ſamo znaczy, 5 albo $\frac{5}{1}$, także na iedno wychodzi.

92. *2re.* Ze bądź iakikolwiek ułamek chcąc w dzieſiątne przemienić, niepotrzeba, tylko uważać licznika, iako reſztę z dzielenia pozoſtałą, któréy dzielnikiem

był

był mianownik, i działanie, iak się wzwyż (65) powiedziało odprawić; daiąc baczenie, żeby na początku wielorazu, zero położyć, na zastąpienie miéyſca iednościów; tym więc sposobém, znaydzieſz że $\frac{3}{5}$, ważą w dzieſiątnych 0,6; $\frac{5}{9}$, ważą 0,555; że $\frac{1}{25}$ waży 0,04, i. t. d.

O dodawaniu ułamków.

93. Jeżeli wszystkie ułamki, maią spòlnego mianownika; dodawszy z sobą wszystkie liczniki, wypadłéy summie, przydaſz spòlnego tym ułamkòm, mianownika.

Tak chcąc dodać $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{5}{7}$, dodaię liczników 2, 3 i 5, co mi uczyni $\frac{10}{7}$; skąd całkowitki wyciągnąwszy mam 1 $\frac{3}{7}$. (80)

94. Jeżeli ułamki, niémaią mianownika spòlnego, trzeba zacząć, od przywiedzenia ich do takowego mianownika, iak się nauczyło (83, i daléy.); co zrobiwszy te nowe ułamki razém doday, przepisanym dopiéro sposobém.

Tak, gdyby było zadano, dodać $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, odmieniam te trzy ułamki, w inne, to iest $\frac{45}{60}$, $\frac{40}{60}$, $\frac{48}{60}$, których summa uczyni, $\frac{133}{60}$; co znowu da się przywieśdź, do 2 $\frac{13}{60}$. (80).

O odéymówaniu ułamków.

95. Jeżeli dwa ułamki zadane, maią

 miano-

mianownika ſpólnego, to trzeba, odiąć licznika, ułamka piérwſzego, od licznika drugiego ułamka, reſzcie, da ſię mianownik obydwòm ułamkòm ſpólny.

Jeżeli *np.* zadano będzie, odiąć $\frac{5}{9}$ od $\frac{8}{9}$, zoſtanie reſzta $\frac{3}{9}$, co przywiésdź można do $\frac{1}{3}$. (87). Gdyby od 9 $\frac{5}{8}$, odiąć potrzeba było 4 $\frac{7}{8}$; ponieważ $\frac{7}{8}$, niedaie odiąć ſię od $\frac{5}{8}$, pożyczam od 9, iedney iedności, która obrócona na ósmki, i dodana do $\frac{5}{8}$, uczyni $\frac{13}{8}$; z tych tedy odiąwſzy $\frac{7}{8}$, zoſtanie mi $\frac{6}{8}$, odciągnąwſzy potèm 4 od 8, ponieważ ſię iednego pożyczyło z 9; zoſtaie wſzyſtkiego razém 4 $\frac{6}{8}$ albo 4 $\frac{3}{4}$.

96. Jeżeli ułamki, niémaią mianownika ſpòlnego, można ie do niego przywiésdź podług (83 i daléy); po czém, odéymówanie, odprawia ſię, iak ſię powiedziało dopiéro.

Tak chcąc odciągnąć $\frac{2}{3}$ od $\frac{3}{4}$; przemiéniam ułamki dane, w $\frac{8}{12}$ i $\frac{9}{12}$: w których odiąwſzy 8, od 9 mam reſztę $\frac{1}{12}$.

O mnożeniu ułamków.

97. Chcąc rozmnożyć ułamek przez drugi ułamek; trzeba rozmnożyć licznika piérwſzego, przez licznika drugiego, iako téż mianownika piérwſzego, przez mianownika drugiego.

Np. w rozmnożeniu $\frac{2}{3}$ przez $\frac{4}{5}$; rozmnażam 2,

przez

przez 4, co mi da licznika 8, mnożę podobnież 3 przez 5, i mam mianownika 15, a zatém mnogość $\frac{8}{15}$.

Zeby téy reguły przyczynę poiąć, należy ſobie przypomnieć że mnożyć liczbę iednę przez drugą, ieſt to mnożnego brać tyle razy, ile w mnożniku znayduie ſię iednościów. Tak rozmnożyć $\frac{2}{3}$ przez $\frac{4}{5}$, ieſt to wziąść $\frac{4}{5}$ razy, ułamek $\frac{2}{3}$; albo wyraźniéy, ieſt to wziąść 4 razy piątą część od $\frac{2}{3}$; a zatém mnożąc mianownika 3 przez 5, odmiéniaią ſię tròyki w piétnaſtki, to ieſt w części pięć razy mniéyſze; mnożąc zaś licznika 2, przez 4, te nowe części, biòrą ſię cztéry razy; bierze ſię więc, cztéry razy piąta część, części $\frac{2}{3}$; a zatém w iſtocie ſaméy rozmnaża ſię $\frac{2}{3}$, przez $\frac{4}{5}$.

98. Gdyby ſię trafiło, całkowitkę mnożyć przez ułamek, natenczas całkowitkę, pod poſtacią ułamka napiſać trzeba, daiąc iéy za mianownika 1.

Np ieżeli mam 9 rozmnożyć, przez $\frac{4}{7}$; mnożę $\frac{9}{1}$ przez $\frac{4}{7}$, co podułg przepiſanéy reguły, uczyni $\frac{36}{7}$ a obróciwſzy na całkowitki, 5 $\frac{1}{7}$.

99. Gdyby całkowitki były z ułamkami złączone, przed odprawiéniém mnożenia, trzeba całkowitki takowe, przemiénić

mienić w ułamek, tego gatunku, iaki się przy wspomnionych całkowitkach znayduie.

Np. ieżeliby zadano było 12 $\frac{3}{5}$ mnożyć przez 9 $\frac{3}{4}$; przemieniam mnożnego (80) w $\frac{63}{5}$, i mnożnika w $\frac{39}{4}$, i dopiero mnożę $\frac{63}{5}$ przez $\frac{39}{4}$, podług przepisaney wyżey reguły (97); co mi da $\frac{2457}{20}$, to iest w całkowitkach 122 $\frac{17}{20}$.

100. Możnaby toż samo działanie ieszcze odprawić, mnożąc całkowitkę, i ułamek mnożnego, przez całkowitkę mnożnika, a potém przez ułamek tegoż mnożnika; następuiącym sposobém.

	12 $\frac{3}{5}$		
	9 $\frac{3}{4}$		
Mnogość z 12, przez 9	108.		
z $\frac{3}{5}$, przez 9	5 $\frac{2}{5}$	albo-	$\frac{8}{20}$
z 12, przez $\frac{3}{4}$	9		
z $\frac{3}{5}$, przez $\frac{3}{4}$	0 $\frac{9}{20}$	albo	$\frac{9}{20}$
	122 $\frac{17}{20}$.		

Lecz w ogólności, ten sposób działania, iest od pierwszego nieco zawikłańszy.

O dzieleniu ułamków.

101. Chcąc dzielić ułamek przez ułamek, trzeba oba wyrazy ułamka, który iest dzielnikiem przewrócić, to iest na mieyscu licznika napisać mianownika, i odwrò-

wrotnie; a dopiéro ułamek dziélny, przewròconym ułamkiém rozmnożyć.

Np. niech będzie do rozdzielenia $\frac{4}{5}$ przez $\frac{2}{3}$; przewracam ułamek $\frac{2}{3}$, i mam $\frac{3}{2}$; mnożę $\frac{4}{5}$ przez $\frac{3}{2}$, podług przypisaney reguły (97); co mi da $\frac{12}{10}$, albo $1\frac{2}{10}$, które będą wielorazém ułamka $\frac{4}{5}$, rozdzielonego przez $\frac{2}{3}$.

Zeby téy reguły przyczynę poiąć, trzeba uważać, że dzielić $\frac{4}{5}$ przez $\frac{2}{3}$, iest to szukać, wiele razy $\frac{4}{5}$, zawiéraią w sobie $\frac{2}{3}$; skąd łatwo widzieć się daie, że ponieważ dziélnikiém są tròyki; dziélnik ten będzie się zawiérał w dziélnym, potròyną liczbę razy, iak, gdyby był z całkowitek złożony; dla tego dzielićby naprzòd potrzeba przez 2 a potém rozmnożyć przez 3, co na iedno wychodzi, iak rozmnożyć przez $\frac{3}{2}$, to iest, przez przewròcony ułamek.

102. Gdyby porzeba wyciągała, dzielić ułamek przez całkowitkę, albo przeciwnie całkowitkę przez ułamek; trzeba zacząć od obrócenia całkowitki w ułamek, daiąć iéy za mianownika iedność.

Np. maiąc dzielić 12 przez $\frac{5}{7}$; po obróceniu całkowitki w ułamek, mam $\frac{12}{1}$, dzielić przez $\frac{5}{7}$, albo raczéy podług przepisaney reguły przewrócenia dziélnika, $\frac{12}{1}$ rozmnożyć przez $\frac{7}{5}$; po odprawionem działaniu, mam wieloraz $\frac{84}{5}$, albo 16 $\frac{4}{5}$.

103. Gdyby całkowitki z ułamkami złączone były; każdą takową całkowitkę, przémiénić trzeba w ułamek, tego gatunku, iaki się przy całkowitce znayduie:

Np. maiąc $54\frac{3}{5}$ dzielić przez $12\frac{2}{3}$; przemieniam dzielnego w $\frac{273}{5}$, i dzielnika w $\frac{38}{3}$, co mi uczyni $\frac{273}{5}$ przez $\frac{38}{3}$, to ieſt (101) mam rozmnożyć $\frac{273}{5}$ przez $\frac{3}{38}$; tym ſpoſobém doſtanę wieloraz $\frac{819}{190}$ albo $4\frac{59}{190}$.

Niektóre przyſtóſówania reguł poprzédzaiących.

104. Po tém, cośmy powiedzieli (89 i daléy) łatwo widziéć ſię daie, iak wártość ułamka można wynaléśdź.

Niech *np.* będzie zadanie, wiele waży $\frac{5}{7}$ złotego? Ponieważ $\frac{5}{7}$ złotego ieſt iedno, co iedna ſiódmka piąciu złotych, obracam 5 złotych na groſze, i mnogość wypadłą, 150 groſzy, dzielę przez 7; co mi da wieloráz 21. groſzy, i reſzty 3. groſze; te groſze, obracam na ſzelągi; i mnogość 9, dzielę przez 7; mam 1 ſzeląg, i $\frac{2}{7}$; tak więc $\frac{5}{7}$ iednego złotego, czynią 21 groſzy, 1 ſzeląg i $\frac{2}{7}$ ſzeląga.

Gdyby zadano, $\frac{5}{7}$ czerwonego złotego, wiele uczynią? czerw: złł: rachuiąc w 18 złł: rzecz oczywiſta żeby można zaráz wziąść $\frac{5}{7}$ złotego, i potém przez 18 rozmnożyć, przez takowe działanie, wypadłaby ſzukana wártość; lecz wygodniéy ieſt rozmnożyć zaráz $\frac{5}{7}$ przez 18 złotych, co (98) uczyni $\frac{90}{7}$, i dopiéro potém, ſzukać watości tego ułamka, która bydź ſię pokaże, 12 złotych 25 groſzy, 2 ſzelągi, i $\frac{1}{7}$ ſzeląga.

105.

105. Trafia ſię częſto, iż wyrachowáć potrzeba, wiele uczyni procent od zadanéy ſummy, po 5 od ſta rachuiąc.

Chcąc wyrachowáć procent roczny po 5 od ſta: Odłącz oſtatnią cyfrę złotych, ſummy zadanéy, weźmiy połowę pozoſtałych cyfer, które liczyć będziesz za złote. Reſztę ieżeli ſię zoſtanie, przyłączyſz do oddzielonéy cyfry, iako dzieſiątek, a takową złączoną reſztę ſtroiwſzy, i wypadłéy mnogości, wziąwſzy połowę, miéć będzieſz groſze. Jeżeli w ſummie znaydówáć ſię będą i groſze, weźmiy tych groſzów $\frac{1}{20}$, będzieſz miał ſzelągi.

PRZYKŁAD.

Chcę wyrachówáć procent po 5 od ſummy	3433, złł, 25, gr.	
Połowa od 343.	171.	
Zoſtaie mi 1, który przydany iako dzieſiątek do odłączonéy cyfry 3, da mi 13; te ſtroione, uczynią 39, których połowa	-	19. gr. i $\frac{1}{2}$ albo 1 $\frac{1}{2}$ ſzel.
Nakoniec, 25*ciu* gr. wziąwſzy $\frac{1}{20}$ mam	- , -	3 ſ. $\frac{15}{20}$ a. $\frac{3}{4}$.
Summa	171. złł, 20 gr.	2 $\frac{1}{4}$. ſzel.

Przyczyna tego działania, ſunduie ſię na tém, że $\frac{5}{100}$ ieſt iedno co $\frac{1}{20}$; trzebaby zatém było ſummę rozdzielić przez 20, co podług (71) na iedno wychodzi, iak cośmy przepiſali; reſztę trzebaby było obrócić na groſze i potém przez 20 rozdzielić; co znowu

znowu na iedno wychodzi, gdy tę reſztę ſtroiémy, i weźmiémy połowę téy ſtroionéy ilości. Podobnież dla wzięcia $\frac{1}{20}$ *ki* groſzów, trzebaby ie na ſzelągi obrócić, a potém przez 20 rozdzielić, co wychodzi na rozmnożenie przez $\frac{3}{20}$.

Wyrachówanie procentu po 10 od ſta, dałoby ſię podobnież ſkrócić; lecz inne, iakoto po 6, po 7. i. t. d, we zwyczaiu będące, tego ułatwiénia nieprzyimuią; bo z początkowych liczb, aż do 10, niémaſz tylko 5 i 10, któreby, liczbę 100, spełna dzieliły.

106. Ułamków dzieſiątnych, iako niémaiących mianownika, tém łatwiéy może na wynaléśdź wártość.

Niech *np.* będzie zadano, 0,532 ſążnia, wiele uczyni? ponieważ ſążeń ma 6 ſtóp w ſobie, rozmnożę 0,532 przez 6, co mi uczyni 3,192 ſtóp, to ieſt 3 ſtopy, i 0,192 części iédnéy ſtopy: ten oſtatni ułamek, mnożąc przez 12, to ieſt przez cale, mam 2,304 calów, to ieſt 2 cale, i 0,304 części cala; naoſtatek, ten ułamek przez 12 linii rozmnożywſzy, miéć będę 3,648 linii, albo 3 linie, i 0,648 linii; to ieſt, że wártość ułamka 0,532 ſążnia, uczyni 3*ſt*, 2*ca*, 3 *l.* i 0,648 *linii.*

17. Wzaiemnie, chcąc przemiénić, różne gatunki zadanéy liczby wielorakiéy, w części dzieſiątne głównéy iednośći, trzeba, zacząwſzy od iedności nayniżſzego gatunku, dzielić koléyno, przez liczbę, która oznacza, wiele ſię razy takowe, mieſzczą w gatunku większym, zaráz po nim następuiącym.

Tak

Tak *np.* chcąc wyżey położoną liczbę 3.*ſt* 2,*ca* 3*l*. i 0,648 obrócić na części dzieſiątne ſążnia, dzielę naprzód 3,648 li: przez 12, co mi da 0,304 *cal*; mam więc 0,*s*. 3.*ſt* 2,304 *cal*; dzieląc teraz 2,304 *cal*. przez 12, wypadnie mi 0,192 *ſt*; to ieſt razem wziąwſzy, 0*ſ*. 3,192 *ſt*; nakoniec, to rozdzieliwſzy przez 6, mieć będę w dzieſiątnych 0,532 *ſą*.

O ułamkach ułamków.

108. Wynaydowanie, wartości ułamków, prowadzi nas naturalnie, do mówienia *o ułamkach ułamków:* nazywaią poſpolicie tak, ułamki po ſobie naſtepuiące, *przyimkiem z* (prœpoſitio) oddzielone, *np.* $\frac{2}{3}$ z $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$ z $\frac{3}{4}$ z $\frac{5}{6}$ i. t. d. ſą to ułamki ułamków. Można ie przemienić w ieden ułamek, wſzyſtkie liczniki, i wſzyſtkie mianowniki przez ſiebie rozmnożywſzy; tym ſpoſobem ułamek $\frac{2}{3}$ z $\frac{3}{4}$ może bydź obrócony na $\frac{6}{12}$ albo $\frac{1}{2}$: ułamek $\frac{2}{3}$ z $\frac{3}{4}$ z $\frac{5}{6}$, na $\frac{30}{72}$, albo $\frac{5}{12}$.

W rzeczy ſamey, łatwo poiąć daie ſię, że brać $\frac{2}{3}$ z $\frac{3}{4}$, nieieſt co innego, tylko rozmnożyć $\frac{3}{4}$ przez $\frac{2}{3}$; ponieważ ieſt to brać $\frac{2}{3}$ razy, ułamek $\frac{3}{4}$; podobnież brać $\frac{2}{3}$ z $\frac{3}{4}$ z $\frac{5}{6}$, na iedno wychodzi, co brać $\frac{6}{12}$ z $\frac{5}{6}$; ponieważ $\frac{2}{3}$ z $\frac{3}{4}$ ſą iedno, co $\frac{6}{12}$; zatem co ſię dopiero powiedziało, daie poznać, że $\frac{6}{12}$ z $\frac{5}{6}$, czynią w iſtocie ſamey $\frac{30}{72}$ albo $\frac{5}{12}$

Gdyby zadano było $\frac{3}{4}$ z $5\frac{3}{8}$; obrócę naprzód całkowitki 5 w òsmki; a potém ſzukać będę wártości, ułamka ułamku $\frac{3}{4}$ z $\frac{43}{8}$, która mi wypadnie $\frac{129}{32}$ albo $4\frac{1}{32}$. Wreſzcie niezawſze wyciąga potrzeba, przywiedzenia ułamka ułamków, do proſtego ułamka. Częſtokroć wártości takowego ułamka ułamków, łatwiéy dochodzi ſię, zoſtawiwſzy go w téy poſtaci iak ſię znayduie, aniżeli go odmieniaiąc; dowodém tego naſtępuiący przykład.

W Armatach polnych, Francuzkich, ſzérokość opaſki czopowéy (embaze des tourillons) ieſt na $\frac{1}{12}$ więcéy $\frac{1}{2}$ z $\frac{1}{12}$, śrzédnicy kuli : chcąc wiedzieć wártość całkowitą ſzérokości téy opaſki, do 12 ſtwéy armaty, w którey śrzednica kuli ieſt, od 4 *cal.* 4 *l.* 9 *pkt*; czynię naſtępuiące działanie:

$\frac{1}{12}$ śrzédnicy kuli czyni	-	0 *c.*	4 *l*	4 *p*	$\frac{3}{4}$
Połowa $\frac{1}{12}$ albo $\frac{1}{2}$ z $\frac{1}{12}$.	-	0	2	2	$\frac{3}{8}$
A zatem ſzérokość opaſki będzie		0 *c.*	6 *l*	7 *p*	$\frac{1}{8}$.

O *liczbach wielorakich.*

109 Lubo reguły, o których mòwiliśmy dotąd, mogą ſłużyć, i do liczb wielorakich; atoli zda nam ſię rzeczą potrzebną oſobnym ſpoſobém o nich traktówać; ponieważ podział iedności głownéy, rachunki ich częſtokroć ułatwić może.

Różne ſą gatunki liczb wielorakich, i reguły

reguły rachówania ich, wiele zależą od przyiętego podziału iedności główney: iednakże żeby bydź w ſtanie wyrachówania ich, niepotrzeba nam tych gatunków wſzyſtkich rozbierać; lecz to należy wiedzieć, iak ſię różne ich części, tak do ſiebie, iako też do główney iedności, maią. Widzieć można na końcu tego traktatu, tablicę tych różnych *ſtóſunków* (ratio).

Dodawanie liczb wielorakich.

110. Chcąc to działanie odprawić, napiſz iedne pod drugiemi, wſzyſtkie zadane liczby, tak żeby części iednego gatunku znaydówały ſię w kolumnie proſtopadłéy iedne pod drugiémi; wſzyſtko podkryśliwſzy, poczniy dodawanie od części naymnieyſzego gatunku: ieżeli ſumma ich, nieſkłada iedności wyżſzego naybliżſzego gatunku, to ią napiſz na ſpodzie, ieżeli zaś ma takowych części dość w ſobie do złożenia iednéy lub więcéy iedności, wyżſzego naybliżſzego gatunku, w ten czas, liczba ta, która przewyżſza takową iednę lub więcéy, zupełną iedność, piſze ſię tylko na ſpodzie, a złożone drugiego gatunku iedności, zatrzymaią ſię w pamięci, do dodania ich

z drugiémi, im podobnémi, z któremi tenże ſpoſób zachowa ſię.

PRZYKŁAD. I.

Jeſt zadano dodać -	227. *zł.*	14 *gr.*	2 *s.*
	2549. -	18. -	1.
	184. -	25. -	0.
	17. -	11. -	2.
	2979. -	9. -	2. *Summa*

Summa ſzelągów wypada 5, która trzy ſzelągi mieści w ſobie raz, albo czyni groſz, i 2 ſzelągi; kładę 2 ſzel: a groſz zatrzymuię w pamięci, który do iednościów groſzów dódaię, i mam 19 gr. z tych piſzę tylko cyfrę 9, a dzieſiątek do dodania z dzieſiątkami zatrzymuię w pamięci: co zrobiwſzy mam 6; a że trzy dzieſiątki groſzów, na ieden złoty potrzeba, przeto wziąwſzy trzecią część, mam 2 złł. bez żadney reſzty, które do kolumny złotych przenoſzę, i zwyczaynym ſpoſobem wſzyſtko dodaię.

PRZYKŁAD. II.

Niech będzie zadano dodać.	54 *s.*	2 *ſt.*	3 *c.*	9 *l.*
	12	5	4	11
	9	4	11	11
	8	2	9	10
	85	3	6	5.

Summa linii wynoſi 41, które czynią 3 cale i 5 linii; ſkadam 5 linii a zatrzymuię 3 cale, które dodaię z calami: maiąc ich 30, uważam że czynią 2 ſtopy i 6 calów, zatrzymawszy 2 ſtopy do dodania z ſtopami, ſkładam same 6 calów: 2 ſtopy zatrzy-

zatrzymane z drugiemi dodane, czynią 15 ſtop, to jeſt 2 ſążnie i 3 ſtopy, piſzę 3 ſtopy, a 2 ſążnie do drugich ſążniów dodawſzy, mam 85 ſązni, tak, że ſumma całkowita wynoſi, 85 ſążni 3 ſtopy, 6 calów i 5 linii.

PRZYKŁAD. III.

13 *Ft:*	15 *U.*	6 *D.*	1 *S.*	14 *Z.*
26	14	7	2	23
34	4	5	0	20
54	2	7	2	18
32	15	3	1	19
162	5	7	0	22.

Zobacz tablicę na końcu Arytmetyki.

Odéymowanie liczb wielorakich.

111 Napiſz zadane liczby iak w dodawaniu, i poczniy odéymowanie od iednościów nayniżſzego gatunku. Jeżeli liczba niżſza, może bydź od wyżſzey odięta, reſztę napiſz na ſpodzie, ieżeli zaś nieda ſię odiąć, to od wyżſzego zaraz naſtępuiącego gatunku, pożycz iednéy iedności, i obróć ią w gatunek, o który rzecz idzie; co uczyniwſzy doday takową liczbę do liczby, od któréy odciągnąć niémogłeś. Tymże ſamym ſpoſobém poſtąp ſobie z każdym gatunkiém; uważaiąc, żeby gdzieś pożyczył, tę liczbę zmnieyſzyć, o iednę iedność.

Naoſtatek, każdą wynalezioną koléyno reſztę, napiſzeſz pod liczbą, od którey odciągnąłeś.

PRZYKŁAD. I.

Od - -	143 *czerw: zlt.*	17 *zlt.*	6 *groſze.*
Ma bydź odięto	75	12	9.
	68	4	27. *Reſzta.*

Niemogąc odiąć 9, z 6 groſzów, pożyczam 1. złotego, który waży 30 groſzy, te z 6 dodane, uczynią 36, z których 9 odiąwſzy, zoſtanie 27; odeymuię daley 12 *zlt*, iuż nie od 17, ale od 16, po pożyczeniu pozoſtałych, i zoſtaie mi ſię 4; nakoniec 75 *czerw: zlt.* od 143 odciągnąwſzy, zoſtaie mi reſzta 68 *czerw: zlt.*

PRZYKŁAD. II.

Od , -	163 *cz: zlt.*	0 *zlt.*	5 *gr.*
Chcę odciągnąć -	84	15	9.
	78	2	26. *Reſzta.*

Ponieważ 9 groſzy od 5 odiąć niemogę, a oraz niema złotych od których mogłbym pożyczyć; pożyczam zatém z 163 *cz: zlt.* iednego, lecz w myśli 17 złotych zoſtawiam na mieyſcu złotych, a ieden złoty, od nich pożyczony, na groſze obrócony, dodaię z 5, od których mi odeymówać trzeba, co mi uczyni 35 *gr.* wreſzcie poſtępuię ſobie, iak opiſano wyżey (*a*).

Mno-

(*a*) *Z okazyi czerwonych złotych, i złotych Polſkich, użytych w poprzedzaiących przykładach, niezawadzi rozumiem, że tu przydamy dla poſpolitego pożytku, krótką wiadomość, o wartości monety złotey i ſrzebrney.*

Mnożenie liczb wielorakich.

112. Mnożenie liczb wielorakich, można przemienić, w mnożenie ułamków przez ułamki, do czego przepisaliśmy regułę (97 i 98).

F 4 *Np.*

Stopień dobroci złota, cenić się zwykł podług karatów. *Karat złota, iest dwudziesta czwarta część iakieykolwiek ilości złota. Y tak* np. *skrupuł złota (na wagę grzywienną Francuzką), który waży 24 ziarn, iest karatem względem uncyi złota, bo iedna uncya zawiera w sobie 24 skrupułów.*

Jeżeli uncya złota, niema w sobie, żadney inszey mieszaniny, takowe złoto nazywa się o 24 karatach, albo 24tey próby; *ieżeli do złota czystego, wchodzi mieszaniny* 1 *karat, to iest dwudziesta czwarta część, złoto nazywa się o 23 karatach, albo* 23ciey próby; ieżeli *w złoto, mieszaniny wchodzi dwa karaty, to nazywa się o 22 karatach, albo* 22giey próby, *i. t. d: Lecz upewniaią, że niemasz takiego złota, któreby było o 24 karatach; ponieważ chociaż naylepiey wyczyszczone, zawsze musi mieć w sobie, iakowąś cząstkę srebra, lub miedzi.*

Należy tu rozróżnić karat złota, od tego na który ważą się dyamenty i insze kleynoty. Albowiem ten ostatni, waży 4 ziarna, cokolwiek lżeysze, od ziarn grzywiennych Francuzkich, i poddziela się na $\frac{1}{2}$, *na* $\frac{1}{4}$, *na* $\frac{1}{8}$, *na* $\frac{1}{16}$, *i. t. d. Jeden karat dyamentu, podług miernego oszacowania cení się 2 luidory Francuzkie, cena zaś dyamentów rośnie, iak kwadraty karatów. Dyament szlufowany, przedaie się dwa razy drożey.*

Złoto czerwone, bywa mniey szacowane, od żółtego; bo w pierwszém znayduie się pewna część miedzi, od którey nabiera tego koloru.

Np. gdyby zadano było, wiele ma kosztówać robota, 54 *ſą* 3 *ſt*. rachuiąc ſążéń po 42 *złt.* 17 *gr.* 2 *ſz*: całego mnożnego to ieſt 42 *złt.* 17 *gr.* 2 *ſz.* obrócić można na ſzelągi, co wſzyſtko uczyni, 3833 ſzelągów; a iako szeląg, ieſt iedną z 90 części złotego, mnożny bydź może wyrażony przez ułamek $\frac{3833}{90}$ złotych; podobnież mnożnika 54 *ſą.* 3 *ſt.* prze-

---

Karat tedy złota czyſtego, *ieſt dwudzieſty czwarty ſtopień dobroci, iakiéykolwiek ſztuki ſzczérego złota, i poddziela ſię na* $\frac{1}{2}$, *na* $\frac{1}{4}$ *na* $\frac{1}{8}$, *na* $\frac{1}{16}$, *na* $\frac{1}{32}$ *ki: albo téż na* 12 *cz: które nazywaią ziarnkami.*

Karat złota w cénie, *ieſt dwudzieſta czwarta część wartości, iedney uncyi albo iedney grzywny złota. Nazywa ſię także czasém karat wagi, i bierze ſię za dwudzieſtą czwartą część, iedney uncyi, albo iedney grzywny:*

Zeby doyśdź wartości iakiéykolwiek monéty złotey, w monecie ſrzebrnéy, trzeba wiedzieć iód, *w iakiéy cénie, wydaie ſię w biegu zwyczaynym, pewna ilość ſzczérego złota, obróconego na monetę,* 2rc. *wagę i próbę téy ſztuki złota, któréy wartości ſzuka ſię: natenczas przy pomocy reguły trzech, łatwo wynaydzie ſię ſzukana wartość.*

Np. wziąwſzy za fundament (podług ewaluacyi położonéy w tomie XIV. Encykl: Iwerd: kart 648.) *że* 4155 $\frac{111}{128}$ *ziarn, wagi grzywiénnéy ſzczérego złota, zawartego w* 30 *luidorach o* 22. *karat: ważą w biegu zwyczaynym* 720 *liwrów; gdyby potrzeba było wynaléśdź, wiele wart będzie liwrów czerwony złoty Hollenderſki, ważący* 65 *ziarn, trzymaią próbę o* 23$\frac{2}{32}$ *karatach; ſzukam nayprzód, wiele w takim czerwonym złotym zawiérać ſię będzie ſzczérego złota: ponieważ złoto ieſt o* 22 $\frac{3}{4}$ *karatach, więc iawna ieſt, że w niém będzie miéſzaniny* 96 *ſta część; odiąwſzy zatém* $\frac{65}{96}$ *od* 65. *zoſtanie ſzczérego złota,* 64 $\frac{5}{16}$ *ziarn. Teraz powiém: Jeżeli* 4155 $\frac{111}{128}$ *ziarn, czyſtego złota, daią* 720 *liwrów, wiele dadzą* 64 $\frac{5}{16}$ *ziarn, to ieſt* przemienić można na ſtopy, co da 327 ſtop, a iako ſtopa, ieſt ſzóſtą częścią ſążnia, mnożnik pokaże ſię bydź $\frac{327}{6}$ ſążniów, niezoſtanie tedy nic więcey, tylko rozmnożyć $\frac{3833}{96}$ złotych, przez $\frac{327}{6}$, co podług (97) uczyni $\frac{1253391}{540}$ *złt*: któryto ułamek podług (104) wart będzie 2321 *złt*. 2 *gr*. 2 $\frac{1}{2}$ ſzel.

F 5 Ten

4155 $\frac{111}{128}$: 720 :: 64 $\frac{5}{16}$: 11. *Liwr*. 2 *Sold*. 10 *den*: *i* $\frac{53626}{331951}$. *Toż rozumié ſię o innych.*

Na iednę grzywnę Kolońſką czyſtego złota, idzie 67 *czerw*: *złt*. *Céſarſkich, albo Polſkich.*

Srzebro waży ſię we Francyi, także na wagę grzywienną. W oznaczeniu zaś dobroci iego, używaią wyrażenia Denara; ſzczére ſrzebro bez zadnéy miéſzaniny, nazywa ſię o 12 *denarach, albo* 12ſtey próby, *Srzebro, w którym znaydówałaby ſię dwunaſta część miéſzaniny, nazywa ſię* o 11. *denarach,* albo 11ſtey próby, *i. t. d,*

w Anglii złoto i ſrzebro ważą na wagę de Troy, *zobacz Tablicę na końcu Arytmetyki.*

W całych Niemcach i u nas, ſrzebro i złoto, ważą na grzywnę Kolońſką, która poddziela ſię na 16 *łotów, łót na* 4 *dragmy, dragma na* 3 *engle, engel na* 32 *eſſów. Lubo niektórzy poddzielaią znowu grzywnę, na* 16 *łót: łót na* 16*feników; fenik na* 256. *eſſów; albo też tylko każdy łót na* 18 *ziarnek.*

Srzebro ſzczére bez żadnéy miéſzaniny, nazywa ſię 16ſtéy próby; *ieżeli, mieć będzie* 16ſtą *część miéſzaniny, będzię* 15ſtéy próby. *i. t. d.*

Zeby porównać wartość monéty, np. *Francuzkiéy, z kraiową, trzebaby wiedzieć* 1ód *ſtóſunek, między grzywną Francuzką i Kolońſką.* 2re; *Pewna ilość czyſtego ſrzebra, iaką ma cenę w zwyczaynym biegu.*

Podług Encykl: Twerd: Tom XXVI. kart. 480. *Grzywna Kolońſka, czyni na wagę grzywienną Francuzką* 4560 *ziarn, podług iednych, a podług drugich tylko* 4402 $\frac{775}{945}$ *ziarn*; 4175 $\frac{11}{24}$ *ziarn czyſtego ſrzebra, daie ſię w biegu zwyczaynym, we Francyi, za*

Ten ſpoſób roſciąga ſię powſzechnie, do wſzelkiego gatunku liczb wielorakich. ale od naſtępuiącego, więcéy porzebuie

---

49 *Liw*, 16 *ſoldów. A zatém chcąc wiedzieć wiele grzywna Kolońſka, czyſtego ſrzébra, warta będzie w Liwrach Francuzkich, powiém. Jeżeli* 4175 $\frac{53}{64}$ *ziarn, daią* 49 *Liw:* 16 *ſoldów, wiele dadzą* np. 4402 $\frac{778}{941}$ (*obrawſzy mnieyſzą wartość grzywny Kolońſkiey*). *Odprawiwſzy działanie znaydziémy, że grzywna Kolońſka ſczerégo ſrzébra. warta ieſt* 1050 *ſoldów Franc: z nieznacznem uchybieniem.*

Lecz w monecie naſzéy, grzywna Kolóńſka czyſtego ſrzébra, warta 80 *złotych; więc* 80 *złł. naſzych warte* 1050 *ſoldów Francuzkich. A zatém Liwra Franc: wyrównywa. naſzemu* 1. *złł.* 15 *gr, z nieznacznem uchybieniem.*

Tym ſpoſobem czerw: złoty, wzięty wyżéy na przykład, niebyłby wart tylko złł. 16 21 *gr.* 2 *ſzel. teraźnieyſzéy naſzéy monety; to ieſt właśnie podług prawa. zuchybieniem tylko mniey iak o ieden groſz.*

Na tym fundamencie, w Tablicy położeney na końcu Arytmetyki. zobaczyć można ewaluacyą różnych monet ſrzébrnych. na przeciwko naſzéy monety.

To zaś że kupcy Warſzawſcy, czerwonego złotego nieprzyimuią tylko w 10 *Liwr.* 12 *ſoldach, iako też że Liwr ſterling liczą za* 40 *złł. wartości monecie niemoże dawać.*

Ze zaś czerwone złote bywaią różnéy wagi. i próby; a zatém też powinny bydź różnéy wartości, dla tego przydaie ſię tu Tablica. niektórych czerwonych złotych. z wyrażeniem ich wagi, w ziarnach, wagi grzywiennéy Francuzkiey. a próby, w karatach, i częściach karata na 32 *cz: podzielonego, tudzież wartości ich w monecie Polſkiey. wyrachówanéy podług poprzedzaiących fundamentów, z uchybieniem niewynoſzącem iednego ſzeląga.*

ie rachunków; dla czego dłużéy zaſtanawiać ſię nad nim niebędziémy.

113 Liczba, która w drugiéy mieści ſię ſpełna, nazywa ſię *częścią kilkoraźną* (pars aliquota), téy drugiéy; tak 3, ſą częścią kilkoraźną, 12*ſtu:* tak ſą 2, *4ech i 6ściu.*

114 Przypomniymy ſobie, że mnożyć nieco

Gatunki cz: złt.	*Ich waga w ziarn, wagi grz: Franc:*	*Próba. w karat. i 32 kach kar.*		*Wartość w monecie Polſkiey.*		
	Ziarn.	*Kar.*	*32i*	*złt.*	*gr.*	*ſzel.*
Czerw: zł. Polſki	66	23	18 ½	16	23	1
Wirtemberſki	65	23	16	16	10	-
Saſki	65	23	16	16	10	-
Moguntcki	64	23	16	15	27	2 ½
Hann: Jerz: II.	63	23	16	15	15	2
Szwedzki	65	23	16	16	10	-
Hollenderſki	65	23	24	16	21	2
Duńſki	65	21	24	14	28	1
Duńſki podléyſzy	52	21	-	11	13	2
Hess Darmſztad:	65	23	8	16	5	-
Hamburgſki	65	23	12	16	7	½
Czeſki	66	23	24	17		
Frankfortcki	65	23	20	16	19	
Papiezki	65	23	20	16	19	
Węgierſki	65	23	24	16	21	2
Pruſki	65	23	24	16	21	2
Podwóyny Palat:	130	23	16	32	20	-

nieco innego ieſt, tylko brać mnożnego pewną liczbę razy; mnożyć przez 8 $\frac{3}{4}$, *np.* ieſt to wziąść mnożnego 8 razy, i wziąść go ieſzcze $\frac{3}{4}$ raza, albo wziąść z niego $\frac{4}{3}$. Zatém te $\frac{3}{4}$, wziąść można, albo biorąc zaráz czwartą część, i piſząc ią 3 razy, albo biorąc połowę i téy połowy znowu połowę.

Tak chcąc rozmnożyć 84 przez 8 $\frac{3}{4}$
Piſzę - - - - 84

$$\begin{array}{r} 84 \\ 8\frac{3}{4} \\ \hline 672 \\ 42 \\ 21 \\ \hline 735 \end{array}$$

Rozmnażaiąc 84 przez 8, mam 672. Potém chcąc wziąść $\frac{3}{4}$ z 84; biorę naprzód połowę to ieſt 42, a potém za ćwierć zoſtaiącą, połowę téy połowy, to ieſt 21; nakoniec te trzy oſobne mnogośći z ſobą złączywſzy, całkowitą mnogość mieć będę 735.

113 Zeby w liczbach wielorakich użyć można tego przepiſu; uważać trzeba, że różne gatunki iednościów, mniéyſzych od głownéy iedności, ſą ułamkami iedne na przeciw drugich, iako też na przeciw téy głownéy iedności; a zatém dla łatwości mnożenia przez liczby tego gatunku, trzeba ie rozłożyć na części kilkoraźne głownéy iedności, tak ażeby te części kilkoraźne

raźne, wygodnie użyć się dały; albo ie też rozłożyć na części kilkoraźne, względem drugich części: ieżeli zaś takowe rozłożenie, daie części kilkoraźne, do rachówania niewygodne, fałszywémi mnogościami można sobie dopomòc; co w następuiących przykładach obiaśniémy,

PRZYKŁAD. I.

Niech będzie zadano, wiele maią kosztować 54 *s.* 3*st.* sążeń rachuiąc po 72 *złt.*

Trzeba rozmnożyć -	72 *złt.*
przez - - - -	54 *s.* 3*st.*
	288
	360
za trzy stopy - -	36
	3924 o

Mnożę naprzód podług zwyczaynych reguł, 27 *złt.* przez 54, potém chcąc mnożyć przez 3 stopy, które są połową sążnia, a zatém powinny dać poł mnogości, co ieden sążén, biorę połowę 72 *złt.* to iest 36, które dodawszy, mam mnogość całkowitą 3924 złotych.

PRZYKŁAD II.

Gdybym miał -	72 *złt.*
rozmnożyć przez -	54 *s.* 5*st.*
	288
	360
za 3 stopy -	36
za 2 stopy - -	24
	3948, o

Naprzód mnożę 72 *złt.* przez 54, potém zamiast mnoże-

mnożenia przez $\frac{5}{6}$, ponieważ 5 ſtóp czynią $\frac{5}{6}$ ſążnia, rozłożę 5 ſtóp na 3 i na 2 ſtopy, a tak pierwſza część będzie połową, a druga $\frac{1}{3}$*ką* ſążnia. biorę więc naprzód połowę 72 *złt.* a potem $\frac{1}{3}$ tychże 72 *złt*, i te oſobne mnogości razem złączywſzy, mieć będę całkowitą żądaną mnogość 3948 *złt.*

PRZYKŁAD III.

Niechay zadano będzie	-	72 *złt*,
Rozmnożyć przez	- -	5 *s* 4 *ſt* 8 *cal.*
		360 *złt.*
za 3 ſtopy	- - -	36
za ſtopę	- - -	12
za 4 cale	- - -	4
za 4 cale	- - -	4
		416

Rozmnożywſzy przez 5 ſążni, mam mnożyć przez 4 ſtopy, które roſkładam na 3 i 1 ſtopę: Za 3 ſtopy biorę połowę 72 *złt*, to ieſt 36, a za iednę ſtopę uważywſzy, że to ieſt $\frac{1}{3}$ trzech ſtóp, wezmę $\frac{1}{3}$ złotych 36, co mi uczyni 12 *złt.* Daley mam rozmnażać przez 8 calów, zamiaſt przyſtóſowania tych 8 calów do ſążnia, przyſtóſuię ie do ſtopy, i rozłożę na 4 i 4 cale, z których każde 4. czynią $\frac{1}{3}$ ſtopy, a zatem każde 4, dadzą mi $\frac{1}{3}$ złotych 12, to ieſt po 4 *złt.* Nakoniec połączywſzy wſzyſtko, mam całkowitą mnogość 416 *złt.*

116 Jeżeli mnożny ieſt także wieloraką liczbę, poſtąpiſz ſobie, iak w naſtępuiącym przykładzie.

PRZYKŁAD IV.

Niechay zadano będzie -	72 *zlł*	6 gr.	2 *szel.*
rozmnożyć przez -	27 *s.*	4 *st.*	8 *c.*
	504 zł.	0 g.	0 sz.
	144		
za 5 gr. - -	4	15	0
za 1 gr. - -	-	27	0
za 1 szel. - -	-	9	0
za 1 szel. - -	-	9	0
za 3 st. - -	36	3	1
za 1 st. - -	9	-	2 $\frac{1}{2}$.
za 6 c. - -	4	15	1 $\frac{1}{4}$.
za 2 c. - -	1	15	$\frac{11}{36}$
	2001	4	2 $\frac{1}{6}$

Rozmnażam naprzód 72 *zlł.* przez 27; potém chcąc rozmnożyć 6 gr. przez 27, rozkładam ie na 5 i 1. Ponieważ 5 groszy czynią $\frac{1}{6}$ złotego, a będąc rozmnożone przez 27, dadzą 27 szóstek złotego, albo iednę szóstkę 27 złotych; biorę więc $\frac{1}{6}$kę, złotych 27*miu*, co czyni 4 *zlł.* 15 gr. Daley dla rozmnożenia iednego grosza przez 27, uważam że ieden grosz, iest piątą częścią piąciu groszy, które dopiero rozmnożyłem, biorę zatem piątą część z 4 *zlł.* 15 gr. to iest 27 gr. W mnożeniu 2 szelągów, uważam że ieden szeląg, iest trzecią częścią iednego grosza, a zatem za mnogość wezmę trzecią część 27 gr. to iest 9, i dwa razy ie napiszę.

Dotąd mnożny był przez 27 rozmnażany.

Maiąc daley mnożyć przez 4*st*; tegóż użyię sposobu, co w poprzedaiącym przykładzie, to iest że zamiast 4*st*, biorę naprzód za 3*st*, połowę mnożnego 36 *zlł.* 3 gr, 1 *szel*; za iednę zaś stopę trzecią część tego co mi dały 3 stopy.

Nakoniec zamiast 8*miu* calów, wezmę naprzód za

6, to

6, to ieſt połowę tego co mi wyſzło, za iednę ſtopę, a potém za dwa cale, które ſą trzecią częścią ſześciu calów; te wſzyſtkie mnogości razem dodawſzy, mieć będę całkowitą mnogość 2001 *zll.* 4 *gr.* 2 $\frac{1}{6}$ *ſzel.*

117. Dotąd, części mnożnego które brać było potrzeba, trafiały ſię dość łatwe; lecz gdyby takowe części, zdarzyły ſię zawikłańſze, w takim razie, naſtępuiący przykład obiaśni iak ſobie będzie należało poſtąpić:

PRZYKŁAD V.

Jeden ſążéń koſztuie	34 *zll.*	10 *gr.*	2 *ſzel.*	
Wiele koſztówać maią ſążni	17?			
	238 *zll.*	0 *gr.*	0 *ſzel*	0.
	34.			
Za 10 gr. -	5	20		
Za 5 gr. *falſzywa mnogość*	$\cancel{2}$	$\cancel{25}$		
Za 1 gr. *falſzywa mnogość*		$\cancel{17}$		
Za 1 ſzel. - - -		5	2.	
Za 1 ſzel. - - -		5	2.	
	584	1	1.	

Rozmnożywſzy 34 *zll.* przez 17, potém 10 *gr.* przez 17 także, rozmnożyć ieſzcze trzeba 2 *ſzelągi*, z których ieden ieſt trzecią częścią groſza, a zatém trzecią częścią dzieſiątey części, albo trzydzieſtą częścią dzieſiąciu groszy; lecz zamiaſt wzięcia, trzydzieſtey części 5*ciu zll.* 20 gr. wygodniey będzie, zrobić ſobie falſzywą mnogość, i wziąść *np.* połowę, tego co dały 10 gr. to ieſt za 5 gr; potém uczynić ſobie ieſzcze drugą fal-

ſzywą

ſzywą mnogość, biorąc piątą część tego, co za 5 gr. wypadło, to ieſt za 1 *gr.* takową piątą częścią będzie 17 gr; lecz że mi niepotrzeba mnogości, tylko za 2 ſzelągi, dla tego, wziąwſzy trzecią część 17*ſtu* *gr.* dwa razy ią napiſzę, to ieſt 5 *gr.* 2 *ſzel*; a tamte dwie fałſzywe mnogości wymażę.

PRZYKŁAD VI.

Za ieden złoty mam 17 ſążni roboty, pytam ſię za 34 *złt.* 10 *gr.* 2 *ſzel.* wiele mieć będę wygotówanéy roboty?

Trzeba rozmnożyć 17 ſążni przez 34 *złt.* 10 *gr.* 2 *ſzel.* to ieſt wziąść 17 ſążni tyle razy, ile znayduie ſię iednościów, w 34 *złt.* 10 *gr.* 2 *ſzel.*

	17 ſążni				
	34 *złt.* 10 *gr.* 2 *ſzel.*				
	68	0 *ſt.*	0 *c.*	0 *l.*	0 *p.*
	51.				
Za 10 gr. -	5	4			
Za 1 gr. *fałſzywa mnogość*		$\cancel{3}$	$\cancel{4}$	$\cancel{9}$	$\cancel{7\frac{1}{10}}$.
Za 1 ſzel. - -		1	1	7	$2\frac{11}{30}$.
Za 1 ſzel. - -		1	1	7	$2\frac{11}{30}$.
	584 *s.*	0 *ſt.*	3 *c.*	2 *l.*	4 *p.* $\frac{11}{15}$.

Rozmnażam naprzód 17 ſążni przez 34; potém dla rozmnożenia 17*ſtu* ſążni przez 10 *gro.* biorę trzecią część 17*ſtu* ſążni, bo 10 *gro.* ſą trzecią częścią złotego. i mieć będę, 5 *ſ.* 4 *ſt.* W mnożeniu przez 2 *ſzel.* dla łatwości, ſzukam coby przypadło za 1 gr. biorąc $\frac{1}{10}$ *kę*, mnogości wypadłéy przez 10 gr. takowa $\frac{1}{10}$ *ka* ieſt 0. *ſ.* 3 *ſt.* 4 *c.* 9 *l.* $7\frac{1}{10}$ *p.* tę mnogość iako do prawdziwey mnogości nienależącą, potém wymażę, a wziąwſzy iey trzecią część, i dwa razy ią, za dwa ſzelągi napiſawſzy, które ſą, trzecią częścią iednego groſza, nietrzeba będzie, tylko te wſzyſtkie mnogości wraz dodać, i mieć będę na całkowitą mnogość 584 *ſ.* 0 *ſt.* 3 *c.* 2 *l.* 4 $\frac{11}{15}$ *p.*

Ten przykład daliśmy oſobliwie dla potwierdzenia tego, co ſię powiedziało (45); że wiele na tém zależy, żeby mnożnika z mnożnym niemiéſzać, gdy oba, ſą liczbą mianowaną. Jakóż tak w przeſzłym, iak w teraźnieyſzym przykładzie, czynnikami mnogości, ſą zarówno, 17 *ſ.* i 34 *zło.* 10 *gro.* 2 *ſze*; iednakże mnogości, w pierwſzym i w drugim razie, wypadaią, bardzo rὸżne od ſiebie.

Dzielenie liczby wielorakiéy przez liczbę ſamotną.

118. Jeżeli tylko ſam dzielny ieſt liczbą wieloraką, i ieżeli oraz dzielny i dzielnik, maią różnego gatunku iedności; natenczas, rozdziel naprzód iedności główne dzielnego, podług zwyczayney reguły, co ſię zaś zoſtanie, to na iedności drugiego gatunku obrὸciſz (57) i dodaſz ie z iednościami dzielnego tegoż gatunku; co uczyniwſzy odprawiſz dzielenie zwyczaynie: podobnież pozoſtałą reſztę z tego działania powtὸrnego, na iedności trzeciego gatunku przemieniſz, do których dodawſzy iedności tegoż gatunku znayduiące ſię w dzielnym, roz-

rozdzieliſz wſzyſtko iak wyżéy; reſzty takowe zoſtaiące, póty przemieniać ſię będą na iedności naſtępuiącego gatunku, póki ſię niżſze gatunki w dziélnym znayduią.

PRZYKŁAD I.

Zapłacono, daymy, 4783 *złł.* 23 *gr.* 2 *ſz.* za robotę 87 ſążni; pytam ſię po czemu wypada ſążeń roboty?

4783 *zł.* 23 *gr.* 2 *ſz.* | 87.
433 | 54 *z.* 29 *g.* 1 *ſ.* $\frac{65}{87}$
85
———
2573 *gr.*
833
50
———
122, *ſzé.*
65.

Trzeba dzielić 4783 *złł.* 23 *gr.* 2 *ſz.* przez 87, poczynaiąc od złotych. 4783 złote rozdzielone pzzez 87, podług reguł zwyczaynych, dadzą wieloráz 54 *zł.* i 85 *złł.* reſzty; te 85 *złł.* obrócone na groſze (57) złączone z 23. groſzami dziélnego, uczynią 2573 gr. które rozdzieliwſzy przez 87 mam wieloráz 29 g. i reſzty 50 g. te 50 groſzy obróciwſzy na ſzelągi mieć będę z 2 ſzelągami dziélnego, 152 ſzelągów, które podobnież przez 87 dzielę, i naoſtatek za wieloráz doſtaię 1 *ſzel.* i $\frac{65}{87}$ ſzeląga.

PRZYKŁAD II.

Doſtałém *np.* 3376 *złł.* 25 *gr.* 1 *ſz.* przewexlówane, na wypłacenie mi pewnéy ſummy, z któréy odcięto po 2 *złł.* na ſtu, chciałbym wiedzieć, wiele ta odcięta ſumma wynoſi?

 Ponie-

Ponieważ ten procent, ieſt $\frac{1}{50}$ *tą*. ſummy niewiadoméy, przeto ſumma odebrana, wynoſi $\frac{49}{50}$ tamtéy ſummy; a zatém, procent odcięty, muſi bydź 49*tą* częścią ſummy mi oddanéy; trzeba więc rozdzielić 3376 *złt.* 25 *gr.* 1 *ſz.* przez 49.

3376 *zł.* 25 *g.* 1 *ſz.*	49.
	68 *z.* 27 *g.* 1 *ſ.* $\frac{17}{49}$.

Po odprawioném działaniu, znayduię 68 *złt.* 27 *gr.* 1 *ſz.* $\frac{17}{49}$, które dodane do 3376 *złt.* 25 *gr.* 1 *ſ.* pokazuią mi, że ſumma dana na wexel, muſiała bydź 3445 *złt.* 22 *gr.* 2 *ſz.* $\frac{17}{49}$.

119. Lecz ieżeli dziélny i dziélnik, maia iednego gatunku iedności, przed odprawiéniém dzielenia trzeba uważyć, czy wieloráz ma bydź także tegóż ſamego gatunku; co rodzay zadania zwykł zawſze okazywać.

120. Jeżeli dziélny i dziélnik, będąc iednego gatunku, wieloráz ma także bydź tegòż ſamego rodzaiu, dzielenie czyni ſię iak w poprzédzaiącym przykładzie; *np.* gdyby zadano było że, 1243 złotémi zarobiłém 7254, chcę wiedziéć wiele zarobiłém na każdym złotym? Rzecz oczywiſta, że wieloráz będzie miał iedności tegóż ſamego gatunku, co dziélny i dziélnik, to ieſt złote; i że 7254 rozdzielić trzeba przez 1243, reſztę iak w poprzedzaiącym przykładzie, obracaiąc na groſze, a drugą reſztę na ſzelągi; co

wy-

wykonawfzy mieć będę rozwiązanie zadania mego, to ieſt 5 *zł.* 25 *gr.* 0 *ſzel.* $\frac{285}{1243}$ zarobku na iednym złotym.

121. Lecz gdy dziélny i dziélnik, będąc iednego gatunku, wieloráz ma bydź różnego od nich rodzaiu; w takowym razie, dziélnego i dziélnika, trzeba naprzód przemiénić (57) w naymniéyſzy gatunek, iaki ſię w dziélnym znayduie, a dopiéro dzielenie iak w poprzédzaiącym razie przedſięwziąć, i z iednościami dziélnego, tak ſię obéyśdź iak gdyby były tego rodzaiu, co w wielorażie bydź maią.

Np. niech będzie zadano, wiele będę miał wygotówanéy roboty za 7954 *złt.* 11 *gr.* 2 *ſz.* rachuiąc ſążeń po 72 *złt?* Znatury ſamego zadania rzecz oczywiſta, że wieloráz powinien mieć ſążnie, i części ſążnia; obrócę zatém 7954 *zł.* 11 g. 2 *ſz.* wſzyſtko na ſzelągi, co uczyni 715893; obróciwſzy podobnież 72 *złt.* na ſzelągi, mieć będę 6480; rozdzielę 715893, które uważam iako ſążnie, przez 6480, i wypadnie mi żądany wieloráz 110 *ſą.* 2 *ſt.* 10 *c.* 4 *l.* $\frac{163}{405}$.

Dzielenie liczby wielorakiéy przez liczbę wieloraką.

122. Kiedy dziélnik ieſt także liczbą wieloraką, trzeba go naprzód do naymniéyſzego gatunku iednościòw przywiéśdź (57); potém rozmnożyć dziél-

nego, przez liczbę która wyraża, wiele potrzeba części naymniéyſzego gatunku dziélnika, na złożenie iednéy głownéy iedności tegòż dziélnika; tym ſpoſobém dzielenie odprawi ſie tak, iak gdyby dziélnik, był liczbą ſamotną.

PRZYKŁAD

57 *ſ.* 5 *ſt.* 5 *cal.* roboty, koſztowały 854 *zł.* 17 *gr.* 1 *ſz.* pytam ſię poczemu wychodzi ſążeń? Trzeba rozdzielić 854 *złł.* 17 *gr.* 1 *ſz.* przez 57 *ſ.* 5 *ſt.* 5 *cal*; i dla tego obracam 57 *ſ.* 5 *ſt.* 5 *c.* na cale, co mi uczyni 4169, które będą nowym dziélnikiem; a oráz iako na ſążeń 72 calów potrzeba, który ieſt główną iednością w tym dziélniku, mnożę zadanego dziélnego 854 *złł.* 17 *gr.* 1 *ſz.* przez 72, i mam nowego dziélnego 61529, *złł.* 18 *gr.* co zrobiwſzy, dzielę iak naſtępnie.

854 z, 17 g. 1 ſ.	57 *ſ.* 5 *ſt.* 5 *cal.*
72	
61529 *złł.* 18 *gr.*	4169 *calów*
3163	14 *zł.* 22 *gr.* 2 *ſz.* $\frac{1232}{4169}$.
94908 *gr.*	
11528	
3190.	
9570 *ſzel.*	
1232.	

61529 złote rozdzielone przez 4269, daią wieloráz 14 *złł.* i 3163 reſzty. Te 3163 *złł.* obracam na groſze, i mam wraz z 18 groſzami dziélnego 94908 groſzy, które rozdzieliwſzy przez 4169, mam wieloráz 22 groſze i 3190 groſzy zoſtaiącéy reſzty. Te 3190 groſzy, na ſzeląga obróciwſzy u-

czy-

czyni mi 9570 ſzelągów, które podobnież przez 4169 rozdzielam, i mam wieloraz 2 ſzelągi, i 1252 ſzelągów, reſzty; całkowity zatém wieloraz ieſt 14 *złt.* 22 *gr.* 2 *ſzel.* i $\frac{1252}{4169}$ ſzeląga.

Zeby téy reguły przyczynę poiąć, uważać trzeba, że ponieważ 57 *ſą.* 5 *ſt.* 5 *c.* czynią 4169 calów, cal zaś ieden będąc 72gą. częścią ſążnia, dziélnik będzie $\frac{4169}{72}$ ſążnia: a przeto chcąc dzielić przez ułamek, trzeba (101) ułamek dziélnika przewrócić, a potém przez tekowy ułamek mnożyć; trzeba tu więc rozmnożyć przez $\frac{72}{4169}$; co wychodzi, na rozmnożenie naprzód przez 72, a potém na rozdzielenie przez 4169, iak przepiſuie dana dopiéro wyżey reguła.

Ponieważ dzielenie przez liczbę wieloraką, wychodzi iakośmy widzieli na dzielenie przez liczbę ſamotną, przeto względém natury iednościów, też ſamę oſtrożność zachować należy, iakąśmy przepiſali (118, 119, i 120)

Tu byłoby mieyſce mòwić o ſążniówaniu, albo o mnożeniu i dzieleniu ieometrycznéni: lecz te działania, od tych któreśmy dopiéro opiſali nieróżnią ſię niczém w wykonaniu; tak dalece że tu niebyłoby co przydać, chyba tylko wyłożenie natury czynników i mnogościów, ale to do Jeometryi należy. Dla tego całą rzecz o tém, do niéy odkładamy.

O składaniu liczb kwadratowych, i wyciąganiu z nich kwadratowego piérwiaſtka. (radix quadrata)

123. *Kwadratém*, nazywa ſię mnogość, pochodząca z roznmożenia liczby przez ſiebie ſamę; tak, 25 ieſt kwadratém 5*ciu* ponieważ 25 pochodzi z roznmożenia 5*ciu* przez 5.

124. *Piérwiaſtek Kwadratowy* liczby zadanéy, ieſt liczba, która ſama przez ſiebie roznmożona, też zadaną liczbę nazad oddać powinna; tak 5 ieſt kwadratowym piérwiaſtkiém 25*ciu*; 7 ieſt kwadratowym piérwiaſtkiém 49*ciu*.

125. Liczba tedy ktòra kwadruie ſię, ieſt oraz mnożnym i mnożnikiém; a zatém dwa razy czynnikiém mnogości (42); dla czego też takowa mnogość, czyli kwadrat, nazywa ſię *drugim ſtopniém* téy liczby (2*da* potentia).

W kwadrówaniu liczby, niepotrzeba innéy nauki, tylko ią roznmożyć przez ſiebie, podług zwyczaynych reguł; lecz żeby z liczby iakowéy kwadratowy piérwiaſtek wyciągnąć, to ieſt z kwadratu, do piérwiaſtkowéy liczby nazad powròcić,

cić, trzeba użyć sposobu; przynaymniey, gdy kwadratowa liczba zadana, więcey iak dwie cyfry w sobie zawiéra.

Gdy liczba zadana, iednę lub dwie tylko ma cyfry, natenczas piérwiastek iéy w liczbie całkowitéy, będzie z następuiących liczb iedną.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Których kwadraty są.

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81.

Tak *np.* piérwiastek kwadratu 72, iest w liczbach całych 8; ponieważ 72, będąc między 64 i 81, piérwiastek ich, także będzie między piérwiastkami tych dwóch liczb, to iest między 8 i 9, iest tedy 8 i ułamek; ułamek, którego naznaczyć wprawdzie niémożna spełna, lecz do którego, zawsze coraz daley można się zbliżyć, co wkrótce da się zobaczyć.

126. Piérwiastek kwadratowy, liczby która nieiest doskonałym kwadratém, nazywa się *piérwiastek przybliżony* (radix imperfecta)

127. Przystąpmy do liczb, które więcey iak dwie cyfry w sobie maią.

Uważaiąc pilnie, co się dzieie w złożeniu kwadratu, znaydziémy sposòb powrócenia nazad do piérwiastka tego kwadratu.

Kwadruiąc liczbę 54 *np.*

54
54

16 *Kwadrat iednościów*
20 *mnogość z dziesiątków przez iedności*
20 *mnogość z dziesiątków przez iedności*
25 *kwadrat dziesiątków.*

2916

Napisawszy mnożnego i mnożnika, iakośmy uczynili, mnożę zwyczaynie 4 wyższe, przez 4 niższe, co mi oczywiście daie *kwadrat iednościów.*

Mnożę potém 5 wyższe, przez 4 niższe, z których mam *mnogość dziesiątków przez iedności.*

Jdę daléy do drugiéy cyfry mnożnika, i mnożę 4 wyższe, przez 5 niższe, co czyni mnogość iednościów przez dziesiątki, albo (44) *mnogość dziesiątków przez iedności.*

Naostatek rozmnażam 5 wyższe, przez 5 niższe, co mi da *kwadrat dziesiątków.* Dodawszy te wszystkie mnogości z sobą, mam liczbę kwadratową 2916, którą widzieliśmy bydź złożoną, z *kwadratu dziesiątków*, więcéy *dwa razy mnogość dziesiątków przez iedności*, więcéy, *kwadrat iednościów* liczby 54.

128. To cośmy dopiéro uważali, iako iest nieuchronnym skutkiém mnożenia,

tak

tak niemniéy ſtóſuie ſię do liczby 54, iak do każdéy innéy, złożonéy z dzieſiątków i z iednościów; zaczém w ogòlności powiedzieć można, że kwadrat wſzelkiéy liczby złożonéy z dzieſiątków i z iednościów, zawiéra w ſobie trzy części wyżéy opiſane, iakoto *kwadrat dzieſiątków téy liczby*, *podwóyną mnogość z dzieſiątków przez iedności*, *i kwadrat iednościów.*

129. To za fundament założywſzy, ponieważ kwadratém dzieſiątków ſą ſta (10 razy albowiém 10, czyni 100); rzecz oczywiſta że takowy kwadrat dzieſiątkòw niémoże bydź częścią oſtatnich dwòch cyfer całkowitego kwadratu.

Podobnież podwóyna mnogość dzieſiątkòw, rozmnożonych przez iedności, iako niémoże bydź mniéyſza nad dzieſiątki, tak téż niémoże bydź częścią oſtatniéy cyfry całkowitego kwadratu.

Chcąc zatém z kwadratu 2916, do piérwiaſtka iego powròcić, można tak rozumòwać.

PRZYKŁAD I.

29. 16 | 54 *piérwiaſtek*
41. 6
104
―――
000

Po-

Poczniymy od ſzukania dzieſiątków tego piérwiaſtka. Z natury kwadratu ieſt mi wiadomo, że w 2916, znayduie ſię kwadrat dzieſiątków, i że takowy kwadrat niémoże bydź częścią dwóch oſtatnich cyfer; muſi więc znaydòwać ſię w 29; a iako piérwiaſtek kwadratowy 29*ciu*, niémoże bydź większy iak 5, wnieśmy ſobie ſtąd, że liczba dzieſiątków piérwiaſtka, ieſt 5; i napiſzmy ią o bok 2916, iakośmy widzieli wyżéy.

Kwadruię 5, i odéymuię mnogość 25 od 29, zoſtaie mi 4, do ktòrych ſpuſzczam dwie naſtępuiące cyfry 16, zadanéy liczby 2916.

Teráz żeby wynaléśdź iedności piérwiaſtka, uważam co ta reſzta 416, w ſobie zawiéra; iuż dwie tylko części kwadratu ma w ſobie, to ieſt, dwa razy dzieſiątki piérwiaſtka, rozmnożone przez iedności, i kwadrat iednościów tegóż piérwiaſtka. Na piérwſzéy z tych dwóch części, doſyć nam ieſt, do znależiénia iednościòw których ſzukamy; bo ponieważ ieſt złożona, z dwa razy wziętych dzieſiątkòw rozmnożonych przez iedności, iezeli ią rozdzielémy przez dwa razy wzięte dzieſiątki, ktòre nam ſą iuż wiadome, powinna nam dać (67) za

wie-

wieloráz iedności; rzecz więc, tylko o to idzie, żeby wiedzieć, w którey części liczby 416, takowe podwòyne dziesiątki rozmnożone przez iedności, mieszczą się: powiedzieliśmy wyżey że niémogą znaydówać się w ostatniéy cyfrze; muszą więc bydź w 41: trzeba zatém 41 rozdzielić przez podwòyność znalezionych dziesiątków, to iest przez 10; piszę więc podwòyność dziesiątkòw 10 pod 41; po odprawionêm dzieleniu, znayduię, że wypadły wieloráz 4, iest liczbą iednościów, które piszę po prawéy ręce wynalezionych dziesiątków 5.

Lecz uważać potrzeba, że lubo znaleziony wieloráz 4, iest w istocie saméy ten, który bydź był powinien, iednakże mogłoby się czasém przytrafić, że tym sposobém wynaleziony wieloráz, byłby mocniéyszy iakby należało; ponieważ 41 (to iest, część po oddzieleniu ostatniéy cyfry zostaiąca) zawiéra w sobie nietylko podwòyność dziesiątków, rozmnożonych przez iedności, ale nadto dziesiątki, pochodzące z kwadratu iednościòw; dla czego, żeby o pewności cyfry iednościów, żadna wątpliwość niezostała, trzeba uczynić następuiące sprawdzenie.

Znalazłszy cyfrę iednościòw 4, i przy-

Pi-

piſawſzy ią do piérwiaſtka, przenoſzę ią oráz o bok podwòyności dzieſiątkòw 10, co mi uczyni 104, których koléyno wſzyſtkie cyfry rozmnażam przez liczbę 4, i wypadaiące mnogości odéymuię od części odpowiadaiących 416*ſtu*; ponieważ ſię nic niezoſtaie, wnoſzę ſobie, że 54, ſą prawdziwym piérwiaſtkiém zadanéy liczby 2916.

Gdyby co zoſtawało, piérwiaſtek niemniéy, w liczbach całych byłby prawdziwy, chyba żeby reſzta była większa od podwòyności piérwiaſtka, iednym powiękſzonego; lecz tego obawiać ſie niémożna, biorąc wieloráz, zawſze ile ſię da, naywiękſzy.

Sprawdzenie tego działania, któreśmy przepiſali, gruntuie ſię na ſamymże złożeniu kwadratu; mnożąc albowiém 104 przez 4, rzecz oczywiſta, że czynię kwadrat iedności ów, i podwòyność dzieſiątkòw, rozmnożonych przez iedności, to ieſt, co dopełnia kwadrat zupełny.

130. Stąd co dopiéro powiedziało ſię, wnieść ſobie należy, że chcąc wyciągnąc kwadratowy piérwiaſtek, z liczby, która niéma więcéy nad cztéry cyfry, ani mniéy nad trzy; trzeba, odłączywſzy naprzòd dwie cyfry po prawéy ręce,

ce, ſzukać piérwiaſtka kwadratowego, tego przedziału, co po lewéy ręce zoſtaie; piérwiaſtek ten, będzie liczbą dzieſiątków, ſzukanego piérwiaſtka całkowitego, którą na boku zadanéy liczby napiſać trzeba, przedzieliwſzy ie linijka.

Od tegòż, po lewéy ręce przedziału, odcinam kwadrat piérwiaſtka znalezionego, i reſztę poniżéy tegóż przedziału napiſawſzy, przenoſzę o bok dopiéro wſpomnianéy reſzty, dwie oddzielone z początku cyfry.

Cyfrę iednościòw dopiéro ſpuſzczonego przedziału, odłączam punktém, i część po lewéy ręce pozoſtałą, dzielę przez podwóyność dzieſiątków, kòrą poniżéy napiſałém.

Wieloráz piſzę o bok piérwſzéy cyfry piérwiaſtka, i potém go także przenoſzę o bok podwòyności dzieſiątkòw, która mi ſłużyła za dziélnika.

Nakoniec przez tenże ſam wieloráz rozmnażam cyfry, w téy oſtatniéy linij położone, i mnogości ich koléyno odéymuię od cyfer im odpowiadaiących, wyżéy napiſanych.

Obiaśnijmy, to przykładém.

PRZY-

PRZYKŁAD II.

Mam ſzukać piérwiaſtka kwadratowego liczby 7569.

75.69 | 87.
116.9
167

000.

Odłączam dwie cyfry 69 i ſzukam piérwiaſtka kwadratowego 75*ciu*. który ieſt 8; piſzę te 8 na boku; kwadruię 8, i kwadrat 64 od 75 odéymuię, zoſtaie mi 11; które piſzę pod 75, i oraz o bok nich, odłączone cyfry 69, ſkładam.

W liczbie 1169, oddziélam oſtatnią cyfrę 9. przez co mi zoſtaie część 116, którą mam dzielić, dla znalezienia iednościów.

Zdwoiwſzy 8 znalezionych dzieſiątków, mam dziélnika, którego pod 116 piſzę; rozdzielenie daie mi wieloraz 7, który po prawéy ręce 8*u*. do piérwiaſtka przypiſuię.

Tenże ſam wieloraz, o bok dziélnika mego 16, przenoſzę; rozmnażam 167, które znayduią ſię w oſtatniéy linij, przez tenże ſam wieloraz 7, i mnogości, od 1169 koléyno odéymuię: nic mi niezoſtaie, co ieſt dowodém, że liczba 7569, ieſt doſkonałym kwadratém, to ieſt kwadratém 87*miu*.

131. Pilnie uważać należy, że przez podwóyność dzieſiątków, nietrzeba dzielić, tylko część, po oddzieleniu oſtatniéy cyfry, po lewéy ręce pozoſtałą; tak dalece, że gdyby, podwóyność dzieſiątków, w niéy ſię mieścić niémogła, oddzielonéy cyfry, do tego nienależy używać, i tylko na miéyſcu piérwiaſtka piſze ſię o: choćby ſię zaś przytrafiło przeciwnie;

żeby

żeby ſię podwóyność dzieſiątków, więcéy iak 9 razy w takowéy części zawiérała, przeto wielorazu niémożna piſać więkſzego nad 9; przyczyna tego taż ſama co w dzieleniu (63.)

132. Zrozumiawſzy dobrze, to cośmy powiedzieli o piérwiaſtku kwadratowym liczb, które niémaią więcéy nad 4 cyfry„ łatwo poiąć ſię daie, co czynić trzeba. gdy liczba zadana ma więcéy cyfer. Bądź z iakiéy chce liczby cyfer, piérwiaſtek ma bydź złożony, można go ſobie zawſze wyſtawić, iak gdyby ſię z dwóch części ſkładał, z których iedna ieſt z dzieſiątków a druga z iedności ów; *np.* 874, można uważać, iak gdyby wyrażały 87 dzieſiątków i 4 iedności.

To założywſzy, gdym znalázł dwie piérwſze cyfry piérwiaſtka, ſpoſobém wzwyż przepiſanym, tymże ſpoſobém znaléśdź i trzecią można; piérwſze dwie cyfry uważaiąc, iak gdyby ſkładały iednę liczbę dzieſiątków, i do wynalezienia trzeciéy, używaiąc tych ſamych działań, któreśmy przepiſali z piérwſzym wielorazém, do wynalezienia drugiego.

Podobnież piérwſze trzy cyfry wynalazłſzy, ieżeli ma bydź ieſzcze i czwarta; trzy piérwſze uważać trzeba, iako iednę tylko liczbę dziesiątkòw, i dla znaleziénia czwartéy, obéyśdź się znią tak, iak z dwiema pierwszémi, dla wynaleziénia trzeciéy.

Lecz żeby w tém był zachowany porządek, trzeba naprzód na przedziały zadaną liczbę podzielić, każdy po dwie cyfry, od *prawéy*, *ku lewéy ręce*, *ostatnia*, *może* miéć i iednę cyfrę.

Przyczyna tego działania, gruntuie się na tém; że uważaiąc piérwiastek, iako z dziesiątkòw i z iednościòw złożony, podług tego cośmy wyźéy powiedzieli (129 i daléy), trzeba naprzòd oddzielić dwie ostatnie cyfry po prawéy ręce, żeby w części po lewéy ręce pozostałéy, miéć kwadrat dziesiątkòw: lecz iako część ta sama, iest więcéy iak z dwòch cyfer złożona, tak téż podobneż rozumòwanie, drogę nam pokazuie, do oddzielenia ieszcze dwòch cyfer po prawéy ręce, i. t. d.

Daymy przykład takowego działania.

PRZYKŁAD III.

Chcę miéć pierwiastek kwadratowy zliczby 76807696.

76. 80. 76. 96. | 8764.
128. 0
16. 7
———
1117.6
174.6
———
7009.6
1752 4
———
0000 0

, Podzieliwszy liczbę zadaną na przedziały, każdy po dwie cyfry, od prawey ku lewey ręce; szukam iaki iest pierwiastek kwadratowy przedziału 76, od którego iako od ostatniego poczynam: znayduię że iest 8, które na boku liczby zadaney piszę: kwadruię 8, i kwadrat 64 od 76 odeymuię; zostaie mi 12, które pod 76 piszę; obok tey reszty składam następuiący przedział 80, którego ostatnią cyfrę punktem odłączam, i pod częścią 128 piszę 16, to iest podwóyność znalezionego pierwiastka; daley mówię w 128 wiele mam razy 16? Znayduię 7 razy; piszę te 7, obok znalezionego pierwiastka, i oraz obok dzielnika 16; mnożę 167, przez ten nowy pierwiastek 7, i mnogość wypadaiącą, od 128 odeymuię; zostaie mi reszta 111; do którey trzeci przedział spuszczam, to iest 76 którego ostatnią cyfrę 6 odłączam; potém pod częścią 1117, piszę podwóyność pierwiastka 87, która iest 174; dzielę 1117 przez 174, i znalazłszy wieloraz 6, przypisuię go do pierwiastka, i oraz go obok podwóyności 174 dokładam; mnożę 1746 przez tęż liczbę 6, i mnogość od 11176 odiąwszy, zostaie mi 700. Obok tey reszty spuszczam 96, i ostatnią tego przedziału cyfrę odłączam; pod częścią 7009 po lewey ręce zostaiącą, piszę podwóyność znalezionego pierwiastka 876, która iest 1752; przez tę podwóyność 1752 dzielę 7009, i znayduię wieloraz 4, który do pierwiastka przypisuię, i oraz obok podwóyności 1752 przenoszę. Przez tęż liczbę 4, mnożę 17524, i mnogość od 70096 odiąwszy, nic mi niezostaie; Zatém pierwiastek kwadratowy z liczby 76807696, iest spełna 8764.

133. Kiedy zadana liczba nieiest doskonałym kwadratém, na końcu działania, zostaie się reszta, i natenczas wy-

naleziony piérwiaſtek kwadratowy, ieſt piérwiaſtkiém, naywiękſzego kwadratu w zadanéy liczbie zawartego: w tym razie kwadratowego piérwiaſtka niémożna wyciągnąć ſpełna, lecz zbliżyc ſie do niego podług potrzeby, lub upodobania zawſze można; to ieſt, tym ſpoſobém, że błąd ktòryby ſtąd wyniknął w kwadracie, będzie mniéyſzy, od iakiéy zechcemy ilości.

Zbliżenie takowe, wygodnie przez dzieſiątne czynić ſię daie. Na końcu zadanéy liczby, trzeba położyć dwa razy tyle zeròw, ile mieć chceſz dzieſiątnych w piérwiaſtku, potém zwyczayne działanie odprawiſz, po ktòrém po prawéy ręce piérwiaſtka, kryſką, przez połowę tyle dzieſiątnych oddzieliſz, ile do zadanèy liczby dodałeś zeròw. W iſtocie ſamèy, ieżeli *np.* 4 zera przydane były, kwadrat ſtał ſię 10000 razy zawielki; piérwiaſtek więc znaleziony, będzie także 100 razy większy, ponieważ 10000, ſą kwadratém 100*u;* ieżeli 6 zerów przydane były, kwadrat zrobił ſię 1000000 razy więkſzy, a zatém wynaleziony piérwiaſtek będzie także 1000 razy więkſzy, bo 1000000, ſą kwadratém 1000*ca*; przeto w piéwſzym razie odłączaiąc dwie cyfry

fry po prawéy ręce, w drugim zaś razie 3 cyfry, pierwiastek kwadratowy, przyprowadzamy do téy iaką mieć powinien wartości (28).

P R Z Y K Ł A D.

Chcę mieć kwadratowy pierwiastek z liczby 87567, przybliżony do iedney tysiączney.

Żeby mieć w pierwiastku tysiączne, potrzeba trzech dziesiątnych, trzeba więc do kwadratu 87567, sześć zerów dodać; i potem z 87567000000, wyciągnąć pierwiastek kwadratowy

```
8.75.67.00.00.00 | 295917.
47.5
 49
------
  346.7
   585
  ------
   5420.0
    5909
   ------
    10190.0
     59181
   ---------
     427190.0
      591827
  ----------
      129111
```

Postępuiąc sobie w działaniu, iak w poprzedzaiących przykładach, znayduię pierwiastek kwadratowy, różniący się tylko o mniéy iak o $\frac{1}{1000}$, w liczbie 295917; lecz ponieważ takowy, iest pierwiastkiém liczby 87567000000, 1000000 razy większéy od 87567, którey miałem szukać kwadratowego pierwiastka; trzeba przeto ten wynaleziony pierwiastek tysiąc razy mnieyszym uczynić; to iest 3 cyfry iego po prawéy ręce oddzielić, a tak 295, 917, będzie kwadratowym pierwiaſtkiem liczby 87567, o iednę tyſiączną przybliżonym; to ieſt, że gdyby prawdziwy pierwiaſtek, ſpełna mógł być znaleziony, różnica między tym, a tamtym, iedney tyſiączney niewynioſłaby.

Podobnież gdyby zadano było, znaléśdź pierwiaſtek kwadratowy, liczby 2, przybliżony do iedney dzieſięćtyſiączney; potrzebaby wyciągnąć pierwiaſtek z liczby 200000000, który bydz ſię pokaże 14142; oddzieliwſzy kryſką 4 cyfry po prawey ręce, mieć będę 1,4142 na pierwiaſtek kwadratowy liczby 2, przybliżony, o iednę dzieſięćtyſiączną.

134. Widzieliśmy (97), że chcąc mnożyć ułamek przez ułamek, trzeba licznika przez licznika, i mianownika przez mianownika rozmnożyć, a zatém, chcąc ſkwadròwać ułamek, trzeba także licznika, i mianownika ſkwadrówać.

Tak kwadrat ułamka $\frac{2}{3}$, ieſt $\frac{4}{9}$; kwadrat ułamka $\frac{4}{5}$, ieſt $\frac{16}{25}$.

135. Stąd wynika, iż odwrotnie chcąc wyciągnąć pierwiaſtek kwadratowy z ułamka, trzeba takowy, z licznika i z mianownika wyciągnąć.

Tak, pierwiaſtek kwadratowy ułamka $\frac{9}{16}$, ieſt $\frac{3}{4}$; ponieważ pierwiaſtek *9ciu.* ieſt 3, a pierwiaſtek *16ſtu* ieſt 4.

136. Lecz ponieważ ſię przytrafić może, że licznik albo mianownik, lub też wcale obydwa, niebędą doſkonałémi kwadratami; w takowym razie, ieżeli tylko li-

licznik nieieſt doſkonałym kwadratém, ſpoſobém wzwyż przepiſanym, piérwiaſtek kwadratowy przybliżony, z niego wyciągnąć można; potém z mianownika piérwiaſtek zwyczaynie wyciągnąwſzy, takowy da ſię za mianownika pierwiaſtkowi przybliżonemu licznika.

Tak chcąc mieć piérwiaſtek kwadratowy ułamka $\frac{2}{9}$; wyciągnę przybliżony pierwiaſtek z liczby 2, który podług przybliżenia mego większego lub mnieyſzego, bydź mi ſię pokaże 1,41 albo 1,414 albo też 1,4142 i. t. d. a iako pierwiaſtek kwadratowy 9*ciu* ieſt 3; będę miał na piérwiaſtek przybliżony ułamka $\frac{2}{9}$, ilość $\frac{1,4}{3}$ albo $\frac{1,41}{3}$ albo $\frac{1,414}{3}$ albo $\frac{1,4142}{3}$, i. t. d.

Lecz ieżeli mianownik także, nieieſt doſkonałym kwadratém; natenczas oba wyrazy ułamka, przez tegòż mianownika rozmnożyć potrzeba, co wartości ułamka nieodmiéni, a mianownika uczyni kwadratém doſkonałym; po czém odprawuie ſię dalſze działanie iak w poprzedzaiącym przypadku.

Np. chcąc mieć piérwiaſtek kwadratowy ułamka $\frac{3}{5}$; ten ułamek przemiénić trzeba w $\frac{15}{25}$, wyciągaiąc z 15 pierwiaſtek kwadratowy *np.* aż do trzech dzieſiątnych, mieć będę 3,872; a iako pierwiaſtek kwadratowy 25 ieſt 5, tak pierwiaſtek cały kwadratowy, ułamka $\frac{15}{25}$, wypadnie mi $\frac{3,872}{5}$.

Zeby różnego gatunku, niemieć razem ułamków. wypadek takowy $\frac{3,872}{5}$, przemienić mogę na ſame dzie-

dzieſiątne, dzieląc 3,872 przez 5, co mi da 0,774, to ieſt, pierwiaſtek ułamka $\frac{3}{5}$, wyrażony w ſamych dzieſiątnych (92).

137. Nakoniec, gdyby całkowitki trafiły ſię złączone z ułamkami; takowe całkowitki, w ułamki trzebaby przemienić (80), w reſzcie, odprawi ſię działanie iak z ułamkami.

Tak, maiąc wyciągnąć kwadratowy pierwiaſtek z $8\frac{3}{7}$; przemieniam $8\frac{3}{7}$, w $\frac{59}{7}$, a ten znowu ułamek (136) w $\frac{413}{49}$; którego przybliżony pierwiaſtek kwadratowy znayduię $\frac{20,322}{7}$ albo 2,903.

138. Można także, ułamek znayduiący ſię przy całkowitce, obrócić na dzieſiątne, lecz trzeba uważać, żeby do tego użyć liczby parzyſtéy dzieſiątnych, i dwa razy tyle cyfer maiącéy, ile ich mieć chcę w pierwiaſtku; mnogość albowiem wynikaiąca z rozmnożenia dwóch liczb maiących dzieſiątne, ponieważ tyle powinna mieć dzieſiątnych, ile ich w obu czynnikach znayduie ſię (54); przeto kwadrat liczby która ma dzieſiątne, powinien ich mieć dwa razy tyle, ile miała ta liczba.

Tego ſpoſobu używaiąc z liczbą $8\frac{3}{7}$, przemieniam ią w 8,428571 (92), którey pierwiaſtkiem kwadratowym będzie 2,903, iak wyżey.

139. Gdyby potrzeba wyciągała, z liczby dzieſiątnéy, wyciągnąć pierwiaſtek kwadratowy; trzeba dać baczność, żeby liczbę dzieſiątną uczynić parzyſtą, ieżeli nieieſt, a to z przyczyny wyżéy wymienionéy (138); dodaiąc na końcu takowych dzieſiątnych 1, 3, albo 5 zerów, i. t. d. co wartości ich nieodmienia (29). Tak, maiąc wyciągnąć kwadratowy pierwiaſtek, z liczby 21,935, przybliżony o iednę tyſiączną; wyciągam kwadratowy pierwiaſtek z liczby 21,935000, ktòry będzie 4,683; to ieſt ten ſam, co liczby 21,935. Podobnież pokaże ſię, pierwiaſtek liczby 0,542 przybliżony o iednę tyſiączną bydź 0,736; a liczby 0,0054 także przybliżony o iednę tyſiączną, 0,073.

O *składaniu liczb ſześciennych i wyciąganiu ſześciennego pierwiaſtka* (radix cubica).

140. Chcąc złożyć, co nazywa ſię trzecim ſtopniem liczby, albo *ſześcian liczebny* (cubus), trzeba naprzód tę liczbę rozmnożyć przez ſiebie ſamę, i potém ieſzcze ráz rozmnożyć przez tęż ſamę liczbę, mnogość wypadłą z pierwſzego rozmnożenia.

A tak, właściwie mòwiąc, liczba ſześcienściénna, ieſt mnogość kwadratowa rozmnożona przez tęż ſamę liczbę; 27 ſą ſześcianém *3ech*; ponieważ pochodzą z rozmnożenia *9ciu.* (kwadratu *3ech*) przez tęż ſamę liczbę 3.

Liczba która do ſześcianu podnoſi ſię, ieſt w nim 3 razy czynnikiém; dla tego téż ſześcian nazywa ſię *trzecim ſtopniém* téy liczby.

141. W powſzechności mòwi ſię, że liczba ieſt do drugiego, trzeciego, czwartego, piątego, i. t. d. ſtopnia podnieſiona, kiedy ieſt 1, 2, 3, 4, 5, i. t. d. razy, ráz po ráz przez ſiebie ſamę rozmnożona, albo kiedy ieſt 1, 2, 3, 4, 5, i. t. d. razy, czynnikiém mnogości.

142. *Piérwiaſtek ſześciénny* zadanego ſześcianu, ieſt liczba, która rozmnożona przez ſwóy kwadtat, ſześcian nazád oddaie; tak 3 ſą piérwiaſtkiém ſześciénnym *27iu.*

Uważmy atoli, że gdy w liczbach całych liczba zadana, ma mniéy iak 4 cyfry, do wyciągniénia ſześciénnego piérwiaſtka, ſpoſobu oſobnego nietrzeba; bo ponieważ 1000, ieſt ſześcianem *10u*, każda liczba mniéyſza iak 1000, a zatém mniéy iak 4 cyfry maiąca, będzie miała

piérpierwiastek mnieyszy iak 10, to iest w mniey, iak w dwóch cyfrach wyrażony.

Tak każda liczba, która przypadnie, między dwiema którémikolwiek liczbami następuiącémi 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, będzie miała swóy pierwiastek sześcienny w liczbie całéy, między dwiema odpowiadaiącémi, następuiącémi liczbami

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9; Wyżéy położona koléy liczb, są sześciany, niższa zaś wyraża ich pierwiastki sześcienne.

144. Niekażdéy liczby zadanéy, można naznaczyć zupełny pierwiastek sześcienny; lecz zawsze można przybliżyć się do liczby, która będąc podniesiona do sześcianu, przybliżałaby się także, coraz bardziéy do oddania nazad, pierwszéy zadanéy liczby. Nauczywszy się, znaleśdź pierwiastek sześcianu doskonałego, zobaczymy iak sobie w tamtym razie postąpić.

145. Uważmy dla tego, z iakich części składa się sześcian liczebny, który zawiéra w sobie dziesiątki, i iedności.

Ponieważ sześcian powstaie z kwadratu liczby, rozmnożonego przez tęż samę liczbę; trzeba tu sobie koniecznie przypomnieć (127), że *kwadrat liczby złożonéy z dziesiątków i iednościów, zawiéra w sobie 1ód. kwadrat dziesiątków. 2re. dwa*

dwa razy mnogość z dzieſiątków przez iedności, 3cie. kwadrat iednościów.

Więc chcąc mieć liczbę ſześciénną, trzeba rozmnożyć te trzy części, przez dzieſiątki i przez iedności, téyże ſaméy liczby.

Zeby wynikaiące ſtąd mnogości poiąć wyraźniéy, daymy temu działaniu naſtępuiącą poſtać.

1ód.

Kwadrat dzieſiątków, podwóyna mnogość z iednościów przez dzieſiątki, i kwadrat iednościów	rozmnożone przez dzieſiątki dadzą	Sześcian dzieſiątków, podwoyną mnogość z kwadratu dzieſiątków przez iedności, i mnogość z dzieſiątków, przez kwadrat iednościów.

2re.

Kwadrat dzieſiątków, podwóyna mnogość z iednościów przez dzieſiątki, i kwadrat iednościów	rozmnożone przez iedności dadzą	Mnogość z kwadratu dzieſiątków przez iedności, podwóyną mnogość z dzieſiątków przez kwadrat iednościów, i ſześcian iednościów.

Zaczém, te 6 wypadków połączywſzy, i razém zebrawſzy ſobie podobne, pokaże ſię że ſześcian liczby złożonéy z dzie-

ſiąt-

ſiątków i iednościów, zawiera w ſobie części naſtępuiące, to ieſt: *ſześcian dzieſiątków, potróyny kwadrat dzieſiątków, rozmnożony przez iedności, potróyność dzieſiątków rozmnożonych przez kwadrat iednościów, i naoſtatek ſześcian iednościów,*

Zróbmy podług tego opiſania ſześcian, z liczby złożoney z dzieſiątków i iednościów; *np.* z 43*ech.*

$$\begin{array}{r} 64000 \\ 14400 \\ 1080 \\ 27 \\ \hline 79507. \end{array}$$

Weźmiymy tedy naprzód ſześcian 4*ech* który ieſt 64; lecz ponieważ 4, ſą 4 dzieſiątki, ſześcian ich, będzie w tyſiącach wyrażony; ſześcian albowiem 10*u* ieſt 1000; a zatem ſześcian 4*ech* dzieſiątków będzie 64000.

3 razy 16, albo 3 razy kwadrat dzieſiątków, będąc rozmnożony przez 3 iedności, da 144 ſtów; kwadrat albowiem 10*u*, ieſt 100; a zatem wypadnie mnogość 14400.

3 razy 4, albo 3 razy 4 dzieſiątki, rozmnożone przez kwadrat iednościów 9, dadzą dzieſiątki, to ieſt mnogość 1080.

Naoſtatek ſześcian iednościów, uczyni 27.

Te cztery części połączywſzy, będę miał ſześcian 79507, z liczby 43, który łatwiey można było znaleśdź mnożąc 43 przez 43, i mnogość 1849 ieſzcze raz przez 43; lecz tu nieidzie rzecz o znalezienie wartości ſześcianu, ale raczey o rozebranie części ſkładaiących go, żeby poiąć ſpoſób, powrócenia nazad do iego pierwiaſtka.

146. To założywszy za fundament, sposòb wyciągniénia piérwiastka, sześciénnego *np.* z sześcianu 79507. będzie następuiący

PRZYKŁAD I.

Sześcian - -	79,507	43. *Piérwiastek.*
	155.07	
	48	

Chcąc miéć część liczby, która mieści w sobie sześcian dziesiątkòw piérwiastka; oddziélam trzy ostatnie cyfry, w ktòrych widzieliśmy, że się znaydówać niémoże sześcian, iako maiący w sobie wártość tysiącòw.

Szukam piérwiastka sześciénnego liczby 79, znayduię 4, które piszę na boku.

Podnoszę do sześcianu 4, i mnogość 64, od 79 odiąwszy, zostaie mi 15, które piszę pod 79.

Do reszty 15, spuszczam 507, co mi uczyni razém 15507, w których powiniên się znaydòwać kwadrat, cztérech wynalezionych dziesiątków, rozmnożony przez iedności których szukam, więcéy potròyność tychże dziesiątków rozmnożona przez kwadrat iedności ów, nakoniec więcéy sześcian iednościòw.

Odłączam dwie ostatnie cyfry 07; część

155

155 zoſtaiąca po lewéy ręce, zamyka w ſobie potròyny kwadrat dzieſiątków, rozmnożony przez iedności; dlatego żebym doſzedł takowych iednościòw (57), dzielę część 155, przez potróyność kwadratu cztérech dzieſiątków, to ieſt przez 48.

Znayduie, że 48 w 155 mieści ſię 3 razy, przypiſuię więc 3 do piérwiaſtka. Na ſprawdzenie tego piérwiaſtka, i wynaleziénie reſzty, ieżeli będzie iakowa, moglibyśmy złożyć, trzy części ſześcianu, które w 15507, znaydòwać ſię powinny; tym ſpoſobém pokazałoby ſię, ieżeli takowe części ſkładaią liczbę 15507, albo o wiele od niéy ròżnią ſię; lecz, podobnież wykonać to wygodnie można, podnoſząc do ſześcianu, piérwiaſtek 43; to ieſt mnożąc 43, przez 43, co uczyni 1849, i tę mnogość znowu przez 43 co mi da 79507. Skąd pokazuie ſię, że liczba 43, ieſt ſześciénnym piérwiaſtkiém doſkonałym.

Jeżeli liczba zadana mieć będzie więcey iak 6 cyfer; można rozumòwać iak w naſtępuiącym przykładzie.

PRZY-

PRZYKŁAD II.

Niech będzie zadano wyciągnąć pierwiaſtek ſześcienny z liczby 596947688.

596,947,688	842
849,47	
192	
592704	
42436,88	
21168	
596947688	
000000000	

Uważam pierwiaſtek tey liczby, iako złożony z dzieſiątków i iednościów; dla czego, naprzód odłączam trzy oſtatnie cyfry.

Część 596947, zamykaiąca w ſobie ſześcian dzieſiątków, ponieważ ma w ſobie ieſzcze więcey iak trzy cyfry, pierwiaſtek iey, mieć także będzie więcey iak iednę cyfrę, a zatem mieć będzie, dzieſiątki i iedności, trzeba więc dla znalezienia ſześcianu pierwſzych dzieſiątków, oddzielić ieſzcze trzy cyfry 947.

To założywszy, szukam sześciennego pierwiaſtka pierwszego przedziału 596; znayduię 8, i piszę ie na boku.

Podnoszę do sześcianu 8, i odiąwszy mnogość 512 od 596, zoſtaie mi 84, które piszę pod 596.

Do tych 84, spuszczam naſtępuiący przedział 947, co mi uczyni 84947; od których odłączam dwie oſtatnie cyfry 47.

Pod częścią 849. piszę 192, to ieſt potróyność kwadratu pierwiaſtka 8, i dzielę 849 przez 192; znalazłszy wieloraz 4, przypisuię go do pierwiaſtka.

Zeby ſprawdzić ten pierwiaſtek i oraz żeby resztę wynaleśdź, podnoszę do sześcianu liczbę 84, i mnogość 592704, odeymuię od liczby 596947; zoſtaie mi reszta 4243.

Do

Do tey reſzty, ſpuſzczam daley przedział 688, i uważaiąc pierwiaſtek 84, iako iednę ſzczególnie liczbę, która wyraża dzieſiątki ſzukanego pierwiaſtka; w przedziale ſpuſzczonym 688, oddzielam dwie oſtatnie cyfry 88, a część 42436 dzielę przez potróyny kwadrat z 84, to ieſt przez liczbę 21168; a znalazłſzy wieloraz 2, przypiſuię go do znalezionego dawniey pierwiaſtka 84.

Dla ſprawdzenia pierwiaſtka 842, i wynalezienia reſzty ieżeli będzie iakowa, podnoſzę do ſześcianu 842, i mnogość 596947688 odeymuię od zadaney liczby 596947688; ponieważ nic mi niezoſtaie, wnoſzę ſtąd, że 842 ſą zupełnym pierwiaſtkiem liczby 596947688; która muſiała bydź doſkonałym ſześcianem.

Trzeba uważać nadto 1*ód.* Ze we wſzyſtkich tych działaniach za wieloraz czyli pierwiaſtek nigdy nad 9 więcey, brać niepotrzeba.

2*re.* Gdyby cyfra, za pierwiaſtek wzięta, była zbyt mocna, to łatwo da ſię poſtrzedz, boby odeymowania uczynić niemożna było; w takowym razie, zmnieyſza ſię koleyno pierwiaſtek o 1, 2, 3, i.t.d. iedności, aż odeymowanie da ſię odprawić.

147. Kiedy liczba zadana nieieſt ſześcianem doſkonałym, w ten czas znaleziony, pierwiaſtek niebędzie doſkonałym, ale tylko przybliżonym; i rzadko trafia ſię, żeby przeſtać można, na ſamym pierwiaſtku w liczbach całych wynale-

zionym. Do tém dokładniéyszego zbliżenia się, tak daleko iak się podoba, dziesiątne liczby są bardzo wygodną przysługą; lubo doskonałego ze wszystkiém piérwiastka, dòyśdź w takowym razie niémożna.

Chcąc do piérwiastka sześcianu niedoskonałego, tak daleko iak potrzeba wyciąga przybliżyć się, na końcu takowèy liczby, trzy razy tyle cyfer przydać potrzeba, ile zechce miéć dziesiątnych w piérwiastku, potém, wyciągniénie piérwiastka, czyni się iak w poprzédzaiących przykładach; po odprawionèm działaniu, po prawéy ręce piérwiastka, tyle cyfer oddziela się kryską, ile dziesiątnych miéć chciałém.

PRZYKŁAD.

Chcę miéć przybliżony piérwiastek sześciènny z liczby 8755, o iednę setną. Żebym miał setne w piérwiastku, trzeba mi dwóch dziesiątnych: muszę więc na koncu liczby 8755. dodać sześć zerów.

A dopiéro z liczby 8755000000, wyciągnąć piérwiastek sześciènny.

8,755,000,000 | 2061

07,55
12
8000

7550,00
1200
8741816

131840,00 131840.

131840,00
127308
875455298I

447019.

Podług wzwyż przepiſanego porządku, dzielę tę liczbę na przedziały, od prawéy ku lewéy ręce, w każdym po 3 cyfry.

Z oſtatniego przedziału 8, wyciągam pierwiaſtek ſześcienny, to ieſt 2, i piſzę ie na mieyſcu należącem pierwiaſtkowi. Podnoſzę do ſześcianu 2, i mnogość 8 odiąwſzy od 8, mam reſztę 0; do niey ſpuſzczam naſtępuiący przedział 755, którego dwie oſtatnie cyfry 55, odłączam; pod zoſtaiącą częścią 7, piſzę 12, potróyny kwadrat pierwiaſtka; a dzieląc 7 przez 12, wypada mi wieloráz 0, które przypiſuię do pierwſzego pierwiaſtka.

Podnoſzę do ſześcianu pierwiaſtek 20, mam 8000, które odeymuię od 8755, zoſtaie mi ſię 755; do tych ſpuſzczam przedział naſtępuiący 000, i dwie oſtatnie iego cyfry 00, odłączam po prawey ręce; pod pozoſtałą częścią 7550 piſzę 1200, potróyność kwadratu pierwiaſtka 20, a dzieląc 7550 przez 1200, znayduię wieloráz 6, i przypiſuię go do pierwiaſtka.

Podnoſzę do ſześcianu pierwiaſtek 206, i mnogość odeymuię od 8755000, zoſtaie mi reſzta 13184; do niey ſpuſzczam oſtatni przedział 000, którego dwie oſtatnie cyfry odłączywſzy, pod pozoſtałą częścią 131840, piſzę 127308, potróyność kwadratu znalezionego pierwiaſtka 206. Dzielę 131840 przez 127308, i mam wieloráz 1; który przypiſuię do pierwiaſtka 206. Podnoſzę do ſześcianu 2061, i mnogość 8754552981, odeymuię od 8755000000; zoſtanie mi reſzta 447019.

Pierwiaſtek tedy ſześcienny przybliżony, z liczby 8755000000, będzie 2061; lecz iako liczba 8755000000 ieſt 1000000 razy większa od 8755, pierwiaſtek iey będzie 100 razy większy od pierwiaſtka liczby

czby 8755. ponieważ 1000000 ieſt ſześcianem liczby 100; przeto piérwiaſtek ſześciénny liczby 8755, będzie 20,61.

Chcąc przybliżenie takowe ieſzcze daléy pociągnąć, na końcu pozoſtałéy reſzty, trzy zerów dodaćby trzeba, i zwyczayne daléy odprawić działanie, iak ſię z ſpuſzczonémi przedziałami, wyżéy robiło.

148. Ponieważ w mnożeniu ułamków przez ułamki, potrzeba było mnożyć licznika przez licznika, i mianownika przez mianownika; przeto chcąc podnieść do ſześcianu ułamek, trzeba licznika i mianownika iego podnieść do ſześcianu. Wzaiemnie, z ułamka chcąc wyciągnąć ſześciénny piérwiaſtek, należy wyciągnąć piérwiaſtek takowy, niemniéy z licznika, iak z mianownika. Tak piérwiaſtek ſześciénny ułamka $\frac{27}{64}$ ieſt $\frac{3}{4}$: ponieważ piérwiaſtkiém ſześciénnym 27*u* ſą 3, a 64*ech*, ſą 4.

149. Lecz ieżeli ſam tylko będzie mianownik doſkonałym ſześcianém; w tym razie trzeba wyciągnąć z licznika, przybliżony piérwiaſtek ſześiénny, i takowému piérwiaſtkowi, piérwiaſtek ſześciénny mianownika, dać za mianownika.

Chcąc mieć *np.* piérwiaſtek ſześciénny ułamka $\frac{141}{343}$; ponieważ licznik nieieſt doſkonałym ſześcianem; wyciągam z niego przybliżony piérwiaſtek

ſze-

ſześcienny, i mam 5,22, to ieſt zbliżony o iednę ſetną; i podobnież z mianownika 343, wyciągnąwſzy piérwiaſtek ſześciénny, który ieſt 7 mam ułamek $\frac{5,22}{7}$, to ieſt przybliżony piérwiaſtek ułamka $\frac{143}{343}$; albo obróciwſzy na dzieſiątne (92) 0,74, piérwiaſtek przybliżony na $\frac{1}{100}$tną.

150. Jeżeli mianownik nieieſt doſkonałym ſześcianém, natenczas oba wyrazy ułamka, trzeba rozmnożyć przez kwadrat mianownika; tym ſpoſobém, nowy mianownik ſtawſzy ſię ſześcianém, będzie ſobie można poſtąpić podług wyżéy wzmiankowanego przepiſania.

Np. gdybym chciał z ułamka $\frac{3}{7}$ wyciągnąć ſześciénny piérwiaſtek; mnożę licznika i mianownika przeż 49, to ieſt przez kwadrat mianownika 7u, mam $\frac{147}{343}$, które maią tęż ſamę wártość, co $\frac{3}{7}$. Piérwiaſtek tedy ſześcienny ułamka $\frac{147}{343}$, będzie $\frac{5,27}{7}$; albo na dzieſiątne obróciwſzy, mam 0,75 na piérwiaſtek ſześciénny ułamka $\frac{3}{7}$, przybliżony o iednę ſetną.

Gdyby całkowitki z ułamkami złączone były, trzebaby w ułamek wſzyſtko przemiénić, i potém z takowego ułamka ſześciénny piérwiaſtek wyciągnąć (148 i daléy).

Można także, czy ſię całkowitki znayduią, czy nie, ułamek obrócić na dzieſiątne; lecz potrzeba pamiętać o tém, żeby przemiana takowa, trzy razy tyle dzieſiatnych miała, ile ich chcę mieć w piérwiaſtku.

Tak, gdybym ſzukał pierwiaſtka ſześciennego liczby $7\frac{3}{11}$, zbliżonego o iednę tyſiączną; ułamek $\frac{3}{11}$ przemieniam w 0,272727272; tak dalece że chcąc mieć pierwiaſtek ſześcienny z liczby $7\frac{3}{11}$, trzeba mi go wyciągnąć z liczby 7,272727272, który mi wypadnie 1,937.

151. Chcąc wyciągnąć piérwiaſtek ſześcienny z liczby zawieraiącéy w ſobie dzieſiątne; trzeba na końcu iéy dodać zerów liczbę doſtarczaiącą, tak żeby liczba dzieſiątnych, była 3, albo 6, albo 9, i. t. d. a natenczas pierwiaſtek ſześcienny wyciąga ſię, iak gdyby kryſki niebyło; po odprawioném zaś działaniu, po prawéy ręce piérwiaſtka, oddziela ſię kryſką trzecia część cyfer, ile ich ſię w zadanéy liczbie znaydówało; tak, że gdyby w piérwiaſtku niewyſtarczało, do takowego oddziału cyfer, trzeba to nadgrodzić zerami, po lewéy ręce piérwiaſtka przydanémi.

Tak, maiąc wyciągnąć piérwiaſtek ſześcienny, z liczby 6,54, o iednę tyſiączną przybliżony; dodaię 7 zerów, i z liczby 6540000000, wyciągam pierwiaſtek ſześcienny, który będzie 1870; oddzielam w nim 3 cyfry, ponieważ w ſześcianie, 9 dzieſiatnych znayduie ſię, i mam 1,870 albo proſto 1,87; to ieſt pierwiaſtek ſześcienny, z liczby

6,54.

6.54. Podobnymże ſpoſobem liczby 0,0052 znaydę pierwiaſtek ſześcienny 0,1732 o iednę dzieſięćtyſiączną przybliżony.

O Stóſunkach, Proporcyach, Progreſſyach, i o niektórych regułach gruntuiących ſię na nich.

152. To ſłowo *ſtóſunek* (ratio) w Matematyce znaczy, *wypadek wynikaiący z przyſtóſowania do ſiebie dwóch ilościów.*

153. Jeżeli w przyſtóſówaniu dwóch ilościów, célém naſzym ieſt wiedzieć, o wiele iedna drugą przewyżſza, albo ieſt przewyżſzona, wypadek takowego ptzyſtóſòwania, który ieſt różnicą dwòch ilościów, nazywa ſię *ſtóſunek Arytmetyczny.*

Tak, ieżeli ſtóſuię 15 do 8*u* chcąc dóyśdź różnicy 7; liczba 7, która ieſt wypadkiém przyſtóſówania, ieſt ſtóſunkiém arytmetycznym 15*ſtu* do 8*iu.*

Chcąc wyrazić że tym ſpoſobém ſtòſuiemy iednę ilość do drugiéy, iedna od drugiéy, punktém odłączać ſię zwykła; tak 15. 8. znaczy, że uważamy ſtóſunék arytmetyczny 15*ſtu* do 8*iu.*

154. Jeżeli w przyſtóſòwaniu dwóch ilościów, uważamy wiele razy iedna drugą w ſobie mieści, albo w niéy ieſt umieſzczona, wypadek z takowego przyſtòſò-

wania, nazywa ſię *ſtòſunek Jeometry-czny.*

Np. gdy ſtóſuię 12 do 3, uważaiąc wiele razy 12, mieści w ſobie 3, liczba 4. wyrażaiąca liczbę takowych razy, ieſt ſtóſunkiem Jeometrycznym 12u do *3ech.*

Chcąc wyrazić w tym rozumiéniu wzięte przyſtóſòwanie, dwòch ilościow; iedna od drugiéy, dwiema kropkami oddziélać ſię zwykła.

Wyrażenie to, 12 : 3; znaczy, że uważam ſtóſunek Jeometryczny 12*ſtu* do *3ech.*

155. Z dwóch ilościòw, które do ſiebie ſą przyſtóſòwane, ta, co ſię wymawia albo piſze naypiérwéy, zowie ſię *poprzédnik* (antecedens), druga zaś nazywa ſię *naſtępnik* (conſequens).

Tak, w ſtóſunku 12 : 3; 12 ieſt poprzédnik, a 3 naſtępnik, oba nazywaią ſię *wyrazami ſtóſunku* (termini rationis).

156. Zeby miéć ſtòſunek arytmetyczny dwóch ilościów; nietrzeba, tylko odciągnąć mniéyſzą od więkſzéy.

157. Zeby miéć ſtòſunek Jeometryczny dwóch ilościów; trzeba rozdzielić iednę przez drugą.

158. Wártość ſtòſunku takowego, odtąd wynaydòwać będziémy, dzieląc poprze-

przédnika przez następnika. Tak stòsunek 12:3, iest 4; a stósunek 3:12, iest $\frac{3}{12}$ albo $\frac{1}{4}$.

159. Stósunek arytmetyczny nieodmiénia wártości, kiedy do obu wyrazòw dodaie się, albo od obu, odéymuie się iednakowa ilość; ponieważ różnica między niémi (na któréy stósunek zawisł) zostaie nieodmiénna.

160. Stósunek Jeometryczny, nieodmiénia także wártości swoiéy, kiedy oba wyrazy przez iednęż liczbę rozmnażaią się, albo rozdziélaią. Bo ponieważ stòsunek Jeometryczny (157), zawisł na wielorazie z rozdzielonego poprzédnika przez następnika; stósunek takowy iest ilością ułamkową, która przez rozmnożenie lub rozdzielenie obu wyrazów swoich przez tęż samę liczbę, odmienić wártości swoiéy niémoże.

Tak, stósunek 3 : 12, iest ten sam co 6 : 24 pochodzący z rozmnożenia obu wyrazów przez 2; albo 1:4. wynikaiący z rozdzielenia przez 3.

161. Ta własność, służy do prościéyszego wyrażenia proporcyi, między ilościami

Tak, gdybym miał uważać ſtóſunek długości dwóch armat, z których iedna ieſt długa $3\frac{2}{3}$ *ſt*, druga $4\frac{3}{4}$ *ſt*; obróciwſzy wſzyſtko na ułamek, mówię że ſtóſunek ten, ieſt tenże ſam, co $\frac{11}{3}$ do $\frac{19}{4}$, albo (przywiódłſzy ułamki do ſpólnego mianownika), tenże ſam co $\frac{44}{12}$ do $\frac{57}{12}$, albo naoſtatek mianownika odrzuciwſzy, (co na iedno wychodzi, iak gdybym oba wyrazy ſtóſunku przez 12 rozmnożył), ieſt tenże ſam co 44 do 57.

162. Gdy cztéry ilości ſą takie, że ſtóſunek dwòch piérwſzych ieſt tenże ſam, co dwóch oſtatnich; w ten czas mòwi ſię że te cztéry ilości czynią *proporcyą*; i ta proporcya, będzie arytmetyczna, albo jeometryczna, ieżeli ſtòſunek między niémi, będzie arytmetyczny, albo jeometryczny.

Cztéry ilości naſtępuiące. 7, 9, 12, 14, czynią proporcyą atytmetyczną; bo różnica dwóch piérwſzych ieſt taż ſama, co dwóch oſtatnich.

Zeby to wyrazić, że cztéry ilości ſą w proporcyi arytmetycznéy: piſać ſię tak zwykły 7.9:12.14. to ieſt, dwa wyrazy każdego ſtòſunku iedną kropką, a dwa ſtòſunki dwiema kropkami oddziélaią ſię. Kropka, oddziélaiąca dwa wyrazy każdego ſtóſunku, znaczy: *ma ſię do*, a dwie kropki oddziélaiące dwa ſtóſunki, znaczą, *iak*; dla tego chcąc wymòwić proporcyą wyżéy napiſaną, mòwi ſię 7, *ma ſię*

do

do 9, iak 12 *ma ſię do* 14; co ieſzcze ſkrócić można tym ſpoſobém; 7 *ieſt do* 9 *iak* 12 *do* 14.

Cztéry naſtępuiące ilości, czynią proporcyą jeometryczną 3, 15, 4. 20, ponieważ 3 zawiera ſię tyle razy w 15, ile 4 we 20.

Chcąc naznaczyć że takowe ilości ſą w proporcyi jeometryczney, naſtępuiącym ſpoſobém piſać ſię zwykły 3:15::4:20; to ieſt, dwa wyrazy każdego ſtóſunku dwiema kropkami, a dwa ſtóſunki cztérema kropkami, oddziélaią ſię. Dwie kropki znaczą *ma ſię do*, a cztéry kropki znaczą *iak;* tym ſpoſobém mówi ſię 3 *ma ſię do* 15, *iak* 4 *do* 20.

Trzeba tylko uważać, że w proporcyi arytmetyczney, przed ſłowém *iak*: dodaie ſię ſłowo *arytmetycznie.*

163. Piérwſzy i oſtatni wyráz proporcyi, nazywaią ſię *skrayne* (extrema), drugi zaś i trzeci zowią ſię *śrzednie*, (media).

Jako w proporcyi znayduią ſię dwa ſtóſunki, a zatém dwa poprzédniki, i dwa naſtępniki; tak w piérwſzym ſtóſunku mówi ſię, *piérwſzy poprzédnik*, *piérwſzy naſtępnik;* w drugim, *drugi poprzédnik*, *drugi naſtępnik.*

164. Gdy w proporcyi dwa wyrazy śrzednie, ſą równe; w ten czas nazywa-

wa ſię *proporcya ciągła* (proportio continua).

3.7:7.11. czynią proporcyą ciągłą arytmetyczną; piſze ſię tak ÷ 3.7.11; dwie kropki, i liniika między niemi przegradzaiąca, znaczą, że w wymawianiu, wyraz 7, dwa razy wymówić trzeba.

Proporcya 5:20::20:80 ieſt proporcya ciągła jeometryczna, która dla ſkrócenia piſać ſię zwykła ∺ 5:20:80; użycie cztérech kropek, i linijki ich przegradzaiącey, ieſt toż ſamo, iak w proporcyi ciągłey arytmetyczney, było użycie dwóch kropek.

165. Stąd cośmy dopiéro powiedzieli, o proporcyach arytmetycznych i jeometrycznych, wynika.

166. Ze w proporcyi arytmetyczney, dodawſzy do każdego poprzédnika, albo (gdy poprzédnik będzie większy od naſtępnika), odiąwſzy od niego różnicę, w tey proporcyi panuiącą; każdy poprzédnik, ſtanie ſię ſwemu naſtępnikowi równy: to albowiém, nieieſt co inſzego, tylko dodać mnieyſzemu każdego ſtóſunku wyrazowi, co mu brakuie, do wyrównania ſwemu pobocznikowi; albo odiąć od większego to, czém ſwego pobocznika przewyżſza.

Tak w proporcyi 8.7:8.12, dodawſzy różnicę 4 do pierwſzego, i do trzeciego wyrazu, będzie 7.7:12.12; powſzechność tey prawdy łatwo poiąć ſię daie,

art-

2re. Jeżeli w proporcyi jeometryczney, każdy naſtępnik rozmnoży ſię przez ſtóſunek; wſzyſtkie naſtępniki ſtaną ſię równéni ſwoim poprzédnikóm; albowiém mnożyć naſtępnika przez ſtòſunek, ieſt to brać go tyle razy, ile razy zawiéra ſię w ſwoim poprzédniku.

Tak w proporcyi 12:3::20:5, rozmnożywſzy 3 i 5, każde przez 4, będzie 12:12::20:20; podobnież w proporcyi 15:9::45:27: rozmnożywſzy 9 i 27, każde przez $\frac{15}{9}$, albo $\frac{5}{3}$, które ſą ſtóſunkiém, będzie 15:15::45:45.

Własności proporcyów Arytmetycznych.

166. Własność fundamentalna proporcyów Arytmetycznych ieſt, że *Summa skraynych, ieſt równa ſummie śrzednich.*

Np. w proporcyi 3.7:8.12. ſumma ſkraynych 3 i 12. iako też śrzednich, 7, i 8. zarówno wynoſi 15.

O powſzechności téy własności, można ſię przekonać naſtępuiącym ſpoſobém.

Gdyby dwa piérwſze wyrazy między ſobą, i dwa oſtatnie także między ſobą były równémi, iak w niżéy położonéy proporcyi.

7. 7: 12. 12.

rzecz oczywiſta, że ſumma ſkraynych,

była

byłaby równą ſummie ſrzednich

Każda zaś proporcya arytmetyczna, do tego ſtanu bydź może przyprowadzona (165), dodaiąc każdému poprzèdnikowi, albo odéymuiąc od niego ſtòſunek w proporcyi panuiący. Dodanie takowe, ròwnie ſummę ſkraynych, iak ſrzednich pomnażaiące, w ròwności dwóch ſumm nic odmiénić niémoże; a zatém ieżeli przez takowe dodanie, ſtaią ſię równemi, toć były i przed dodaniém ròwnémi. Toż ſamo pewiedziéć można o odéymówaniu.

167. Ponieważ w proporcyi ciągłéy, dwa ſrzednie wyrazy ſą ſobie ròwne, idzie zatém, coſmy dopiéro wywiedli, że w téyże ſaméy proporcyi, ſumma ſkraynych ieſt podwóyna, czyli, dwa razy tak wielka, iak wyráz ſrzedni, albo że wyráż ſrzedni, ieſt połową ſummy wyrazòw ſkraynych.

Tak, chcąc miéć ſrzodek arytmetyczny *np.* między 7 i 15; dodaię 7 do 15, i biorąc ſummy 22, połowę, mam wyraz ſrzedni 11. albo proporcyą ÷ 7. 11. 15.

Własności proporcyów Jeometrycznych.

168. Właſność fundamentalna proporcyi Jeometryczney, ieſt, że *mnogość skraynych*

nych, ieſt rowna mnogości śrzednich; np. w naſtępuiącey proporcyi 3:15::7:35; mnogść z 35 przez 3 i z 15 przez 7, czynią zarówno 105.

Że ta właſność ma mieyſce we wſzyſtkich proporcyach, można ſię o tém przekonać, z niżey położonych dowodów.

Gdyby poprzedniki były rowne naſtępnikom ſwoim, iak w tey proporcyi

3:3::7:7.

rzecz oczywiſta, że mnogość ſkraynych byłaby równa mnogości śrzednich.

Lecz do tego ſtanu można zawſze każdą proporcyą przyprowadzić (165), mnożąc dwa naſtępniki przez ſtóſunek; to rozmnożenie uczyni wprawdzie, że mnogość ſkraynych, będzie pewną liczbę razy większa, iakby inaczey była, albo pewną liczbę razy mnieyſza, ieżeli ſtóſunek ieſt ułamkiém; lecz i w śrzednich toż ſamo zrobi: zatém, ponieważ po takiém rozmnożeniu, mnogość ſkraynych ieſt równa mnogości śrzednich, więc te mnogości muſiały bydź ſobie równe, bez tego rozmnożenia.

Można więc, mnogość ſkraynych, wziąść za mnogość śrzednich, i odwrotnie.

Wnieśmy ſtąd, że *w proporcyi ciągłey, mno-*

mnogość skraynych, ieſt ròwna kwadratowi wyrazu śrzedniego; że zatém wyráz śrzedni można wynaléśdź, wyciągnąwſzy piérwiaſtek kwadratowy, z mnogości ſkraynych.

Tak, chcąc mieć śrzodek proporcyonalny jeometryczny między 4 i 9; mnożę 4, przez 9, i piérwiaſtek kwadratowy 6, z mnogości 36, ieſt żądanym śrzodkiém proporcyonalnym.

169. Zatém, maiąc wiadome trzy piérwſze wyrazy proporcyi, gdyby trzeba było wynaléśdź czwarty; *należy rozmnożyć drugi wyráz przez trzeci, a mnogość rozdzielić przez piérwſzy*; mnogość albowiém z drugiégo przez trzeci, ieſt ròwna (168), mnogości z piérwſzego przez czwarty; więc rzecz pewna, że maiąc tę oſtatnią mnogość, i rozdzieliwſzy ią przez piérwſzy wyráz, wypaśdź powinien czwarty (67); więc podobnież znaléśdź można tenże czwarty wyráz, dzieląc przez piérwſzy, mnogość wynikaiącą z rozmnożenia drugiego, przez trzeci wyráz.

Tak, gdybym potrzebował czwartego wyrazu proporcyi, w któréyby trzy piérwſze były naſtępuiące, 3 : 8 : : 12; mnożę 8 przez 12, i mnogość 96, rozdzielam przez 3. Wieloráz 32, ieſt żądanym czwartym wyrazém; tak, że 3, 8, 12, 32, ſkładaią proporcyą: w rzeczy ſaméy piérwſzym ſtó-

ſun-

ſunkiem ſą $\frac{3}{8}$; a drugim $\frac{12}{32}$, którego obà wyrazy rozdzieliwſzy przez 4 (81), będzie także $\frac{3}{8}$.

Przez temu podobne rozumòwanie, poiąć ſię daie, że maiąc trzy wyrazy wiadome, można zawſze wynaléśdź czwarty. *Jeżeli wyráz którego ſzuka ſię, ieſt ieden z skraynych, trzeba rozmnożyć dwa śrzednie, a przez wiadomy skrayny, rozdzielić takową mnogość; ieżeli zaś przeciwnie ſzuka ſię wyrazu śrzedniego, trzeba rozmnożyć dwa skrayne, a mnogość rozdzielić przez wiadomy śrzedni wyráz.*

170. Ta ròwność między mnogościami ſkraynych i śrzednich, niémoże mieć miéyſca, tylko w cztérech ilościach proporcyi jeometryczněy. W rzeczy ſaméy gdyby były dane cztéry ilości, niebędące między ſobą w proporcyi jeometryczněy; mnożąc naſtępniki, przez ſtòſunek dwóch ilościòw pierwſzych, pierwſzy tylko poprzédnik, ſtałby ſię ròwny ſwemu naſtępnikowi; *np.* niechay będzie, 3, 12, 5, 10, mnożąc naſtępniki 12 i 10, przez ſtóſunek $\frac{1}{4}$, dwòch pierwſzych wyrazów 3 i 12, wypadnie 3, 3, 5, $\frac{10}{4}$; w ktòrych, rzecz oczywiſta, że mnogość ſkraynych, niémoże bydź równa mnogości śrzednich; a zatém te mnogości, niémogły między ſobą bydź równe, i

 przed

przed rozmnożeniém naſtępników przez ſtòſunek $\frac{1}{4}$.

Jaśnie widać, że to rozumòwanie, w każdym rażie użyć ſię daie.

Zatém, *ieżeli cztéry ilości ſą takie, że mnogość skraynych, ieſt równa mnogości śrzednich, te cztéry ilości ſą między ſobą w proporcyi.*

171. *Jeżeli cztéry ilości ſą między ſobą w proporcyi, zoſtaną ieſzcze w téyże proporcyi, choćby skrayne były przeſtawione na miéyſce śrzednich, a śrzednie na miéyſce skraynych.*

172. Toż ſamo także ieſzcze będzie, to ieſt, *że proporcya zachowana zoſtanie, choćby miéyſca skraynych, albo miéyſca śrzednich były przemiénione.*

Jakòż łatwo zobaczyć można, że w przypadkach dopiéro wymiénionych, mnogość ſkraynych zawſze będzie równa mnogości śrzednich.

Tak, z iedney proporcyi 3 : 8 :: 12 : 32 można złożyć wſzyſtkie naſtępuiące proporcye, przez ſamo przeſtawienie iey wyrazów.

3 : 8 :: 12 : 32.
3 : 12 :: 8 : 32
32 : 12 :: 8 : 3
32 : 8 :: 12 : 3.
8 : 3 :: 32 : 12.
8 : 32 :: 3 : 12
12 : 3 :: 32 : 8
12 : 32 :: 3 : 8.

Toż

Toż ſamo rozumié ſię, o każdéy innéy proporcyi.

173. Ponieważ trzeci wyráz na miéyſce drugiego przeſtawić można, i odwrotnie; należy ſtąd wnieść *że bez znieſiénia proporcyi, można rozmnożyć lub rozdzielić przez też ſamę liczbę, dwa poprzédniki; i że toż ſamo rozumieć ſię ma o naſtępnikach.* Bo tę przemianę czyniąc, dwa poprzédniki proporcyi zadanéy, ſkładałyby piérwſzy ſtóſunek, a dwa naſtępniki, drugi. A wtym razie, rzecz oczywiſta, że to ieſt rozdzielić dwa wyrazy ſtóſunku, każdy przez tęż ſamę liczbę; co podług (160) nieodmiénia ſtòſunku.

174. *Wſzelka odmiana uczyniona w proporcyi, tak żeby ſumma poprzédnika i naſtępnika, albo ich różnica, była przyſtòſowana do poprzédnika, albo do naſtępnika iednakowo w każdym ſtòſunku, zawſze składać będzie proporcyą.*

Niech będzie dana proporcya *np.*

$$12 : 3 :: 32 : 8.$$

Można z niey wnieść proporcye naſtępuiące.

12 więcéy 3 : 3 :: 32 więcéy 8 : 8.
albo 12 mniey 3 : 3 :: 32 mniey 8 : 8.
albo 12 więcéy 3 : 12 :: 32 więcéy 8 : 32.
albo 12 mniey 3 : 12 :: 32 mniey 8 : 32.

Ponieważ, ieżeli do naſtępnika ſtòſuie. łatwo ieſt widzieć że poprzédnik zwiekſzoſzony, albo zmniéyſzony naſtępnikiém, mieścić będzie w ſobie tego naſtępnika ráz więcéy, albo ráz mniéy iak piérwey; a iako to przyſtóſówanie, czyni ſię tymże ſpoſobém i w drugim ſtóſunku, który z natury proporcyi ieſt równy piérwſzemu, idzie zatém koniecznie, że dwa nowe ſtóſunki, muſzą także bydź ròwne między ſobą.

Jeżeli do poprzédnika czyni ſię przyſtòſòwanie, toż ſamo rozumówanie, ieſzcze użyć ſię daie; wyſtawuiąc ſobie w proporcyi, z ktòrą ſię takowa odmiana czyni, że poprzédnik każdego ſtòſunku, ieſt przeſtawiony na miéyſce naſtępnika, i odwrótnie naſtępnik, na miéyſce poprzédnika; co uczynić wolno (171).

175. Ponieważ przeſtawiaiąc trzeci wyráz proporcyi, na miéyſce drugiego, i odwrótnie; proporcya ieſzcze utrzymuie ſię (172), trzeba ſtąd wnieść, że dwa poprzédniki, mieſzczą ſię ieden w drugim tyle razy, ile razy naſtępniki w ſobie zawiéraią ſię.

A zatém *ſumma dwóch poprzédnikòw każdéy proporcyi, zawiéra w ſobie ſummę dwóch naſtępnikòw, albo w niéy ieſt zawarta, tyle razy, ile ieden z poprzé-*

dni-

dników, zawiéra w ſobie ſwego naſtępnika, albo w nim ieſt zawarty.

Np. w téy proporcyi

12 : 3 : : 32 : 8

12 więcéy 32 : 3 więcéy 8 : : 32 : 8. co oczywiſta.

Lecz żeby ſię w powſzechności o tém przekonać, zważyć tylko należy, że ieżeli piérwſzy poprzédnik, zawiéra w ſobie drugiego *np.* 4 razy, ſumma dwóch poprzédników, zawiérać w ſobie będzie drugiego pięć razy; i z téyże ſaméy przyczyny, ſumma dwóch naſtępników, mieścić także w ſobie będzie drugiego pięć razy; a zatém ſumma dwóch poprzédników, zawiérać w ſobie będzie ſummę naſtępników, iak pięciorakość iednego poprzédnika, mieści w ſobie pięciorakość ſwego naſtępnika, to ieſt (160), iak ieden poprzédnik, mieści w ſobie ſwego naſtępnika.

Stąd podobnież dowiéśdźby można, że róźnica poprzédników, tak ſię ma do różnicy naſtępników, iak ſię ma poprzédnik do ſwego naſtępnika.

176. Rzecz oczywiſta, że dopiéro wywiedzione *podanie* (propoſitio), na to wychodzi; gdyby zadane były dwa równe ſtoſunki.

Np. - - - 4 : 12.
i - - - 7 : 21.

11 : 33.

Tenże sam stósunek ieszcze wypadnie, dodawszy poprzédnika do poprzédnika, i następnika do następnika.

A zatém, *ieżeli wiele rówenych stósunków znayduie się, summa wszystkich poprzédników, tak się ma do summy wszystkich następników, iak się ma ieden poprzédnik, do swego następnika.*

Np. gdyby były dane stósunki równe 4 : 12 :: 7 : 21 :: 2 : 6; powiedzieć można że 4, więcey 7, więcey 2, są do 12, więcey 21, więcey 6, iak iest 4 do 12, albo iak iest 7 do 21.

Albowiem, dodawszy z sobą poprzédniki dwóch pierwszych stósunków, i ich następniki podobnież; nowy stósunek, który, podług tego co okazało się dopiero wyżey, będzie ten sam, co każdy z dwóch pierwszych, będzie także ten sam, co trzeci; a zatém można go dodać z tym trzecim, a stósunek ieszcze wypadnie równy; i tak daley.

177. *Stósunek składany* (ratio composita) nazywa się ten, co powstaie z dwóch, albo z większéy liczby stósunków, których poprzédniki między sobą, i następniki także między sobą, rozmnażaią się.

Np. maiąc stósunki 12 : 4 i 25 : 5; mnogość z poprzédników będzie 300, a z następników 20; stóſunek 300 do 20 ieſt, który nazywa ſię *ſtóſunkiém ſkładanym z ſtóſunków* 12 *do* 4 *i* 25 *do* 5.

178. Stòſunek takowy, ieſt tenże ſam, iak gdyby był wzięty z oſobna każdy ſtóſunek ſkładaiący, i gdyby liczby, wyrażaiące takowe ſtóſunki, były rozmnożone przez ſiebie. Jakóż ſtòſunek 12*u* do 4*ech* ieſt 3; ſtóſunek 25*ciu* do 5*u*, ieſt 5; przeto 3 razy 5, czynią 15, które téż ſą ſtóſunkiém 300*et* do 20*u*; można widziéć, że ſię to bierze w powſzechności, uważaiąc iż ſtòſunek mièrzy ſię (157) przez ułamek, który ma poprzédnika za licznika, a naſtępnika za mianownika; więc ſtòſunek ſkładany, powinien bydź ułankiém, maiącym za licznika mnogość z dwòch poprzédnikòw, a za mianownika mnogość z dwòch naſtępników; a zatém mnogości z dwóch ułamków, wyrażaią ſtòſunki ſkładane (97).

179. Jeżeli ſtóſunki, które mnożą ſię ſą równe; ſtòſunek ſkładany natenczas nazywa ſię *ſtóſunkiém dwumnożnym*, kiedy tylko dwa ſtóſunki były rozmnożone; *ſtóſunek tróymnożny* ieſt, ieżeli trzy ſtóſunki były mnożone; i. t. d. (ratio dupla, tripla &c).

180. *Jeżeli ſą dwie proporcye zadane, i ſą rozmnożone porządnie, to ieſt, pier-*

wſzy wyráz iednéy, przez piérwſzy wyráz drugiéy; drugi przez drugi, i tak daléy; cztéry mnogości z takowego rozmnożenia wynikaiące, będą między ſobą w proporcyi.

Bo tym ſpoſobém mnożąc dwie proporcye, ieſt to mnożyć dwa ſtòſunki ròwne; a zatém dwa ſtòſunki złożone, z nich powſtaiace, powinny bydź ròwne, a przeto i cztéry mnogości wynikaiące, muſzą bydź w proporcyi.

181. Wnieśmy ſtad, *że kwadraty, ſześciany, i wſzyſtkie w powſzechności ſtopnie tym podobne, cztérech ilościów proporcyonalnych, będą także między ſobą w proporcyi;* albowiém, żeby podnieść iaką proporcyą do takowych ſtopniów, nietrzeba tylką ią rozmnożyć ſamę przez ſię pewna liczbę razy.

182. *Piérwiaſtki kwadratowe, ſześciénne, i wſzyſtkie w powſzechności tym podobne, cztérech ilościow proporcyonalnych, ſą między ſobą podobnież w proporcyi*; albowiém ſtòſunek piérwiaſtkòw kwadratowych, dwòch piérwſzych wyrazòw, nieieſt co inſzego, tylko piérwiaſtek kwadratowy ſtòſunku tychże wyrazòw (157 i 135); toż ſamo powiedzieć można, i o ſtòſunku piérwiaſtkòw kwadratowych,

dwòch

dwóch oſtatnich wyrazów: zatém, ponieważ dwa ſtòſunki początkowe, rozumieią ſię bydź ròwne, ich piérwiaſtki kwadratowe ſą także ròwne; a przeto ſtòſunek piérwiaſtkòw kwadratowych, dwóch piérwſzych wyrazòw, będzie ròwny ſtòſunkowi piérwiaſtków kwadratowych, dwóch oſtatnich wyrazów. Tymże ſamym ſpoſobém możnaby dowiéśdź téy prawdy, względém piérwiaſtków ſześciénnych, czwartych, piątych, i. t. d.

Użycie Podań poprzédzaiących.

183. Podania dopiéro dowiedzione, i które nazywaią ſię *Regułami proporcyi*, we wſzyſtkie części Matematyki uſtawicznie wpływaią. W tém miéyſcu przeſtaniémy na tych, co do Arytmetyki należą, i poczniémy od téy, która wynika ſtąd, co ſię powiedziało (169), i która ieſt fundamentém prawie wſzyſtkich innych.

O *Regule Trzech, proſtéy i nieskładanéy.*

184. Reguły *Trzech* ròżne naznaczaią ſię gatunki: wſzyſtkich ieſt célém, wynaléśdź ieden wyráz proporcyi, w ktoréy trzy wyrazy będą wiadome.

Re:

Reguła Trzech nazwana *prosta i nieskładana* (Regula trium directa simplex) zowie się *nieskładana*, ponieważ wyrażenie pytania, do którego używana bywa, nigdy więcey nad cztery ilości w sobie niezawiera; z których trzy są wiadome, a czwartey potrzeba szukać.

Nazywa się *prosta*; ponieważ spomiędzy czterech ilościów, które w niey uważaią się, zawsze znayduią się dwie, co nietylko do drugich dwóch należą, ale tym sposobem od nich zawisły, że ile razy iedna z ilościów, drugą w sobie zawiera, albo w niey iest zawarta, tyle razy ilość z pierwszą ilością związek maiąca, zawiera w sobie ilość należącą do drugiey, albo w niey iest zawarta; to iest krócey powiedziawszy, że ilość i należąca do niey, mogą bydź zawsze obie, albo poprzédnikami albo następnikami w proporcyi. W takowym razie dwie ilości główne, nazywaią się *prosto proporcyonalne* ilościom do nich należącym.

PRZYKŁAD I.

40 robotników w pewnym czasie, wygotowali 268 sążni roboty; pytam się 60 robotników w tymże czasie wiele wygotować powinni?

Rzecz oczywista, że liczba sążniów, w proporcyi robotników powinna się pomnożyć; tak dalece, że ieżeli liczba robotników, będzie podwóyna, potróyna, poczwórna, i. t. d. liczba sążniów po-

powinna bydź także podwóyna, potróyna, poczwórna, i. t. d. zatém widzieć daie się, że szukana liczba sążniów, powinna zawierać w sobie 268, tyle razy, ile liczba 60, należąca do pierwszey, zawiera w sobie liczbę 40, należącą do drugiey; trzeba więc szukać czwartego wyrazu proporcyi, którąby przez te trzy poczynała się.

40 ; 60 : : 268 :

albo rozdzieliwszy pierwsze dwa wyrazy przez 20, co uczynić wolno (160)

2 : 3 : : 268 :

Tak podług danego przepisu (169), mnożę 268 przez 3, a mnogość 804, dzielę przez 2, co mi daie wieloraz 402 *są*; a zatém 60 robotników wygotować powinni roboty 402 *są*.

PRZYKŁAD II.

Wyprawa Artyleryi, w 6 dniach, 34 mile uszła, pytam się, do odbycia 255 mil, w tychże okolicznościach, wiele by iey czasu potrzeba?

Rzecz oczywista, że w proporcyi liczby mil, więcey czasu potrzeba, a zatém liczba dni szukana, powinna zawierać w sobie 6 dni, tyle razy, ile 255 mil, zawieraią w sobie mil 34: trzeba więc szukać czwartego wyrazu proporcyi, którąby przez te trzy zaczynała się 34 : 255 : : 6.

Rozmnożywszy 255 przez 6, i mnogość 1530 rozdzieliwszy przez 34, mieć będę 45 dni.

PRZYKŁAD III.

Za 52 *s.* 4 *st.* 5 *cal.* roboty, zapłacono iest 168 *zł.* 9 *gr.* 2 *sz.* pytam się wieleby zapłacić należało za 77 *s.* 1 *st.* 8 *c.* ?

Cena 77*u s.* 1 *st.* 8*u cal.* powinna w sobie zawierać cenę 168 *zł.* 9 *gr.* 2 *sz.* zapłaconą za roboty 52 *s.* 4 *st.* 5 *c.* tyle razy, ile 77 *s.* 1 *st.* 8 *c.* zawieraią

raią w ſobie 52 *ſ*. 4 *ſt*. 5 *c*. Trzeba więc ſzukać czwartego wyrazu proporcyi, któraby tak zaczynała ſię

52 *ſ*. 4 *ſt*. 5 *c*. : 77 *ſ*. 1 *ſt*. 8 *c*. : : 168 *złł*. 9 g. 2 *ſz*.

to ieſt, trzeba rozmnożyć 168 *złł*. 9 *g*. 2 *ſz*. przez 77 *ſ*. 1 *ſt*. 8 *c*. a mnogość rozdzielić przez 52 *ſą*. 4 *ſt*. 5 *c*. co uczynić można podług przepiſów (116 i 122).

Lecz łatwiéy ieſzcze będzie, piérwſze dwa wyrazy obrócić na naymnieyſzy gatunek, to ieſt na cale, po czém, ſzukać tylko będzie potrzeba czwartego wyrazu proporcyi, któraby poczynała ſię od tych trzech.

3797 : 5564 : : 168 *złł*. 9 g. 2 *ſz*.

natenczas mnożąc 168 *złł*. 9 g. 2 *ſz*. przez 5564 mieć będę 936792 *złł*. 4 *gr*; a rozdzieliwſzy tę mnogość przez 3797, wieloraz 246 *złł*. 21 gr 1 *ſ*. $\frac{3794}{3797}$ będzie ſummą, którą, za roboty 77 *ſ*. 1 *ſt*. 8 *c*. należałoby zapłacić.

Gdyby po obróceniu dwóch wyrazów iednego gatunku, na naymnieyſze iedności, znaydówały ſię ułamki, iak w tym przykładzie, ſtóſunek tych dwóch wyrazów można do proſcieyſzego wyrażenia przyprowadzić, podług przepiſu (161).

O Regule Trzech odwrotnéy, nieskładanéy.

185. Reguła trzech *odwrotna nieskładana* (inverſa ſimplex): różni ſię od reguły trzech proſtéy, o któréy mówiliśmy, w tém, że w regule odwrotnéy, iedna z cztérech ilościów, które wchodzą w wyrażenie zadania, tak zawiéra w ſobie drugą tegoż gatunku, iak odwrotnie ilość

nale-

należąca do pierwszey, ieſt zawarta w téy, co należy do drugiéy; to ieſt, że gdy po rozważeniu zagadniénia, tym cztérém ilościóm będzie dany przyzwoity porządek do złożenia proporcyi, iedna z tych dwòch głównych ilościów i do niéy należąca, dadzą ſkrayne, a druga ilość główna, i do niéy należąca, dadzą śrzędnie wyrazy proporcyi. W takowym razie mówi ſię, że dwie głòwne ilości, ſą *odwrotnie proporcyonalne*, ilościóm do ſiebie należącym.

Wreſzcie, to nieczyni żadnéy ròżnicy w ſpoſobie działania; zawſze czwartego wyrazu potrzeba ſzukać, albo przynaymniéy zawſze do tego działania, rzecz można naprowadzić.

Niektòrzy Rachmiſtrze podaią regułę gruntuiącą ſię na wymòwiéniu zagadnienia, lecz my niepòydziémy za ich przykładém; natura zagadniénia, a nie wymòwiénie (ktòre bydź może częſtokroć błędne) powinna go rozwięzówać.

PRZYKŁAD I

30 Ludzì, pewną robotę w 25 dniach wygotówali, pytam ſię wieleby potrzeba ludzi, do wygotówania w 10 dniach téyże roboty? Rzecz widoczna, że w drugim razie, tém więcéy ludzi potrzeba, im ieſt liczba dni mniéyſza; a zatém li-

czba

czba ludzi ſzukana, powinna zawierać w ſobie liczbę 30 ludzi, tyle razy, ile liczba 25 dni im opowiadaiąca, zawiera w ſobie liczbę 10 dni, tamtym odpowiadaiącą. Nieidzie tu więc rzecz, tylko o wynalezienie czwartego wyrazu proporcyi, poczynaiącey ſię od tych trzech.

10 *d.* : 25 *d.* : : 30 *lu*:

to ieſt, trzeba rozmnożyć 30 przez 25 a mnogość 750, rozdzielić przez 10, co uczyni 75 ludzi.

PRZYKŁAD II.

Stopa Londyńſka ma ſię do ſtopy Francuzkiey : : 15 : 16. pytam ſię wiele uczynią ſtóp Francuzkich, Londyńſkich ſtóp 720.

Rzecz oczywiſta, że chcąc wymierzyć długość zadaną, mniey potrzeba ſtóp Francuzkich iak ſtóp Londyńſkich, w tymże ſtóſunku, w iakim ieſt pierwſza miara, odwrotnie większa od drugiey; tak, że rozwięzuiąc zagadnienie, idzie, o wynalezienie czwartego wyrazu proporcyi, którab y od tych trzech poczynała ſię.

16 : 15 : : 720 :

Rozmnożywſzy więc 720 przez 15, a mnogość rozdzieliwſzy przez 16, mieć będę 675, to ieſt liczbę ſtóp Francuzkich, które wyrównywaią 720 ſtopom Londyńſkim.

PRZYKŁAD III.

Pewny konwóy, w 18 dniach, idąc 5 godzin na dzień, może odprawić pewną naznaczoną drogę; lecz potrzeba wyciąga, żeby ſtanął na mieyſcu w 12 dniach, odpoczynki odciągnąwſzy, pytam ſię wiele godzin ma czynić na dzień?

Rzecz oczywiſta, że każdego dnia, powinien uyśdź o tyle więcey nad 5 godzin, ile liczba naznaczona 12 dni, ieſt odwrotnie mnieyſza od liczby 18 dni, którychby był użył, gdyby podróż niebyła przyſpieſzona. Tak więc, natura zagadnienia pokazuie, że trzeba wynaleśdź czwarty wyraz proporcyi poczynaiącey ſię od trzech następuiących.

.12 : 18 : : 5 :

Rozmnożywſzy tedy 18 przez 5, i mnogość rozdzieliwſzy przez 12, mam 7 ½ to ieſt liczbę godzin, codzienney podróży, tego konwoiu.

O Regule Trzech składaney.

186. W dwòch regułach trzech, ktòreśmy opiſali, ilość ſzukana, i ilość tegóż gatunku, w wyrażenie zagadnienia wchodząca, maią między ſobą ſtóſunek nieſkładany, i wymierzony przez ſtóſunek dwòch innych ilościòw, podobnież wchodzących w wyrażenie zagadnienia. W regule trzech ſkładaney, ſtòſunek ilości ſzukaney, do ilości tegóż gatunku, która wchodzi w wyrażenie zagadnienia nieieſt dany przez ieden tylko proſty ſtòſunek, dwòch innych ilościòw, ale przez wiele proſtych ſtòſunków, które (177) po rozważeniu zagadnienia, potrzeba złożyć.

Kiedy zaś takowe ſtóſunki, raz ſą złożone, natenczas reguła ſtaie ſię regułą nieſkładaną: lepiéy to obiaśnią następuiące przykłady.

PRZY

PRZYKŁAD I.

30 ludzi, w 18 dniach, wygotówali roboty 132 sążni, pytam się wiele takowey roboty wygotuią 54 ludzi w 28 dniach?

Rzecz iasna, że ta robota zawisła, nietylko od liczby ludzi, ale i od liczby dni.

Zeby na te obie rzeczy, mieć wzgląd przyzwoity, uważać trzeba, że 30 ludzi robiąc przez 18 dni, tyle tylko zrobią, co 18 razy 30 ludzi, to iest co 540 ludzi zrobią przez ieden dzień.

Podobnież 54 ludzi, robiąc przez 28 dni, niezrobią tylko tyle, co 28 razy 54 ludzi, albo 1512 ludzi, robiąc przez ieden dzień.

Więc to zagadnienie, odmienia się w następuiące: 540 ludzi, zrobili 132 sążnie, pytam się wiele zrobią 1512 ludzi, w tymże samym czasie? to iest, szukać potrzeba czwartego wyrazu proporcyi, któraby od tych trzech poczynała się.

540 *l*: 1512 *l* : 132 *ſ* :

Rozmnożywszy 1512 przez 132, a mnogość rozdzieliwszy, przez 540, mam na rozwiązanie zagadnienia 369 *ſ*. 3 *ſt*. 7 *c*. 2 *l*. $\frac{2}{5}$.

PRZYKŁAD II

Człowiek ieden, idąc 7 godzin na dzień, potrzebówał 30 dni, do odbycia mil 230; gdyby 10 godzin szedł na dzień, w równym pośpiechu, pytam się wieleby potrzebówał dni do odbycia mil 600?

Gdyby w obu razach, szedł tęż samę liczbę godzin na dzień, rzecz iasna, żeby tem więcey dni potrzebówał, im więcey mil ma do odbycia; lecz ponieważ w drugim razie, większą liczbę godzin, każdego dnia ma do podróży, przeto mu też mniey czasu potrzeba będzie; zatem działanie należy po części do reguły trzech prostey, a po-a po części do reguły trzech odwrotnéy.

Można go przywieśdź do reguły trzech proftéy, uważaiąc, że iśdź przez 30 dni po 7 godzin na dzién, iefțto iśdź 30 razy 7 godzin, albo 210 godzin; a tak to zagadnienie, można przemienic w naftępuiące: Do odbycia 230 mil, potrzeba było 210 godzin, wiele godzin potrzeba będzie do odbycia mil 600? Wynalazłfzy liczbę godzin, rozwięzuiących zagadnienie, rozdzielić ią potrzeba będzie przez 10; wieloraz pokaże dni żądane; człowiek albowiém, o którym mowa, przez 10 godzin dnia, powinien bydź w drodze.

Trzeba więc fzukać czwartego wyrazu proporcyi, poczynaiącéy fię od trzech naftępuiących.

$$230\ m : 600\ m :: 210\ g.$$

Po odprawionem działaniu, czwarty wyraz wypadnie 547 godzin i $\frac{19}{23}$; te rozdzieliwfzy przez 10, iako liczbę godzin, przez które ów człek codziennie idzie, będzie 54 dni i $\frac{180}{230}$, albo 54 *d.* $\frac{18}{23}$.

O Regulè *Spólki* (focietatis)

187. Regula *Spòlki*, ieft tak nazwana dlatego, że fłuży do podzielénia między kilku fpólników, zyfku, albo ftraty, wynikaiacéy z ich fpółki.

Celém iéy, ieft rozdzielić zadaną liczbę, na części, maiące między fobą ftófunki zadane.

Regula tym końcém ułożona, zafadza fię na tém cośmy uftanowili (176); obiaśniémy ią w naftępuiacym przykładzie.

PRZYKŁAD I.

Daymy że trzeba rozdzielić *np.* 120, na trzy części, któreby ten ſam ſtóſunek między ſobą miały. co liczby, 4, 3, 2. Wyrażenie zadania, daie naſtępuiące dwie proporcye.

4 : 3 :: pierwſza część do drugiey
4 : 2 :: pierwſza część do trzeciey
albo (172) te dwie naſtępuiące.
4 ieſt do pierwſzey części :: 3 do drugiey
4 ieſt do pierwſzey części :: 2 do trzeciey.

Tak, że mam te trzy ſtóſunki równe: 4 ieſt do pierwſzey części, :: 3 do drugiey :: 2 do trzeciey.

Zatém widzieliśmy (176), że ſumma poprzédników kilku ſtóſunków równych, ma ſię do ſummy naſtępników, iak ieden podrzédnik do ſwego naſtępnika; można tu więc powiedzieć, że ſumma 9, trzech części proporcyonalnych tym, których ſzukamy, ma ſię do ſummy części ſzukanych 120; iak iedna którakolwiek z trzech części proporcyonalnych, do części odpowiadaiącey.

Reguła więc, zawiſła na tem 1*òd.* Zebrać w ſummę części proporcyonalne zadane; 2re. Ułożyć tyle reguł trzech, ile części trzeba wynaleśdź; gdzie w każdey, pierwſzym wyrazem będzie ſumma zadanych części proporcyonalnych, drugim, liczba do rozdzielenia zadana, a trzecim wyrazem iedna z zadanych części proporcyonalnych: tak, w zadaniu, któreśmy za przykład wzięli, trzeba odprawić działanie, z trzema naſtępuiącemi regułami.

9 : 120 :: 4 :
9 : 120 :: 3.
9 : 120 :: 2.

w których, czwarte wyrazy bydź pokażą ſię $53\frac{1}{3}$, 40, $26\frac{2}{3}$; maiące ſtóſunek żądany, między ſobą, i w rzeczy ſamey ſkładaiące liczbę 120.

W re-

Wreſzcie łatwo ieſt domyślić ſię, iż niekoniecznie trzeba układać tyle reguł trzech, ile ieſt części do znalezienia zadanych: bez oſtatniey obeyśdź ſię można, odiąwſzy od zadaney liczby, ſummę pierwſzych części wynalezionych.

PRZYKŁAD II.

Do trzech Fortec, ma bydź rozdana liczba naczynia ſzańcowego, to ieſt 4500 *rydlòw*, 2500 *motyk minierſkich*, 4550 *kilofów*, 820 *kilofow głowiaſtych*, 820 *kilofów do ſkał*, 2200 *łopat*, 2210 *nożów do chròſtu*, i 800 *ſiekier*. To rozdanie każdego gatunku naczynia, ma bydź w proporcyi liczby, iak dawniey te trzy mieyſca były opatrzone; to ieſt, pierwſza Forteca miała 6000, druga 1400, a trzecia 1100; ieſt pytanie, wiele ſię każdemu z tych mieysc, podług wyrażoney dopiero proporcyi, każdego naczynia doſtać powinno?

Proporcya z dawnego opatrzenia.

1*a* Forteca	- - -	6000
2*a*	- - - -	1400
3*a*	- - - -	1100
	Summa -	8500.

Ponieważ każdy gatunek naczynia, powinien bydź rozdany w proporcyi liczb 6000, 1400, i 1100, więc znaleśdź można wiele każdemu mieyſcu, którego gatunku doſtanie ſię, *np.* motyk; wyrachówawſzy czwarty wyraz, naſtępuiących trzech proporcyów.

$$8500:4500 \text{ albo } 85:45::6000$$
$$85:45::1400$$
$$85:45::1100$$

Tymże ſpoſobem poſtąpić ſobie będzie należało, w wyrachowaniu liczby kilofów, łopat i. t. d. które, na każde mieyſce bydź maią rozdane: po odprawionem działaniu, liczby podziału takowego, wypadną następuiące.

Naczynia	Fortece 1a	2ga	3cia,
4500 rydlów.	3177	741	582
2500 motyk minierſkich	1765	412	323
4550 kiloſow -	3212	749	589
820 kiloſów głowiaſt:	579	135	106
820 kiloſſ. do ſkał -	579	135	106
2200 łopat -	1553	362	285
2210 nożów do chroſtu	1560	364	286
800 ſiekier - - - -	565	132	103
18400	12990	3030	2380

PRZYKŁAD. III.

Trzech furmanów maią między ſiebie rozdzielić 1500 *złł.* Pierwſzy zawiózł pakę o 50 mil, ważącą *centt.* 20; drugi odwiózł 15 *centt.* o 75 mil; a trzeci 30 *centt.* o 60 mil. Pytam ſię co każdemu należy?

Żeby to zadanie, do poprzédzaiącéy reguły przyſtoſować, trzeba te różne przewozy, przemiénić na iednę odległość.

20 *centt.* o 50 mil zawiezionych, powinny bydź zapłacone, iak 50 razy 20 *centt.* albo 1000 *centt.* zawiezione o iednę milę. Podobnież 15 *centt.* odwiezione o 75 mil, maią bydź zapłacone, iak 75 razy 15 *centt.* albo 1125 *centt.* odwiezione o iednę

dnę milę. Naostatek 30 *centt.* odwiezione o 60 mil, powinny bydź zapłacone, iak 60 razy, 30 *centt.* albo 1800 *centt.* odwiezione o iednę milę.

Zadanie więc, będzie tóż samo, iak gdyby trzech furmanów równie daleko zawiezli, pierwszy 1000 *centt.* drugi 1125 *centt.* a trzeci 1800 *centt.* Trzeba więc rozdzielić 1500 *złt.* na 3 części proporcyonalne liczbóm 1000, 1125, i 1800, szukaiąc czwartego wyrazu proporcyów następuiących.

3925 : 1500 :: 1000 :	382	*złt.*	4	*gr.*	2	*sz.*	$\frac{142}{157}$.
3925 : 1500 :: 1125 :	429		28		0		$\frac{42}{157}$.
3925 : 1500 :: 1800 :	687		26		2		$\frac{32}{157}$.

PRZYKŁAD IV.

Obóz Artyleryczny Woyska, składa się *np.* z 156 sztuk armat; woysko ma bydź na 3 części rozdzielone, tym sposobem, żeby moc pierwszey części, była do drugiey :: 5 : 4 a moc pierwszey do trzeciey :: 7 : 3. Rzecz idzie o rozdzielenie Artyleryi, w teyże proporcyi.

Ponieważ moc pierwszey części, iest wyrażona przez 5, w pierwszym stósunku, a w drugim przez 7, trzeba ią naprzód do tego stanu przyprowadzić, żeby w iedney liczbie, w obu stósunkach wyrażona bydź mogła; co się łatwo uczynić daie, dwa wyrazy pierwszego stósunku mnożąc przez 7, a dwa wyrazy drugiego, przez 5, co nieodmienia stósunków. Natenczas mocności, pierwszey, drugiey, i trzeciey części woyska, będą między sobą proporcyonalne tak, iak liczby : 35, 28, i 15.

Rzecz więc idzie, o rozdzielenie 156, na trzy części, proporcyonalne liczbóm 65, 28 i 15, co się wykona sposobém w pierwszym przykładzie danym, podług którego, wypadnie następuiący podział 70, 56, i 30.

O Progreſſyach arytmetycznych.

188. Progreſſya arytmetyczna, ieſt ciągły rzęd wyrazów, z ktòrych każdy, przewyżſza, albo ieſt przewyżſzony, od tego co go poprzédza, tąż ſamą ilością.

Np. rzęd naſtępuiący.
÷ 1. 4. 7. 10. 13. 16. 19. 22. 25. 28. 31. 34. 37. i. t. d.

Jeſt progreſſya arytmetyczna, ponieważ każdy wyráz, przewyżſza ſwego poprzèdnika tąż ſamą ilością, która tu ieſt 3.

Dwie kropki liniiką przedzielone, ktòre na początku progreſſyi widzieć daią ſię, znaczą, że w wymawianiu progreſſyi, każdy wyráz powtarzać trzeba, oprócz piérwſzego i oſtatniego, iako to: 1, ma ſię do 4, iak 4 do 7, iak 7 do 10, i. t. d.

Progreſſya nazywa ſię *roſnąca* (creſcens), albo *ubywaiąca* (decreſcens), gdy wyrazy co ráz powiękſzaią ſię, lub umniéyſzaią; lecz iako obydwóch ſą też ſame właſności, odmiéniwſzy tylko ſłowa, *więcéy* w *mniéy*, albo *dodanie* w *odéymówanie*, przeto uważać ią tu tylko będziémy iako roſnącą.

189. Z definicyi więc progreſſyi arytme-

metyczney, pokazuie się iaśnie, że maiąc piérwszy wyráz, i różnicę powszechną, czyli stósunek progressyi; wszystkie inne wyrazy dadzą się złożyć, ten stósunek przydawaiąc koléyno, a zatém:

Drugi wyráz, iest złożony z piérwszego, więcéy stòsunek.

Trzeci, złożony z drugiego, więcéy stósunek; a zatém z piérwszego wyrazu, i podwóynego stósunku.

Czwarty, złożony z trzeciego, więcéy stòsunek; a zatém z piérwszego, więcéy, potróyny stòsunek, i. t. d.

190. Stąd w powszechności powiedzieć można; *Że bądź ktòrykolwiek wyráz progressyi arytmetyczney, iest złożony z piérwszego, więcéy stòsunek tyle razy powtórzony, ile wyrazòw przed nim znayduie się.*

191. Przeto, ieżeli piérwszym wyrazém iest zero, każdy inny wyráz progressyi, będzie w sobie zawiérał stòsunek, tyle razy, ile wyrazòw przed nim znayduie się.

192. Ten fundament, może mieć dwa następuiące użycia:

1*ód*. Służy do wynalezienia, bądź ktòregokolwiek wyrazu progressyi, bez wyrachówania poprzédzaiących: gdyby *np.*

 po-

potrzeba było wynaléśdź 100*tny* wyráz, następuiącéy progressyi.

$\div$ 4. 9. 14. 19. 24. i. t. d.

Ponieważ żądany wyráz, ma bydź wyráz ſetny, ma więc 99 wyrazów przed ſobą; a będąc złożony z piérwſzego wyrazu 4; i ż ſtòſunku 5, powtórzonego 99 razy; będzie zatém 4, więcéy 495; to ieſt 499.

193. *2re.* Tenże ſam fundament ſłuży ieſzcze, do związania, dwòch iakichkolwiek liczb, rzędém złożonym z tylu liczb, ile ſię podoba, tak że wſzyſtkie, ſkładać będą progreſſyą arytmetyczną; co ſie nazywa, *wciſnąć* między dwie zadane liczby, wiele *śrzodków proporcyonalnych arytmetycznych*, albo proſto, wiele *śrzodków arytmetycznych*.

Np. można związać 1. i 7. przez 5 liczb, które z liczbą 1. i 7, ſkładać będą progreſſyą arytmetyczną; liczby takowe ſą: 2, 3, 4. 5, 6; lecz ponieważ, niezawſze z piérwſzego weyźrzenia pomiarkować ſię daie, które powinny bydź te liczby, przy pomocy wyżéy założonego fundamentu, wynaleśdź ie można zawſze, następuiącym ſpoſobem.

W tym razie niepotrzeba więcéy, tylko znaléśdź ſtòſunek, ktòry ma w téy progreſſyi panować.

A ponieważ, większa z tych dwòch liczba, ma bydź ostatnim wyrazém progressyi, powinna zatém bydź złożona z piérwszéy, to iest z mniéyszéy z tych liczb, więcéy stòsunek tyle razy wzięty, ile wyrazòw przed nią znayduie się; przeto, odiąwszy od większéy z tych dwòch liczb, mniéyszą, reszta powinna bydź złożona, z stòsunku tyle razy powtórzonego, ile ma bydź wyrazów, przed większą liczbą; to iest że ta reszta, iest mnogością wynikaiącą z rozmnożenia tego stósunku, przez liczbę wyrazòw poprzédzaiących większą liczbę; a zatém (67) rozdzieliwszy tę resztę, przez liczbę wyrazòw poprzédzaiących większą liczbę, z wielorazu wypadnie stòsunek panuiący.

A że liczba wyrazòw, poprzédzaiących wyraz większy, iest o iednę iedność większa, od liczby wyrazòw śrzodkowych, ktòre wcisnąć potrzeba, między obydwa; przeto *chcąc między dwie zadane liczby, tyle ile się podoba wcisnąć śrzodków arytmetycznych, trzeba odciągnąć mnieyszą z tych dwóch liczb, od większéy, a resztę rozdzielić przez liczbę śrzodków, pomnożonych iedną iednością.*

Np.

Np. gdyby między 4 i 11, potrzeba było wcifnąć 8 śrzodków arytmetycznych; odciągam 4 od 11, zoftaie mi 7, które rozdziélam przez 9, to ieft przez liczbę śrzodków, pomnożoną o iednę iedność; wieloraz $\frac{7}{9}$, ieft różnicą która w téy progreffyi panować będzie, iako to

$$\div 4.\ 4\tfrac{7}{9}.\ 5\tfrac{5}{9}.\ 6\tfrac{3}{9}.\ 7\tfrac{1}{9}.\ 7\tfrac{8}{9}.\ 8\tfrac{6}{9}.\ 9\tfrac{4}{9}.\ 10\tfrac{2}{9}.\ 11.$$

Podobnież gdyby było zadano, znaléśdź dziewięć śrzodków arytmetycznych między 0, i 1; odiąwfzy 0, od 1, zoftaie fię 1; który rozdzielić trzeba przez 10, to ieft przez liczbę śrzodków pomnożonych iednością; co daie $\frac{1}{10}$ albo 0,1 na różnicę, a zatém progreffya wypadnie $\div$ 0. 0,1. 0,2. 0,3. 0,4. 0,5. 0,6. 0,7. 0,8. 0,9. 1.

194. Stąd widziéć można, że między dwiema liczbami, choćby między fobą naybliżfzémi, można zawfze, tyle ile fię podoba, wcifnąć śrzodkòw arytmetycznych.

Wiecéy o Progreffyach arytmetycznych nic niepowiémy; bo tylko dla Logarytmów o których niżéy, tu o nich wfpomnieliśmy; w infzém miéyfcu znaydziémy okazyą powrócić do nich.

O Progreffyach Jeometrycznych.

195. Progreffya Jeometryczna, ieft ciągły rzęd wyrazòw, z ktòrych każdy zawiéra w fobie poprzédzaiącego, albo w nim ieft zawarty, ròwną liczbę razy; *np.*

$\div\!\div$ 3 : 6 : 12 : 24 : 48 : 96 : 192.

ieſt progreſſya jeometryczna; każdy albowiém wyráz, ſwego poprzédzaiącego, równą liczbę razy w ſobie zawiéra, to ieſt 2.

Takowa liczba razy, nazywa ſię ſtóſunkiém progreſſyi.

Cztéry kropki tę progreſſyą poprzédzaiące, toż ſamo znaczenie maią, co dwie kropki przed progreſſyą arytmetyczną położone. (188).

Progreſſya nazywa ſię *roſnąca*, albo *ubywaiąca*; gdy wyrazy co ráz powiękſzaią ſię lub umnieyſzaią.

Progreſſyą jeometryczną uważać będziémy zawſze, iako roſnącą; ponieważ właſności obydwóch ſą iednakowe, przemiéniwſzy tylko ſłowo *mnożyć* w ſłowo *dzielić*, albo *zawiérać*, w ſłowo *bydź zawartym*.

Ponieważ drugi wyráz, zawiéra w ſobie piérwſzy, tyle razy, ile w ſtóſunku znayduie ſię iednościów; więc ieſt złożony z piérwſzego, rozmnożonego przez ſtóſunek.

Ponieważ trzeci wyráz, zawiéra w ſobie drugi, tyle razy, ile ieſt iednościów w ſtóſunku, więc ieſt złożony z drugiego, go, rozmnożonego przez ſtóſunek, a zatém, z piérwſzego, rozmnożonego przez ſtóſunek, i ieſzcze ráz rozmnożonego przez ſtòſunék; to ieſt z piérwſzego, rozmnożonego, przez kwadrat, albo drugi ſtopiéń ſtòſunku.

Ponieważ cztwarty wyráz, zawiéra w ſobię trzeci, tyle razy, ile w ſtòſunku znayduie ſię iedności̇ów, ieſt więc złożony z trzeciego, rozmnożonego przez ſtóſunek, a zatém z piérwſzego, rozmnożonego przez kwadrat ſtóſunku, i ieſzcze ráz rozmnożonego przez ſtóſunek; to ieſt, rozmnożonego przez ſześcian, albo trzeci ſtopiéń ſtòſunku.

Np. w progreſſyi wyżéy położonéy, wyráz 6, ieſt złożony z piérwſzego wyrazu 3, rozmnożonego przez ſtóſunek 2; wyráz 12, ieſt złożony z piérwſzego wyrazu 3, rozmnożonego przez kwadrat 4, ſtóſunku 2; wyráz 24 ieſt złożony z piérwſzego wyrazu 3, rozmnożonego przez ſześcian 8, ſtóſunku 2.

196. W podobnym rozumówaniu daléy poſtępuiąc, widziéć daie ſię, *że wyráz bądź którykolwiek progreſſyi jeometryczney, ieſt złożony z piérwſzego, rozmnożonego przez ſtóſunek wynieſiony do ſtopnia, oznaczonego przez liczbę wyra-*

zow

zów, które poprzedzaią takowy którykolwiek wyráz.

Zatém idzie, że ieżeli piérwſzym wyrazém progreſſyi, ieſt iedność; każdy inny wyráz, będzię złożony, z ſamego ſtóſunku, wynieſionego do ſtopnia, oznaczonego przez liczbę wyrazów, które go poprzédzaią; bo mnożenie przez piérwſzy wyráz, który ieſt iednością, niepomnaża mnogości.

Chcąc wynieść iakową liczbę do ſtopnia którego kolwiek, *np.* do ſiódmego; podług tego, cośmy o tém wyżéy powiedzieli, trzeba tę liczbę rozmnożyć przéz ſiebie, ſześć razy, ráz po ráz; tak, chcąc wynieść 2 do ſiódmego ſtopnia; mówię 2 razy 2, ſą 4; 2 razy 4, ſą 8; 2 razy 8, ſą 16; 2 razy 16, ſą 32; 2 razy 32, ſą 64; 2 razy 64, ſą 128; którato liczba, będzie ſiódmym ſtopniém liczby 2; lecz takowe działanie można ſkrócić różnémi ſpoſobami; *np.* mogę zaráz kwadrować 2, co mi uczyni 4; podnieść do ſześcianu te 4, co mi da 64; i naoſtatek rozmnożyć przez 2, przez co mieć będę 128; albo też mogę podnieść do ſześcianu 2, uczyni mi 8; kwadrować 8, uczyni mi 64; rozmnożywſzy 64 przez 2, wypadnie podobnież 128; ſłowem, mało na tém zależy iakim odprawi ſię to porządkiém, byleby 2 znaydówały ſię bydź czynnikiém w mnogości, ſiedm razy.

197. Fundament dopiéro podany (196), do złożenia któregokolwiek wyrazu progreſſyi, i uwaga którąśmy dopié-

piéro uczynili, służyć nam mogą, do wyrachówania, ktòregokolwiek zechcemy wyrazu progreſſyi, bez rachòwania poprzédzaiących.

Gdyby *np.* zadano było wyrachówać, iakiby był dwunaſty wyraz naſtępuiącéy progreſſyi
$$\div 3 : 6 : 12 : 24 \text{ i. t. d.}$$
Ponieważ wiém (196), że dwunaſty wyraz, powinien bydź złożony z pierwſzego, rozmnożonego przez ſtóſunek, wynieſiony do ſtopnia oznaczonego, przez liczbę wyrazów, dwunaſty wyraz poprzédzaiących; przeto widzę, że chcąc go złożyć, trzeba mi rozmnożyć 3, przez iedynaſty ſtopień ſtóſunku 2; żebym ten iedynaſty ſtopień wynalazł, podnoſzę do ſześcianu 2, co mi daie 8 podnoſzę do ſześcianu te 8, i mam 512; to ieſt, dziewiąty ſtopień ſtóſunku: naoſtatek ten dziewięty ſtopień 512, rozmnażam przez 4, to ieſt, przez drugi ſtopień, i mam 2048, to ieſt iedynaſty ſtopień ſtóſunku 2: mnożę więc 2048 przez 3, i wypadnie mi na dwunaſty wyraz progreſſyi 6144.

198. Drugie użycie tego fundamentu ieſt, że między dwiema zadanémi liczbami, można wynaléśdź tyle, ile ſię podoba śrzodków proporcyonalnych. Gdyby zadano było wynaléśdź trzy śrzodki jeometryczne, między 4, i 64; zaſtanowiwſzy ſię nad tém cokolwiek, widzieć można, że takowe śrzodki jeometryczne byłyby 8, 16, 32, iakoż $\div 4 : 8 : 16 : 32 : 64$ czynią progreſſyą jeometryczną; lecz gdy-

gdyby inſze liczby albo inſza liczba śrzodków jeometrycznych zadane były, nietak łatwo dałyby ſię poſtrzédz.

Przeto, podług wyżéy założonych uwag, dadzą ſię wynaléśdź naſtępuiącym ſpoſobém.

Cała rzecz idzie, o wynaleziénie ſtòſunku, który ma w progreſſyi panować; bo ten znalazłſzy, koléynémi mnożeniami, przez ten ſtòſunek, łatwo będzie złożyć wſzyſtkie wyrazy.

Niechay będzie *np.* zadano, żeby wynaléśdź dziewięc śrzodkòw jeometrycznych między 2, i 2048.

Więc 2048, będą oſtatnim wyrazém progreſſyi jeometryczney, która między piérwſzym i oſtatnim, ma miéć 9 wyrazòw; a zatém wyráz 2048, ieſt złożony, z piérwſzego wyrazu 2, rozmnożonego przez ſtòſunek, wynieſiony do ſtopnia oznaczonego, przez liczbę wyrazòw, poprzédzaiących wyráz 2048; przeto (67), rozdzieliwſzy 2048 przez piérwſzy wyráz, wieloráz będzie ſtòſunkiém, wynieſionym do ſtopnia oznaczonego, przez liczbę wyrazòw poprzédzaiących wyráz 2048; a zatém wynalazłſzy piérwiaſtek tego ſtopnia, będzie i ſtóſunek progreſſyi wynaieziony: widzieć ieſt w tym

tym razie, że ten ſtopień powinien bydź dzieſiąty; bo ponieważ między 2 i 2048, dziewięć wyrazów ma znaydówać ſię, idzie zatém że ich przed wyrazém 2048, dzieſięć będzie; trzeba więc z wielorazu, który wypadnie po rozdzieleniu liczby 2048 przez 2, wyciągnąć dzieſiąty, czyli dzieſiątego ſtopnia piérwiaſtek.

199. Ponieważ w każdym innym razie, tegoż ſamego użyć można rozumówania; wnieśmy więc w powſzechności, *że między dwie liczby zadane, chcąc wcisnąć tyle ile ſię podoba śrzodków jeometrycznych, trzeba rozdzielić większy wyráz przez mnieyſzy, a z wielorazu, wyciągnąć piérwiaſtek tego ſtopnia, który oznacza liczba śrzodków, pomnożona o iednę iedność.*

Tak, do naſzego przykładu nazád wracaiąc, dzielę 2048 przez 2, co mi daie wieloráz 1024; tego wielorazu ſzukam dzieſiątego piérwiaſtka, który ieſt 2; zatém i ſtóſunkiem progreſſvi ſą 2; chcąc teraz złożyć śrzodki żądane, mnożę piérwſzy wyráz 2, przez koléyne ſtopnie ſtóſunku 2; tym ſpoſobem złożywſzy dziewięć śrzodków, wpadam nakoniec na liczbę 2048 iak naſtępuie:

° *Niepodaliśmy ſpoſobu wyciągniénia z liczby, dzieſiątego piérwiaſtka, z nim tak ſię ma, iak z kwadratowym lub ſześciénnym: piérwiaſtek kwadratowy niepowinien miéć tylko iednę cyfrę, gdy liczba*

∴ 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64 : 128 : 256 : 512 : 1024 : 2048.

Podobnież, gdyby zadano było wynaléśdź cztery śrzodki jeometryczne, między 6. i 48; rozdzielam 48 przez 6, i z wielorázu 8, wyciągam pierwiastek piąty; iako 8 niemoże miéć pierwiastka piątego zupełnego, tak między 6 i 48, w liczbach niemożna naznaczyć doskonałych czterech śrzodków jeometrycznych. lecz do tego pierwiastka, można się przybliżyć tak blisko iak się podoba, sposobem podobnym temu, któryśmy do pierwiastka kwadratowego i sześciennego opisali, a który w Algebrze damy.

Tym czasem, dosyć iest natém żeby to poiąć, iż się może znaydówać liczba, która cztery razy rozmnożona przez siebie, zbliża się co raz bardziéy do oddania nazad 8, i że toż samo o każdéy innéy liczbie, i każdym innym pierwiastku, rozumiéć trzeba; stąd wnieśmy, że między dwiema liczbami iakiemikolwiek, można zawsze tyle, ile się podoba wynaléśdź śrzodków jeometrycznych, bądźto doskonałych, bądźto wziętych przez przybliżenia, pociągnione do takiego stopnia, iak zechcemy. To iuż mamy wszystko, czego nam potrzeba było, żebyśmy do Logarytmów przystąpić mogli.

---

zadana niema więcéy nad 2 *cyfry; pierwiastek sześcienny iednę tylko powinien miéć cyfrę, gdy liczba zadana, niezawiera w sobie więcéy nad trzy cyfry; podobnież pierwiastek dziesiąty, niebędzie miał więcéy iak iednę cyfrę, gdy liczba zadana niebędzie miała więcéy nad* 10; *toż samo i o innych pierwiastkach rozumiéć trzeba; trzydziesty np. iednę tylko cyfrę miéć będzie, gdy liczba zadana,* 30 *cyfer nieprzechodzi; działania takowe, podobnymże sposobem, iak z pierwiastkiem kwadratowym i sześciennym uczyniło się, możnaby okazać. Lecz to iaśniéy w Algebrze zobaczymy.*

O Logarytmach.

200. *Logarytmy* ſą liczby w progreſſyi arytmetyczney, odpowiadaiące każdému wyrazowi, równegóż rzędu liczb, w progreſſyi jeometryczney położonych; maiąc *np.* progreſſya jeometryczna i arytmetyczną następuiące.

$\div$ 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64 : 128 : 256 : i. t. d.
$\div$ 3 . 5 . 7 . 9 . 11 . 13 . 15 . 17 . i. t. d.

Każdy wyráz niżſzego rzędu, nazywa ſię Logarytmém wyrazu, który na podobnymże mieyſcu w wyżſzym rzędzie ieſt położony.

201. Przeto, taż ſama liczba, może mieć nieſkończoną liczbę różnych logarytmów, ponieważ téyże ſamey progreſſyi jeometryczney, nieſkończona liczba różnych progreſſyów arytmetycznych odpowiadać może.

Ponieważ tu logarytmów uważać inaczey niemyſlimy, tylko ile ſłużą do użycia w liczebnych rachunkach, przeto zaſtanawiać ſię niebędziemy, nad uważaniem różnych progreſſyów jeometrycznych i arytmetycznych, które do ſiebie mogłyby bydź przyſtóſówane; przyſtąpiémy proſto do tych progreſſyów, które obrano do złożenia tablic logarytmowych zwyczaynych.

202. Za progreſſyą jeometryczną wzięto progreſſyą dzieſiątną; za progreſſyą zaś arytmetyczną, wzięto liczby, w porządku naturalnym idące; to ieſt, dwie naſtępuiące progreſſye.

∷1:10:100:1000:10000:100000:1000000: i. t. d.
÷0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. i. t. d.

A tak, zawſze łatwo będzie rozeznać, iaki ieſt logarytm liczby wyrażonéy przez iedność, po którey naſtępuie tyle zerów ile ſię podoba. Logarytm takowy, zawiéra w ſobie zawſze tyle iednościów, ile naſtępuie zerów, po iedności, odpowiadaiącego mu wyrazu.

203. Co ſię tycze logarytmów należących do liczb pośrzednich, między wyrazami progreſſyi dzieſiątnéy, gdyby na nie niebyło innego ſpoſobu, iak przez ſamę arytmetykę, możnaby ie znaléśdź iak naſtępuie.

204. Po zrozumianéy definicyi logarytmów, rzecz iaſna, że chcąc mieć logarytm którèykolwiek liczby, *np. 3ech*; trzeba żeby ta liczba mogła ſkładać część progreſſyi jeometrycznéy fundamentalnéy. A lubo 3, bydź niémogą częścią progreſſyi jeometrycznéy ∷1:10:100, i. t. d. przecięż daie ſię poiąć,

 że

że gdyby między 1, i 10, wcisnąć znaczną liczbę śrzodków jeometrycznych (199); ponieważ w tym razie, od 1, do 10, postępowałoby się tém ściśléyszémi stopniami, im liczba takowych śrzodków byłaby większa; przeto iedna z tych dwòch rzeczy trafićby się musiała: to iest, że albo ieden ktòry z tych śrzodków, byłby właśnie liczbą 3, albo przynaymniéy znalazłyby się dwie liczby iedna po drugiéy, między ktòrémiby liczba 3 była umieszczona, i z ktòrych każda tém mniéy od 3 różniłaby się, imby większa liczba była śrzodków wcisnionych.

To założywszy; gdyby podobnież między 0, i 1, wcisnąć tyle śrzodków arytmetycznych, ile się wcisnęło śrzodków jeometrycznych między 1, i 10, każdy wyráz progressyi jeometrycznéy, maiąc za logarytm swòy, wyráz odpowiadaiący w progressyi arytmetycznéy, możnaby wziąść w dopiéro wymienionéy progressyi arytmetycznéy, za logarytm 3*ech*, liczbę, ktòraby znaydòwała się w podobném miéyscu, iak się znayduie liczba 3, w progressyi jeometrycznéy; albo gdyby 3, niebyły doskonałym wyrazém progressyi jeometrycznéy, możnaby wziąść w progressyi arytmetycznéy,

ten

ten wyraz, ktòryby odpowiadał wyrazowi w progreſſyi jeometryczney, liczbie 3, naybliżſzemu.

I tymto ſpoſobém w rzeczy ſamey, gdyby niebyło innych śrzodkòw, iak które Arytmetyka podaie, możnaby logarytmy wynaléśdź. Bądź co chce, to ieſt pewna, że ſię na tém gruntuie logarytmòw wyrachòwanie.

205. Trzeba ſobie więc w myśli wyſtawić, że miedzy 1, i 10, wciſnąwſzy 10000000 śrzodków jeometrycznych, podobną ich liczbę między 10, i 100, podobnąż między 100, i 1000 i. t. d. takaż także liczba śrzodków arytmetycznych między 0, i 1, między 1, i 2, między 2, i 3, i. t. d. wciſnięta była; że pierwſze wſzyſtkie w iednym rzędzie napiſawſzy, a drugie także wſzyſtkie, tymże porządkiém pod niémi; ſzukano w górnym rzędzie liczby, naybardziey do 3 przybliżaiącey ſię, i odpowiadaiącą iey na dole liczbę, wzięto za logarytm trzech; podobnież w górnym rzędzie ſzukano liczby naybardziey przybliżaiącey ſię do 2; i odpowiadaiącą iey liczbę z rzędu dolnego, wzięto za logarytm *2òch*; że toż ſamo na liczby 4, 5, 6, i. t. d. uczyniono; naoſtatek przenioſłſzy w iedną kolumnę, iak w naſtę-

puiącéy tablicy zobaczyć można, liczby 1, 2, 3, 4, 5, i. t. d. w kolumnie pobocznéy przypisano, wyrazy progressyi arytmetycznéy, które znalazły się bydź im odpowiadaiące, albo przynaymniéy naybardziéy do nich przybliżaiące się; ztąd poiąć można ułożenie logarytmów, i porządek ich, iaki się znayduie w pospolitych tablicach.

TABLICA Logarytmów, liczb naturalnych od 1º aż do 200.

Liczby	Logarytmy	Liczby	Logarytmy	Liczby	Logarytmy
0	nieſk.prz:	24	1,380211	48	1,681241
1	0,000000	25	1,397940	49	1,690196
2	0,301030	26	1,414973	50	1,698970
3	0,477121	27	1,431364	51	1,707570
4	0,602060	28	1,447158	52	1,716003
5	0,698970	29	1,462398	53	1,724276
6	0,778151	30	1,477121	54	1,732394
7	0,845098	31	1,491362	55	1,740363
8	0,903090	32	1,505150	56	1,748188
9	0,954243	33	1,518514	57	1,755875
10	1,000000	34	1,531479	58	1,763428
11	1,041393	35	1,544068	59	1,770852
12	1,079181	36	1,556303	60	1,778151
13	1,113943	37	1,568202	61	1,785330
14	1,146128	38	1,579784	62	1,792392
15	1,176091	39	1,591065	63	1,799341
16	1,204120	40	1,602060	64	1,806180
17	1,230449	41	1,612784	65	1,812913
18	1,255273	42	1,623249	66	1,819544
19	1,278754	43	1,633468	67	1,826075
20	1,301030	44	1,643453	68	1,832509
21	1,322219	45	1,653213	69	1,838849
22	1,342423	46	1,662758	70	1,845098
23	1,361728	47	1,672098	71	1,851258

Liczby	*Logarytmy*	*Liczby*	*Logarytmy*	*Liczby*	*Logarytmy*
72	1,857332	115	2,060698	158	2,198657
73	1,863323	116	2,064458	159	2,201397
74	1,869232	117	2,068186	160	2,204120
75	1,875061	118	2,071882	161	2,206826
76	1,880814	119	2,075547	162	2,209515
77	1,886491	120	2,079181	163	2,212188
78	1,892095	121	2,082785	164	2,214844
79	1,867627	122	2,086360	165	2,217484
80	1,903090	123	2,089905	166	2,220108
81	1,908485	124	2,093422	167	2,222716
82	1,913814	125	2,096910	168	2,225309
83	1,919078	126	2,100371	169	2,227887
84	1,924279	127	2,103804	170	2,230449
85	1,929419	128	2,107210	171	2,232996
86	1,934498	129	2,110590	172	2,235528
87	1,939519	130	2,113943	173	2,238046
88	1,944483	131	2,117271	174	2,240549
89	1,949390	132	2,120574	175	2,243038
90	1,954243	133	2,123852	176	2,245513
91	1,959041	134	2,127105	177	2,247973
92	1,963788	135	2,130334	178	2,250420
93	1,968483	136	2,133539	179	2,252853
94	1,973128	137	2,136721	180	2,255273
95	1,977724	138	2,139879	181	2,257679
96	1,982271	139	2,143015	182	2,260071
97	1,986772	140	2,146128	183	2,262451
98	1,991226	141	2,149219	184	2,264818
99	1,995635	142	2,152288	185	2,267172
100	2,000000	143	2,155336	186	2,269513
101	2,004321	144	2,158362	187	2,271842
102	2,008600	145	2,161368	188	2,274158
103	2,012837	146	2,164353	189	2,276462
104	2,017033	147	2,167317	190	2,278754
105	2,021189	148	2,170262	191	2,281033
106	2,025306	149	2,173186	192	2,283301
107	2,029384	150	2,176091	193	2,285557
108	2,033424	151	2,178977	194	2,287802
109	2,037426	152	2,181844	195	2,290035
110	2,041393	153	2,184691	196	2,292256
111	2,045323	154	2,187521	197	2,294466
112	2,049218	155	2,190332	198	2,296665
113	2,053078	156	2,193125	199	2,298853
114	2,056905	157	2,195900	200	2,301030

206. Uważmy względém tablic logarytmowych, że piérwfza cyfra każdego logarytmu, nazywa fię *Cécha* (chara-

cte-

cteristica); albowiém z téy cyfry dochodzić można, w którym dziesiątku zawiéra się liczba, do którey ten logarytm należy. *Np.* ieżeli liczba iakowa ma céchę 3, zaraz wiém że należy do tysiąców, bo logarytm 1000*ca* iest 3; a iako logarytm 10000*y* iest 4, tak każda liczba od 1000*ca* aż do 10000, niemoże miéć logarytmu tylko 3 i ułamek; ma więc za céchę 3, a drugie cyfry wyrażaią ułamek obrócony na dziesiątne.

Własności Logarytmów.

Własności logarytmów, o których tu mówić będziémy, są po większéy części, właściwe takiemu ułożeniu logarytmów, w którém progressya jeometryczna fundamentalna, poczyna się od iedności, a progressya, arytmetyczna od zero. Użycia ich, które ſtąd wniesiémy, niebyłyby, też same, gdyby obie progressye, albo iedna z nich tylko, inaczéy się zaczynała: lecz to nienależy do zamysłu naszego.

207. Przystósuymy więc progressyą jeometryczną którąkolwiek, lecz żeby iéy piérwszym wyrazém była iedność, do progressyi arytmetycznéy, także ia-

kiéy

kiéykolwiek, lecz żeby iéy piérwszym wyrazém było zero.

Np. następuiące dwie progressye:

∺ 1 : 3 : 9 : 27 : 81 : 243 : 729 : 2187 : 6561 : : i. t. d.
÷ 0 . 4 . 8 . 12 . 16 . 20 . 24 . . 28 . 32 . i. t. d.

Z natury i doskonałéy wzaiémności, tych dwóch progressyów, pochodzi, że ile razy w piérwszéy, stósunek musiał bydź czynnikiém do złożenia któregokolwiek wyrazu téy progressyi, tyle razy stósunek drugiéy progressyi, musiał bydź dodany, do złożenia wyrazu w téy progressyi, odpowiadaiącego progressyi jeometrycznéy; *np.* w wyrazie 2187, stósunek 3, iest czynnikiém 7 razy, i w wyrazie 28, stósunek 4, zawiéra się także 7 razy.

Jakóż, podług tego co się powiedziało (190 i 196), stósunek iest czynnikiém w którymkolwiek wyrazie progressyi piérwszéy, tyle razy, ile wyrazów przed nim znayduie się; w drugiéy zaś, wyráz którykolwiek, składa się z stósunku tyle razy wziętego, ile wyrazów iest przed nim. A że z obu stron iest równa liczba wyrazów; więc t. d.

Wnieśmy stąd, że którykolwiek badź wyráz progressyi jeometrycznéy, będzie miéć zawsze w progressyi arytmetycznéy wyráz odpowiadaiący, który w sobie zawierać będzie stósunek tyle razy, ile razy, stósunek progressyi jeometrycznéy, iest czynnikiém w wyrazie progressyi swoiéy.

208. A zatém, *Gdy dwa wyrazy progressyi jeometrycznéy rozmnożone bę-*

dą

dą ieden przez drugi, i oráz dwa wyrazy odpowiadaiące progreſſyi arytmetyczney gdy będą dodane ieden z drugim, takowa mnogość i ſumma, w tych progreſſyach będą ſobie odpowiadać.

Albowiém mnogość, będzie złożona z ſtòſunku, będącego tyle razy czynnikiém, ile razy mieści ſię, tak w iednym wyrazie rozmnożonym, iak w drugim; a ſumma dwòch wyrazòw dodanych, będzie złożona z ſtóſunku progreſſyi arytmetycznéy, dodanego tyle razy, ile razy mieści ſię, tak w iednym wyrazie dodanym, iak w drugim; a tak, ponieważ ſą wzięte dwa wyrazy odpowiadaiące ſobie w obu progreſſyach, mnogość i ſumma, muſzą ſobie także wzaiemnie odpowiadać.

209. Zatém, przez dodanie dwòch wyrazów progreſſyi arytmetycznéy, można dóyśdź mnogości wyrazòw odpowiadaiących, w progreſſyi jeometrycznéy, rozumieiąc że obie progreſſye ſą doſtatecznie przedłużone.

Np. dodawſzy dwa wyrazy 8 i 24. które odpowiadaią wyrazóm 9 i 729, mam 32, które znowu odpowiadaią wyrazowi 6561; ſkąd wnoſzę, że mnogość z 729 przez 9, ieſt 6561; iakóż tak ieſt w ſaméy rzeczy.

210. Więc, ponieważ liczby naturalne ſkładaiące pierwſzą kolumnę wzwyż położonéy tablicy, ſą wyciągnione z progreſſyi jeometrycznéy, zaczynaiącéy ſię przez iedność, iako też ponieważ logarytmy ich, ſą wyrazami odpowiadaiącémi w progreſſyi arytmetycznéy, poczynaiącéy ſię przez zero; trzeba ſtąd wnieść, że *dodawſzy logarytmy dwóch liczb, wypadnie logarytm ich mnogości.*

Po tém, co ſię dotąd powiedziało, następuiące użycia łatwo dadzą ſię poiąć,

Użycia Logarytmów.

211. Chcąc mnożyć przez logarytmy trzeba dodać logarytm mnożnego z logarytmém mnożnika, ſumma wypadła, będzie logarytmém mnogości; przeto ſzukaiąc téy ſummy między logarytmami w tablicy, znaydzie ſię mnogość, obok położona.

Np. gdyby zadano było, rozmnożyć 14 przez 13. Znayduię w wyżéy położonéy tablicy że logarytm liczby 14 ieſt - - - 1,146128. logarytm liczby 13 - - - 1,113943

Summa - 2,260071.

odpowiada w téyże tablicy liczbie 182, która ieſt w rzeczy ſaméy mnogością, z 14u rozmnożonych przez 13.

212. Zeby ſkwadrować iaką liczbę, doſyć ieſt logarytm iéy zdwoić; ponieważ, dla rozmnożenia liczby przez ſiebie ſamę, trzebaby dodać logarytm iéy z ſobą ſamym.

213. Na tymże fundamencie, chcąc podnieść do ſześcianu liczbę iakową, logarytm iéy potrzeba ſtroić; a powiedziawſzy w powſzechności, chcąc wynieść liczbę iakową, do iakiegokolwiek ſtopnia, trzeba wziąść tyle razy iéy logarytm, ile znayduie ſię iednościów w liczbie, oznaczaiącéy ten ſtopień, to ieſt, rozmnożyć iéy logarytm przez liczbę, ktora oznacza takowy ſtopień; *np.* żeby iaką liczbę wynieść do ſiódmego ſtopnia; trzeba logarytm iéy rozmnożyć przez 7.

214. A zatém chcąc wyciągnąć kwadratowy, ſześciénny, czwarty i. t. d. piérwiaſtek z liczby zadanéy; trzeba rozdzielić logarytm liczby takowéy, przez 2, 3, 4. i. t. d; to ieſt, w powſzechności mówiąc, przez liczbę która oznacza ſtopień piérwiaſtka, iaki ma bydź wyciągniony.

Np. chcąc wynaleśdź piérwiaſtek kwadratowy liczby 144; znalazłſzy w tablicy logarytm téy liczby 2,158362, biorę iego połowę, 1,079181; ſzukam między logarytmami, w którém mieyſcu

liczba

liczba 1,079181 znayduie ſię; widzę że odpowiada liczbie 12, a zatém 12 będą kwadratowym pierwiaſtkiém liczby 144.

Gdybym chciał mieć ſiódmy pierwiaſtek z liczby 128; ſzukam w tablicy, iéy logarytmu, i znayduię: 2,107210; biorę téy liczby ſiódmą część, albo ią dzielę przez 7; i patrzę, któréy liczbie, odpowiada wieloráz 0,301030; znayduię że odpowiada 20,н które ſą w rzeczy ſaméy ſiódmym piérwiaſtkiém liczby 128.

215. Chcąc wynaléśdź wieloráz, rozdzielonéy liczby iednéy przez drugą; trzeba odiąć logarytm dziélnika, od logarytmu dziélnego, zoſtaiącému logarytmowi, ſzukać w tablicy liczby odpowiadaiącéy; takowa, będzie żądanym wielorazém.

Np. chcąc rozdzielić 187 przez 17; ſzukam w tablicy, logarytmów tych dwóch liczb, i znayduię.

Logarytm liczby 187	-	-		2,271842
Logarytm - 17	-	-		1,230449
			Różnica -	1,041393.

która odpowiada w tablicy liczbie 11; zatém 11, ſą wielorazém żądanym.

Gdyby dzielenie niémogło bydź ſpełna odprawione, logarytm po odięciu reſztuiący, tylko po części byłby znaleziony w tablicy, lecz podamy potém ſpoſób, co w takowym razie czynić potrzeba.

Przy-

Przyczyna téy reguły, zaſadza ſię na tém, że iako wieloraz rozmnożony przez dziélnika, powinién nazád oddać dziélnego (68), tak logarytm wielorazu, dodany (210) do logarytmu dziélnika, powinién złożyć logarytm dziélnego; a zatém logarytm wielorazu, wart tyle co logarytm dziélnego, mniéy logarytm dziélnika.

216. Po tém, cośmy dopiéro powiedzieli, łatwo widzieć ſię daie, że chcąc odprawić regułę trzech przez logarytmy; trzeba dodać logarytm drugiégo wyrazu, do logarytmu trzeciego, a od ſummy odiąć logarytm wyrazu piérwſzego.

217. Uważyć nam tu należy, że ſzukaiąc w tablicach poſpolitych logarytmu powſtaiącego z iakowych działań, zaſzłych z innémi logarytmami; ieżeli między ſzukanym logarytmém, a logarytmém w tablicach położonym, różnica niebędzie większa, nad iednę iedność oſtatniéy cyfry, różnicę takową za nic ſobie poczytać trzeba; logarytmy albowiém wſzyſtkich liczb pośrzednich, w progreſſyi dzieſiątnéy, nieſą tylko logarytmy przybliżone, prawie około o iednę połowę dzieſiątnéy, ſiódmego mieyſca, czyli dzieliętć milionowéy cząſtki.

O Liczbach, których Logarytmy nieznayduią się w Tablicy.

218. Ułamki, i całkowitki z ułamkami złączone, niémaią w tablicy swoich logarytmów, toż samo rozumiéć trzeba, o piérwiastkach kwadratowych, sześciénnych, i. t. d. liczb, które nieśą doskonałémi stopniami takowych piérwiastków. Gdyby potrzeba było znaléśdź, logarytm liczby całéy z ułamkiém złączonéy; trzeba naprzód wszystko obròcić w ułamek, a potém odiąć logarytm mianowika, od logarytmu, nowo złożonego licznika.

Np. Chcąc miéć logarytm liczby $8\frac{3}{11}$; szukam logarytmu ułamka $\frac{91}{11}$, który znayduię, odéymuiąc logarytm 11*stu*, 1,041393, od logarytmu 91, 1,959041, reszta pozostała 0,917648, iest logarytmém liczby $8\frac{3}{11}$; ponieważ $8\frac{3}{11}$, albo $\frac{91}{11}$ nieco innego iest, tylko 91, rozdzielone przez 11. (90).

219. Gdyby ułamek złączony z całkowitką, był dziesiątnym ułamkiém; w tym razie, bez żadnego względu na kryskę, która odłącza dziesiątne w liczbie zadanéy, szukać potrzeba logarytmu takowéy liczby, który znalazłszy, od céchy iego, odéymie się tyle iedności ów, ile cyfer dziesiątnych, w zadanéy liczbie znaydowało się.

Np.

Np. Chcąc znaléśdź logarytm liczby 1,53, biorę logarytm liczby 153, który ieſt: 2,184691, lecz ponieważ ten logarytm, należy do liczby 100 razy większéy iak ieſt 1,53, przeto odéymuię od cechy iego 2 iedności, które ſą logarytmém 100'', co (216) odpowiada rozdzieleniu przez 100, i mam 0,184691, to ieſt logarytm liczby 1,53.

220. Taż ſama przyczyna dowodzi, że chcąc mieć logarytm iakowego ułamka, trzeba podobnież odiąć logarytm mianowika, od logarytmu licznika; lecz ponieważ takowe odéymówanie nieda ſię uczynić, gdyż logarytm mianownika będzie większy od logarytmu licznika; przeto przeciwnym ſpoſobém odiąć potrzeba będzie, logarytm licznika od logarytmu mianownika; reſzta która pokaże róznicę, o wiele odéymowanie niémogło bydź uczynione, będzie logarytmém ułamka, dodawſzy takowéy reſzcie znak, oznaczaiący, że odéymowanie niebyło ſpełna zrobione. Znak takowy ieſt taki—, który wymawia ſię *mniéy*; tak logarytm ułamka $\frac{11}{91}$ będzie.

$$-\ 0{,}917648\ ^{*}$$

221. Ten znak, ſłuży do przypomnienia w rachunkach, że z logarytmami ułam-

* *Liczby przed któremi znak — ieſt położony: nazywaią ſię liczbami przéczacémi (negativus). W Algebrze mówić o nich będziémy: tym czaſém oſtrzé-*

ułamków, w działaniach, wcale sobie przeciwnie postąpić trzeba iak z logarytmami całkowitek, albo iak z logarytmami całkowitek z ułamkami złączonych; to iest, że ieżeliby trzeba mnożyć przez ułamek, to logarytm iego odiąć należy; maiąc zaś przeciwnie dzielić przez ułamek, to logarytm iego ma bydź dodany.

Co do mnożenia: przyczyna przepisanego postępku na tém zawisła, że mnożyć przez ułamek, iestto iedno, co rozmnożyć przez licznika, a rozdzielić przez mianowika; a zatém odprawuiąc działanie przez logarytmy, trzeba dodać logarytm licznika, a potém odiąć logarytm mianownika, albo co na iedno wychodzi, odiąć tylko, zbytek logarytmu mianownika nad logarytm licznika; więc ten zbytek iest właśnie logarytmém ułamka.

Co się tyczé dzielénia: przyczyna przepisanego w téy miérze działania, niemniéy łatwo daie się poiąć; iakóż dzielić przez $\frac{3}{4}$ *np.* iest iedno (101) co rozmnożyć przez $\frac{4}{3}$, a zatém czyniąc to działanie przez logarytmy, trzeba dodać lo-

---

gamy, że to byłoby, mieć falszywe ich wyobrażenie, ktoby ie poczytał za liczby mniéy wartuiące iak zero. Albowiém niémoże bydź nic mniéyszego nad zero.

garytm liczby $\frac{4}{3}$, to ieſt różnicę między logarytmém 4ech, a logarytmém 3ech, albo między logarytmém mianownika zadanego ułamka, i logarytmém licznika iego.

222. Gdyby ułamek, którego logarytmu ſzuka ſię, był wyrażony w dzieſiątnych; natenczas takowego logarytmu ſzukać potrzeba, iak gdyby ułamek dzieſiątny zadany, niemiał kryſki, i odiąwizy ten logarytm, od tylu iedności, ile było cyfer dzieſiątnych, pozoſtałéy reſzcie, trzeba dać znak —.

Np. Chcąc mieć logarytm liczby 0,03; ſzukam logarytmu liczby 3, który ieſt 0,477121; odéymuię go od 2, i reſzcie dodawſzy znak —, mam, —1,522879, albo logarytm liczby 0,03.

223. Może ſię trafić, iakóż ſię bardzo często przytrafia, że przeméniwſzy w ieden ułamek, całkowitkę i ułamek, których logarytmu ſzuka ſię, licznik, granice tablic przechodzi.

Np. Szukaiąc logarytmu $53\frac{821}{5764}$; ta liczba przeméniona w ułamek, uczyni $\frac{306313}{5764}$, którego licznik przechodzi granice nayobſzernieyſzych tablic.

Należy więc wiedzieć, iakim ſpoſobém znaléśdź można w powſzechności, logarytm liczby, tablicę przewyżſzaiącey.

Spo-

Sposób który podamy, nieieſt ściſły, lecz do użycia poſpolitego ieſt więcéy iak doſtateczny. Nim do opiſania go przyſtąpiémy, uważmy przodém.

224. *1ód.* Ze dodaiąc 1, 2, 3, i. t. d. iednościów, do céchy logarytmu iakowéy liczby, ta liczba mnoży ſię przez 10, 100, 1000, i. t. d. ponieważ ieſt to dodać logarytm 10*u*, albo 100*u*, albo 1000*ca*, i. t. d. (202 i 211).

2re. Przeciwnym ſpoſobém, odiąć 1, 2, 3, i. t. d. iednościów, od céchy logarytmu, ieſt to rozdzielić liczbę odpowiadaiącą, przez 10, 100, 1000. i. t. d.

225. To założywſzy, niechay zadano będzie *np.* wynaléśdź logarytm liczby 357859.

Po prawéy ręce téy liczby, oddziélam kryſką tyle cyfer, ile potrzeba, żeby ſię reſzta mogła znaléśdź w tablicy *. W tym razie oddziélam *np.* dwie cyfry, co mi da 3578,59 to ieſt, liczbę ſto razy mnieyſzą, od zadanéy liczby 357859.

Szukam w tablicy, logarytmu liczby 3578, i znayduię 3,5536403; biorę oraz na boku tego logarytmu położoną różnicę ** 1214, między tym

---

* *Rozumiémy tu poſpolite tablice logarytmów, które do 20000 albo do 10000 przynaymniey idą. Tablice* Pa Rivard, *i* Xa de la Caille *ſą dobre i wygodne; a ieſzcze dokładnieyſze ſą* Pa Gardiner, *wydane z pomnożeniem w* Aweniionie R. 1770.

** *Te różnice znayduią ſię poſpolicie w tablicach, na boku ſamychże logarytmów.*

logarytmem, a logarytmem liczby 3579; to zrobiwszy, układam następuiącą regułę trzech: *Jeżeli różnica między dwiema liczbami* 3578 *i* 3579 *o iednę iedność, daie mi różnicę między ich logarytmami* 1214, *wiele mi da między dwiema liczbami* 3578,59 *i* 3578, *różnica* 0, 59? to ieſt, ſzukam czwartego wyrazu proporcyi, którąby ſię od tych trzech poczynała.

1 : 1214 : : 0,59

Takowy czwarty wyraz wypadnie 716.26, albo opuściwſzy dzieſiątne, proſto 716; dodaię więc 716 do logarytmu 3,5536403, który był logarytm liczby 3578, i mam 3,5537119: to ieſt, logarytm liczby 3578,59: teraz żeby mieć logarytm liczby 357859, nietrzeba więcey tylko dodać dwie iedności. do cechy wynalezionego logarytmu, i będzie żądany logarytm 5,5537119; liczba albowiem 357859, ieſt ſto razy większa, od liczby 3578.59. Gdyby cyfry, które po prawey ręce oddzielić potrzeba, były wſzyſtkie zera; znalazłſzy w tablicy logarytm części po lewey ręce pozoſtałey, nietrzeba więcey nic czynić, tylko do cechy tyle iednościów dodać, ile zerów odłączyło ſię.

O Logarytmach, których liczby nieznayduią ſię w Tablicy.

226. Ta wiadomość niémniey ieſt potrzebna, od poprzédzaiącéy. W dzieleniu *np.* rzadko trafia ſię, żeby wieloraz był liczbą całą; zatem czyniąc działanie przez logarytmy, w tablicy nieda ſię znaléśdź logarytm reſztuiący, chyba w ten czas, gdy wieloraz ieſt liczbą całą: i tyſiąc innych podobnych przypadków trafić ſię może.

227. Niech nam zadano będzie znaléśdź, iakiéy liczbie odpowiada logarytm zadany, bądźto że przechodzi tablicę, bądź téż że wpada między dwa logarytmy w tablicy.

Od céchy, odiąć potrzeba tyle cyfer ile należy, ażeby znaleśdź można w tablicy, piérwſze cyfry logarytmu zadanego. Po tém przygotówaniu, ieżeli wſzyſtkie cyfry znayduią ſię w tablicy, liczba ſzukana, będzie taż ſama, która na boku w tablicach ieſt położona, lecz iey na końcu tyle zerów przydać potrzeba, ile iedności ów od céchy odięło ſię.

Np. logarytm 7,2273467 znayduie ſię w tablicy, odiąwſzy trzy iedności od céchy, i odpowiada liczbie 16879; wnoſzę więc ſtąd, że logarytm zadany 7,2273467 odpowiada liczbie 16879000.

Jeżeli w tablicy, tylko piérwſze cyfry logarytmu znayduią ſię, poſtąpić ſobie potrzeba, iak w naſtępuiącym przykładzie.

Zeby znaleśdź, do którey liczby należy logarytm 5,2432768, odeymuię od céchy dwie iedności; natenczas logarytm 3,2432768 wpada między logarytmy liczby 1750 i 1751, liczba więc, którey ten logarytm odpowiada, ieſt 1750 i ułamek.

Żebym tego ułamka doſzedł, odcinam od mego logarytmu 3,2432768, logarytm liczby 1750, to ieſt 3,242768, i mieć będę różnicę 2388.

Biorę także w tablicy różnicę 2481, między logarytmém 1751 i 1750, potém układam regułę trzech naſtępuiącą.

Jeżeli 2481, różnica między logarytmami 1751 a 1750, daie iednę iedność różnicy, między témi liczbami;

Jaką różnicę dać powinna, różnica 2388, między moim logarytmém, a logarytmém liczby 1750?

Znayduię czwarty wyraz $\frac{2388}{2481}$; a tak logarytm 3,2432768, odpowiada liczbie $1750\frac{2388}{2481}$ około; a zatém logarytm zadany, należący do liczby sto razy większey, będzie miał liczbę sobie odpowiadaiącą $175000\frac{238800}{2481}$, to iest $175096\frac{624}{2481}$; a na dziesiątne obróciwszy, odpowiadaiąca liczba wypadnie 175096,25.

228. Gdyby logarytm zadany, wpadał między logarytmy położone w tablicy, nietrzeba odéymować z céchy żadney iedności, a zatém i żadnych zerów na końcu działania dodawać; wreszcie tymże samym sposobém iak wyżey, postąpić sobie będzie należało.

229. Lecz ponieważ proporcya ktòréy w tym sposobie używamy, nieiest (ściśle ią wziąwszy) doskonała * i nieprzybliża się do prawdy, tylko gdy liczby których szukamy są wielkie; przeto gdyby logarytm zadany był niższy, od logarytmu liczby 1500, dla większéy doskonałości, trzebaby do céchy dodać tyle iednościów, ile można żeby logarytm tablic nieprzeszedł; i znalazłszy liczbę w tablicy do odpowia-

* *Ta proporcya iest wzięta, iak gdyby rożnice logarytmow, były doskonale proporcyonalne, różnicóm liczb; co nigdy doskonale nieprawdzi się, lecz w większych nieco liczbach, do doskonałości dosyć się przybliża; na czem można przestać, w użyciach pospolitych.*

powiadania naybliżſzą, po prawéy ręce ièy, odłączy ſię tyle cyfer kryſką, ile iedności ów do cèchy dodało ſię, na czém przeſtać można nayczęſciéy; lecz chcąc mieć więcéy dzieſiątnych, trzeba ułożyć proporcyą iak wyżéy (227), i czwarty wyráz na dzieſiątne obróciwſzy, takowe przypiſać, do dzieſiątnych znalezionych w tablicy.

Np. Gdyby zadano było, logarytm 0,5432725, iakiey liczbie odpowiada? ponieważ ten logarytm, wpada między logarytmy *3ech* i *4ech*, a zatém liczba, do któréy należy, ieſt daleko niżſza od 1500; przeto przydawſzy trzy iedności do iego cèchy, ſzukam tego logarytmu, to ieſt logarytmu 3,5432725; znayduię że wpada między logarytmy 3493 i 3494, ſtąd wnoſzę że liczba ſzukana, ieſt 3,493, z różnicą tylko, o iednę tyſiączną około. Lecz ieżeli na takowym przybliżeniu ſię, ieſzcze niedoſyć; wezmę różnicę między moim logarytmem, i logarytmém liczby 3493, to ieſt 739; wezmę podobnież różnicę między logarytmami liczb, 3493 i 3494, i ſzukać będę, rozumuiąc iak wyżéy (227). czwartego wyrazu proporcyi, od naſtępuiących trzech, poczynaiącéy ſię.

1243 : 1 : : 739

Ten czwarty wyráz obrócony na dzieſiątne, uczyni 0,594; a zatém liczba żądana będzie 3,493594. Wreſzcie, takowe powtórne przybliżenie ſię, ma także ſwoie granice; ponieważ logarytmy tablic, niebędąc doſkonałe około o pół iedności dzieſiątnéy ſiódmego mieyſca, różnice, tym maleńkim błędem ſą podobnież zarażone; lecz przybliżenie można zawſze pociągnąć beſpiecznie aż na trzy dzie-

 ſiątne;

ſiątne: wreſzcie, rzadko trafia ſię potrzeba, tak dalekiego przybliżenia; uwaga którąśmy tu podali, powinna niemniey ſłużyć, w użyciach téyże ſameyproporcyi, wyżey położonych (225 i 227).

230. Chcąc mieć ułamek, któremu odpowiada logarytm zadany *przéczący*; ten logarytm odiąć potrzeba, od 1, 2, 3, albo 4, i. t. d. iednościów, podług rozległości tablic; a znalazłſzy liczbę odpowiadaiącą pozoſtałemu logarytmowi, po prawéy ręce iéy oddzielić trzeba kryſką, tyle cyfer, od wielu iednościów, był odciągniony ów logarytm.

Np. Chcąc wynaleśdź iakiemu ułamkowi odpowiada logarytm — 1,5327325; odéymuię logarytm 1,5327325 od 4. i zoſtaie mi 2,4672675; który w tablicach, znayduie ſię między logarytmami liczb 293 i 294; wnoſzę ſtąd że ułamek żądany ieſt między 0,0293 i 0,0294; to ieſt, że ieſt 0,0293 przybliżony o iednę dzieſięćtyſiączną.

Wrzeczy ſamey, odiąć od 4, logarytm zadany 1,5327325, ieſtto (221), rozmnożyć 10000 przez ułamek, do którego należy tenże zadany logarytm, albo co na iedno wychodzi, ieſtto rozmnożyć ten ułamek przez 10000; a zatém liczba znaleziona, ieſt 10000 razy większa; trzeba ią więc, rachować za dzieſięćtyſiączne.

Tego wſzyſtkiego, cośmy dotąd mówili, znaydziemy niżéy bardzo częſte użycia. Teráz nam doſyć na tém będzie, gdy podamy niektóre przykłady, które

by

by nas przekonały o użyteczności logarytmów, co do łatwości i prędkości w rachówaniu.

PRZYKŁAD I.

Mam szukać *np.* Wielorazu liczby 17954. rozdzieloney przez 12836, przybliżonego aż o iednę tysiączną.

Logarytm 17954	- - -	4, 2541612.
Logarytm 12836	- - -	4, 1084297.
	Reszta	0, 1457315.

Téy reszty szukaiąc w tablicach, z cechą mocnieyszą o 4 iedności, znayduię liczbę odpowiadaiącą 13987; a zatém wieloraz żądany iest 1, 3987.

PRZYKŁAD II.

Zadano mi iest wyciągnąć pierwiastek sześcienny, przybliżony o iednę tysiączną, z liczby 53.

Logarytm 53*ech* iest	- - -	1, 7242759.
Trzecia część, albo tróyka iego (215)		0, 5747586.

Któréy szukaiąc w tablicy, z cechą mocnieyszą o 8 iedności; znayduię liczbę odpowiadaiącą 3756, a zatém żądany pierwiastek będzie 3, 756.

Żeby poznać użyteczność Logarytmów, nietrzeba tylko poszukać takowego pierwiastka podług podanego wyżey sposobu (146).

PRZYKŁAD III.

Niechay będzie zadano, rozmnożyć 4, 53 przez 0, 527.

(219) Logarytm 4, 53	- - -	0, 6560982.
(222) Logarytm 0, 527	- - -	0, 2781894.
więc (221)	- - - - - - -	0, 3779088.

który iest (227) logarytmém liczby 2. 38731.
Wreszcie, w tym i tym podobnych przykładach, niéma potrzeby udawać się do reguł danych (219 i 222), do-

doſyć ieſt, dodać razem logarytmy dwóch liczb zadanych, iak gdyby dzieſiątnych niebyło, a znalazłſzy liczbę odpowiadaiącą, odłączyć (64) tyle dzieſiątnych, ile ich było w obu czynnikach.

P R Z Y K Ł A D IV.

Jeſt zadano, znaleśdź cztery śrzódki proporcyonalne Jeometryczne, między liczbami $2\frac{2}{3}$ i $5\frac{3}{4}$.

Trzebaby podług (99) dla wynalezienia ſtóſunku progreſſyi, rozdzielić $5\frac{3}{4}$ przez $3\frac{2}{3}$, i z wielorazu wyciągnąć piąty pierwiaſtek.

Przez logarytmy, ieſt działanie próścieyſze; ſzukam logarytmów liczb $5\frac{3}{4}$ albo $\frac{23}{4}$, i $2\frac{2}{3}$, albo $\frac{8}{3}$; Znayduię, 0,7596678 i 0,4259687. Odeymuię ten oſtatni, od pierwſzego (216), i reſzty (215) biorę piątą część; która będzie, 0,0667398, to ieſt logarytm ſzukanego ſtóſunku. Liczba, temu logarytmowi odpowiadaiąca ieſt 1,1661, przybliżona o iednę dzieſięć tyſiączną. A tak, chcąc mieć śrzodki proporcyonalne żądane, nietrzeba nic więcey, tylko rozmnożyć pierwſzy wyraz $2\frac{2}{3}$, przez 1,1661: a potém mnogość znowu przez 1,1661, i. t. d.

Lecz do prędkiego odprawienia takowych mnożeń, ieſzcze użyć można logarytmów; doſyć ieſt dodać koleyno wynaleziony logarytm ſtóſunku, ráz, dwa, i t. d. wzięty, do logarytmu pierwſzego wyrazu $2\frac{2}{3}$ także wynalezionego, wypadki będą naſtępuiące.

			ſrzodki proporcyonalne odpowiadaią:
Log: $2\frac{2}{3}$	-	0,4259687,	
więcey log:	ſtóſunku	0,4927085.	3, 109
więcey 2 razy log:	ſtóſunku	0,5594483.	3, 626
więcey 3 razy log:	ſtóſunku	0,6261881.	4, 228
więcéy 4 razy log:	ſtóſunku	0,6929279.	4, 931

O

O Dopełniéniu arytmetycznêm i użyciu onego.

231. Kiedy w działaniu czynionêm przez logarytmy, znayduią się logarytmy, które trzeba odéymować; przez następuiącą uwagę działanie uczynić można prościéyszém. Maiąc odéymować liczbę bądź iakąkolwiek, od drugiéy, która iest iednością, po sobie tyle zerów maiącą, ile w pierwszéy cyfer znaydzie się; działanie wychodzi, na napisanie tylko różnicy między 9, i każdą cyfrą liczby zadanéy, oprócz ostatniéy, w któréy pisze się różnica między 10, i ostatnią cyfrą.

Np. maiąc 526927, odiąć od 1000000; odéymuię koléyno cyfry 5, 2, 6, 9, 2 od 9, ostatnią zaś cyfrę 7, odéymuię od 10, i mieć będę resztę 473073.

Ta reszta, nazywa się *dopełniéniém arytmetycznêm* (complementum arithmeticum) liczby zadanéy.

Odéymowánie tym sposobém zrobione, iest tak proste, że go za działanie liczyć niemożna; idzie zatém, że chcąc złożyć wypadek iakowy, z dodania i odięcia kilku liczb wynikaiący, działanie da się zawsze przemiénić w samo dodawanie.

Np. trzeba dodać dwie liczby 672736 i 426452, a od ich summy odiąć dwie liczby 432752, i 118675; to to działanie wyciąga dwoyga dodania, i iednego odeymowania; zamiaſt których działań, używam naſtępuiącego: - - - 672736

naſtępuiącego: - - -		672736
		426452
Dopełniénie arytmetyczne liczby	432752	567248
Dopełniénie arytmetyczne liczby	118675	881325
	Summa	~~2~~547761

to ieſt, dodaię razém dwie pierwſze liczby zadane, i dopełniénia arytmetyczne dwóch oſtatnich; ſumma wypadnie 2547761; pierwſzą cyfrę 2, od lewéy ręki poczynaiąc, przemazać trzeba, a pozoſtałe cyfry 547761 będą żądanym wypadkiém.

Przyczyna tego działania łatwo poiąć ſię daie; uważaiąc że zamiaſt odięcia liczby 432752, iak zadano było, dodaię dopełniénie iéy arytmetyczne, to ieſt 1000000, mniéy 432752; czynię więc oraz odięcie zadane, i pomnożenie o 1000000, to ieſt o ieden dzieſiątek pierwſzéy cyfry wypadku; a zatém ile dopełniéniów arytmetycznych przydam, tyle mieć będę dzieſiątków zawiele, względém pierwſzéy cyfry wypadku.

Użycie tego w logarytmach, ieſt oczywiſte.

PRZYKŁAD I.

Niech zadano będzie rozdzielić 3760 przez 79; trzebaby odiąć logarytm liczby 79, od logarytmu liczby 3760; zamiaſt tego działania piſzę.

Log: 3760. - - - -		3,5751878.
Dopełn: arytm: log: 79 -		8,1023729.
	Summa	~~1~~1,6775607.

A tak 1,6775607, ieſt logarytmém wielorazu, który odpowiada liczbie 47,59 przybliżonéy o iednę ſetną.

PRZYKŁAD II.

Gdyby potrzeba było rozmnożyć $\frac{675}{527}$, przez $\frac{952}{377}$; należałoby (97) rozmnożyć 675 przez 952, i 527 przez 377, a potém rozdzielić pierwſzą mnogość przez drugą. Przez logarytmy, działanie ſkończy ſię na tém, co naſtępuie.

Log:

Log: 675	- - - -	2,8293038.
Log: 952	- - - -	2,9786369.
Dopeł: arytm: Logarytmu 527		7,2781894.
Dopeł: arytm: Logarytmu 377		7,4236596.
	Summa	20,5097897.

A zatém, logarytm mnogości ieſt 0,5097897, którego ſzukaiąc z céchą większą o trzy iedności, odpowié liczbie 3,234.

Dopełniénie arytmetyczne użyć ſię daie, do wyrażenia logatytmòw ułamkowych, pod tąż poſtacią iak liczb całych, i do użycia ich w rachunkach tymże ſpoſobém. Przez co, uniknąć można rożności logarytmòw *przéczących* i logatytmów *twierdzących* (poſitivus). Pamiętać tylko potrzeba że cécha logarytmu ułamków właściwie rzeczonych, o 10 iednościów będzie zamocna.

Np. chcąc mieć logarytm ułamka $\frac{3}{4}$, który (89) nieieſt co innego tylko 3, rozdzielone przez 4; zamiaſt odięcia logarytmu 4*rech* od logarytmu 3, to ieſt, zamiaſt odięcia logarytmu 3, od logarytmu 4, i dania reſzcie (220) znaku —; dodaię do logarytmu 3, dopełniénie arytmetyczne logarytmu 4;

Log: 3.	- - -	0,4771213.
Dopeł: arytm: logarytmu 4.	-	9,3979400.
	Summa	9,8750613.

Summa, ieſt logarytmem ułamka $\frac{3}{4}$, którego cécha o 10 iednościów ieſt zamocna. Zmniéyſzenia takowego, niéma potrzeby zaraz czynić; można to odłożyć na koniec działań, które będą z tym logarytmem przedſięwzięte.

Taż

Taż fama reguła fłuży do ułamków dziefiątnych.

Tak, chcąc mieć logarytm ułamka 0, 575, który nieieft co innego tylko $\frac{575}{1000}$; do logarytmu 575, dodaię dopełnienie arytmetyczne logarytmu 1000[a], co w ogólności mówiąc, na iedno wychodzi, iak wziąść logarytm ilości dziefiątney zadaney, iak gdyby w tey ilości kryfki niebyło, i do cechy tego logarytmu dodać tyle iednościów, ile czyni różnica między 10, i liczbą cyfer dziefiątnych. W niniéyfzém zadaniu *np.* do cechy logarytmu 2, 7596678, liczby 575, dodam 7, to ieft różnicę między 10, i liczbą *3ech* dziefiętnych, znayduiących fię w ilości 0, 575; i mieć będę logarytm 9, 7596678, to ieft logarytm ułamka 0, 575; tego nieprzepominaiąc że cécha o 10 iednościów będzie zamocna.

Dopełniéniów arytmetycznych tak używaiąc, zamiaft przéczących logarytmów ułamkowych; nieieft trudniéy znaléśdź w tablicy, wartości dziefiątne tychże ułamków. Wiedząc że logarytm zadany, ieft albo zawiéra w fobie iedno lub kilka dopełniéniów arytmetycznych; wiém że cécha iego będzie zamocna o tyle dziefiątków, wiele weń wchodzi dopełniéniów arytmetycznych; a tak, ieżeli liczbę tych dziefiątków przechodzi, łatwo ią będzie zmniéyfzyć, i znaléśdź liczbę iakiéy logarytm odpowiada, i którą będzie albo fama cała, albo cała z ułamkiém złączona.

Lecz ieżeli cécha będzie mniéyfza, iak liczba dziefiątków, o które ieft zawielka; logarytm należeć zapewne będzie do ułam-

ułamka, ktòry znaydę następuiącym sposobém. Szukam podług (226 i daléy), którey liczbie logarytm zadany odpowiada; a znalazłszy, oddzielę kryską po prawéy ręce, tyle dziesiątków cyfer, ile cécha, ma w sobie dziesiątków zbytnich.

Np. gdyby mi był zadany logarytm 8,7322350 wynikły z działania, w które weszło iedno dopełnienie arytmetyczne; ponieważ cécha mniéy waży iak 10, widzę że ten logarytm odpowiada ułamkowi. Szukam naprzód (227) iakiéy liczbie odpowiada 8,7322350, uważaiąc ią iako logarytm liczby całéy; znayduię że odpowiada liczbie 539802600; oddzieliwszy 10 cyfer, mam 0,0539802600, wartość przybliżoną ułamka, logarytmowi odpowiadaiącego.

Lecz ponieważ bardzo rzadko trafia się, żeby potrzeba było ułamkòw, w tak wysokim stopniu przybliżonych, można działanie skrócić; zmniéyszaiąc zaráz céchę zadanego logarytmu, o tyle ile potrzeba, żeby ią znaléśdź można było w tablicach, i biorąc tylko liczbę odpowiadaiącą, oddzieli się tyle cyfer mniéy, iak przepisuie poprzédzaiąca reguła, ile iednościów od céchy odięło się.

Tak, w danym wyżéy przykładzie, céchę o 5 iednościów zmniéyszam, i znalazłszy liczbę odpowiadaiącą 5398, oddzielam 5 cyfer tylko, i mam 0,05398.

W podnoszeniu liczby do stopniów, uważać trzeba (213) że mnożąc logarytm przez liczbę, która oznacza stopień podniesienia, mnożyć się także będzie ten zbytek, o który cecha była zawielka; a zatem, wynosząc do trzeciego stopnia np, ieżeli w logarytm zadany wchodzi dopełnienie arytmetyczne, to iest, ieżeli cecha o 10 iednościów iest za wielka; cecha logarytmu sześcianu będzie o 30 iednościów zawielka, i tak o innych; łatwo ią więc, do należytey wartości zaraz przyprowadzić można, albo też to potem nadgrodzić.

W wyciąganiu pierwiastków, gdy wchodzą dopełnienia arytmetyczne w logarytmy użyte; żeby uniknąć wszelkiey omyłki, trzeba pamiętać dodać i odiąć od cechy tyle dziesiątków ile potrzeba, ażeby to, o wiele będzie zamocna czyniło tyle dziesiątków, ile znayduie się iednościów w liczbie, oznaczaiącey stopień pierwiastka; i podług reguły pospolitey rozdzieliwszy przez liczbę, oznaczaiącą stopień pierwiastka, cecha będzie właśnie o 10 iednościów zamocna.

Np. gdyby potrzeba było sześciennego pierwiastka ułamka $\frac{276}{547}$; do logarytmu 276, dodaię dopełnienie arytmetyczne logarytmu 547.

Logarytm 276	- -	2,440901.
Dopeł: arytm: logarytmu liczby 547		7,262012 7.
	Summa	9,7029218.
Do któreyto cechy dodaię	- -	20.
		29,7029218.

ażeby stała się o trzy rotki zamocną, i mam 29, 702918, którego logarytmu wzięta iedna troyka 9.900973, iest logarytmem żądanego sześciennego pierwiastka, lecz z cechą o 10 iednościów zamocną; przeto podług tego co się wyżey powiedziało. znayduię pierwiastek sześcienny o iednę dziesięć tysiączną przybliżony 0,7961.

FUN-

TABLICA
WAG i MIAR
W ARYTMETYCE UŻYWANYCH
TUDZIEŻ CHARAKTERY SŁUŻĄCE DO OZNACZENIA ICH.

MONETA.

Charaktery *Poddziały.*

L. znaczy Liwra Francnzka
s. . . . . Sold Francuzki.
d. . . . . Denar Francuzki.

		denarów
1. Sold		12
1. Liwra	20	240

Czas

d. znaczy . . . . dzień.
g. . . . . . godzina.
'. . . . . . minuta.
''. . . . . . minuta wtóra

			min: wtóre.
1. min:			60
1. godz:		60	3600
1. dzień	24	1440	86400

WAGA

Waga grzywienna Paryzka (Poids de marc)

ft. znaczy . . . . font
G. . . . . . grzywna
U. . . . . . uncya.
D. . . . . . dragma.
S. . . . . . ſkrupuł.
Z. . . . . . ziarno.

Ziar-

					Ziarna
				1 skrup:	24
			1 drag:	3	72
		1 unc:	8	24	576
	1 grzyw:	8	64	192	4608
1 funt	2	16	128	384	9216

Waga Angielska (de Troy)

Téy wagi używaią w Anglii, do ważenia rzeczy drobnych i drogich, uncya waży $585\frac{1}{12}$ ziarn, wagi Paryzkiéy.

				Ziarna
			1 skrup:	20
		1 drag:	3	60
	1 unc:	8	24	480
1 funt	12	96	288	5760

Waga Angielska, (Avoir du poids)

Téy wagi używaią w Anglii, do ciężarów, i wielkich rzeczy, iest także w użyciu w Artyleryi; uncya waży 533 ziarn, wagi Paryzkiéy.

			dragmy
		1 unc:	16
	1 funt	16	256
1 Cent:	112	1792	28672

Mia-

s. znaczy . . . . . . sążeń
ſt. . . . . . . ſtopa
c. . . . . . . cal
l. . . . . . . linia
p. . . . . . . punkt

					Punkta
				1 linia	12
			1 cal	12	144
		1 ſtopa	12	144	1728
1 ſążeń		6	72	864	10368

Każda kratka w téy tablicy, oznacza wiele mieści ſię iedności ów, wyżéy napiſanego gatunku, w iedności pierwſzéy, od ktoréy linwa poczyna ſię, i takowe iedności, ſą po prawéy ręce w kratkach położone, w linii poziemnéy z głowną iednością.

Krok poſpolity zawiera w ſobie . . . . $2\frac{1}{2}$ ſt.
Krok Geometryczny . . . . 5 ſt.
Łokieć Paryzki . . . . 3 ſt. 7 cal: 10 l. $\frac{4}{5}$
Stopa Paryzka rozdzielona na . . . . . 1440 części.
Stopa Londyńſka ma takichże . . . . . 1351, 7.
Stopa Reńſka . . . . 1392.

Przydatek wag i miar kraiowych poſpolicéy używanych, tudzież monet zagranicznych.

Waga.

Szyfunt waży Kam: 13. albo 416. funtów.

						1. Cwierćł:
					1 Połłoć:	2
				1 Łót	2	4
			1 Grzyw:	16	32	64
		1 funt	2	32	64	128
	1 Kam:	32	64	1024	2048	4096
1 Cetn:	5	160	320	5120	10240	20480

Łokieć Warſzawſki ma w ſobie części 2632, takich na iakich 1440. ſtopa Francuzka rozumie ſię bydź podzielona.

Łokieć Litewſki ieſt równy dwóm ſtopóm Paryzkim.

Poddziały Łokcia.

				1 Punkt
			1 Liniia	12
		1 Cal.	12	144
	1 Stopa	12	144	1728
1 Łokieć.	2	24	288	3456

Poddziały Sznura mierniczego.

					Linii
				1 Cal.	12
			1 Stopa	12	144
		1 Łokieć	2	24	288
	1 Pręt	7 ½	15	180	2160
1 Sznur.	70	75	150	1800	21600

w Litwie Pręt poddziela ſię ieſzcze na 10. pręcików.

M O N E T A.

We Francyi.

Luidor, ieſt ſztuka złota wartuiąca 24. liwry.
Wielki talar, ſztuka śrzebrna, warta 6. liwrów.
Mały talar, ſztuka śrzebrna, warta 3. liwry.
Kupcy Warſzawſcy, rachuią na czerwony Złoty 10. liwr: i 12. ſoldów.

w Hol-

Czerw: złot: daie ſię poſpolicie w 5. zł: i 5. ſtywr. a w banku waży tylko 5. złot.

						Den: Holl:
1. Fenik.						8
1. Styw:					2	16
1. Szyling				6	12	96
1. Złot.			$3\frac{1}{3}$	20	40	320
1. Taler.		$2\frac{1}{2}$	$8\frac{1}{3}$	50	100	800
1. Liwr.	$2\frac{2}{5}$	6	20	120	240	1920

Pieniądze Bankowe, w Amſzterdamie różnią ſię, od pieniędzy biegu zwyczaynego, tak że 104. albo 105. Złł, w zwyczaynym biegu, neważą tylko 100. Złł: w Banku.

w Anglii.

			Denarów
1. Sold a. Szeling.			12
1. Liwr-ſterling.		20	240
1. Gwinea	$1\frac{3}{40}$	$21\frac{1}{2}$	258

Kupcy Warſzawſcy, biorą Liwr-ſterling, za 40. Złł. Poll.

w Niemczech.

w Wiedniu, Pradze, Frakforcie nad Menem, w Norymberdze w Augſzpurgu; na Monetę Państwa Ceſarſkiego

Czerw: zł: waży 4. złot. 10. gr: (m. l. w.)

			Feników
1. Grayc.			4
1. Złoty		60	240
1. Taler	$1\frac{1}{2}$	90	360

			Feników
		1. Dbry groſz.	12
	1. Taler.	24	288
1. Czerw: złot:	$2\frac{3}{4}$	66	792

czaſem mniey
czaſem więcey.

w Berlinie, Frakf: nad Odrą, Magdeburg: i Margr: Brandeb:
Przed uſtanowiéniém Banku R. 1765, rachówano iak w Saxonii

zaś po uſtanowiéniu Banku.

			Denary.
		1. Sold.	12
	1. Liwr.	30	360
1. Czerw: Zł:	2 [illegible]	66-68	792

w WROCŁAWIU i SLASKU PRUSKIM.

Rachuią także na pieniądze *Sląſkie*; Taler zwyczayny czyni $1\frac{1}{8}$. tal: Sląs.

		Denary.
	1. Grosz.	20
1. Taler.	30	600

w HAMBURGU.

Takich 116. ſoldów, nieczynią w Banku, tylko 100. ſold.

			Denary.
		1. Sold.	12
	1. Grzyw.	16	192
1. Taler.	3	48	576

w KRO-

w Gdańſku ieſt moneta Gdańſka i Pruſka: na Pruſką Czerw: Złł: waży 9. Złt: na Gdańſką, złt: 9. i 20. gr. (m. l. w.)

				Feniki.
1. Szeląg				6
1. Groſz			3	18
1. Złoty.		30	90	540
1. Taler.	3	90	270	1620

w *Moskwie.*

w Hollandyi biorą rubla za 50. ſoldów; a w banku zą 48. ſoldów.

			Moſkwiewki
1. Kopiyka			2
1. Grzyw:		10	20
1. Rubel.	10	100	200

w *Kurlandyi.*

Czerw: zł: waży 2, talery albo 6. złot.

		Groſzy
1. Złoty.		30
1. Taler.	3	90

w *Rzymie.*

Szkud złoty, waży 1524. półkwadry:

					Pół kwadryn.
1. Kwadr:					2
1. Baiok.				5	10
1. Paul.			10	50	100
1. Teſton		3	30	150	300
1. Szkud.	3 $\frac{1}{3}$	10	100	500	1000

Czerw: zł: Pap: waży 21. Paulów. (m. l. w.)

w WENECYI.

	Lira	Sold	Denary
1. Sold.			12
1. Lira.		20	240
1. Dukat.	$6\frac{1}{5}$	124	1488

Dukaty Bankowe ſą inſze; 100. duk: bank: ważą 960. lirów Duk a bank: dzieli ſię na 24. gr. w Hollandyi biorą go za 90. ſen: Flamm: Czerwony złoty zaś Hollenderſki, waży $2\frac{2}{5}$ duk: bank: Weneckie. (m. l. w.)

w GENUYI.

	Sold	Denary
1. Sold		12
1. Lira	20	240

100. Lirów bankowych. waży 115. Lir: zwyczaynych. Czerw: zł: wypada na 13. lir: i 8. ſold.

Szkud złoty waży 1. Lir 8. ſold.
Szkud śrzebrny 7. 12.
Piaſtr - - - 5.
Szkud w wexlach 4.

w KONSTANTYNOPOLU.

Cz: zł: oſzaçowany ieſt .. na 160. Paras, ale podług ceny wexlowey w Amſzterdamie, waży 150. Par: Cekin oſzacowano na 155. Paraſ: ſą też i piaſtry; ważące po 100. Aſprów.

	Star: ślot.	Now: ślot.	Olik.	Beslik.	Paras.	Aſper	Manteiry
1. Aſper							4
1. Paras.						3	12
1. Beslik.					$1\frac{2}{3}$	5	20
1. Olik.				2	$3\frac{1}{3}$	10	40
1. Now: ślot.			8	16	$26\frac{2}{3}$	80	320
1. Star: ślot.		$1\frac{1}{8}$	9	18	30	90	360
1. Piaſtr.	$1\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{2}$	12	24	40	120	480

Dla porównania wartości tych monet, z kraiową, doſyć będzie wiedzieć. że 3. złote Polſkie ważą.

w Francyi . 2. Liwry.
w Hollandyi . 140. Denarów.
w Anglii . 22. Denarów.
w Wiedniu . 45. Graycarów.
w Saxonii . 12. Dobrych gros.
w Berlinie . 11. Soldów.
w Sląſku . 45. Graycarów.

w Hamburgu 18. Soldów bank.
w Krolewcu 44. Groſzy 2. ſzel.
w Petersburgu 38. Kopiików.
w Rzymie 192. Baioków.
w Weneeyi 4. Liry.
w Genui 502. Denarów.
w Koſtantynopol: 80. Aſprów.

Tey ewaluacyi iednakże, nielubią trzymać ſię kupcy; iako o tém mieliśmy okazyą, dokładniey powiedzieć na inſzém mieyſcu.

TREŚĆ
FUNDAMENTOW.

Ilość, ieſt to wſzyſtko, cokolwiek daie ſię zwiękſzyć albo zmnieyſzyć. l. 1.

Arytmetyka ieſt nauka liczebna. . . . . l. 2.

Iedność, ieſt wyraz przyſtoſowania wſzelkiey ilości, do drugiey ilości, tegoż gatunku. . . . . l. 4.

Liczba wyraża wiele ieſt iedności ów, albo części iedności ów, w iakiey ilości. l. 5.

Liczba niemianowana, ieſt która żadnego gatunku nie wyraża. . . . . l. 6.

Liczba mianowana, ieſt która iakowy gatunek rzeczy wyraża. . . . l. 6.

Liczenie, ieſt nauka wymawiania, i wyſtawiania liczb. 7.

Praktyka liczenia, gruntuie ſię na tym fundamencie powſzechney zgody, że gdy ieſt wiele cyfer w iedney linii napiſanych, z iedności ów wyrażonych przez każdą z takowych cyfer, każda wárta dzieſięć razy więcey, iak iedność cyfry, po prawey ręce będącey, a dzieſięć razy mniey, iak iedność cyfry, po lewey ręce położoney. l. 15.

Liczby ſamotne, niemaią w ſobie tylko ieden gatunek iedności ów. . . l. 18.

Liczby wielorakie wyrażaią ilości, których części ſą do różnych iedności ów przyſtoſowane. . . l. 18.

Dzieſiątne, ſą części, coraz dzieſięć razy mnieyſze, iak iedność; wyrażaią ſię przez cyfry po prawey ręce iedności ów położone; od tychże iedności ów kryſką będąc oddzielone. . . . l. 21.

Li-

ka, i nazywa ſię licznik. l. 76.

Licznik i mianownik nazywaią ſię dwa wyrazy ułamka. . . . . l. 78.

Wyrażenie ułamkowe, którego licznik ieſt większy od mianownika, ieſt warto więcéy iak iedność. l. 79.

Kiedy wyrażenie ułamkowe, więcéy warto iak iedność, wartości iego dóyśdź można, dzieląc licznika przez mianownika. . . l. 80.

Liczbę całą, można przemienić w ułamek gatunku naznaczonego, mnożąc ię przez mianownika tego ułamka. . . . . l. 80.

Wartość ułamka nieodmiénia ſię, mnożąc, lub dzieląc, oba wyrazy przez tęż ſamę liczbę. . . l. 81. 82.

Na tym fundamencie, można dać przyczynę przywiedzenia, wielu ułamków do ſpólnego mianownika; albo do nayprościéyſzego wyrażenia. . . l. 83. 84. 86.

Liczba piérwſza, ieſt ta, która niéma innego dziélnika, tylko iedność, albo ſiebie ſamę. . . l. 87.

Ułamek można uważać, iako wieloráz pochodzący z podzielenia, w którym licznik był dziélnym, a mianownik dziélnikiém. l. 89.

Ułamek można przemiénić na dzieſiątne, dzieląc licznika przez mianownika, przydawſzy mu wprzód, tyle zerów, ile zechcę miéć dzieſiątnych. . . . l. 92.

Chcąc dodać ułamki, albo ie odiąć, trzeba wprzód żeby były przywiedzione do ſpólnego mianownika; potém dodaią ſię lub odéymuią liczniki, a ſummie lub reſzcie, przydaie ſię mianownik ſpólny. l. 94. i 95.

Chcąc rozmnożyć ułamek przez ułamek, trzeba rozmnożyć licznika przez licznika, i mianownika, przez mianownika. . . . . l. 97.

Chcąc rozdzielić ułamek, przez ułamek, trzeba ie rozmnożyć, ale, ułamek dziélnika, wprzód przewróciwſzy. . . . . l. 101.

Dóyśdź wártości ułamka, ieſt to ſzukać, wiele wárt, w częściach pomniéyſzych, głownéy iedności, któréy część wyraża. . l. 104.

Ułamek ułamka, ieſt równy mnogości wſzyſtkich ułamków, które wchodzą w iego wyrażenie. l. 108.

Dodawanie, i odéymowanie liczb wielorakich, nieróżni ſię od liczb ſamotnych, tylko przez rozmaite poddziały iedności. l. 110. 111.

Liczba, ieſt częścią wielokrotną drugiéy, gdy w

niéy

Mo-

Można przybliżyć się do piérwiastka sześciénnego liczby, która nieiest doskonałym sześcianém, dodawszy na końcu téy liczby, trzy razy tyle zerów, ile mieć zechcę dziésiątnych, w piérwiastku. . . . l. 147.

Chcąc wyciągnąć sześciénny piérwiastek z ułamka, wyciąga się piérwiastek sześciénny z licznika, i z mianownika. . l. 148. i daléy.

Stósunek iest wypadek z z przystósowania do siebie dwóch ilościów. . l. 152.

Stósunek Arytmetyczny, zawisł, na różnicy dwóch ilościów przystósowanyh do siebie. . . . . l. 153.

Stósunek Jeometryczny, zawisł na liczbie razy, ile iedna ilość druga w sobie zawiéra. . . . l. 154.

Stósunek Arytmetyczny nieodmiénia się, gdy dwóm iego wyrazóm dodaie się, albo od obu odcymuie się, taż sama ilość. . l. 159.

Stósunek Jeometryczny, nieodmiénia się, gdy oba wyrazy, mnożą się albo dzielą, przez tęż samę liczbę 160.

Cztéry ilości, są w proporcyi, gdy stósunek dwóch piérwszych, iest równy stósunkowi dwóch ostatnich. Proporcya iest arytmetyczna, albo ieometryczna, podług natury stósunków, onę składaiących. . . . l. 162.

Proporcya ciągła iest ta, w któréy wyrazy śrzednie są sobie równe. . l 164.

W każdéy proporcyi arytmetyczné́y summa skraynych, iest równa summie śrzednich. . . l. 166.

W proporcyi arytmetycznéy ciągłéy, summa skraynych, iest dwa razy tak wielka, iak wyráz śrzedni. . . . . l. 167.

W proporcyi ieometrycznéy, mnogość skraynych iest równa mnogości śrzednich. . . . l. 168.

A ieżeli proporcya iest ciągła, mnogość skraynych iest równa kwadratowi wyrazu śrzedniego. . . l. 168.

Czwarty wyráz proporcyi ieometrycznéy, iest równy mnogości drugiego, rozmnożonego przez trzeci, rozdzielonéy, przez piérwszy wyráz. . . . . l. 169.

Jeżeli cztéry ilości są takie, że mnogość skraynych iest równa mnogości śrzednich, te cztéry ilości są w proporcyi. . . l. 170.

Jeżeli cztéry ilości są w proporcyi, nieprzestaną bydź takie, choć skrayne na miéyscé śrzednich będą przestawione, a śrzednie na miéysce skraynych, albo choć miéy-

przywiéśdź do ſtanu proporcyi, w któréy ſtoſunki ſą ſkładane. . . . l. 186.

Reguły ſpółki ieſt célém, rozdzielić liczbę na wiele części, któreby między ſobą, miały dane ſtóſunki. l. 187.

Progreſſya arytmetyczna ieſt rzęd wyrazów, też ſamę różnicę maiących. l. 188.

Którykolwiek wyraz progreſſyi arytmetyczney, ſkłada ſię z piérwſzego, więcéy tyle razy ſtóſunek, albo różnica, ile wyrazów przed nim znayduie ſię. l. 190.

Progreſſya ieometryczna, ieſt rzęd wyrazów, z których każdy zawiéra w ſobie równą liczbę razy, wyraz naſtępuiący, albo w nim ieſt zawarty. . . . l. 195.

Którykolwiek wyraz progreſſyi ieometryczney roſnącéy, ſkłada ſię z piérwſzego, rozmnożonego tyle razy, raz poráz przez ſtóſunek, ile wyrazów przed nim znayduie ſię. . . . . . l. 196.

Logarytmy ſą liczby w progreſſyi arytmetyczney, które, wyraz w wyraz, odpowiadaią, podobnemuż rzędowi liczb, w progreſſyi ieometryczney będącému. 200.

W układaniu logarytmów w poſpolite użycie wziętych, na odpowiadanie progreſſyi ieometryczney dzieſiątney: 1: 10: 100: 1000: i. t. d. obrano progreſſyą arytmetyczną, 0, 1. 2. 3. i. t. d. . l. 201.

Cécha logarytmu liczby, znaczy w którym dzieſiątku zawiéra ſię ta liczba, l. 206.

Summa logarytmów dwóch liczb, ieſt równa logarytmowi, ichże mnogości. l. 210.

Logarytm któregokolwiek ſtopnia liczby, ieſt równy logarytmowi, téy liczby, rozmnożonému, przez liczbę, która ten ſtopień oznacza. licz. 213.

Logarytm piérwiaſtka liczby, ieſt równy logarytmowi téy liczby, rozdzielonému przez ſtopień piérwiaſtka. . . . . l. 214.

Logarytm wielorazu, wypadłego z rozdzielenia liczby iakiéy, ieſt równy logarytmowi dzielnego, mniéy logarytm dzielnika. l. 215.

Logarytm liczby całéy złączonéy z ułamkiém, znaléśdź można, przemiéniaiąc, tę liczbę całą w ułamek, i odéymuiąc logarytm mianownika, od logarytmu licznika. . . . l. 218.

Logarytmém ułamka, ieſt różnica między logarytmami licznika i mianownika, przed którą piſze ſię znak, oſtrzégaiący, że ta różnica

ieſt

ieſt liczbą, którą ieſzcze odiąćby trzeba; tak że logarytmy, powinny bydź w przeciwném rozumieniu użyte, iak ſą te, które ſłużą do mnożenia, i dzielenia liczb całych. . . l. 220. i 221.

Dopełnienie arytmetyczne liczby, ieſt różnica, między tą liczbą, i iednością, po któréy naſtępuie tyle zerów, ile ieſt cyfer w tey liczbie liczb. 231.

Przez użycie dopełnieniów arytmetycznych, odéymowánie, przremienia ſię w dodawanie, i logarytmy ułamków, do tych ſamych reguł przyprowadzić można, które ſłużą do liczb całych. l. 231.

KONIEC

Treści Fundamentów.

FUNDAMENTA
JEOMETRYI.

FUNDAMENTA
IEOMETRYI.

1 Rozległość, w ktorey ciało iakowe mieści ſię, ma zawſze trzy wymiary; *długość*, *ſzérokość* i *głębokość* albo *grubość*.

Lubo te trzy wymiary razém zawſze znayduią ſię, we wſzyſtkiem co tylko ieſt ciałem, przecięż częſto trafia ſię że ie w umyśle odłączamy; tak gdy myſlimy o głębokości rzéki, rowu, i. t. d, długość ich, albo ſzérokość nas niezatrudnia, podobnież ſądząc, wiele *wiązek chróſtowych*, (faſcine) na *powłokę działobitni* potrzeba (chemiſe de la batterie) nieuważamy tylko długość iéy i ſzérokość, bez żadnego względu na grubość.

Trzy tedy gatunki rozległości mamy uważać to ieſt:

Rozległość w długości tylko, co nazywamy *liniią*.

Rozległość w długości i ſzérokości tylko, co nazwiémy *powiérſzchnią* (ſuperficies) *równią*, albo *płaſzczyzną*.

Nakoniec rozległość w długości ſzérokości i głębokości, którą nazwiémy, *pełnością*, *bryłą* albo *ciałém* (ſolidum)

Rozbierzemy koléyno własności tych trzech gatunków rozległości; i to ieſt celém téy nauki którą Jeometryą nazywamy,

ROZDZIAŁ PIERWSZY.

O Liniiach.

2. Końce linij nazywaią ſię *punkta*. Toż

Toż imię maią miéyſca, w których liniia ieſt przecięta; albo gdzie ſię liniie ſchodzą.

Punkt uważać można, iako cząſteczkę rozległości, ktòra ma nieſkończenie mało, długości, ſzérokości, i głębokości.

Slád, iednego punktu, któryby ſię tak ruſzał, żeby zawſze ku iednemu i temuż ſamemu punktowi dążyl, ieſt, co ſię nazywa *liniią proſtą.*

Naykròtſza droga, od iednego punktu do drugiego *AB.* (fig. 1) ieſt liniia proſta. *fig. 1.*

Przeciwnie nazywa ſię *liniią krzywą* ſlád punktu, ktòryby w ſwoim ruchu za kazdym ſtąpiéniém, nieſkończenie mało, na bok zwracał ſię.

Jawna ieſt, że ieden ieſt tylko gatunek linij proſtéy, a nieſkończona liczba gatunków, ròżnyhc linij krzywych.

Liniie proſte albo krzywe, które na papierze, lub na iakieykolwiek inney równi ciągniémy, niemogą ſię obeyśdź bez iakowéyś ſzérokości; ołówek albowiém, pióro, ſłowém każde narzędzie którego do tego używamy, niekończy ſię nigdy taką oſtrością, żeby ta mogła bydź bez wſzelkiey długości, i ſzérokości uważana. A zatém liniie takowe, tylko za wyobrażenie linij właściwych, bydź poczytane powinny.

fig. 1 3. Chcąc wyciągnąć liniią proſtą miérnéy długości, *np.* gdyby ią prowadzić potrzeba było, na papierze przez punkta *A* i *B.* (fig. 1.) wiémy, że ſię używa do tego linijału który przykłada ſię na dwa punkta, albo bardzo bliſko *A* i *B*, żeby od obu punktów równo odſtawał. i ołówkiém albo piórem, wdłuż tego linijału powiedzioném, kryſli ſię liniia *AB.*

Lecz gdy nieco przydłuższą liniią wyciągnąć trzeba, w punkcie *A* przyczepia ſię koniec ſznurka, kredą uſmarówanego, a drugi koniec przytwierdziwſzy do *B*, wypręża ſię ſznurek, do góry podnieſiony nad *AB*, który tęgo ſpuſzczony, na równią przyległſzy, zoſtawia ſlad; ten będzie żądaną liniią proſtą.

Gdy o linłią bardzo długą rzecz idzie, lecz któréy końce od iednego, do drugiego punktu widzieć ſię daią, na tém ſię przeſtawać zwykło, że między iéy końcami, znaczy ſię tylko pewna liczba punktów takowéy linij.

fig 2. *Np.* chcąc wytknąć liniią w polu; na iednym końcu *B.* (fig 2.) ſtawia ſię laſka *BD*, która przy pomocy pionu, ile możności proſtopadle bydź utwierdzona powinna; tymże ſamym ſpoſobem na drugim końcu *A*, ſtawia ſię druga laſka *AD*; potém ſtanąwſzy przy tymże punkcie *A*, kilka lub kilkanaście różnych innych laſek, w różne punkta *C, C,* i. t. d. między *A* i *B* utwierdzić trzeba. tak. żeby przyłożywſzy oko iak naybliżéy można do *AD*, i poglądaiąc na laſkę *BD*, żeby mówię laſka *CD*, która ma bydź wſtawiona, proſto w *BD* wpadała; naten-

natenczas wſzyſtkie punkta *C, C, C*, tym ſpoſobém wynalezione będą na linij *AB* znaydować ſię.

Tymże ſamym ſpoſobém trzebaby ſobie poſtąpić, gdyby liniia proſta *AB* miała bydź przedłużona.

Gdy oba końce *A* i *B*, niemogą bydź ieden od drugiego widziane, trzeba ſię udać do ſpoſobów które podamy niżey.

4. Liniie miérzyć ſię zwykły, przez drugie liniie; lecz powiedziawſzy w powſzechności miara poſpolita linij, ieſt linija proſta. Miérzyć iaką liniją proſtą, lub krzywą, lub téż bądź iakąkolwiék odległość, ieſt to ſzukać, wiele razy takowa linija albo takowa odległość, mieści w ſobie liniią proſtą wiadomą, określonéy długości, która w takowym razie uważa ſię iako iedność.

Ta iedność, wcale od upodobania zawiſła. Dla tego téż ieſt bardzo wiele gatunków miar, do miérzenia takowych linij; na końcu tego tomu, widziéć można tablicę miar, do wiadomości naypotrzebniéyſzych.

5. Dla tém łatwiéyſzego zrozumiénia tego co o linijach powiedziéć mamy, daymy że figury, w

ktòrych ie uważać będziémy, ſą wytknięte, na powiérſzchni płaſkiéy. Nazywa ſię tak powiérszchnia ta, na którą przyłożyć można liniją proſtą, w każdym rozumiéniu, to ieſt że takowa równia wſzędzie będzie od linij proſtéy dotknięta.

6. Spomiędzy wſzyſtkich linij krzywych, w tych fundamentach, uważać tylko będziémy *okrąg koła* (periferia circuli). Nazywa ſię tak li-
fig 3. nija krzywa *BCEFDG*. (fig 3) któréy wſzyſtkie punkta, ſą ròwno oddalone od iednego punktu *A*, wziętego na ròwni, na któréy ieſt opiſana. Punkt *A* nazywa ſię *śrzodek* (centrum); linije proſte *AB*, *AC*, *AF*, i. t. d. które idą od tego punktu do okręgu, nazywaią ſię *promiénie* (radius), i te wſzyſtkie promiénie ſą ròwne, ponieważ miérzą odległość od śrzodka, do każdego punktu okręgu,

Linije iak *BD*, ktòre przechodząc przez śrzodek, kończą ſię z obu ſtron na okręgu nazywaią ſię *śrzednicami* (diameter); ponieważ każda śrzednica ſkłada ſię z dwòch promiéni, wſzyſtkie zatém śrzedni-

ce

ce w iednymże kole są sobie równe. Jawna iest oprócz tego, że każda śrzednica dzieli okrąg na dwie części doskonale równe; albowiém zmyśliwszy sobie figurę tak złożoną, żeby samo zagięcie przez śrzednicę *BD* przechodziło, wszystkie punkta *BGD*, powinny się schodzić z punktami *BCED*: inaczéy znaydówałyby się punkta w okręgu, które od śrzodka byłyby nierówno oddalone.

Części *BC*, *CE*, *ED*, i. t. d. w okręgu, nazywaią się *łukami*, (arcus); co się zaś nazywa *kołém* (circulus) iest sama płaszczyzna, okręgiém *BCFDGB* obwiedziona.

Linija prosta *DF*, która się rościąga od końca łuku *D*, do drugiego końca *F*, nazywa się *cięciwa* tego łuku. (chorda).

7. Łatwo widzieć się daie, że *cięciwy równe, tegóż samego okręgu, albo okręgów równych, podcinaią łuki równe, i odwrotnie.* Albowiém, ieżeli cięciwa *DG* iest równa cięciwie *DF*, wystawmy sobie, przeniesioną cięciwę *DG* i z łukiém; przyłożywszy cięciwę *DG*, na cię-

ciwę *DF*, rzecz oczywiſta, że ponieważ punkt *D*, ieſt ſpólny, punkt *G* padaiąc, na punkt *F*, wſzyſtkie punkta łuku *DG*, powinny przypaśdź na łuk *DF*; bo gdyby który z tych punktòw, nieprzypadł na łuk *DF*, łuk *DG*, niemiałby wſzyſtkich punktòw, równo oddalonych od środka *A*.

8. Zgodzono ſię na to powſzechnie, żeby cały okrąg koła wielkiego lub małego dzielić na 360 równych części, którym dano nazwiſko *ſtopniów* (gradus); ſtopień dzieli ſię znowu na 60 równych części, które nazywaią ſię *minutami*, każda minuta dzieli ſię na 60 równych części, nazwanych *minutami wtóremi*, poddzielaiąc zawſze po 60. części doſtaią koleyne nazwiſka, *minut pierwſzych wtórych*, *trzecich*, *czwartych*, i. t. d.

Znak ſtopnia ieſt. - - °
Znak minuty pierwſzey - - ′
wtorey - ″
trzeciey - ‴
czwartey - ⁗

Tak chcąc naznaczyć 3 ſtopnie, 24 minut, 55 wtórych, piſze ſię 3°24′55.″

O kątach i miarze ich

9. Dwie linije *AB*, *AC*, które ſię zbiegaią z ſobą, mogą między ſobą czynić większą lub mnieyſzą otwar-*fig.*
4.6.7. tość iako widzieć ſię daie w *figurach* 4, 6 i 7.

Otwar-

Otwartość takowa *BAC*, ieſt to co ſię nazywa *kątém* (angulus), i ten kąt nazywa ſie *proſtokryslny* (rectilineus) albo *krzywokryslny* (curvilineus) lub tez *różnokryslny* (mixtilineus), gdy linije ktòre go obéymuią, ſą albo obie proſte, albo obie krzywe, albo téż iedna proſta a druga krzywa.

Niemowimy tu teráz, tylko o kątach proſtokryſlnych.

10. Żeby doſkonałe kąta wyobrażenie powziąć, trzeba ſobie zmyślić że linija proſta *AB*, była naprzòd do linij *AC* przyłożona, i żeby ią do położenia iak ſię znayduie *AB* przyprowadzić, obrócono ią na punkcie A (iak ſię obraca noga cyrkla na ſwoiéy oſi); ilość tedy ta, o którą linija *AB* ieſt podnieſiona, nazywa ſię właściwie *kątém.*

To wyrozumiawſzy, poiąć można, że wielkość kąta niezawiſła od wielkości iego ramion, tak dalece, że kąt uczyniony przez linije *AC*, *AB* (fig 4) ieſt wcale tenże ſam, który zrobiły linije *AF*, *i AE* przedłużone; iakóż linija *AB* i linija *AE*, *fig 4.*

każda

każda o iednęż ilość obròcić się musiała, nim przyszła do tego położenia.

Puntk *A*, gdzie sie obie linije *AB* i *AC* schodzą, nazywa się *wiérszchołkiém kąta* (vertex) dwie zaś linije *AB* i *AC*, są *ramionami* iego (crura)

W naznacczeniu kąta używać będziemy trzech liter, z których iedna znaczy wiérszchołek, a drugie dwie wzdłuż ramion są położone; w wymawianiu zaś takowych liter, literę wierszchołek znaczącą, umieszczemy zawsze we śrzodku; tak oznaczaiąc kąt między dwiema linijami *AB*, *AC*, zawarty, powiémy kąt, *CAB* albo *BAC*.

Baczność ta, ieſt osobliwiey potrzebna, gdy kilka kątów maią swóy wiérszchołek w iednymże punkcie; bo gdyby *np.*
fig 4. w fig 4, powiedziano było kąt *A*, niemożnaby wiedzieć, czy o kącie *BAC*, lub téż, o kącie *BAD*, mowa; lecz gdy sie osobno ieden kąt tylko znayduie, iak *np. w fig.* 5.
fig. 5. można powiedzieć prostą kąt *a*; to iest oznaczyć go literą iego wiérszchołka.

fig 4. 11. Ponieważ kąt *BAC* (fig 4) nieiest co innego, tylko ilość, o którą ramię *AB*, musiało na punkcie *A* obrócić się, żeby z położenia *AC*, do położenia *AB* przyszło, i ponieważ w takowym obrocie, każdy

punkt

puntk linij *AB*, *np.* puntk *B*, zawſze w iednéyże odległości od *A* będący, koniecznie czynić muſi łuk koła, który powiękſza ſie lub zmniéyſza, właſnie w tymże ſamym ſtóſunku, iak i kąt zmniéyſza ſię albo powiękſza, zatém naturalnie łuk takowy należy wziąść za miarę; lecz ponieważ każdy punkt linij *AB*, czyni łuk rozmaitéy długości, przeto nieſamę długość łuku brać trzeba, lecz liczbę ſtopniów i części ſtopnia, które w każdym łuku, uczynionym przez każdy punkt linij *AB*, będą zawſze też ſame; albowiém te wſzyſtkie punkta, zaczynaiąc, poſtępuiąc, i kończąc bieg ſwóy w iednymże czaſie, czynić powinny iednaką liczbę niby kroków, cała różnica na tém zawiſła, że punkta, od puntku *A* bardziéy oddalone, ſą krokami niby, większémi. Można zatém powiedzieć:

12. Ze *kąt którykolwiek BAC* (fig 4) *ma za miarę liczbę ſtopniów i części ſtopnia, łuku między ramionami tegóż kąta zawartego, i z wiérſzchołka iego, iako ze śrzodka nakryślonego.* *fig.* 4.

Tak

Tak gdy w dalszym przeciągu mówić się będzie ten i ów kąt, ma za miarę, ten albo ów łuk: rozumieć trzeba, że ma za miarę liczbę stopniów i części stopnia takowego łuku.

13. Zatém *chcąc rozdzielić kąt na kilka równych części*, nietrzeba więcey, tylko rozdzielić łuk, który mu za miarę służy, na tyle równych części, ile potrzeba, i przez punkta podzielenia, linije do wierszchołka kąta tego wyciągnąć. O podziale łuków niżey mówić będziemy.

14. Jako też *chcąc zrobić kąt równy drugiemu; np* z punktu *a*, linij *ac* (fig 5) chcąc zrobić równy kąt, kątowi *BAC* (fig 4); trzeba, otwartością cyrkla upodobaną, z puktu *a* iako ze śrzodka, nakryślić łuk nieokreślony *cb*; wstawiwszy potém iednę nogę cyrkla w wierszchołek *A* danego kąta *BAC*, tąż samą otwartością; rysuy łuk *BC*, między dwoma ramionami kąta tego zawarty, a wziąwszy cyrklem odległość od *C* do *B*, przenieś ią z *c* w *b*, co ci da punkt *b*, przez który, i przez punkt *a*, wyciągnąwszy liniją *ab*, będziesz miał kąt *bac*, równy kątowi *BAC*.

fig. 5. *4.*

W rzeczy samey kąt *bac*, ma za miarę *bc* (12) a kąt *BAC*, ma za miarę *BC*. Lecz te dwa łuki są równe, ponieważ należąc do okręgów równych, maią oprócz tego cięciwy równe (7); odległość albowiem od *b* do *c* była zrobiona taż sama co odległość od *B* do *C*. więc, t. d.

fig. 6, 15. Kąt *BAC* (fig 6) nazywa się kąt *prosty* (rectus), gdy iedno z iego ramion *AB*, nienaklania się ku ku drugiému ramiéniu *AC*, ani ku przedłużeniu iego *AD*.

Nazywa ſię kąt *oſtry* (acutus) (fig 4), gdy iedno ramię iego AB nakłania ſię bardziéy ku ramiéniu AC, aniżeli ku przedłużeniu iego AD. *fig 4.*

Nakoniec nazywa ſię kąt *rozwarty* (obtuſus) (fig 7), gdy iedno ramię iego AB, nakłania ſię bardziéy ku przedłużeniu iego AD, aniżeli ku ſamemu ramiéniu AC. *fig. 7.*

16. Wnieśmy ſtąd co ſię powiedziało o miarze kątów (12) *iód że kąt proſty ma za miarę* 90°, że *kąt oſtry ma mniéy iak* 90°, że *kąt rozwarty ma więcéy iak* 90°.

Jeżeli albowiém linija AE (fig 3), nienakłania ſię ku ramiéniu AB, ani ku przedłużeniu iego AD, dwa kąty BAE, DAE, ſą równe, a zatém łuki BE i DE za miarę im ſłużące, ſą także równe; a ponieważ te dwa łuki, ſkładaiąc razém pół okręgu, ſą warte 180°, więc każdy znich ma 90°, a zatém też, i dwa kąty BAE, DAE, każdy z nich ma 90°. *fig 3.*

Stąd

Stąd pokazuie ſię iaśnie, że BAC, ma mniey, a BAF więcey iak 90°.

17. 2re. *Dwa kąty* BAC, BAD

fig 6. i 7. (fig 4, 6 i 7) *które czyni linija proſta* AB *padaiąca na drugą liniją proſtą* CD *ſą warte razém wzięte* 180°.

fig 4. Punkt albowiém A (fig. 4), można zawſze uważać za śrzodek koła, którego natenczas CD, ieſt śrzednicą; a poniewaz dwa kąty BAC i BAD, maią za miarę dwa łuki BC i BD które razém ſkładaią połowę okręgu, więc ważą razem 180°, albo tyle, co dwa kąty proſte.

18. 3cie. *Ze z tegoż ſamego punktu* A, (fig 3) *wyciagnąwſzy tyle linij proſtych ile ſię podoba* AC, AE,

fig 3. AF, AD, i. t. d. *wſzyſtkie kąty* BAC, CAE, EAF, FAD, DAG, GAB, *między niémi zawarte, nigdy więcey nieuczynią tylko* 360°, niémogą albowiém miéć więcey iak cały okrąg.

19. Dwa kąty, takie iák BAC i

fig 4. BAD (fig 4), które razém wzięte, czynią 180°, nazywaią ſię *ſpełniéniém* (ſupplementum) ieden drugiego; tak BAC ieſt ſpełniéniém kąta BAD, i BAD ieſt ſpełniéniém kąta

kąta *BAC*; ponieważ ieden z tych kątów, ma tyle coby potrzeba przydać drugiému, żeby 180° uczyniło.

Kąty równe, maią ſpełniénia równe, i te które maią ſpełniénia równe, ſą równe.

20. Wnieśmy ſtąd, *że kąty BAC, EAD* (fig 8.) *których wierſzchołki na przeciw ſiebie ſą położone, i uczynione przez dwie liniie proſte* BD i EC, *ſą równe.* *fig. 8.*

Albowiém *BAC* ma za ſpełniénie CAD, i EAD, ma także za ſpełniénie CAD.

21. Nazywa ſię *dopełniéniém*(complementum) kąta albo łuku, to, o co ten łuk ieſt mniéyſzy, albo więkſzy iak 90°. Tak (fig. 3.) kąt BAC, *fig. 3.* ma dopełniénie CAE; kąt BAF, ma dopełniénie FAE. Dopełniénie więc, ieſt to, co potrzeba przydać do kąta, albo odiąć, żeby był wárt 90°.

Kąty oſtre, maiące dopełniénia równe, będą równe, i odwrotnie; toż ſamo o kątach rozwartych rozumiéć trzeba.

Trafiaią ſię kąty, prawie zawſzé, tak w teoryi iak i w praktyce. Przez kąty wynaydówać zwykliśmy, położenia róznych mieysc iednych na przeciw drugim; kąty *narożnikowe* (flanqués), kąty *ramiénne* (d'epaule) i *ſkrzydelne* (de courtine), ſłużą do naznaczenia kierónku różnym liniom Fortyfikacyi. Strſzelenie armaty, funduie ſię na kącie, który czyni liniia célu, z liniią przedłużenia oſi armatney.

Narzędzia ſłużące do miérzenia, albo do robienia takich kątów iakich żądamy, bywaią różne; tu mówić niebędziémy tylko o *przenoſniku* (transportator); na końcu tego tomu w Trygonometryi. znaléśdź można opiſanie innych narzędziów, do célu naſzego zmiérzaiących.

22. Narzędzie w *figurze* 9 naryſówane, nazywaiące ſię przenośnik, ſłuży do miérzenia na papiérze, lub do zrobiénia także na papiérze, kątów potrzebnych. Użycie iego ieſt wygodne i częſte. Jeſt to pół koła z moſiądzu, lub z rogu zrobione, na 180° podzielone. Śrzódek narzędzia małém wyrznięciém ieſt naznaczony w *B*. Chcąc miérzyć kąt *np*. *BAC* (fig. 4, 6 i 7), przykłada ſię śrzódek iego *B*, do wiérſzchołka *A*, w kącie który ma być miérzony, promień zaś *CB* tegoż narzędzia, na iedno ramię *AC*, tegóż kąta; natenczas bok *AB* przedłużony, iezli potrzeba, daie poznać na podziale narzędzia, przez który przechodzi, wiele ſtopniów wynoſi, łuk przenośnika zawarty między ramionami kąta *BAC*; a zatém (12) kąt *BAC*, wiele ma ſtopniów.

fig. 9.

fig. 4. 6. 7.

Chcąc przy pomocy tegóż ſamego narzędzia, zrobić kąt, maiący pewną liczbę ſtopniów; przykładam promień narzędzia *CB*, na liniią która ma ſłużyć za ramię żądanému kątowi, tak, żeby ſię śrzódek *B* znaydówał

wał w tym punkcie, gdzie ma bydź kąta wierſzchołek; ſzukaiąc potém na podziale narzędzia, liczby ſtopniów żądanych; to mieyſce na papierze punktém naznaczam; przez takowy punkt i przez wierſzchołek, ciągnę liniią proſtą, która z pierwſzą, uczyni mi kąt żądany.

O Proſtopadłych i pochyłych.

23. Powiedzieleśmy (15) że liniia AB (fig. 6.) która ſię ani ku AC, ani ku AD nienakłania, czyni po obu ſtronach kąty, które nazywaią ſię *proſtémi*. *fig.6.*

Taż ſama liniia AB, ieſt ieſzcze, która nazywa ſię *proſtopadła* (perpendicularis) linii AC, albo DC, albo AD.

Po téy definicyi, trzeba uznać za prawdy oczywiſte, trzy naſtępuiące podania.

24 *iód. Gdy liniia* AB (fig. 10.) *ieſt proſtopadła drugiéy linii CD, ta wzaiémnie będzie proſtopadła, linii* AB. *fig. 10.*

Albowiém gdy *AB* ieſt proſtopadła na *CD*, kąty *AEC*, *AED* ſą równe; a ponieważ AED ieſt równy kątowi BEC (20), więc AEC, ieſt równy BEC, a zatém liniia CE albo CD, nienakłania ſię ani ku AE, ani ku BE; więc ieſt proſtopadła linii AB

25. 2re *Z iednegóż punktu E, wzię tego na linii CD, niémożna wyciągnąć tylko iednę liniią proſtopadłą téyże linii CD.*

26 3cie. *Z iednegóż punktu* A, *zewnątrſz linii CD wziętego, niémożna ſpuścić tylko iednę liniią proſtopadłą, téyże linii CD.*

Bo inaczéy, nieieſt do poięcia, żeby liniia przechodząc przez punkt E, albo przez punkt A. nienakłaniała ſię ani ku ED, ani ku EC.

27. *Liniie, które poczynaiąc ſię z punktu* A, *równo od proſtopadłéy oddalać ſię będą, będą równe; i im bardziéy te liniie, od proſtopadłéy oddalą ſię, tém dłużſze będą, a zatém liniia proſtopadła, ieſt ze wſzyſtkich naykrótſza.*

Daymy że dalekość EG, ieſt równa EF; przewróciwſzy figurę AEG, na figurę AEF, liniia AE będąc obywdóm ſpólna, rzecz oczywiſta, że ponieważ kąt AEG, ieſt równy kątowi AEF, liniia EG, przyſtanie na EF, i punkt G, padnie na punkt F;

gdyż

gdyż liniia EG, rozumie się bydź równą linii EF, a zatém AG, przystanie zupełnie na AF; a przeto te obie liniie są sobie równe. Co do drugiéy części podania, rzecz oczywista że punkt C linii CE, będąc więcéy oddalony od AB, iak punkt F téyże saméy linii CE; będzie także więcéy oddalony, od któregokolwiek punktu linii AB, iak iest punkt F od tegòż samego punktu; a zatém liniia AC iest dłuższa iak AF; więc prostopadła, iest ze wszystkich naykrótsza.

28. Liniie AF, AC, AG, względém prostopadłéy AE i linii CD, nazywaią się *pochyłe* (obliqua). W powszechności, liniia iest pochyła względém drugiéy, gdy robi z tą liniią kąt ostry, albo rozwarty.

29. Ponieważ (27) pochyłe AF, AG, są sobie równe, gdy ròwno od prostopadłéy są oddalone, trzeba stąd wnieść; że *gdy liniia na środku E, drugiéy linii FG, iest prostopadła, każdy z iéy punktów, tak iest oddalony od konca F, iak od konca G;* rzecz albowiém iest oczywista, że co się powiedziało o punkcie A,

to można do każdego innego punktu linii AE, albo AB. przystósować.

30. Nie mniéy rzecz oczywista, że *niéma innych punktów, tylko punkta linii prostopadłéy AE na śrzodku FG, które mogą bydź równo oddalone, tak od F iak od G;* każdy albowiém inny punkt, po prawéy albo po lewéy ręce prostopadłéy, iest oczywiście bliższy iednego z tych punktów, iak drugiego.

A zatém ażeby liniia była prostopadła na drugiéy; dosyć iest ażeby przechodziła przez dwa punkta, z którychby każdy, od dwóch wziętych na piérwszéy linii punktów, równo był oddalony.

31. Wnieśmy ztąd *wód. Ze chcąc wyciągnąć prostopadłą ze śrzodka linii AB* (fig. 11.), trzeba zostawić iednę nogę cyrkla w
fig. 11. *B*, i otwartością większą nad połowę *AB*, rysować łuk *IK*; potém, zostawić iednę nogę cyrkla w *A*, i tąż samą otwartością rysować łuk *LM*, który przecina piérwszy łuk w *C*; ten punkt *C*, od *A* i *B* będzie równo oddalony. Tymże samym sposobém, drugi punkt *D*, pod liniią *AB*, albo nad nią, wynaleśdz można, biorąc też samę lub inną otwartość cyrkla. Nakoniec przez punkta *C* i *D* wyciągnąwszy liniią, ta liniia *CD*, będzie prostopadłą linii *AB* (30).

32. *zrc. Z punktu E, wziętego zewnątrz linii*

linii AB, chcąc teyże linii wyciągnąć prostopadłą, (fig. 12); wstaw iednę nogę cyrkla w *E*, i otwartością iego większą, iak naybliższa odległość do linii *AB*, rysuy drugą nogą, dwa małe łuczki, któreby liniią *AB* w punktach *C* i *D* przecięły; potém z tych dwóch punktów iako ze śrzodków, i otwartością cyrkla większą iak połowa *CD*, rysuy znowu dwa łuki, które się w punkcie *F* przetną; przez ten punkt *F* i przez punkt *E*, ciągniy liniią *EF*, która linii *AB*, będzie prostopadła (30): ponieważ będzie miała dwa punkta *E* i *F*, równoległe, każdy od punktów *C* i *D*, na linii *AB* będących. fig. 12.

33. Gdyby punkt *E*, przez który prostopadła ma przechodzić, znaydówał się na sameyże linii *AB*, tymże samym sposobem postąpićby sobie trzeba. *Zobacz fig.* 13. fig. 13.

Naostatek, gdyby punkt *E*, znaydował się tak położony, żeby tylko ieden z punktów *C* albo *E*, wznaczyć wygodnie można; w tym razie, trzebaby przedłużyć liniią *AB*; a tak działanie wyńdzie na toż samo, iak w poprzédzaiących przypadkach. *Zobacz fig.* 14. i 15. W fig. 15 widzieć można, sposób wyciągnienia prostopadłéy z końca linii *AB*. fig. 14, 15.

34. Gdy wiele prostopadłych wyciągnąć trzeba; dla skrócenia roboty, i oraz dla uniknienia omyłki, któraby z wielości ciągów wyniknąć mogła, używa się narzędzia, zrobionego, i wyprobówanego podług podanych sposobów poprzédzaiących; narzędzie takowe iest, *węgielnica* (norma), która zrobiona bywa, iużto z dwóch linii prostopadłych iedna drugiéy, i składaiących się na osi, dla wygody: iuż też z iedny sztuki drzewa, lub mosiądzu, którego dwa boki, są ieden dru-

giemu proſtopadłe. Jedna z linii, albo ieden z boków węgielnicy, przykłada ſię na linią zadaną, poſuwaiąc ten bok póty, póki drugi bok na punkt zadany właśnie nieprzypadnie; dopiero, wzdłuż tego drugiego boku wegielnicy, ołówkiem lub piórem liniią pociągnąwſzy, mieć będzieſz proſtopadłą żądaną.

35. Na polu, gdzie działanie odprawia ſię w wielkości, zamiaſt cyrkla, używać ſię zwykło laſek, łańcuchów, lub ſznurów; lecz w użyciu ſznurów, trzeba dać baczność, żeby w iednymże działaniu, ile możności iednakowo były natężone. Zebyśmy tu użycia ich, powzięli poięcie, daymy że trzeba, fig. 16 uſtanowić na działobitni *oporę* (fig. 16.) (heurtoir).

Ponieważ to ieſt ſztuka drzewa, o którą koła łoża opierać ſię powinny, gdy ſię armata na działobitni ſtawia, więc ta ſztuka, linii ſztrzału. muſi bydź proſtopadła, a zatem linii, która przez śrzodek *ſtrſzelnicy* (embraſure) przechodzi.

Zeby więc tey oporze dać położenie takowe; na płaſzczyznie wierſzchney, równolegle z długością iéy, naryſówać trzeba linią *BC*, na którey wezmą ſię do upodobania równe części *AB* i *AC*, i punkt *A* na linii ſtrzału uſtanowi ſię. To zrobiwſzy, w punktach *B* i *C*, zaczep dwa ſznury iednakowey długości, oporę na punkcie *A* obracay, póki końce ſznurów, w iedenże punkt *D*, na linii ſtrzału nieprzypadną. A tak opora *BC*, będzie linii ſtrzału proſtopadłą.

O *Rowenoleglych* (parallela).

36. Dwie liniie proſte, na téyże

ſamey

ſaméy powiérſzchni wyciągnięte, nazywaią ſię *równoległe*, gdy, choćby nieſkończenie daleko wyciągnięte były, nigdy zniyśdź ſię z ſobą niémogą.

Zatém dwie liniie równoległe, między ſobą nieczynią kąta.

Więc *dwie równoległe, ſą wſzędzie równo oddalone iedna od drugiéy*; to ieſt, że proſtopadła między niémi wyciągnięta, ieſt wſzędzie proſtopadła; rzecz albowiém oczywiſta, że gdyby ſię w iakowém mieyſcu, bliżéy ſiebie, iak w innym znaydówały, byłyby iedna ku drugiéy nachylone, a zatém mogłyby ſię kiedy zniyśdź z ſobą

To założywſzy, naſtępuiące pięć podań łatwo uſtanowić ſię daią.

37. 10d. *Gdy dwie liniie równoległe* AB i CD, (fig. 17.) *ſą przecięte przez trzecią linią EF, która natenczas zowie ſię ſieczną*, (ſecans) kąty BGE, DHE, albo AGH, CHF, które czynią liniie równoległe z ſieczną po iednéyże ſtronie, ſą ſobie równe; liniie albowiém AB i CD, żadnego nakloniénia (36) ku ſobie niémaiąc, powinny bydź ko- *fig. 17.*

niekoniecznie, równo z téyże samey strony nakłonione, każda, względém każdéy linii, do któréy będzie przystósowana.

38. 2re. *Kąty* AGH, GHD *są sobie równe*; widzieliśmy albowiém dopiéro, że kąt AGH iest równy kątowi CHF; a ponieważ kat CHF, (20) iest równy kątowi GHD; więc AGH iest równy kątowi GHD.

39. 3cie. *Kąty* BGE, CHF *są sobie równe*; albowiém BGE iest równy, AGH (20); a ponieważ widzieliśmy (37) że AGH, iest równy kątowi CHF, więc BGE, iest równy kątowi CHF.

40. 4te. *Kąty* BGH, DHG, albo AGH, CHG, *są spełniéniém ieden drugiego*; albowiém BGH iest spełniéniém kąta BGE, który iest równy (37) kątowi DHG.

41. 5te. *Kąty* BGE, DHF, albo AGE, CHF, *są spełniéniém ieden drugiego*; ponieważ *DHF*, ma za spełniénie kąt *DHG*, który (37) iest równy kątowi *BGE*.

42. Każda z tych pięciu własności ma mieysce, gdy dwie linie równoległe są od trzeciéy przecięte: i od-

i odwrotnie, *ile razy dwie linie proſte będąc przecięte od trzeciey, maią którąkolwiek z tych własność, należy wnieść, że ſą równoległe*; to, właśnie podobnymże ſpoſobem iak wyżey, dowieśdźby można.

Tym kątóm, których rozebraliśmy własności, nadano pewne nazwiſka, a to ażeby własności wyżey wyrażone, w pamięci tym lepiey utwierdziły ſię. Kąty *BGE* i *FHC*, nazywaią ſię, *zewnętrſzne na przemian* (externus alternus); ponieważ ſą z przeciwnych ſtron linii *EF*, i zewnątrſz równoległych położone. Kąty *AGH*, *GHD* nazywaią ſię, *wnętrſzne na przemian* (alternus internus); ponieważ ſą z przeciwnych ſtron linii *EF*, i wewnątrſz równoległych leżące; Kąty *BGH*, *DHG*, nazywaią ſię *wnętrſzne iednoſtronne*; ſą albowiem wewnątrſz równoległych, i po iedneyże ſtronie ſieczney *EF* leżące. Nakoniec kąty *BGE*, *DHF*, nazywaią ſię *zewnętrſzne iednoſtronne*; ponieważ zewnątrſz równoległych, i po iedneyże ſtronie ſieczney przypadaią.

43. Z własnościów które wyliczyliśmy, wnieść można, *że gdy dwa kąty ABC, DEF* (fig. 18) *ku iedneyże ſtronie obrócone, maią ramiona równoległe, takowe kąty, ſobie ſą równe*; zmyśliwſzy ſobie albowiem ramię *DE* przedłużone, tak żeby linią *BC*, w *G* dotknęło, kąty *ABC*, fig. 18.

DGC,

DGC, będą równe, (37) i z téyże famey przyczyny, kąt *DGC*, kątowi *DEF* będzie rowny; a zatém i *ABC*, kątowi *DEF* musi bydź równy.

44. Z tychże samych własności wnieść ieszcze można, że *chcąc przez punkt dany C, liniią CD, równoległą linii AB (fig. 19) wyciągnąć*; trzeba przez punkt *C*, wyciągnąć do upodobania, liniią nieokreśloną *CEF*, fig. 19. któraby liniią *AB*, w którymkolwiek punkcie, *E np.* przecięła, a potém podług przepisania (14) przez ten punkt *C*, wyciągnąć liniią *CD*, któraby z liniią *CE*, kąt *ECD*, równy kątowi *FEB* czyniła; liniia *CD*, tym sposobém wyciągnięta, będzie linii *AB* równoległa (37).

45. Maiąc wiele równoległych ciągnąć, dla krótkości, i uniknienia wielorakości ciągów, można użyć węgielnicy następuiącym sposobém.

Jeden bok węgielnicy, przyłóż na liniią prostą zadaną, a drugi bok trzymaiąc wsparty, na liniii nieruchoméy, posuway węgielnicę wzdłuż téy linii, aż pierwszy bok przyidzie na punkt zadany, liniia narysowana wzdłuż tego boku, będzie żądana równoległa.

46. Na polu chcąc wyciągnąć równoległą linii danéy, pospolicie tak się czynić zwykło, ażeby dwie liniie były prostopadłe trzeciéy. Tak gdyby *potrzeba było, wyciągnąć równoległą iednemu z czół* (face) *naroźnika* (bastion) (fig. 20) w odległości na fig. 20. 200 sążni; na przedłużeniu czoła tego naroźnika, obieram sobie punkt *F*, z którego

natym-

natymże przedłużeniu, spuszczam prostopadłą *FA*, długą na 200 sążni, z którey końca *A* wyciągam znowu prostopadłą *AB*, i ta będzie równoległą żądaną.

O liniiach prostych uważanych względem okręgów koła; i o okręgach koła, uważanych iedne na przeciw drugim.

47. Krzywość iednoksztáłtna koła, bez dokładnieyszego wywodu oczywiście wnieść każe

1ód. *Ze liniia prosta niemoże dotknąć okręgu, w więcey iak we dwóch punktach.*

2re. *Ze w kole, naywiększa cięciwa, podcina naywiększy łuk, i odwrotnie.*

Nazywa się w powszechności *sieczna* (secans) (fig. 21), każda liniia, iak *DE*, która dotykaiąc koła we dwòch punktach, części iéy znayduią się zewnątrsz tegòż koła; nazywa się *styczna* (tangens) ktòra tylko do okręgu przykłada się, iak *AB*. *fig. 21.*

48. *Styczna niémóże okręgu dotknąć tylko w iednym punkcie.*

Gdyby go albowiem we dwòch pun-

punktach dotykała, wchodziłaby w koło; gdyż poymòwać ſię daie, że z tych dwòch punktow, możnaby wyciągnąć do śrzodka liniie, albo promiénie równe, między ktòremi, można poiąć zawſze proſtopadłą, wyciągniętą na linii, ktòra te oba punkta łączy: a iako takowa proſtopadła, (27) ieſt krótſza, od każdego z tych promiéni, pokazuie ſię iawnie, że ſtyczna miałaby punkta bliżſze śrzodka, iak ſą te, w ktòrych koła dotyka, a zatém wchodziłaby w koło; co ſię ſprzeciwia definicyi, wzwyż założonéy.

fig. 22. Styczna, niémaiąc tylko ieden punkt z kolém ſpòlny, idzie zatém, że promién *CA* (fig. 22) ktòry do punktu dotknięcia ieſt wyciągnięty, ieſt naykrótſzą liniią, ktòra ze śrzodka, do ſtycznéy bydź może wyciągnięta; a zatém (27) ieſt téyże ſtycznéy proſtopadły. A przeto *wzaiémnie, ſtyczna w iednym, którymkolwiek punkcie koła A, ieſt proſtopadła końcowi promiénia CA, który przez ten punkt przechodzi.*

49. Rzecz tedy iaſna, że chcąc *wyciągnąć ſtyczną, do punktu A zadanego w kole,* trzeba

ba do tego punktu wyciągnąć promień *CA*, i na końcu iego postawić prostopadłą, podług podanego sposobu (33).

50. Więc, *ieżeli wielekół* (fig. 23) *maią śrzodki swoie na téyże linii prostéy CA, i wszystkie przez tenże punkt A przechodzą, będą mieć wszystkie spólną styczną TG, prostopadłą linii CA; a zatém wszystkie dotykać się będą.* fig. 23.

51. Tak, *chcąc narysować koło pewney wielkości, i któreby dotykało koła zadanego BAD* (fig. 24) *w punkcie zadanym A;* trzeba przez śrzodek *C*, i przez punkt *A*, wyciągnąć promień *CA*, który do upodobania przedłużyć można; potém z punktu *A* ku *T*, albo ku *V*, (ieżeli zechcę żeby iedno z kół, obeymowało drugie, lub nie,) wnieść promień drugiego koła: dopiero ze śrzodka *T* albo *V*, i rozwartością promienia *TA*, lub *VA*, narysować okrąg *EF*. fig. 24.

52. *Prostopadła, przez śrzodek cięciwy wyciągnięta, przechodzi zawsze przez śrzodek koła, i przez śrzodek łuku, przez tęż cięciwę podciętego* (fig. 25). fig. 25.

Powinna albowiem przechodzić przez wszystkie punkta równo oddalone od końców *A* i *B* (30); a ponieważ rzecz oczywista, że śrzodek,

dek, ieſt równo oddalony od dwòch końców *A* i *B*, ktòre ſą okręgu punktami; więc przez śrzodek przechodzić muſi.

Niémniéy rzecz iaſna, że przez śrzodek łuku, przechodzić także powinna; albowiém ieżeli *E* ieſt śrzodkiém łuku, łuki ròwne *AE*, *BE*, maią cięciwy ròwne (7), więc punkt *E*, ieſt ròwno oddalony od *A* i od *B*; a zatém proſtopadła, przez punkt *E* przechodzić muſi.

53. Srzodek, połowa łuku, i połowa cięciwy, będąc położone wſzyſtkie na iednéyże linii proſtéy, zawſze, ile razy iaka liniia proſta, przechodzić będzie przez dwa z tych punktów, można wnióść, że i przez trzeci przechodzi.

A iako ze śrzodka cięciwy, iednę tylko proſtopadłą wyciągnąć można, należy ieſzcze wnióść, że ieżeli proſtopadła wyciągnięta na cięciwie, przechodzi przez którykolwiek z tych trzech punktów, przez drugie dwa, także koniecznie przechodzić muſi.

Z takowych własnościòw wnióść daléy można.

54. 1śd. *Sposób dzielenia kąta, lub łuku, na dwie równe części.*

Chcąc rozdzielić kąt *BAC* (fig. 26) na dwie równe części; rysuy z wierzchołka iego *A* iako ze śrzodka, promieniem do upodobania wziętym, łuk *DE*; potem z punktów *D* i *E*, wziętych koleyno za śrzodek, rysuy dwa łuczki, które się w punkcie *G* przecinaią; przez ten punkt *G* i przez punkt *A*, wyciągniy liniią *AG*, która (30) będąc na połowie cięciwy *DE* prostopadłą, łuk *DIE* (52) na dwie równe części przedzieli, a zatém i kąt *BAC*; ponieważ te dwa kąty (12) mieć będą za miarę, dwa równe łuki *DI* i *EI*. fig. 26.

55. 2re. *Sposób opisania okręgu koła, przez trzy zadane punkta, które nieją w linii prostéy położone.*

Niech będą te punkta, *A*, *B*, *C*, (fig. 27); wyciągnąwszy liniie proste *AB*, i *BC*, mieć będziesz dwie cięciwy, należące do koła, o którém mowa. fig. 27.

Wyciągniy z połowy *AB* (31) prostopadłą; toż samo uczyń z połowy *BC*; punkt *I* gdzie się te obie prostopadłe przecinać będą, będzie śrzodkiém koła. Srzodek albowiém ten, musi bydź na linii *DE* (52) i z téyże saméy przyczyny, musi także bydź na linii *FG*, musi więc bydź tam, gdzie się obie schodzą, to iest w *I*, który iest punktém spólnym obydwóm liniióm.

56. Gdyby potrzeba wyciągała, *znaléśdź śrzodek koła, lub łuku iuż gotowego*; rzecz iasna, żeby tylko trzy punkta na tym łuku do upodobania wzięte, naznaczyć trzeba, i działanie iak wyżéy przepisano odprawić.

57. Ponieważ ieden tylko punkt *I*, znayduie się który rozwiązuie zagadnienie, trze-

ba ſtąd wnieść, że przez trzy punkta dane, tylko iedno koło obwieśdź można, a zatém że *dwa okręgi koła, niémogą zniyśdź ſię w trzech punktach, bez złączenia ſię w iedno.*

fig. 28. 29. 58. 3cie. *Spoſob opiſania koła przez punkt zadany B* (fig. 28 i 29), *któreby dotykało drugiego koła w punkcie zadanym A.*

Przez śrzodek *C*, danego okręgu, i przez punkt *A*, który od drugiego koła ma bydź dotknięty, wyciągniy promień *CA*, z obu ſtron podług potrzeby przedłużony; punkt *A* złącz z punktém *B*, przez który maſz żądany okrąg przeprowadzić; ze śrzodka *AB*, ſpuść proſtopadłą *MN*, która liniią *AC*, albo przedłużenie iéy, w *D* przetnie; punkt ten *D*, będzie śrzodkiém koła; zaś *AD* i *BD*, będą żądanego koła promieniami; bo ponieważ okrąg żądany, ma przechodzić przez punkt *A* i przez punkt *B*, śrzodek iego powinién bydź na *MN* (52); nadto, ponieważ tenże okrąg ma dotykać w *A*, śrzodek iego powinién bydź na linii *CA*, (50) albo na iéy przedłużeniu; a zatém muſi ſię znaydować w punkcie przecięcia linii *CA* i *MN*.

59. Gdyby zamiaſt okręgu, potrzeba było, fig. 30. żeby linii proſtéy w punkcie zadanym *A* (fig. 30) okrąg przechodzący przez punkt *B*, dotykał ſię; działanie zoſtanie toż ſamo, z tą tylko róznicą, że liniia *AC*, będzie proſtopadła, z punktu *A* na téy linii proſtéy wyciągnięta.

fig. 31. 60. 4te. *Dwie cięciwy równoległe AB, CD,* (*fig. 31*) *zachowytuią między ſobą łuki równe AC, BD.*

Proſtopadła albowiém *GI*, ze śrzośrodka *G*, na *AB* ſpuſzczona, łuki oba *AIB*, *CID*, na dwie równe części dzielić powinna (52); ponieważ będzie proſtopadłą, niemniey na *AB*, iak na iey równoległą *CD*; zatém, ieżeli od dwóch łuków równych *AI* i *BI*, odetnę dwa łuki równe, *CI* i *DI*, łuki pozoſtałe *AC*, *BD*, muſzą bydź równe.

Wnieśmy ſtąd, że gdy ſtyczna *HK*, ieſt równoległa cięciwie *AB*, punkt dotknięcia *I*, przypadnie właśnie w połowie łuku AIB.

61. Założone podania (50, 58, i 59) ſłużą w Fortyfikacyi, w ryſówaniu dział, i różnych ſprzętów Artyleryćznych, gdzie częſto bywa potrzeba łuków, które z ſobą dotykać ſię maią, albo dotykać linii proſtych, i przez zadane punkta przechodzić.

O Kątach uważanych w kole.

62. Widzieliśmy wyżey (12), iaka ieſt miara kątów w powſzechności. Tu nieieſt myśl naſza, podawać nowy ſpoſób ich miérzenia, ale tylko wyłożyć niektòre własności, które nam w czaſie wielce użyteczne bydź mogą, iużto do odprawienia pewnych działań, iuż też do uła-

twiénia niektórych dowodzéń.

fig. 63. *Kąt MAN (fig. 32 i 33) któ-*
32. *ry ma ſwóy wiérſzchołek na okręgu,*
33. *a ieſt uczyniony przez dwie cięciwy, albo przez iednę cięciwę, i iednę ſtyczną, ma za miarę zawſze, połowę łuku BFED, zawartego między ramionami iego.*

Jeżeli śrzodek *C*, ieſt między ramionami kąta położony; ciągniy przez śrzodek *C*, śrzednicę *FH*, ramiéniowi AM równoległą, i śrzednicę *GE*, ramiéniowi AN także rownoległą. Kąt MAN (43), ieſt równy kątówi *FCE*; będzie zatém miał tę ſamę miarę, iak ten, co ma ſwòy wiérſzchołek we śrzodku koła, to ieſt, że będzie miał za miarę łuk *FE*; nietrzeba więc tylko dowiéśdź, że łuk *FE*, ieſt połową łuku *BFED*. Przeto, ponieważ łuk *BF*, ieſt równy łukowi AH (60), z przyczyny równoległych AM, *HF*; tudzież z przyczyny rownoległych AN, *GE*, łuk *ED* ieſt rowny łukowi AG; więc *ED*, więcéy *BF*, tyle ważą co AG, więcéy AH, to ieſt *GH*; lecz *GH*, iako miara kąta *GCH*, powinna bydź równa łukowi *FE*, to ieſt mia-

rze

rze kąta *FCE*, ktòry (20) ieſt rò-wny kątowi *GCH*; więc *FB* więcéy *ED*, ważą tyle co *FE*; więc *FE* ieſt połową *BFED*; więc kąt MAN, ma za miarę połowę łuku *BFED*, między ramionami ſwémi zawartego.

Lecz gdyby śrzodek koła, nieznaydówał ſię między dwoma ramionami kąta, ale na ſtronie iako w kącie MAN (37) widzieć ſię daie; niémniéy ieſzcze prawda będzie, że kąt ten, będzie miał za miarę, połowę łuku *BD*, między ramionami ſwémi zawartego. Albowiém, zmyśliwſzy ſobie ſtyczną AE; kąt MAN, waży tyle co MAE, mniéy NAE; ma więc za miarę różnicę miar tych dwòch kątòw; to ieſt (ponieważ śrzodek ieſt między ramionami ich), połowę łuku BFA, mniéy połowa DFA; albo co ieſt iedno, połowę *BD*. *fig. 37.*

64. A zatém 10d. *Wſzyſtkie katy* BAE, *BCE*, *BDE*, (fig. 34), *któ-re maiąc wiérſzchołki na okręgu, między ramionami ſwoiémi, tenże ſam łuk, albo równe łuki zawiérać będą; będą ſobie równe.* Ponieważ *fig. 34.*

każdy z nich będzie miał za miarę, połowę iednegóż łuku *BE* (63).

fig. 35. 65. *2re. Każdy kąt* BAC (fig. 35) *maiący wierszchołek na okręgu, i którego ramiona, przechodzić będą przez końce śrzednicy; będzie kąt prosty, czyli* 90° *maiący*: bo między ramionami swémi zawiérać będzie, pół okręgu *BOC*, 180° wárt uiącego; a że miarą iego bydź powinna połowa tego łuku (63), więc mieć będzie 90°.

66. Podanie (65) wywiedzione, między wielu innémi użyciami, mieć może dwa następuiące.

fig. 36. 67. *1òd. Chcąc wyciągnąć prostopadłą z końca B, linii FB* (*fig.* 36), gdy linii takowéy przedłużyć dostatecznie niémożna, żeby się działanie wyżéy (33) opisane, wykonać dało; postąpić sobie trzeba następuiącym sposobém.

Z punktu *D*, zewnątrsz linii *FB*, do upodobania wziętego, i otwartością cyrkla równą *DB*, ciągniy okrąg *ABCH*, który liniią *FB*, przetnie w iakowym punkcie *A*; przez ten punkt i przez śrzodek *D*, ciągniy śrzednicę *ADC*; z piérwszego punktu *C*, gdzie śrzednica ten okrąg przecina, spuść do punktu *B*, liniią *CB*, która linii *FB* będzie prostopadłą; kąt albowiém *CBA*, uczyniony z liniią *FB*, ma wiérszchołek swóy na okręgu, i ramiona iego przez końce śrzednicy

dnicy *AC* przechodzą, więc kąt ten, ieſt proſty (65); a zatém liniia *CB*, ieſt linii *FB* proſtopadła.

68. zr. *Z punktu E* (fig. 38) *zewnątrſz koła ABD. chcąc okręgowi tego koła wyciągnąć ſtyczną*; złącz ſrzodek *C* i punkt *E*, przez liniią proſtą *CE*; z linii *CE* jako z ſrzednicy, ryſuy okrąg *CAED*; który przetnie pierwſzy okrąg *ABD*, we dwóch punktach *A* i *D*; przez każdy z tych punktów, i przez punkt *E*, wyciągnąwſzy liniie *DE*, *AE*, mieć będzieſz dwie ſtyczne; które z punktu *E*, do okręgu *ABD* wyciągnąć można. fig. 38.

Żeby ſię przekonać, o tém, iż te liniie, prawdziwie ſą ſtycznémi, nietrzeba tylko wyciągnąć promienie *CD*, i *CA*; dwa kąty *CDE*, *CAE*, każdy maią wierſzchołek ſwóy na okręku *ACDE*, i dwa ramiona każdego, przechodzą przez końce ſrzednicy *CE*; a zatém (65) te kąty ſą proſte; więc *DE* i *AE*, ſą proſtopadłe końcóm promieni *CD* i *CA*; więc te liniie ſą ſtycznémi w *D* i w *A*.

69. Przedłużywſzy ramię BA (fig. 32) do upodobania ku I, zrobi ſię kąt NAI, maiący ſwóy wierſzchołek na okręgu. Kąt ten, który nie z dwóch cięciw, ale tylko z iednéy cięciwy, i przedłużenia drugiéy ſkłada ſię, niebędzie miał za miarę połowy łuku AD, między ramionami iego zawartego, ale połowę ſummy dwòch łukòw AD i AB fig. 32.

 pod-

podciętych przez ramię AD, i przez ramię IA przedłużone. Albowiém DAI, z kątém DAB, ważąc razém dwa profte kąty; te oba kąty powinny mieć za miarę razém, połowę okręgu; lecz widzieliśmy (63) że kąt DAB, ma za miarę pół DB; więc DAI, będzie mieć za miarę pół AD i pół AB.

fig. *39,* 70. *Kąt* BAC (fig. 39), *maiący wierfzchołek fwóy między śrzodkiém i okręgiém, ma za miarę połowę łuku BC, między ramionami fwémi zawartego, więcéy połowa łuku DE, między témiż przedłużonémi ramionami zawartego.*

Z punktu D, gdzie ramię przedłużone CA, ftyka fię z okręgiém, wyciągniy DF równoległą linii AB; kąt BAC, ieft równy FDC (37), a zatém, tęż famę mieć będzie miarę iak tamten, to ieft połowę łuku FBC (63), albo połowę łuku BC, więcéy połowa BF; albo ponieważ (60), BF ieft łuk równy łukowi DE, połowę BC, więcéy polowa DE.

fig. *40.* 71. *Kąt* BAC (fig. 40), *maiący fwóy wierfzchołek zewnątrz koła, ma za miarę, połowę łuku wklęsłego BC, mniéy połowa łuku wypu-*

kłego

kiego ED, między ramionami iego zawartych.

Z punktu D, gdzie liniia CA z okręgiém ſchodzi ſię, ciągniy DF ròwnoległą linii AB.

Kąt BAC, ieſt ròwny kątowi FDC (37), a zatém tęż ſamę mieć będzie miarę co i ten, to ieſt połowę łuku CF, albo połowę łuku CB, mniéy połowa BF, albo, (z przyczyny równości BF (60) i ED), połowę łuku CB, mniéy połowa ED.

72. Rzecz tedy iaſna, że gdy ramiona iakiego kąta, zachwytuią między ſobą łuk okręgu, ieżeli kąt takowy ma za miarę połowę łuku, między ramionami ſwémi zawartego, wiérſzchołek ſwóy zapewne mieć będzie na okręgu: gdyby go albowiém, miał gdzie indziéy, podania wywiédzione (70 i 71) pokazałyby, że niema połowy łuku takowego, za miarę. Więc iakimkolwiék ſpoſobém bądź, niech ten kąt będzie położony, ieżeli ramiona iego (fig. 34), przechodzą zawſze przez też ſame punkta okręgu *B* i *E*, wiérſzchołek iego zawſze będzie, na iakowym punkcie okręgu. Przeto gdy dwie liniie *AM*, *AN* (fig. 41), nieruchomie z ſobą ſpoione, na téyże równi obracaią ſię razém, tak żeby zawſze dwóch punktów ſtałych *B* i *C* dotykały, wiérſzchołek *A*, nakryśli okrąg koła, który przez dwa punkta *B* i *C*, przechodzić będzie.

fig. 34.

fig. 41.

To ſłużyć może 1ód. *Do naryſówania koła, któreby przez trzy dane punkta A, B, C,* fig. 41. *(fig. 41) przechodziło, gdy do śrzodka zbliżyć ſię niemożna.*

Punkt *A* z dwoma punktami *B* i *C*, przez dwie liniie *AM*, *AN* złączyć potrzeba, i te liniie, tak umocnić, żeby ſię iedna od drugiey oddalić niémogła, dopiéro powoduy kąt *BAC*, tak, ażeby liniie *AM*, *AN*, zawſze punktów *B* i *C*, dotykały, wierſzchołek *A* nakryśli żądany okrąg.

2re. Zeby naryſówać łuk koła, maiący liczbę ſtopniów zadaną, i ktòryby przechodził przez dwa zadane punkta B i C; co w praktyce może bydź potrzebne.

To maiąc zrobić; odetniy od 360 ſtopniów, liczbę ſtopniów, którą miéć ma łuk żądany, i wziąwſzy reſzty połowę, roſtwórz dwie liniie, tak żeby czyniły ów kąt, równy téy połowie. Dopiéro te linie z ſobą umocniwſzy, i obracaiąc ie około punktów ſtałych *B* i *C*, łuk *BAC*, ktôry w takowym obrocie wierſzchołka nakryśli ſię, będzie łukiem podług liczby zadanych ſtopniów obwiedzionym.

Łatwo widzieć ſię daie, dlaczego robi ſię kąt *BAC*, równy połowie reſzty; to ieſt, bo ma za miarę połowę łuku *BC*, który ieſt różnicą między całym okręgiem, i łukiem *BAC*.

O Liniiach proſtych rozległość zamykaiących.

73. Do zamknięcia iakowéy rozległości, niémożna użyć mniéy nad trzy liniie proſte; natenczas, rozległość

ległość takowa nazywa się, *tróy kąt prostokryślny* (triangulam recti- *fig.*
lineum), albo prosto tylko *tróykąt.* *42.*
ABC (fig. 42) iest tróykąt; poniewaź iest rozległością, trzema liniiami zamkniętą, albo raczéy, poniewaź iest figura, maiąca tylko trzy kąty.

Rzecz oczywista, że w każdym tróykącie, summa dwòch boków, wzięta iak się podoba, iest zawsze większa, iak trzeci bok. AB więcéy BC *np.* ważą więcéy iak AC; ponieważ AC, będąc liniią prostą, od A od C idącą, iest oráz naykròtszą drogą, od iednego z tych punktów do drugiego.

Tróykąt, którego trzy boki są sobie równe, nazywa się tròykąt *ró-*
wnoboczny (æquilaterum) (fig. *fig.*
44.). *44.*

Ten, ktorego dwa boki tylko, są ròwne, nazywa się tróykąt *ró-* *fig.*
wnoramiénny (isosceles) (fig. 45). *45.*

Ten zaś, ktòrego wszystkie trzy boki są nierówne, nazywa się tròy-
kąt *różnoboczny* (scalenum) (fig. *fig.*
43). *43.*

74. *Summa trzęch kątów, każde-*
go

go prostokryślnego tróykąta, czyni dwa kąty proste, albo 180°.

Przedłuż do upodobania bok AC,
fig. 43. ku E (fig. 43), i wyciągniy liniią CD, linii AB równoległą.

Kąt BAC, ieſt równy kątowi DCE (37), ponieważ liniie AB i CD ſą równoległe. Kąt ABC, ieſt ròwny kątowi BCD, na fundamencie drugiéy właſności równoległych (38); a zatém dwa kąty BAC i ABC, ſą wárte razém tyle, co dwa kąty BCD, i DCE, to ieſt tyle co kąt BCE; lecz kąt BCE, ieſt ſpełniéniém (17 i 19) kąta BCA; więc dwa kąty BAC i ABC, czynią razém ſpełniénie kąta BCA; więc trzy kąty razém czynią 180°.

75. Dopiéro uczyniony wywód, pokazuie oráz, *że kąt zewnętrſzny BCE tróykąta ABC, wynoſi tyle, co ſumma dwóch kątów wnętrſznych BAC i ABC naprzeciw niego położonych.*

Wnieśmy ſtąd co ſię powiedziało (74) 10d. *Że tróykąt proſtokryślny, niemoże mieć tylko ieden kąt proſty*; i w ten czas nazywa ſię *tróy-*

kąt

kąt prostokątny, (rectangulum). (fig. 46). *fig. 46.*

2re. Tém bardziéy, *niémoże mieć tylko ieden kąt rozwarty*; i w ten czas nazywa się *tróykąt rozwartokątny* (obtusangulum) (fig. 47). *fig. 47.*

3cie. Lecz *może mieć wszystkie trzy kąty ostre*, i nazywa się *tróykąt ostrokątny* (acutangulum) (fig. 45). *fig. 45.*

4te. *Ze maiąc wiadome dwa kąty, albo tylko summę dwóch kątòw w tróykącie, trzeci kąt także będzie wiadomy*; od 180°, odiąwszy summę dwoch wiadomych kątów.

5te. Gdy *dwa kąty w tróykącie, są równe dwóm kątóm drugiego tróykąta, trzeci kąt każdego tróykąta, musi koniecznie bydź także równy*; ponieważ trzy kąty każdego czynią 180°.

6te. *Ze dwa kąty ostre w prostokątnym tròykącie, są zawsze dopełniéniém* (21) *ieden drugiego*. Albowiém gdy ieden z kątów tròykąta ma 90°; na drugie dwa niezostaie się więcéy tylko 90°.

76. Widzieliśmy wyżéy (55) że przez trzy punkta, ktore nieSą

w liw linii proſtéy, można zawſzé opiſać okrąg koła; wnieśmy teraz ſtąd.

Że *można zawſze opiſać okrąg koła, przez wiérſzchołki trzech kątòw tròykąta.* To nazywa ſię: *opiſać koło na tróykącie* (triangulo circulum circumſcribere).

77. Stąd łatwo daléy wnieść ſię daie, *16d. Że ieżeli dwa kąty w tróykącie ſą róıwne, boki które im ſą przeciwne będą także równe;* i odwrotnie, *ieżeli dwa boki w tróykącie ſą ròwne, kąty im przeciwne, także ſobie ſą równe.*

Opiſawſzy albowiém okrąg przez trzy kąty A, B, C, (fig. 48) ieżeli kąty ABC, ACB, ſą ſobie równe, łuki ADC, AEB, których połowy ſłużą im za miarę (63), będą koniecznie ròwne; a zatèm cięciwy (7) AC, AB, będą równe. I odwrotnie ieżeli boki AB, AC ſą równe, łuki ADC, AEB, będą także ròwne; a zatém kąty ABC, ACB, maiące za miarę połowę tych łuków, będą ſobie równe.

fig. 48.

A zatém trzy kąty tròykąta ròwnobocznego ſą równe, i każdy z

nich

nich wárt trzecią część 180^{o}, to ieſt 60^{o}.

78. *2re. W iednymże tróykącie ABC (fig. 49) nayiwiękſzy bok, ieſt naprzeciw nayiwiękſzego kąta, naymniéyſzy bok, naprzeciw naymniéyſzego; i odwrotnie.* fig. 49.

Jeżeli albowièm kąt ABC ieſt więkſzy iak kąt ACB, łuk AC, będzie więkſzy iak łuk AB, a zatèm cięciwa AC, więkſza iak cięciwa AB. Odwrotnego podania, podobnymże ſpoſobèm, możnaby dowièśdź.

O róiwności tròykątów.

79. Jeſt wiele podań, ktòrych dowodzenie gruntuie ſię na równości pewnych tròykątòw, iakie w takowych podaniach uważać trzeba; rzecz tedy przyzwoita, żebyśmy podali znaki, po ktòrych ròwność tròykątòw rozeznać można. Jeſt ich trzy.

80. *Dwa tròykąty ſą ſobie doskonale róiwne, gdy maią ieden kąt ròwny, zawarty między dwoma bokami, ròwnémi każdy każdému.*

Niech będzie kąt B, tròykata BAC

fig. 50. BAC (fig. 50), rowny katowi E, tròykąta EDF, niech bok AB, będzie równy bokowi DE, i bok BC, równy bokowi EF; że te dwa tròykąty ſą ſobie równe, można ſię przekonać naſtępuiącym ſpoſobèm.

Zmyślmy ſobie figurę ABC, przyłożoną na figurę DEF, tak, żeby bok AB, na bok równy ſobie DE doſkonale przyſtawał; ponieważ kąt B, ieſt równy kątowi E, bok BC padnie na EF, a punkt C, padnie na punkt F; gdyż rozumié ſię, że bok BC ieſt równy bokowi EF. Gdy zatèm punkt A, ieſt na punkcie D, i punkt C, na punkcie F, rzecz oczywiſta, że AC przyſtaie doſkonale do DF, zatèm idzie, że dwa tròykąty ſchodzą ſię doſkonale.

fig. 50. Przeto, chcąc nakryślić tróykąt, którego mi ſą wiadome dwa boki, i kąt między niemi zawarty (fig. 50), wyciągnę linią *DE*, równą iednemu z wiadomych boków; na tey linii (14), naznaczę kąt *DEF*, równy wiadomému kątowi, i zrobiwſzy linią *EF*, równą drugiému bokowi wiadomému, ſciągnę razèm *DF*, co mi zupełnie ſkończy żądany tróykąt.

81. *Dwa tròykąty ſą ſobie doskonale*

nale równe, gdy maią ieden bok równy, przyległy do dwóch kątów równych, każdy każdému.

Niechay bok AB (fig 50), będzie ròwny bokowi DE, kąt B, ròwny kątowi E, i kąt A, równy kątowi D. *fig. 50.*

Zmyślmy ſobie bok AB przyſtaiący doſkonale na bok DE; BC przyſtanie na EF, ponieważ kąt B ieſt równy kątowi E; podobnież ponieważ kąt A ieſt równy kątowi D, bok AC, przyſtanie na DF; a zatém AC i BC, zniydą ſię w punkcie F; więc oba tròykąty ſa ſobie ròwne.

Przeto chcąc naryſówać tróykąt którego ieden bok, i dwa kąty przyległe mu, będą wiadome (fig 50); wyciągnę liniią *DE*, równą wiadomému bokowi; na końcach téy linii, wznaczę (14), kąty *E* i *D*, dwóm kątóm wiadomym równe; boki *EF* i *DF*, takowych kątów, zſzedłſzy ſię razém, żądany tróykąt dokończą. *fig 50.*

82. Podanie (81), ſłużyć może chcąc dowieśdź, *że części AC, BD,* (fig 51), *dwóch rownoległych, zachwycone między dwiema innémi równoległémi AB, CD, ſą ſobie równe.* *fig. 51.*

Spuść dwie proſtopadłe AE, BF; kąty AEC, BFD ſą równe, bo ſą profte; z przyczyny zaś rownoległych, AC i BD, AE i BF, kąt EAC ieft rowny kątowi FBD (43). Nadto AE, ieft rowna linii BF (36); więc dwa tróykąty AEC, BFD fą równe; ponieważ maią bok równy, przyległy do dwoch kątów rownych, każdy każdemu; więc AC, ieft równa linii BD.

Podobnież dowieśdź można, że ieżeli AC, ieft rowna, i równoległa linii BD, AB będzie także równa i rownoległa linii CD; bo oprócz boku AC, rownego bokowi BD, i kąta proftego tak w E, iako też w F, kąt ACE, będzie równy kątowi BDF, ponieważ AC, równoległa linii BD (38); więc (75) trzeci kąt EAC, będzie rowny trzeciému kątowi DBF, a zatém oba troykąty będą miały ieden bok równy, przyległy dwom kątom rownym, każdy każdému; więc będą rowne; przeto liniia AE ieft rowna linii BF, i obie fą fobie rownoległe; ftąd więc, i z wyżéy położonego wywodu (82) naftępuie że AB, ieft rowna linii CD.

83. *Dwa tróykąty fą fobie* do-
sko-

skonale równe, gdy maią trzy boki rówene, każdy każdému.

Niechay będzie bok AB (fig 50) równy bokowi DE, bok BC równy bokowi EF, i AC równy bokowi DF. *fig. 50.*

Zmyślmy ſobie bok AB, doſkonale na DE przyſtaiący, i równią BAC na równią figury EDF przyłożoną; mówię że punkt C, przypadnie na punkt F.

Z punktów D i E iako ze śrzodków, promiéniami DF i EF, ryſuy dwa łuczki IK, i HG, które w F przecinaią ſię; rzecz oczywiſta, że punkt C, muſi przypaśdź na iakowy punkt łuczku IK, ponieważ AC, ieſt równa linii DF; z podobnéyże przyczyny punkt C, muſi przypaśdź na iaki punkt GH, ponieważ BC ieſt równa linii EF, muſi więc koniecznie przypaśdź w punkcie F, który ieſt ſam tylko ſpólny, obydwóm łukóm; a zatém dwa tróykąty, przyſtaią doſkonale ieden na drugi; więc ſą ſobie doſkonale równe.

Przeto chcąc narysówać tróykąt którego
fig 50 trzy boki będą wiadome (fig 50); wyciągniy liniią prostą *DE*, równą iednému z wiadomych boków; z punktu *D* iako ze śrzodka, i pomienieńiem równym drugiému wiadomému bokowi, rysuy łuczek *IK*; podobnież z punktu *E*, iako ze śrzodka, i promieniém równym trzeciému wiadomému bokowi, rysuy łuk *GH*; nakoniec z punktu przecięcia *F*, do punktów *D* i *E*, wyciągniy liniie proste *FD* i *FE*.

O *Wielokątach* (polygonum)

85. Figura, wiele boków a zatém i kątów maiąca, nazywa się ogólnie *wielokątém*.

Kiedy ma trzy boki, nazywa się.		*Tròykąt*	(Triangulum)
Gdy ma boków	4	*Czworokąt*	(Quadrilaterum)
	5	*Pięciokąt*	(Pentagon)
	6	*Sześciokąt*	(Hexagon)
	7	*Siedmiokąt*	(Heptagon)
	8	*Ośmiokąt*	(Octogon)
	9	*Dziewiąciokąt*	(Enneagon)
	10	*Dziesiątiokąt*	(Decagon)
	11	*Jedynastokąt*	(Endecagon)
	12	*Dwunastokąt*	(Dodecagon)

Z tablicą takowych nazwisk daléy nierościągamy się, iako mniéy użyteczną. Łatwo inne wielokąty na kształt tych wymienić się dadzą.

Nazywa się kąt *wyskakuiący* (procurrens) którego wiérszchołek iest

ieſt zewnątrſz figury położony; (fig 52.) ma wſzyſtkie ſwoie kąty wyſkakuiące. *fig. 52.*

Kąt *wklękły* (regrediens) przeciwnie, ieſt ten, ktòrego wierzchołek w figurę wchodzi; kąt CDE (fig 53) ieſt kąt wklękły. *fig. 53.*

Własności wielokątów, w Fortyfikacyi maią częſte użycia. Nazwiſka *kąta wyſkakuiącego, kąta wklękłego* trafiaią ſię oſobliwiéy, w kątach *ukrytéy drogi* (chemin couvert) i w liniiach *okopowych* (retranchement)

Nazywa ſię *przekątna* (diagonalis) liniia wyciągnięta z iednego kąta do drugiego w iakiéykolwiek figurze; AD, AC (fig 52) ſą przekątne. *fig 52.*

85. *Każdy wielokąt przez przekątne wyciągnęte z iednego kąta, może bydź podzielony, na tyle tróykątów mniéy dwa, wiele ten wielokąt ma bokòw.*

Spoyźrzawſzy na figury 52 i 53, można ſię przekonać o powſzechności téy prawdy. *fig 52. 53.*

86. *A zatém chcąc mieć ſummę wſzyſtkich wnętrſznych katòw, iakiegokolwiek wielokąta, trzeba wziąść*

180° tyle razy mniéy dwa, wiele znayduie ſię bokòw.

Rzecz albowiém ieſt oczywiſta, że ſumma kątòw wnętrſznych w fig. wielokątach ABCDE (fig 52), i AB 52. CDEF (fig 53), ieſt taż ſama, co 53. ſumma kątòw, zawartych w tròykątach ABC, ACD, i. t. d. A ponieważ ſumma, trzech kątòw, każdego z tych tròykąta, czyni 180°, trzeba więc wziąść 180° tyle razy, ile ieſt tròykątow, to ieſt (85) tyle razy mniéy dwa razy, wiele ieſt bokòw.

fig 53 W *figurze* 53. kąt *CDE* żeby mógł należeć do podania poprzedzaiącego, powinien bydź wzięty, nie względem części *CDE* wielokątowi zewnętrſzney, lecz względem części *CDE*, złożoney z kątów *ADE*, *ADC*; ieſt to kąt więcéy iak 180° maiący, który iednak niemniey za kąt poczytać trzeba, iak każdy inny kąt mnieyſzy od 180°; kąt albowiem w ogólności nicco innego ieſt, (10) tylko ilość o którą liniia, około ſtałego punktu obróciła ſię.

87. *Przedłużywſzy ku iednéyże ſtronie, boki wielokąta wklękłych kątòw niémaiącego, ſumma wſzyſtkich zewnętrſznych kątòw, wárta będzie* fig *360°, liczba bokòw niech będzie ia-* 52. *ka chce w wielokącie* (fig 52)

Ka-

Każdy albowiém kąt zewnętrſzny ieſt ſpełniéniém kąta wnętrſznego iému przyległego; przeto kąty tak wnętrſzne iak zewnętrſzne, czynią tyle razy 180°, ile boków znayduie ſię; lecz (86) wnętrſzne wſzyſtkie kąty, nieróżnią ſię od téy ſummy, tylko o dwa razy 180, albo 360°, zoſtaie więc na kąty zewnętrſzne 360°.

88. Nazywa ſię wielokąt *regularny* albo *foremny*, który wſzyſtkie kąty i wſzyſtkie boki ma równe *zobacz* (fig 54) *fig. 54*

Łatwo tedy zawſze dóyśdź można, wiele waży każdy wnętrſzny kąt wielokąta regularnego; znalazłſzy albowiem przez podanie wyżéy położone, (86) wartość wſzyſtkich razém wnętrſznych kątów, przez liczbę boków rozdzielić ią potrzeba; *np.* gdyby zadano było, wiele wárt każdy kąt wnętrſzny regularnego pięciokąta; ponieważ znayduie ſię pięć boków, biorę 180° pięć razy, mniéy dwa razy, to ieſt trzy razy, co mi daie wártość 540° piąciu kątów wnętrſznych; a ponieważ wſzyſtkie ſą równe, każdy muſi bydź wárt piątą część 540°, to ieſt 108°.

89. Z definicyi wielokąta regularnego wnieść należy, *iż przez wſzyſtkie kąty regularnego wielokąta*

ta, opiſać można ićdenże okrąg koła.
fig Albowiém dowiedziono ieſt (55)
54. że przez trzy punkta ABC (fig 54) okrąg koła opiſać można; ſtąd wnoſzę, że tenże okrąg przez koniec boku CD także przechodzić muſi: iakóż łatwo ieſt dowiéśdź że punkt D, gdzie takowy okrąg powinien boku CD dotykać, ieſt od C, o rówwną odległość BC oddalony; ponieważ kąt ABC, będąc równy kątowi BCD, łuki AEC, BFD, których połowy, ſą miarą takowych katów (63), powinny bydź równe; odiąwſzy od każdego łuk ſpólny AFED, łuki zoſtaiące CD i AB muſzą bydź równe; więc (7) i cięciwy CD i AB ſą także równe; więc punkt D, gdzie bok CD wpada w okrąg przechodzący przez ABC, ieſt tymże ſamym punktém, którym i wiérſzchołek kąta wielokątu. Względém kątów EF uczyniéby można tenże ſam wywód.

90. Rzecz tedy iaſna, że chcąc przez wielokąt regularny, okrąg opiſać, nietrzeba tylko przez wiérſzchołki trzech kątów iego okrąg naryſować; o czém iuz było wyżey (55).

91. *Wſzyſtkie proſtopadłe ſpuſzczone ze śrzodka wielokąta regularnego na boki iego, ſą ſobie ròwne.* Bo ponieważ te proſtopadłe OH, OL, na połowę każdego boku padać muſzą (52), liniie AH i AL będą ſobie ròwne; a że liniia AO, ieſt obydwóm tròykątòm OHA i OLA, ſpòlna; nadto z przyczyny tròykatów ABO, AOF, które wſzyſtkie boki ſwoie maią równe, każdy każdemu; kąty OAH, OAL, będą równe; więc dwa tròykąty OAH, OAL maiąc kąt równy, zawarty między dwoma bokami równémi, każdy każdému, ſą ròwne (80); więc liniia OH ieſt ròwna linii OL.

Przeto pomiéniém równym, iednéy z tych proſtopadłych, oprowadzony okrąg, wſzyſtkich boków dotykać będzie, i okrąg ten, nazywa ſię *w wielokącie wpiſany* (circulus polygono inſcriptus).

Proſtopadła OH, OL nazywa ſię każda, *proſtopadła na bok wielokąta.*

82. Rzecz oczywiſta że ze śrzodka wielokąta regularnego, wyciągnąwſzy liniie do wſzyſtkich kątów, te

te liniie będą między ſobą zawierać kąty równe; ponieważ będą miały za miarę łuki, które ſą przez równe cięciwy podcięte; a przeto, *chcąc mieć kąt śrzodkowy regularnego wielokąta, trzeba rozdzielić 360° przez liczbę boków.* Albowiém te równe kąty, wſzyſtkie razém, maią za miarę cały okrąg. *Np.* w ſześciokącie, każdy kąt śrzodkowy będzie miał ſzòſtą część z 360°, to ieſt 60°.

93. Za tém idzie, *że bok ſześciokąta, ieſt ròwny promiéniowi koła opiſanego.* Wyciągnąwſzy albowiém promiénie AO i BO, tròykąt AOB, będzie ròwnoboczny, a zatém (77) dwa kąty BAO, i ABO, będą ſobie równe; a iako kąt AOB ieſt od 60°, dwa pozoſtałe kąty powinny czynić razém 120° (75); więc każdy z nich ma 60°; więc te trzy kąty ſą ſobie ròwne, a przeto tròykąt ieſt rownoboczny (77): więc liniia AB, ieſt ròwna promiéniowi AO.

94. To oſtatnie podanie, ſłużyć może do podziału okręgu po 15°.

Wyciągniy dwie śrzednice *AB*, *DE*
fig. 55. (fig 55) iedna drugiey proſtopadłe, i wziąwſzy

wſzy otwartość cyrkla, równą promieniowi *CE*, wnieś ią koléyno, z *E* w *F* i z *A* w *G*; tym ſpoſobém cwierć okręgu *AE*, będzie na trzy części równe rozdzielona *AF*, *FG*, *GE*; bo ponieważ wzięła ſię długość promienia na otwartość cyrkla, idzie zatém, ſtąd co ſię powiedziało (93), że łuk *EF* ieſt od 60°; a że *EA* ieſt od 90°, więc *AF*, ieſt od 30°. Z téyże ſaméy przyczyny *AG* ieſt od 60°; a iako *AE* ieſt od 90°, więc *GE* ieſt od 30°. Naoſtatek, ieżeli łuk całkowity ieſt od 90°, odetnieſz łuki *AF* i *GE*, ważące razém 60°, zoſtaiący łuk *FG*, bydź muſi od 30°. Cwierć okręgu na takowe łuki każdy od 30° podzieliwſzy, łuk od 15° łatwo mieć można, każdy z łuków *AF*, *FG*, i *GE* na dwie równe części rozdzieliwſzy, ſpoſobem wyżéy (54) podanym. Toż ſamo działanie z trzema innémi ćwierciami *AD*, *DB*, i *BE* uczynić mozna.

Chcąc zrobić podział takowy aż do iednego ſtopnia, trzebaby użyć długiego próbowania i macania, pókiby na takowe części nienatrafiło ſię; albowiém niemaſz na to Jeometrycznego ſpoſobu. Jeſt atoli ſpoſób Jeometryczny, do wynaleźienia łuków od 3°; lecz ponieważ podania do tego działania wiodące, do niczego więcéy niémogą nam bydź użyteczne, przeto ie pominiémy.

Uważyć należy, że przez działania Jeometryczne rozumiémy tu, te wykryślenia, którémi, można wykonać zadaną rzecz w pewnéy określonéy liczbie działań, tylko przy pomocy liniiału i cyrkla.

O Liniiach proporcyonalnych.

95. Nim wnidziémy w rzecz o linii-

niiach proporcyonalnych, założemy tu wprzód niektòre podania, które ſą nieuchybnym wnioſkiém tego, cośmy w Arytmetyce przepiſali. Lecz żebyśmy wymawiania ſpoſòb ſkrócili, odtąd, gdy dwie ilości będą miały bydź iedna z drugą dodane, działanie takowe znakiém + oznaczémy, który tyle wárt będzie, co ſłowo *więcéy*; tak 4+3, znaczyć będzie, 4 *więcéy* 3, albo 4, dodane do 3, albo 3 dodane do 4. Podobnież w oznaczeniu odéymowania, znaku — użyiémy, ktòry iedno uczyni, co ſłowo *mniéy*; tak 5—2, znaczyć ma, 5 *mniéy* 2, albo, że 2 odiąć trzeba od 5. Jako niezawſze wyciąga potrzeba, żeby działania były w rzeczy ſaméy odprawione, gdy tylko przychodzi rozumówać o okolicznościach tych działań, tak częſtokroć użyteczniéy ieſt działania takowe tylko naznaczyć, aniżeli wypadek znich piſać.

W oznaczeniu mnożenia używać będziémy znaku X, co na iedno wychodzi, iak gdyby było powiedziano, *rozmnożone przez*, tak 5X4, znaczy, 5 *rozmnożone przez* 4.

Wo-

W oznaczeniu dzielenia poſtąpiémy ſobie iak w Arytmetyce; dziélnego i dziélnika w poſtaci ułamka piſać będziémy, którego dziélny będzie licznikiém, a mianownikiém dziélnik; tak $\frac{12}{7}$ znaczyć ma 12 rozdzielone przez 7.

To założywſzy, widzieliśmy w Arytmetyce (175), że w każdéy proporcyi, ſumma poprzédników, ma ſię do ſummy naſtępników, iak ieden poprzédnik do ſwego naſtępnika, i że toż ſamo ma ſię z różnicą poprzédników, przyſtóſowaną do różnicy naſtępników.

96. Zatém, ſtąd wnieść możémy, że *w każdéy proporcyi, ſumma poprzédników ma ſię do ſummy naſtępników, iak ſię ma różnica poprzédników, do różnicy naſtępników*; bo ponieważ w proporcyi 48 : 16 : : 12 : 4 *np.* mówić daie ſię (w Arytm. 175)

$$48+12 : 16+4 :: 12 : 4$$
$$\text{i } 48-12 : 16-4 :: 12 : 4.$$

rzecz oczywiſta (z przyczyny ſpólnego ſtóſunku 12:4) że można wnieść, 48 + 12 : 16 + 4 : : 48 — 12 : 16 — 4. Rozumówanie ieſt toż ſamo mo względém każdéy innéy proporcyi.

97. Można zatém w téy ostatniey proporcyi, trzeci wyraz na miéyſce drugiego, a drugi na miéyſce trzeciego przeſtawiwſzy (co uczynić wolno) (Arytm. 171) powiedzieć także, *że ſumma poprzédników, ma ſię do ich różnicy, iak ſumma naſtępników, do ich także różnicy.*

98. W proporcyi 48 : 16 : : 12 : 4 miéyſca dwòch śrzednich przemiéniwſzy, będzie, 48 : 12 : : 16 : 4; i ſtoſuiąc do niéy podanie (96) wywiedzione, wypadnie, 48+16:12+4::48—16:12—4, co względém proporcyi 48:16::12:4 daie naſtępuiące podanie. *Summa dwóch piérwſzych wyrazów proporcyi, ma ſię do dwóch oſtatnich wyrazów, iak różnica dwóch piérwſzych, do różnicy dwòch oſtatnich;* albo (trzeci wyraz na miéyſce drugiego, i drugi na miéyſce trzeciego przełożywſzy) *Summa dwóch piérwſzych wyrazów, ma ſię do ich różnicy, iak ſumma dwóch oſtatnich wyrazów, do ich także różnicy.*

99. *Jeżeli ſtóſunek ieſt złożony z mnogości wielu innych ſtóſunków, na mieyſce każdego z tych składaiących ſtòſunków, można położyć ſtòſunek w innych wyrazach zawarty, byleby te dwa wyrazy, miały tenże ſtòſunek, co owe, na ktòrych mieyſce przychodzą.*

Np. w ſtóſunku 6×10:2×5, można zamiaſt czynników 6 i 2, położyć 3 i 1, co da ſtóſunek złożony 3×10:1×5, i uczyni tenże ſtóſunek, iak 6×10:2×5. Jakóż ponieważ 6:2::3:1 można bez odmienienia proporcyi (Arytm. 173) rozmnożyć poprzédników przez 10, a naſtępników przez 5, natenczas wypadnie 6×10:2×5::3×10:1×5.

Łatwo widzieć daie ſię, że to rozumówanie, do każdego innego ſtóſunku mieć może przyſtóſówanie.

100. Jeżeli dwie albo więcéy proporcyów znayduie ſię takowych, że w pierwſzym ſtóſunku iednéy, poprzédnik ieſt równy naſtępnikowi w drugiéy, gdy te proporcye porządnie rozmnożyć potrzeba będzie, można opuścić wyrazy które znaydą ſię ſpólne w poprzédniku i w naſtępniku; maiąc *np.* te dwie proporcye:

6

$$6 : 4 :: 12 : 8$$
$$4 : 3 :: 20 : 15$$

można wnieść $6 : 3 :: 12 \times 20 : 8 \times 15$

Przypuściwszy albowiém mnożnika spólnego 4, stósunek 6×4 do 4×3, ktòry wypadnie; nieròżniłby się od stósunku 6 do 3 (Aryt. 160) ktòry wynika, opuściwszy tego czynnika.

Podobnież maiąc $6 : 4 :: 12 : 8$
$$4 : 3 :: 20 : 15$$
$$3 : 7 :: 21 : 49.$$

wnieść można $6 : 7 :: 12 \times 20 \times 21 : 8 \times 15 \times 49.$

Toż samo i z tévże saméy przyczyny, o inszych stòsunkach rozumieć trzeba.

Ta uwaga, iest użyteczna chcąc znaleśdź stòsunek dwóch ilościòw, gdy ten stósunek ma bydź składany; natenczas albowiém, każda z tych ilościòw, stòsuie się do drugich ilościòw, ktòrych tylko używa się na pomoc, a które po dowodzie zostać się niepowinny.

Wiadomości ktoreśmy w liczbach zasiągnęli o proporcyach, teráz służyć nam maią do liniòw. Zeby zaś dowodzenia nasze były tém krótsze, i po-

powſzechnieyſze, tym liniom żadney oſobney wartości nienaznaczemy, chyba, w niektórych przyſtòſówaniach: wreſzcie można ſię zawſze poratować tém, co ſię powiedziało o liczbach.

Stòſunki które tu uważać mamy, ſą Jeometryczne. Tak, gdy ſię powie, ta albo owa liniia, ma ſię do téy lub owéy, iak 5 do 4 *np*; rozumieć trzeba, że piérwſza zawièra w ſobie drugą, iak liczba 5 zawiéra w ſobie 4.

101. *Jeżeli naiakiém ramieniu AZ iakiegokolwiék kąta ZAX* (fig 56) *naznaczyſz części równe AB, BC, CD, DE, i. t. d. takiéy wielkości i liczby iak ſię podoba; i wyciągnąwſzy podług upodobania, przez ieden z punktów podzielonych F, liniią FL, która z ramieniém AX w L zniydzie ſię; ieżeli wyciągnieſz przez drugie punkta podzielone, liniie BG, CH, DI, EK, i. t. d. równoległe linii FL: mówię że części AG, GH, HI, i. t. d. na ramièniu AX, będą także między ſobą równémi.* fig 56.

Wyciągniy przez punkta G, H, I, i. t. d. liniie GS, HM, IN, i. t. d. linii AZ równoległe; tròykąty ABG, GSH,

GSH, HMI, INK, i. t. d. będą wſzyſtkie ſobie równe; albowiém 1ód. liniie GS, HM, IN, i. t. d. ſą każda, równe linii AB; ponieważ (82) ſą równe liniom BC, CD, DE, i. t. d. 2re. kąty GSH, HMI, INK, i. t. d. ſą wſzyſtkie między ſobą równe, gdyż wſzyſtkie ſą równe kątowi ABG (43). 3cie. kąty SGH, MHI, NIK, i. t. d. ſą wſzyſtkie ſobie równe, ponieważ wſzyſtkie ſą równe kątowi BAG (43).

Więc wſzyſtkie tròykąty BAG, SGH, MHI, maią ieden bok równy przyległy dwóm ròwnym kątóm, każdy każdemu, a zatém wſzyſtkie ſą ſobie ròwne; więc boki AG, GH, HI, i. t. d. tych tròykątów, ſą także wſzyſtkie między ſobą równe; ſkąd iawna ieſt, że liniia AX ieſt w iſtocie ſamey, na równe części podzielona przez liniie równoległe.

Rzecz tedy oczywiſta, gdy AB ieſt iakową częścią linii AG; BC będzie podobną częścią, części GH; CD będzie także podobnąż częścią, części HI; ieżeli *np.* AB ieſt $\frac{2}{3}$ linii AG; BC będzie $\frac{2}{3}$ lini GH, i. t. d.

Toż

Toż ſamo rozumieć ſię ma, o 2, 3, 4, i. t. d. częściach linii AF, przyſtòſówanych do 2, 3, 4, i. t. d. części linii AL; więc oddział iakikolwiek AD albo DF, linii AF, ieſt tąż ſamą częścią oddziału odpowiadaiącego AI, albo IL, linii AL, iaką ieſt AB, linii AG; to ieſt że

$$AD : AI :: AB : AG.$$
$$\text{i } DF : IL :: AB : AG.$$

Można także powiedzieć że AF: AL :: AB ; AG.

Więc (z przyczyny ſtòſunku AB: AG, ſpòlnego tym wſzyſtkim trzem proporcyóm), można powiedzieć

$$AD : AI :: DF \cdot IL$$
$$\text{i } AD : AI :: AF : AL$$

102. *Więc przez punkt D* (fig 57), *na iednym z boków AF, tróykąta AFL, do upodobania obrany, wyciągnąwſzy linia DI. równoległą bokowi FL; dwa boki AF, AL, będą proporcyonalnie przecięte; to ieſt że naſtępuiąca proporcya zawſze wyniknie.* *fig. 57.*

$$AD : AI :: DF : IL$$
$$\text{i } AD : AI :: AF : AL$$

albo, śrzodkow mieyſca przemieniwſzy (Aryt. 171)

$$AD : DF :: AI : IL$$
$$\text{i } AD : AF :: AI : AL$$

Kąt FAL, niechay będzie iaki chce.

Zawſze albowiém poiąć ſię daie, że liniia AF, może bydź na tak wiele części podzielona, żeby punkt D, na którą z takowych części przypádł. Przez wſzyſtkie tedy takowe punkta, wyſtawiwſzy ſobie rownoległe linii FL; liniia DI, będzie iedną z takowych równoległych; natenczas dowiéśdź można, poprzédzaiącym właſnie ſpoſobém (101), że każda z tych proporcyów ma miéyſce.

103. *Więc 16d. Jeżeli z punktu*
fig. *A, zewnątrſz linii GL* (fig 60 i 61)
60. *do upodobania wziętego, do różnych*
61. *punktów téy linii; liniie AG, AH, AI, AK, AL powyciągaſz; każda równoległa BF linii GL, te wſzyſtkie liniie, przetnie na części proporcyonalne; to ieſt że miéć będziéſz:*

$$AB : BG :: AC : CH :: AD : DI :: AE : EK :: AF : FL$$
$$\text{i } AB : AG :: AC : AH :: AD : AI :: AE : AK :: AF : AL$$

Uważaiąc albowiém koléyno, kąty GAH, GAI, GAK, GAL, iak
fig. ſię uważało kąt FAL (fig 57); tym-
57. że ſamym ſpoſobèm dowiéśdź można,

żna, że te wszyſtkie ſtòſunki, ſą ſobie równe.

104. 2re. *Liniia AD (fig 58), która dzieli kąt BAC na dwie równe części w tròykącie, ſtronę przeciwną BC, przecina na dwie części BD, CD, proporcyonalne bokóm odpowiadaiącym AB, AC; to ieſt że BD: DC :: AB: AC* *fig. 58.*

Albowiém ieżeli przez punkt B wyciągnieſz liniią BE, linii AD równoległą, któraby zeſzła ſię z liniią CA; do E przedłużoną; natenczas, liniie CE, CB, będąc proporcyonalnie przecięte (102), mieć będzieſz BD:CD::AE:AC

Ze zaś AE,ieſt ròwna linii AB, łatwo widzieć ſię daie; ponieważ z przyczyny ròwnoległych AD, i BE, kąt E ieſt równy kątowi DAC (37), i kąt EBA, ieſt równy ſwemu na przemian BAD (38), a zatém ponieważ DAC, i BAD, ſą ſobie równe, iako połowy kąta BAC, kąty E, i EBA będą także ſobie ròwne; a zatém boki AE, i AB, ſą ſobie podobnież rowne; więc proporcya BD:CD::AE:AC, odmienia ſię w tę, BD:CD::AB:AC.

Tego podania użyć można, chcąc wynaleśdź punkta przedłużenia linii *głowney Narożnika* (Capitale du Baſtion).

fig 59. Na przedłużeniach *czół BD*, i *BE* (fig 59), obierz ſobie dwa punkta *D* i *E*, a zmierzywſzy *BD*, i *BE*, albo kiedy zmierzyć niemożna, znalazłſzy ich długości, ſpoſobami niżey podanémi, zmierz także *DE*; natenczas, ponieważ liniia główna, dzieli kąt *ABC*, i iemu przyległy *DBE*, na dwie równe części, mieć będzieſz *DB*: *BE*:: *DF*: *EF*, co podług (Arytm. 174), odmienić można ſna, *DB*+*BE*:*BE*::*DE*:*EF*; tym ſpoſobem więc, mieć będzieſz *EF*, a zatém i punkt *F*.

fig. 57. 105. *Jeżeli liniie AF, i AL* (fig 57), *przetnieſz proporcyonalnie w punktcch D i I, to ieſt tak, że* AF:AD::AL:AI; *liniia DI, będzie linii FL równoległa.*

Albowiém część AI odcięta przez równąłegłą z punktu D wyciągniętą, powinna ſię mieścić w AL (102) tyle razy, ile ſię mieści AD w AF; lecz rozumié ſię, że AI, mieści ſię w AL tyleż razy; więc ta część niémoże bydź inſza iak AI.

fig. 60. 106. *Więc przeciąwſzy proporcyonalnie* (fig 60), *w punktach B,C D, E, F, liniie* AG, AH, AI, AK, AL, *wyciągnięte z punktu A, do róźnych*

żnych punktów linii GL, liniia BC DEF, przez te wszystkie punkta przechodząca, będzie liniia prosta, linii GL równoległa.

107. Podania (101 i daléy) wywiedzione, niemniéy są prawdziwe, gdy liniia BF, zamiast między punktém A, i liniią GL znaydówania się, iak w *figurze* 60, iest położona zewnątrsz punktu A, iak w fig: 61. Wszystko albowiém, co się o figurze 56 powiedziało, i co służy za fundament podaniòm wywiedzionym (101 i daléy), może bydź przystósòwano do ròwnoległych, ZA i XA przedłużonych, w fig 56. *fig.* 60. 61.

O Podobieństwie Tróykątòw.

108. Nazywaią się boki *odpowiadaiące* (latera homologa) dwóch tróykątòw, albo w powszechności dwóch figur sobie podobnych, te, które maią położenie podobne, każdy, w figurze do którey należy.

Kiedy się mówi, dwa tróykąty albo dwie figury, maią boki proporcyonalne, rozumié się, że każdy bok pierwszey figury, mieści w sobie odpowiedaiacy bok drugiey, zawsze tęż samę liczbę razy; tak, że w proporcyach stąd wynikaiących, przystósówawſzy bok pierwſzey, do boku odpowiadaiącego drugiey; drugi ſtóſunek ſkładać trzeba, ſtóſuiąc podobnież drugi bok pierwſzey, do boku odpowiądaiącego drugiey: albo, ieżeli zaraz dwa boki pierwſzey figury, przyſtóſówane były ieden do drugiego; dwa boki które maią bydź przyſtóſowane dla złożenia drugiego ſtóſunku, powinny bydź odpowiadaiące, czyli maiące toż ſamo położenie co tamte, i w tymże porządku wzięte; to ieſt że poprzédnikiém drugiego ſtóſunku, powinien bydź bok odpowiadaiący, poprzédnika pierwſzego ſtóſunku.

109. *Dwa tróykąty, które maią kąty równe, każdy każdému, maią boki odpowiadaiące proporcyonalne, a zatém ſą ſobie podobne.*

Jeżeli dwa tróykąty ADI, AFE
fig. (fig 62), ſą takie, że kąt A pier-
62. wſzego, ięſt równy kątowi A drugiego, kąt D, równy kątowi F, i kąt I rówuy kątowi E; mówię, że mieć będę AD : AF :: AI : AE :: DI : FE.

Bo ponieważ kąt A pierwſzego tróykąta, ieſt równy kątowi A drugiego, te dwa tróykąty można przy-
fig. łożyć ieden na drugi, iak w fig 57;
57. natenczas, ponieważ kat D, ieſt równy kątowi F, liniie DI, i FE będą równoległe (37); więc na funda-

damencie tego, co ſię powiedziało (102), mieć będę, AD:AF::AI:AE.

Wyciągniymy teráz przez punkt I (fig. 57) liniią proſtą IH, linii AF równoległą; podług tego co ſię powiedziało (102), mieć będziém AI : AL :: FH :FL, albo z przyczyny równości linii FH, z liniią DI (82), :: DI:FL; więc AD: AF:: AI: AL:: DI:FL fig. 57.

Że zaś mieyſca śrzodków przeménić można, można więc także powiedzieć AD: AI:: AF: AL; i AI: DI:: AL: FL

110. Ponieważ (75), gdy dwa kąty tróykąta ſą równe, dwóm kątòm drugiego tróykąta, trzeci kąt muſi bydź trzeciému koniecznie równy; wnieśmy ſtąd: *Że dwa tròykąty ſą ſobie podobne, gdy maią dwa kąty ròwne, każdy każdému.*

111. Widzieliśmy (43), że dwa kąty, które maią boki równoległe, i ſą ku iednéyże ſtronie obròcone, ſą ſobie równe; *więc dwa tròykąty, które maią boki ròwnoległe, maią także kąty równe, każdy każdé-*

mu, a zatém (109), *i boki proporcyonalne.*

Więc podobnież *dwa tróykąty, które maią boki proſtopadłe, każdy każdému, maią także też ſame boki proporcyonalne*; albowiém ieden z tych tròykątow, na ćwierć okręgu wkoło obròciwſzy, boki iego, ſtaną ſię ròwnoległémi drugiému tròykątowi.

112. *Jeżeli z kata proſtego* A, *tróykąta proſtokątnego, BAC* (fig. 46), *ſpuſciſz proſtopadłą* A*D, na przeciwny bok BC, która zowie ſię przeciwproſtkątna* (Hipotenuza) *1ód. Dwa tróykąty* A*DB,* A*DC, będą ſobie podobne, i tróykątowi BA*C. *2re. Proſtopadła* A*D będzie ſrzednią proporcyonalną między dwiema częściami przeciwproſtkątnéy BD i DC. 3cie. Każdy bok* A*B, albo* AC, *proſtego kąta, będzie ſrzednim proporcyonalnym, między przeciwproſtkątną i odcinkiém odpowiadaiącym BD, albo DC.*

fig. 46.

Albowiém dwa troykąty ADB, ADC, każdy z nich ma kąt proſty w D, iak go tróykąt BAC, ma w A; nadto, każdy z nich ma ieden kąt ſpòlny z tymże troykątém BAC; ponieważ kąt B, niemniéy należy do tróykąta ADB, iak do BAC; podobnież kąt C, niemniéy należy do tròykąta ADC, iak do tròykąta BAC; więc (109) te trzy tróykąty ſą ſobie podobne; więc ſtóſuiąc boki odpowiadaiące iedne z drugiémi, tych dwòch tròykątòw ADB i ADC, miéć będę

$BD : AD :: AD : DC.$

tróykątów zaś *ADB*, *BAC*, boki odpowiadaiące ſtóſuiąc; wypadnie proporcya:

$BD : AB :: AB : BC$

naoſtatek, tróykątów *ADC*, *BAC*, boki odpowiadaiące ſtóſuiąc, będzie proporcya:

$CD : AC :: AC : BC.$

Skąd pokazuie ſię, że *AD* (Arytm. 164), ieſt śrzednią proporcyonalną, między *BD* i *DC*; *AB* śrzednią proporcyonalną, między *BD*, i *BC*; i nakoniec *AC*, śrzednią proporcyonalną między *CD* i *BC*

113. *Dwa tróykąty, które maią kąt równy, między dwoma bokami proporcyonalnémi zawarty, maią także drugie dwa kąty równe, zatém ſą ſobie podobne.*

Jeżeli dwa tròykąty ADI, AFE (fig 62) ſą takie, że kąt A piérwſzego, ieſt równy kątowi A drugiego, i że oráz, boki zawiéraiące tako- *fig. 62.*

takowe kąty, ſą także takie, że AD: AF::AI:AE; mòwię że ſobie będą podobne; to ieſt, że będą mieć drugie kąty także ſobie ròwne, każdy każdému, i onych trzecie boki DI i FE, będą w tymże ſamym z ſobą ſtòſunku, co AD i AF albo AI i AE.

Albowiém kąt A, trόykąta ADI, można przyłożyć na kąt A, trόykąta AFE, ſpoſobém w *figurze* 57 wyrażonym. A że rozumié ſię, iż AD:AF::AI:AE, dwie liniie proſte AF i AE, będą przecięte proporcyonalnie w punktach D i I; więc DI ieſt rόwnoległa linii FE (105); więc (37) kąt AFE, ieſt ròwny kątowi ADI, i kąt AEF rόwny kątowi AID.

Stąd, iako téż z tego co ſię powiedziało (109) naſtepuie, że DI: FE::AD:AF::AI:AE

114. *Dwa tròykąty, które maią ſwoie trzy boki odpowiadaiące, proporcyonalne, maią także kąty rόwne, każdy każdemu, a zatém ſą ſobie podobne-*

fig. Daymy (fig 63), że DE:AB::
63. EF:BC::DF:AC: mόwię, że kąt

D, ieſt ròwny kątowi A, kąt E, rŏwny kątowi B, i kąt F, ròwny kątowi C.

Zmyślmy ſobie na DE, naryſòwany tróykąt DGE, ktòrego kąt DEG, ieſt ròwny kątowi B, i kąt GDE, ròwny kątowi A; tróykąt DEG, będzie podobny trôykątowi ABC (109), wiec (109) mieć będzieſz DE : AB :: GE : BC :: DG : AC; lecz rozumie ſię że DE : AB :: EF : BC :: DF : AC; zaczém z przyczyny ſpólnego ſtòſunku DE : AB, mieć będzieſz GE : BC :: EF : BC :: DG : AC :: DF : AC; ſkąd wnieść można te dwie proporcye

GE : BC :: EF : BC
i *DG : AC :: DF : AC.*

Więc ponieważ w tych obu proporcyach, dwa naſtępniki ſą ſobie rôwne; poprzédniki między ſobą, także muſzą bydź ròwne; zatém poprzédnik GE, będzie ròwny poprzédnikowi EF, i DG równy DF. Przeto trôykąt DEG, ma ſwoie trzy boki, ròwne trôykątowi DEF; ieſt więc (83) ròwny temu tróykątowi DEF; a iako dopiéro wi-

dzie-

dzieliśmy, że tróykąt DEG, ieſt podobny tróykątowi ABC, tak tróykąt DEF, będzie także podobny tròykątowi ABC.

115. Dowiedliśmy wyżéy (109), że gdy liniia DI (fig 57), ieſt linii FL równoległa, dwa tròykąty ADI, i AFL ſą ſobie podobne. Ponieważ ta prawda ma miéyſce, chociażby kąt A był iakiéykolwiek wielkości, trzeba ſtąd wnieść (fig 60), że tròykąty AGH, AHI, AIK, AKL, ſą podobne tróykątòm ABC, ACD, ADE, AEF, każdy każdemu; i że zatém (109), KL : EF :: AK : AE :: KI : DE :: AI : AD :: IH : CD :: AH : AC :: GH : BC; więc z ciągu tych ſtóſunkòw niebiorąc tylko te ſtóſunki, ktòre ſą zamkniete w częściach linii GL i BF, mieć będzieſz KL : EF :: KI : DE :: IH : CD :: GH : BC; to ieſt, *że ieżeli z iednego punktu A, do różnych punktòw linii proſtéy GL, wyciągnieſz wiele innych linii proſtych, te linie, każdą liniią, linii GL rówonoległą, przetną tymże ſamym ſpoſobém, iak przecinaią GL; to ieſt na części,*

fig. 57. fig. 60.

któ-

które będą miały między ſobą też ſame ſtóſunki, iak części na linii GL odpowiadaiące.

116. Z podania (101) wywiedzionego, wynika ſpoſób podzielenia linii daney na części równe, albo na części, któreby miały między ſobą ſtóſunki żądane. Daymy że *AR* (fig 56), ieſt liniia, która ma bydź na dwie części podzielona, takie, żeby miały między ſobą ſtóſunek dany *np.* 7 : 3. Przez punkt *A*, w otwartości takiego kąta iak ſię podoba, wyciągniy liniią *AZ* do upodobania, i wziąwſzy także do upodobania, otwartość cyrkla *AB*, wnieś ią dzieſięć razy wzdłuż linii *AZ*; daymy że *Q*, będzie punktem oſtatniey części: punkta *Q* i *R* linii *AQ*, i linii daney *AR*, złącz razém; natenczas ieżeli przez punkt *D*, gdzie trzeci przedział kończy ſię, wyciągnieſz liniią *DI*, linii *QR* równoległą; liniia *AR*, będzie rozdzielona na dwie części *RI* i *AI*, które będą między ſobą :: 7 : 3; albowiém (101 i 102) maią ſię do ſiebie :: *DQ* : *AD*, które były zrobione od 7, i od 3 części. *fig* 56.

Stąd pokazuie ſię, że gdyby liniią *AR*, na większą liczbę części rozdzielić potrzeba było, *np.* na 5 części, któreby były między ſobą iak liczby, 7, 5, 4, 3, 2, to wſzyſtkie liczby, z ſobą dodaćby trzeba, coby uczyniło 21; potém na liniią *AZ*, dwadzieścia i iednę otwartościów cyrkla równych, wnieśćby należało; a dopiero przez przedziały 7, 5, 4, 3, 2. pociągnąć równoległe linii *QR*.

Gdyby ſtóſunek był w liniiach zadany, te wſzyſtkie liniie iedna za drugą, na liniią *AZ* wnieśćby potrzeba.

Ła-

Łatwo tedy poiąć można, coby czynić należało, gdyby liniia *AR*, na części równe miała bydź podzielona.

Lecz gdy części, na które liniia ma bydź podzielona, wypadaią zamałe, albo że liniia ſama ieſt mała, naymnieyſza niedoſkonałość w równoległych, nazbyt wpływa w równość, lub nierówność takowych części; dla czego niebędzie od rzeczy, podać ſpoſób naſtępuiący.

fig 64. 117. *f* g. (fig 64) Jeſt liniia do rozdzielenia zadana, *np.* na 6 części równych. Wyciągniy do upodobania liniią *BC*; na którą wnieś ſześć równych otwartości cyrkla do woli wziętych: niech będzie liniia *BC*, na którey ſię te ſześć części znayduią; na *BC*, naryſuy tróykąt równoboczny *BAC*, zrobiwſzy z punktów *B* i *C* iako ze śrzodków, otwartością *BC* iako promieniem, dwa łuki, które przetną ſię w *A*. Na bokach *AB*, *AC*, weźmiy części *AF*, *AG*, każdą, równą linii *f* g; a wyciągnąwſzy liniią *FG*, będzieſz ią miał równą linii *f* g. Z punktu *A*, do wſzyſtkich punktów, przedziałów linii *BC*, liniie proſte wyciągnąwſzy, mieć będzieſz liniią *FG*, przeciętą tym ſamym ſpoſobem, iak ieſt liniia *BC*.

Albowiem, liniie *AF*, *AG*, będąc ſobie równe, iako też *AB*, *AC*, także ſobie równe, $AB : AF :: AC : AG$; więc *AB* i *AC*, ſą proporcyonalnie przecięte w *F*, i w *G*, więc *FG*, ieſt równoległa linii *BC*; a zatém (113), tróykąt *FAG*, ieſt podobny tróykątowi *BAC*, więc tróykąt *FAG* ieſt równoboczny; więc liniia *FG*, ieſt równa linii *AF*, a zatém i linii *f* g; nadto *FG*, będąc linii *BC* równoległą, te dwie liniie (115), powinny bydź proporcyonalnie przecięte,

cięte przez liniie wyciągnięte z punktu A, do linii proſtéy BC.

To cośmy dopiero opiſali, ſłużyć może, do zrobiénia *podziałki* (ſcala), ſłużącéy do przenieſiénia figury, z wielkiego na małe; miara takowa, w bardzo wielu działaniach, naywygodnieyſza ieſt ta, którą nazywaią *dzieſiątną*, robi ſię naſtępuiącym ſpoſobem. Z końców A i B linii AB (fig. 65), która ma bydź na 100 części rozdzielona: wyciągniy proſtopadłe, AC, BD; na każdą z nich, wnieś dzieſięć otwartościów cyrkla, równych między ſobą, lecz upodobanéy wielkości; ściągnąwſzy CD, rozdziel AB, na 10 równych części, i takowe części także na CD, przenieś, potém wyciągniy ukośne, iak w figurze widziſz; przez punkta przedziałów odpowiadaiących na CA i BD, wyciągniy także liniie proſte, które linii AB będą równoległe; co tyle uczyni, iak gdyby liniia AB, była na 100 części podzielona. Chcąc *np.* mieć 47 części takich, iakich linia AB ma 100 w ſobie, wezmieſz na linii która przechodzi przez lic: 7, część 7 H, od CA aż do ukośnéy przez lic: 40 przechodzącéy; i tak z każdą inną liczbą uczyniſz. *fig. 65.*

Iakoż, z przyczyny tróykątów podobnych Cv 7, CA x, rzecz oczywiſta: że 7 v, mieści w ſobie 7 części takich, iakich Ax zawiéra w ſobie 10; więc ponieważ v H, zaymuie cztéry przedziały, każdy z nich równy przedziałowi Ax, liniia cała 7 H, waży 47 części takich; iakich Ax zawiéra w ſobie 10, to ieſt 47 takich części, iakich liniia AB, mieści w ſobie 100.

118. Podanie (102) wywiedzione, ſłużyć może *do wynalezienia, czwartéy proporcyonalnéy trzem liniom zadanym* a b, c d, e f. (fig. 57), to ieſt, linii któraby była, czwartym wyrazem proporcyi, od tych trzech poczynaiącéy ſię: *fig. 57.*

ab, *cd*, *ef*. Tym końcem wyciągnąwszy do upodobania dwie linije proste AF, AL, które by bądź jakikolwiek kąt między sobą czyniły, wnieś *ab*, z A w D, i *cd*, z A w F; wnieś podobnież *ef*, z A w I; punkta D.I, prostą liniią DI złączywszy, przez punkt F, wyciągniy liniią FL, linii DI równoległą; liniia AL, będzie czwartą proporcyonalną żądaną.

Na fundamencie podania (109) wywiedzionego, można sobie także w tém postąpić innym następuiącym sposobém. Weźmiy na linii do upodobania wziętey AF (fig. 57), dwie części AD i AF, równe liniióm *ab*, *cd*, każda każdey; i wyciągnąwszy liniią DI, rowną linii *ef*, czyniącą taki kąt iak się podoba, przez punkt A i I, rysuy liniią prostą AIL, którą przetniesz przez liniią FL, linii DI równoległą; ta równoległa, będzie żądanym czwartym wyrazém.

Gdy dwa śrzednie wyrazy proporcyi, są sobie równe, natenczas czwarty wyraz nazywa się, *trzecim proporcyonalnym*; dla tego iż w takiey proporcyi, tylko trzy wielkości różne, znayduią się. Tak, chcąc mieć trzecią proporcyonalną dwóm liniióm zadanym, trzeba rozumieć, że się szuka czwartego wyrazu proporcyi, w którey, druga z dwóch zadanych linii, mieysce dwóch śrzodków zastępuie, i działanie wychodzi, na toż samo, co się dopiero opisało.

Teorya linii proporcyonalnych, i tróykątów podobnych, iest fundamentém, bardzo wielu działań, w Jeometryi praktyczney. Opiszemy potém naygłównieysze, teraz o tych tylko mówić będziemy, które bez mierzenia kątów daią się odbyć; to iest szczególnie przy pomocy kołków i sznura. O innych zaś damy wiadomość, gdy z okazyi

Try-

Trygonometryi, opiſzemy narzędzia ſłużące do mierzenia kątów.

1ſzé Daymy że potrzeba na rzece iakiéy rzucić moſt; dla czego przodém wiedzieć należy ſzérokość téy rzeki AB (fig. 66.) *fig.* 66.

W kierónku (directio) linii AB, i w odległości BC, która przynaymniey trzecią część ſzérokości AB, wziętey na oko, ważyć powinna, zatknąwſzy kołek C, zmierzyſz liniią BC. Po prawey lub po léwey, ſtronie linii BC, i w upodobanym kierónku, odmierzyſz iaką zechceſz odległość *np.* CE, (im dłużſza tém będzie lepſza). Połowę téy linii CE naznaczyſz w D, i naznaczywſzy oráz punkt F, który niemniey w kierónku BE, iak w kierónku AD znaydówać ſię powinién, zmierzyſz BF i FE. Przez naſtępuiącą proporcyą. dóydzieſz długości AB; to ieſt FE — BF : $\frac{1}{2}$ BC; : : BF : AB.

Jakóż, zmyślmy ſobie w połowie D liniią DG, równoległą linii AB; punkt G. gdzie ſię złączy z liniią BE, będzie (102) połową linii BE, a zatém FG, będzie równą linii FE — BF. Lecz tróykąty FGD i ABF ſobie podobne, z przyczyny równoległych, daią proporcyą, FG : GD : : BF : AB. Nadto z przyczyny tróykątów podobnych EDG, ECB, DG ieſt połową CB; bo ED ieſt połową EC; więc FG, albo FE — FB : $\frac{1}{2}$ BC : : BF : AB.

2re W miérzeniu odległości, można ſobie także poſtąpić innym, a to naſtępuiącym ſpoſobém.

Daymy że potrzeba wyciąga. zmiérzyć odległość od punktu przykopu (tranchée) B (fig. 67), wziętego na przedłużeniu *linii głównéy Półxiężyca* (Demilune), do wierſzchołka A, kąta wyſkakuiącego ukrytéy drogi. *fig.* 67.

Na linii AB, wyciągnieſz prôſtopadłą BC, upodobaney długości; w punkcie E, na linii BC, zatkniy kołek, tak ażeby liniia CE była równą linii BE, albo częścią iey wielokrotną, iakoto połową, ćwiercią, i. t. d; to zrobiwſzy, na linii CD, proſtopadłey linii BC, oddalay ſię aż do punktu D, z którego mogłbyś widzieć, kołek E, i punkt A, w proſtym kierónku. W ten czas, AB będzie równa linii CD, ieżeliś liniią CE wziął równą linii BE; lub też AB, będzie dwa razy, albo cztery razy tak wielką iak CD, ieżeli na CE, połowa, albo ćwierć linii BE wzięta była. To pokazuie ſię oczywiście, uważaiąc że liniie CD i AB będąc równoległe, tróykąty ABE, i ECD, będą ſobie podobne.

fig. 68. 3*cie* Ieżeliby potrzeba zmierzyć odległość nieprzyſtępną AB (fig. 68). Obierz ſobie punkt C, tak położony, ażebyś z niego widzieć mógł oba punkta A i B, i w tym kierónku, odmierzyć części CD i CE, długościom linii AC i BC, ile możności naybliżſze; lubo ściśle biorąc, mogą bydź małe, względem linii AC i BC.

Spoſobami wyżey podanemi, albo innemi tym podobnemi, ktore na fundamencie tamtych wymyślić można, znaydzieſz długość CA i CB; potem w kierónku CA i CB, kołki D, E, zatknieſz; tak, żeby CD miała ſię do CE :: CA : CB, (co ieſt łatwo, maiąc wiadomą długość CA i CB, a CD obrać ſobie mogąc do upodobania); to zrobiwſzy zmierzyſz DE, i mieć będzieſz odległość AB, przez naſtępuiącą proporcyą CD : DE :: CA : AB; ponieważ dwa tróykąty CAB, CDE maiąc kąt równy, między dwoma bokami proporcyonalnemi zawarty, ſą ſobie podobne (113).

4*te*

4te Ieżeli przez punkt C (fig. 70), trzeba wytknąć na polu liniią, równoległą linii AB, (niemaiąc tylko kołki przy sobie). *fig. 70.*

Punkt D do upodobania obrawszy, w kierónku AD, naznaczysz punkt E, któryby się oraz w kierónku BC znaydówał; z tego punktu E wyciągniy EG, linii przystępney DB równoległą; potém z punktu C, prowadź GCF, linii AD równoległą, która z liniią BD w punkcie F zniydzie się. Na linii EG, naznaczysz punkt H, w kierónku FA położony. Liniia KCHI, przez takowe punkta przeprowadzona, będzie żądaną równoległą.

Albowiém z przyczyny równoległych FG i AD; tróykąty FHG, i FAD są sobie podobne, i daią proporcyą, FG albo ED : GH :: AD : FD. Z teyże samey przyczyny, tróykąty ECG, BED, daią EG albo DF : GC :: BD : DE. Te obie proporcye maiąc też same skrayne, mnogość śrzednich, będzie równa w obydwóch, a zatém z tych czterech ilościów (Arytm: 170.) można ułożyć proporcyą następuiącą, GC : GH :: AD : BD; więc dwa troykąty GCH, ABD, maią kąt równy między dwoma bokami proporcyonalnemi zawarty; rzecz albowiém iest oczywista, z przyczyny równoległych GE, DF, że kąt G iest równy kątowi D. Więc kąt GCH, albo przeciwny iego KCF, iést równy kątowi BAD; więc CF będąc równoległą bokowi AD; CK musi bydź także bokowi AB koniecznie równoległą.

5te Maiąc wiadomą grubość *przedpiersiénia* (epaulement) (fig. 69) otwartość zewnętrszną HK, i wnętrszną AB strzelnicy którą otworzyć trzeba, iak wynaléśdź kierónek *policzków* HA i KB? (joues).

Wystawiwszy sobie w myśli że P iest punkt, w którym się zniyśdź powinny takowe policzki ki przedłużone; tróykąty podobne HKP, ABP dadzą proporcyą, HK : AB :: HP : AP. A ieżeli przez połowy G i C. wystawiemy sobie znowu liniią strzału GCP, tróykąty podobne HGP, ACP, dadzą HP : AP :: GP : CP; więc HK : AB :: GP : CP; a zatem (Arytm: 174.) HK—AB : AB :: GC : CP; dóydziesz więc linii CP, to iest ilości, o któą się trzeba oddalić, od śrzodka otwartości C, prostopadle linii AB, żeby mieć punkt P, któryby z punktami A i B był w kierónku, iaki mieć powinny policzki AH, BK.

6te Przez podobne temu przystósowanie, tróykątów sobie podobnych, wynaleśdź można punkt C (fig: 71), w którym liniia celu *fig.* 71. wziętego przez metal, z przedłużeniem osi armatney przecina się.

Kula wyszedłszy z kanału działa, przez ważność swoie, oddala się od tego kierónku w którym z armaty była wypędzona; tak że gdyby liniia celu GH, była równoległa osi armatney, kula uderzyłaby zawsze niżey punktu, na cel wziętego. Żeby temu zapobiedz; linii celu GH, daie się pewne nachylenie takie, ażeby ta liniia zeszła się z osią w odległości AC, mnieszey, iak iest ta, w którey kula będzie mogła znyśdź się z liniią celu przedłużoną. Chcąc odległość takowego punktu C wynaleśdź; nietrzeba tylko mieć wiadomą długość osi armatney AB, zawartey miedzy dwoma punktami celu G i H, tudzież wysokości GA i HB tychże dwóch punktów nad osią. Natenczas, tróykąty podobne GAC i HBC, dadzą proporcyą GA : HB :: AC : BC, skąd (Arytm. 174) wnieść można GA—HB : HB :: AB : BC, gdzie wszystko oprócz BC było wiadomo.

O *Liniiach proporcyonalnych, uważanych w Kole.*

119. Dwie liniie, nazywaią ſię przecięte *w ſtoſunku odwrotnym* (in ratione inverſa, reciproca); gdy chcąc złożyć proporcyą z części tych linii, dwie części pierwſzéy, wypadaią ſkraynémi, a dwie części drugiéy, śrzedniémi téyże proporcyi wyrazami.

Dwie liniie, nazywaią ſię bydź *odwrotnie częściom ſwoim proporcyonalne*; gdy iedna z tych linii i iéy część, ſkładaią ſkrayné, druga zaś liniia i iéy część ſkładaią, śrzednie wyrazy proporcyi.

120. *Dwie cięciwy AC i BD (fig: 72), przecinaiące ſię w kole, w którymkolwiek bądź punkcie E, i w otwartości bądź iakiego chce kąta, przecinaią ſię zawſze w ſtoſunku odwrotnym; to ieſt, że* AE : BE :: DE : CE. fig. 72.

Albowiém, wyciągnawſzy cięciwy AB, CD, zrobią ſie dwa tròykąty BEA, CED, których podobiéńſtwo łatwo daie ſie dowiéśdź; ponieważ oprócz kąta BEA, równégo kątowi CED (20), kąt ABE, albo ABD, ieſt równy kątowi DCE, albo DCA:

bo oba, maią wiérſzchołki na okręgu, i na iednymże łuku AD, opiéraią ſię (64). Więc tróykąty BEA i CED ſą ſobie podobne (109); więc boki odpowiadaiące maią proporcyonalne, to ieſt AE : BE :: DE : CE; gdzie rzecz iaſna, że części cięciwy AC, ſą ſkraynémi, a części cięciwy BD, ſą śrzedniémi wyrazami.

121. Ponieważ podanie dopiéro wywiedzione, ma miéyſce, choćby punkt E, bądź gdzie chce znaydował ſię, i choćby dwie cięciwy AC, i BD, w otwartości bądź iakiego chce kąta przecinały ſię; więc to podanie będzie ieſzcze mieć miéyſce, gdy dwie cięciwy (fig. 73) będą ſobie proſtopadłe, i gdy iedna z nich *np.* AC, przez śrzodek koła przechodzić będzie; w takowym razie cięciwa BD będąc na dwie równe części przecięta (52), dwa wyrazy śrzednie proporcyi AE : BE :: DE : CE, ſtaią ſię równe, i proporcya odmienia ſię w tę proporcyą, AE : BE :: BE : CE; *więc każda proſtopadła BE, ſpuſzczona z punktu B okręgu, na śrzednicę, ieſt śrzednią*

dnią proporcyonalną, między dwiema częściami AE, CE, téy śrzednicy.

122. To podanie, mieć może wiele przystósowań użytecznych. Teraz przestaniemy tylko na iednem, a to iest, iak *znaleśdź śrzednią proporcyonalną między dwiema zadanémi liniiami* ae i ec (fig. 74.) *fig.* 74.

Wyciągniy liniią prostą AC, upodobanéy długości, na którą przenieś, iedna po drugiey liniie AE i EC, równe liniom *ea ec*; i na całéy linii AC, iako na śrzednicy, narysówawszy pół koła ABC, z punktu stycznego E, wyciągniy na linii AC, prostopadłą EB; ta prostopadła, będzie śrzednią proporcyonalną żądaną,

123. *Dwie sieczne AB, AC* (fig: 75), *z iednegoż punktu A, zewnątrsz koła poczynaiące się, i na części wklękłéy okręgu kończące się, są zawsze odwrotnie proporcyonalne, częściom swoim zewnętrsznym AD i AE; punkt A zewnątrsz koła, niech gdzie chce znayduie się, i dwie sieczne niech czynią między sobą kąt, bądź iaki chce.* *fig.* 75.

Zmyśliwszy sobie cięciwy CD i BE, mieć będziesz dwa tróykąty ADC, i AEB, w których 1^od^ Kąt A iest spólny. 2^re^ Kąt B iest równy kątowi C; ponieważ oba, maią wierszchołki na okręgu, i obéymuią tenże sam łuk DE (64); więc

(109)

(109) te dwa tróykąty ſą ſobie podobne, i maią boki proporcyonalne; więc AB : AC : : AE : AD; gdzie widzieć można, że ſieczna AB, i iéy część zewnętrſzna AD, ſkładaią ſkrayne; ſieczna zaś AC, i część iéy zewnętrſzna AE, ſkładaią średnie wyrazy proporcyi.

124. Ponieważ to podanie ieſt prawdziwe, choćby kąt BAC był iaki chce; więc zmyśliwſzy ſobie, bok AB nieruchomy, a bok AC, żeby ſię na punkcie A obracał, i od AB oddalał; w tym razie dwa punkta przecięcia E i C, coráz ieden do drugiego zbliżać ſię będą, aż nakoniec, liniia proſta AC, wpadłſzy na ſtyczną AF, te dwa punkta znivdą ſię w ieden, i AC, AE, każda z nich, ſtanie ſię równą linii AF; tak, że proporcya AB : AC : : AE : AD odmieni ſię w proporcyą AB : AF : : AF : AD; więc

Ieżeli z punktu A, wziętégo zewnątrſz koła, wyciągnieſz iakakolwiek ſieczną AB i ſtyczną AF, ta ſtyczna będzie średnią proporcyonalną, między ſieczną AB, i częścią zewnętrſzną AD, téyże ſiecznéy.

125. To podanie, między innemi użyciami, służyć może do przecięcia linii *w śrzednim i skraynym stósunku* (in ratione media & extrema). Mówi się że liniia AB (fig. 76), *fig. 76.* iest przecięta w śrzednim i skraynym stósunku; gdy iest przecięta na dwie części AC i BC takie, że iedna z nich BC, iest śrzednią proporcyonalną, między liniią całą AB, i drugą częścią AC, to iest, gdy są w takiéy proporcyi: AC : BC :: BC : AB.

W przecięciu takowém, postąpić sobie trzeba następuiącym sposobem. Z iednego końca A, podnieś prostopadłą AD, równą połowie linii AB; z punktu D, iako ze śrzodka, promieniém równym linii AD, rysuy okrąg, który w E, przetnie liniią BD, łączącą dwa punkta B i D. Nakoniec, przenieś BE z B w C; liniia AB w punkcie C, będzie w śrzednim i skraynym stósnnku przecięta.

Iakóż, liniia AB, będąc linii AD prostopadłą, iest przez to samo styczną (49); a ponieważ BF, iest sieczną, wypada proporcya (124) BF : AB :: AB : BE albo BC. Wiec (Arytm: 175), BF — AB : AB — BC :: AB : BC; a że AB, iest równa linii FE; gdyż AB iest podwóynością linii AD; więc BF — AB, iest równa linii BE, albo BC; a iako AB — BC, iest AC; więc BC : AC :: AB : BC; albo (Arytm. 171) AC : BC :: BC : AB.

O Figurach sobie podobnych.

126. Dwie figury, maiące iednęż liczbę boków, nazywaią się sobie podobne; gdy kąty odpowiadaiące, maią równe, i boki odpowiadaiące, proporcyonalne.

Dwie

fig. 77. Dwie figury ABCDE, abcde (fig. 77), ſą ſobie podobne, ieżeli kąt A, ieſt rowny kątowi a; kąt B, rowny kątowi b; kąt C, rowny kątowi c; i.t.d. i ieżeli oraz bok AB, mieści w ſobie ab, tyle razy, ile bok BC mieści bc; ile CD mieści cd, i. t. d.

W figurach, maiących więcéy iak trzy boki, te oba warunki ſą potrzebne; tylko w ſamych troykątach, doſyć ieſt na iednym z tych warunkow; bo w nich koniecznie ieden z drugiego wynika. (109 i 114).

127. *Ieżeli z dwoch kątow odpowiadaiących, A, a, w dwoch wielokątach ſobie podobnych, wyciągnieſz przekątne AC, AD, ac, ad, do drugich kątow; oba wielokąty, będą przedzielone, na tęż ſamę liczbę troykątow ſobie podobnych, każdy każdemu.*

Albowiém, kąt B rozumié ſię bydź rowny kątowi b, i bok AB : ab :: BC : bc; więc te dwa troykąty ABC, abc, maiące kąt rowny, między dwoma bokami proporcyonalnémi zawarty, ſą ſobie podobné (113); więc kąt BCA, ieſt rowny kątowi bca, i AC : ac :: BC : bc.

Je-

Jeżeli od kątów równych BCD, *bcd*, odetniesz kąty równe BCA, *bca*, pozostałe kąty ACD, *acd* będą także równe. Lecz BC: *bc* :: CD : *cd*, więc ponieważ się dopiéro dowiodło, że BC : *bc* :: AC : *ac*, mieć będziesz także CD : *cd* :: AC : *ac*; a zatém, dwa tróykąty ACD, *acd*, są także sobie podobne; ponieważ maią kąt równy, między dwoma bokami proporcyonalnémi zawarty. Toż samo, i tymże samym sposobém, co do tróykątów ADE, *ade*, i do wszystkich innych, któreby po nich następowały, daie się dowieśdź; gdyby zadane wielokąty, z większéy liczby boków były złożone.

128. *Jeżeli dwa wielokąty AB CDE, abcde, są złożone z iednéyże liczby tróykątów sobie podobnych, każdy każdému, i podobnie położonych; będą sobie podobne.*

Albowiém, kąt B i E są równe kątóm *b* i *e*; z przyczyny że tróykąty są sobie podobne: i z téyże saméy przyczyny, kąty cząstkowe BCA, ACD, CDA, ADE, są równe kątóm cząstkowym *bca*, *acd*, *cda* *ade*; więc także kąty całe BCD, CDE

CDE, ſą równe kątom całym *bcd*, *cde*, każdy każdemu. Nadto podobieńſtwo trôykątów, daie naſtępuiący ciąg równych ſtóſunków AB : *ab* :: BC : *bc* :: AC : *ac* :: CD : *cd* :: AD : *ad* :: DE : *de* :: AE : *ae*; niebioąc z tego ciągu, tylko ſtóſunki boków ſtycznych w tych wielokątach, mieć będę: AB : *ab* :: BC : *bc* :: CD : *cd* :: DE : *de* :: AE : *ae*. Więc te wielokąty, maią także boki proporcyonalne; więc ſą ſobie podobne.

Zatém, żeby naryſówać figurę podobną *fig. 77.* figurze zadaney ABCDE (fig. 77) którêyby, bok odpowiadaiący bokowi AB, miał długość zadaną; takową liniią daną, wznacz na linii AB, z A w *f*; liniią *fg* wyciągniy równolegle linii BC, i która liniią AC przetnie w *g*; przez punkt *g*, ciągniy znowu liniią *gh*, linii CD równoległą, i która liniią AD przetnie w *h*; wyciągniy daley przez punkt *h* liniią *hi*, linii ED równoległą, i będzieſz miał wielokąt *Afghi*, podobny wielokątowi ABCDE.

129. *Obwody dwóch figur podobnych, ſą miedzy ſobą, iak boki odpowiadaiące tychże Figur;* to ieſt, że ſumma boków figury ABCDE, zawiéra w ſobie ſummę boków figury *abcde* tyle razy, ile bok AB zawiéra w ſobie bok *ab*.

A!-

Albowiém w ciągu rownych ſtóſunków AB : *ab* :: BC : *bc* :: CD : *cd* :: DE: *de* :: AE : *ae*, ſumma poprzédnikòw (Arytm: 175), ma ſię do ſummy naſtępników, iak ieden poprzédnik, do ſwego naſtępnika :: AB : *ab*; rzecz oczywiſta, że te ſummy nieco innego ſą, tylko obwody figur.

130. Zmyśl ſobie, okrąg ABCD EFGH (fig 78) podzielony na ta- *fig.* 78.
liczbę części rownych, iak zechceſz; wyciągnąwſzy ze śrzodka I do punktów podzielonych, promiénie IA, IB i.t.d; drugim promiéniém *Ia*, ryſuy okrąg *abcdefgh*, ktòry będzie przecięty od tych promiéni w punktach *a,b,c,d,e,f,g,h*; rzecz oczywiſta, że ieżeli w każdym okręgu, punkta przedziału, cięciwami połączyſz, zrobią ſię dwa wielokąty ſobie podobne; gdyż tròykąty ABI, *abI*, i. t.d. ſą ſobie podobne, bo maią kąt ſpòlny I, zawarty między dwoma bokami proporcyonalnémi; albowiém IA, ieſt równa linii IB, a *Ia*, równa linii *Ib*, więc oczywiście maſz proporcyą, AI : BI :: *aI* : *bI*; tož ſamo względém innych tròykątów, możnaby dowiéśdź. Stąd, i co ſię powiedziało

ło (129) wnieść należy, że obwód ABCDEFGH ma się do obwodu *abcdefgh* :: AB : *ab*; albo (z przyczyny tróykątów podobnych ABI, *abI*) :: AI : *aI*

Ponieważ to podobiénftwo, niezawifło od liczby boków wielokąta, więc ieszcze miéć będzie mieyfce, choćby każdy bok był rozmnożony nieskończenie; a w takowym razie poiąć się daie, że między okręgiém, a takowym, z nieskończonéy liczby boków złożonym wielokątém, żadney różnicy niémafz; więc i okręgi ABCDEFGH, *abcdefgh*, są między sobą :: AI : *aI*, to ieft iak ich promiénie, a zatém iak ich śrzednice.

131. Wnieśmy ftąd 1^{od} *Że okrąg koła uważać można, iako wielokąt foremny, czyli regularny, z nieskończonéy liczby boków złożony.*

2re *Koła są figury sobie podobne.*

3^{cie} *Okręgi kołowe, są między sobą, iak ich promiénie albo iak ich śrzednice.*

132. W powfzechności, ieżeli w w dwóch wielokątach sobie podobnych, wyciągniefz dwie linije, iednakowo ku bokóm odpowiadaiącym nakłonione, i kończące się w

pun-

punktach podobnie położonych, względém tych boków; te linije które nazywaią się liniie odpowiadaiące, będą między sobą, w stósunku dwóch boków odpowiadaiących którychkolwiek. Albowiém iak tylko czynią kąty równe z dwoma drugiémi odpowiadaiącémi bokami ktòrémikolwiek, czynić także koniecznie muszą kąty równe, z dwoma innémi bokami odpowiadaiącémi ktòrémikolwiek; bo kąty dwòch wielokątów podobnych, są równe każdy każdému: przeto gdyby się nieznaydòwały bydź w iednakowym stósunku, z dwoma bokami odpowiadaiącémi, łatwo poiąć można, że punkta gdzie się kończą, niemogłyby bydź podobnie położone, iak się rozumié.

ROZDZIAŁ DRUGI.

O Powiérszchniach.

133. Przystępuiemy teraz do rozebrania, drugiego z trzech gatunków rozległościów, ktòreśmy wyżéy rozróżnili; to ieſt do rozległości w długości i szérokości.

W tym Rozdziale mówić niebędziémy, tylko o *powiérſzchniach płaskich*, przeſtaniémy nawet tylko na figurach proſtokryślnych i na kole.

Miara powiérſzchniów, czyni ſię przez tròykąty, albo przez *czworokąty*.

Czworokąty dzielą ſię, na czworokąty proſto rzeczone, na *nieròwnoległoboki* (trapezium), i na *ròwnoległoboki* (parallelogramum).

Figura czworokątna, ktòra proſto nazywa ſię *czworokątém*, ieſt ta, w któréy żaden bok, nieznayduie ſię
fig. 83. ròwnoległy drugiému (Zob: fig: 83.)

Nieròwnoległobok, ieſt czworokąt, w ktòrym dwa boki tylko, ſą ſobie
fig. 84. ròwnoległe (fig: 84.)

Ròwnoległobok. ieſt czworokąt, w ktòrym przeciwne boki, ſą ſobie równole-
figura 79. 80. głe (fig: 79. 80, 81, 82, 88, 89). Rò-
81. 82. wnoległoboków naznaczaią ſię czté-
88. 89. ry gatunki; *Ròwnoległegłobok ukośny* (rhomboides), *kwadrat ukośny*, (rhombus), *proſtokąt* (rectangulum), i *kwadrat* (quadratum.)

Ròwnoległobok ukośny ieſt, ktòrego boki, i kąty przyległe ſą niéró-
fig. 79. wne (fig. 79.)

Kwa-

Kwadrat ukośny ieſt, w którym boki ſą równe, ale kąty nierówne (fig. 80.) *fig.* 80.

Proſtokąt ieſt, którego kąty ſą równe, a boki przyległe nierówne (fig. 81.) *fig.* 81.

Kwadrat ieſt, którego boki i kąty wſzyſtkie, ſą równe (fig. 82.) *fig.* 82.

Gdy kąty, w czworokącie ſą równe, muſzą bydź koniecznie proſte; ponieważ cztéry kąty każdego czworokąta, ſą wárte razém cztéry kąty proſte (86).

Proſtopadła EF (fig. 79) między dwoma bokami przeciwnémi, w równoległoboku wywiedziona, nazywa ſię *wyſokością* tego równoległoboku; a bok BC, na który ta proſtopadła pada, nazywa ſię *podſtawa* (baſis). *fig.* 79.

Wyſokością tróykąta ABC (fig. 85, 86 i 87), ieſt proſtopadła AD, ſpuſzczona z kąta A tego tróykąta, na bok przeciwny BC, przedłużony ieżli potrzeba; i bok BC nazywa ſię nateneczas *podſtawą*. *fig.* 85. 86. 87.

134. *Którykolwiek tróykąt proſtokryſlny ABC (ſig. 87), ieſt zawſze* *fig.* 87.

połową równoległoboku, tęż podstawę, i tęż wysokość maiącego.

Zawsze albowiém poiąć się daie, że przez wiérszchołek kąta C, można wyciągnąć liniią CE, bokowi BA równoległą, tudzież przez wiérszchołek kąta A, liniią AE, bokowi BC równoległą; przez co z boków AB i BC złoży się równoległobok ABCE, tęż podstawę i tęż wysokość maiący, co tróykąt ABC: to założywszy, łatwo pokazuie się, że dwa tróykąty ABC, CAE, są sobie równe, z przyczyny równoległych (38). Z téyże samey przyczyny, kąty BCA i CAE, także sobie są równe; więc te dwa tróykąty, maiące bok równy, przyległy dwóm katóm równym każdy każdému, są sobie równe; więc tróykąt ABC iest połową równoległoboku ABCE.

135. *Równoległoboki ABCD,* fig. 88. 89. *EBCF (fig. 88. 89), iednéyże podstawy i iednéyże wysokości, są sobie równe co do powiérszchni.*

Dwa równoległoboki ABCD, fig. 88. EBCF (fig. 88), maią część spólną EBCD; a tak równość ich niezawisła, tylko od równości tróykątów

A

ABE, DCF; łatwo zaś dowieśdź można, że te tròykąty ſą ſobie ròwne; albowiém, bok AB ieſt równy bokowi CD; te liniie będąc równoległe, między ròwnoległémi zawarte (82); z téyże ſaméy przyczyny, bok BE, ieſt równy bokowi CF; nadto (43) kąt ABE, ieſt ròwny kątowi DCF; przeto te dwa tròykąty maią kąt ròwny, między dwoma bokami ròwnémi zawarty, każdy każdému; więc ſobie ſą ròwne; *a przeto ròwnoległobok ABCD, ieſt ròwny ròwnoległobokowi EBCF.*

W *figurze* 89, tymże ſamym ſpoſobém dowieśdź można, że dwa tròykąty, ABE, DCF, ſą ſobie. ròwne; więc odiąwſzy od każdego tróykąt DIE, dwa nieròwnoległoboki pozoſtałe ABID, EICF, muſzą ſobie bydź równe; naoſtatek, dodaiąc do każdego z tych nierównoległoboków tróykąt BIC, ròwnoległobok ABCD i ròwnoległobok EBCF ſtąd powſtaiące, muſzą ſobie bydź także, koniecznie ròwne. *fig.* 89.

136. Więc także powiedzieć można; *Ze tróykąty, też podſtawę, i też wyſokość, albo podſtawy ròwne, i wy-*

 ſokości

ſokości równe maiące, ſą ſobie równe. Albowiém, ſą połowami równoległoboków maiących też podſtawę i też wyſokość, co równoległoboki, których ſą połowami.

Z tego oſtatniego podania, wnieść można; *Ze każdy wielokąt, może bydź przemieniony w tróykąt, maiący też powiérſzchnią iaką miał wielokąt.*

Niech będzie *np.* dany pięciokąt fig. 90. ABCDE (fig. 90); ieżeli wyciągnieſz przekątną EC, przez dwa końce dwóch boków przyległych ED, DC, i linią DF linii EC równoległą, która z bokiém AE przedłużonym, zniydzie ſię w F; nakryśliwſzy linią CF, mieć będzieſz czworokąt ABCF, równy co do powiérſzchni pięciokątowi ABCDE; ponieważ dwa tróykąty ECD, ECF, maiąc podſtawę ſpólną EC, i między równoległémi EC, DF, zawarté będąc, maią iednęż wyſokość; więc ſobie ſą równe; przeto do każdego z nich dodawſzy czworokąt EABC, mieć będzieſz pięciokąt ABCDE, równy czworokątowi ABCF.

Tym

Tym ſamym ſpoſobém, iakośmy pięciokąt przemienili w czworokąt, można przemienić także, i czworokąt w tróykąt; więc i. t. d.

Chcąc przemienić tróykąt w czworokąt, maiący też ſamę powiérſzchnią; nietrzeba więcey (122), tylko wziąść śrzednią proporcyonalną, między podſtawą, i połową wyſokości; ponieważ (Arytm: 168) kwadrat tey śrzedniey proporcyonaley, będzie równy mnogości z tych dwóch czynników.

Można więc bądź iaką chce figurę, przemienić w kwadrat maiący też powiérſzchnią co zadana figura.

O miérzeniu Powiérſzchniów.

138. *Miérzyć powiérſzchnią*, ieſt to wynaléśdź wiele razy ta powiérſzchnia, mieści w ſobie inną powiérſzchnią wiadomą.

Miary w używaniu będące, ſą poſpolicie kwadraty; czaſém też ſą proſtokąty; tak, miérzyć powierſzchnią ABCD (fig. 91), ieſt to wynaléśdź wiele ta powiérſzchnia, mieści w ſobie kwadratów takich, iak *abcd*, albo proſtokątów takich, iak *abcd*; ieżeli bok *ab*, kwadratu *abcd*, ieſt na iednę ſtopę, to nazywa ſie wynaléśdź, wiele ma w ſobie ſtóp kwadratowych, powiérſzchnia ABCD; ieżeli bok *ab* proſtokątu *abcd*, ieſt na *fig. 91.*

iednę ſtopę, a bok *bc* ieſt na trzy ſtopy, to nazywa ſię wynaléśdź, wiele zawiéra w ſobie, powiérſzchnia ABCD, poroſtokątów, trzy ſtopy długich, a iednę ſtopę ſzérokich.

Chcąc zmiérzyć na części kwadratowe powiérſzchnią proſtokąta AB CD; trzeba ſzukać, wiele razy bok AB, mieści w ſobie bok *ab*, kwadratu *abcd*, który ſłuży za iedność miary; ſzukać oraz, wiele razy bok BC, mieści w ſobie bok *ab*; i natenczas rozmnożywſzy te dwie liczby iednę przez drugą, mieć będzieſz liczbę kwadratów takich, iak ieſt *abcd*, które powiérſzchnia ABCD w ſobie zawiéra.

Np. ieżeli AB, mieści w ſobie *ab* cztéry razy; ieżeli BC, mieści w ſobie *ab* ſiedm razy, mnożę 7 przez 4. a mnogość 28, znaczy że proſtokąt ABCD, mieści w ſobie 28 kwadratów takich, iak *abcd*.

Albowiem, ieżeli przez punkta podziałów E, F, G, wyciągnieſz równoległe linii BC, mieć będzieſz cztéry proſtokaty równe, z których każdy będzie mógł mieścić w ſobie tyle kwadratów takich iak ieſt *abcd*, wiele ſię znayduie części równych bokowi *ab*, w boku BC; więc kwadraty zawarte w iednym z tych proſtokątów, trzeba tyle razy powtórzyć, ile takowych proſtokątów znayduie ſię, to ieſt tyle razy, ile razy bok AB mie-

mieści w sobie *ab*; a ponieważ liczba kwadratów, w każdym prostokącie zawartych, iest taż sama, co liczba części znayduiących się w BC; więc rzecz iest oczywista, że mnożąc liczbę części mieszczących się w BC, przez liczbę części równych mieszczących się w AB, wyniknąć musi liczba kwadratów takich, iak iest *abcd*, które w prostokącie ABCD zmieścić się mogą.

Lubośmy, w dopiéro poprzédzaiącém rozumówaniu uważali, że boki AB, BC, spełna w sobie mieszczą liczbę iakową miar *ab*, to rozumówanie atoli, niemniéy służy, choćby miara *ab*, niemieściła się spełna.

Np. ieżeli bok BC, niemieścił w sobie tylko $6\frac{1}{2}$ miary, każdy inny prostokąt mieścić niebędzie tylko $6\frac{1}{2}$ miary; i ieżeli bok AB, niemieścił w sobie tylko $3\frac{1}{3}$ miary, niebędzie tylko $3\frac{1}{3}$ prostokątów, każdy z $6\frac{1}{2}$ kwadratów złożony; trzebaby więc rozmnożyć $6\frac{1}{2}$ przez $3\frac{1}{3}$, to iest liczbę miar mieszczących się na BC, przez liczbę miar mieszczących się na AB.

Jeżeli zamiast wymiérzenia powiérzchni ABCD (fig: 91) na części kwadratowe, chciałbyś ią wymiérzyć na części prostokątne *abcd*; rozumówanie podobneż pokazuie, że AB zmiérzyć potrzeba na części takie iak *ab*; a BC na części takie iak *bc*, i liczbę części oboiego gatunku, rozmnożyć iednę przez drugą. *fig. 91.*

Np.

Np. chcąc wiedzieć, wiele potrzeba wiązek *chroſtowych* (ſauciſſons) na 18 ſtóp długich, a 11 calów grubych, na powleczenie wnętrſzne, *działobitni* (baterie) *mozdzierzowey, długiey* 21 *ſążniów, wyſokiey na* 7 *ſtóp i* 4 *cale;* widzieć daie ſię, że grubość 11*u* calów mieści ſię 8 razy, w wyſokości 7*u* ſtóp i 4 calów; i że długość 18*ſt.* mieści ſię 7 razy, w długości 21 ſążniów; trzeba więc rozmnożyć 7 przez 8, a mnogość 56, pokaże ſzukaną liczbę wiązek chróſtowych.

Wreſzcie, gdy potrzeba wyciąga mierzyć powierſzchnią na części proſtokątne, można toż ſamo wykonać, mierząc naprzòd na części kwadratowe, a potém liczbę takowych części, dzieląc przez liczbę miar kwadratowych podobnychże, iaką w ſobie zawiéra, miara proſtokąta użytego.

139. Ponieważ równoległobok
figura proſtokątny (135) ABCD (fig: 88:
88. 89. i 89), ieſt równy równoległobokowi EBCF, też podſtawę, i też wyſokość maiącému; idzie zatém, że chcąc mieć powierſzchnią iego, trzeba rozmnożyć liczbę części mieſzczących ſię w podſtawie BC, przez liczbę części zawiéraiących ſię w wyſokości BA, można więc w powſzechności powiedzieć.

Że chcąc mieć liczbę miar kwadratowych, w powiérſzchni równoległoboku iakiegokolwiek ABCD zawartych, (fig: 79.) *trzeba zmiérzyć podſtawę BC i wyſokość EF, tąż ſamą miarą, i liczbę miar podſtawy, rozmnożyć przez liczbę miar wyſokości.* fig. 79.

Pokazuie ſię więc, ſtąd co ſię powiedziało (138), że chcąc obrachówać wartość powiérſzchni ABCD (fig. 91), nic więcéy czynić nietrzeba, tylko powiérſzchnią GBCH, albo liczbę kwadratów w niéy zawartych, powtórzyć tyle razy, ile razy bok GB mieści ſię w boku AB; a tak mnożny, ieſt powierſzchnią mianowaną, mnożnik zaś ieſt liczbą niemianowaną która tylko oznacza, wiele razy trzeba powtórzyć mnożnego. fig. 91.

Mówi ſię atoli bardzo poſpolicie; *że chcąc mieć powiérſzchnią równoległoboku, trzeba rozmnożyć iego podſtawę przez wyſokość*; lecz to trzeba poczytać za ſkrócony ſpoſób mówienia, w którym dorozumiewa ſię liczba kwadratów odpowiadaiących częściom podſtawy, i liczba wyrażaiąca wyſokość. Słowém, niémożna mówić, że ſię mnoży liniia przez liniią. Mnożyć, ieſt to brać pewną liczbę razy; tak dalece że mnożąc liniią, niémożna nigdy mieć więcéy iak liniią; a mnożąc powiérſzchnią, niémożna nigdy mieć więcéy, iak powiérſzchnią. Powiérſzchnia niemoże

z

z czego innego powſtawać, iak z powierſzchni; i lubo częſtokroć mówi ſię, że kwadrat ABCD (fig. 79.) może bydź uważany,
fig. 79.
iak gdyby był złożony z tylu linii równych, równoległych linii BC, ile w wyſokości EF, punktów znayduie ſię; trzeba rozumieć że te liniie maią nieſkończenie małą ſzerokość, (liniie albowiem bez ſzérokości, niemogą złożyć powierſzchni); zatem, natenczas każda z takowych linii ieſt powierſzchnią, która będąc powtórzona tyle razy, ile iéy wyſokość w wyſokości EF mieści ſię, daie powierſzchnią ABCD.

Będziemy iednak używać tego wyrażenia, to ieſt *rozmnożyć liniią przez liniią;* lecz przepominać nietrzeba, że to ieſt tylko ſkrócony mówienia ſpoſób. Tak mówić ſię będzie, że mnogość z dwóch linii, wyraża powierſzchnią, lubo w rzeczy ſaméy mówićby należało, że liczba części mieſzczących ſię na linii, rozmnożona przez liczbę części drugiéy linii, wyraża liczbę części kwadratowych, zawieraiących ſię w równoległoboku, któregoby iedna z tych linii, była wyſokością, a druga podſtawą.

Maiąc naznaczyć powierſzchnią równoległoboku ABCD (fig. 79) piſać będziemy BC ×EF; w *figurze* 81. piſać będziemy AB×BC; a w *figurze* 82, gdzie oba boki AB i BC ſą ſobie równe, zamiaſt AB× BC albo AB× AB
fig. 79.
fig. 81.
fig. 82.
piſać będziemy $\overline{AB}^2$; tak że $\overline{AB}^2$, znaczyć ma, liniią AB rozmnożoną przez ſiebie ſamę, albo powierſzchnią kwadratu, na linii AB zrobionego; tudzież maiąc naznaczyć że liniia AB ieſt podnieſiona do trzeciego ſtopnia, piſać będziemy $\overline{AB}^3$, co iedno uczyni iak gdyby napiſano było AB×AB×AB, albo $\overline{AB}^2$ ×AB.

140.

140. Idzie za tém cośmy powiedzieli; iż ażeby dwa rownoległoboki były ſobie rowne w powierſzchni, doſyć ieſt, ażeby mnogość z podſtawy iednego, rozmnożonéy przez wyſokość, była rówwna mnogości z podſtawy drugiego, rozmnożonéy także przez wyſokość. *Więc, gdy dwa równoległoboki, w powierſzchni ſą ſobie równe, podſtawy ich ſą odwrotnie ich wyſokościóm proporcyonalne;* to ieſt, że podſtawę i wyſokość pierwſzego, uważać można iako ſkrayne proporcyi, w któréy podſtawa drugiego, i wyſokość, ſkładać będą ſrzednie wyrazy; albowiém uważaiąc ie tym ſpoſobém, mnogość ſkraynych będzie równa mnogości ſrzednich; a w tym razie, proporcya koniecznie zachodzić muſi (Arytm. 170).

Wreſzcie ta prawda oczywiście poiąć ſię daie; uważaiąc że ieżeli podſtawa iednego ieſt mniéyſza *np.* od drugiego, wyſokość iego za to muſi bydź tém większa, żeby dały też ſamę mnogość.

141. Ponieważ tróykąt ieſt połową równoległoboku, też podſtawę,

wę, i też wyſokość maiącego (134), przeto, idzie za tém co ſię powiedziało (139), *że chcąc mieć powiérſzchnią tróykąta, trzeba rozmnożyć podſtawę iego przez wyſokość, i wziąść połowę téy mnogości.*

figura 85. 86. Tak, ieżeli wyſokość AD (fig: 85, i 86.) ma 34 ſtopy, a podſtawa BC 25 ſtóp; powiérſzchnia mieć w ſobie będzie 884 ſtop kwadratowych, to ieſt połowę mnogości, z 52 przez 34.

Nierozumiémy tu bydź potrzebno dodawać, że taż ſama mnogość ieſzcze wyniknie, mnożąc podſtawę przez połowę wyſokości, albo wyſokość przez połowę podſtawy.

142. Więc 1ód *Chcąc mieć powiérzchnią nieròwnoległoboku;* trzeba dodać z ſobą oba boki równoległe, wziąść połowę téy ſummy, i rozmnożyć ią przez proſtopadłą, między témi dwiema ròwnoléglemi wywiedzioną. Jeżeli albowiém wyciągnieſz przekątną BD (fig. 84), fig: 84. mieć będzieſz dwa tròykąty ABD, BDC, których wyſokość ieſt ſpòlna EF. Zeby mieć powiérſzchnią tròykątá ABD, trzebaby rozmnożyć połowę AD przez EF; w tróykącie zaś BDC, trzebaby rozmnożyć połowę

łowę BC także przez EF; więc powierzchnia nierownoległoboku, waży tyle, co połowa AD rozmnożona przez EF, więcey połowa BC rozmnożona także przez EF; to ieſt tyle, co połowa ſummy AD więcey BC, rozmnożona przez EF.

Jeżeli przez śrzodek G linii AB, wyciągnieſz liniią GH, linii BC ròwnoległą, ta liniia GH będzie połową ſummy, linii AD i BC. Albowiém, niech będzie I punktém, w którym liniia GH, przecina przekątną BD; troykąty BAD, BGI, ſobie podobne, z przyczyny ròwnoległych AD i GI, daią poznać (109) że GI, ieſt połową AD, ponieważ BG, ieſt połową AB.

Nadto, GH będąc ròwnoległą linii BC i AD; DC (102) ieſt przecięta tymże ſamym ſpoſobém, iak AB; więc dowieśdź można podobnież, że IH ieſt połową BC, zważaiąc podobne ſobie tróykąty BDC i IDH.

Więc na fundamencie tego co ſię wyżéy powiedziało, można mòwić; *Że powiérſzchnia nieròwnoległoboku ABCD, ieſt równa mnogości wyni-*

kaią-

kaiący z rozmnożenia wyſokości EF, przez liniią GH, wyciągniętą w rówwnéy odległości, od dwóch podſtaw na przeciw ſobie położonych.

143. 2re *Zeby mieć powierſzchnią wielokąta iakiegokolwiek;* trzeba go podzielić na tròykąty, przez liniie wyciągnięte z iednegóż punktu, do każdego z iego kątów; pótém wyrachòwać oſobną powiérſzchnią każdego z tych tròykątów, a złączywſzy te wſzyſtkie mnogości, wypadnie powiérſzchnia całego wielokąta. Lecz żèby mieć iak naymnieyſzą liczbę tróykątòw, naylepiéy będzie, te wſzyſtkie linie z iednego kąta wyciągnąć; *Zobacz*
fig: 53. fig. 53.

144. *Jeżeli wielokąt ieſt regular-*
fig: 78. *ny* (fig. 78); ponieważ w nim wſzyſtkie boki ſą ròwne, i wſzyſtkie proſtopadłe ze śrzodka wywiedzione ſą także równé; uważaiąc go iako złożony z tróykątòw, maiących wiérſzchołki ſwoie w śrzodku, mieć będzieſz powiérſzchnią iego, rozmnożywſzy ieden bok, przez połowę proſtopadłéy, a potém mnogość wypadłą, przez liczbę bokòw; albo

co na iedno wychodzi, rozmnożywszy obwód wielokąta przez połowę prostopadłéy.

145. Ponieważ koło (131), uważać się daie, iako wielokąt regularny złożony z nieskończonéy liczby boków; przeto należy stąd wnieść że *chcąc mieć powiérzchnią koła, trzeba rozmnożyć okrąg przez połowę promiénia.*

Albowiém prostodadła, na ieden z takowych boków spuszczona, nieróżni się od promiénia, wystawiwszy sobie w myśli liczbę boków nieskończoną.

146. Ponieważ okręgi kół, maią się do siebie, iak promiénie ich, albo iak śrzednice (131); rzecz oczywista, że maiąc wiadomy okrąg koła wiadoméy śrzednicy, łatwo wynaleśdźby można, okrąg każdego innego koła, któregoby była wiadoma śrzednica; ponieważ tylkoby rzecz szła, o wynaleziénie czwartego wyrazu téy proporcyi: *Srzednica okręgu wiadomego, ma się do tegóż okręgu, iak się ma śrzednica okręgu szukanego, do tego drugiégo okręgu.*

Stósunek śrzednicy do okręgu, nieiest nam doskonale wiadomy; lecz mamy wartości iego dostatecznie przybliżone, tak dalece, że można powiedzieć, iż doskonalszy stósunek, w praktyce wcaleby się na nic nieprzydał.

Archimedes wynalazł, że koło maiące w śrzednicy 7 stóp, w okręgu mieć będzié 22 ſtóp, z rożnicą bardzo małą. Tak gdyby zadano było, wynaleśdź okrąg koła, któregoby śrzednica miała 20 ſtóp; trzeba ſzukać (Arytm: 169) czwartego wyrazu proporcyi, któreyby trzy pierwſze były takowe:

7 : 22 : : 20.

Ten czwarty wyraz da $62\frac{6}{7}$, to ieſt długość okręgu koła, któregoby śrzednica była na 20 ſtóp długa, z różnicą bardzo małą. Mówię z różnicą bardzo małą; albowiem trzeba żeby śrzednica koła była na 800 ſtóp długa, ażeby w okręgu, podług tego ſtóſunku 7 do 22 wynalezionym, błąd, iednę ſtopę wynoſił. Wreſzcie, używaiąc ſtóſunku 7 : 22, można ſię obeyśdź bez układania proporcyi; doſyć ieſt ſtroić śrzednicę, i dodać do mnogości, ſiodmą część teyże śrzednicy; albowiem $3\frac{1}{7}$, ieſt liczba razy, mieſzczenia ſię *7u w 22óch.*

Adryan Metius dał ſtóſunek daleko bliżſzy; to ieſt 113 : 355; który ieſt taki, że potrzeba, ażeby śrzednica koła była przynaymniey 3000000 ſtóp długa, żeby tego ſtóſunku używaiąc, błąd w wynalezionym okręgu, iednę ſtopę wynoſił. * Naoſtatek, chcąc mieć z większą ieſzcze doſkonałością długość okręgu, można użyć ſtóſunku, 1 do 3.14159265358979 32, który daleko przechodzi poſpolitego użycia potrzebę, i w którym mniey lub więcey cyfer, po prawey ręce odrzucić można, im mnieyſzey lub większey potrzebuie ſię w okręgu doſkonałości. Ponieważ w tym ſtóſunku, pierwſzym wyrazem

* *Zeby ten ſtóſunek łatwo pamiętać było, trzeba uważać że liczby ſkładaiące go, znayduią ſię, przedzieliwſzy na dwie połowy równe, pierwſze trzy liczby nieparzyſte 1, 3, 5, każda dwa razy napiſana; iako to* 113355.

zem ieſt iedność, przeto ieſt dosyć wygodny; bo ſzukaiąc obwodu zadanego koła, działanie kończy ſię na rozmnożeniu liczby 3,1415926, przez śrzednicę zadaną koła.

Łatwo więc w rzeczy ſamey, znaléśdź można powiérſzchnią danego koła, przynaymniey tak doſkonale, iak nayobſzérniéyſza potrzeba, w praktyce wyciągać może.

Gdyby zadano było wynaléśdź, wiele ſtóp kwadratowych znayduie ſię w powiérſzchni koła, któregoby śrzednica była 20 ſtóp długa; rachuię, naprzód okrąg iego, iák wyżéy, a znalazłſzy $62\frac{6}{7}$ ſtóp, mnożę $62\frac{6}{7}$ przez 5, które ſą połową promiénia (145), i mam $314\frac{2}{7}$ ſtóp kwadratowych.

147. Nazywa ſię *wycinek koła*, (ſector), powiérſzchnia zawarta między dwoma promiéniami IA, IB. i miedzy łukiém AVB (fig. 78). *Odcinek* zaś (ſegmentum), nazywa ſię powiérſzchnia między łukiém AVB, i cięciwą iego AB. *fig.* 78.

Ponieważ koło uważać można, iako wielokąt regularny z nieſkończoney liczby boków złożony, przeto wycinek koła uważać można, iak część wielokąta regularnego, a powiérſzchnią iego, iako złożoną, z niekończoney liczby tròykątów, wiérſzchołki ſwoie maiących w śrzodku, a za wyſokość promień. *Więc chcąc mieć powiérſzchnią wy-*

cinka kołowego trzeba rozmnożyć łuk iego, ſłużący mu za podſtawę przez połowę promienia.

148. Względem odcinka, rzecz iaſna, że chcąc mieć iego powierzchnia, trzeba odiąć powiérſzchnią tróykąta IAB, od powiérſzchni wycinka IAVB.

149. Rzecz oczywiſta, że w tymże ſamym kole, długości łuków, ſą proporcyonalne liczbie ſtopniów, a zatém maiąc wiadomą długość okregu, można mieć i długość łuku od tylu ſtopniów ile mi ſię podoba, przy pomocy téy proporcyi: 360 *ſtopniów, maią ſię do liczby ſtopniów łuku, którego długości ſzukam, iak ſię ma długość okręgu, do długości ſzukanego łuku.*

150. Jeżeli potrzeba znaleśdź powierzchnią wycinka; którego liczba ſtopniów i promień ſą wiadome; ſzukać należy przez proporcyą dopiero daną, długości łuku, który ieſt podſtawą tego wycinka, a znalazłſzy, rozmnożyć ią przez połowę promienia. Niech *np.* będzie zadano, znaleśdź powierzchinę wycinka, od $32^{\circ}40'$, w kole którego śrzédnica ma 20 ſtóp; Znayduię naprzód iak wyżey (146), okrąg od $62\frac{6}{7}$ ſtóp; ſzukam potém czwartego wyrazu proporcyi od naſtępuiących trzech poczynaiącey ſię $360^{\circ}: 32^{\circ}40'$: : $62\frac{6}{7}$: takowy czwarty wyraz wypadnie $5\frac{19}{27}$, i będzie długością łuku od $32^{\circ}40'$; któ-

którą to długość, rozmnożywszy przez 5, to iest przez połowę promienia, mieć będę na powierzchnią wycinka $28\frac{14}{17}$, którego łuk był od 32°40′.

O sążniówaniu Powierzchniów.

151. Rozumie sie przez *sążniówanie*, sposób mnożenia, potrzebnego do znalezienia wartości powierzchniów, gdy się mierzyło przez sążnie i części sążnia.

Są dwa sposoby, do obrachówania powierzchniów na sążnie kwadratowe i części sążnia kwadratowégo.

W pierwszym, rachuie sie na sążnie kwadratowe, na stopy kwadratowe, na cale kwadratowe, na linie kwadratowe i. t. d.

Sążeń kwadratowy, zawiera w sobie 36 stóp kwadratowych; będąc prostokątem, maiącym 6 stóp długości, i 6 stóp szérokości.

Stopa kwadratowa. zawiera w sobie 144 calów kwadratowych; iestto albowiém znowu prostokąt, 12 calów długości i 12 calów szérokości maiący. Z podobnéyże przyczyny, cal kwadratowmay w sobie 144 linii kwadratowych, i. t. d.

Tak więc, chcąc znaleśdź wartość powierſzchni, w łążniach kwadratowych, i częściach ſążnia kwadratowego; nietrzeba więcey, tylko liczbę miar obydwóch, które maią bydź mnożóne, obrócić każdą z nich, na naymnieyſzy gatunek (na liniie, ieżeli linie ſą naymnieyſzym gatunkiem); po odprawieniu zaś mnożenia, potrzeba przemienić mnogość na cale kwadratowe, daley na ſtopy kwadratowe, a nakoniec na ſążnie kwadratowe, dzieląc porządkiem przez 144, 144 i 36.

Np. chcąc znaleśdź powierſzchnią proſtokąta, któryby był 2 *S.* 3 *st.* 5 *c*, długi, a 0 *S.* 4 *st.* 6 *c.* ſzéroki, poſtępuię ſobie iak naſtępuie

2 *S.* 3 *st.* 5 *c.* czynią . . 185 *c.*
0 4 6 czynią . . 54

740
925

z których, mnogość ieſt 9990 *cal. kwadrat.*

dzieląc przez 144 9990 ⟨ 144

1350 69 *ſtóp kwadratow.*
54

dzieląc 69 przez 36 . 69 ⟨ 36

33 1 *ſążeń kwadrat.*

A tak powierſzchnia mieć będzie 1 *SS.* 33 *ss.* 54 *cc.*

152. W drugim ſpoſobie wyrachowania powiérſzchniów na ſążnie kwadratowe i części ſążnia kwadratowego; ſążéń kwadratowy uważa ſię, iakby był złożony z ſześciu proſtokątów, które wſzyſtkie maią ſążéń wyſokości, a ſtopę podſtawy, dla

dla czego też nazywaią się, *sążniosto-py*, (Toises pieds); każda sążniostopa poddziela się na 12 części, albo prostokątów, z których każdy ma sążeń wysokości, a ieden cal podstawy, dla czego nazywaią się *sążniocale* (toises pouces); każdy z tych, znowu poddziela się na 12 części, z których każda ma sążeń wysokości, a iednę liniią podstawy, i nazywaią się *sążniolinie*; słowem wystawić sobie w myśli trzeba, sążeń rozdzielony, i popoddzielany wciąż, na prostokąty, które zawsze maią ieden sążeń wysokości, a iednę stopę, ieden cal, iednę liniią, albo ieden punkt podstawy. Poddziały punkt przechodzące, znaczą się iak minuty wtóre, trzecie, i. t. d. w stopniach; oprócz że przed znakiém ich, kładzie się *S.* znak sążnia.

Więc kiedy przyidzie mnożyć części dwóch linii, dla obrachòwania wartości powierzchni; trzeba sobie zmyślić, że sążnie mnożnego, są sążniami kwadratowémi; stopy, są sążniostopami; cale, sożniocalami; i. t. d; co się tycze mnożnika, ten zawsze znaczyć będzie, wiele

razy wziąść potrzeba mnożnego.
To poiąwſzy, nietrzeba więcey, tylko użyć reguł w Arytmetyce podanych, do mnożenia liczb wielorakich.

P R Z Y K Ł A D.

Jeſt zadano wynaléśdź powiérſzchnią proſtokąta, który ma 52 *S*. 4 *ſt*. 5 *c*. długości, a 44 *S*. 4 *ſt*. 8 *c*. ſzérokości.

Uważam 52 *S*. 4 *ſt*. 5 *c*. iako 52 *SS*. 4 *Ss*. 5 *Sc*. a mnożnika, 44 *S*. 4 *ſt*. 8 *c*. iako liczbę niemiarowaną i odprawiam działanie iak naſtępuie

	52 *SS*.	4 *Ss*.	5 *Sc*.		
	44 *S*.	4 *s*.	8 *c*.		
	208 *SS*.	0 *Ss*.	0 *Sc*.	0 *Sl*.	0 *Sp*.
	208				
Za 3 *Ss*. . .	22				
Za 1 *Ss*. . .	7	2			
Za 4 *Sc*. . .	2	2	8		
Za 1 *Sc*. . .	0	3	8		
Za 3 *ſt*. . .	26	2	2	6	
Za 1 *ſt*. . .	8	4	8	10	
Za 4 *c*. . .	2	5	6	11	4
Za 4 *c*. . .	2	5	6	11	4
	2361 *SS*.	2 *Sſt*.	5 *Sc*.	2 *Sl*.	8 *Sp*.

143. Tym ſpoſobém znalazłſzy wártość powiérſzchni, w ſążniach kwadratowych, ſążnioſtopach, w ſążniocalach, i. t. d, bardzo łatwo będzie przemiénić ią, na ſążnie kwadratowe, ſtopy kwadratowe, cale kwadratowe,

towe, i. t. d. Pod częściami sążnia na przemian pisać potrzeba, dwie liczby 6 i $\frac{1}{2}$, zacząwszy od sążniostóp, iak widzieć niżey; rozmnożyć każdą część przez liczbę odpowiadaiącą na spodzie położoną, a mnogość z dwóch liczb po sobie następuiących, w téyże samey kolumnie pisać; gdy w mnożeniu przez $\frac{1}{2}$, zostanie 1, napisz 72 pod tym mnożnikiém $\frac{1}{2}$, na początek drugiéy kolumny.

Tak, chcąc obrócić na sążnie kwadratowe, stopy kwadratowe, cale kwadratowe, i. t. d, części mnogości wyżey wynalezione; piszę

$$\begin{array}{lcccc} 2361\,SS. & 2\,Ss. & 5\,Sc. & 2\,Sl. & 8\,Sp. \\ & 6 & \frac{1}{2} & 6 & \frac{1}{2} \\ \hline 2361\,SS. & 12\,ss, & 72\,cc. & & \\ & 2 & 12 & & \\ & & 4 & & \\ \hline 2361\,SS. & 14\,ss. & 88\,cc. & & \end{array}$$

Mnożę sążniostopy przez 6; ponieważ iedna sążniostopa waży 6 stóp kwadratowych, iako maiąca 6 stóp wysokości i iednę stopę podstawy.

Mnożę sążniocale przez $\frac{1}{2}$, i przenoszę dwie całkowitki z tego mnożenia wypadłe, w rzęd stóp kwadratowych; ponieważ sążniocal, będąc dwunastą częścią sążniostopy, powinien ważyć 12*stą* część 6*ciu* stóp kwadratowych, to iest $\frac{1}{2}$ stopy kwadratowéy; więc 5 sążniocale, ważą dwie stopy kwadratowe i pół; a iako pół stopy kwadratowey waży 72 calów, zamiast połowy, piszę 72 po-

potém przemieniaiąc ſążniolinie, mnożę ie przez 6; ponieważ ſążniolinia będąc 12ſtą częścią ſążniocala, powinna ważyć 12ſtą część 72óch calów kwadratowych, to ieſt 6 calów kwadratowych; rozumówanie podobnież dowodzi, że trzeba potém mnożyć przez $\frac{1}{2}$, potém przez 6, i. t. d, iak dopiero powiedzieliśmy.

154. Przeto wzaiemnie, chcąc części kwadratowe kwadratowego ſążnia, przemienić na ſążnioſtopy, ſążniocale, i. t. d, działanie na tém zależy 1ód Wziąść ſzóſtą część liczby ſtóp kwadratowych, co mi da ſążnioſtopy. 2re Zdwoić reſztę ieżeli ſię iaka zoſtała, i dodać iéy iedność, ieżeli liczba ſtóp kwadratowych ieſt albo przechodzi 72, co mi da ſążniocale. 3cie Odiąwſzy 72, od liczby calów kwadratowych, kiedy ta liczba wynoſić będzie, albo przechodzić 72; reſztę rozmnożywſzy przez 6, mieć będę ſążniolinie 4te Reſztę zdwoić potrzeba, i dodać do niéy iedność, ieżeli liczba linii kwadratowych, 72 przechodzi; ſkąd ſążniopunkta wypadną. Stąd pokazuie ſię, iak ſobie należy daléy poſtąpić, chcac mieć naſtępuiące części, ieżeli ſię znayduią.

Tak

Tak gdyby zadano było obrocić, 52 *SS.* 25 *ss.* 87 *cc.* 92 *ll.* na sążniostopy, sążniocale, i. t. d; rozdzielam 25 przez 6, i mam 4 *Ss.* i 1 reszty; dwoię takową resztą 1, i dodaię do niey iednę iedność, ponieważ liczba calów kwadratowych, przechodzi 72; mam więc 3 *Sc*; odeymuię 72 od 87, i resztę 15 dzielę przez 6, co mi daie 2 *Sl.* i 3 reszty. Dwoię takową resztę, i do niey, dodaię iedność, ponieważ liczba linii kwadratowych przechodzi 72 mam 7 *Sp*; odeymuię 72 od 92, i resztę 20 dzielę przez 6; mam 3 *S'*. i zostaie mi 2 reszty; dwoię takową resztę i mam 4 *S''*; tak, że mi całkowita summa wypadnie 52 *SS.* 4 *Ss.* 3 *Sc.* 2 *Sl.* 7 *Sp.* 3 *S'*. 4 *S''*.

155. Ponieważ, chcąc mieć powiérzchnią rownoległoboku, trzeba rozmnożyć liczbę miar podstawy, przez liczbę miar wysokości; idzie zatém (Arytm: 67), że maiąc wiadomą powiérzchnią, i liczbę miar wysokości, albo podstawy, trzeba rozdzielić liczbę wyrażaiącą powiérzchnią, przez liczbe wiadomą, która wyraża wysokość, albo podstawę. Lecz uważać zawsze należy, że to nieiest powiérzchnia, która się dzieli przez liniią; dzielenie powiérzchni przez liniią, niemniey iest himeryczne, iak mnożenie linii przez liniią. W istocie samey, w takowym razie, dzieli się powiérzchnia przez powiérzchnią.

Ja-

Jakóż, podług tego cośmy powiedzieli (139) przy obrachówaniu powierzchni prostokąta
fig. 91. ABCD (fig. 91); powierzchnia prostokąta ED, teyże podstawy, i którego wysokością, iest iedność miary główney AE, powtarza się tyle razy, ile razy wysokość AE mieści się w wysokości AB; przeto chcąc mieć wiadomą liczbę miar AB, albo liczbę iednośców AE, zawartych w AB; trzeba szukać, wiele razy powierzchnia ABCD, mieści w sobie powierzchnią prostokąta ED. Więc ieżeli powierzchnia ABCD iest wyrażona przez 361 *SS.* 2 *Ss.* 5 *Sc.* 2 *Sl.* 8 *Sp*; podstawa zaś AD przez 4 *S.* 3 *s.* 6 *c*; chcąc mieć wysokość AB, trzeba sobie zmyślić iakoby 361 *SS.* 2 *Ss.* 5 *Sc.* 2 *Sl.* 8 *Sp.* rozdzielić trzeba, nie przez 4 *S.* 3 *s.* 6 *cl.* ale przez 4 *SS.* 3 *Ss.* 6 *Sc*; a iako sążéń, iest natenczas spólnym czynnikiem w dzielnym, i w dzielniku, tak rzecz iest oczywista, że wieloraz, będzie tenże sam, iak gdyby oba, to iest dzielny i dzielnik, wyrażały sążnie, i części sążnia liniiowego; więc działanie na tém zależy: żeby rodziedlić 361 *S.* 2 *s.* i. t. d. przez 4 *S.* 3 *s.* i. t. d. To iest, że uważać trzeba dzielnego i dzielnika, iakoby wyrażały sążnie liniiowe, a zatém iako będące iednakowego gatunku; a ponieważ rodzay zagadnienia pokazuie, że wieloraz powinien bydź tegoż gatunku, to iest, że ma wyrażać sążnie i części sążnia liniiowego, idzie zatém, że dzielenie ma bydź odprawione, właśnie podług przepisaney reguły (Arytm 120. i 122).

Gdyby powierzchnia, była zadana w sążniach kwadratowych, i częściach sążnia kwadratowego; natenczas, dla prościeyszego wyrażénia, takowe części, sposobém opisanym (154) na sążniostopy, sążniocale, i. t. d. obrócićby trzeba, a potém postąpić sobie.

iak

iak w poprzedzaiącym razie. *Np.* chcąc mieć wyſokość równoległóboku, lub proſtokąta, któregoby podſtawa miała, 2 *S.* 5 *s.* a powiérſzchnia, 120 *SS.* 29 *ss.* 54 *cc.* Przemieniam (154) tę powiérſzchnią na 120 *SS.* 4 *Ss.* 10 *Sc.* 9 *Sl*; i zadanie, podług tego co ſię rzekło, rozwiązuie ſię rozdzieleniém ilości, 120 *S.* 4 *s.* 10 *c.* 9 *l.* przez 2 *S.* 5 *s*; co wykonawſzy podług reguły daney (Arytm: 120 i 122) wypadnie 42 *S.* 3 *s.* 10 *c.* 1 *l.* $\frac{13}{14}$.

O ſtóſunku między Powiérſzchniami.

156. *Powiérſzchnie równoległoboków w powſzechności, maią ſię do ſiebie, iak mnogości z podſtaw przez wyſokości.*

To ieſt, że powiérſzchnia równoległoboku, mieści w ſobie powiérſzchnią drugiégo rownoległoboku, tak, iak mnogość z podſtawy przez wyſokość piérwſzego, mieści w ſobie mnogość z podſtawy przez wyſokość drugiégo.

I to ieſt oczywiſta; ponieważ każdy rownoległobok, ieſt rowny mnogości, z ſwoiéy podſtawy przez wyſokość.

Stąd, łatwo wnieść daie ſię, *że gdy dwa równoległoboki ſą iednakowéy wyſokości, w ten czas maią ſię do ſiebie, iak ich podſtawy; kiedy zaś*

zaś ſą iednakowéy podſtawy, w ten czas maią ſię do ſiebie, iak ich wyſokości. Albowiém ſtoſunek mnogościów, nieodmiénia ſie, wyrzuciwſzy z każdéy mnogości ſpólnego czynnika (Arytm: 160).

157. Podług tego co ſię powiedziało (145), powiérſzchnia koła, ieſt równa powiérſzchni tróykąta, którегoby wyſokością był promién, a podſtawą okrąg; przeto ieſt równa powiérſzchni proſtokąta, któregoby wyſokością był promién, a podſtawą połowa okręgu. Więc ten proſtokąt, przyſtóſowawſzy do kwadratu promiénia, który ieſt proſtokątém téyże ſaméy wyſokości, oczywiście pokaże ſię (156) że *kwadrat promiénia, ma ſię do powiérſzchni koła, iak ſię ma promién do pół okręgu.* Przeto chcąc miéć powiérſzchnią koła, doſyć ieſt, rozmnożyć kwadrat promiénia, przez ſtóſunek pół okręgu do promiénia; albo całego okręgu do śrzednicy.

Tak w przykładzie (146) zadanym, mnożę 100, iako kwadrat promiénia 10, przez $\frac{22}{7}$, co mi uczyni $\frac{2200}{7}$, albo $314\frac{2}{7}$ ſtóp kwadratowych, na powiérzchnią koła, maiącego w śrzednicy 20 ſtóp.

158 Ponieważ tróykąty (134), ſą połową równoległoboków téyże podſtawy i téyże wyſokości, należy ſtąd wnieść, *że tròykaty iednéyże wyſokości, ſą między ſoba iakich podſtawy, tróykąty zaś iednéyże podſtawy, ſą między ſobą, iak ich wyſokości.*

159. *Powiérſzchnie równoległoboków albo tróykatòw ſobie podobnych, ſą między ſobą, iak kwadraty boków odpowiadaiących.*

Albowiém powiérſzchnie dwóch ròwnoległoboków ABCD i *abcd*, (fig. 92), ſą miedzy ſobą (156) iak *fig.* 92.
mnogości z ich podſtaw przez ichże wyſokości; to ieſt że ABCD : *abcd* :: BC X AE : *bc* X *ae*; Że żaś równoległoboki ABCD i *abcd*, ſą ſobie podobne, tróykąty AEB, *aeb*, będą ſobie także podobne; ponieważ oprócz kąta proſtego E i *e*, kąty B i *b* nadto muſzą mieć rowne, a zatém ſtąd wyniknie (109) AE : *ae* :: AB : *ab*.

Prócz tego z przyczyny ròwnoległobobów podobnych, BC : *bc* :: AB : *ab*; więc te obie proporcye rozmnożywſzy (Arytm. 180), wypadnie BC X AE : *bc* X *ae* :: $\overline{AB}^2$: $\overline{ab}^2$; więc ABCD : *abcd* :: $\overline{AB}^2$: $\overline{ab}^2$.

160.

160. Co ſię tyczé tròykątòw ſobie podobnych, rzecz oczywiſta że maią tęż ſamę własność, będąc połową równoległoboków téyże podſtawy, i téyże wyſokości.

161. W ogòlności, *Powiérſzchnie dwóch figur bądź iakichkolwiék ſobie podobnych, maią ſię do ſiebie, iak kwadraty boków, albo linii odpowiadaiących w takowych figurach.*

Bo powiérſzchnie dwoch figur ſobie podobnych, mogą bydź zawſze uważane, iak gdyby były złożone z iednéyże liczby tróykątów ſobie podobnych, każdy każdému; natenczas powiérſzchnia każdego tróykąta piérwſzéy figury, miéć ſię będzie do powiérſzchni tróykąta odpowiadaiącégo w drugiéy figurze, iak kwadrat iednego boku piérwſzey figury, do kwadratu boku odpowiadaiącégo, w drugiéy (160); więc, ponieważ wſzyſtkie boki odpowiadaiące ſą w iednakowym ſtòſunku, ich kwadraty, muſzą bydź także w iédnakowym ſtòſunku; i (Arytm. 181), każdy tròykąt piérwſzego wielokąta, miéć ſię będzie do odpowiadaiącégo tròykąta w drugim, iak ſię

ſię ma kwadrat boku, któregokolwiek w piérwſzym wielokącie, do kwadratu boku odpowiadaiącégo w drugim; więc (Arytm. 176), ſumma wſzyſtkich tróykątòw, w piérwſzym wièlokącie, miéć ſię będzie do ſummy wſzyſtkich tróykątów, w drugim, albo powiérſzchnia piérwſzego, miéć ſię będzie do powiérſzchni drugiégo, w tymże ſamym ſtòſunku.

162. Więc *powiérſzchnie kòł, ſą także między ſobą, iak kwadraty ich promièni, albo ich ſrzednic.*

Koła albowiém, ſą figury ſobie podobne (131), więc promiénie ich i śrzednice ſą liniiami odpowiadaiącémi.

Toż ſamo o wycinkach i odcinkach téyże liczby ſtopniòw, rozumiéć trzeba.

Stąd pokazuie ſię, że z powiérſzchniami figur podobnych, nietak dzieie ſię, iak z obwodami onych; obwody ſą między ſobą w proſtym ſtóſunku boków (129); to ieſt że w dwóch figurach ſobie podobnych, ieżeli ieden bók iednéy ieſt podwóyny, potróyny, albo poczwórny i. t. d. względém boku odpowiadaiącego drugiey figury, obwód piérwſzéy, będzie także podwóyny, potróyny, poczwórny, i. t. d. względém obwodu drugiey; lecz z powiérſzchniami dzieie ſię inaczéy; bo powiérſzchnia piérwſzey figury

gury w takowém wzięciu, byłaby 4 razy, 9 razy, 16 razy, i. t. d. większa, iak powierzchnia drugiey.

163. Chcąc zatém zrobić figurę, drugiey podobną, któreyby powiérzchnia miała się do piérwszéy w zadanym stósunku *np.* iak 2 do 3; nietrzeba robić boków odpowiadaiących w zadanym stósunku 2 do 3, bo w tym razie powiérzchnie wypadłyby iak 9 do 4, ale należy zrobić boki takiéy wielkości, żeby ich kwadraty były między sobą :: 2 : 3; to iest daymy że bok zadanéy figury ma 50 *st*: żeby mieć bok odpowiadaiący żądanéy figury *x*, trzeba wynaleśdź czwarty wyraz proporcyi, którаby od tych trzech poczynała się, 3 : 2 :: 50 × 50 do czwartégo wyrazu; takowy czwarty wyraz wypadły 1666 ⅔. iest kwadratém boku krórego szukam; dla czego z 1666 ⅔, piérwiastek kwadratowy wyciągnąwszy (Arytm: 137), znaydę 40,824 *st*. to iest, około 40 *st* 9 *c* 10 *l*. na długość boku żądanégo Maiąc zaś ieden bok w figurze, łatwo iest całą figurę zrobić, podług przepisania (128).

Tenże sam sposób użyć daie się, chcąc *wynaleśdź promień koła, któryby miał powiérzchnią zadaną.*

Weźmiy do upodobania liczbę, którą iako promień koła uważaiąc, wyrachuiesz iego powiérzchnią podług (145); potém proporcyą ułożysz: *Powiérzchnia wyrachowana, ma się do zadaney powiérzchni, iak się ma kwadrat promienia wiadomégo, piérwszey, do kwadratu promienia niewiadomégo, drugiey powiérzchni.*

Można także ten promień znaleśdź przez podanie (157).

164. *Jeżeli na trzech bokach AB, BC, AC, tróykąta proſtokątnego ABC, (fig. 93), zrobiſz trzy kwadraty BEFA, BGHC, AILC; kwadrat na przeciwproſtkątnéy poſtawiony, wárt zawſze ſummę dwóch drugich.* fig. 93.

Spuśćmy z proſtego kąta B, naprzeciwproſtkątną AC, proſtopadłą BD; dwa tróykąty BDA, BDC, będą każdy z nich podobne tròykątowi ABC (112); a zatém, powiérſzchnie tych trzech tróykątów, będą między ſobą, iak kwadraty boków ich odpowiadaiących; a zatém wypadnie ten ciąg ſtóſunków ròwnych, $ABD : \overline{AB}^2 :: BDC : \overline{BC}^2 :: ABC : \overline{AC}^2$; álbo ABD : ABEF :: BDC : BGHC :: ABC : AILC; więc (Arytm. 176), ABD + BDC :: ABEF + BGHC :: ABC : AILC.

A ponieważ rzecz oczywiſta, że część ABC, wárta tyle, co dwie części ABD + BDC; więc kwadrat AILC, wárt ABEF + BGHC; co można ieſzcze tym ſpoſobém wyrazić, $\overline{AC}^2$ wárt tyle, co $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$.

165. Ponieważ kwadrat przeciwproſtkątnéy, wárt ſummę kwadratów dwòch boków proſtego kąta, wnieśmy ſtąd: *że kwadrat iédnego boku proſtégo kąta, wárt tyle, co kwadrat proſtkątnéy, mniéy kwadrat drugiego boku;* to ieſt że $\overline{BC}^2$ *wart* $\overline{AC}^2 - \overline{AB}^2$; zaś $\overline{AB}^2$ wárt $\overline{AC}^2 - \overline{BC}^2$.

166. *Więc, maiąc wiadome dwa boki w tròykącie proſtokątnym, można záwſze wyrachować trzeci bok.*

Daymy *np.* że mi potrzeba wiedzieć, długość *ſpadziſtości* wewnętrznéy wału (talud), którego podſtawa ma 18 ſtóp, a wyſokość 12 ſ.

Dodaię kwadrat 18	. .	324.
Do kwadratu 12	. .	144.
Summa	.	468.

To ieſt kwadrat długości ſpadziſtości, krórego pierwiaſtek 21, będzie ſzukaną długością.

Daymy ieſzcze na drugi przykład, że A
fig. 94. (fig. 94), ieſt *piec podkopowy* (fourneau de mine), do krórego idzie przechód przez *galeryą* (gallerie) DB, i przez *ganek* (rameau) BA, na 9 ſtóp długi.

Skutek prochu rozumié ſię bydź taki, że na wſzyſtkie ſtrony równo, to ieſt na 25 ſtóp roſciąga ſię; trzeba tedy wynaléśdź, iaką część galeryi BC, należy zataraſówać, ażeby galerya uczyniła tenże odpór, co nietykana ziemia.

Rzecz oczywiſta, że tak daleko zataraſować trzeba, żeby liniia AC, miala ſtóp 25; BC ieſt bok kąta proſtego, tróykąta proſtokątnego ABC, więc odległość takowa BC wynaydzie ſię, podług naſtępuiącego działania.

od

Od kwadratu	25*u*	625
odeymuię kwadrat	9*u*	81
zoſtanie mi		544.

To ieſt kwadrat boku BC, którego pierwiaſtek ieſt 23,3, daiący długość, którą mieć powinna liniia BC.

167. Własności, kwadratu przeciwproſtkątney, użyć ieſzcze można, chcąc na linii proſtey, w punkcie danym, wyciągnąć liniią proſtopadłą.

Np. daymy że na przedłużeniu czoła *narożnika* (fig. 95), trzeba założyć proſto padle działobitnią w punkcie A; zrobiſz ſznurém tróykąt proſtokątny ABC, biorąc *np.* liniią AB na 3 ſążnie długą, AC na 4 ſążnie, i BC na 5 ſążniów, co łatwo da ſię wykonać. Natenczas AC, będzie proſtopadłą, na AB; bo kwadrat 5*ciu*, wárt tyle co kwadrat 4*ech*, więcey kwadrat 3*ech*. *fig.* 95.

168. Ponieważ kwadrat przeciwproſtkątney, wárt tyle, co ſumma kwadratów dwóch boków proſtego kąta, idzie zatém, że ieżeli tróykąt proſtokątny, ieſt równoramienny, iaki *np.* trafia ſię w kwadracie, przeciwproſtkątną AC, w nim, wyciągnąwſzy (fig. 96) natenczas kwadrat przeciwproſtkątney, będzie podwóyny względém kwadratu iednego z boków: przeto powierzchnia kwadratu, ma ſię do powierzchni kwadratu przeciwproſtkątney iego, iak 1, do 2; więc (Arytm. 182), bok kwadratu ma ſię do ſwoiey przeciwproſtkątney, iak 1, do pierwiaſtka kwadratowego 2óch; a ponieważ takowy pierwiaſtek nieda ſię zupełnie w liczbie wyrazić, idzie zatém, że w liczbie niémożna mieć ſtóſunku doſkonałego, ale tylko przybliżony, między bokiém kwadratu, a przeciwproſtkątną iego. *fig.* 96.

169. Właſność trzech boków proſtokątnego tròykąta, wywiedziona, niemniéy ſłuży kwadratom na takowych bokach zrobionym, iak i innym figuròm; w powſzechności, *Ieżeli na trzech bokach tròykąta proſtokątnego którego kolwiek, zrobiſz trzy figury podobne iakiekolwiek np. trzy tròykąty, i trzy koła, i. t. d. figura zrobiona na przeciwproſtkątnéy, wárta będzie tyle, co ſumma dwòch figur podobnych, zrobionych na drugich dwòch bokach.*

To właśnie tymże ſamym ſpoſobém dowodzi ſię, co i kwadraty; polégaiąc na tymże fundamencie (161), że powiérſzchnie figur ſobie podobnych, ſą między ſobą, iak kwadraty ich bokòw odpowiadaiących.

170. A zatém powiérſzchnia iakiéykolwiek figury, zrobionéy na iednym z bokòw proſtego kąta, ieſt równa różnicy dwóch figur podobnych, z ktòrych iedna, zrobiona naprzeciwproſtokątnéy, a druga na drugim boku kąta proſtego.

171. W dowodzie (164) widzieliśmy, że podobiéńſtwo tròykątów, fig. 93. ABC, ABD, CDB, (fig. 93), daie propor-

porcyą, $ABC : \overline{AC}^2 :: ADB : \overline{AB}^2 :: BDC : \overline{BC}^2$; albo $ABC : ADB : BDC :: \overline{AC}^2 : \overline{AB}^2 : \overline{BC}^2$; a ponieważ tròykąty ABC, ADB, BDC, będąc wſzyſtkie trzy iednéyże wyſokości, maią ſię do ſiebie iak ich podſtawy (158), więc $ABC : ABD : BDC :: AC : AD : DC$; więc także $\overline{AC}^2 : \overline{AB}^2 : \overline{BC}^2 :: AC : AD : DC$. Przeto, *kwadrat zrobiony naprzeciwproſtkątnéy, ma ſię do każdego z kwadratów zrobionych na dwòch drugich bokach, iak ſię ma przeciwproſtkątna, do każdego odcinka, tym bokóm odpowiadaiącego.*

172. Stąd wnieść można ſpoſób, zrobiénia przez liniie tego, cośmy nauczyli przez liczbę, (163); to ieſt, iak zrobić figurę podobną zadanéy drugiéy figurze, któreyby powiérſzchnia miała ſię do pierwſzéy, w zadanym ſtóſunku.

Wyciągniy liniią DE (fig. 97), nieokreślonéy długości, na którey wznacz dwie części DP i PE, takie, żeby ſię miała DP do PE, iak ſię ma mieć powiérſzchnia figury zadanéy, do powiérſzchni figury ſzukanéy; to ieſt :: 3 : 2 ieżeli chceſz mieć drugą figurę na $\frac{2}{3}$ki pierwſzéy. Z DE iako śrzednicy, ryſuy pół koła DBE; i z punktu P, proſtopadłą PB wyciągnąwſzy, z punktu B, gdzie proſtopadła, ſtyka ſię z kolem, wyciągniy do dwóch końców śrzednicy, cięciwy DB, BE. Na linii DB weźmiy BA, to ieſt długość równą bokowi *fig. 97.*

I 4 kowi

kowi AB figury daney, i wyciągnąwſzy AC, linii DE równoległą, będzieſz miał BC, na bok odpowiadaiący figury, którey ſzukaſz; ten maiąc, figurę podług przepiſania (128) wyciągnąć możeſz. Przyczyna tego ieſt naſtępuiąca: powierſzchnia figury zadaney, powinna ſię mieć do powierſzchni ſzukaney figury, iak ſię ma kwadrat boku AB, do kwadratu boku ſzukanego, który niech ſię nazywa x, to ieſt :: $\overline{AB}^2 : \overline{x}^2$; nadto potrzeba ieſzcze, żeby te powierſzchnie miały ſię do ſiebie :: 3 : 2 trzeba więc, ażeby $\overline{AB}^2 : \overline{x}^2$ :: 3 : 2; lecz AB : BC :: BD : BE a zatém (Arytm. 181), $\overline{AB}^2 : \overline{BC}^2 :: \overline{BD}^2 : \overline{BE}^2$; a że tróykąt DBE, ieſt proſtokątny, więc (171) $\overline{BD}^2 : \overline{BE}^2$ :: DP : PE, to ieſt iak 3 : 2; więc $\overline{AB}^2 : \overline{BC}^2$ :: 3 : 2, więc także $\overline{AB}^2 : \overline{BC}^2 :: \overline{AB}^2 : \overline{x}^2$, więc ſzukany bok x, powinien bydź równy linii BC.

173. Z tego cośmy powiedzieli (171), wynika ieſzcze, *że kwadraty cięciw AC, AD, i. t. d. wyciągniętych*
fig. 98. *przez konce, śrzednicy AB (fig. 98), ſą między ſobą, iak części AP, AO, które na teyże śrzednicy ſą odcięte przez proſtopadłe, z konców takowych cięciw ſpuſzczone.*

Wyciagnawſzy albowiém cięciwy BC, i BD, mieć będzieſz (171), w tróykącie proſtokątnym ACB.

AB

$$\overline{AB}^2 : \overline{AC}^2 :: AB : AP.$$

i w tróykącie prostokątnym ADB

$$\overline{AD}^2 : \overline{AB}^2 : AO : AB$$

więc $\overline{AD}^2 : \overline{AC}^2 :: AO : AP.$

O Równiách [Planum]

174. Ustanowiwszy miarę i stósunki powiérzchniów płaskich, niezostaie nam więcéy, przed przystąpieniém do brył, iak tylko rozebrać własności linii prostych, w różnych położeniach względém równiów, i liniie równiów w różnych położeniach, iedne na przeciw drugim; do czegò właśnie, teráz przystępuiémy.

Równióm o których tu mowa, nienaznaczamy żadnéy wielkości, ani żadnéy pewnéy figury, rozumiémy ie bydź rozległe w wszelkiém rozumiéniu, bez żadnego wymiaru; figury, które im tu w rysunkach daliśmy, tylko do łatwieyszego wyobrażenia służyć powinny.

175. *Liniia prosta, niémoże bydź po części na równi, a po części podniesiona, lub spuszczona względém téyże równi.*

Równia albowiém (5), iest powiérzchnia, na krórą liniia prosta doskonale przystaie.

176. *Toż ſamo ma ſię rozumieć o równi względem drugiey równi.*

Albowiem liniia proſta, wyciągnięta na części płaſkiey, ſpolney tym obóm równiom, mogąc bydź przedłużona bez miary, na tey lub owey równi, muſiała by bydź po części na iedney z tych równiów, a poczęści podwyżſzona albo ſpuſzczona, względem niey, co bydź niemoże (175).

177. *Dwie liniie AB i CD (fig.*
fig. 99. *99), które ſię przecinaią, ſą położone na iedneyże równi.*

Rzecz albowiem ieſt oczywiſta, że przez iednę z tych linii AB, można przeprowadzić równią, i oraz przez ieden punkt wzięty do upodobania w drugiey; a iako punkt przecięcia E, ile należący do AB, ieſt na teyże ſamey równi, więc liniia CD, ma dwa punkta na teyże równi, więc cała na niey znayduie ſię.

178. *Zniyście ſię albo przecięcie dwoch równiów, niemoże bydź tylko liniia proſta.*

Rzecz oczywiſta że muſi bydź liniią, ponieważ żadna z dwoch równiow niema grubości; nadto muſi bydź liniią proſtą, ponieważ liniia, przez dwa punkta takowego przecięcia wyciągnięta, muſi bydź koniecznie cała w każdey z tych równiow, wniów; więc ieſt ſamym przecięciem.

Zatém przez tęż ſamę liniią proſtą, można przeprowadzić nieskonczoną liczbę różnych równiów.

179. *Proſtopadła AB, na równi GE (fig. 100), ieſt wſzyſtkim liniióm BC, BC, BC, i. t. d. proſtopadła, które przez ſpód iéy na téyże równi wyciągnąć można;* albowiém gdyby ſie znaydówała iedna z nich, któréyby niebyła proſtopadłą, muſiałaby ſię nakłaniać ku téy linii, a zatém i ku równi. figura 100.

181. *Liniia AB (fig. 101) będąc proſtopadła równi GE, ieżeli przez ſpód iéy B, będzie wyciągnięta liniia BC, na rowni GE, zmyśliwſzy ſobie, że równia ABC obraca ſię około AB; powiadam że w tym obrocie, liniia BC, z równi GE nieznìydzie.* figura 101.

Zmyślmy ſobie, że równia ABC, przyſzła do położenia iakiegokolwiek ABD; gdyby liniia BC, która natenczas znayduie ſię na BD, nieznaydówałała ſię na równi GE, równia ABD zeſzłaby ſię z równią GE, w linii proſtéy BF, któréyby AB była proſtopadła (180); więc BF byłaby także proſtopadła na AB, AB, w tymże ſamym punkcie B; poſzłoby tedy zatém, że w tymże ſamym punkcie B, i na téyże ſaméy równi ABD, możnaby wyciągnąć dwie proſtopadłe na AB, co bydź niémoże (25); więc liniia BF niémoże bydź różna od BD; więc BC w ſwoim obrocie około AB niémoże zéyśdź z ròwni GE.

figura 101. 182 *Więc żeby liniia proſta AB (fig. 101), była proſtopadłą równi GE, doſyć ieſt ażeby była proſtopadła dwóm liniióm BC i BD, które u ſpodu iéy, ſchodzą ſię na téyże równi.* Zmyśliwſzy ſobie albowiem, że równia proſtego kąta ABC, obraca ſię około linii AB, liniia BC nakryśli równią (181), którey liniia AB, będzie proſtopadłą; mówię tedy, że ta równia niémoże bydź inſza, tylko równia GE, dwóch linii BC i BD; albowiem kąt ABD, będąc proſty, tak iak kąt ABC, liniia BC obracaiąc ſię około AB przyiśdź muſi koniecznie kiedy, w położenie linii BD; więc BD ieſt na równi nakryśloney przez BC; więc AB ieſt proſtopadłą, równi CBD.

figura 102. 183. *Ieżeli z iednego punktu A, linii proſtéy AI, pochyłéy względém równi GF (fig. 102), ſpuściſz proſtopadłą AB na tę równią, i złączywſzy punkta B i I, proſtopadłéy i pochyłéy, przez liniią proſtą BI, wyciągnieſz do téy proſtéy, liniią proſtopadłą CD, na ró-*

wni

wni GF; mówię że AI, będzie także, linii CD proſtopadła.

Weźmy począwſzy od punktu I, części równe IC,ID, i wyciągniymy liniie BC i BD; te oſtatnie dwie liniie będą ſobie rowne (27); więc dwa tròkąty ABC, ABD, będą rówwne; albowiém oprócz kąta ABC, równego kątowi ABD, będąc oba proſte, bok AB ieſt im ſpólny, i liniia BC równa linii BD, podług tego cośmy wyżéy dowiedli; maią więc ieden kąt równy zawarty między dwoma równémi bokami, każdy każdemu, zatém ſą ſobie równe; więc liniia AD ieſt równa linii AC; więc liniia AI, ma dwa punkta A i I, które ſą równo oddalone od punktu C i D; ieſt więc proſtopadła na linii CD (30).

184. Równia, *nazywa ſię drugiéy równi proſtopadła*, ieżeli ku żadnéy ſtronie téyże drugiéy równi, nienakłania ſię.

185 *Więc przez tęż ſamę liniią CD (fig. 103), wziętą na równi GE, niemożna więcey iak iednę równią przeprowadzić, któraby była równi GE proſtopadła.* figura 103.

186. *Równia CK, ieſt drugiéy równi GE proſtopadła, gdy przechodzi*

dzi przez liniią proſtą AB, téyże rówui proſtopadła; rzecz albowiém oczywiſta, że ku iednéy ſtronie ròwni GE niémoże nakłaniać ſię.

187. *Ieżeli przez ieden punkt A obrany na rówui CK, proſtopadłéy na rownią GE, wyciągnieſz proſtopadłą AB, do ſpólnego przecięcia CD, ta liniia będzie także rowni GE proſtopadła.*

Gdyby albowiém taka niebyła, możnaby przez punkt B, gdzie pada, wyciągnąć proſtopadłą do ròwni GE; i przez tę proſtopadłą, iako téż przez ſpólne przecięcie CD, wyprowadzić ròwnią (186), ktòraby równi GE była proſtopadła; możnaby więc, przez iednęż liniią CD, wziętą na równi GE, wyprowadzić dwie ròwnie proſtopadłe téy ròwni GE; co bydź niémoże (185); więc AB. ieſt ròwni GE proſtopadła.

188. *Zatém gdy rówuia CK, ieſt rówui GE proſtopadła; proſtopadła BA, na rówui GE wywiedziona przez punkt B ſpólnego przecięcia, muſi koniecznie znaydować ſię na ròwui CK.*

Z tego podania wnieść trzeba, że *dwie proſtopadłe BA, LM, na téyże rówui GE, ſą ſobie rówuoległe.* Zła-

Złączywſzy albowiém ich ſpody, B, i L, liniią BL, i przez tę liniią, iako też przez AB, wywiódłſzy równią CK, ta rôwnia będzie rôwni GE proſtopadła (186); i ponieważ LM ieſt natenczas rôwni GE proſtopadłą, wywiedzioną przez punkt L rôwni CK; więc będzie na rôwni CK (188); przeto, ponieważ dwie liniie AB, LM, ſą obie na iednéyże rôwni i téyże linii BL proſtopadłe; więc ſą ſobie rŏwnoległe (36 i 37).

189. *Więc ieżli dwie liniie proſte AB, CD, (fig. 105), ſą rôwnoległe każda z nich, trzeciéy linii HE, ſą także i ſobie rôwnoległe;* albowiém liniie AB, HE, będąc równoległe, mogą bydź obie proſtopadłe równi GF; z téyże ſaméy przyczyny CD i EH mogą bydź proſtopadłe téyże równi GF; więc AB i CD będąc proſtopadłe téyże równi, będą ſobie równoległe. figura 105.

190. *Ieżeli dwie rôwnie CK, NL, (fig. 104), ſą trzeciéy rôwni GE proſtopadłe, ich ſpólne przecięcie AB, będzie także rôwni GE, proſtopadłe.* figura 104.

Albowiém proſtopadła wyprowadzona przez punkt B na równi GE, powinnna bydź na każdéy z tych dwóch równiów (188); niemoże więc bydź inſza, tylko ſpòlne przecięcie.

191.

191. Nazywa ſię *kąt płaski* (angulus planus), roſtwòr dwóch równiów GF, GE, (fig. 106), które ſię z ſobą ſchodzą; ten kąt nazywa ſię także, *nachylenie* iednéy równi względém drugiéy.

Kąt płaſki przez dwie ròwnie GF, GE, uczyniony, nieco innego ieſt, tylko ilość, o którą równia GF, muſiała ſię obrocić około AG, ażeby do tego położenia była przyſzła, ieżeli z początku do równi GE przylégała.

Stąd łatwo widzieć daie ſię, że ieżeli przez punkt B, wzięty w ſpólnym przecięciu AG, na równi GE, będzie wyprowadzona proſtopadła BD, względém linii AG; kąt przez dwie równie zrobiony, ieſt tenże ſam, co kąt przez dwie liniie BD i BC, albo AE i AF, uczyniony, łatwo albowiém widzieć można, że od czas obrotu równi GF, liniia BC albo AF, oddala ſię od linii BD albo AE, do któréy z początku obrotu przylégała, oddala ſię mówię od AE albo BD, właśnie téinże ſamém prawém i ſpoſobém, iak ſię oddala równia GF od równi GE.

192. *A zatém, kąt płaski ma tęż ſamę miarę, co kąt proſtokryślny, zawarty między dwiema liniiami, na każdéy z dwóch równiów które ten kąt czynią, wyciągniętémi, proſtopadle ſpólnému przecięciu, i z tegoż ſamego punktu téyże linii.*

Stąd

Stąd łatwo wnieść można podania następuiące, które tu tylko prosto wyrazimy bez wywodów.

193. *Równia, która na drugą równią pada, czyni dwa kąty, które wzięte razem czynią 180°.*

194. *Kąty zrobione przez tak wiele równiów iak się podoba, które przez tęż samą liniią prostą przechodzą, warte są wszystkie razem 360°.*

195. *Dwie równie przecinaiące się, kąty przeciwne wiérszchołkowe, maią równe.*

196. Nazywaią się *równie równoległe*, które nigdy zniyśdź się z sobą niémogą, choćby iak naydaléy były przedłużone.

Więc równie równoległe, są wszędzie od siebie równo oddalone.

197. *Ieżeli dwie równie równoległe są przez trzecią równią przecięte (fig. 107), przecięcia AB, CD, będą dwie liniie proste równoległe*; bo ponieważ są na téyże równi ABCD, musiałyby się zniyśdź gdyby niebyły równoległe, a natenczas rzecz oczywista, że i równie zniyśdźby się także z sobą musiały. *figura 107.*

198. *Dwie równie równoległe, przez trzecią równią przecięte, maią też same własności w kątach, które czynią z tą trzecią równią, co dwie liniie proste równoległe, względém trzeciéy prostéy, która ie przecina.*

Jeſt to nieuchybny wnioſek z tego co ſię powiedziało (192).

Własności linii proſtych przeciętych przez rówenie równoległe.

199. *Jeżeli z punktu I. wziętego zewnątrz równi GE (fig. 108), wyciągnieſz do różnych punktów téy róweni K, L, M, liniie proſte IK, IL, IM, i ieżeli te liniie proſte przetnieſz przez rówenią ge, równoległą róweni GE; mówię 1ód że te liniie proſte będą proporcyonalnie przecięte; 2re że figura* klm, *będzie podobna figurze K L M.*

figura 108.

Zmyślmy ſobie naprzód trzy punkta K,L,M. Ponieważ liniie proſte *kl*, *lm*, *mk*, ſą przecięciami równiów IKL, ILM, IKM z równią *ge*, więc ſą równoległe liniióm proſtym KL, LM, MK, które ſą przecięciami tychże równiów z równią GE (107); więc tróykąty IKL, ILM, IMK, ſą podobne tróykątóm *Ikl*, *Ilm*, *Ikm*, każdy każdemu: więc IK : *Ik* :: KL : *kl* :: IL : *Il* :: IM : *Im* :: MK : *mk* przeto 1ód z tego ciągu równych ſtoſunków wyciągnawſzy tylko te, które zawieraią w ſobie liniie proſte z pun-

punktu I wyciągnięte, mieć będzieſz: IK : *Ik*::IL : *Il* :: IM : *Im*; więc liniie proſte IK, IL, IM ſą proporcyonie przecięte.

2re Jeżeli z tegóż piérwſzego ciągu ſtoſunków równych, wyciągnieſz te, które zawiéraią w ſobie tylko liniie, między dwiema równiami rónołégłemi zamknięte, mieć będzieſz KL : *kl* :: LM : *lm* :: KM : *km*; więc dwa tróykąty KLM, *klm*, ſą ſobie podobne, ponieważ maią boki proporcyonalne.

Daymy teráz niech będzie taka liczba punktów, iak ſię podoba A,B, C,D,E,F, i.t.d; tymże ſamym ſpoſobém właśnie dowieśdź można, że liniie proſte IA,IB,IC, i.t.d. ſą proporcyonalnie przecięte; zmyśliwſzy ſobie przekątne AC, AD, i.t.d. wyciągnięte z dwóch kątów odpowiadaiących *A*, *a*, podobnież dowieśdź daie ſię, że tróykąty ABC, ACD, i.t.d. ſą podobne tróykątom *abc*, *acd*, i.t.d, każdy każdému; więc dwa wielokąty ABCDF, *abcdf*, będąc złożone z téyże liczby tróykątów podobnych każdy każdému, i podobnie położonych, ſą ſobie podobne (128).

200. Ponieważ dwie figury KLM, *k l m*, ſą ſobie podobne, wnieśmy ſtąd, że kąt KLM, ieſt równy kątowi *k l m*, a zatém *ieżeli dwie liniie proſte KL, LM, które zawiéraią między ſobą kąt KLM, ſą równoległe dwom liniióm proſtym*, k l, l m, *zawiéraiącym między ſobą kąt* k l m, *kąt KLM, będzie równy kątowi* k l m, *natenczas nawet, gdy te dwa katy niebędą znaydować ſię na iednéyże równi:* toż ſamo podanie daliśmy iuż (43); ale tam, oba kąty na iednéyże równi położone rozumieliśmy.

201. Z podobieńſtwa dwóch figur ABCDF i *a b c d f*, iako téż z podobieńſtwa dwóch figur KLM, *k l m*, wynika ieſzcze, że powiérſzchnie dwóch przecięciów *a b c d f*, *k l m*, ſą między ſobą, iak powiérſzchnie dwóch figur ABCDF, KLM.

Albowiém ABCDF : *a b c d f* :: $\overline{AB}^2 : \overline{ab}^2$ (161).
Tróykaty zaś podobne IAB, *I a b* daią proporcyą AB : *a b* :: IA : *Ia*. A zatém (Arytm. 181) $\overline{AB}^2 : \overline{ab}^2 :: \overline{IA}^2 : \overline{Ia}^2$; albo (199) :: $\overline{IM}^2 :: \overline{Im}^2$, albo (z przyczyny tróykatów podobnych IML, *I m l*) $\overline{LM}^2 :: \overline{lm}^2$, a za tém (161), :: KLM : *k l m*; więc ABCDF : *a b c d f* :: KLM : *k l m*, albo (Arytm 171) ABCDF : KLM :: *a b c d f* : *k l m*.

102.

202. Ten dowòd dowodzi oráz że powierzchnie ABCDF, *abcdf*, są między sobą, iak kwadraty dwòch linii prostych IA, *Ia* wyciągnietych z punktòw, w tych dwòch figurach sobie odpowiadaiących; a zatém (199), iak kwadraty wysokościòw, albo prostopadłych IP, *Ip*, z punktu I na równie GE i *ge* spuszczonych.

Wnieśmy więc 1*od* że gdyby dwie powiérzchnie ABCDF, KLM, były sobie równe; drugie dwie powiérzchnie *abcdf*, *klm*, będą także sobie rowne.

2*re* Że to wszytko cośmy dopiéro powiedzieli, ieszcze mieć będzie mieysce, choćby punkt I, zamiast że iest spólny liniióm prostym IA,IB,IC, i.t.d. i prostym IM,IL, i.t.d; choćby mówię, był do każdey figury osobny, byleby nad równią *ge*, w iedneyże wysokości był położony.

ROZDZIAŁ TRZECI.

O Bryłach.

203. Nazwaliśmy *bryłą* albo *ciałém*, wszystko cokolwiek ma te trzy rozległości *długość*, *szérokość*, i *głębokość*.

Miarą i ſtóſunkami brył, teráz zabawimy ſię.

Uważać będziémy bryły, kończące ſię płaſkiémi powiérzchniami; z tych zaś co maią krzywe powiérzchnie uważać niebędziémy, tylko *wálek* (cylinder), *ſtożek* (conus), i *kulę* (ſphæra).

Bryły zamknięte powiérzchniami płaſkiémi, różnią ſię w powſzechności liczbą, i kſztałtém równiów, w których ſię zawiéraią: takowych równiów w bryle przynaymniéy cztéry znaydówáć ſię powinno.

204. Bryła, w ktòréy dwie na przećiw ſobie położone ściany, ſą równiami ſobie ròwnémi, i równoległémi, inne zaś wſzyſtkie ściany, ſą złożone z ròwnoległoboków, nazywa ſię w ogòlności *wielościan* (pri-
figura 109. ſma), fig. 109, 110, 111, 112.
110. Więc wielościan można ſobie wy-
111. ſtawić, iakoby był uczyniony przez
112. ròwnią BDF, którąby, równolegle ſobie ſaméy poſtępuiąc, prześliznęła
figura ła ſię wzdłuż linii proſtéy AB (fig.
169. 109).

Dwie równie równoległe, nazywaią ſię *podſtawami wielościanu*; proſtoſtopadła zaś LM, z iednego punktu tych równiów wywiedziona, na drugą równią, nazywa ſię wyſokością.

Z tego opiſania wielościanu wnieść należy, że bądź w którémkolwiek miéyſcu, będzie przecięty wielościan takowy, przez równią podſtawie ſwoiéy równoległą, to przecięcie, będzie zawſze równią, doſkonale równą podſtawie wielościanu.

Liniie takie iak AB, w których dwa równoległoboki przyległe ſchodzą ſię, nazywaią ſię *krawędziami* wielościanu (arête).

Wielościan ieſt *proſty* (priſma rectum), gdy iego krawędzie ſą proſtopadłe podſtawie; i w takowym razie wſzyſtkie ſą równe wyſokości. *figura*
Zobacz fig. 110, 112. 110.

Wielościan nazywa ſię *ukośny*, 112.
(priſma obliquum), gdy krawędzie na podſtawie ſą nachylone.

Wielościany, różnią ſię liczbą kątów, w podſtawie znayduiących ſię; ieżeli podſtawa ieſt tróykąt, wielościan nazywa ſię *tróykątny* (fig. 109); *figura* 109.
ieżeli podſtawa ieſt czworokąt, nazywa ſię *czworokątny* (fig. 110); i. t. d. *figura* 110.

Między wielościanami czworokątnémi, uważamy szczególniéy, *równoległościan* (parallelopipedum) i *sześcian* (cubus).

Rownoległościan, iest wielościan czworokątny, w ktòrym podstawy a zatém i wszystkie sciany, są równoległobokami; a kiedy rownoległobok służący za podstawę iest prostokąt, a oraz wiolościan iest prosty, nazywa się *rownoległościan prostokątny*; Zobacz fig. 110.

Rownoległościan prostokątny, bierze nazwisko *sześcianu*, gdy podstawa iego iest kwadratém, i krawędź
figura 112. AB (fig. 112), iest równa bokowi tego kwadratu.

Sześcian tedy, iest bryłą miedzy sześcią równemi kwadratami zawartą; i tato bryłą, wszystkie inne, iak zobaczymy wkrótce, miérzyć się zwykły.

205. *Wálek*, iest bryła między dwoma kolami równémi, i równoległémi zawarta, którą można sobie wystawić, iakoby była uczyniona przez powiérzchnią, powstaiacą
figura z przebieżenia linii prostéy AB
figura 113. 114. (fig. 113. 114) sobie saméy równolegle,

legle, wzdłuż dwóch okręgów. *Wałek prosty* iest, gdy liniia GF (fig. 113), która łączy dwie podstawy, na przeciw sobie położone, iest tym kołóm prostopadła; liniia CF nazywa się *osią wałka* (axis); wałek zaś iest *ukośny*, gdy taż liniia CF iest nachylona ku podstawie.

Wałek prosty uważać można, iakoby powstaiący, z obrotu równoległoboku prostokątnego FCDE, obracaiącégo się około boku swego CF.

206. *Piramida*, iest bryła, pod kilką powiérzchniami zawarta, z tych iedna która nazywa się podstawą, może bydź iakimkolwiek wielokatém, a drugie, które są wszystkie tróykątami, maią za podstawy, boki tego wielokąta, i wszystkie, maią wiérzchołki swoie złączone w iednym punkcie, który nazywa się *wiérzchołkiém piramidy*; Zobacz fig. 115, 116, 117.

Prostopadła AM, wywiedziona z wiérzcholka, na równią służącą za podstawę, nazywa się *wysokością* piramidy. figura 115. 116. 117.

Piramidy różnią się liczbą kątów, w podstawach znayduiacych się; tak iż ta, co ma za podstawę tróykąt, na-

nazywa się *piramida tròykątna* (tetraedrum), ta co ma za podstawę czworokąt, *piramida czworokątna*, (quadrangularis) i. t. d.

Piramida iest *foremna* albo *regularna*, gdy wielokąt służący iéy za podstawę, iest regularny, i gdy oraz
figura 117. prostopadła AM (fig. 117), z wiérszchołka wywiedziona, przechodzi przez śrzódek wielokąta.

Prostopadła AE, spuszczona z wiérszchołka A, na ieden z boków podstawy DE, nazywa się *prostopadła powiérszchna* piramidy (apotheme).

Rzecz oczywista, że wszystkie tróykąty schodzące się w punkcie A, są sobie równe, i równoramienne; wszystkie albowiem maią podstawy równe, i krawędzie, AB, AC, AD, i. t. d. są wszystkie równe; sąto bowiem wszystkie pochyłe od prostopadłéy AM, równo oddalone (27).

Niémniéy rzecz oczywista, że wszystkie prostopadłe powiérszchne, są sobie równe.

figura 118. 119. 207. *Stożek* (fig. 118 i 119), iest bryła zamknięta przez równią kolową BGDH, która nazywa się podstawą stożka, i przez powiérszchnią, którąby uczyniła liniia AB, obracaiąca się około punktu stałego A, i strychuiąca okrąg BGDH.

Punkt

Punkt A nazywa ſię wiérſzchołkiém ſtożka.

Proſtopadła, wywiedziona z wiérſzchołka na równią podſtawy, nazywa ſię wyſokością ſtożka; ſtożek ieſt *proſty* albo *ukośny*, gdy takowa proſtopadła przechodzi (fig. 118), lub nie, (fig. 119), przez śrzodek podſtawy. *figura* 119.

Można ſobie wyſtawić ſtożek proſty, iako powſtaiący z obrotu tróykąta proſtokątnego ACD (fig. 118), *figura* 118. obracaiącego ſię około boku AC.

208. *Kula*, ieſt bryła, kończąca ſię ze wſzyſtkich ſtron przez powiérſzchnią, ktòréy wſzyſtkie punkta, ſą od iednego i tegòż punktu, równo odległe.

Można ſobie wyſtawić kulę, iako bryłę powſtaiącą z półkola ABD (fig. 121), obracaiącego ſię około *figura* 121. śrzednicy AD.

Rzecz oczywiſta, że wſzelkie przecięcie kuli przez równią, ieſt kołém; ieżeli równia przechodzi przez śrzodek, przecięcie nazywa ſię *nayw ię kſze koło* kuli (circulus maximus). Przeciwnie nazywa ſię *małém kołém* (circulus minor), każde inne

prze-

przeçięcie kuli przez równią, która przez śrzodek nieprzechodzi.

Wycinek kuli, ieſt bryła. powſtaiąca z wycinka kołowego BCA, obracaiącégo ſię około promienia AC; powiérſzchnia ktorąby okryślił łuk AB, w takowym obrocie, nazywa ſię *czaſzka kuli* (ſuperficies ſegmenti).

Odcinek kuli, ieſt bryła, powſtaiąca z połodcinka kołowego AFB, obracaiącego ſię około części promienia AF.

O Bryłach ſobie podobnych.

209. *Bryły podobne*, ſą te, które ſą złożone z iednéyże liczby ścian, podobnych każda każdéy, i w obu bryłach podobnie położonych; *Zobacz* fig. 125.

figura 125.

210. *Krawędzie odpowiadaiące, i wiérſzchołki katów bryłaſtych* (ſolidus) *odpowiadaiących, ſąto linie i punkta podobnie położone w obu bryłach*; albowiém krawędzie odpowiadaiące, wiérſzchołki kątów bryłaſtych odpowiadaiących, ſą linie, i punkta podobnie położone, względém ścian do ktorych należą; gdyż ta-

takowe ściany, rozumieią się bydź sobie podobnémi; że zaś te ściany, w obu bryłach są położone podobnie; więc, i. t. d.

211. Przeto; *tróykąty ACD*, a c d, (*fig.* 125) *które schodzą się z kątem bryłastym i z końcami krawędzi odpowiadaiącey w każdey bryle, są dwie figury sobie pobobne, i podobnie w dwóch bryłach położone*; Końce albowiém krawędziów odpowiadaiących CD i *c d*, są same wiérszchołkami kątów bryłastych odpowiadaiących (210), które są względém brył, podobnie położone. *figura* 125.

212. Przekątne *AC*, a c, *AD*, ad, i. t. d, *które schodzą się z dwoma kątami bryłastémi odpowiadaiącémi, są między sobą, iak krawędzie odpowiadaiące CD*, c d, *tychże brył*; są albowiém bokami tróykątów podobnych, o których dopiéro mowiło się, i które maią za ieden z boków swoich, krawędzie odpowiadaiące.

213. Więc dwie bryły sobie podobne, mogą bydź podzielone, na iednakową liczbę piramid podobnych każda kazdey, równiami, wyprowadzonémi przez dwa kąty odpowiadaiące, i przez dwie krawędzie odpowiadaiące; albowiém ściany tych piramid, będą złożone z tróykątów sobie podobnych, i podobnie położonych w obu bryłach (211); podstawy tychże piramid będą także podobne, ponieważ są ścianami odpowiadaiącémi dwóch brył; więc (209) te piramidy będą sobie podobne.

214.

214. *Jeżeli z dwòch kątów odpowiadaiących, ſpuściſz proſtopadłe, na dwie ściany odpowiadaiące, te proſtopadłe będą między ſobą w ſtóſunku dwòch którychkolwiek krawędziów odpowiadaiących.*

Albowiem te dwa kąty odpowiadaiące, będąc podobnie położone, względém dwóch ścian odpowiadaiących (210), powinny bydź koniecznie w takich odległościach od tych ścian, ażeby były między ſobą w ſtóſunku wymiarów odpowiadaiących, w tych dwóch bryłach.

O miérzeniu Powiérſzchniów bryłaſtych.

215. Powiérſzchnie wielościanów, i piramid, będąc złożone z równoległoboków, tróykątów, i wielokątów proſtokryślnych, możnaby tu wcale zamilczyć o miérzeniu ich, ponieważ (139, 141, i 143) podaliśmy iuż ſpoſoby, miérzenia figur ſkładaiących takowe powiérſzchnie. Lecz ſtąd co ſię powiedziało w téy miérze, możemy ſóbie uczynić rożne wnioſki; które nam ſłużyć maią, nietylko do ułatwiénia działań w ta-

takowych miarach, ale téż mogą nam bydź przydatne, do znaleziénia wartości powiérſzchniów wałków, ſtożków, a nawet i ſaméy kuli.

216. *Powiérſzchnia wielościanu iakiegokolwiek, (nierachuiąc dwóch podſtaw) ieſt równa mnogości, z iednéy z krawędziów tego wielościanu, przez obwòd przecięcia* b d f h k (*fig.* 111), *uczynionego przez równią, któréyby ta krawędź była proſtopadłą.* figura 111.

Bo ponieważ krawędź AB. rozumié ſię bydź proſtopadłą równi *b d f h k*, drugie krawędzie, które téy, ſą wſzyſtkie równoległe, będą także równi *b d f h k* proſtopadłe; więc wzaiemnie liniie proſte *b d*, *d f*, *f h*, *h k*, i. t. d. ſą proſtopadłe, każda krawędzi którą przecina; uważaiąc przeto krawędzie, iako podſtawy równoległe boków, które otaczaią wielościan, liniie *b d*, *d f*, *f h*, będą wyſokościami tych równoległoboków. Chcąc tedy miéć powiérſzchnią wielościanu; trzeba rozmnożyć krawędź AB przez proſtopadłą *b d*, krawędź CD, przez proſtopadłą *d f* i. t. d; a potém, te wſzyſtkie mnogości dodać z ſobą; lecz iako wſzyſtkie krawędzie

dzie ſą ſobie równe, rzecz oczywiſta, że na iedno wychodzi, mnożąc tylko iednę krawędź AB, przez ſummę wſzyſtkich wyſokościów, to iest przez obwòd *bdfhk*.

217. Kiedy wielościan ieſt proſty, przecięcie *bdfhk*, nieróżni ſię od podſtawy FHK, i krawędź AB, ieſt natenczas wyſokością wielościanu; więc *powierſzchnia wielościanu proſtego (nierachuiąc dwoch podſtaw) ieſt rowna mnogości z obwodu, rozmnożoney przez wyſokość.*

218. Widzieliśmy wyżéy (130) że koło, uważać można iako wielokąt regularny, z nieſkończonéy liczby bokòw złożony; przeto wálec bydź może uważany iako wielościan w którymby liczba równoległoboków, powierſzchnią ſkładaiących, była nieſkończona; przeto:

Powierſzchnia wálka proſtego, ieſt równa mnogości, z wyſokości tego wálka, przez okrąg podſtawy.

Widzieliśmy (146), iak ſobie postąpić trzeba, chcąc takowy okrąg wynaléśdź.

Można także powiedzieć, *że powierſzchnia wálka proſtego, ieſt dwa razy tak wielka, iak powierſzchnia koła, któregoby promieniem była śrzednia proporcyonalna, między wyſokością tego wálka, i promieniem iego podſtawy.*

Wziąw-

Wziąwſzy albowiem *W*, za wyſokość, *p* za promień podſtawy, a P za promień śrzedni proporcyonalny; i oraz wziąwſzy *okr.* p, i *okr.* P, za okręgi maiące promienie *p* i *P*, mieć będziemy na fundamencie *przypuſzczenia* (ſuppoſitio) *p* :P :: P : W; a ponieważ okręgi (131), ſą proporcyonalne promieniom; więc ieſzcze będzie *okr. p* : *okr. P* :: *P* : *W*. A że mnogość ſkraynych w tey proporcyi, ieſt powierſzchnią wałka, a mnogość śrzednich, ieſt dwa razy tak wielka iak powierſzchnia koła, którego promieniem ieſt P; więc (Arytm. 168). t. d.

Odtąd, gdy zechcemy naznaczyć powierſzchnią koła, maiącego za promień liniią iakąkolwiek *P*, używać będziemy tego ſkróconego wyrażenia *ko. P.*

Co ſię tycze wałka ukośnego, trzeba rozmnożyć długość AB, przez okrąg przecięcia, *b g d h* (fig. 114), zrobiwſzy to przecięcie podług opiſania (216). Spoſób wymierzenia długości takowego przecięcia, zawiſł od obſzernieyſzych wiadomości, aniżeliśmy dotąd podali; w praktyce przeſtać potrzeba na mierzeniu mechaniczném, obiąwſzy wałek nicią, lub czém podobném, i daiąc baczenie, żeby ta nić przyſtawała na taką równią, którąby długości wałka AB była proſtopadła. *figura* 114.

219. *Co do piramidy*, ieżeli nieieſt regularna, trzeba ſzukać zoſobna powierſzchni każdego z tróykątów, onę ſkładaiących, a potém powierſzchnie takowe dodać.

Jeżeli zaś ieſt regularna, można mieć powierſzchnią krótſzym ſpoſobém,

bém, mnożąc obwód podſtawy przez
figura 117. połowę proſtopadłéy AG (fig. 117);
bo ponieważ wſzyſtkie tróykąty maią
iedne wyſokość, doſyć ieſt roznmożyć
połowę ſpólnéy wyſokości, przez
ſummę wſzyſtkich podſtaw.

220. Uważaiąc znowu okrąg koła, iako wielokąt regularny, z nieſkończonéy liczby boków złożony; poymówać można, że ſtożek, nieco innego ieſt w iſtocie ſaméy, tylko piramida regularna, któréy powiérſzchnia (nierachuiąc podſtawy) ieſt złożona z nieſkończonéy liczby tróykatów; a zatém, *powiérſzchnia wypukła, ſtożka proſtego, ieſt równa mnogości, z okręgu podſtawy, przez połowę boku AB*
figura 118. *tegóż ſtożka* (*fig.* 118).

Co do powiérſzchni ſtożka ukośnego, ta zawiſła od wyżſzéy Jeometryi; przeto tu o niéy mówić niebędziemy. Wreſzcie poięcie ſtożka które wyżéy powzięliśmy, podaie ſpoſób wymiérzenia go, z mała różnicą. Trzeba tylko podzielić okrąg podſtawy, na doſyć wielką liczbę łuków, ażeby każdy uważać można, iako powiérſzchnią piramidy, którаby miała tyle tróykątów ile ieſt łuków.

221. *Chcąc mieć powiérſzchnią ucinka ſtożka proſtego* (conus truncatus), *w którymby podſtawy naprze-*

ciw ſobie położone BGDH, bgdh (*fig.* 120) *były ròwnoległe; trzeba rozmnożyć bok tego ucinka Bb, przez połowę ſummy okręgòw dwòch podſtaw na przeciw ſobie położonych.* *figura* 120.

Jakóż tę powiérſzchnią uważać można, iako zbiór nieſkończonéy liczby nierównoległoboków takich iak EF*ef*, których boki E*e*, F*f*, zmiérzaią ku wiérſzchołkowi A; a ponieważ powiérſzchnia, każdego z tych nierównoległoboka, ieſt równa połowie ſummy, dwóch podſtaw na przeciw ſobie położonych EF, *ef*, rozmnożonéy przez odległość tychże dwóch podſtaw (142), która nieróżni ſię od boków *Ee*, *Ff*, albo *Bb*; więc chcąc mieć ſummę takowych nierównoległoboków, trzeba różmnożyć połowę ſummy wſzyſtkich na przeciw ſobie położonych podſtaw, takich iak EF, *ef*, to ieſt połowę ſummy dwóch okręgów, przez liniią *Bb*, iako przez ſpólną wyſokość wſzyſtkich nierównoległoboków.

222. Jeżeli przez połowę M boku *Bb*, przeciągnieſz ròwnią równoległą podſtawie; to przecięcie (199),

 będzie kołém, którégo okrąg, będzie połową summy okręgów dwóch podstaw na przeciw sobie będących; ponieważ śrzednica iego MN (142) iest połową summy, tych dwóch podstaw, a (131) okręgi są między sobą iak ich śrzednice. Więc *powierzchnia stożka uciętego, maiącego podstawy równoległe, iest równa mnogości z boku ucinka, przez okrąg przecięcia, zrobionego w równéy odległości od obu podstaw sobie przeciwnych.*

To podanie służyć nam będzie w dowodzeniu następuiącego podania.

223. *Powierzchnia kuli, iest równa mnogości, z iednego iéy naywiększych kół, rozmnożonego przez śrzednicę.*

figura 122. Zmyśl sobie półokręgu AKD (fig. 122), rozdzielone na niezliczoną liczbę łuków, każdy z tych łuków będąc nieskończenie mały, obróci się prawie w cięciwę.

Z końców KL, wyciągniy prostopadłe KE, LF do śrzednicy AD; przez śrzodek I łuku KL, czyli cięciwy iego, wyciągniy IH, równoległą linii KE, i promień IC; ten promień będzie prostopadły na KL (52); wyciągniy nnostatek KM, prostopadłą na IH albo LF; zmyśliwszy sobie, że półokręgu AKD obraca się około AD, takowym obrotém zrobi okrąg kuli, i każdy z iego łuków KL, złoży powierzchnią, uciętego stoż-

ſtożka, który da początek powierzchni kuli. Zobaczymy zaraz, że powierzchnia takowego uciętego ſtożka, ieſt równa mnogości, z linii KM, albo EF, rozmnożoney przez okrąg, który ma za promień IC albo AC.

Tróykąt KML, ieſt podobny tróykątowi IHC; bo te tróykąty maią boki proſtopadłe ieden drugiemu, podług wyżey danego przepiſania. Przeto te tróykąty ſobie podobne (111), dadzą następuiącą proporcyą KL : KM :: IC : IH; albo (ponieważ (131) okręgi ſą między ſobą iak ich promienie), KL : KM :: *okr.* IC : *okr.* IH; więc, ponieważ (Arytm. 168), w każdey proporcyi, mnogość ſkraynych ieſt równa mnogości ſrzednich, będzie, KL × *okr.* IH, równe KM × *okr.* IC; albo (co na iedno wychodzi) równe EF × *okr.* AC. Lecz (222), pierwſza z tych mnogości wyraża powierzchnią ſtożka uciętego, uczynionego przez KL; więc ten ſtożek ucięty, ieſt równy EF × *okr.* AC, to ieſt, mnogości z wyſokości EF, przez okrąg naywiększego koła kuli. A ponieważ wziąwſzy każdy inny łuk, dowieśdź można tożſamo, i tymże ſamym ſpoſobem; nieży ſtąd wnieść, że ſumma małych ſtożków uciętych, które powierzchnią kuli ſkładaią, ieſt równa okręgowi iednego z naywiększych kół, rozmnożonému przez ſummę wyſokości, tychże ſtożków uciętych; którato ſumma, oczywiście ſkłada ſrzednicę. Więc powierzchnia kuli, ieſt równa okręgowi, iednego z naywiększych kół, rozmnożonemu przez ſrzednicę.

224. Jeżeli ſobie zmyślimy wałek (fig. 123), który otacza kulę dotykaiąc ią, i który ma za wyſokość *figura* 123.

 ſrześrzednice téyże kuli, to ieſt, ieżeli ſobie zmyśliny wałek na kuli opiſany; można wnióść, *że powiérſzchnia kuli, ieſt ròwna powiérſzchni wypukłéy wałka opiſanego.* Albowiém (128), powiérſzchnia wałka, ieſt ròwna mnogości, z podſtawy rozmnożonéy przez wyſokość; lecz okrąg podſtawy, ieſt okrąg naywiękſzego koła kuli, a wyſokość ieſt ròwna śrzednicy, więc t. d.

228. Ponieważ (145), chcąc mieć powiérſzchnią koła, trzeba rozmnożyć okrąg przez połowę promiénia, albo ćwierć śrzednicy, chcąc zaś mieć powiérſzchnią kuli, trzeba rozmnożyć okrąg przez śrzednicę; należy ſtąd wnieść, że *powiérſzchnia kuli, ieſt cztéry razy więkſza, iak powiérſzchnia, iednego z naywiękſzych kół téyże kuli.*

226. To co powiedziało ſię o powiérſzchni kuli, dowodzi podobnież, że chcąc mieć
figura powiérſzchnią wypukłą odcinka kuli, któ-
124. ryby powſtawał z łuku AL (fig. 124), obracaiącego ſię około śrzednicy AD; trzeba rozmnożyć okrąg naywiękſzego koła kuli, przez wyſokość AI tegoż odcinka; iako też chcąc mieć powiérſzchnią kawałka kuli zawartego między dwiema ròwniami ròwnoległemi, takiemi iak LKM, NRP, trzeba podobnież rozmnożyć okrąg naywiękſzego

koła

koła kuli, przez wysokość IO. tego kawałka kuli. Albowiem te powiérszchnie uważać można, tak iakośmy całą kulę uważali, niby złożone, z nieskończoney liczby stożków uciętych, z których każdy, iest równy mnogości, z wysokości swoiéy, rozmnożonéy przez okrąg naywiększego koła kuli.

O stósunkach między powiérszchniami Bryt.

227. Jeżeli dwie bryły, których powiérszchnie maią bydź do siebie przystósówane, kończą się niepodobnémi sobie, i nieregularnémi rowniami; w wynaleziéniu stósunku między ich powiérszchniami, niémasz innego sposobu, iak wyrachówać zosobna powiérszchnią każdéy, w miarach iednegòż gatunku, i przystósówać liczbę miar iednéy, do liczby miar drugiéy; to iest *np.* liczbę stòp kwadratowych iednéy, do liczby stòp kwadratowych drugiéy.

228. *Powiérszchnie wielościanów, (nierachuiąc podstaw, naprzeciw sobie położonych), są między sobą, iak mnogości, z długościów tych wielościanów, rozmnożonych przez przecięcia, tym długościóm prostopadle zrobione.*

Bo te powiérzchnie, w rzeczy samèy są równe tym mnogościóm (216).

Przeto, *ieżeli długości są sobie równe, powiérzchnie wielościanów będą między sobą, iak obwody przecięciów, zrobionych prostopadle na długości każdego z nich.* Albowiém stósunek mnogościów, z długości rozmnożonèy przez obwòd tego przecięcia, nieodmiéni się, opuściwszy w każdèy z tych mnogościòw długość, ktòra iest spòlnym czynnikiém.

229. Więc *powiérzchnie wielościanów prostych téyże wysokości, są między sobą, iak obwody podstaw; te podstawy niech maią kształt bądź iakikolwiek.*

Jeżeli zaś przeciwnie, obwody podstaw są też same, a wysokości różne; powiérzchnie, będą między sobą, iak wysokości.

230. *Powiérzchnie stożków prostych, są między sobą, iak mnogości z boków tych stożków, przez okręgi, albo przez promienie, albo przez śrzednice ich podstaw.*

Albowiém powierzchnie takowe, każda będąc równa mnogości, z okręgu podstawy, rozmnożonégo przez połowę boku stożka (220), powinny bydź między sobą, iak te mnogości, a zatém iak podwóyność tychże mnogościów. Nadto ponieważ okręgi, maią między sobą tenże stósunek, co ich promienie, albo śrzednice; przeto (99) w tych mnogościach, zamiast stosunku okręgów, mo-

można wziąść ſtóſunek promieniow, lub śrzednic.

231. *Powierſzchnie brył ſobie podobnych, ſą między ſobą, iak kwadraty ich linii odpowiadaiących.*

Są albowiem złożone z równiów ſobie podobnych, których powierſzchnie ſą między ſobą, iak kwadraty ich boków, albo linii odpowiadaiących; któreto liniie, ſą także liniiami odpowiadaiącemi w bryłach, i proporcyonalnemi wſzyſtkim innym liniióm odpowiadaiącym.

232. *Powierſzchnie dwóch kul, ſą między ſobą, iak kwadraty ich promieni, albo ich śrzednic;* powierſzchnia albowiem kuli, będąc cztery razy tak wielka, iak powierſzchnia naywiękſzego koła kuli, powierſzchnie dwóch kul, powinny bydź między ſobą, iak poczwórność ich kół naywiękſzych, albo proſto iak ich naywiękſze koła; to ieſt (162), iak kwadraty promieni, albo śrzednic.

O bryłowatości Wielościanów.

233. Żeby to poiąć, co ſię rozumié przez *bryłowatość* ciała (ſoliditas); trzeba ſobie wyſtawić w myśli, część rozległości iakowéy, w takiéy poſtaci iak ſię podoba, w poſtaci *np.* ſześcianu, lecz ktòryby miał nieſkończenie mało długości, ſzérokości, i głębokości; i zmyślić ſobie, że *obiętość* (capacitas) ciała, ieſt wcale napełniona, podobnémi ſześcianami, które tu nazwié-

zwiémy *punktami brylastémi*: całkowitość tych punktòw, składa to, co rozumiémy przez *bryłòwatość* ciała.

234. *Dwa wielościany, albo dwa wàlki, albo ieden wielościan i ieden wàlek, téyże podstawy i téyże wysokości, albo rówmych podstaw, i rówméy wysokości, są sobie rówme w bryłòwatości, figury podstaw, niech będą różne iak chcą.*

Zmyśliwszy sobie albowiém, te ciała przecięte, przez równie rónolegle podstawòm swoim, na zrazy nieskończenie ciénkie, ktòrychby grubość, ròwna była grubości punktów brylastych, iakiémi można myślić, że te ciała są napełnione; rzecz oczywista, że w każdym, każde przecięcie będąc rówme podstawie (204), liczba punktòw brylastych, z których każdy zraz będzie złożony, będzie wszędzie taż sama, i równa liczbie punktów powiérzchnych w podstawie: a iako w dwóch bryłach tęż samę rozumiémy wysokość: tak téż tęż samę liczbę zrazów mieć będą; w całkowitości więc, mieścić w sobie będą tęż liczbę punktów brylastych; więc są sobie równe w bryłówatości.

O miérzeniu bryłowatości Wielościanów i Walków.

235. Uwaga, którąśmy dopiéro podali punktów bryłaſtych, ieſt oſobliwiéy użyteczna natenczas, gdy chcąc okazać równość dwóch brył, uważać muſimy, ich początkowy ſkład, roſkładaiąc ie na zrazy nieſkończenie ciénkie; na inſzém miéyſcu ieſzcze mieć będziémy okazyą uważać ie w takim ſpoſobie. Lecz chcąc miérzyć bryłówatości ciał, w poſpolitym użyciu, tego niedochodzi ſię, przez oſzacowanie liczby punktòw bryłaſtych; łatwo albowiém poiąć daie ſie, że bądź w iakiéykolwiek bryle, znayduie ſię nieſkończona liczba punktòw tego gatunku.

Czegoż wiec (właściwie mówiąc) dochodzimy, miérząc bryłówatość ciał? oto ſzukamy, wiele razy, bryła o którą rzecz idzie, mieści w ſobie inną bryię wiadomą.

Np. Chcąc zmiérzyć *równoległościan proſtokątny* ABCDEFGH (fig. 126), celem naſzym ieſt dóyśdź, wiele takowy równoległościan, mieści w ſobie ſześcianów takich, iak ieſt ſześcian wiadomy x; i na takieto poſpolicie miary ſześcienne, bryłówatość ciał ſzacówać zwykliśmy. *Figura 126.*

Szu-

Szukaiąc bryłowatości równoległościanu
figura prostokątnego ABCDEFGH, trzeba (fig. 126).
126. wynaleśdź wiele podstawa EFGH, zawiera w sobie części kwadratowych, takich iak $efgh$; szukać podobnież, wiele razy wysokość AH, zawiéra w sobie wysokość ah; rozmnożywszy liczbę części kwadratowych EFGH, przez liczbę części AH, mnogość pokaże, wiele, zadany równoległościan, mieści w sobie sześcianów takich iak x; to iest, wiele zawiera w sobie stóp sześciennych, albo calów sześciennych, i. t. d. ieżeli bok ah, sześcianu x, iest na iedną stopę, lub na ieden cal.

Jakóż rzecz oczywista, że na powierzchni EFGH, można postawić tyle sześcianów takich iak x, ile znayduie się kwadratów w podstawie EFGH, takich iak $efgh$. Te wszystkie sześciany złożą równoległościan, którego wysokość HL, będzie równa wysokości ah; a ponieważ rzecz przez się iasna, że w bryle ABCDEFGH, tyle takich równoległościanów umieścić można, ile razy wysokość HL, w wysokości AH zawierać się będzie; więc trzeba ten równoległościan, albo liczbę sześcianów, na EFGH umieszczonych, tyle razy powtórzyć, ile części w AH znayduie się; albo ponieważ liczba tych sześcianów, iest taż sama, co liczba kwadratów w podstawie zawartych, trzeba rozmnożyć liczbę kwadratów, w podstawie umieszczonych, przez liczbę miar wysokości; takowa mnogość wyrazi liczbę sześcianów w zadanym równoległościanie zawiéraiących się.

236. Ponieważ dowiedliśmy (234), że wielościany, maiace podstawy równe, i wysokości równe, w bryłowatości są sobie równe; więc z tego po-

podania i ſtąd cośmy dopiéro powiedzieli, wnióść należy: że chcąc mieć liczbę miar ſześciénnych, w wielościanie iakimkolwiek ACEGIK BDFH (fig. 111) zawartych, trzeba naprzód podſtawę KBDFH oſzacòwać na miary kwadratowe, wyſokość zaś iégo LM na części, równe bokowi ſześcianu, wziętego na miarę; potém liczbę miar kwadratowych w podſtawie znalezionych, rozmnożyć przez liczbę miar liniiowych, w wyſokości znayduiących ſię; co poſpolicie wyraża ſię mówiąc: *Bryłowatość wielościanu iakiegokolwiek, ieſt równa mnogości, wypadłey z rozmnożenia powiérſzchni podſtawy, przez wyſokość tegoż wielościanu.* figura 111.

Lecz tu, toż ſamo znowu uważyć należy, cośmy (139) z okazyi powiérſzchniów powiedzieli, to ieſt, iż iako niemożna mówić właściwie, żeby ſię liniia przez liniią mnożyła, tak też niemniey rozumiéć nienależy, żeby można powiérſzchnią przez liniią rozmnożyć. Jeſtto więc, iakośmy dopiéro widzieli bryła, (w którey liczba ſześcianów ieſt taż ſama, co liczba kwadratów, w podſtawie) ieſtto mówię bryła, którą powtarzamy tyle razy, ile razy iéy wyſokość mieści ſię w wyſokości całkowitéy, to ieſt tyle razy, ile razy zawiéra ſię w bryle, która ma bydź mierzona.

237.

237. Wnieśmy z uwag poprzédzaiących, *Że chcąc mieć bryłówatość wałka proſtego, lub ukośnégo, trzeba podobnież rozmnożyć powiérſzchnią iego podſtawy, przez wyſokość tegoż wałka*; ponieważ wałek ieſt równy wielościanowi, téyże podſtawy i téyże wyſokości co tamten (234).

O bryłówatości Piramid.

238. Przypomniymy ſobie co ſię powiedziało (199 i daléy), a przyſtóſówawſzy to do piramid, wnieſiémy ſtąd, że przeciąwſzy dwie
figura 108. piramidy IABCDF,IKLM (fig.108) téyże wyſokości, przez tęż równią* *ge*, równoległą równi ich podſtaw; przecięcia *abcdf*, *klm*, będą miedzy ſobą, w ſtòſunku podſtaw ABCDF, KLM, a zatém będą ſobie ròwne, ieżeli te podſtawy, ſą ſobie ròwne. Zmyśliwſzy ſobie znowu te piramidy, przecięte przez równią ròwnoległą równi *ge*, i nieſkończenie iéy bliſką; widzieć daie ſię, że te dwa zrazy bryłaſte, zawarte między témi dwiema ròwniami nieſkończenie ſobie bliſkiémi, powinny także bydź

* *Dla tém proſciéyſzego dowodu, rozumiémy im wiérſzchołek ſpòlny, i pòdſtawy ich, na téyże ròwni położone.*

bydź między sobą w stòsunku podstaw; liczba albowiém punktów bryłastych, potrzebnych do wypełniénia tych dwóch zrazów równéy grubości, niémoże zawisnąć tylko od wielkości przecięciòw odpowiadaiących.

To założywszy, ponieważ obie piramidy, są iednéyże wysokości, niémożna poymówać więcéy zrazów w iednéy iak w drugiéy; przeto zrazy odpowiadaiące, będąc zawsze, między sobą w stósunku podstaw, całkowitości tych zrazów, a zatém i bryłowatości piramid, będą między sobą iak ich podstawy. Więc *bryłòwatości dwòch piramid równéy wysokości, są między sobą, iak podstawy tychże piramid*; a zatém: *Piramidy podstaw równych i ròwnych wysokościów, są sobie równe w bryłowatości; choćby figury podstaw, były iakożkolwiek od siebie różne.*

Miara bryłòwatości Piramid.

239. Ponieważ miérzyć bryłę, nieco innego iest, tylko szukać, wiele razy ta bryła, zawiéra w sobie

ſobie inną bryłę wiadomą, albo powiedziawſzy w ogólności, ſzukać iaki ieſt iéy ſtóſunek z drugą bryłą wiadomą; więc do miérzenia piramid, nietrzeba więcéy, tylko znaléśdź ich ſtóſunek z wielościanami; i to ieſt, co zobaczymy w naſtępuiącém podaniu.

240. *Piramida iakakolwiek, ieſt trzecią częścią wielościanu téyże podſtawy, i téyże wyſokości co piramida.*

Dowód tego podania, zależy na tém aby pokazać, że piramida tróykatna, ieſt trzecią częścią wielościanu tróykątnégo téyże podſtawy, i téyże wyſokości co ona; albowiém zawſze ſobie wyſtawić można wielościan, iako złożony z tylu wielościanów tróykątnych, a piramidę, iako złożoną z tylu piramid tróykątnych, ile będzie tróykątów w wielokącie, który ſłuży za podſtawę tak wielościanowi, iak piramidzie: Zob.
figura 111. fig: 111.

O prawdzie tego podania względém piramidy tróykątnéy; przekonać ſię można naſtępuiącym ſpoſobém.

Niech

Niech będzie ABCDEF (fig. 127) wielościan tróykątny; zmyślmy sobie, na ścianach AE, CE tego wielościanu tróykątnego, wyciągnięte przekątne BD, BF, i że podług, tych przekątnych, iest przeprowadzona równia BDF; ta równia oderwie od wielościanu piramidę teyże podstawy i teyże wysokości, co wielościan; iako maiącą swóy wierszchołek w B, w podstawie górney, a za podstawę, podstawę samego wielościanu DEF: widzieć można tę piramidę oobno w *figurze* 128; *figura* zaś 129. pokazuie to, co pozostało, z wielościanu. *figura* 127.

Tę resztę uważać można, iako wywróconą lub położoną na ścianie ADFC; natenczas oczywiście widać, że to iest piramida czworokątna, maiąca za podstawę kwadrat ADFC, a za wierszchołek punkt B; przeto zmyśliwszy sobie, że na podstawie iest wyciągnięta przekątna CD, można sobie wystawić, że piramida całkowita ADFCB, iest złożona z dwóch piramid tróykątnych ADCB, CFDB, które mieć będą za podstawy dwa tróykąty równe ACD, CDF, a za wierszchołek, spólny punkt B, i które zatem, będą sobie równe (238). Lecz z tych dwóch piramid iedna, to iest piramida ADCB, może bydź uważana, iako maiąca za podstawę tróykąt ABC, to iest, górną podstawę wielościanu, a za wierszchołek punkt D, który do podstawy dólney należał; ta piramida więc, iest równa piramidzie DEFB (fig. 128), ponieważ ma tęż podstawę, i tęż wysokość co tamta; więc trzy piramidy DEFB, ADCB, CFDB, są sobie równe: a poniewaź wraz złączone, składaią wielościan, należy stąd wnieść, że każda z nich iest trzecią częścią wielościanu: a tak, pi- *figura* 128.

ramida DEFB. ieſt trzecią częścią wielościanu ABCDEF, teyże podſtawy, i teyże wyſokości, co ona.

241. Ponieważ ſtożek, może bydź uważany iak piramida, w którey obwód podſtawy, miałby nieſkończona liczbę bokòw, a wałek iako wielościan, którego obwòd, miałby podobnież liczbę boków nieſkończoną; więc potrzeba ſtąd wnieść, że *ſtożek proſty albo ukośny, ieſt trzecią częścią wałka teyże podſtawy, i teyże wyſokości*

242. *A zatém chcąc mieć bryłòwatość piramidy, albo ſtożka iakiegokolwiék, trzeba rozmnożyc powiérſzchnią podſtawy, przez trzecią część wyſokości.*

243. Co ſię tyczé *ucinka* piramidy lub ſtòżka; gdy obie podſtawy, naprzeciw ſobie położone, ſą ròwnoległe, dla znaleziénia iego bryłòwatości, trzeba wynaléśdź wyſokość piramidy całéy, i piramidy odciętéy; a w tén czas łatwo ieſt wyrachòwać, bryłòwatość piramidy całéy, i piramidy odciętéy, a zatém bryłòwatość ſamego ucinka.

Np.

Np. w figurze 108, chcąc mieć bryłówatość ucinka KLM, *klm;* widzę (242), że trzeba rozmnożyć powierſzchnią KLM, przez trzecią część wyſokości IP; rozmnożyć podobnież powierſzchnią *klm*, przez trzecią część wyſokości *Ip*, a naoſtatek tę oſtatnią mnogość odiąć od pierwſzéy: lecz ponieważ wyſokość tak piramidy całkowitey, iako też piramidy odciętey, ieſt mi niewiadoma; naſtępuiący ſpoſób pokaże iak można znaleśdź obiedwie. Widzieliśmy wyżey (199), że liniie IL, IM, IP, i. t. d. ſą proporcyonalnie przecięte przez równią *ge*, i że ſię maią do ſwoich części *Il*, *Im*, *Ip*, iak LM : *lm*; więc proporcya wypadnie LM : *lm* :: IP : *Ip*.

Więc (Arytm. 174), LM — *lm* : LM :: IP — *Ip* : IP.

To ieſt LM — *lm* : LM :: *Pp* : IP.

Maiąc zaś wiadomy odcinek, łatwo będzie zmierzyć boki LM, *lm*, i wyſokość *Pp*; więc przez to podanie wyrachować można czwarty wyraz IP, albo wyſokość całey piramidy, a od tey, odiąwſzy wyſokość ucinka, zoſtanie ſię wyſokość piramidy odciętey.

O bryłówatości kuli, iéy Wycinków i Odcinków.

244. *Chcąc mieć bryłówatość kuli, trzeba rozmnożyć powierſzchnią iey, przez trzecią część promiénia.*

Albowiém, można uważać powiérſzchnią kuli, iako zbiór, nieſkońſkończoney liczby rowniow, nieſkończenie małych, z których każda ſłuży za podſtawę maleńkiey piramidzie, maiącey wierſzchołek ſwoy, w śrzodku kuli, a zatem, którey wyſokością ieſt promień; a ponieważ każda z tych maleńkich piramidek, ieſt rowna mnogości z podſtawy ſwoiey, przez trzecią część ſwey wyſokości, to ieſt przez trzecią część promienia (242); przeto też, wſzyſtkie razem wzięte, będą rowne mnogości, z ſummy wſzyſtkich podſtaw, przez trzecią część promienia, to ieſt rowne mnogości, z powierſzchni kuli przez trzecią część promienia.

245. Ponieważ powierſzchnia kuli, ieſt czworakością powierſzchni iednego z iey naywiękſzych kół (225), *można więc, chcąc mieć bryłowatość kuli, rozmnożyć trzecią część promienia, przez cztery razy wziętą powierſzchnią iednego z naywiękſzych kół, albo cztery razy wziętą troykę promienia, przez powierſzchnią iednego z naywiękſzych kół, albo nakoniec $\frac{2}{3}$ śrzednicy przez powierſzchnią iednego z naywiękſzych kół*

246. Chcąc mieć bryłowatość wałka, widzieliśmy wyżey iż trzeba rozmnożyć powierſzchnią podſtawy, przez wyſokość; ieżeli więc

rzecz

rzecz idzie o wałek opiſany na kuli (fig. 123), można powiedzieć, że bryłówatość iego, ieſt równa mnogości, z iednego z naywiękſzych kół kuli, przez śrzednicę; a że bryłowatość kuli, ieſt równa mnogości (245), z iednego z naywiękſzych kół, przez $\frac{2}{3}$ śrzednicy; przeto *bryłówatość kuli, tylko ieſt $\frac{2}{3}$ naprzeciw bryłówatości wałka, na kuli opiſanego.*

Chcąc przyſtóſówać bryłówatość kuli, do ſześcianu zrobionego z iéy śrzednicy; niech będzie śrzednica oznaczona przéz D: mieć będzieſz $\frac{2}{3}$D x koło; D, na tę bryłówatość; albo $\frac{2}{3}$D x *okr*. D x $\frac{1}{4}$D, albo $\frac{1}{6}\overline{D}^2 \times$ *okr*.D. Sześcian zaś śrzednicy, wyrażony będzie przez $\overline{D}^3$; więc bryłówatość kuli, ieſt do ſześcianu iéy śrzednicy, iak $\frac{1}{6}\overline{D}^2 \times$ *okr*.D : $\overline{D}^3$; albo : : $\frac{1}{6}$*okr*.D : D; albo : : *okr*.D : 6D; to ieſt iak okrąg koła, do ſwoiéy śrzednicy 6 razy wziętéy. Biorąc *np.* ſtóſunek 22 : 7 za ſtóſunek okręgu do śrzednicy; bryłówatość kuli, ma ſię do ſześcianu ſwoiéy śrzednicy, iak 22 do 42, albo iak 11 do 21.

247. Powiérſzchnia czaſzki kuli, AGBHEA, ktòra ſłuży za podſtawę wycinkowi kuli CBGEHA (fig. 121), może także bydź uważana, iako zbiór nieſkończonéy liczby ròwniòw, nieſkończenie małych, a zatém *figura 121.*

tém ſam wycinek kuli może bydź wzięty, za zbiór nieſkończonéy liczby piramidek, które wſzyſtkie maią za wyſokość promień, i w których, całkowitość podſtaw, ſkłada powiérſzchnią tego wycinka; przeto *wycinek kuli, ieſt rówmy mnogości, z powiérſzchni czaſzki, przez* $\frac{1}{3}$ *promienia.* Widzieliśmy (226), iak znaléśdź można powiérſzchnią czaſzki.

248. Co ſię tyczé odcinka, ten ponieważ waży tyle co wycinek CBGEHA, mniéy ſtożek CBGEH, łatwo zawſze wyrachówać go można; lecz na fundamencie naſtępuiącéy reguły, tém łatwiéyſze będzie iego wyrachówanie.

figura 121. *Bryłówatość odcinka kuli ABGEHA (fig.121), ieſt równa bryłówatości wałka, któryby miał ſtrzałkę AF za promień podſtawy ſwoiéy, a za wyſokość, promień kuli CA, mniéy iednę tróykę ſtrzałki AF.*

Wyſtawmy ſobie bryłówatość tego odcinka, iak gdyby była złożona, z nieſkończonéy liczby zrazów kołowych, równoległych równi BGHE, i nieſkończenie małéy grubości, liczba punktów bryłaſtych każdego zraza, iako niezawiſła natenczas tylko od przecięcia kołowego, tak może bydź przez toż ſamo przecięcie wyrażona; a tak zraz odpowiawiadaiący *np.* równi IN, może bydź wyrażony przez koło IN.

Wyciągniy cięciwę AN; z przyczyny tróykąta AIN (170), mieć będzieſz koło IN, równe kołu AN — koło AI; więc ſumma kół IN, albo bryłówatość odcinka, będzie równa ſummie koł AN, mniey ſumma kół odpowiadaiących AI. Zobaczmy wiele każda z tych dwóch ſumm czyni.

Ponieważ (173), AN ieſt śrzednią proporcyonalną między AI i AD; i koło AN (218), ieſt połową powiérſzchni wałka, któryby miał AI za promień podſtawy ſwoiéy, a AD za wyſokość; albo ieſt równy wałkowi, któryby miał AI za promień podſtawy ſwoiey, a AC za wyſokość: przeto ſumma kół AN, będzie równa ſummie powiérſzchniów wałkowych, które maiąc AC za wyſokość, miałyby koleyno za promienie podſtaw ſwoich, różne liniie AI. Więc ſumma koł AN, ieſt równa bryłówatości wałka, któryby miał za wyſokość AC, a za promień ſwoiéy podſtawy AF.

Co do ſummy kół AI; zmyśliwſzy ſobie na AC, kwadrat ACPQ, wyciągnąwſzy przekątna AP, przedłuż NI aż do R, mieć będzieſz AI równą IR; więc ſumma kół AI, będzie równa ſummie kół IR, która wzieta z A do F, ſkłada ſtożek, maiący AF za wyſokość, a koło FS albo koło AF za podſtawę. Jeſt przeto równa temu ſtożkowi, albo wałkowi, maiącému także koło AF za podſtawę, a $\frac{1}{3}$ AF za wyſokość. Więc ſumma kòł AN, mniéy ſumma kół AI, to ieſt, ſumma kół NI, albo bryłòwatość odcinka, ieſt równa wałkowi maiącému koło AF za podſtawę, a AC za wyſokość, mniéy wałek, któryby miał także koło AF za podſtawę, a $\frac{1}{3}$ AF za wyſokość; to ieſt, rowna wałkowi, maiącému kolo AF za podſtawę, a CA—$\frac{1}{3}$ AF za wyſokość.

Przeto, chcąc miéć bryłòwatość odcinka kuli, trzeba rozmnożyć koło, ktòreby miało za promién ſtrzałkę, przez promién kuli, zmniéyſzony o iednę tróykę ſtrzałki.

Zebyśmy dali przykład wyrachówania bryłówatości kuli, i iéy odcinków; daymy że ieſt zadano, wynaleśdź wagę bomby, 10 calowey średnicy, którаby miała 18 linii grubości, i dno zmocnione w ſtrzałce na 6 linii; ſtopa ſześciénna żelaza lanego niechay waży *np.* 519 $\frac{1}{4}$ *ſtów.*

Wyrachuiémy naprzód bryłówatość kuli 10 calowéy; potém bryłówatość kuli 7 calowéy, to ieſt 10 calowey, mniey podwóyność grubości bomby: wyrachuiémy mówię bryłówatość téy oſtatniéy, zmnieyſzonéy o dno maiące w ſtrzałce 6 linii; to ieſt, za w niey rachówać niebędziémy, tylko odcinek kuli, któryby miał 7 *c.* mniey 6 *l.* a bo 6 $\frac{1}{2}$ *c.* w ſtrzałce.

Zeby miéć bryłowatość kuli 10 calowéy trzeba (246) rozmnożyć liczbę ſześciénną

iéy

iey śrzednicy, przez $\frac{11}{21}$; a tak przez logarytmy rachuiąc, będzie.

	Log. 10	. .	1,0000000.
	Log. $\overline{10}^3$	. .	3,0000000.
	Log. 11	. .	1,0413927.
Dopełnienie	Log. 21	. .	8,6777807.
	Summa	.	12,7191734.

Która odpowiada liczbie 523,81; więc kula maiąca 10 calów w śrzednicy, ma bryłówatości 523,81 calów sześciénnych.

Zeby mieć bryłówatość odcinka kuli 7 calowéy, $6\frac{1}{2}$ cala w ſtrzałce maiącégo, trzeba (248), rozmnożyć powiérſzchnią koła, maiącégo za promień $6\frac{1}{2}$ *c.* przez promień kuli, zmnieyſzony o trzecią część ſtrzałki; to ieſt przez $1\frac{1}{3}$ *c.*

Przeto, podług tego co ſię rzekło (157), rachuiąc przez logarytmy będzie.

Log. $6\frac{1}{2}$	. .	0,8129134.
Log. $\overline{6\frac{1}{2}}^2$	. .	1,6258268.
Log. $\frac{22}{7}$	. .	0,4973247.
Log. $1\frac{1}{3}$	. .	0,1249387.
Summa	.	2,2480902.

Która odpowiada liczbie . . 177,05.

Więc bryłówatość wydrążenia bomby, ma 177,05 calów ſześciénnych, a zatém bryłówatość ſaméy bomby, ma 346,76 calów ſześciénnych.

Zeby więc teraz, mieć wagę bomby; nietrzeba więcey, tylko takową liczbę rozmnożyć przez $519\frac{1}{4}$, i rozdzielić przez 1728; waga albowiém iednégo cala ſześciénnego, ieſt 1728*mą* częścią, wagi ſtopy ſześcienney; a zatém

Log.

	Log. 346,76	. .	2,5400290.
	Log. 519¼	. .	2,7157945.
Dopeł:	Log. 1728	. .	6,7624563.
	Summa	.	12,0182798.
Króra odpowiada liczbie		.	104,3 ſt.

I ta ieſt waga bomby, bez względu na próżność *oka* (l'œil), i nierachuiąc wagi uſzów.

O miérzeniu innych Brył.

249. Co ſię tyczé drugich brył, kończących ſię powiérſzchniami płaſkiémi; ſpoſób który ſię naturalnie do miérzenia onych nadaie, ieſt, żeby ie ſobie wyſtawić, iako złożone z piramid, które maią za podſtawy te powiérſzchnie płaſkie, a za wiérſzchołek ſpólny, ieden z kątów téy bryły o którą rzecz idzie; lecz oprócz, że bardzo rzadko ten ſpoſób bywa naywygodnieyſzy, ieſt nadto nieco powolny, i do praktyki nietak zdatny, iak naſtępuiący.

250. Nazwiémy *wielościanem ściętym* (priſma truncatum), bryłę ABCDEF, (fig. 130), która zoſtanie ſię, oddzieliwſzy część wieloscianu, przez równią ABC ku podſtawie nachyloną. *figura 160.*

251. *Wielościan tróykątny ścięty, ieſt złożony z trzech piramid, z których*

rych każda ma za podstawę, podstawę wielościanu DEF, i z których piérwsza ma wiérszhołek swóy w B, druga w A, a trzecia w C.

Dołożywszy cokolwiek uwagi, wielościan ścięty można sobie wystawić, iako złożony z dwòch piramid, iednéy tròykątnéy któréy wiérszchołek będzie w punkcie B, a za podstawę służyć iéy będzie tróykąt DEF; druga zaś wiérszchołek swòy miéć także będzie w B, lecz którėy podstawą będzie czworokąt ADFC.

Jeżeli wyciągniesz w tym czworokącie przekątną AF; można sobie zmyślić piramidę czworokątną BADFC, iako złożoną z dwòch piramid tròykątnych, BADF, BACF; piramida BADF, iest równa w bryłòwatości piramidzie EADF, ktòra maiąc tęż podstawę ADF, miałaby swòy wiérszchołek w punkcie E; albowiém liniia BE będąc równoległą ròwni ADF, te dwie piramidy miéć będą iednęż wysokość; lecz piramida EADF, może bydź uważana, iako maiąca za podstawę EDF, a w punkcie A swòy wiérszchołek; otoż więc iuż są dwie z trzech piramid,

z

z ktòrych powiedzieliśmy, że wielościan ścięty ma bydź złożony; niezostaie tedy tylko dowieśdź że piramida BACF, tyle wárta co piramida, ktòraby miała za podstawę EDF, a wiérszchołek swóy w C; co łatwo daie się okazać: wyciągnąwszy albowiém przekątną CD, zobaczysz że piramida BACF piramidzie EDCF musi bydź równa; bo te obie piramidy, maią wiérszchołki swoie w B, i w E, w téyże saméy linii BE, rownoległéy do ròwni ich podstaw ACFD; iako téż że te podstawy ACE, i CFD są sobie równe; ponieważ są to tròykąty, ktòre maią tęż postawę CF, i sa zawarte między równoległémi AD i CF; więc piramida może bydź uważana iakby miała za podstawę DEF, a wiérszchołek swòy w C; więc w istocie saméy wielościan ścięty iest złożony z trzech piramid maiących za podstawę spòlny tròykąt DEF, z ktòrych piérwsza, ma swòy wiérszchołek w B, druga w A, a trzecia w C.

252. Więc, *chcąc mieć bryłowatość wielościanu ściętego, trzeba z każdego*

go

go z kątów podstawy górney, spuścić prostopadłą na podstawę dolną, i podstawę dolną rozmnożyć przez trzecią część summy, tych trzech prostopadłych.

253. Z tego podania można sobie uczynić wiele wniosków, tyczących się pomiaru wielościanów ściętych, nietylko tróykątnych, ale i inszych, a nawet służących i do wszelkich iakichkolwiek brył; zmyśliwszy sobie *np.* iż ze wszystkich kątów bryły, kończącey się przez powierzchnie płaskie, są wyciągnięte prostopadłe, do iedneyże równi wziętey iak się podoba; tym sposobém poprowadzonémi przekątnémi, zrobi się tyle wielościanów ściętych, ile ścian pobocznych w tey bryle znaydówać się będzie; a ponieważ każdy wielościan ścięty, podlug przepisanych reguł, łatwo da się pomiérzyć, przeto na tymże fundamencie, każda bryła powierzchniami płaskiémi kończąca się, z podobnąż łatwością może bydź pomiérzona.

254. Chcąc *np.* wynaleśdź bryłowatość ciała ABCDHEFG (fig. 131. 132), złożonego z dwóch wielościanów tróykątnych ściętych, których krawędzie AE, BF, CG, DH, są pro- *figura* 131. 132.

sto-

ſtopadłe podſtawie bądź iakieykolwiek czworoboczney; zmyśliwſzy ſobie przekątną EG odpowiadaiącą krawędzi AC, mieć będzieſz

$$EFG \times \frac{AE + BF + CG}{3}$$ na bryłowatość części odpowiadaiącey tróykątowi EFG; mieć będzieſz podobnież $EHG \times \frac{AE + DH + CG}{3}$ na bryłowatość części odpowiadaiącey tróykątowi EHG.

255. Jeżeli dwa tróykąty EFG, EHG ſą ſobie równe, co ſię trafia gdy podſtawa ieſt kwadratowa, mieć będzieſz $\frac{1}{2}$ EFGH $\times$ $\frac{2\,AE + 2\,CG + BF + DH}{3}$, na bryłowatość całkowitą.

256. Jeżeli proſtopadłe, będąc zawſze też ſame AE, BF i.t.d. powierſzchnia górna, zamiaſt żeby ſię kończyła przez dwie równie ADC, ABC, maiące ſpólne przecięcie AC, żeby ſię mówię zamiaſt tych równiów, kończyła przez dwie równie, maiące za ſpólne przecięcie BD; natenczas bryłowatość będzie wyrażona przez - - - -

$$\tfrac{1}{2}\, EFGH \times \frac{2\,BF + 2\,DH + AE + CG}{3}.$$

Jeżeli dodawſzy tę bryłę do poprzédzaiącey, weźmieſz połowę wſzyſtkiego, mieć będzieſz $EFGH \times \frac{BF + DH + AE + CG}{4}$, to ieſt, wartość bryły trzymaiącey śrzodek, między dwiema, które dopiéro uważaliśmy w dwóch poprzédzaiących figurach.

257. To oſtatnie wyrażenie zawiéra w ſobie regułę, którey wielu praktyktów używaią w pomiarze bryłowatości ciał takich, iak ſą fig. 131, 132; ſkąd pokazuie ſię, że ta regu-

la, nieieſt zupełnie doſkonała, można nawet przydać, że częſtokroć wprowadza w znaczny błąd; żebyśmy ſię o tém przekonali, weźmiymy przykład proſty; daymy (fig. 132), że AE i GC, każda z nich ieſt zero; natenczas mieć będzieſz $\frac{1}{2}$ EFGH × $\frac{BF + DH}{3}$ *figura* 132.

albo EFGH × $\frac{BF + DH}{6}$ na bryłówatość ciała figurą 132 oznaczonego; lecz przez regułę o którey mowa, miałbyś EFGH × $\frac{BF + DH}{4}$;

więc te dwie bryły, ſą iedna do drugiey : : $\frac{1}{6}$: $\frac{1}{4}$ albo : : 4 : 6 : : 2 : 3; przeto przez tę regułę, wynaleziona bryłówatość, byłaby więkſza o połowę prawdziwey bryłówatości. Rzecz pewna że w takowym razie, gdzie łatwo poſtrzédz ſię daie, iż bryła ieſt z dwóch piramid tróykątnych złożona, łatwo także pomiarkówać można, iż réy reguły użyć nietrzeba; lecz z tego proſtego przykładu niemniey wnieść można, że w przykładach nieco zawikłańſzych, ta reguła niedaie doſtatecznego przybliżenia.

258. To wſzyſtko cośmy dopiéro powiedzieli; nierozumieiąc żeby ABC i ADC (fig. 131 i 132), znaydówały ſię na różnych równiach, ma mieyſce gdy ſię znayduią na ieJnéyże równi : a ponieważ co ſię rzekło (254), ma mieyſce gdy podſtawa ieſt bądź iakimkolwiek czworobokiém; przeto ſtąd, łatwo wnieść można pomiar bryłówatości *moſtołodzi* (ponton) (fig. 133). *figura* 131. 132.

Przód i tył moſtołodzi, boki, dno i iéy otwartość zwiérſzchna, ſą to wſzyſtkie powiérſzchnie płaſkie; krawędzie zaś uczynione przez boki, dno, i otwartość, ſą liniie równnoległe; otwartość ma większą ſzérokość *figura* 133.

kość iak dno; tak, że przecięcie zrobione proſtopadle na długości, ieſt nierównoległobokiém takim, iak EFGH.

Zmyśliwſzy ſobie tedy, moſtołódź przeciętą w połowie i proſtopadle na długości, wynika oczywiście ſtąd co ſię powiedziało (254), że każda połowa, ieſt złożona z dwóch wielościanów tróykątnych ściętych, z których ieden ma naſtępuiące wyrażenie EHG × $\frac{AE + DH + CG}{3}$ albo EHG × $\frac{2AE + CG}{3}$;

ponieważ AE ieſt równa linii DH. Podobnież drugi tróyścian mieć będzie naſtępuiące wyrażenie EFG × $\frac{2CG + AE}{3}$; więc

całéy moſtołodzi będzie to wyrażenie:

$$EHG \times \frac{2AI + CL}{3} + EFG \times \frac{2CL + AI}{3}.$$

Maiąc wiadomą głębokość moſtołodzi, można także mieć wyſokość ſpólną dwóch tróykątów, które zatém łatwo wyrachować ſię dadzą; łatwo więc, wynaléſdź można bryłowatość moſtołodzi, co w krótce zobaczymy w przykładzie.

Przód i tył moſtołodzi, ſą poſpolicie na 45° względém dna nachylone, ta okoliczność, mogłaby dać okazyą do innego wyrażenia; lecz ponieważ wyrażenie takowe, od poprzedzaiącego nieieſt prościéyſze, nad niém zaſtanawiać ſię niebędziémy.

O ſążniowaniu Bryl.

259. Maiąc ſążniować bryłę, to ieſt dochodzić wartości bryły w ſążniach ſześciennych, i czę-

częściach sążnia sześciénnégo, można dwóch osobliwie sposobów, do tego użyć. Piérwszy iest, rachówać przez sążnie sześciénne, i części sześciénne sążnia sześciénnégo; to iest przez sążnie sześciénne, stopy sześciénne, cale sześciénne i. t. d.

Sążeń sześciénny, zawiéra w sobie 216 stòp sześciénnnych; iestto albowiém sześcian, maiący 6 stóp szérokości, i 6 stóp wysokości.

Stopa sześciénna, zawiéra w sobie 1728 calòw sześciénnych; będąc sześcianém, ktòry ma 12 calów długości, 12 calów szérokości, i 12 calów wysokości.

Z téyże samèy przyczyny rzecz oczywista, że cal sześciénny, ma w sobie 1728 linii sześciénnych i. t. d.

Przeto, chcąc dóyśdź wartości bryły w sążniach sześciénnych, i częściach sześciénnych sążnia sześciennego; trzeba każdy z tych trzech rozmiarów, przywieśdź do naymnieyszego gatunku; potém dwa rozmiary rozmnożyć ieden przez drugi, a wypadaiącą mnogość, rozmnożyć znowu przez trzeci wymiar; chcąc zaś ten wypadek obrocić na liniie sześciénne, cale sześciénne, stopy sześciénne, (ieżeli naymnieyszy gatunek był wyrażony w punktach); tzeba tę mnogość rozdzielić koleyno przez 1728, 1728, 1728, i 216, albo tylko przez 1728, 1728, i 216, ieżeli w liniiach był naymnieyſzy gatunek i. t. d.

PRZYKŁAD.

Chcę mieć bryłowatość równoległościanu, którego długość ma 2 *S.* 4 *ſt.* 8 *c.* ſzérokość, 1 *S.* 3 *ſt.* a wyſokość 3 *S.* 5 *ſt.* 7 *c.*

2 *S.* 4 *ſt.* 8 *c.*	. .	200 *c.*
1 *S.* 3 *ſt.* 0 *c.*	. .	108 *c.*
		21600 *cc.*
3 *S.* 5 *ſt.* 7 *c.*	.	283 *c.*
		6112800 *ccc.*
		6112800 | 1728
		864 / 3537 *ccc.*
		3537 *ccc* | 216
		81 *ccc.* / 16 *SSS.*

Więc ten równoległościan, zawiéra w ſobie 16 *SSS.* 81 *sss.* 864 *ccc.*

260. W drugim ſpoſobie wyrachówania brył, na ſążnie ſześciénne, i części ſążnia ſześciénnégo; można ſobie wyſtawić ſążéń ſześciénny, podzielony na ſześć równoległościanów, z których każdy, ma w podſtawie ſążéń kwadratowy, a iednę ſtopę wyſokości, dla czego ſię téż nazywaią, *ſążnio-ſążnioſtopy* (toiſe-toiſe-pieds).

Podobnymże ſpoſobém, wyſtawić ſobie można, ſążnio-ſążnioſtopę, podzieloną na 12 równoległościanów, z których każdy, ma w podſtawie ſą-

ſążéń kwadratowy, a wyſokości cal ieden; ſkąd téż nazywaią ſię, *ſążnio-ſążniocale* (toiſe-toiſe-pouces); z tych znowu każdy popoddziélać można na 12 rownoległościanów, maiących każdy, ieden ſążéń kwadratowy w podſtawie, a iednę liniią wyſokości;i tak daléy wciąż, dzieli ſię na równoległościany, z ktòrych każdy, ma zawſze ſążéń kwadratowy w podſtawie, a ieden punkt, iednę kryſkę pierwſzą, drugą, trzecią, i. t. d. wyſokości; tak dalece że te poddziały, ſą ze wſzyſtkiém podobne poddziałowi ſążnia liniiowego, iakośmy widzieli, że poddziały ſążnia kwadratowego, były mu także podobne; nazwiſka téż tych ròżnych poddziałów, nieròżnią ſię od tych, któréśmy w ſążniach kwadratowych przepiſali, tylko powtórzeniém dwa razy tego ſłowa *ſążnio*—

Mnóżenia ściągaiące ſię do poddziałów ſążnia ſześciennego, ſą ze wſzyſtkiém też ſame, które iuż wyżéy do ſążniów kwadratowych były podane.

Co ſię tyczé natury iednóściów w czynnikach; iednego z nich zmy-

 ślić

ślić sobie potrzeba, iakoby wyrażał sążnie sześciénne, sążnio-sążniostopy, sążnio- sążniocale, i.t.d. drugie zaś dwa, iak gdyby były liczbami niemianówanémi, których mnogość oznaczać ma, wiele razy pierwszego czynnika powtórzyć trzeba.

Zeby sobie zaś tém łatwiéy postąpić w takich mnożeniach, można zostawić w czynnikach takie znaki, iakie maią; dosyć iest na tém, żeby wiedzieć, iż mnogość wyrażać powinna sążnie sześciénne, sążnio-sążniostopy, i. t.d; więc działaiąc, iak w sążniówaniu powiérzchniów, będzie iak nastepuie.

PRZYKŁAD.

Jest zadano wyrachówać bryłówatość téyże samey bryły co wyżey, dopiéro opisanym drugim sposobém.

	2*S*.	4*s*.	8*c*,	
	1*s*.	3*s*.	-	
	2	4	8	
Za 3 stopy	1	2	4	
	4*Ss*.	1*Ss*.	0*Sc*.	
	3*S*.	5*s*.	7*c*.	
	12	3	0	
Za 3 *s*.	2	0	6	
Za 2 *s*.	1	2	4	
Za 6 *c*.	0	2	1	
Za 1 *c*.	0	0	4	2
Bryłówatość	16*SSS*.	2*SSs*.	3*SSc*	2*SSl*.

261. Części takowe ſążniowe, łatwo na części ſześciénne przemienić ſię daią; to ieſt, na ſtopy ſzeciénne, cale ſzeciénne, i. t. d. Piſać trzeba pod częściami ſążnia, poczynaiąc od ſożnio-ſążnioſtóp, liczby 36, 3, $\frac{1}{4}$, 36, 3, $\frac{1}{4}$, koléyno, i każdą liczbę wyżſzą, przez odpowiadaiącą iéy dólną rozmnożyć; mnogości zaś wypadaiące z liczb 36, 3, $\frac{1}{4}$, przenieść każdą, pod pierwſzą z tych liczb; a ieżeli mnożąc przez $\frac{1}{4}$, zoſtanie ſię 1, 2, albo 3, napiſać trzeba pod liczbą 36 naſtępuiącą, 432 albo 864; albo 1296, na zaczęcie drugiéy kolumny; ſtóſuiąc to do przykładu wzwyż zadanego, będzie

16 *SSS.*	2 *SSs.*	3 *SSc.*	2 *SSl.*	0 *SSp.*
	36	3	$\frac{1}{4}$,	36
16 *SSS.*	72 *sss.*	-	-	864 *ccc.*
	9			
16 *SSS.*	81 *sss.*	864 *ccc.*		

wypada taż mnogość, która wypadła pierwſzym ſpoſobem.

Mnożą ſię ſążnio-ſążnioſtopy przez 36; ponieważ ſążnio-ſążnioſtopa, maiąc iednę ſtopę wyſokości, i ieden ſążeń kwadratowy, albo 36 ſtóp kwadratowych w podſtawie, zawierać w ſobie powinna 36 ſtóp ſześciennych. Sążnio-ſążniocal, będąc dwunaſtą częścią ſążnio-ſążnioſtopy, powinien zawierać w ſobie dwunaſtą część, 36*u* ſtóp ſześciennych,

nych, to ieſt 3 ſtopy ſześcienne, trzeba więc, ſążnio-ſążniocale rozmnożyć przez 3; podobnież ſążnio-ſążnioliniia, będąc dwunaſtą częścią ſążnio-ſążniocala, powinna zawierać w ſobie, dwunaſtą część trzech ſtóp ſześciénnych, albo cwierć ſtopy ſześciénney, albo (z przyczyny że ſtopa ſześciénna, wárta 1728 calów ſześciénnych, powinna zawierać w ſobie 432 *ccc*; rozumuiąc podobnież, widzieć daie ſię, że ſążnio-ſążniopunkt byłby wárt 36 *ccc*; ponieważ ieſt dwunaſtą częścią ſążnio-ſążniolinii, która wárta 432 *ccc*. i których dwunaſtą częścią ieſt 36; więc t. d.

Przeto wzaiemnie, części ſześciénne ſążnia ſześciénnégo, chcąc przeniénić na ſążnio-ſążnioſtopy, ſążnio-ſążniocale i. t. d; trzeba rozdzielić przez 36, liczbę ſtóp ſześciennych; tym ſpoſobém wypadną ſążnio-ſążnioſtopy: reſztę z tego dzielenia pozoſtałą rozdzieliwſzy przez 3, będą ſążnio-ſążniocale. Reſztę znowu z tego drugiego dzielenia zoſtaiącą, rozmnożywſzy przez 4, i do mnogości dodawſzy 1, 2, albo 3 iedności (gdy liczba calów ſześciénnych, będzie wpadać między liczby 432 i 864, albo 864 i 1296, albo 1296 i 1728), wypadną ſążnio-ſążnioliniie; potém odiąwſzy od liczby calów ſześciénnych, liczbę 432, albo 864, albo 1296, ieżeli było dodano 1, 2, albo 3 iedności, śoiów, wreſzcie, trzeba ſię obéyśdź iak z ſtopami ſześciénnémi, i wypadną porządkiém ſąźnio-ſąźniopunkta, ſąźnio-ſąźniokryſki piérwſze, i. t. d; naoſtatek, z liniiami ſześciénnémi w tenże ſam ſpoſób, będzie należało ſobie poſtąpić.

Np. gdyby zadano było obrócić na ſąźnio-ſąźnioſtopy, ſąźnio-ſąźniocale, i. t. d. liczbę, 47*SSS*. 52 *sss*. 932 *ccc*; rozdziélam 52 przez 36, i mam 1 *SSs*; zoſtaie mi ſię reſzta 16. Tę reſztę rozdziélam przez 3, i mam 5 *SSc*. i reſzty 1; tę reſztę rozmnażam przez 4. i dodaię do niéy dwie iedności; ponieważ liczba calów ſześciénnych wpada między 864, i 1296, i miéć będę 6 *SSl*. Odiąwſzy 864 od 932, zoſtanie mi 68; rozdziélam ie przez 36, i mam 1 *SSp*. i 32 reſzty: takową reſztę dzielę znowu przez 3, mam 10 *SS'*, i reſzty 2; tę reſztę rozmnożywſzy przez 4, mam 8 *SS"*; tak iż mi całkowita ſumma uczyni 47 *SSS*. 1 *SSs*. 5 *SSc*. 6 *SSl*. 1 *SSp*. 10 *SS'*. 8 *SS"*.

262. Chcąc wyrazić bryłówatość, zamiaſt ſąźniów ſześciénnych tylko w ſtopach ſześciennych; można to uczynić wyſtawuiąc ſobie ſtopę ſześciénną, iako złożoną, ze dwunaſtu równoległościanów, z których każdy, miałby iednę ſtopę kwadratową w podſtawie, a ieden cal wyſokości, coby można tak naznaczyć *ssc*: to ieſt *ſtopy-ſtopycale*; tego wyrażenia użyiémy w naſtępuiącym przykładzie.

PRZYKŁAD.

Przyſtóſówany do Brylówatości Moſtołodzi.

Niech będzie (fig. 133) naywiękſza ſzerokość EH - - 4 *ſt*. 4 *c*. *figura* 133.

Naymnieyſza FG - - 4 2

 Od-

Odległość między niemi, albo wnętrizna głębokość mostołodzi -	2 *st.*	4 *c.*
Naywiększa długość AI -	18	0
Naymnieyßza CL - -	13	4
Więc 2 AI + CL - -	49	4
A 2 CL + AI - -	44	8

Rachuię powierzchnią tróykąta EHG, i powierzchnią tróykąta EFG, które, za spólną wysokość maią próżność mostołodzi; i znayduię iak następuie

	4 *st.*	4 *c.*		
	2	4		
	8	8		
Za 4 cale	1	5	4	
Summa	10	1	4	
Połowa	5 *ss.*	0 *sc.*	8 *sl.*	tróyk. EHG
	4 *st.*	2 *c.*		
	2	4		
	8	4		
Za 4 *c.* -	1	4	8	
Summa	9	8	8	
Połowa	4 *ss.*	10 *sc.*	4 *sl.*	tróyk. EFG

Mnożę pierwszą przez 2 AI + CL, a drugą przez 2 CL + AI, i wziąwszy trzecią część wszystkiego, mam bryłowatość mostołodzi, iak następuie.

	5 *ss.*	0 *sc.*	8 *sl.*	
	49	4		
	247	8	8	
Za 4 *c.*	1	8	2	8
Summa	249 *sss.*	4 *ssc.*	10 *ssl.*	8 *ssp.*
	4 *ss.*	10 *sc.*	4 *sl.*	
	44 *s.*	8 *c.*		
	213	10	8	
Za 6 *c.*	2	5	2	
Za 2 *c.*	0	9	8	8
Summa	217 *sss.*	1 *ssc.*	6 *ssl.*	8 *ssp.*

Dodawszy te dwie summy razém, i wszystkiego wziąwszy trzecią część, mam 155 *sss.* 6 *ssc.* 1 *ssl.* 9 *ssp.* 4 *ss'.* na bryłówatość mostołodzi.

PRZYKŁAD.

Przystosówany do sążniówania Działobitni.

Zebyśmy ieszcze dali iakie przystósówanie wielościanów ściętych, i sążniówania; daymy że potrzeba wyrachówać, wielość ziemi potrzebnéy, do pobudówánia *przedpiersienia* (epaulement) działobitni, na cztéry działa.

Długość takowéy działobitni, ma u dołu 13*S.* 2 *s.* Wysokość wnętrszna przedpiersiénia, ma pospolicie 1 *S.* 1 *s.* a zewnętrszna 1 *S.* 0 *s.* 4 *c.* Spadzistość wnętrszna, wynosi trzecią część wysokości wnętrznéy; zewnętrzna zaś, iest połową wysokości zewnętrznéy; a tak, piérwsza spadzistość ma 2 *st.* 4 *c.* a druga 3 *st.* i 2 *c*; szérokość podstawy ma 3 *S.* 5 *s.* 6 *c*; zatém szérokość przedpiersiénia u góry miéć będzie 3 *S.* 0 *s.* 0 *c.* Dwóm bokóm przedpiersiénia, daie się taż sama spadzistość, co w srzodku; to iest trzecia część wysokości wnętrsznéy wewnątrsz, a trzecia część wysokości zewnętrsznéy zewnątrsz; a zatém długość wnętrszna przedpiersiénia ku wiérszchowi miéć będzie 12 *S.* 3 *st.* 4 *c.* długość zaś zewnętrszna ku wiérszchowi, wynosić będzie 12 *S.* 3 *s.* 9 *c.* 4 *l.*

Te rozmiary ustanowiwszy, bryłówatość działobitni (strzelnice wyiąwszy), uważać można, iako wielościan ścięty, krorego przecięcie, uczynione prostopadle na długości iego, złoży nierównoległobok EFGH (fig. 134), gdzie *figura* 134.

Podstawa HE iest od	3 *S*	5 *s.*	6 *c.*
Spadzistość wnętrszna HK	0	2	4
Wysokość GK - -	1	1	0
Spadzistość zewnętrszna IE	0	3	2
Wysokość IF - -	1	0	4

Zmyśliwſzy ſobie, iż to przecięcie ieſt uczynione w połowie długości, ten wielościan całkowity, będzie rozdzielony na dwa wielościany proſte ścięte, doſkonale ſobie równe, i z których każdy ma za podſtawę nierównoległobok EFGH. Zmyśliwſzy ſobie więc przekątną GE, idzie za tem, co ſię powiedziało (254). że mieć będzieſz bryłowatość iedney połowy, rozmnożywſzy tróykąt EFG, przez $\frac{1}{3}$ ſummy trzech krawędziów, które po iedneyże ſtronie kątóm F,E,G, odpowiadaią, i dodawſzy do tego mnogość tróykąta EGH rozmnożonego podobnież, przez $\frac{1}{3}$ trzech krawędziów, które po iedneyże ſtronie odpowiadaią kątóm E,G,H; nakoniec to wſzyſtko dwa razy wziąwſzy, mieć będzieſz bryłowatość całey działobitni; że zaś te krawędzie, ſą połową długościów odpowiadaiących tymże kątóm, albo krawędziów całkowitego wielościanu, idzie zatem iż działanie na tem zależy, ażeby rozmnożyć tróykąt EFG, przez $\frac{1}{3}$ ſummy trzech całkowitych krawędziow, które odpowiadaią kątóm E,F,G, i tróykąt EGH, przez $\frac{1}{3}$ ſummy tych, co także odpowiadaią kątóm E,G,H; a nakoniec, żeby z ſobą dodać te dwie mnogości.

Te zaś krawędzie ſą iak naſtępuie:

Krawędzie	w E	13*S.*	2*s.*	0*c.*	0*l.*
	w G	12	3	4	0
	w F	12	3	9	4
	w H	13	2	0	0

Więc trzecia część trzech krawędziów E,F,G, będzie: 12*S.* 5*s.* 0*c.* 5*l.* 4*p.*

Zaś trzecia część trzech krawędziów E,G,H, będzie 13*S.* 0*s.* 5*c.* 4*l.*

Teraz wynaleśdź trzeba powierſzchnie tróykątów EFG, i EGH; lecz powierſzchnia tróykąta EGH, ieſt oczywiście równa $=\frac{HE \times GK}{2}$; a a powierſzchnia tróykąta EFG, ieſt różnica między czworokątem EFGH, i tróykątem EGH; będzie więc EK x ½ FI—EI x ½ GK; ſkąd, podług wyżey podanych reguł, wynaleśdź można iak naſtępuie:

Tróykąt EGH	2*SS*.	1*Ss*.	8*Sc*.	6*Sl*.	0*Sp*.
EK x ½ FI -	1.	5.	2	0.	8
EI x ½ GK -	0	1.	10	2	0
Tróykąt EFG	1	3	3	10	8

Więc wielościan odpowiadaiący tróykątowi EGH daie
29*SSS*. 3*SSs*. 2*SSc*. 8*SSl*. 2*SSp*. 8*SS*.
Wielościan zaś odpowiadaiący tróykątowi FGE.
19*SSS*. 5*SSs*. 8*SSc*. 7*SSl*. 2*SSp*. 1*SS*.

Wiec *miąższość* (maſſa) działobitni będzie
49*SSS*. 4*SSs*. 11*SSc*. 3*SSl*. 4*SSp*. 9*SS*.

Co ſię tyczé ſtrzelnic, rozumieiąc że ich podſtawa ieſt poziemna, że otwartość wnętrzna, ma dwie ſtopy u góry i u dołu, zewnętrſzna zaś 9 ſtóp u dołu, a 12 u góry, że wyſokość ſtrzelnicy, ma 3 *ſt*. 6 *c*. z wnętrzney ſtrony działobitni, zmyśliwſzy ſobie nadto, każdą przeciętą proſtopadle długości działobitni, widzieć daie ſię, że to przecięcie, może bydź wyobrażone w czworoboku FGDM, w którym mieć będzieſz GO, 3 *s*. 3 *c*. FN, 2 *ſt*. 10 *c*. ſpadziſtości zaś DO i MN będą, to ieſt DO, 1 *ſt*. 2 *c*. a NM 1 *ſt*. 5 *c*; ſkąd wnieść należy że DM, ma 3 *S*. 2 *s*. 7 *c*; a ponieważ bryłowatość ſtrzelnicy, ſkłada także wielościan ścięty, w którym wſzyſtkie wymiary ſą wiadome, przeto, przez podobny poprzédzaiącému rachunek, wnieść można, iż bryłowatość czterech ſtrſzelnic wynoſi 6*SSS*. 3*SSs*. 1*SSc*. 6*SSl*. 3*SSp*. *SS*; którą odiąwſzy od wynalezioney wyżéy miąższości, zoſtanie 43*SSS*. 1*SSs*. 9*SSc*. 9*SSl*. 1*SSp*. 8*SS*. na całkowitość ziemi potrzebney

bney do usypania przedpiersienia: skąd także łatwo wyrachować można liczbę robotników potrzebnych, do wygotowania tey działobitni na czas naznaczony, z doświadczenia wiedząc, iż trzech ludzi, bez wielkiego trudu, mogą wykopać i wyrzucić, ieden sążeń sześcienny ziemi, w 18 godzinach.

263. Ponieważ chcąc mieć bryłowatość wielościanu, trzeba rozmnożyć powiérszchnią podstawy przez wysokość; idzie za tém, że gdy iest bryłowatość, i podstawa albo wysokość wiadoma, chcąc mieć wysokość albo podstawę, trzeba rozdzielić bryłowatość, przez iednego z tych czynników, ktory będzie wiadomy; lecz uważać należy iż w rzeczy saméy, nie bryłowatość, przez powiérszchnią lub wysokość rozdziéla się, ale bryła, przez drugą bryłę; iakoż podług tego cośmy powiedzieli wyżéy, rzecz iasna, iż dochodząc wartości bryły iakiéy, druga bryła téyże podstawy powtarza się tyle razy, ile razy wysokość iéy, w wysokości piérwszéy bryły zawiéra się, albo powtarza się bryła téyże saméy wysokości tyle razy, ile razy powiérszchnia iéy podstawy, w podstawie piérwszéy bryły mieści się. Przeto maiąc wiadomą

domą bryłówatość i powiérzchnią podstawy, gdy zechcę np. dòyśdź wysokości; trzeba szukać wiele razy, zadana bryłòwatość mieści w sobie bryłówatość innéy bryły, téyże podstawy co tamta, a za wysokość maiącéy iedność; wieloráz, w liczbie swoich iednościòw, oznaczy liczbę miar szukanéy wysokości.

To założywszy; maiąc np. wielościan, któregoby bryłówatość była 16SSS. 2SSs. 3SSc. 2SSl. a powiérzchnia podstawy, 12 SS. oSs. oSc. gdy wiedzieć zechcę iego wysokość, dzielnika uważać będę, nie iako 12 SS. oSs. oSc. ale iako 12SSS. oSSs. oSSc; i natenczas, rozwiązanie zadania na tém zależeć będzie: żeby rozdzielić 16SSS. 2SSs. 3SSc. 2SSl. przez 12SSS. oSSs. oSSc; lecz ponieważ sążeń kwadratowy iest spólnym czynnikiém, wieloráz wypadnie tenże sam, iak gdyby dziélny i dzielnik, tylko liniiowe sążnie wyrażały; będzie tedy prosto 16S. 2s. 3c. 2l. do rozdzielenia przez 12S. os. oc; to iest przez 12S; a iako treść zagadniénia pokazuie, iż wieloráz dać powinién sążnie liniiowe, przeto dzielenie, odprawi się podług przepisanéy reguły (Arytm. 118 i daléy).

Jeżeli, maiąc wiadomą bryłówatość i wysokość, chciałbyś dóyśdź powiérzchni podstawy, np. ieżeli bryłówatość iest, 16SSS. 2SSs. 3SSc. 2SSl. a wysokość 2S. 4s. 8c; uważać masz dziélnika iako 2SSS. 4SSs. 8SSc; i z téyże samey przyczyny, co w poprzédzaiącym razie, działanie skończy się na rozdzieleniu 16S. 2s. 3c. 2l. przez 2S.

4s.

4*s*. 8*c*; lecz ponieważ wieloraz, oczywiście dać powinien powierſzchnią, rachować go będzieſz, nie za liniiowe ſążnie, ale za ſążnie kwadratowe, ſążnioſtopy i. t. d; wreſzcie, w ſpoſobie wykonania tego działania, różnicy żadney niebędzie, poſtępuiąc ſobie na fundamencie prawideł danych (Arytm. 118 i daley); to ieſt, wynalazłſzy wieloraz, iak gdyby miał wyrażać ſążnie liniiowe, doda ſię do każdey iego części, znak kwadratowey mnogości; *np.* w teraznieyſzym przykładzie znalazłſzy 5*S*. 5*s*. 4*c*. 6*l*; piſać będę 5*SS*. 5*Ss*. 4*Sc*. 6*Sl*.

Gdyby bryłowatość, zadana była w ſążniach ſześciénych, i częściach ſążnia ſześciénnego; trzebaby ią przemiénić na ſążnie ſześciénne, ſążnio-ſążnioſtopy, i. t. d, podług (261), a potém działanie odprawić podług poprzédzaiącego opiſania.

O ſążniówaniu drzewa.

264. Po tém co ſię o ſążniówaniu w ogólności powiédziało, o ſążniówaniu drzewa mało co nam mówić zoſtaie.

W Artyleryi * i w Architekturze, ieſt zwyczay drzewo miérzyć na *kloce* (solive). Przez kloc zaś taki, rozumié ſię równoległościan, maiący dwa ſążnie wyſokości, a 6 calów w boku podſtawy, albo 36 calów kwadratowych w podſtawie; co

* *Rozumieć trzeba w Artyleryi Francuzkiey.*

co wychodzi, na równoległościan, ieden sążéń wysoki, a $\frac{1}{2}$ stopy kwadratowéy, albo 72 calòw kwadratowych w podstawie zawiéraiący, ktòry zatém iest wárt 3 stopy sześciénne.

Kloc takowy, dzielić się zwykł na 6 części, każda ma iednę stopę wysokości, a 72 calòw kwadratowych w podstawie; i każda z takowych części nazywa się *stopa kloca* (pied de solive). Stopa kloca, dzieli się znowu na 12 części, z ktòrych każda, ma ieden cal wysokości, a wpodstawie 72 calów kwadratowych, przeto téż nazywaią się *cale kloca* (pouces de solive) i. t. d.

Ponieważ kloc, zawiéra w sobie 3 stopy sześciénne, i ponieważ poddziały, są też same co sążnia sześciénnégo, na sążnio-sążniostopy i. t.d. idzie zatém, iż liczba która wyraża iakąkolwiek bryłę w klocach, i częściach kloca, iest 72 razy większa, od téy którаby w sążniach sześciénnych, w sążnio-sążniostopach, i. t. d. była wyrażona.

Maiąc wzgląd, na takowé różne sposoby uważania kloców, łatwo sobie, różne także sposoby do sążnió-

wa-

wania drzewa w klocach, wymyślić można; my tylko przeſtaniémy na naſtępuiącym.

Maiąc obrachówać bryłòwatość drzewa iakiégo w klocach; nietrzeba więcéy, tylko ią przemiénić na ſążnie ſześciénne, ſążnio-ſążnioſtopy, i. t. d. a potém, rozmnożyć mnogość przez 72; tego nawet mnożenia można uniknąć, na fundamencie doſyć proſtéy uwagi, to ieſt zmyśliwſzy ſobie ieden z tych rozmiarów, iako 12 razy większy, *np.* liniie iak gdyby wyrażały cale, cale, iak gdyby wyrażały ſtopy, i. t. d. Zmyśliwſzy ſobie podobnież inny z trzech wymiarów, iako 6 razy większy, to ieſt, liniie iak gdyby wyrażały pół cale, cale, iak gdyby wyrażały połſtopy; natenczas takowe dwa nowe rozmiary mnożąc ieden przez drugi, a tę mnogość znowu przez trzeci wymiar, za iednym razém wypadnie bryłòwatość w klocach, w ſtopach kloca, i. t. d.

PRZYKŁAD.

Niech będzie zadano wynaleśdź liczbę kloców i części kloca, ſztuki drzewa, która ma 8 *S.* 5 *s.* 6 *c.* długości, 1 *s.* 7 *c.* ſzérokości, a 1 *s.* 8 *c.* grubości.

Za

Zamiast 1 *s*. 7 *c*; biorę 3 *S*. 1 *s*. to iest 12 razy więcey.
Zamiast 1 *s*. 5 *c*. biorę 1 *S*. 2 *s*. 6 *c*. t. i. 6 razy więcey.

Te dwa rozmiary ieden przez drugi mnożę.

1 *S*.	2 *s*.	6 *c*.
3 *S*.	1 *s*.	
4	1	6
0	1	5
4 *SS*.	2 *Ss*.	11 *Sc*.

Tę mnogość, znowu mnożę przez trzeci rozmiar

	4 *SS*.	2 *Ss*.	11 *Sc*.	
	8 *S*.	5 *s*.	6 *c*.	
	35	5	4	
Za 3 *s*. -	2	1	5	6
Za 2 *s*. -	1	2	11	8
Za 6 *c*. -	0	2	2	11
	40 *SSS*.	0 *SSs*.	0 *SSc*.	1 *SSl*.

I zamiast rachowania tey mnogości w sążniach, rachuię ią w klocach, i mam.

40 *klocòw*, 0 *stóp*, 0 *calów*, 1 *liniia*.

gdzie stopy, cale, i liniie, wyrażaią stopy, cale, i liniie kloca.

265. Niektórzy, kloc inaczey dzielą; uważaiąc go sobie iako równoległościan, maiący 2 sążnie wysokości, i 36 calów kwadratowych w podstawie, dzielą go na 12 części które stopami nazywaią; stopę znowu dzielą na 12 calów, a cal na 3 części, które nazywaią *kołkami* (chevil). Tym sposobem ich stopa kloca, iest połową stopy pospolitey kloca; toż samo dzieie się z calem, każdy zaś kołek iest wart dwie liniie kloca.

266. W drzewie, które do Artyleryi przyimować się zwykło, rozumie się przez *kwadrówatość* (equarissage), kwadrat wpisany w kole, wziętem za podstawę drzewa nieobrobionego. Ten kwadrat, który ma śrzednicę za przekątną, iest (168) połową kwadratu

śrzednicy, albo kwadratu na kole opiſanego. Ponieważ drzewa zacząwſzy od pnia, do góry coraz ſą cieńſze, w praktyce uważać ſię zwykły, iako wałki teyże długości co drzewo, ale takiey śrzednicy, iaka wypada ku połowie długości drzewa. Srzednica takowa, ieſzcze o kilka calów umnieyſzać ſię zwykła, dla kory i złobówałości, lecz to umnieyſzenie różni ſię, podług natury drzewa i kraiu.

Zmiérzywſzy takową śrzednicę, trzeba ią uczynić 12 razy większą, a potém ią ieſzcze rozmnożyć przez tęż śrzednicę znowu o ſześć razy zwiękſzoną; połowa tey mnogości, która nazywa ſię *podſtawą kloca* drzewa obrobionego, wyraża liczbę kloców, i części kloca, które zawieraią ſię w ſążniu długości drzewa obrobionego. Tak dalece, że chcąc mieć liczbę całkowitą kloców drzewa, nietrzeba więcey tylko rozmnożyć tę podſtawę przez liczbę ſążniów, i części ſążnia, długość drzewa wyrażaiących.

Chcąc zaś mieć liczbę kloców tegóż drzewa nieobrobionego, trzeba rozmnożyć kwadrat śrzednicy 72 razy zwiękſzoney, iakośmy dopiero powiedzieli, przez $\frac{11}{14}$, i wziąść połowę téy mnogości; co da powiérſzchnią koła ſłużącego za podſtawę wałkowi, którego bryłowatość, ieſt wzięta za bryłowatość drzewa; ta powiérſzchnia nazywa ſię *podſtawą kloca drzewa nieobrobionego*. Na koniec, takowa podſtawa mnoży ſię przez liczbę ſążniów, i części ſążnia, wyrażaiących długość drzewa.

PRZYKŁAD.

Niechay zadano będzie wynaleźdź podſtawę kloca tak obrobionego, iako też nieobrobionego, w drzewie które ma, 25 calów w śrzednicy.

Za-

Zamiaſt 25 calów, biórę 25 ſtóp, albo 4*S.* 1*s.* Z drugiéy ſtrony za miaſt 25 calów, biorę 25 półſtóp albo 2*S.* 0*s.* 6*c.*

Rozmnożywſzy iedno przez drugie, mam 8*SS.* 4*Ss.* 1*Sc*; czego połowa uczyni 4*SS.* 2*Ss.* 0*Sc.* 6*Sl*; rachuiąc to w klocach, mieć będę podſtawę kloca obrobionego 4 *kl.* 2 *ſt.* 0 *c.* 6 *l.*

Chcąc mieć podſtawę kloca nieobrobionego. rozmnażam 8*SS.* 4*Ss.* 1*Sc.* przez $\frac{11}{7}$, co mi da 13*SS.* 3*Ss.* 10*Sc.* 2*Sl.* połowa zaś uczyni 6*SS.* 4*Ss.* 11*Sc.* 1*Sl.* co w klocach rachuiąc, mieć będę podſtawę kloca nieobrobionego 6*kl.* 4*s.* 11*c.* 1*l.*

O Stóſunkach między Bryłami w powſzechności.

267. *Przyſtóſować dwie bryły do ſiebie*, ieſtto ſzukać, wiele razy liczba miar pewnégo gatunku, zawartych w iednéy z tych brył, mieści w ſobie liczbę miar tegóż gatunku, zawartych w drugiéy bryle.

268. *Dwa wielościany albo dwa wálki, ſą między ſobą, iak mnogości z ich podſtaw rozmnożonych przez wyſokości.* I to ieſt oczywiſta: ponieważ każda z tych brył, ieſt równa mnogości, z podſtawy ſwoiéy przez ſwoię wyſokość, kſztałt podſtawy niech będzie iaki chce.

Przeto, *wielościany lub wálki, albo wielościany i wálki iednéyże wyſoko-*

 ści,

ści, ſą między ſobą iak ich podſtawy; wielościany zaś i wálki iednéyże podſtawy, ſą między ſobą iak ich wyſokości; ſtóſunek albowiém między mnogościami podſtaw roznmożonych przez wyſokości, nieodmiénia ſię, opuściwſzy w nich ſpólnego czynnika, gdy podſtawa, lub wyſokość, ieſt w obu bryłach taż ſama.

Więc dwie piramidy iakiekolwiek, albo dwa ſtożki, lub téż iedna piramida i ieden ſtożek, ſą między ſobą w ſtóſunku wyſokości, gdy podſtawy ich, ſą ſobie równe; każda albowiém z tych brył, wárta trzecią część wielościanu, téyże podſtawy, i téyże wyſokości.

269. *Bryłowatości piramid ſobie podobnych, ſą między ſobą iak ſześciany wyſokościów tych piramid, albo w ogólności, iak ſześciany dwóch linii odpowiadaiących w tych piramidach.*

Albowiém dwie piramidy ſobie podobne, mogą bydź wyobrażone przez dwie piramidy takie, iak IA
figura 108. BCDF, *Iabcdf* (fig. 108), ponieważ obie ſą złożone z iednéyże li-

czby

czby ścian każda każdéy podobnych, i podobnie położonych.

A ponieważ dwie piramidy, w powſzechności ſą między ſobą, iak mnogości, z ich podſtaw przez wyſokości; przeto podſtawy które tu ſą figurami ſobie podobnémi, bedąc między ſobą, iak kwadraty wyſokościów IP, *Ip* (202), obie piramidy będą między ſobą, iak mnogości z kwadratów wyſokościów, rozmnożone przez wyſokości; można albowiém (99) za ſtóſunek podſtaw, wziąść kwadraty wyſokościòw. Ze zaś (199) wyſokości, ſą proporcynalne wſzyſtkim innym odpowiadaiącym wymiaròm, ſześciany ich będą także proporcyonalne ſześcianòm takowych odpowiadaiących wymiarów (Arytm. 181); więc w ogólności, piramidy ſobie podobne, ſą między ſoba, iak ſześciany ich rozmiarów odpowiadaiących.

270. *Więc w powſzechności, bryłowatości dwóch brył ſobie podobnych, ſą między ſobą, iak ſześciany linii odpowiadaiących w tych bryłach.* Bryły albowiém ſobie podobne, mogą bydź podzielone na tęż liczbę pira-

 mid

mid podobnych każda każdéy, a iako dwie którekolwiek z tych piramid sobie podobnych, będą między sobą w tymże samym stosunku, ponieważ maią się do siebie, iak sześciany ich rozmiarów odpowiadaiących, ktòre są w iednymże stósunku, co dwa inne odpowiadaiące którekolwiek rozmiary; idzie za tém, że summa piramid piérwszey bryły, będzie do summy piramid drugiéy bryły, w tymże samym stosunku, to iest w stosunku liczb sześciénnych, odpowiadaiących wymiarów.

A zatém: *bryłówatości kul, są między sobą, iak sześciany ich promieniów lub śrzednic.*

Te fundamenta, służyć mogą do rozwiązania wielu zagadnień, tego gatunku iak następuią.

106. *Maiąc wiadomą wagę prochu stopy sześciénney, wynaléśdź do podkopòw* (mines), *bok pieca sześciénnego, ktòryby zadaną wagę prochu w sobie mieścił.*

Waga materyi, tegóż samego gatunku, ale różnych obiętościów, będąc proporcyonalna, takowym brył obiętościóm, iest także proporcyonalna sześcianóm ich rózmiarów, gdy bryły są sobie podobne.

Tak więc, daymy że stopa sześciénna prochu, zawiera w sobie 6 *:sty*; chcąc mieć bok pieca sześciénnégo, któryby 10*stów* w sobie umieścił, tę proporcyą ułożyć trzeba: 64 : 10, iak sześcian 1go, dó czwartego wyrazu; ten będzie sześcianém boku żądanego, i bydź się pokaże $\frac{10}{64}$, którégo pierwiastek sześciénny iest $\frac{2,154}{4}$.

albo 0;538 *ſt.* albo 0 *s.* 6 *c.* 5 *l.* wymiarem, boku ſzukanego.

W tem działaniu chcąc użyć logarytmów; do logarytmu 10 (Arytm. 231), dodaię dopełnienie Arytmetyczne logarytmu 64; co mi uczyni 9.193820, do którego cechy (231) dodaię 20, i wziąwſzy trzecią część ſummy 29.193820, mam 9,731273, to ieſt, logarytm pierwiaſtka ſześciennego, czyli boku żądanego, z cechą o 10 iednościów zamocną. Zmnieyſzam ią więc o tyle iednościów ile potrzeba, żebym reſztę w tablicach znalazł, i znayduię 5386, na liczbę odpowiadaiącą logarytmowi pozoſtałému 3,731273; którego cecha, ieſzcze o 4 iedności zamocna będąc, daie mi poznać, że liczba ſzukana, o iednę dzieſięćtyſiączna przybliżona, ieſt 0,5386, co uczyni iak wyżey 0 *s.* 6 *c.* 5 *l.*

W przykładzie poprzédzaiącym, za wagę ſtopy ſześcienney prochu, wzieliśmy 64 *ſty*, co też tak ieſt w ſamey rzeczy z małą różnicą. Lecz w nabiianiu pieców, ſpuſzczać ſię na tę ſtopę niemożna, z przyczyny ſłomy, worków ziemią napełnionych i. t. d. których użyć koniecznie trzeba. Lecz przypuściwſzy, że ſię tych używa zawſze proporcyonalnie ilości prochu, doſyć ieſt raz na zawſze wiedzieć, iaka ieſt waga prochu wchodzącego w piec wielki na ſtopę ſześcienną, a tak podobnymże ſpoſobem zawſze wynaleśdź można, bok każdego innego pieca, któryby wagę wiadomą prochu, z innemi wchodzącemi do tego materyałami, w ſobie zawierał.

2re Maiąc wiadomą wagę dwóch kul i śrzednicę iedney, w wynalezieniu ſrzednicy drugiey, poſtąpić ſobie potrzeba naſtępuiącym ſpoſobem.

Np. śrzednica kuli 24 *ſwéy*, ma 5 *c.* 5 *l.* 4 *p.* albo 5.444 *c.* ieſt zadano znaléśdź śrzednicę kuli 12 *ſwéy*?

Brylówatości więc, powinny bydź między ſobą : : 24 : 12 albo : : 2 : 1; więc ſześciany śrzednic powinny także bydź : : 2 : 1; przeto od potróyności logarytmu 5.444. odeymuię logarytm *2och*, i mam 1,906724, którégo trzecia część ieſt 0,635575. ſzukana z cechą większą o trzy iedności, odpowiada liczbie 4321; więc śrzednica żądana ma 4,321 *c.* albo 4 *c.* 3 *l.* 10 *p.*

Niémaiąc Tablic logarytmowych, trzebaby do ſześcianu podniéść 5.444 *c.* i rozdzieliwſzy przez 2, z wielorazu wyciągnąć piérwiaſtek ſześciénny.

Na tychże ſamych fundamentach, rozwiązać można, dwa naſtępuiące zadania; lecz reguła (246) przepiſana, ieſzcze łatwieyſzy do tego podaie ſpoſób, iak naſtępuie.

Wynaléśdź śrzednicę kuli któraby miała brylówatość wiadomą? *Np.* chcąc zrobić kulę, któraby mieściła w ſobie 10 ſtóp ſześciennych materyi; ułóż tę proporcyą 11 : 21 : : 10, do czwartego wyrazu, który będzie ſześcianém ſzukaney śrzednicy; z tego więc czwartégo wyrazu, piérwiaſtek ſześciénny wyciągnąwſzy, ządaną śrzednicę znaydzieſz.

Działaiąc przez logarytmy, będzie iak naſtępuie :

Log. 10	- -	1,000000.
Log. 21	- -	1,322219.
	Summa	2,322219.
Log. 11	- -	1.041393.
	Reſzta	1,280826.
	Którey trzecia część	0.426942.

Tey ſzukaiąc z cechą o trzy iedności mocnieyſzą, znaydzieſz 2,673 *ſt.* albo 2 *ſt.* 8 o *l.* 11 *p.* na długość ſzukaney śrzednicy.

Tegóż ſamego fundamentu użyć ieſzcze można, *do znalezienia śrzednicy kul ołowianych, podług zadaney liczby na funt.*

Wiedząc *np.* że ſześcienna ſtopa ołowiu, waży 828 *ftów*, ieſt zadano wynaleśdź śrzednicę kuli, którychby wchodziło 16 na funt?

• Ponieważ ich ma bydź w funcie 16, będzie ich więc w ſtopie ſześcienney 16 razy 828, albo 13248, a zatém bryłowatość każdey będzie $\frac{1}{13248}$ częścią, ſtopy ſześcienney. Układam tedy naſtępuiącą proporcyą $11 : 21 :: \frac{1}{13248}$, do czwartego wyrazu, który będzie ſześcianem żądaney śrzednicy; albo przemieniwſzy ſtopę ſześcienną na liniie ſześcienne, układam tę proporcyą: $11 : 21 :: \frac{1728 \times 1728}{16 \times 828}$, do czwartego wyrazu; który będzie $\frac{1728 \times 1728 \times 21}{16 \times 828 \times 11}$.

A działaiąc przez logaryt.

Log. 16	-	1,204120	
Log. 828	-	2,918030	
Log. 11	-	1,041393	
Summa		5,163543	

Log. $\overline{1728}^{2}$		6,475088.
Log. 21		1,322219.
	Summa	7,797307.
		5,163543.
Różni: 2 *Summ.*		2,633764.

Tey różnicy trzecia część 0,877921, ſzukana z cechą o dwie iedności tylko mocnieyſzą, daie 7,55 *l.* albo 7 *l.* 6 *p.* $\frac{1}{2}$ na śrzednicę każdey kulki.

Przeto, przywiódłſzy ſobie na pamięć wſzyſtko co poprzédziło, widzieć ſię daie 1^{ód} Ze obwody figur ſobie podobnych, ſą między ſobą w ſtoſunku proſtym, linii odpowiadaiących. 2re Ze powierſzchnie figur ſo-

ſobie podobnych, ſą między ſobą, iak kwadraty boków, albo linii odpowiadaiących. 3^{cie} Że bryłówatości brył ſobie podobnych, ſą między ſobą, iak ſześciany ich linii odpowiadaiących.

Tak więc, ieżeli dwie bryły ſobie podobne, dwie kule *np.* maią śrzednice ſwoie w ſtoſunku :: 1 : 3, okręgi ich kół naywiękſzych, będą także między ſobą iak 1 : 3; powiérzchnie zaś, tychże kul będą :: 1 : 9 a bryłówatości iak 1 : 27: to ieſt, że okrąg iednego z naywiękſzych kół drugiéy kuli, wárt będzie trzy okręgi iednego z naywiękſzych kół piérwſzéy kuli; powiérſzchnia drugiéy kuli, wárta będzie 9 razy tyle, co piérwſzéy; i naoſtatek bryłówatość drugiéy, wárta będzie 27 takich kul, iak bryła piérwſza.

Ponieważ powiérſzchnie brył ſobie podobnych, ſą między ſobą iak kwadraty linii ich odpowiadaiących; więc liniie odpowiadaiące, będą między ſobą, iak piérwiaſtki kwadratowe tych powiérſzchniów; a bryły które ſą między ſobą, iak ſześciany linii odpowiadaiących, będą między ſobą, iak ſześciany piérwiaſtków kwadratowych, z powiérſzchniów wyciągniętych. Powiérſzchnie więc, będą ieſzcze między ſobą, iak kwadraty piérwiaſtków ſześciénnych, wyciągniętych z bryłówatościów.

O TRYGONOMETRYI PŁASKIEY.

271. *Trygonometrya płaſka*, ieſt częścią Jeometryi, która uczy ſpoſobu, wynaléśdź lub wyrachować trzy części z ſześciu troykąta proſtokryślnego, przy pomocy trzech innych wiadomych części, gdy to bydź może.

Mówię gdy to bydź może; ponieważ maiąc wiadome *np.* tylko trzy kąty, boków wynaléśdźby niémożna. Jakóż ieżeli przez punkt P, na boki AB tróykąta ABC (fig. 135), do upodobania obrany, w ktòrym daymy że ſą wiadome trzy kąty, ieżeli mowię przez punkt P, wyciągnieſz linii AC, równoległą PE, miéć będzieſz drugi tróykąt BPE, ktòry miéć będzie też ſame kąty co tróykąt ABC; rzecz iaſna, że tym ſpoſobém *figura 135.*

mo-

możnaby nieſkończoną liczbę innych tróykątów porobić, które mieć będą też ſame kąty. Trzebaby więc, żeby rachunek, nieſkończoną liczbę boków rozmaitych, razém wſkazówał.

W takowym tedy razie, zadanie zoſtaie nierozwiązane. Zobaczymy iednak, że lubo wartości boków naznaczyć niepodobna, przecież przynaymniéy ſtoſunek między niémi wynaléśdź można.

Lecz gdy między trzema wiadomémi lub danémi rzeczami, znaydówać ſię będzie ieden bok; zawſze można reſztę wynaléśdź. Trafia ſię atoli ieden przypadek, w którym niewſzyſtko wynaléśdź ſię daie, a to w takowym razie:

figura 135. Daymy że w tròykącie ABC (fig. 135), ſą wiadome dwa boki AB i BC, i kąt A, naprzeciw iednego z tych boków położony; niémożna wynaléśdź wartości kąta C, ani boku AC, niewiedząc ieżeli ten kąt C, ieſt oſtry, albo rozwarty. Jakoż, zmyśliwſzy ſobie, z punktu B iako ze śrzodka, promiéniém równym bokowi BC, naryſówany łuk CD, i z punktu

ktu D, gdzie ten łuk z liniią AC ſchodzi ſię, zmyśliwſzy ſobie liniią wyciągniętą BD; mieć będzieſz nowy tróykąt ABD, w którym będą wiadome też ſame rzeczy co i w piérwſzym tróykącie ABC, to ieſt kąt A, bok AB i bok BD, równy bokowi BC; w tym razie tedy, do wynaleziénia kąta BDA, mam wiadome też ſame rzeczy, które miałém w tròykącie ABC, do wynaleziénia kąta C.

Atoli między tym przypadkiém a poprzédzaiącym, zachodzi ta różnica, że tu można wynaléśdź wártość kąta C, i kąta BDA, iak zobaczymy niżéy: iedyna tylko rzecz, która nierozwiązana zoſtaie, ieſt, żeby wiedzieć którą z tych dwóch wártościòw za prawdziwą wybrać należy, a zatém iaki ieſt gatunek ſzukanego tróykąta. Trzeba więc oprócz trzech rzeczy zadanych, wiedzieć ieſzcze ieżeli kąt ſzukany, ma bydź rozwarty lub oſtry. Wreſzcie, bez głębokiéy uwagi poſtrzédz można, że dwa kąty C i BDA, ſą ſpełniéniém ieden drugiégo; albowiém BDA ieſt ſpełniéniém kąta BDC, który ieſt równy kątowi C; bo tróykąt BDC ieſt ròwnoramiénny.

272. W obrachówaniu tróykątów, niesamych tylko kątów używa się; zamiast kątów biorą się liniie, które niebędąc im proporcyonalnemi, są przecięż zdatne do zastąpienia takowych kątów, a do użycia w rachunkach wygodnieysze; ponieważ iak zobaczymy niżey, są proporcyonalne bokóm tróykątów; przeto nim postąpiemy daley, należy abyśmy takowe liniie dali poznać, i wytłómaczyli, iakim sposobem mogą zastępować kąty.

O *Wstawach* (Sinus), *Dostawach* (Cosinus), *Stycznych* (Tangens), *Dotycznych* (Cotangens), *Siecznych* (Secans), *Dosiecznych* (Cosecans).

figura 136. 273. Prostopadła AP (fig. 136), spuszczona z końca łuku AB na promień BC, który przez drugi koniec B tego łuku przechodzi, *nazywa się wstawa prosta*, albo tylko *wstawa* łuku AB, albo kąta ACB.

Część BP promienia, między wstawą i końcem łuku zawarta, nazywa się *wstawą odwrotną* (sinus versus).

Część BD, prostópadłey na końcu promienia wywiedzionéy, zawarta miedzy promieniem BC i promieniem CA przedłużonym, nazywa wa ſię *ſtyczna* łuku AB, albo kąta ACB.

Liniia CD, która nieco innego ieſt, tylko promień CA przedłużony aż do ſtycznéy, nazywa ſie *ſieczna* łuku AB, albo kąta ACB.

Jeżeli będzie wyciągnięta proſtopadła FE, którahy w E zeſzła ſię z przedłużonym promieniém CA, i naoſtatek ieżeli na CF będzie wyciągnięta proſtopadła AQ; z definicyi poprzédzaiących wnieść można, że AQ będzie wſtawą. FQ wſtawą odwrotną, FE ſtyczną, a CE ſieczną łuku AF, albo kąta ACF.

Lecz ponieważ kąt ACF, ieſt dopełniéniém kąta ACB, bo te dwa kąty czynią ieden kąt proſty; powiedzieć można, że AQ ieſt wſtawą dopełniénia, FQ wſtawą odwrotną dopełniénia, FE ſtyczną dopełniénia, a CE ſieczną dopełniénia łuku AB, albo kąta ACB.

Dla ſkrócenia tych nazwiſk, mówi ſię: *Doſtawa*, zamiaſt *wſtawa dopełniénia*; *doſtawa odwrotna*: zamiaſt *wſtawa odwrotna dopełniénia*; *dotyczna* zamiaſt, *ſtyczna dopełniénia*, i *doſieczna*, zamiaſt *ſieczna dopełniénia*. Tak, że liniie AQ, FQ, FE, CE, nazywać ſię będą, *doſtawa*, *doſtawa odwrotna*, *dotyczna* i *doſieczna* łuku AB, albo kąta ACB; podobnież li-

liniie AP, BP, BD i CD mogą bydź nazwane, *doſtawa, doſtawa odwrotna, dotyczna*, i *doſieczna* łuku AF, albo kąta ACF. Albowiém łuk AB, ieſt dopełnieniém łuku AF, iako téż AF, ieſt dopełnieniém łuku AB.

W naznaczeniu takowych linii, gdy o kącie iakim lub łuku mówić nam przyidzie, przed literami takowy kąt lub łuk oznaczaiącémi, wyrażeń ſkroconych użyiémy, *wſt. doſt. ſtycz. dotycz.* tak *wſt.* AB, znaczyć ma wſtawę łuku AB, *wſt.* ACB, znaczyc będzie wſtawę kąta ACB; podobnież *doſt.* AB, *doſt.* ACB, znaczą doſtawę łuku AB, doſtawę kąta ACB; na oznaczenie zaś promiénia, litery *P* użyiémy.

274. *Rzecz oczywiſta* 1ód *Ze doſtawa AQ, łuku ktòregokolwiek AB, ieſt ròwna części CP promiénia, zawartéy między śrzodkiém i wſtawą.*

2re *Ze wſtawa odwrotna BP, ieſt ròwna różnicy, między promiéniém i doſtawą.*

3cie *Że wſtawa łuku iakiegokolwiek AB, ieſt połową cięciwy AG, łuku podwòynego ABG.* Promiéń albowiém CB, będąc proſtopadłym na cięciwie AG, tę cięciwę iako téż i łuk iéy AG, dzieli na dwie ròwne części (52).

275. Wnieść należy z tego oſtatniego podania, iż *wſtawa od* 30$^{\underline{o}}$ *ieſt warta połowę promiénia*; muſi albowiém bydź połową cięciwy od 60$^{\underline{o}}$ ſtopniów, albo boku ſześciokąta

ta; który widzieliśmy (93), że iest równy promieniowi.

276. *Styczna od 45.° iest równa promieniowi.* Jeżeli albowiém kąt ACB iest od 45.° ponieważ kąt CBD iest prosty, kąt CDB. wárt także będzie 45.° przeto trókąt CBD będzie równoramienny, a zatém BD, będzie równa linii CB.

277. Im bardziéy łuk AB albo kąt ACB powiększa się, tém też bardziéy, wstawa AP powiększa się, dostawa zaś AQ albo CP umnieyssza się, póki aż łuk AB do 90.° niedóydzie; natenczas wstawa AP, odmiénia się w FC, to iest staie się równa promieniowi, a dostawa równa zerowi; ponieważ punkt A przypadaiąc w F, prostopadla AQ staie się zerém.

Co zaś należy do styczney BD, i dotyczney FE; rzecz iasna, że styczna BD, coraz bardziéy pomnaża się, zamiast że dotyczna coraz bardziéy zmnieyssza się, lecz iedna i druga w tym sposobie, iż gdy łuk AB do 90.° dóydzie, styczna staie się nieskończoną, a dotyczna zerém. Jakóż, im łuk AB staie się większym, tém więcéy punkt D nad BC podnosi się, a gdy punkt A do F nieskończenie przybliży się, dwie linije CD i BD, staną się prawie równoległemi, i niemogą zniśdź się z sobą chyba w nieskończonéy odległości; przeto BD, natenczas iest nieſkończoną; więc ieſt nieſkończoną, gdy punkt A przypadnie na punkt F.

278. *Zatém, w łuku maiącym 90°; wſtawa ieſt równa promieniowi, doſtawa ieſt zero, ſtyczna ieſt nieſkonczona, dotyczna zero.*

Ponieważ wſtąwa od 90° ieſt nay większa ſpomiędzy wſzyſtkich wſtaw, dla różnicy od innych nazywać ſię zwykła *wſtawa cała* (ſinus totus), tak iż naſtępuiące trzy wyrazy, *wſtawa od 90°, promién, wſtawa cała*, też ſamę rzecz oznaczaią.

279. Gdy łuk AB przechodzi 90° figura 137. (fig. 137), wſtawa iego AP zmniéyſza ſię, a doſtawa AQ albo CP, (która w takowym razie przypada z drugiéy ſtrony śrzodka względém punktu B) pomnaża ſię, aż póki łuk AB nieprzyidzie do 180°; natenczas, wſtawa będzie zerém, a doſtawa ſtanie ſię równa promieniowi. Widzieć niemniéy daie ſię, iż wſtawa AP, i doſtawa CP łuku AB, albo kąta ACB, większego iak 90°, należą oraz do łuku AH albo kąta ACH, mniéyſzego od 90° i który ieſt ſpełnieniém tamtego, Tak dalece *iż chcąc mieć wſtawę, i doſta-*

wę

wę kąta rozwartego, trzeba wziąść wstawę i dostawę iego spełniénia. Lecz o tém dobrze pamiętać trzeba, że dostawa pada z przeciwnéy strony, iakby przypadała, gdyby łuk AB albo kąt ACB, był mniéyszy od 90°.

Względém styczney, ta ponieważ powstaie (273) z zniyścia się prostopadłéy BD (fig. 136) z promiéniém CA przedłużonym, rzecz oczywista, że gdy łuk AB (fig. 137) iest większy nad 90° natenczas styczną iest BD; lecz podniosłszy prostopadłą HI, łatwo pokazuie się, iż tróykąt CBD iest równy tróykątowi CHI; więc BD iest równa linii HI. figura 136. figura 137.

280. *Więc styczna łuku lub kąta, większego nad 90° iest taż sama, co styczna łuku spełniénia iego*: cała różnica między niémi na tém zależy, że tamta pada poniżéy promiénia BC. Dotyczna EF iest także taż sama co dotyczna spełniénia, i także pada na przeciwnéy stronie, iakby padała, gdyby łuk AB, albo kąt ACB był mniéyszy od 90°. Pokazuie się nadto i z téyże saméy przyczyny co wyżey, że styczna od 180° iest zero, a dotyczna iest nieskończona.

O *Tablicach Wstaw, Stycznych*, i. t. d.

281. Zmyślmy sobie, iż ćwiérć okręgu BF (fig. 136), iest podzielona na łuki każdy od 1', to iest na 5400 równych części, i że z każdego punktu takowych podziałów, są spuszczone prostopadłe, albo figura 136.

wſtawy takie iak AP na liniią BC; zmyślmy ſobie także, iż promień BC, ieſt podzielony na wielką liczbę równych części *np.* na 100000; każda proſtopadła, będzie w ſobie zawiérać pewną liczbę takowych części; gdyby tedy bądź iakim chce ſpoſobém, można wynaléśdź liczbę części każdéy z tych proſtopadłych, rzecz oczywiſta, że te liniie mogłyby bydź użyte, do naznaczenia wielkości kątów: tak iż w iednéy kolumnie napiſawſzy porządkiém, wſzyſtkie minuty zacząwſzy od zero aż do 90° żeby oráz w pobocznéy kolumnie naprzeciwko każdéy minuty, napiſać liczbę części odpowiadaiącéy proſtopadłéy, przy pomocy takowéy tablicy, możnaby wynaléśdź liczbę ſtopniów kata, w którymby liczba części, liniią proſtopadłą czyli wſtawę ſkładaiących, była wiadoma; i odwrotnie, maiąc wiadomą liczbę ſtopniów, i części ſtopnia kąta iakiego, możnaby naznaczyć liczbę części wſtawy iego. Tablica takowa, ſłużyłaby nietylko do wſzyſtkich łuków czyli kątów, ktòrychby promiénie zawiérały w ſobie

bie też ſamę liczbę części, (podług ktòrych daymy że ieſt wygotowana tablica), ale téż do wſzelkich innych łuków, którychby promièń był wiadomy.

Np. (fig. 143), daymy niech będzie kąt DCG, ktorego bok albo promièń CD, ieſt na 8 ſtóp, proſtopadła DE na 3 ſtópy; daymy oráz że CA ieſt promièn, podług którego ſą wyrachowane tablice; zmyśliwſzy ſobie łuk AB i proſtopadłą AP, ta proſtopadła będzie wſtawą tablicy; lecz łatwo wynaleśdź można, wiele ma części ta proſtopadła; albowièm, ponieważ tróykąty CDE i CAP ſą ſobie podobne, (z przyczyny równoległych DE i AP), będzie CD : DE :: CA : AP, to ieſt 8 *ſt.* : 3 *ſt.* :: 100000 : AP, ſkąd pokaże ſie (Arytm. 169), iż AP. wárta 37500; niezoſtanie tedy, tylko téy liczby ſzukać w tablicy między wſtawami, gdzie znaydzie ſię obok położona liczba ſtopniów i minut kąta DCG, albo DCE. figura 143.

Odwrotnie, gdyby zadana była liczba ſtopniów i minut kata DCG, i promièń iego DC, podobnymże ſpoſobém wynaleśdźby można wártość proſtopadłéy DE; wiedząc albowièm iaka ieſt liczba ſtopniów i minut tego kąta, znaleśdź można w tablicy, iaka ieſt liczba części znayduiących ſię w proſtopadłéy AP, która odpowiada liczbie takowych ſtopniów; a natenczas na ſumdamencie tróykatów ſobie podobnych CAP i CDE, wypadnie naſtępuiaca proporcya CA : AP :: CD : DE, przez którą liniia DE łatwo wyrachówać ſie daie; bo piérwſze trzy wyrazy CA, AP, i CD ſą wiadome; to ieſt CA i AP z tablic, a CD ieſt zadana w ſtopach.

Stad pokazuie ſię, iakieto ſą liniie, o których mówiliſmy wyżey (272), które w rachówaniu tróykatów, użyte bydź mogą zamiaſt kątów; ſato więc wſtawy.

282. Lecz nieſame tylko wſtawy, ſą w używaniu: ſtycznych także, a nawet ſiecznych używać ſię zwykło. Wyrachówawſzy raz wſzyſtkie wſtawy, drugie linie łatwo wyrachówać ſię daią; albowiem tróykąty CPA. i CBD (fig. 136). będąc ſobie podobne, można z nich ułożyć proporcye naſtępuiące.

figura 136.

CP : PA :: CB : BD

i CP : CA :: CB : CD

to ieſt (uważaiąc że CP ieſt rowna linii AQ)

Doſt. : AB : *wſt.* AB :: P : *Stycz.* AB.

Doſt. : AB : P :: P : *Siecz.* AB.

Rzecz oczywiſta, iż w tych obu proporcyach, trzy pierwſze wyrazy ſą wiadome, kiedy ſą wiadome wſzyſtkie wſtawy; bo doſtawa łuku któregokolwiek, nieco innego ieſt, tylko wſtawa dopełnienia tegóż łuku; łatwo więc doyśdź można (Arytm. 169), wartości czwartego wyrazu każdey proporcyi, a zatém ſtycznych i ſiecznych, iako też oraz dotycznych i doſiecznych, które także nieco innego ſą, tylko ſtycznemi i ſiecznemi dopełnienia.

Xiążki zawieraiące w sobie wartości tych wszystkich linii, o których dopiero mówiliśmy, nazywaią się *Tablice wstaw* (Tabulæ sinuum); znayduią się w nich pospolicie, nietylko wartości tych wszystkich linii w liczbach, ale też nadto i ich logarytmy, których zamiast wartości w liczbach, tak często iak można używać się zwykło. Przystąpmy teraz do fundamentów, na których są te Tablice wyrachowane.

283. *Chcąc mieć dostawę łuku, którego wstawa iest wiadoma, trzeba odiąć kwadrat wstawy od kwadratu promienia, i z reszty wyciągnąć kwadratowy piérwiastek.* Albowiém dostawa AQ (fig. 136), iest równa linii PC, która iest bokiém kąta prostego, w tróykącie prostokątnym APC, w którym są wiadome przeciwprostkątna AC, i bok AP (165). figura 136.

Tak gdyby zadano było wynaleśdź dostawę od 30°, ponieważ widzieliśmy (275), iż wstawa tego łuku, iest połową promienia, który tu od 100000 części bydź rozumiémy, przeto ta wstawa miałaby 50000; odiąwszy iey kwadrat 2500000000, od kwadratu - - 10000000000 promienia, zostanie się - - 7500000000, któreyto liczby kwadratowy pierwiastek 86603, iest dostawą łuku od 30° albo wstawą łuku od 60°.

284. *Maiąc wiadomą wstawę łuku AB (fig. 138), żeby wynaleśdź wstawę połowy tegóż łuku:* trzeba naprzód figura 138.

przód wyrachòwać doſtawę CP piérwſzego łuku; tę zaś wyrachòwawſzy, odiąć ią od promiénia, co da wſtawę odwrotną BP: potém ſkwadròwać wártość BP, a kwadrat dodać do kwadratu wſtawy AP; ſumma (164) będzie kwadratém cięciwy AB; a zatém z niego piérwiaſtek kwadratowy wyciągnąwſzy, wypadnie wártość linii AB, ktòréy połowa BI, ieſt wſtawą łuku BD, to ieſt polowy łuku AB (274).

figura 139. 285. *Maiąc wiadomą wſtawę BI łuku BA (fig. 139) żeby wynaléśdź wſtawę DP, łuku dwa razy tak wielkiego BAD;* trzeba wyrachòwać doſtawę CI łuku BA; i naſtępuiącą proporcyą ułóżyć, P : *doſt.* BA : : 2*wſt.* BA : *wſt.* BAD; w ktòréy trzy piérwſze wyrazy będąc wiadome, czwartego łatwo dòyśdź można.

Ta proporcya funduie ſię na tém, iż dwa tróykąty CBI i BDP, ſą ſobie podobne; ponieważ oprócz kąta proſtego w P i w I, nadto kąt B, maią ſpólny: a ſtąd wynika proporcya, CB : CI : : DB : DP.

A ponieważ (273) CI, ieſt doſtawa łuku BA, a DB ieſt podwóynością linii BI, to ieſt wſtawy łuku AB; DP zaś ieſt wſtawą łuku BAD, a CB ieſt promiéniem; więc P : *doſt.* BA : : 2*wſt.* BA : *wſt.* BAD.

286.

286. *Maiąc wiadomą wſtawę dwòch łukòw AB, AC (fig. 140), żeby wynaléśdź wſtawę ich ſummy, lub ich różnicy*; trzeba, wyrachòwawſzy doſtawy tychże łukòw, rozmnożyć naprzòd wſtawę pierwſzego łuku, przez doſtawę drugiego łuku, tudzież wſtawę drugiego łuku, przez doſtawę pierwſzego. Summa tych dwóch mnogościòw, rozdzielona przez promień, będzie wſtawą ſummy dwòch łukòw; a różnica tychże mnogościów, rozdzielona przez promień, będzie wſtawą różnicy, tychże dwòch łuków. figura 140.

Zrób łuk AD równy łukowi AC, wyciągniy cięciwę CD, i promień LA, który tę cięciwę w punkcie I na dwie równe części przedzieli, z punktu C,A,I,D, ſpuść proſtopadłe CK, AG, IH, DF, na BL; naoſtatek z punktów I i D, ciągniy IM i DN, linii BL równoległe. Ponieważ liniia CD, ieſt w I na dwie równe części przedzielona, CN będzie także na dwie równe części przedzielona w M (102).

To założywſzy, CK która ieſt wſtawą łuku BC, ſummy dwóch łuków, ieſt złożona z KM i z MC, albo z IH i z MC; DF, która ieſt wſtawą łuku BD, to ieſt różnicy dwóch łuków, ieſt równa linii KN, która tyle warta co KM mniey MN, to ieſt IH mniey CM; zatem żeby znaleśdź wſtawę ſummy, trzeba dodać wartość MC, do wartości IH; lub przeciwnie odiąć iednę od drugiey, ieżeli trzeba znaleśdź wſtawę różnicy.

Lecz tróykąty ſobie podobne LAG, LIH, daią proporcyą, LA : LI : : AG : IH to ieſt P : *doſt.* AC : : *wſt.* AB : IH; więc (Arytm. 160), IH wárta $\frac{wſt.\ AB \times doſt.\ AC}{P}$.

Tróykąty LAG, i CIM ſobie podobne, iako maiące boki proſtopadłe ieden na drugim, podług wzwyż przepiſanego wykryślenia, daią proporcyą, LA : LG : : CI : MC, albo P : *doſt.* AB : : *wſt.* AC : MC, więc MC, wárta $\frac{wſt.\ AC \times doſt.\ AB}{P.}$; zatém potrzeba dodać $\frac{wſt.\ AC \times doſt.\ AB}{P.}$ do $\frac{wſt.\ AB \times doſt.\ AC}{P.}$, żeby mieć wſtawę ſummy; a przeciwnie iedne mnogość od drugiey odiąć, chcąc wyrachować wſtawę różnicy.

287. *Zeby mieć doſtawę ſummy, albo różnicy dwóch łuków, których wſtawy ſą wiadome*; trzeba, wyrachówawſzy (283) doſtawę każdego z tych dwóch łuków, rozmnożyć te dwie doſtawy iednę przez drugą; podobnież, rozmnożyć także ich wſtawy; dopiéro odiąwſzy drugą mnogość od piérwſzéy, i reſztę przez promień rozdzieliwſzy, wypadnie doſtawa ſummy dwóch łuków. Przeciwnie zaś, chcąc mieć doſtawę różnicy, trzeba dodać te dwie mnogości, a ſummę rozdzielić przez promień. Bo ponieważ liniia DC, ieſt

w

w I na dwie równe części przecięta, FK będzie także w H na dwie równe części przecięta; lecz LK która iest dostawą summy, iest wárta LH mniéy HK, albo LH mniéy IM; zaś LF, która iest dostawą różnicy, warta LH więcéy HF, albo LH więcéy HK, albo nakoniec LH więcéy IM; przeto zobaczmy iakie są wártości tych linii LH i IM.

Tróykąty podobne LGA, LHI daią proporcyą, LA : LI : : LG : LH, to iest P : *dost.* AC : : *dost.* AB : LH; więc LH wárta $\frac{dost.\ AC \times dost.\ AB}{P}$.

Tróykąty znowu podobne LAG, CIM, daią proporcyą, LA : AG. : : CI : IM. to iest, P : *wst.* AB : : *wst.* AC : IM. Więc IM wárta $\frac{wst.\ AB \times wst.\ AC}{P}$.

Trzeba więc, chcąc mieć dostawę summy, odiąć $\frac{wst.\ AB \times wst.\ AC}{P}$ od $\frac{dost.\ AB \times dost.\ AC}{P}$; przeciwnie zaś dodać ie z sobą, chcąc mieć dostawę różnicy.

288. *Summa wstaw dwóch łuków AB i AC (fig. 141), ma się do różnicy tychże samych wstaw, iak styczna połowy summy tych dwóch łuków, ma się do styczney, połowy ich różnicy*, to iest, że *wst.* AB + *wst.* AC : *wst.* AB figura 141.

—

— *wſt.* AC : : *ſtycz.* $\frac{AB + AC}{2}$: *ſtycz.* $\frac{AB - AC}{2}$.

Wyciągnąwſzy śrzednicę AM, wnieś łuk AB z A w D; wyciągniy cięciwę BD, która linii AM będzie proſtopadła. Z punktu F wyciągniy cięciwy FB i FD, i promieniém FG, równym promieniowi koła BAD, ryſuy łuk IGK, który z liniią CF, zniydzie ſie w G; z tego punktu G wywiédź HL, linii GF proſtopadłą; liniie GH i GL ſą ſtycznémi kątów GFH i GFL, albo CFB i CFD, które maiąc wiérſzchołki ſwoie na okręgu, maią za miarę połowę różnicy BC, i połowę łuków CB, CD, na których ſię opiéraią (63), to ieſt połowę ſummy CD dwóch łuków AB i AC; więc GL i GH ſą ſtycznémi połowy ſummy, i połowy różnicy tychże ſamych łuków.

To założywſzy rzecz oczywiſta, że DS będąc równą BS, liniia DE, warta BS + SE, albo BS + CP, to ieſt ſummę wſtaw łuków AB, AC; podobnież BE, warta BS — SE albo BS — CP, to ieſt różnicę wſtaw tychże łuków. Lecz z przyczyny równoległych BD, HL, mieć będzieſz proporcyą (115), DE : BE : : LG : GH.

Więc

Więc *wſt.* AB + *wſt.* AC : AB — AC : : *ſtycz.* $\frac{AB + AC}{2}$: *ſtycz.* $\frac{AB - AC}{2}$.

289. Na tych fundamentach tablica wſtaw może bydź wygotowana.

Jakóż, ieſt wiadoma wſtawa od 30°. ſtąd co ſię rzekło (275); a podług podanego ſpoſobu (284), wynaleśdź można wſtawę od 15°. i daley porządkiem od 7° 30', 3° 45', 1° 52' 30'', 0° 56' 15'', 0° 28' 7'' 30''', 0° 14' 3'' 45''', 0° 7' 1'' 52''' 30''''.

To na przód założywſzy, uważyć trzeba, że gdy łuki ſą bardzo małe, od wſtaw ſwoich prawie nieróżnią ſię, a zatem ſą proporcyonalne tym wſtawóm; więc chcąc znaleśdź wſtawę od 1', ułożyſz tę proporcyą: *łuk od* 0° 7' 1'' 52''' 30'''', *ma ſię do łuku* 0° 1', *iak wſtawa tego pierwſzego łuku, do wſtawy od* 1'.

Jeżeli w takowym rachunku promień, tylko od 100000 części ieſt wzięty, wſtawy łuków, o których dopiero mówiło ſię, wyrachować trzeba, z trzema a nawet i z czterema dzieſiątnemi; ażeby z nich można wnieśdź dalſze wſtawy, z różnicą tylko o iednę iedność; te dzieſiątne ſłużyć niebędą, tylko do wyrachowania innych łuków, po ſkończonym zaś rachunku odrzucą ſię.

Od 1' aż do 3° 0', doſyć ieſt rozmnożyć wſtawę od 1' porządkiem, przez 2, 3, 4, 5, i. t. d. żeby mieć wſtawy od 2', 3', 4', 5', i. t. d. aż do 3°. tak przybliżone, iż różnica będzie daleko mnieyſza od iedności.

Chcąc zaś wyrachować wſtawy łuków, przechodzących 3° 0', potrzeba użyć tego, co ſię powiedziało (285); lecz pracy znacznie umnieyſzyć ſobie można, nierachuiąc na tym fundamencie tylko ſame ſtopnie. Co ſię tyczé minut pośrzednich, te dadzą ſię wyrachó-

wać

wać, biorąc rożnicę wſtaw między dwoma ſtopniami po ſobie idącemi, i układaiąc naſtępuiącą proporcyą. *ſześćdzieſiąt minut, maią ſię do liczby minut o których mowa, iak rożnica wſtaw dwóch ſtopniów ſobie przyległych, do czwartego wyrazu*; ten pokaże liczbę. którą do mnieyſzey z dwóch wſtaw dodać potrzeba, żeby mieć wſtawę liczby ſtopniów, i minut którey ſię ſzuka. *Np.* znalazłſzy, iż wſtawy, od 8° i od 9° ſą 13917 i 15643, gdy chcę mieć wſtawę od 8°17′, biorę rożnicę między témi wſtawami 1726, i ſzukam czwartego wyrazu proporcyi, od naſtępuiących trzech poczynyiącey ſię, 60′ : 17′ : : 1726 :

Takowy czwarty wyraz, z małą rożnicą ieſt 489, które dodawſzy do 13917, mam 14406, to ieſt wſtawę od 8°17′, taką iaka w tablicy znayduie ſię, z różnicą tylko o iednę iedność.

Przyczyna tey praktyki funduie ſię na tém,
figura iż gdy łuk KL (fig. 122) ieſt mały, iakoto
122. *np.* od 1° różnice LM, Iu, między wſtawami LF, IH, ſą prawie proporcyonalne różnicom KL, KI, łuków odpowiadaiących AL AI; albowiém tróykąty KML, KuI, mogąc bydź wzięte za proſtokryślne, będą ſobie podobne.

290. Tego atoli ſpoſobu używać nienależy, tylko aż do 87°. Po nich daley, niemo-
figura żna ſobie pozwolić, brać *i u* (fig. 142), za
142. różnicę między wſtawami BP, Qx; ponieważ ilość *u x*, tak mała iak ieſt, ma ſtoſunek widoczny z liniią *i u*, i tém widoczniéyſzy, im bardziey łuk AB, do 90° przybliża ſię. W tym razie przypomnieć ſobie należy (173), że liniię DE, Dt, które ſą rożnicami między promieniém i wſtawami PB, Qx, ſą proporcyonalne kwadratóm cięciw DB, Dx, albo

(z

(z przyczyny iż łuki DB i Dx ſą bardzo małe), kwadratóm łuków DB i Dx; dla czego, wyrachówawſzy wſtawę od 87° weźmieſz różnicę między nią i promieniém 100000, a chcąc wynaléśdź wſtawę któregokolwiek łuku między 87° i 90° ułożyſz tę proporcyą: kwadrat 3° albo 180', ma ſię do kwadratu liczby minut dopełnienia łuku zadanego, iak ſię ma różnica między promieniém i wſtawą od 87° do czwartego wyrazu, który będzie Dt, a od promienia odięty da Ct, albo Qx, to ieſt wſtawę łuku żądanego.

Np. znalazłſzy wſtawę 99863 od 87°, ieżeli zechcę mieć wſtawę od 88°24', których dopełnienie ieſt 1° 36, albo 96', układam tę proporcyą $\overline{180'}^2 : \overline{96'}^2 :: 137 : Dt$; przez którą znayduię, iż Dt warto z małą rożnicą 39; odiąwſzy 39, od promienia 100000, zoſtaie ſię 99961 na wſtawę od 88°24', taką właśnie iaka znayduie ſię w tablicach.

Tym ſpoſóbém wyrachówawſzy wſtawy, łatwo mieć można ſtyczne i ſieczne podług tego co ſię powiedziało (282).

292. Maiąc wyrachówane wſtawy, rachuią ſię ich logarytmy tym ſpoſobém iak logarytmy liczebne. Trzeba atoli uważać, iż gdyby ſię wzięła w tablicach wártość liczebna któreykolwiek wſtawy, dla wyrachówania logarytmu podług opiſu (Arytm. 225), niewypadłby tenże ſam logarytm, który znayduie ſię w kolumnie logarytmów wſtawnych; przyczyna tego ieſt, że w początkach wſtawy Tablic były wyrachówane podług promienia zawieraiącego w ſobie - - 10000000000 części, lecz że rachunki poſpolite, tak wielkiego przybliżenia niepotrzebuią, z Tablic teraźnieyſzych odrzucono pięć oſtatnich cyfer w wártościach liczebnych

wſtaw

wſtaw, ſtycznych, i. t. d. tak iż te wartości które w rzeczy ſamey znayduiemy w Tablicah, nieſą przybliżone tylko około na iednę iedność, na 100000*cach*. Z logarytmami zaś wſtaw, ſtycznych i. t. d. tego nieuczyniono; zoſtawiono ie takie iak były wyrachowane na proporcyą promienia - - 10000000000 części w ſobie maiącego; i z téyto przyczyny, cécha w nich znayduie ſię daleko mocnieyſza, iak wartość liczebna odpowiadaiącey wſtawy, albo odpowiadaiącey ſtyczney, wyciągać zdaie ſię; przeto używaiąc logarytmów wſtaw, ſtycznych, i. t. d. rachunek odprawia ſię na fundamencie promienia na 10000000000 części podzielonego; używaiąc zaś wartościów liczebnych wſtaw, ſtycznych, i. t. d. rachunek odprawia ſię, na fundamencie promienia tylko na 100000 części podzielonego.

Co ſię tycze logarytmów ſtycznych, można ie mieć przy pomocy proſtego dodania i odięcia, maiąc raz logarytmy wſtawne; ieſtto rzecz oczywiſta, wynikaiąca ſtąd, co ſię powiedziało (282) (i Arytm. 216).

293. Lubo Tablice poſpolite, niedaią wſtaw tylko na ſtopnie i na minuty pierwſze, można atoli z nich dóyśdź wartości tychże linii, w ſtopniach, minutach pierwſzych i wtórych, a to poſtępuiąc ſobie właśnie tymże ſamym ſpoſobem, który do ſtopniów i minut przepiſaliśmy. Lecz ponieważ logarytmy tych linii, ſą w częſtſzem używaniu iak ſame liniie, przeto nad logarytmami ich zaſtanowimy ſię cokolwiek.

Daymy, iż maſz wyrachowane logarytmy wſtaw i ſtycznych, od minuty do minuty, chcąc mieć logarytm wſtawy pewney liczby ſtopniów, minut, i minut wtórych; weźmiy w Tablicy logarytm wſtawy liczby łczby ſtopniów i minut; weźmiy także różnicę dwóch logarytmów po ſobie naſtępuiących który ieſt na boku, i ułóż tę proporcyą: 60 minut wtórych, maią ſię do liczby minut wtórych zadanych, iak różnica między wziętémi w tablicy logarytmami, do czwartego wyrazu; który dodaſz do logarytmu wſtawy ſtopniów i minut pierwſzych.

Odwrotnie zaś, maiąc logarytm wſtawy, któryby nieodpowiadał liczbie doſkonałey ſtopniów i minut, żeby wynaleśdź minuty wtóre, tę proporcyą ułożyſz: Różnica dwóch logarytmów, między które wpada logarytm zadany, ma ſię do różnicy między tymże logarytmem, a logarytmem mnieyſzym zaraz po nim w tablicy naſtępuiącym, iak ſię maią 60 minut wtórych, do czwartego wyrazu; który ci wſkaże liczbę minut wtórych, takowe dodaſz do liczby ſtopniów i minut tego łuku, który ieſt w tablicach położony bezśrzednie pod tym którego ſzukaſz.

294. Tey reguły używać można póty, póki łuk nieieſt mnieyſzy od 3°, ieżeliby zaś był mnieyſzy, poſtąpiſz ſobie iak w naſtępuiącym przykładzie: daymy iż trzeba znaleśdź wſtawę od $1^{\circ}55'48''$; ułóż tę proporcyą: $1^{\circ}55' : 1^{\circ}55'48''$: : wſtawa od $1^{\circ}55'$, do czwartego wyrazu, który (z przyczyny iż małe łuki ſą wſtawom ſwoim proporcyonalne), będzie z małą różnicą, wſtawą od $1^{\circ}55'48''$. Lecz dla wygodnieyſzego rachunku, pierwſze dwa wyrazy przemieniſz na minuty wtóre, i natenczas wziąwſzy w tablicach logarytm wſtawy od $1^{\circ}55'$ który ieſt trzecim wyrazém, dodaſz do niego logarytm od $1^{\circ}55'48''$ obróconych na minuty wtóre; naoſtatek od całkowitości, odeymieſz logarytm $1^{\circ}55'$, także przemienionych w minuty wtóre, reſzta (Arytm.

 216)

216) będzie logarytmem czwartego wyrazu to iest logarytmem żądanym.

Odwrotnie chcąc wynaleśdź liczbę stopniów, minut pierwszych, i wtórych, łuku mnieyszego jak 3ª, i którego iest wiadoma wstawa; szukay naprzód w Tablicach liczby stopniów i minut; potem ułoż tę proporcyą: wstawa liczby stopniów i minut znalezionych, ma się do zadaney wstawy, iak taż sama liczba stopniów i minut obroconych na minuty wtóre, ma się do liczby całkowitey minut wtórych łuku żądanego; co przez logarytmy odbywaiąc, weźmiesz różnicę między logarytmem wstawy zadaney, i logarytmem wstawy odpowiadaiącym liczbie stopniów i minut mnieyszey, bezśrzednie następuiącey; logarytm takowy dodasz do logarytmu tey liczby stopniów i minut obroconych na minuty wtóre; summa będzie logarytmem liczby minut wtórych łuku szukanego. Niech będzie *np.* zadany logarytm 8,6233127 wstawy łuku iakiego; znayduię w tablicach, że liczba naybliższa stopniów odpowiadaiąca mu iest 2ª24; i że różnica między logarytmem wstawy zadaney, a logarytmem tey drugiey wstawy, iest 0013811; dodaię tę różnicę do 3.9365137. logarytmu od 2ª24 obroconych na minuty wtóre, summa 3.9378948 odpowiada w tablicach logarytmów, liczbie 8667; to iest liczbie minut wtórych łuku szukanego, który zatem będzie od 2ª24 27″. Ta reguła iest odwrotna względem poprzedzaiącey.

295. Z logarytmami stycznych, trzeba sobie postąpić podług tychże samych regul, odmieniwszy tylko słowo *wstawa* w słowo *styczna*: należy iednak wyłączyć od tey reguły, łuki zawarte między 87ª i 90ª; w którym razie, wyrachuiesz ie następuiącym

spo-

ſpoſobém: Wyrachuy logarytm ſtyczney dopełniénia, podług reguły przepiſaney do ſtycznych, i odeym ten logarytm, od podwóyności logarytmu promiénia. Jakoż tróykąty ſobie podobne CBD, CFE (fig. 136), pokazuią iż ſtyczna ieſt czwartym wyrazem proporcyi, w którey piérwſzémi trzema ſą, dotyczna, promień, i promień. Gdybyś zaś przeciwnym ſpoſobém, miał logarytm ſtyczney łuku, który między 87° i 90° przypadaiąc, miałby miéć ieſzcze minuty wtóre; natenczas, ten logarytm odiąć potrzeba, od logarytmu podwóyności promiénia, i miéć będzieſz ſtyczną dopełniénia, która koniecznie przypadaiąc między 0° i 3°. podług tego co poprzédziło łatwo bydź może wynaleziona; wziąwſzy tedy dopełniénie tym ſpoſobém wynalezionego łuku, miéć będzieſz łuk żądany. *figura* 136.

296. Ponieważ wſtawa łuku, ieſt połową cięciwy łuku podwóynego, gdybyś na podanym fundamencie (284), przyſzedł aż do wſtawy łuku iedney minucie wtorey naybliżſzego, zdwoiwſzy takową wſtawę żeby miéć cieciwę od dwóch minut wtòrych, żebyś mówię powtòrzył tę podwóyność tyle razy, ile razy mieści ſię łuk od dwóch minut wtòrych w półokręgu; rzecz oczywiſta, iżbyś miał liczbę bardzo przybliżaiącą ſię do długości półokręgu, lecz mnieyſzą; i gdybyś przez proporcyą podaną (282), wyrachował

ſtyczną iednéy minuty wtóréy, a zdwoiwſzy ią gdybyś powtórzył tę podwóyność tyle razy, ile razy podwóyność tego łuku mieści ſię w półokręgu, znalazłbyś liczbę bardzo przybliżaiącą ſię do długości półokręgu, lecz więkſzą; można więc przez rachunek wſtaw, przybliżyć do ſtoſunku miedzy śrzednicą a okręgiém: poſtępuiąc ſobie tym ſpoſobém znalazłbyś, iż wziąwſzy promień od 10000000000 części, długość półokręgu wpadałaby miedzy liczby 31415926536 i 31415926535.

Wnieśmy więc ſtąd, iż promień będąc 1, 180° półokręgu, ſą wárte 3.1415926535; 1 ſtopień wárt 0,01745329252, minuta pierwſza wárta 0,0002908882, minuta wtóra wárta 0,0000048481; i. t. d.

O Kątomiarze (Graphometrum).

297. Nim podamy użycie poprzédzaiących fundamentów do wyrachówania tróykątów, należy wprzód opiſać ſpoſób, iak ſię miérzą kąty, z których ſkłada ſię tróykąt.

Narzędzie którego używa ſię do miérzenia kątów, z doſtarczaiącą w pra-

praktyce po większéy części doskonałością, iest *Kątomiar* (fig. 145). figura 145.

Jestto półkola, zrobione z mosiądzu, podzielone na 180,° na którém nawet znaczą się półstopnie, podług wielkości iego śrzednicy.

Półokrąg DHB, na którym są poznaczone przedziały, nieiest sama tylko liniia, ale brzég półkołowy, mniéy lub więcéy szérokości maiący; ten brzég, nazywa się *okraiek kątomiaru* (limbus).

Srzednica DB, czyni iednę sztukę z narzędziém; śrzednica zaś EC, która nazywa się *prawidłém* (alidada), iest tylko przymocniona w śrzodku A, na którym może obracać się, i końcém C, wszystkie rozmiary narzędzia przebiégać; każda z tych dwòch śrzednic na końcach, iest opatrzona *célownikami* (dioptræ), przez które patrzy się do *przedmiotów* (objet). Czasém zamiast célowników, obie śrzednice maią perspektywy. Perspektywa należąca do śrzednicy BD, iest teyże śrzednicy rdwnoległa. Druga zaś umocniona na prawidle EC, z niém obracać się może i nieco nakłaniać się, ażeby niepotrzeba było odmiéniać rówwni narzędzia, maiąc do uglądania punkta podnieſione lub znizone, na przeciw téyże równi.

Narzędzie ſamo, ieſt oſadzone na nodze, i położenia nogi nieodmiéniaiąc, może bydź na wſzyſtkie ſtrony nachylone podług potrzeby.

Zeby kątomiar uczynić zgodnym, do tém doſkonalſzego miérzenia kątów, i żeby części ſtopniów naznaczyć można; czynią ſię podziáły, naypoſpoliciéy na ſzérokości ſamego końca prawidła, które podług tegò, iak odpowiadaią podziałòm okrayka, ſłużą do poznania części ſtopniów, od 5 do 5', albo od 4' do 4' i. t. d.

Zeby ie *np.* naznaczyć od 5' do 5' na ſzérokości i przy końcu prawidła; bierze ſię otworzyſtość od 11° i dzieli ſię na 12 równych części, z których zatém każda, będzie od 55'. Gdy piérwſzy przedział prawidła, odpowiada iednemu z przedziałów okrayka, natenczas kąt zawarty między dwiéma śrzednicami, będzie oznaczony przez liczbę podziałów okrayka. Lecz gdy piérwſzy przedział prawidła, niezgadza się z przedziałami okrayka; natenczas na prawidle i na okrayku szukać potrzeba przedziałów nayblizszych do zgodzenia się, a potém dodać do liczby stopniów na okrayku naznaczonych, zawartych między piérwszym przedziałém iego i przedziałém prawidła, tyle razy 5′ ile znayduie się odstępów na prawidle. między piérwszym iego przedziałém, a przedziałém odpowiadaiącym mu na okrayku; każdy albowiém odstęp między okraykiém i prawidłém, daie 5′ różnicy.

Zeby naznaczyć przedziały od 4′ do 4′, trzeba wziąść łuk od 14$\frac{o}{,}$ i podzielić go na 15 równych części; żeby znowu miéć przedziały od 3 do 3$\frac{o}{,}$ trzebaby rozdzielić łuk od 19$\frac{o}{,}$, na 20 części.

Takowém narzędziém maiąc kąt mierzyć, *np.* (fig. 145) kąt zrobiony przez dwie linije, które zmyślić sobie można iakoby wyciągnięte do dwóch przedmiotów G i F; ustanów środek kątomiaru w A, i narzędzie tak wykieruy, ażebyś patrząc przez célowniki nieruchome, mógł widziéć *figura 145.*

ieden z tych przedmiotów *np.* F, i żeby oráz drugi przedmiot G, znaydówał ſię na przedłużonéy ròwni narzędzia, co ſię wykonywa nanachylaiąc mniéy lub więcéy katomiaru. Natenczas prawidło EC obracay pòty, aż przez célowniki EC, zobaczyſz przedmiot G; łuk BC między témi dwiéma śrzednicami zawarty, będzie ſzukaną miarą kąta GAF.

Maiąc użyć kątomiaru do miérzenia kątòw położonych na równi *pionowéy* (verticale), to ieſt na ròwni przechodzącéy przez liniią pionową, narzędzie ſtanowi ſię pionowo, przy pomocy wagi zawieſzonéy na nici, ktòréy koniec przywięzuie ſię do śrzodka kątomiaru. Gdy nić ſtrychuie brzég narzędzia, i odpowiada 90 ſtopniom, kątomiar ieſt uſtanowiony iak trzeba.

O rózwiązaniu Tròykątów proſtokątnych.

298. Powiedzieliśmy wyżéy (271), że do obrachòwania czyli rozwiązania tròykąta, trzeba miéć trzy części wiadome, ſpomiędzy ſześciu

ściu które go ſkładaią, i że między témi trzema wiadomémi rzeczami, przynaymniéy ieden bok znaydówać ſię muſi. Ponieważ kąt proſty, ieſt wiadomym kątém, przeto w tróykątach proſtokątnych, doſyć ieſt wiedziéć dwie rzeczy oprócz kąta proſtego; lecz trzeba, żeby iedna przynaymniéy z tych dwóch rzeczy była bokiém.

Uważyć ieſzcze nadto należy, że ponieważ dwa kąty oſtre tróykąta proſtokątnego, wárte ſą razém ieden kąt proſty, więc ieden z nich maiąc wiadomy, tém ſamem i drugi będzie wiadomy.

Rozwiązanie tróykątów proſtokątnych, ma cztéry przypadki, to ieſt: z dwòch rzeczy wiadomych ſą, albo ieden kąt oſtry i przeciwproſtkątna; albo ieden bok kąta proſtego i przeciwproſtkątna; albo naoſtatek dwa boki i kąt proſty.

Wyiąwſzy ten przypadek, w ktorym maiąc wiadome dwa boki, trzeci ma bydź wynaleziony, na co innéy reguły nietrzeba nad tę co ſię podała (166); te cztéry przypadki zawſze rozwiązane bydź mogą, przez

ie-

iednę z dwóch proporcyów nastę-
puiących.

299. $1^{\text{ód}}$ *Promień tablic, ma się do wstawy iednego z ostrych kątów, iak się ma przeciwprostkątna do boku położonego naprzeciw tego ostrego kąta.*

300. 2^{re} *Promień tablic, ma się do styczney iednego z kątów ostrych, iak się ma bok kąta prostego temu kątowi przyległy, do boku położonego naprzeciw tegoż ostrego kąta.*

Dla dowodu pierwszego podania,
figura zmyślmy sobie w figurze 143, iż w
143. tróykącie prostokątnym CED, część przeciwprostkątney CA, iest promieniem tablicy; natenczas zmyśliwszy sobie także łuk AB, prostopadła AP, będzie wstawą kąta ACB albo DCE; gdzie z przyczyny rownoległych AP i DE, mieć będziesz w tróykątach sobie podobnych CAP, CDE, CA : AP : : CD : DE, to iest P : *wst.* DCE : : CD : DE. co było pierwszém podaniém.

Dowiedlibyśmy podobnież że P : *wst.* CDE : : CD : CE.

Co do drugiego podania, zmyślmy sobie w tróykącie prostokątnym CEF

CEF (fig. 144), iż część CA boku CE, ieſt promiéniem tablic; zmyśliwſzy ſobie oraz łuk AB, proſtopadła AD, z punktu A na linii AC wywiedziona, będzie ſtyczna kąta C, albo FCE; natenczas z przyczyny tróykątów ſobie podobnych CAD, CEF, miéć będzieſz, CA : AD : : CE : EF; to ieſt P : *ſtycz.* FCE : : CE : EF; co ieſt z wyżéy założonych, drugiém podaniém. *figura 144.*

Podobnymże ſpoſobém dowiéśdź można iż P : *ſtycz.* CFE : : FE : CE.

301. W przyſtóſówaniach naſtępuiących, używać zawſze będziémy logarytmów wſtaw, ſtycznych i. t. d. zamiaſt wſtaw, ſtycznych, i. t. d; żeby zaś poczynaiących przyuczyć do dopełniénia Arytmetycznego, we wſzyſtkich rachunkach podług niego działać będziémy, oprócz gdzieby logarytm od logarytmu promiénia odiąć trzeba, w którym cécha będąc 10, odéymowanie ieſt bardzo łatwe.

Po rozebraniu tych uwag, przyſtąpmy do przyſtóſówania dwóch wyżéy dowiedzionych podań, w cztérech przypadkach o których wſpomniéliśmy.

PRZY-

PRZYKŁAD I.

Doyśdź wysokości budynku iakowego AC figura (fig. 146). przy pomocy odległości na ziemi od-
146. *mierzonéy.*

Oddaliwszy się od takowego budynku w odległości CD, tak ażeby kąt zawarty między obiema liniiami, z punktu D do wierszchołka i do spodu budynku zmyślonémi, niewypadł ani zbyt ostry, ani zbyt bliski 90°, i oraz zmierzywszy odległość CD, ustawiwsz nogę kątomiaru w punkcie D, a przytém tak go narządzisz, ażeby równia iego pionowo padała, i była wykierowana ku osi wieży AC, śrzednica zaś iego nieruchoma HF, ażeby leżała poziemnie, czyli pod równowagę; co wyrobić można przy pomocy nici z wagą, zawieszonéy w śrzodku narzędzia, i odpowiadaiącéy 90 stopniów.

To zrobiwszy, obracać będziesz prawidło, póki przez célówniki lub perspektywę, niedoyźrzysz wiérzchołka A; dopiero na narzędziu zobaczysz liczbę stopniów kąta FEG, który iest równy kątowi AEB, sweimu przeciwnému w wiérzchołku.

To za fundament założywszy, wysokość budynku AC, będąc prostopadłą poziomowi iest także prostopadłą linii BE: a zatém masz tróykąt prostokątny ABE, w którym oprócz kąta prostego, iest ci wiadoma liniia BE, równa linii CD którąś wymierzył, i kąt AEB, szukać masz wártości AB; rzecz tedy iasna, iż trzy rzeczy wiadome i rzecz szukana, są wyrazami należącémi do podania (300); przeto żebyś wynalazł AB, następuiącą proporcyą ułożysz: P : *stycz.* AEB : : BE : AB.

Daymy *np.* iż wymiérzona odległość CD albo BE, znalazła się bydź od 132 stóp, kąt zaś AEB od 48°54'.

Mieć

Mieć tedy będzieſz, P : *ſtycz.* 48°54' : : 132 *ſt.* : AB; a tak, wziąwſzy w tablicy wártość ſtyczney od 48° 4, rozmnożywſzy ią przez 132, i mnogość rozdzieliwſzy przez wártość promienia z tablicy wziętą, mieć będzieſz liczbę ſtóp linii AB, do którey dodawſzy wyſokość narzędzia ED, wypadnie żądana wyſokość AC.

Lecz działaiąc przez logarytmy, łatwiey i prędzey wſzyſtkiego dóydzieſz, iak naſtępuie.

Log. *ſtycz.* od 48°54'	-	10.0593064.
Log. - - 132	- -	2,1205739.
Summa	-	12,1798803.
Log. promienia - -	-	10.0000000.
Reſzta albo *logarytm* AB		2.1798803.

Która w tablicach odpowiada liczbie 151.32 przybliżoney o iedną ſetną; tak więc wyſokość AB. będzie od 151 *ſtóp* i 32 ſetnych, albo 151 *ſt.* 3 *c.* 10 *l.*

Uważ my tu pomimo. iż logarytm promienia maiąc cechę 10. i reſztę w zerach. gdy go trzeba dodać lub odiąć, w piſaniu można go opuścić, i tylko dodać lub odiąć ieden dzieſiątek z cechy tego logarytmu, do którego ma bydź dodany lub od którego ma bydź odięty.

PRZYKŁAD II.

BCD (fig. 147) *ieſt zaokrąglenie przeciwſkarpy* (contreſcarpe), *zawarte między rownemi przedłużeniami AB, AC, dwoch czół narożnych: ieſt zadano wynaleźdź cięciwę BC, i ſtrzałkę DF, zaokrąglenia tego; w mniemaniu iż linije AB i AC ſą wiadome, i kąt BAC, rowny narożnemu kątowi narożnika.* *figura* 147.

Niech bedzie AB i AC, każda od 20*S.* lub 120*ſt.* a kąt BAC od 83°8.

W

W tróykącie BEA, prostokątnym w E, mieć będziesz (299).

1sze. P : *wst.* BAE : : AB : BE.

2re. P : *wst.* ABE albo *dost.* BAE : : AB : AE.

Więc *1sze*	Log. AB. albo log. 120 *st.*	2,0791812.
Log	wst. BAE albo log. *wst.* $41^{\circ}34'$	9,8218351.
Summa	mniey logarytm promienia	1,9010163.

Która w tablicach odpowiada liczbie 79,62 *stóp*; więc cięciwa BC iest od 159,24 stóp.

2re	Log. 120 *st.* - - -	2,0791812
	Log. dost. $41^{\circ}34'$ - -	9,8740085
Summa	mniey log. promienia	1,9531897.

Która odpowiada liczbie 89.78; więc strzałka DE albo AD — AE, ma 30.22 stóp.

Tymże samym sposobem, któregośmy użyli do wynalezienia cięciwy DE, można przez rachunek rozwiązać następuiące zadanie.

Wynaleśdź przestwór kuli (vent du boulet), *do armat wylotu wiadomego* (bouche).

Sposób jeometryczny do tego w używaniu będący, zależy na tém: z końca linii AB *figura* 148. (fig. 148), równey śrzednicy kuli, wyciąga się prostopadła AD, równa promieniowi AC; potém z punktu A iako ze śrzodka, promieniém AD, rysuie się łuk DCE, który przecina w E, okrąg maiący za śrzednicę AB; cięciwa DE, przenosi się z B, w F; gdzie AF będzie przestworém, to iest iż AF iest ilość o którą śrzednica wylotu armaty, powinna bydź większą od śrzednicy kuli.

Chcąc ilość AF wynaleśdź przez rachunek, nietrzeba więcey, tylko zmyśliwszy sobie cięciwę AE, wyrachować DE, w tróykącie równoramiénnym DAE, w którym mam wiadome boki AD, AE, każdy z nich równy półśrzednicy kuli, i kąt DAE, który (63 i 93) iest od 150° zmyśliwszy sobie więc z punktu A, prostopadłą na DE mieć bę-

dziesz

dzieſz dwa tróykąty proſtokątne równe, przez ieden z nich, iak w poprzedzaiącym przykładzie wyrachuieſz wartość połowy cięciwy DE. Zdwoiwſzy ią, i podwoyność od AB odiąwſzy, mieć będzieſz wartość linii AF.

Np. do armat *4ſtwych*, w ktorych śrzednica kuli ieſt od 4 *c.* 0 *l.* 3 *p.* $\frac{1}{4}$, albo 3,026, *c.* znaydzieſz długość DE od 2, 923, *c.* więc przeſtwór kuli w armatach takich, ieſt 0, 103 *c.* albo 0 *c.* 1 *l.* 2 *p* $\frac{4}{7}$.

P R Z Y K Ł A D III.

Lina kotwicy AC (fig. 149), będąc od *figura* 149.
32 *S. albo* 192 *ſt. a głębokość rzeki AB, od* 12 *ſt. dóyśdź kąta ACB który czyni lina z korytem rzeki BC, rozumieiąc że koryto ieſt poziemne, i niemaiąc względu na pokrzywienie liny, iużto przez popęd wody, iużto przez zbytek ciężaru ſwego nad ciężar wody którey mieyſce zaſtępuie.*

Zmyśl ſobie tróykąt proſtokątny ABC, w którym maſz wiadomą AC od 192, *ſt.* AB od 12 *ſt*; i kąt proſty B. Dla wynalezienia kąta ACB. ułożyſz (299) tę proporcyą, AC : AB : : P : *wſt.* ACB.

Rachuiąc więc przez logarytmy: - -

Log. AB	- - -	1,0791812.
Log. promienia	- -	10,0000000.
Dopełnienie Arytm. log. AC		7,7166988.
Summa	-	18.7958800.

albo Logarytm wſtawy ACB, któremu w tablicach odpowiadaią 3°35'.

P R Z Y K Ł A D IV.

Wynaléśdź kąt, iaki czyni liniia celu z oſią armaty przedłużoną, śrzednicy i rozmiarów wiadomych.

Jeżeli przez punkt H (fig. 71) naywyżſzy *fig.* 71.
na głowie armaty, zmyśliſz ſobie liniią proſtą

ſtą HI, oſi AB równoległą, kąt GHI będzie równy kątowi GCA, który czyni liniia celu z przedłużoną oſią. Więc w tróykącie proſtokątnym GIH, maiąc wiadomy bok GI i bok HI, łatwo dóydzieſz kąta GHI, przez tę proporcyą (300), IH : GI : : P : *ſtycz.* GHI.

Np. w armacie 12*ſtwéy* letkiéy, maſz AG 6,231 c.

BH - - - - - -	4,926
a zatém GI - - - - -	1,305
nadto HI - - - - -	77,254

Przeto mieć będzieſz 77,254 : 1,305 albo 77254 : 1305 : : P : *ſtycz.* GHI.

A zatém przez logarytmy.

Log. 1305 - - - -	3,1156105
Log. promiénia - -	10,0000000
Dopełn. Arytm. log. 77254	5,1120790
Summa -	18,2276895

ieſt logarytmém ſtycznéy kąta żądanego; który zatém wypada od 0°58'.

PRZYKŁAD V.

Armata 12ſtwa letka, będąc wycélowana na 3°, znaléśdź wyſokość o którą liniia célu podnoſi ſię w odległości na 600 ſążniów; która ieſt (z małą róznicą), dalekością ſtrzelenia téy armaty, w podnieſiéniu iéy na 3 ſtopnie.

Liniia célu czyniąc z oſią armaty, (iakośmy dopiéro widzieli) kąt od 58, w tym razie z poziomém uczyni kąt od 2°2'; a zatém w odległości poziemnéy na 600 ſążni, wyſokością linii célu, będzie drugi bók kąta proſtego w tróykącie proſtokątnym, którego kąt przyległy do piérwſzego boku od 600 ſążni, ma 2°2'. Więc takowy bok (300), wypadnie przez proporcyą, P : *ſtycz.* 2°2' : : 600 *ſą* do czwartego wyrazu, króry bydź ſię pokaże od 21,3 *Sq.*

PRZY-

PRZYKŁAD VI.

Piérwsza strszelnica działobitni czółgaiącéy AC (fig. 150) (à ricochet) będąc prosta, znaléśdź kierónek siódméy strszelnicy, to iest kąt iaki czyni liniia wystrszału z przedpiérsiéniém AC, w siódméy strszelnicy; rozumié się, iż wszystkie armaty z téy działobitni, maią bydź célowane do iednegóż punktu B, na 250 sążni lub 1500 stóp odległego. figura 150.

Rozumié się iż liniia strszału AB piérwszéy strszelnicy, ieſt prostopadła przedpiersieniowi AC; więc zagadnienie na tém zależy, ażeby wynaleśdź kąt BCA, w tróykącie prostokątnym BAC, gdzie kąt A ieſt prosty, bok AB ieſt od 1500 *ſt.* i bok AC ieſt wiadomy, maiąc wiadomą wielkość, odległość i liczbę strszelnic.

Daymy *np.* niech będzie odległość od śrzodka iednéy strszelnicy do drugiey iéy przyległéy, 20 stóp; w takowym razie następuiącą proporcyą ułożysz, 120 : 1500 : : P : *ſtycz.* BCA.

Co odbywaiąc przez logarytmy, będzie

Log. 1500	- - - -	3,1760913
Log. promiénia	- - -	10,0000000
Dopeł: Arytm. log. 120	-	7,9208188
Summa	-	11,0969101.

daie logarytm ſtyczney kąta BCA, który wypada od 85°26'.

Ponieważ opora DF, powinna bydź zawsze prostopadła linii strzału, i przynaymniey iednym końcém opierać się o przedpiersień, więc czyni z przedpiersiéniém kąt ADF, który ieſt dopełniéniém kąta DCE, albo ACB, dopiéro wynalezionego; przeto maiąc wiadomą długość opory DF, łatwo wyrachować można odległość CE od przedpiersienia, w któktòréy śrzodek opory E, ma bydź utwierdzony na linii ſtrſzału.

O rozwiązaniu Tróykątów ukośnokatnych.

302. **W**yráz *tróykątòw ukośnokątnych* ieſt wzięty, na oznaczenie w powſzechności tróykątòw, które niémaią kąta proſtego.

303. *W każdym tròykącie proſtokreyślnym, wſtawa kąta któregokolwiek, ma ſię do boku położonego naprzeciw tego kąta, iak wſtawa któregokolwiek innego kąta w tymże ſamym tróykącie, ma ſię do boku przeciwnego temu kątowi.*

Albowiém zmyśliwſzy ſobie koło figura 151. opiſane na tròykącie ABC (fig. 151), i wyciągnąwſzy promiénie DA, DB, DC, zmyśl ſobie nadto, iż promieniém *Db*, równym promiéniowi z tablic, ieſt naryſowane koło *abc*: naoſtatek że cięciwy *ab*, *bc*, *ac*, ſą wyciągnięte, które łączą punkta przecięciów *a*, *b*, *c*; łatwo widzieć ſię daie, iż tròykąt *abc*, ięſt podobny tróykątowi ABC; bo linie *Da*, *Db*, będąc ſobie równe, ſą liniom DA, DB proporcyonalne; więc (105), *ab* ieſt ròwnoległa linii

nii AB; podobnymże ſpoſobém dowiéśdź można że bc ieſt równoległa linii BC, i ac, linii AC także równoległa; więc (102), AB : ab :: BC : bc, albo AB : $\frac{1}{2}$ ab :: BC : $\frac{1}{2}$ bc; lecz połowa cięciwy ab, ieſt (274) wſtawą łuku ah, połowy łuku ahb, a ta połowa łuku ahb ieſt miarą kąta acb, który ma ſwóy wiérſzchołek na okręgu, i który ieſt równy kątowi ACB; więc $\frac{1}{2}$ ab, ieſt wſtawą kąta ACB; dowiéśdź można podobnież że $\frac{1}{2}$ bc, ieſt wſtawą kąta BAC; więc AB : *wſt.* ACB :: BC : *wſt.* BAC.

304. To podanie ſłuży do rozwiązania tróykąta, 1*od* Maiąc wiadome dwa kąty i ieden bok. 2*re* Maiąc wiadome dwa boki, i ieden kąt, naprzéciwko iednego z tych boków położony.

PRZYKŁAD I.

Jeſt zadano odmiérzyć odległości AC, CB (fig. 152) ſtatku C ſłużącego do rzucania bómb, od dwóch działobitniów A i B. 152.

Jeżeli ſtatek C ieſt w ruchu, trzeba z punktów A i B, kąty CAB, CBA, razém uważyć; potém zmiérzyſz odległość AB, dwóch działobitniów iedna od drugiey.

To zrobiwſzy; w tróykącie CAB, w którym maſz dwa kąty i ieden bok wiadome, odeym dwa kąty wiadome od 180° żebyś doſzedł trzeciego, a potém wyrachuieſz, AC, i CB, przez dwie następuiace proporcye.

Wſt. C : AB :: *Wſt.* B : AC.

Wſt. C : AB :: *Wſt.* A : BC.

Daymy *np.* że AB po wymierzeniu, znalazła się bydź od 250 *sąż*; kąt A od 84–14; kąt B od 85–10, kąt C, mieć będziesz od 10–36; a chcąc mieć AC i BC, odprawisz działanie przez logarytmy iak następuie.

Log. *wst.* B - 9,9987597.	Log. *wst.* A - 9,9977966.
Log. AB - - 2,4082400.	Log. AB - - 2,4082400.
Dop. Arytm. log. *wst.* C. 0,7560528	Dop. Arytm. log. *wst.* C. 0,7560528.
Log. AC - - 13,1630495.	Log. CB - - 13,1620894.
Więc AC iest od 1456 *sąż*.	Więc CB iest od 1452 *sąż*.

PRZYKŁAD II.

figura 153. *Maiąc wiadomą odległość AC (fig. 153), z punktu C, do kąta narożnego, tudzież odległość AB, między dwoma wierzchołkami narożnych kątów, w dwóch narożnikach przyległych, albo bok zewnętrszny wielorożnika, i zmierzywszy kąt C, iest zadano wynaleść odległość BC.*

Niech będzie bok zewnętrszny AB od 200 *sąż*. odległość AC od 130 *sąż*. kąt zaś C od 59–16. Masz wyrachować naprzód kąt B, przez tę proporcyą: AB : *wst.* C : : AC : *wst.* B; działaiąc więc przez logarytmy mieć będziesz:

Log. *wst.* 59–16' - -	9,9342737.
Log. - 130 - - - -	2,1139434.
Dopeł. Arytm. log. 200	7,6989700.
Summa	19,7471871.

która iest logarytmem wstawy B; lecz ponieważ taż sama wstawa (279) zarówno do kąta ostrego i rozwartego należyć może, który iest spełnieniem iego, i ponieważ w wyrażeniu zadania, nie nam niepokazuie ieżeli kąt B, ma bydź ostry, albo rozwarty, przeto za wartość kąta B, możnaby wziąść w tablicy 33–58, które odpowiadaią wynale-

zio-

zionem i logarytmowi, niemniey iak ſpełnienie iego 145°2. Lecz daymy iż mi ieſt ſkądinąd wiadomo, że kąt B mali bydź oſtry; natenczas powinienem wziąść 33°58 za wartość iego. Skąd wnieść należy, że kąt BAC ieſt od 86°46. Zatem do wyrachowania boku BC, nietrzeba tylko naſtępuiącą proporcyą ułożyć, *wſt.* C : AB : : *wſt.* BAC : BC; więc.

Log. 200	- - -	2.3010300.
Log. wſt. 86°46'	-	9.9993081.
Dopeł: Arytm. log. *wſt.* 59°16'		0.0657263.
	Summa	12.3660644.

ieſt logarytmém boku BC; który bydź znaydzieſz od 232.3 *ſq.*

305. *Maiąc wiadomą ſummę dwóch ilosciow i rożnicę, mieć będzieſz więkſzą z tych ilościów, dodawſzy połowę rożnicy do połowy ſummy; mnieyſzą zaś, odwrotnym ſpoſobém odiąwſzy połowę rożnicy od połowy ſummy.*

Jeżeli wiém *np.* że dwie ilości czynią razém 57, i rożnią ſię między ſobą o 17; wnoſzę ſtąd, iż te dwie ilości ſą 37 i 20; dodaiąc z iedney ſtrony połowę 17", do połowy 57", a z drugiey ſtrony, odeymuiąc połowę 17", od połowy 57",

Jakóż, ponieważ ſumma zawiéra w ſobie naywiększą i naymnieyſzą ilość, ieżeli do tey ſummy dodaſz rożnicę, zawiérać w ſobie będzie podwóynośc większéy ilości, więc większa ilość, wárta połowę wſzyſtkiego, to ieſt połowę ſummy dwóch ilościów, więcéy połowa ich różnicy.

Przeciwnie, ieżeli od ſummy odéymieſz różnicę, zoſtanie podwóyność mnieyſzey ilości; więc mniéyſza ilość, wárta połowę reſzty, to ieſt połowę ſummy, mniéy połowa różnicy.

306. *W każdym tróykącie proſtokryślnym ABC (fig. 154 i 155) ieżeli z iednego z kątów, ſpuściſz proſtopadłą na bok naprzeciw niego położony, zawſze naſtępuiącą proporcyą mieć będzieſz: CA na który albo na przedłużenie którego pada proſtopadła, ma ſię do ſummy AB + BC dwóch innych boków, iak różnica AB — BC tychże boków, ma ſię do różnicy odcinków AD i DC, albo do ich ſummy; podług okoliczności, gdy proſtopadła pada wewnątrz, lub zewnątrz tróykąta.*

figura 155. 154.

Z punktu B iako ze śrzodka, promieniem równym bokowi BC, ryſuy okrąg CEGF, i przedłuż bok AB aż do okręgu w E; natenczas AE i AC będą dwie ſieczne, wywiedziodzione z tegóż samego punktu wziętego zewnątrsz koła; więc podług tego co się rzekło (123) mieć będziesz tę proporcyą: AC : AE :: AG : AF.

Lecz AE iest równa linii AB + BE, albo AB + BC; AG iest równa linii AB — BG albo AB — BC; i AF (fig. 154) iest równa linii AD — DF albo (53) AD — DC: więc AC : AB + BC :: AB — BC : AD — DC. W figurze 155. AF iest równa AD + DF albo AD + DC; więc w tym razie mieć będziesz AC : AB + BC :: AB — BC : AD + DC.

figura 154.

figura 155.

307. Przeto maiąc wiadome trzy boki w troykącie, przez to podanie można dóyśdź odcinków zrobionych przez prostopadłą spuszczoną z iednego ktòregokolwiek kąta, na bok przeciw niému położony; natenczas albowiém, wiadoma będzie (fig. 154) summa AC takowych odcinków, podanie zaś wyżéy położone, podaie sposòb znalezienia ich różnicy; ponieważ, trzy piérwsze wyrazy takowéy proporcyi są wiadome: dóydziesz więc każdego z tych odcinków, podług tego cośmy powiedzieli (305). W figurze 155. iest wiadoma różnica odcinków AD i CD, to iest bok AC; a przez proporcyą, dóydziesz wartości ich summy.

figura 154.

figura 155.

308. Na tym fundamencie, nastę-
puiące zadanie łatwo można roz-
wiązać: *Maiąc wiadome trzy boki trójkąta, wynaléśaź kąty iego.*

Zmyśl sobie prostopadłą spuszczoną z iednego z takowych kątów, co co ci da dwa tróykąty prostokątne ADB, CDB.

Przez poprzédzaiące podanie, wyrachuiesz ieden z odcinków *np.* DC; natenczas w tròykącie prostokątnym CDB, maiąc wiadome dwa boki BC i CD oprócz kąta prostego, łatwo wyrachówać potrafisz kąt C, podług tego co się rzekło (299).

PRZYKŁAD.

Bok AB iest od 142 *st.* bok BC od 64, i bok AC od 184; iest zadano wynalesdź kąt C.

Wyrachuię naprzód różnicę dwóch odcinków AD i DC, przez tę proporcyą, 184 : 142 + 64 : : 142 — 64 : AD — DC; albo 184 : 206 : : 78 : AD — DC, która wypadnie 87,32, więc (305) mnieyszy odcinek CD, wart będzie połowę 184*ech*, mniey połowę 87,32, to iest 48,34 *st.*

To założywszy, w tróykącie prostokątnym CDB, szukam kąta CBD, który gdy będzie znaleziony, pokaże oráz kąt żądany C; do znalezienia zaś kąta CBD, układam tę proporcyą (299), BC : CD : : P : *wst.* CBD; to iest, 64 : 48,34 : : P : *wst.* CBD; a działaiąc przez logarytmy, będzie

Log.

Log. 4°,34	- - -	1,6843066. -
Log. promienia	- -	10, ...
Dopełn. Arytm. log. 64	-	8,1938200.
Summa albo Log. *wſt.* CBD		19.8782106.

Któremu w tablicach odpowiadaią : 49°3';
Więc kąt C, będzie od 40°57'.

309. *W każdym tróykącie proſtokryślnym, ſumma dwóch boków, maſię do ich różnicy, iak ſtyczna połowy ſummy dwóch kątów naprzeciw tym bokóm położonych, ma ſię do ſtyczney połowy ich różnicy.*

Albowiém podług tego co ſie rzekło (303) (fig. 156), miéć będzieſz proporcya, AB : *wſt.* C : : AC : *wſt.* B; więc (97) AB + AC : AB — AC : : *wſt.*C + *wſt.* B : *wſt.* C — *wſt.* B; lecz (288) *wſt.* C + *wſt.* B : *wſt.* C — *wſt.* B : : *ſtycz.* $\frac{C+B}{2}$: *ſtycz.* $\frac{C-B}{2}$; więc figura 156.

AB + AC : AB — AC : : *ſtycz.* $\frac{C+B}{2}$: *ſtycz.* $\frac{C-B}{2}$.

310. To podanie, ſłuży *do rozwiązania tróykąta w którym ſą wiadome dwa boki, i kąt między niémi zawarty.* Albowiém maiąc *np.* wiadomy kąt A, będzie także wiadoma ſumma dwóch kątów B i C, od-

odiąwszy kąt A od 180°. Przeto wziąwszy połowę reszty, wynikaiącéy z takowego odięcia, i szukaiąc w tablicach stycznéy odpowiadaiącéy tym stopniòm, mieć będziesz w proporcyi dopiéro dowiedzionéy, (biorąc z dwoma bokami AB, AC wiadomémi) trzy wyrazy wiadome; więc czwarty łatwo wyrachówać potrafisz, który pokaże połowę ròżnicy dwòch kątów B i C. Natenczas maiąc wiadomą połowę summy, i połowę różnicy tych kątów, znaydziesz większy z nich (305), dodaiąc połowę różnicy, do połowy summy, a mniéyszy mieć będziesz, odiąwszy połowę ròżnicy, od połowy summy. Naostatek przy pomocy tych dwóch kątów, łatwo wyrachuiesz bok trzeci, przez podanie (303).

PRZYKŁAD.

Daymy że bok AB iest 142 *st.* bok AC od 120, i kąt A od 48°; iest zadano, wynaleśdź kąty C,B, i bok BC.

Odéymuię 48° od 180°, zostaią mi 132° to iest summa dwóch kątów C i B; a zatém połowa ich będzie 66.

Układam tę proporcyą: 142 + 120 : 142 — 120 : : *stycz.* 66°; *stycz.* $\frac{C - B}{2}$; albo 262 : 22 : :

: : *ſtycz.* 66º : *ſtycz.* $\frac{C - B}{2}$; działaiąc przez logarytmy, będzie

Log. *ſtycz.* 66º	- - - -	10,3514169.
Log. 22	- - - - - -	1,3424227.
Dopeł: Arytm. log. 262	- -	7,5816987.
Summa albo Log. ſtycz. połowy różnicy.		19,2755383.

Któremu w tablicach odpowiadaią 10º41′

Tę połowę róznicy dodawſzy do połowy ſumny 66º; i od teyże połowy ſummy, też połowę różnicy odiąwſzy, mieć będzieſz, iak naſtępuie.

	66º 0′		66º 0′
	10º41		10º41′
Kąt C.	76º41′	Kąt B.	55º19′

Naoſtatek dla wynaleziénia boku BC, ułóż tę proporcyą, *wſt.* C : AB : : *wſt.* A : BC; to ieſt wſtawa od 76º41′ : 142 *ſt.* : : *wſt.* 48º. BC.

Odbywſzy działanie iak w poprzédzaiących przykładach, znaydzieſz wartość linii BC, 108,4 *ſt.*

311. Te ſą ſpoſoby, ktdrych użyć można do rozwiązania kątów: teráz naſtępuią niektóre przykłady, przyſtóſowane do figur nieco zawilſzych.

312. *Daymy że C i D (fig.* 157), *ſą dwa mieyſca do których przyliżyć ſię niemożna, a iednak odległość zmiérzyć potrzeba.* *figura* 157.

Zmiérzyſz nayprzód podſtawę AB, z którey końców widzieć możeſz oba miéyſca C i D. Z punktu A, naznaczyſz kąty CAB, DAB, uczynione przez liniie AC, AD, z liniią AB; zmyśliwſzy ſobie liniie AC i AD do punktów C i D wyciągnięte, z punktu B uważyſz podobnież kąty CBA i DBA.

To

To założywszy, w tróykącie CBA masz wiadome dwa kąty CAB, CBA i bok AB; możesz więc wyrachować bok AC, podług przepisu (303. Podobnież w tróykącie ADB, masz wiadome dwa kąty DAB, DBA i bok AB, więc na tymże samym fundamencie, znaydziesz bok AD. Natenczas zmyśliwszy sobie liniią CD, mieć będziesz tróykąt CAD, w którym masz wiadome dwa boki AC i AD dopiero wyrachowane, i kąt między niémi zawarty CAD, który iest różnicą między dwoma zmiérzonémi kątami CAB, DAB; więc podług (310) wyrachować możesz bok CD.

313. Tymże sposobem da się wynaléśdź kierónek linii CD, choćby zbliżyć się do niey niemożna było; albowiem w tymże tróykącie CAD, wyrachówać można kąt ACD, który czyni liniia AC z liniią CD; zmyśliwszy sobie zaś przez punkt C liniią CZ, linii AB równoległą, iest wiadomo, iż kąt ACZ iest spełnieniem kąta CAB, z przyczyczyny równoległych (40); więc wziąwszy różnicę między wiadomym kątém ACZ i wyrachówanym ACD, mieć będziesz kąt DCZ, uczyniony przez CD z liniią CZ, albo iey równoległą AB; a iako AB da się bardzo łatwo nakierówać, tak też niemniey łatwo da się wynaléśdź kierónek linii CD.

314. Obiecaliśmy mówiąc o liniiach, iż podamy sposób *wynaleźienia rożnych punktów kierónku, gdy się znayduią takie przeszkody, że od iednego punktu do drugiego widzieć niémożna:* w tym tedy razie postąpić sobie można iak następuie.

figura 158. Obierz sobie punkt C (fig. 158), na boku liniii AB o którą rzecz idzie, z któregobyś oba końce A i B mógł widzieć; zmiérzyss odległość AC i CB, bądźto prostym sposobem, bądź też robiąc troykąty, w którychrychby te liniie były bokami, i które wyrachowaćby można iak w poprzédzaiącym przykładzie.

Nateneczas w tróykącie ACB, mieć będziesz wiadome dwa boki AC i CB. i kąt ACB zawarty między niémi; to maiąc wynaydziesz kąt BAC podług sposobu podanego (310).

Daley w upodobanym kierónku CD, roskażesz wytknąć kilka kołków, i zmierzywszy kąt ACD, w tróykącie ACD, mieć będziesz wiadomy bok AC, i dwa kąty A, i ACD: możesz więc (304) wyrachować bok CD; potém w kierónku CD, każesz zatykać kołki, aż przebieżysz długość równą długości wyrachowaney; a tak punkt D. gdzie się zastanowisz, będzie się znaydował na linii przechodzącey przez dwa punkta A i B.

315. Gdybyś niemógł znaleśdź takiego punktu C. z któregobyś mógł widzieć razem oba punkta A i B, postąpisz sobie w następuiący sposób.

Szukay punktu C, (fig. 159), z któregobyś *figura*
mógł widzieć punkt B, i drugiego punktu 159.
E, z któregobyś widział punkt A i punkt C. Potém zmierzywszy, lub wynalazłszy którym z poprzédzaiących sposobów odległości AE, EC i CB, z punktu E, uważysz kąt AEC, iako też z punktu C kąt ECB. To założywszy, w tróykącie AEC, maiąc wiadome dwa dwa boki AE, EC, i kąt między niemi zawarty AEC. sposobém przepisanym (310). wyrachować można bok AC i kąt ECA; odiąwszy kąt ECA, od kąta zmierzonego ECB. wypadnie ci kąt ACB; a ponieważ wyrachowałeś AC, i liniią CB masz wymiérzoną, przeto działanie wypadnie na poprzédzaiące, iak gdyby dwa punkta A i B były widzialne z punktu C: dla tego, tymże samym sposobém, dokończysz działania twego.

316.

figura 160. 316. Spóyźrzawſzy na figurę 160, łatwo zrozumieć można, iakby ſobie poſtąpić należało, chcąc założyć działobitnią na przedłużeniu *zaſłony* AB (*courtine*).

figura 161. 317. *Zmiérzyć wyſokość któréy ſpód ieſt niedoſtępny.* np. *wyſokość góry* (fig. 161). Odmierzyſz na ziemi podſtawę FG, taką iż z iéy końców mógłbyś widzieć punkt A, którego wyſokości ſzukaſz; potém przez kątomiar którego wyſokość wyrażaią liniie BF, i CG, weźmieſz kąty ABC, ACB, iakie czynią z podſtawą BC, liniie BA i CA zmyślone od punktów B i C do punktu A; na iednym ſtanowiſku *np.* w C uſtanowiſz narzędzie, iak uczyniłeś w przykładzie naležącym do figury 146, i zmierzyſz kąt ACD, który wſkazuie nachylenie linii AC względém poziomu; natenczas w tróykącie ACB, maiąc wiadome dwa kąty ABC, ACB, i bok BC, łatwo wyrachuieſz bok AC (304); w tróykącie zaś ADC, w którym ci teraz ieſt wiadomy bok AC, tudzież kąt zmiérzony ACD, i kąt D proſty, ponieważ AD ieſt wyſokością proſtopadłą, łatwo wyrachuieſz linią AD, i mieć będzieſz wyſokość punktu A nad punkt C. Jeżeli potém zechceſz dóyśdź wyſokości punktu A nad punkt B, albo nad którykolwiek inny punkt okoliczny, niepotrzeba więcéy, tylko *wziąść pod równowagę* (libellare) dwa punkta C i B, albo znaleśdź różnicę między ich wyſokością; o czém niżéy mówić ſię będzie.

figura 146.

figura 162. 318. *A, B, C,* (*fig.* 162) *ſą trzy punkta wiadome, to ieſt których odległości i kąty iakie czynią, ſą wiadome; Zewnątrſz tych trzech punktów, trzeba mi założyć działobitnią, ale tak, ażaby z punktu D, gdzie będzie założona, widzieć można AB, pod kątem wiadomym, i BC także pod kątem wiadomym; wynika* py-

pytanie, iakby wynaleść położenie punktu D?
Zmyśl sobie koło, którego okrąg przechodzi przez trzy punkta A,C,D, tudzież liniią prostą DBE, i dwie cięciwy AE i CE.

W tróykącie AEC, masz wiadomy bok AC, kąt EAC, równy kątowi EDC, i kąt ECA, równy kątowi EDA, możesz więc wyrachować EC i EA. (304).

W tróykącie EBC masz wiadome EC, BC, i kąt ECB, złożony z ECA, równego kątowi EDA, i z kąta ACB wiadomego; możesz więc (310) wyrachować kąt CBE, którego spełnieniem iest CBD.

Natenczas w tróykącie CBD, w którym masz wiadome liniią CB, kąt CBD, i kąt BDC, łatwo wynaydziesz liniią DC. W wyrachowaniu linii AD, postąpisz sobie tymże sposobem, przy pomocy tróykątów AEC, ABE, i ABD.

Jeżeliby summa dwóch zmierzonych kątów ADB, BDC była równa kątowi ABC, albo iego spełnieniu, w takowym razie zagadnienie zostałoby nieokreślone, to iest nieskończoney liczbie rozwiązań podlegaiące; i natenczas punkt B znaydowałby się na okręgu.

319. Pomiędzy przykładami, które sobie, do ćwiczenia się w rachunkach trygonometrycznych, obrać mogą poczynaiący, za pożyteczną rzecz sądzimy wskazać im rachubę linii i kątów boku fortyfikacyi regularney; *np.* w pięciorożniku narysowanym podług pierwszego sposobu *Wobana.*

Bok zewnętrszny AB (fig. 163), rozumiemy bydź od 180 *sąż*; prostopadłą CD od 30 *sąż*; czoła narożników AE, BF od 50 *sąż*. Szerokość *rowu* AG (fosse), naprzeciw narożnego kąta, albo promień zaokrąglenia przeciwskarpy, od 18 *sąż*; liniią głowną HI pół- *figura 163.*

xię-

xiężyca od 55 ſążni; odległość ET od ramiennego kąta do T, gdzie przytyka przedłużone czoło półxiężyca QI, od 3 ſąż.

Natenczas tróykąt ACD proſtokątny w C, w którym linije AC i CD ſą wiadome, da poznać kąty DAC, ADC, przez podany ſpoſob (300), bok zaś AD, przez podanie (166); maiąc wiadomy kąt DAC, mieć będzieſz iemu równe DBC, ELK, FKL; z tegóż kąta DAC, przyſtosówanego do połowy kąta wnętrſznego pięciorożnikowego, wnieść ſobie można połowę kąta narożnego VAE.

Liniią AD i AE maiąc wiadomą, mieć będzieſz DE i oney równą DF; a zatem w tróykącie ADF, gdzie maſz wiadomą AD i DF i kąt ADF, to ieſt podwóyny kąta ADC, wyrachuieſz podług (310) kąty DFA, DAF, i bok AF; a ponieważ w tém nakryśleniu, tróykąt AFL ieſt równoramienny, przy pomocy tróykąta LAF, łatwó mieć będzieſz dwa kąty ALF, i AFL. Do pierwſzego z tych dwóch kątów, dodawſzy kąt KLE równy kątowi DAC, dóydzieſz kąta ſkrzydelnego KLF. Odiąwſzy zaś od kąta AFL, kąt wyrachówany AFD, mieć będzieſz KFL, którego ſpełnienie LFB, ieſt kątém ramiennym.

Jeżeli od linii AL, równey linii AF wyrachówaney odéymieſz AD, mieć będzieſz DL: tróykąty zaś ſobie podobne ADB, KDL, dadzą ci KL to ieſt zaſłonę.

W tróykącie KLF, w którym ſą wiadome wſzyſtkie kąty i bok KL, łatwo wyrachuieſz KF i LF (304).

Od KF odiąwſzy FD, mieć będzieſz KD; a zatém w proſtokątnym tróykącie KMD, gdzie KM i KD ſą ci wiadome, wynaydzieſz liniią MD (166); więc mieć będzieſz i liniią MC.

W

W tróykącie AOC, (zmyśliwszy sobie że O iest śrzodkiem wielorożnika) masz wiadomą liniią AC i kąty; łatwo tedy wyrachuiesz liniie AO, i OC (299) i (300).

W tróykącie prostokątnym AGF, gdzie masz wiadomą liniią AG i AF, dóydziesz kąta FAG (299) który dodany do FAD i DAO iako wiadomych, da ci spełnienie kąta GAN.

Mieć tedy będziesz GAN, i dopełnienie iego ANG, albo ONH, skąd przez tróykąt ONH, w którym kąt NOH iest wiadomy, łatwo będzie można wyrachować kąt NHO, a zatém spełnienie iego QHI.

W tróykącie prostokątnym NAG wynaydziesz bez trudności liniią NA; a zatem mieć będziesz liniią NO w tróykącie ONH, w którym maiąc wiadome kąty, wyrachuiesz liniią OH. Mieć tedy znowu będziesz CH, a iako HI iest ci wiadoma, tak tém samém i CI staie się wiadomą. Przydawszy CI do CD, mieć będziesz DI w tróykącie TDI. gdzie maiąc wiadomą TD albo DE + ET, i kąt DTI, wynaydziesz kąt DIT (310) albo HIQ w tróykącie HIQ. w którym iest wiadoma liniia HI, i kąt QHI. Skąd też łatwo znaleśdź potrafisz w tróykącie QHI, *półszyiek* (demi-gorge) i czoło QI półxiężyca QIP.

O użyciu Trygonometryi w rozmiarach i robiéniu Mapp.

319. Umieietność rysówania Mapp na tém zawisła, ażeby na papiérze ustawić punkta, któreby tak były między sobą położone, iak

ſą położone na polu przedmioty, które maią bydź oznaczone przez te punkta. Rozumié ſię natenczas, iż wſzyſtkie przedmioty o które rzecz idzie, ſą na téyże równi poziemnéy; lecz gdyby niebyły, tak że działania użyte do wynalezienia położeń takowych przedmiotów, niewſzyſtkie były przedſięwzięte na równi poziemnéy, albo przynaymniéy małoco niepoziemnéy, w tym razie przed ryſówaniém Mappy, trzebaby te położenia przywieśdź do tego ſtanu, w iakimby ſię znaydówały, gdyby działania na równi poziemnéy były wykonane. Opiſzémy naprzód iak ſobie poſtąpić trzeba, gdy działania ſą odprawione na równi poziemnéy, albo do tego ſtanu iuż przywiedzione; a potém podamy ſpoſób, iak ie przywieśdź do tego ſtanu.

Niech będzie A,B,C,D,E,F,G,H, *figura* 164. I,K (fig. 164) kilka przedmiotów znacznych, których położenia względem ſiebie maią bydź w ryſunku naznaczone.

Naryſuieſz na papiérze zgrubſza takowe przedmioty, w położeniach

iakie

iakie zdadzą ſię bydź na oko; tym końcem udaſz ſię na różne mieyſca, gdzie potrzeba wyciąga, ażebyś mògł wziąść letkie poznanie tych przedmiotòw; ten pierwſzy ryſunek albo *raptularz* (croquis, brouillon) ſłużyć ci będzie, do ułożenia porządku działań naſtępuiących.

Zmiérzyſz podſtawę AB, ktòréy długość ma bydź proporcyonalna dalekości przedmiotów nayodległéyſzych, a widzialnych z końcòw téy podſtawy, ktòra oráz ma bydź taka, aby z tych końców iéy, ile bydź może iak naywięcéy przedmiotòw doyźrzeć ſię dało; natenczas z punktu A, odmiérzyſz kątomiarém kąty EAB, FAB, GAB, CAB, DAB, uczynione przez podſtawę AB, i przez liniie zmyślone od punktu A do przemiotów E,F,G,C,D, które rozumieią ſię bydź widzialnémi końców podſtawy A i B; podobnież z punktu B, zmiérzyſz kąty EBA, FBA, GBA, CBA, DBA, uczynione przez podſtawę AB, i przez liniie zmyślone od punktu B, do tychże przédmiotów co wyżéy.

Jeżeli ſię znayduią iakowe przedmioty iakoto H. I, któreby z końców A i B, widzieć fię niedały, w tym razie trzeba fię przenieść na dwa miéyfca upatrzone *np.* E i F, z których przedmioty H,I, widzieć fię dadzą; dopiéro wziąwfzy za podftawę liniią EF, pomiérzyfz kąty HEF, IEF, HFE, IFE, uczynione przez tę nową podftawe i przez liniie zmyślone od iéy końców do przedmiotów H,I. Naoftatek, ieżeli ieft iefzcze iakie miéyfce iakoto K, którego ani z końców podftawy AB, ani z EF, widzieć niemògleś, mufifz fobie znowu obrać, iaką inną liniią za podftawę, iakoto FG, łącząca dwa punkta fpomiędzy dopiéro uważonych; z końców téy podftawy, podobnymże fpofobém iak wyżéy, zmiérzyfz kąty KFG, KGF.

To za fundament położywfzy, w tróykątach ACB, ADB, AEB, AFB, AGB, w każdym z nich, bok AB, i dwa kąty bokowi temu przyległe maiąc wiadome, łatwo podług (304) wyrachować potrafifz dwa inne boki.

Co fię tyczé tróykątów HEF, IEF; ponieważ na linii EF tylko kąty były wymiérzone, trzeba zacząć od wyrachowania téyże linii EF, a to przy pomocy

mocy tróykąta EAF, gdzie masz wiadomy kąt EAF, który iest różnicą dwóch kątów uważonych EAB, FAB, i boki AE, AF, wynalezione poprzédzaiącym rachunkiém; więc na fundamencie (310) łatwo wynaléśdź możesz liniią EF. A tak w każdym z tróykątów HEF, IEF, wiadome miéć będziesz bok EF, i dwa kąty iému przyległe, wyrachuiesz tedy drugie dwa boki, sposobém który dopiéro opisaliśmy do pierwszych; z tróykątém KFG, podobnież obéydziesz się.

Takowe rachunki odprawiwszy wyciągniesz na papiérze (fig. 165) liniią *a b*, i dasz iéy tyle części wziętych na podziałce, umiarkówaney do wiélkości rysunku, ileś znalázł sążni lub stóp w linii AB; chcąc potém naznaczyć, bądź którykolwiek punkt widziany z końców podstawy A i B, *np.* punkt E, weźmiesz na podziałce tyle części, ile ci wypadło z rachunku sążni lub stóp na liniią AE. i z punktu *a* iako ze śrzodka, promieniém *a e* równym liczbie takowych części, narysuiesz łuk. figura 165

Weźmiesz podobnież na podziałce tyle części, ileś znalázł sążniów lub ſtóp w linii BE, i z punktu *b* iako ze śrzodka, promieniém równym téy liczbie części, naryſuieſz łuk, który przetnie łuk naryſówany promieniém *a e* w punkcie *e*, i naznaczy ci położenie punktu *e* względém *a b*, podobne położeniu E, względém linii AB; przez to albowiém wykryślenie, tróykąt *a e b* dostaie boki proporcyonalne bokóm tróykąta AEB. więc ieſt mu podobny; tymże ſamym ſpoſobém daléy ſobie poſtąpiſz. maiąc oznaczyć punkta *f,g, c,d*, odpowiadaiące punktóm F, G, C, D.

Co ſię tyczé punktów *h,i,k*. maiących oznaczać przedmioty H, I, K, które z punktów A i B, bydź widziane niémogły; punkta *e,f,g*, naznaczywſzy, iakośmy dopiéro powiedzieli, linije *ef*, *fg*, ſłużyć będą za podſtawy, iak linija *a b*, ſłużyła do wynalezienia punktów *c,d,e,f,g*; działanie zatém wychodzi na to, ażeby z punktów *e,f*, iako ze śrzodków, i promieniami *h e*, *h f*, które tyle zawiéraią w ſobie części wziętych na podziałce, ileś przez rachunek w liniiach HE i HF wynalazł ſąſni albo bo ſtóp, ażeby mòwię z tych punktòw naryſówać dwa łuki, których przecięcie *h*, będzie oznaczało punkt H; toż i o innych ma ſię rozumiéć. A tak figura na papiérze naryſówana, będzie podobna figurze wymiérzonéy na polu (128), iako ſkładaiąca ſię z téyże liczby trdykątów podobnych iedne drugim, i podobnie położonych.

Niezoſtanie tedy nic więcéy, tylko w każdym z tych punktòw naznaczyć uważone przedmioty, punkta zaś pośrzednie pomiędzy témi przedmiotami, na których nietak wiele zależy, naznaczaią ſię ſpoſobami, o których niżéy.

Trzeba tu ieſzcze uważyć, iż ponieważ ten ſpoſób ſłużyc ma do naznaczenia głòwniéyſzych i fundamentalnych punktòw ryſunku, przeto lepiéy będzie używać katomiaru z perſpektywą, aniżeli z célownikami.

O

Spoſobie przemiénienia kątów, uważonych na równiach nachylonych ku poziomowi, w kąty, któreby wypa-

dły, gdyby przedmioty były położone na rowni poziemnéy.

320. Kiedy w działaniach poprzédzaiących, przedmioty nieznayduią się wszystkie położone na téyże równi poziemnéy, nim zechcesz zrobić rysunek maiący wyrażać te przedmioty, trzeba wprzòd przywieśdź kąty do takiéy wartości iakąby miały, gdyby te wszystkie punkta znaydówały się na iednéyże równi poziemnéy; to zaś wykonać można następuiącym sposobém.

figura 165. Niechay będą A, B, C (fig. 165) trzy punkta różnie podniesione nad poziom, i ktòrychby wysokości iedne naprzeciw drugim były AD, BF, CE, tak żeby FDE, była ròwnia poziemna; zmiérzyłeś kąt BAC; lecz ponieważ równia na którą takowe przedmioty maią bydź przeniesione, iest FDE, trzeba sobie zmyślić iż B, iest położone w F, A, w D, a C w E; iest więc zadano wynaleśdź kąt FDE.

Na stanowisku obranym do wymiérzenia kąta BAC, zmiérzysz także kąty BAD, CAD, uczynione przez promiénie céluiące AB, AC,

z

z pioném zawiefzonym w punkcie A; co wykónafz podług przepifu, należącego, do fig. 146, w przykładzie I. na karcie 252.

To założywfzy, zmyślmy fobie, iż liniie AB i AC, przedłużone iezli potrzeba, w punktach G i I fchodzą fię z poziemną równią; w tróykątach ADG, ADI, proftokątnych w D, ieżeli AD weznieſz za promień tablicy, DG i DI będą ftycznémi uważonych kątów GAD, i IAD; AG zaś i AI, będą fiecznémi; przeto wziąwfzy w tablicach, fieczne i ftyczne kątów GAD i IAD, będziefz miał wiadome 1^{od} w tróykącie GAI, boki GA i AI, i kąt uważony GAI, przeto będziefz mógł wyrachować bok GI, podług przepifu (310). 2re W tróykącie GDI, będziefz miał wiadome boki GD i DI, iako też bok GI dopiéro wyrachówany; więc podług (308) wynaydziefz także kąt GDI.

Podobnym fpofobém, będzie należało poftąpić fobie, chcąc przemiénić kąt uważony w punkcie B; a gdy w tróykącie iakowym, przemiénifz dwa kąty, niéma potrzeby używać

wać podobnego rachunku do wynalezienia trzeciego kąta: bo maiąc wiadome dwa, tém samém będzie wiadomy i trzeci.

Kąty przeméniwszy, łatwo przeménić będzie i odległości, albo tylko iednę z nich, (dosyć albowiém iest do każdego tròykąta na iednéy).

Jakóż, zmyśliwszy sobie liniią poziemną BO, w tròykącie BAO, prostokątnym w O, liniia BA wymiérzona będąc, iest ci wiadoma, tudzież kąt prosty, i kąt BAO; więc (299) łatwo miéć będziesz BO, albo FD.

PRZYKŁAD.

Niech będzie znaleziony kąt BAC od 62°37'; kąt BAD od 88°5'; i kąt CAD od 78°17'.

Szukam w tablicach, siecznych i stycznych kątow BAD i CAD, i znayduię iak następuie, opusciwszy trzy ostatnie dziesiątne.

Siecz.	od 88°5'	albo	AG	29,90.
Siecz.	od 78°17'	albo	AI	4,92.
Stycz.	od 88°5	albo	DG	29,88.
Stycz.	od 78°17'	albo	DI	4,82.

Nateneczas w tróykącie AGI, wyrachuię (310) półrożnicy między dwoma kątami AGI, AIG, przez tę proporcyą AG + AI : AG — AI : : stycz. 58°41' połowy summy tych dwóch kątów, do czwartego wyrazu; znayduię więc na tę połowę różnicy, 49°42', co daie kąt AGI od 8°59 ; a zatem znaydę także (304) liniią GI od 27,98.

Ma-

Maiąc wiadome trzy boki DG. DI. GI, wynaydzie ſię (308) kąt GDI od 62°27'.

Gdyby tablice których używa ſię, niemiały w ſobie ſiecznych, możnaby ie ſobie łatwo wynaléśdź na fundamencie podanych ſpoſobów (282),

O ſpoſobach, którémi w robiéniu Mapp można zaſtąpić Trygonometryą.

321. Używanie rachunków trygonometrycznych, w robiéniu Mapp, nieieſt nieuchronne, chyba natenczas, gdy punkta główne tego mieyſca które ma bydź przenieſione na mappę, ſą położone w dość znacznéy odległości, iedne od drugich.

Lecz gdy odległości ſą miérne, zmiérzywſzy podſtawę i kąty uważywſzy, iako ſię wyżéy rzekło (319), zamiaſt obrachòwania tróykątów, dla zrobiénia podobnych na papiérze przy pomocy boków wyrachòwanych, i podług podziałki ryſunku uproporcyonowanych, zamiaſt mówię obrachòwania tych tróykątów, robić ſię zwykły tróykąty podobne, przy pomocy ſamych tylko uważonych kątów, a to iak naſtępuie.

Ten

Ten ſpoſób, nieieſt tak doſkonały iak poprzédzaiący, z przyczyny że przenośnik, albo w powſzechności powiedziawſzy, że narzędzie którego używamy, do robiénia na papiérze kątów równych kątóm uważonym na polu, niémoże miéć tylko dość mały promiéń, a zatém w robiéniu takowych kątów, niémożna użyć téy dokładności, co w odmiérzeniu na podziałce wartości, która z rachunku wypadła na boki tych tróykątów.

Lecz ponieważ poſpolicie, rzadko tak wielkiéy dokładności potrzebówać ſię zwykło, i że nadto ten ſpoſób przenieſiénia na papiér kątów, ieſt daleko prędſzy, przeto też ma bydź poczytany za wygodnieyſzy, i doſtarczaiąco doſkonały. Podług niego tedy (fig. 164) wyciągnieſz liniią *ab*, która tyle części wziętych na podziałce ryſunku, ma w ſobie zawiérać, ileś w linii AB miár znalazł. Potém na końcach *a,b*. porobiſz kąty *eab*, *eba*, *fab*, *fba*. i.t.d. równe kątóm uważonym EAB, EBA, FAB, FBA, i.t.d. które czyniły z podſtawą AB, przedmioty widziane z punktów A i B. Złączywſzy daléy punkta *e,f*, liniią proſtą *ef*, z końców téy linii znowu iako z podſtawy, porobiſz kąty równe tym, któreś uważył z dwóch punktów E i F. i.t.d.

figura 164.

322. Można także bez rachunku trygonometrycznego obéyśdź ſię, w przemianie na kąty poziémne tych ką-

kątów, które na równiach ku poziomowi nachylonych były wymierzone, a to w następuiący sposób.

Na fundamencie tychże samych uwag, które podaliśmy (320) do figury 165, z punktu A (fig. 166) linii którey kolwiek AD, zrobisz kąty DAG, DAI, równe kątóm pionowym uważonym DAG i DAI w figurze 165; z punktu któregokolwiek D (fig 166) wyciągniesz liniią IDG prostopadłą na AD, nieokreśloney długości. Z punktu A poprowadzisz liniią AM, któraby z liniią AI czyniła kąt IAM, równy kątowi BAC, który masz przemiénić; a zrobiwszy AM równą linii AG, wyciągniesz liniią IM. Potém z punktu I iako ze śrzodka, promiéniém IM, tudzież z punktu D promiéniém DG, narysuiesz dwa łuki przecinaiące się w O; kąt IDO będzie kątem żądanym. *figura 165. 166.*

O

Kompasie magnesowym (acus magnetica) *i onego użyciu, do oznaczenia mniéy istotnych części w rysunku.*

323. Naygłównieysza sztuką w kompasie magnesowym, iest magnesowa igiełka (fig. 167), śrzodkiém swoim zasadzona na walczyku, na którym ma ruch zupełnie wolny. Ta igiełka, iest zamknięta w puszce drewnianey albo mosiężney. Na wnętrsznym brzegu tey puszki, są na- *figura 167.*

naznaczone 360 ſtopr'ów, ku brzegowi zaś zewnętrſznemu, na przedziałach 180 i 360 ſtopniów, albo téż równolegle linii przez te dwa przedziały przechodzącéy, zaſilaią ſię célowniki.

324. Użycie kompaſu magneſowego, funduie ſię na właſności igiełki magneſowéy, która zawſze w iednémże położeniu zoſtaie, albo do tego położenia nazad powraca, bywſzy od niego oddaloną, (przynaymniéy na témże ſamym miéyſcu, i przez dość długi przeciąg czaſu). Skąd idzie że obróciwſzy puſzkę z kompaſém, można ſądzić o wiele ieſt obrócona, przyrównawſzy punkt którému igiełka odpowiada, do punktu którému odpowiadała z początku.

325. Poſpolicie kompas magneſowy, zwykł przytwiérdzać ſię na kątomiarze, nie żeby tego narzędzia miéyſce zaſtępował, ale żeby przézeń dać należyte położenie przedmiotóm, to ieſt ażeby wynaléśdź (z różnicą około na pół ſtopnia) położenie ich, naprzeciw czterech głównych punktów kraiowych świata, albo téż tylko naprze-

ciw

ciw północy i południa, z któremi igiełka magnesowa, w iednymże miéyscu, stateczuie iedenże kąt czyni, przynaymniéy przez przeciąg czasu iednego roku.

326. Tego kompasu iest toż samo użycie, co i kątomiaru, to iest do miérzenia kątów; lecz że wiele przyczyn niedozwala, dać igiełce znaczną długość, podziały stopniów wypadaią w narzędziu bardzo szczupłe, dla czego na niém kąty niedaią się tak doskonale miérzyć, iak na kątomiarze; przeto téż kompasu używać się niezwykło, tylko do oznaczenia na Mappie punktów mniéyszéy wagi, na którą główniéysze przedmioty iuż były przeniesione poprzédzaiącemi sposobami.

327. Daymy tedy iż wymiérzyć i na papiér przenieść potrzeba *np.* bieg rzéki iakiéy; w nayznaczniéyszych zakrętach pozatykasz kołki A,B,C,D,E,F, (fig. 168); postawiwszy kompas w punkcie A. tak aby célowniki były położone w kierónku AB, uważysz iaka iest liczba stopniów, między liniią AB i między kierónkiém igiełki; to zrobiwszy odmiérzysz liniią AB. Postawisz potém kompas w punkcie B. celowniki wycéluiesz wzdłuż linii BC, i podobnież uważysz kąt uczyniony przez liniią BC i liniią kierónku igiełki BN; liniia kierónku BN, iest *figura* 168.

piérpierwſwemu kierónkowi AN równoległa; zmierzyſz daley BC, i w każdym zakręcie odprawiſz działania tym podobne. W ten ſpoſób odmierzywſzy wſzyſtkie kąty i odległości, przenieſieſz ie na papier iak naſtępuie.

figura 169. Punkt *a* (fig. 169) maiący oznaczać A, obierzeſz ſobie do upodobania, i wyciągnieſz liniią *an*, ſkazuiącą kierónek igiełki magneſowey. W punkie *a*, przy pomocy przenośnika, zrobiſz kąt *nab*, równy kątowi uważonemu NAB, a linii *ab*, daſz tyle części wziętych na podziałce ryſunku, ile na linii AB miar znalazłeś. Z punktu *b* wyciągnieſz liniią *bn*, linii *an* równoległą, i zrobiſz kąt *nbc*, równy uważonému kątowi NBC, a linii *bc* daſz tyle części wziętych na podziałce, wiele w linii BC miar znalazłeś. Tymże ſpoſobem z wſzyſtkiémi innémi punktami poſtąpiſz ſobie; nakoniec pośrzednie części, podług oka odkryśliſz.

Co ſię powiedziało o zakrętach rzéki, oczywiście do zakrętów drogi, obwodu laſu, iezioira, i. t. d. przyſtóſówać daie ſię.

O Stoliku (menſula) *i iego użyciu, do robiénia Mapp.*

328. Jeſt ieſzcze ieden ſpoſób miérzenia; a ten tém wygodnieyſzy, im mniéy przygotowania potrzebuiący, i przez który uważaiąc różne punkta, iakich położenia ſą mi potrzebne, razém ie i na ryſunku znaczę nieſpuſzczaiąc ich z oczu. Narzędzie do tego ſłu-

ſłużące, ieſt wyobrażone w figurze 170. ABCD ieſt Stolik od 16 do 18 calów długości, i tyleż prawie ſzérokości maiący, uſtanowiony na nogach tak iak kątomiar. Na tym Stoliku narządza ſię arkuſz papiéru, przy pomocy ram umyślnie do tego znayduiących ſię. LM ieſt liniiał, opatrzony célownikami, na obu końcach liniiału umocnionémi, w kierónku równoległym, krawędziom tegoż liniiału. figura 170.

Chcąc użyć tego narzędzia to ieſt Stolika do wymiérzenia płaſzczyzny pola iakiego; obierz ſobie podſtawę *m n*, iak w działaniach poprzédzaiących; uſtanowiwſzy nogę narzędzia w *m*, każ zatknąć kołek w *n*. To zrobiwſzy, przyłóż liniiał czyli prawidło LM na papiér, w tym kierónku żebyś przez célowniki mógł widzieć kołek *n*; natenczas wzdłuż liniiału wyciągnieſz liniią EF, któréy daſz tyle części wziętych na podziałce, wiele znalazłeś miar, między punktém E z któregoś naprzód uważał, i punktém *f*, ſkąd na drugim ſtanowiſku uważać będzieſz. Potém około punktu E póty obracay prawidłém, póki przez célowniki niedoyźrzyſz przedmiotów I,H,G, a za postrzeżeniém każdego z nich z osobna, wzdłuż prawidła wyciągnieſz zawſze liniią nieokréślonéy długości. Tym ſpoſobém wſzyſtkie przedmioty widzialne z *m*, okiém przebiegłſzy, przenieſieſz narzędzie w *n*, zoſtawiwſzy kołek w *m*; ſkąd też ſame działania względém przedmiotów I, H, G przedſięwezmieſz, iakie na piérwſzém ſtanowiſku odprawiłeś. Liniie *fi*, *fh*, *fg*, które z drugiego ſtanowiſka idą albo ſą zmyślone do pomiénionych przedmiotów, przecinaią ſię z piérwſzémi liniiami w punktach *g,h,i.* i naznaczaią położenie przedmiotów G.H,I.

329. Stolika używać zwykło ſię, oſobliwie do wymiérzenia drobniéyſzych części pola, którego główne punkta, wzwyż podanémi ſpoſobami były wynalezione i przenieſione na papiér, albo do przydania na gotowéy już karcie przedmiotów, których położenia były opuſzczone.

figura 171. *Np.* daymy, że A,B,C, (fig. 171) ſą punkta, iuż wynalezione, i na karcie *a,b,c*, naznaczone; niechay będzie D punkt, którego położenie ieſt niewiadome: przez ſtolik, naſtępuiąpniącym ſpoſobém naznaczyſz punkt *d*. W punkcie D uſtanowiſz ſtolik, i daſz mu taki kierónek, iak będzie niżéy opiſano; natenczas wyceluieſz célowniki w kierónku *a* A, a potém w kierónku *b* B, i w każdym z tych kierónków wyciągnąwſzy liniią wzdłuż prawidła, przecięcie *d*, naznaczy ci położenie punktu D, względém przedmiotów A, B, C. Można ieſzcze doświadczyć tego wynalezionego położenia, dawſzy célownikom kierónek *Cc*, i uważaiąc ieżeli ta liniia przedłużona, przechodzi także przez punkt d.

330. Poſpolicie na mappie znaczyć ſię zwykł kierónek igiełki magneſowéy, do czego ieſt w używaniu kompas kſztałtu proſtokątnego, iak w fig. 172, który ma ſzérokości około na $\frac{1}{3}$ ſwoiéy długości; w pośrzodku dna narzędziowego daie ſię wyryta liniia, równoległa podłużonemu bokowi puſzki, na którey umocniony czopeczek noſi igiełkę. *figura* 172.

Zeby naznaczyć na ryſunku kierónek igiełki magneſowéy; prawidło przykłada ſię na Stolik w kierónku dwóch przedmiotów na Mappie naznaczonych, i tak ażeby wyrażenie tych przedmiotów na ryſunku, wpadało w kierónek ſamychże przedmiotów; natenczas ſtawia ſię na ſtoliku kompas, i póty obraca ſię, aż igiełka w puſzce zaſtanowi ſię na linii północnéy, i południowéy, to ieſt na linii, przez pośrzodek dna puſzki przechodzącey; naoſtatek podług kierónku podłużnego boku puſzki, ryſuie ſię liniia, która ſkazówać będzie kierónek igiełki magneſowéy.

331. Odwrotnie, gdy kierónek igiełki magnesowey iest naznaczony na mappie, żeby takową mappę, lub stolik ustanowić w tém położeniu, iakie maią przedmioty na ziemi; nietrzeba więcey, tylko zgodzić liniią północną i południową na Mappie naznaczoną, z liniią północną i południową kompasu.

332. Zamiast żeby wynaydować położenie przedmiotów z dwóch stanowisk iakośmy w figurze 170 opisali, częstokroć na iednem stanowisku przestawać się zwykło; ale natenczas zmierzyć trzeba odległość od stolika do każdego przedmiotu, i w częściach wziętych na podziałce, naznaczyć ią wzdłuż linii wycélowaney do tego przedmiotu.

figura 170.

O *Cwierciokręgu* (quadrans).

333. Lubo *Cwierciokrąg* o którym mówić mamy w tém mieyscu, z Trygonometryą ani z robieniém Mapp, niéma żadnego związku, iednakże między narzędziami do mierzenia kątów służącémi, niemniey położyć go umyśliliśmy.

Nazywa się w Artyleryi *Cwierciokrąg*, każde narzędzie, służące do wynaleziénia stopnia nachylenia rury strszelby iakowéy; lubo niektóre z takowych narzędziów, są podzielone tylko na 45 stopniów.

Z tych, w naypospolitszém używaniu iest ćwierciokrąg ACD (fig. 173), który oprócz dwóch promié-

figura 173.

niów

niów CA, CD, i łuku AD na 90 części rozdzielonego, ma ieszcze nadto liniią AB, końcowi promienia CA prostopadłą; w śrzodku C, iest zaczépiona nić z kulką I, któréy użycie zaraz zobaczymy.

334. Chcąc zmierzyć nachylenie możdzierza przy pomocy ćwieciokręgu, daie mu się iedno z dwóch położeń w fig. 174 i 175 wyrażonych; w pierwszém (fig. 174) liniia AB, iest przyłożona na wylot możdzierza; w drugiém położeniu (fig. 175) kładzie się na śrzedniey sztuce możdzierza, z osią iego równolegle; w obu położeniach, równia tego narzędzia będzie w pionowém ustanowieniu, ieżeli nić z kulką, to iest pionik strychuie *okraiek narzędzia.* *figura* 174. 175.

W figurze 174 miarą nachylenia możdzierza iest kąt DCI, albo łuk DI, zawarty między pionem i promieniem CD, równoległym linii AB; to albowiém nachylenie, iest dopełnieniém kąta, który czyni oś możdzierza, albo iey równoległa CA, z liniią pionową CI. W figurze 175, miarą nachylenia możdzierza, iest kąt ACI, który czyni pión, z promieniém CA, prostopadłym linii AB. *figura* 174. *figura* 175.

335. W figurach 176 i 177, widzieć można też same narzędzia podzielone tylko na 45 stopniów. W położeniu wyrażoném przez figurę 176, niémożna mierzyć nachyleniów możdzierza niżey 45 stopniów; położenie zaś oznaczone figurą 177, służy tylko do tych nachyleniów, które są wyższe nad 45 stopni. *figura* 176. 177.

W figurze 176, kąt ACI, iest miarą nachylenia możdzierza; w figurze zaś 177, miara nachylenia, iest dopełnienie kąta ACI.

figura 178. 336. Figura 178, wyraża narzędzie które iest w używaniu, do miérzenia nachyleniów osi armatnéy.

AB iest liniiał żelazny, około na 15 linii széroki, na 4 liniie gruby, a na 3 aż do 4 stóp długi. Na końcu iégo B, iest utwiérdzony krążek żelazny BE, któremu liniiał położony na brzegu iego, iest prostopadły,

Ten krążek, będący téyże saméy grubości co liniiał, daie się śrzednicy cokolwiek mnieyszéy, iak śrzednica armaty. W śrzodku iest opatrzony dziurą, służącą do przepuszczenia powietrza, gdy narzędzie wprowadza się w kanał.

Na drugim końcu A liniiału AB, iest utwiérdzony wycinek kołowy z mosiądzu, długi w promiéniu na 15 calów, którego okraiek CD, iest podzielony na stopnie i półstopnie. Podział zaczyna się od końca C promiénia AC, prostopadłego liniiałowi żelaznému, ciągnie się aż do 45 stopniów od C ku D, i tylko do 4, lub 5 stopniów na drugą stronę. Ze śrzodka wisi na nitce lub na włosie ołowiana kulka, dla zasłony od wiatru

tru ſchowana w puſzce. Ta puſzka ieſtto pudełko mośiężne długie i wązkie, obracać ſię mogące na śrzodku A, maiące ku ſpodowi madziurkę, którey otwartość ſzkiełkiém proſtém, albo powiękſzaiacém, ieſt opatrzona, żeby podział okrayka odpowiadaiący nitce, lepiéy rozeznać można. Na dnie tego pudełka, da ſię poſtawić małe naczynko napełnione wodą, w ktorey zatapia ſię kulka, żeby kołyſanie iey zaſtanowić.

To narzędzie nieſłuży do woiénnego użycia, ale bywa potrzebne w doświadczeniach, które wyciągaią niezawodności.

O *Równoważeniu* (libellatio).

337. Wielorakie doświadczenia dowodzą, że powiérſzchnia ziemi nieieſt iak ſię bydź zdaie płaſka, ale krzywa, a nawet okrągła, albo przynaymniéy mało co różniąca ſię od okrągłości. Gdy okręt płynący, poczyna ląd poſtrzégać przedmioty naywyżéy położone, naypiérwéy mu w oczy wpadaią.

Gdyby tedy ziemia była płaſka,
figura 179. iak tylko wieża B (fig. 179) byłaby poſtrzeżona, tak oráz i ziemia przyległa powinna by bydź zobaczona. Że zaś nietak dzieie ſię, przyczyna tego ieſt, iż powiérſzchnia ziemi DAI, względém poziemnéy linii okrętu DB, coráz bardziéy nachyla ſię. Przeto dwa punkta D i B, mogą ſię pokazać, w téyże linii poziemnéy DB, lubo od powiérſzchni ziemi, a zatém i od śrzodka iéy T bardzo nierównie będą oddalone. Co *liniią poziemną* nazywa ſię, ieſt liniia wyciągnięta na równi, powiérſzchnią morza dotykaiącéy, albo téż tylko równoległa téy równi, która nazywa ſię równią poziemną; liniia zaś *pionowa*, ieſt liniia równi poziemnéy proſtopadła.

Równoważyć, ieſtto wynaléśdź o wiele ieden przedmiot ieſt więcéy oddalony od śrzodka ziemi, iak drugi.

338. Gdy ieden z takowych przedmiotów, będąc widziany od drugiego, pokazuie ſię bydź w linii poziemnéy idącéy od tego drugiego przedmiotu, natenczas te przedmio-

mioty ſą nierówno oddalone od śrzodka ziemi. Żeby znaleśdź różnice między niémi, uważyć należy, iż odiegłość, w któréy przedmiot na ziemi położony, daie ſię dóyźrzeć, albo przynaymniéy, że odległość w któréy czynić ſię zwykło równoważenie, ieſt zawſze tak mała, iż liniia DI (fig. 179) na powiérſzchni ziemi odmierzona, może bydź poczytana za równą ſtycznéy DB; widzieliśmy zaś (124), że ſtyczna BD ieſt śrzednią proporcyonalną, między całą ſieczną wyciągniętą z punktu B, i częścią zewnętrzną BI téyże ſiecznéy; lecz z przyczyny małości łuku DI, ſieczna przez punkt B, i śrzodek T przechodzą, można ſobie wyſtawić, iakby była równa śrzednicy, to ieſt iakby była dwa razy tak wielka iak IT, albo iak DT; więc BI będzie czwartym wyrazém téy proporcyi, 2 DT : DI : : DI : BI. *figura 179.*

Daymy *np.* że liniia DI na powiérſzchni ziemi odmierzona, ieſt od 1000 ſążni albo 6000 ſtóp; ponieważ promień ziemi ieſt od 19605480 ſtóp, wynaydzieſz liniią BI przez tę proporcyą, 39210960 : 6000 : : 6000: BI, która po odprawionym rachunku pokaże ſię bydź 0,91811 *ſt.* co wychodzi na 11 *c.* 0 *l.*

2 p;

2 p; to ieſt że między dwoma przedmiotami B,D, na 1000 ſążni oddalonemi, i któreby w téyże linii poziemnéy wydawały ſię, rożnica BI poziomu, albo odległości od śrzodka ziemi, ieſt na 11 c. 0 l. 2 p.

339. Wyrachowawſzy różnicę poziomu iak BI, łatwiéy wyrachować można, te które odpowiadaią mnieſzéy odległości, uważaiąc iż odległości BI, bi, ſą prawie równoległe, i równe liniióm DQ, Dq, które (173) ſą między ſobą, iak kwadraty cięciw, albo łuków DI, Di; w tym albowiem razie, cięciwy i łuki, mogą bydź wzięte iedne za drugie. A tak chcąc wynaleśdź różnicę poziomu bi, odpowiadaiącą 5000 ſt. ułożę tę proporcyą, $\overline{6000}^2 : \overline{5000}^2 :: 0{,}91811 : bi$, i po odprawionym rachunku znayduię - - 0.63758 ſt. albo 7 c. 7 l. 9 p. na ſzukaną różnicę;

340. Punkt B, który wydaie ſię w téyże ſaméy linii poziemnéy co punkt D, nazywa ſię *poziom pokazały* punktu D; punkt zaś I, ieſt *poziomém prawdziwym* punktu B; tak że BI, ieſt różnica między poziomém prawdziwym i pokazałym.

341. Te wiadomości założywſzy za fundament, żeby dóyśdź różnicy poziomu między dwoma punktami
figura 180. B i A (fig. 180), które nieznayduią ſię w iednéyże linii poziemnéy, wyciągniętéy przez ieden z tych punktów; trzeba do tego użyć narzę-

dzia

dzia służącego do miérzenia kątów, i ustanowić go tak iak się opisało w przykładzie przystósowanym do figury 146; to zrobiwszy, uważysz kąt BCD, i zmiérzywszy odległość CD, lub CI przy pomocy łańcucha, nad ziemią AVB, na kilka zawodów poziemnie wytężonego, natenczas w tróykącie CDB, prostokatnym w D, możesz wyrachować liniią BD, do któréy dodasz wysokość narzędzia CA, i różnicę poziomu DI wynalezioną podług (338 i 339).

Lecz ponieważ w takowém działaniu, przy miérzeniu kąta BCD, wielkiéy pilności użyć należy, i bardzo doskonałego do tego trzeba narzędzia, przeto częstokroć dochodzić zwykło się téyże saméy rzeczy, innym raczéy lubo dłuższym sposobem, który następuie.

O Równowadze wodnéy, i onéy użyciu,

342. CABD (fig. 181) iest iedno z narzędziów, których do równoważenia używać się zwykło; nazywa się *Równowaga wodna*, składa się z rurki wewnątrz prożnéy, blaszanéy, za- *figura 181.*

gię-

giętéy w kolanka A i B; w dwóch ramionkach do gory podnieſionych AC, i BD, zaſadzaią ſię na kit dwie rurki ſzklane I i K, z częściami A i B mocno ſpoione. W połowie, i na ſpodzie rurki AB, ieſt przyprawiona krótka piaſteczka, żeby przy iéy pomocy, tę kolankową rurkę można było poſtawić na nodze. Cały kanał wypełnia ſię wodą, tak ażeby w rurkach ſzklanych na 2 lub 3 cale wyſoko wzniosła ſię. Liniia CD, gdzie ſię kończy powierſzchnia wody w dwóch rurkach IA, KB, ieſt liniią poziémną.

Do użycia tego narzędzia, potrzeba ieſzcze drugiéy ſztuki która nazywa ſię *tarczą*. Jeſt to kartón albo ſztuka blachy (fig. 182), maiąca około na iednę ſtópę w kwadracie, przez liniią poziemną MN, podzielona na dwie równe części, z których część ſpodnia maluie ſię czarno, a wierſzchna zoſtaie biała. Ten kartón przymocnić trzeba na liniale drewnianym, tak ażeby kryſa MN, była proſtopadłą długości liniału. Ten liniał dopiéro wzmiankówany, powinién wſówać ſię i wyſówać

figura 182.

wać wzdłuż dwu ſążniowéy laſki OP, na ſtopy cale i linije podzielonéy; a tak chodząc w ſudze da ſię ſpuścić i zaſtanowić, gdzie potrzeba wyciąga.

343. Maiąc użyć téy równowagi, takowa ſtawia ſię w odległościach prawie równych od dwóch punktów, między któremi ſzuka ſię róznicy poziomu.

Obéydzie ſię bez tego, choć równowaga w kieronku tych dwóch punktów znaydówać ſię niebędzie. Poſtawić każeſz koléyno, w każdym z tych dwóch punktów twoię tarczą, tak ażeby dwuſążéń ſtał pionowo. Podnoſić lub ſpuſzczać każeſz tarczą MN, póty póki uważaiąc przez równowagę CABD, niezobaczyſz linii MN w przedłużeniu linii CD; natenczas, różnica wyſokości tarczy MN, między oboma położeniami, będzie różnicą poziomu między dwóma punktami o których mowa.

Jeżeli znaydzieſz *np.* iż w iednym z tych punktów. liniia tarczy MN była podnieſiona na 4 *s.* 8 *c.* a w drugim na 3 *s.* 9 *c*; wnieść będzie należało, że różnica poziomu między temi dwoma punktami ieſt 11 calów.

Tymże ſamym ſpoſobem ſobie poſtąpiſz, względem wſzelkich inſzych punktów, które re od twego ſtanowiſka, w iedney prawie odległości znaydówać ſię będą, i widziane być mogą, a których różnica poziomu z linii CD) przechodzić niebędzie tey różnicy, którą da ſię wymierzyć dwuſążniem OP.

344 Lecz gdy drugie przedmioty będą zbyt oddalone, albo gbyby wypadała zbyt wielka różnica poziomu, w tym razie na drugim ſtanowiſku obierzeſz ſobie ieden z punktów który z piérwſzego ſtanowiſka wymiérzyłeś, ażeby do niego inne przyrównać, i ile możności tak ſtanowić ſię będzieſz, ażebyś prawie równo był oddalony od tego punktu i od innych.

345. Gdybyś ſię niémógł uſtanowić w odległościach równych, albo przynaymniéy prawie równych od dwóch punktów które chceſz zrównoważyć, natenczas różnica poziomu między dwóma punktami którémikolwiek, niebyłaby wyrażona przez różnicę wyſokościów tarczy w każdym punkcie podnieſionéy; albowiém róznica poziomu prawdziwego od poziomu pokazanego nieieſt taż ſama, tylko w odległościach równych: dla czego od wyſokości w każdym punkcie uwa-

żoney, trzebaby odiąć *poprawę poziomu*, to iest różnicę prawdziwego poziomu od poziomu pokazałego.

Np. ieżeliby tarcza była postawiona w odległości na 1500 stóp, i znalazłeś wysokość podniesienia tarczy bydź 4 *s.* 8 *c*; zamiast 4 *s.* 8 *c.* rachować niebędziesz tylko 4 *s.* 7 *c.* 4 *l.* odeymuiąc 8 linii, które wynoszą poprawę poziomu, podług przepisów (338 i 339).

346. Zebyśmy tey nauki podali iakowe przystósowanie; niechay zadano będzie *zmierzyć, i narysować przerznięcie* (profil) *dzieła fortficacyi* (ouvrage de fortification) A G H I O P. (fig. 183).

Zmyśl sobie to dzieło przecięte podług równi pionowey A'A, P'P, gdzie w wysokości do upodobania wziętey A'A, zmyśl sobie oraz liniią poziemna A'P'. *figura* 183.

Ze wszystkich kątów A,B,C,D,E, i. t. d, trzeba sobie ieszcze zmyślić liniie pionowe AA' BB', CC', DD, EE' i. t. d; i wymierzyć odległości poziemne zawarte miedzy pionowemi.

Co się tycze odległościów pionowych; postawisz twoię równowagę na *tarasie wałowym* (terreplein) BC, tarczą zaś, kóleyno w kątach A,B,C,D,E, dla wymierzenia wysokościów A *a*, B *b*, C *c*, D *d*, E *e*; odiąwszy wysokość pierwszą od wysokości AA' linii upodbaney A'P'; dodasz drugie do reszty A *a*; a tak mieć będziesz liniie pionowe B B, C C, i. t. d. aż do E.

Postawisz potem równowagę na przedpiersieniu, a tarczą koleyno w punktach E,F,G, ażebyś doszedł różnic poziomu E *e*, F *f*, G *g*; odeymiesz pierwszą, od EE, i dodawszy do reszty drugie, mieć bedziesz pionowe FF GG'.

Tymże samym sposobem z częściami K,L, M,N,O,P, sobie postąpisz, ustanowiwszy na *stoku* (glacis). twoię równowagę.

Co

Co należy do części G,H,I,K, ponieważ punkt H i I ſą położone zbyt niſko, żeby mogły bydź doſiągnione dwuſążniem; przeto ſpoſób ieſt nayprościéſzy, ſpuścić wagę iaką na ſznurze, do końca żerdzi przywiązanym, którą położyſz poziemnie w G i w K, tak żeby wſpomniona waga doſięgała aż do gruntu ſkarpy H, i przeciwſkarpy I, a potém odmiérzyć długość tego ſznura, w każdém położeniu.

Tym ſpoſobem zmiérzywſzy wſzyſtkie odległości, tak poziemne iak pionowe, łatwo wygotuieſz ryſunek przerznięcia, wyciągnawſzy ná papierze liniią, któraby wyrażała liniią AP; naznaczyſz na téy linii koléyno, części wzięte na podziáłce, rowne liczbie miar znalezionych w długości poziemnéy; na końcu każdego takowego przedziału wyciągnieſz proſtopadłą, któréy daſz tyle części wziętych na podziáłce, ile znalazłeś miar na odległość pionową odpowiadaiącą.

Połączywſzy wiérſzchołki tych pionowych, mieć będzieſz wygotówane przerznięcie twoiey fortyfikacyi.

347. Gdy w miérzeniu odległóściów poziemnych trudność iakową znaydzieſz, *np.* co do *ſpadziſtości wnętrſznéy* AB, (talud); natenczas wymiérzyć możeſz ſamę ſpadziſtość, a tróykąt proſtokątny AQB, w którym maſz wiadomą liniią AB, dopiéro wymiérzoną, i QB przez rownoważenie wynalezioną, da ci liniiią AQ (166).

248. Równoważenie, ma ieſzcze inſze ſwoie użycia, tu ie pomiiamy, bo o nich mówić będziémy, w części praktycznéy która tę naukę zakończy. Tam także opiſzémy, niektóre inſze gatunki równowagi.

PRZY-

PRZYDATEK

Niektórych zagadnień Artyleryczny h, rozwięzuiących ſię na fundamentach w tym Tomie założonych.

ZAGADNIENIE I.

Jeſt zadana miarka prochowa wałkowéy poſtaci iakakolwiek, np. mieſzcząca w ſobie ieden funt zupełny wagi Kolońſkiey, maiąca wyſokości 52.3 linii Warſzawſk. a w podſtawie 38.5 l; iak wynaléść wymiary inney iakieykolwiek miarki wałkowéy, mieſzczącey w ſobie iakąkolwiek inną ilość prochu np. *2 fty; z tym warunkiem, żeby takowe wymiary były proporcyonalne wymiarom miarki zadanéy; to ieſt iak w tym razie, żeby wyſokość miała ſię do śrzednicy podſtawy* : : 4 : 3?

Ponieważ ten oſtatni waruunek, figury miarek chce mieć ſobie podobnémi (Jeom. 209); więc waga prochu umieſzczona w zadanéy miarce, mieć ſię muſi, do wagi prochu mieścić ſię maiącey w ſzukanéy miarce, iak ſię maią między ſobą liczby ſześciénne, linii odpowiadaiących ſobie w tych dwóch miarkach (Jeom. 270); takiémi zaś liniiami ſą tu wyſokości miarek i śrzednice podſtaw. Lecz że śrzednica podſtawy, ma bydź częścią wielorażną wyſokości, to ieſt ¾, dla tego doſyć będzie na znalezieniu téydrugiéy.

A tak będzie

1 *ft* : 2 *ftów* : : $(52,34\,l)^3$ do czwartego wyrazu. Którego pierwiaſtek ſześciénny, pokaże wyſokość miarki 2*ftwéy*; téy zaś wyſokosci wzięte ¾ dadzą

 śrze-

śrzednicę podstawy teyże miarki. Robiąc działanie przez Logarytmy będzie.

Log. 52,34	- - -	1,7188337
Log. $(52,34)^3$	- -	5,1565011
Log. 2	- - - -	0,5010300
Summa	- - -	5,4575311 {3 / 1,8191770
Log. 1 = 0,0000000 a zatem		

Tego Logarytmu 1,8191770 szukaiąc z cechą o dwie iedności mocnieyszą, znaydziemy że odpowiada liczbie 65,95. z różnicą którą za nic poczytać można. A tak wysokość miarki 2*stwey* będzie 65,95 *l.* a śrzednica podstawy 49,45.

I tymto sposobem są wynalezione następuiące wymiary.

	Wysok.	*Srzedn.*		*Wysok.*	*Srzedn.*
2 *stwa.*	65,95 *l.*	49,45 *l.*	4*łotowa*	26,17 *l.*	19,62 *l.*
1 -	52,34	38,5	3 -	23,78	17,83
¾ -	47,56	35,57	2 -	20,77	15,57
½ -	41,54	31,14	1 -	16,48	12,36
8*łotowa*	32,98	24,73	½ -	12,12	9,9
6 -	29,96	22,47	¼ -	10,38	7,78.

Ale mierząc miarkami, proch rozumieć się iednakowego gatunku, co do przyprawy iego, wielkości i okrągłości ziarnek.

ZAGADNIENIE II.

Niech będą zadane wymiary dwóch komor moździerzowych, iedney wałkowey, drugiey stożkowey, pierwszey wysokość niechay ma 6 c. *a śrzednica* 4 c; *drugiey niechay będzie większa śrzednica* 6 c. *mnieysza* 3 c. *a głębokość* 9 c. *Warsz. stopa sześcienna Warsz. mieści w sobie prochu* 51 *stów* Kol: *iest zagadnienie wiele każda z zadanych komor umieści w sobie tegoż prochu?*

Ponieważ, bryły iakiekolwiek, a zatem i wagi ich, maią się między sobą iak bryłowatości; więc bry-

bryłówatość ftopy fześcienney, mieć się będzie do bryłówatości bądźto wałkowey bądź ftożkowey komory, iak się ma waga prochu umieszczonego w ftopie fześcienney, to ieft 51 *ftów*, do wagi prochu, odpowiadaiącey każdey komorze.

Bryłówatość wałka obrachówana podług (Jeom. l. 237) będzie, (rozumieiąc tylko same rogi u dna zaokrąglone, które zaniedbać można) $= 75\frac{3}{7}$ *ccc*. a bryłówatość ftożka uciętego podług (Jeom. l. 243) będzie $= 148\frac{3}{14}$. A zatem czwarte wyrazy dwóch następuiących proporcyów z nieznacznem uchybieniem, dadzą ilości prochu, umieszczone w odpowiadaiących komorach.

$1728 : 75\frac{3}{7} :: 51.\ f. : 2\ f.\ 7\frac{1}{4}$ *łót.*

$1728 : 148\frac{3}{14} :: 51\ f. : 4\ f.\ 6$ *łót.*

ZAGADNIENIE III.

Gdyby zadana była ilość prochu wchodzić maiąca w komorę wałkową, do którey byłoby naznaczono z dwoyga iedno, to ieft albo śrzednica albo wyfokość, ieft zagadnienie żeby wynaleśdź drugą lub pierwszą niewiadomą? niech będzie np. *ilość prochu* 2 *fty, a wyfokość komory* 6 c. *i wiadomo że ftopa fześcienna prochu waży* 51 *ftów.*

Wiedząc już że bryły albo wagi ich maią do siebie iak bryłówatości; łatwo będzie znaleśdź naprzód bryłówatość odpowiadaiącą komorze 2 *ftwey*, przez tę proporcyą

51 *ftów* : 2 *ftów* :: 1728 : 67.777.

Ze zaś bryłówatość wałka składa się z podstawy rozmnożoney przez wyfokość, (Jeom. l. 237); więc rozdzieliwszy wynalezioną bryłówatość przez zadaną wyfokość 6 *c.* wypadnie podstawa. Która znowu, ponieważ podług (Jeom. l. 157) składa się z kwadratu promienia rozmnożonego przez $\frac{22}{7}$, więc tę podstawę rozdzieliwszy przez $\frac{22}{7}$, wieloraz da kwadrat promienia, którego pierwiastek zdwoiony, będzie śrzednicą komory 2 *ftwéy* głębokiey na 6 *c.* (Jeom. 263); iakoto.

67,777 { 6
11,296.
7
79,072 { 22
130. 3,594 c.
207
92
4

Gdyby była zadana śrzednica kómory, a trzebaby było znaleśdź oney głębokość, iawna ieſt że odwrotnym ſpoſobem, przez obrachówaną powierſzchnią podſtawy, należałoby rozdzielić bryłówatość kómory.

Rozwiązanie podobnego zagadnienia kómory ſtożkowey, wypadłoby tu nieco zawilſze, ale na dalſzych fundamentach Matematyki, niemniey łatwo da ſię odprawić.

ZAGAENIENIE IV.

Maiąc wiadomo z Artyleryi (tom. II. l. 338), że ogniſta piłka do 32 ſtwego możdzierza, bierze w ſiebie zaprawy 11 *ſtów* 30 *łót. albo* 12 *ſtów, ieſt zadano wieleby trzeba przygotówać ſobie zaprawy, na* 20 *ogniſtych piłek do* 16 *ſtwego możdzierza?*

Jawna ieſt, że byleby mieć wiadomo, wiele przyprawy trzeba do iedney 16 *ſwey* piłki, toby i reſzta była wiadoma. Lecz ogniſte piłki iako kule z iednakowey materyi złożone, będąc bryłami ſobie podobnemi, wagi ich czyli ilości zaprawy w nie wchodzące, powinny ſię mieć między ſobą, iak liczby ſześcienne ich śrzednic, które ſą także proporcyonalne wagomiarom możdzierzów, więc żeby mieć ilość materyi wchodzącey w piłkę 16 *ſwą*, nietrzeba tylko ułożyć proporcyą naſtępuiącą.

32 : 16 : : 12 *ſów* : 6 *ſtów*.

Albo też wziąwſzy odpowiadaiące śrzednice w liniiach *Warſz.*

$(117\,l.)^3 : (93\,l.)^3 :: 12 :$

A przez Logarytmy będzie

Log.

Log. $(93)^3$	–	–	–	–		5,9054487
Log. 12	–	–	–	–	–	1,0791812
			Summa	–		6,9846299
Log. $(117)^3$	–	–	–	–		6,2045579
			Reszta	–		0,7800720

Która także odpowiada w Tablicach 6 *ftòm*, z nieznaczną różnicą: te 6 *ftòw* nietrzeba tylko rozmnożyć przez 20, żeby mieć ilość zaprawy potrzebnéy na 20 ognistych piłek 16 *fwych*. Toż rozumieć o innych tym podobnych zagadnieniach, z pierwszego weyźrzenia trudnieyszych od poprzedzaiącego.

ZAGADNIENIE V.

Do teyże 32 fwey ognistey piłki, wychodzi linki do obsznorówania 28 sążni, iest pytanie wieleby iey potrzeba było, do 16 fwey?

Obsznorówanie w obu piłkach rozumieiąc podobne, i linkę proporcyonalną, to iest żeby grubość iedna do drugiey była w stósunku dwumnożnym, iawna iest że długość potrzebnéy linki powinna bydź proporcyonalna powiérzchniòm. Lecz powiérzchnie kul, maią się między sobą iak kwadraty średnic, więc długość linki szukana, znaydzie się przez proporcyą następuiącą.

$$(117)^2 : (93)^2 :: 28 :$$

albo przez Logarytmy - -

Log. $(93)^2$	–	–	–	–	3,9369658
Log. 28.	–	–	–	–	1,4471580
			Summa	–	5,3841238
Log. $(117)^2$	–	–	–	–	4,1363718
			Reszta	–	1,2477520

Która szukana w Tablicach z cechą o 2 iedności zamocną odpowiada 17,69 sażniòm.

ZAGADNIENIE VI.

Maiąc wiadomo z tabliczki (Artyl. tom. I. na karc. 143), że spoistość a zatem mocność spiżu złożonego *z miedzi poſpolitéy i $\frac{1}{8}$ki cyny Angielſkiéy, ma ſię do mocy żelaza kutego poſpolitego : : 450 : 850, ieſt zadano iakąby trzeba dać grubość na dwie armacie kutéy żelazney, kiedy ſpiżowey daie ſię* 1 *wagomiar?*

Z ſamego zadanego ſtoſunku rzecz iawna, że żelażo kute będąc mocnieyſze od ſpiżu, potrzebować będzie mniey gruboſci. Ale że w armatach mocność metalu, nieieſt proporcyonalna grubościom, ale kwadratom grubościów (Artyl: tom. I. l. 108. kart, 143), bo można rozumieć że wſzyſtkie metale podlegaią iednakowym prawom w przełamaniu; więc mocność żelaza $=$ 850, mieć ſię powinna do mocności ſpiżu $=$ 450, iak kwadrat iednego wagomiaru do czwartego wyrazu, z którego pierwiaſtek kwadratowy wyciągniony, da grubość odpowiadaiącą armacie żelazney, iakoto

$$850 : 450 : : (1)^2 : \tfrac{450}{850}.$$

Którego pierwiaſtek kwadratowy (z ułamka dzieſiątne odrzuciwſzy) będzie $\frac{3}{4}$ *wagom.*

Tymże ſamym ſpoſobem poſtapiłby ſobie należało, gdyby grubość nie w wagomiarach, ale w calach i liniiach była zadana.

ZAGADNIENIE. VII.

Maiąc wiadomą wagę ſtopy ſześcienney każdey z oſobna materyi, z których ſię ſkłada ſpiż armatny, i proporcyą mieſzaniny tego ſpiżu, ieſt zadano wynaleśdź, wiele iedna ſtopa ſześcienna tey mieſzaniny powinna ważyć?

Np. *ſtopa ſześcienna Warſzawſka miedzi, waży ſtów Kolońſkich* 518.

Stopa ſześcienna cyny Angielſkiey waży 418.

W mieſzaninie ilość cyny ma ſię mieć do ilości miedzi : : 12 : 100.

Ponieważ ilość materyi to ieſt bryłowatość, ieſt proporcyonalna wadze oneyże, przeto na mieſzaninę w proporcyi zadaney wziąść można 100 *sss*, miedzi, i 12 *sss*. cyny. A że 1 *ſt.* miedzi waży 518, a 1 *ſt.* cyny 418 *ſtów*, więc 112 *ſtop*,

mie-

mieszaniny ważyć będzie 56816 *ftów*. Lecz znowu bryłowatość 112 *sss.* powinna mieć się do bryłowatości 1 *sss.* jak waga 112 *ssstóp*, do wagi 1 *ssstopy*, więc następuiąca proporcya pokaże nam wagę iedney stopy sześcienney mieszaniny.

$$112 : 1 :: 56816 : \frac{56816}{112} = 507 \tfrac{2}{7}\ \textit{ftów},$$

albo w liczbie okrągłey 507 *ftów*.

Maiąc raz wagę stopy szościenney, łatwo mieć można wagę, iakiegokolwiek wagomiaru sześciennego *np.* 3 *fwey* kuli, który podług (Artyl. tom. I. l. 101, kart. 126) iest $= 2\ c.\ 10\ l.\ 11\frac{1}{2}\ p.$ albo $= 0{,}2426\ \textit{ft}.$ Bo bryłowatość stopy sześcienney, mieć się będzie do bryłowatości wagomiaru sześciennego, iak waga pierwszey do wagi drugiego, to iest.

$$(1)^3 : (0{,}2426)^3 :: 507 : - - -$$

a przez Logarytmy.

Log. 507	– – –	2,7050080
Log. $(0{,}2426)^3$	– , —	1,8453276
Reszta	–	0,8596804

Która szukana w Tablicach, z cechą o trzy iedności zamocną, odpowiada liczbie 7,239; skąd się wnosi, że waga wagomiaru sześciennego 3 *fwey* kuli iest 7,239 *ftów Kolońs.*

ZAGADNIENIE VIII.

Niechay będzie zadano wyrachować wagę iakieykolwiek armaty np. 3 fwey *Polowey, proporcyi opisaney w Artyleryi (tom. I. l. 166. Tabl. 1), co może bydź w różnych okazyach potrzebno, zwłaszcza do nowych i nowey proporcyi odlewów.*

Ponieważ bryłowatość iest proporcyonalna wadze, więc takową obrachowawszy, czyto w stopach czy w wagomiarach, i rozmnożywszy ią w pierwszym razie przez wagę iedney stopy, a w drugim przez wagę wagomiaru sześciennego, mnogość powinna dać wagę armaty.

Pospolicie postać wszykich dział, składa się z figur regularnych, które mogłyby bydź dokładnie obrachówane podług reguł Jeometrycznych; lecz że w wykonaniu, rozebranie działa na tak wiele części ile ma w sobie różnych figur, i każdey z osobna obrachówanie, potrzebówałoby przydłuższéy i żmudney roboty, a przecięż z przyczyny różney udarzyć się mogącey w laniu gęstości spiżu, niedałoby nam pewnieyszego wypadku: przeto w praktyce dosyć będzie podzielić sobie działo, tylko na głownieysze części, i takowe obrachówać; od ich bryłówatości odiąć bryłówatość wydrążonego kanału, przydawszy na powierszchne ozdoby rozsądnie proporcyonalną ilość, którą bez grubego błędu można rachówać za 12 czopów, i powstaiący ztąd wypadek rozmnożywszy przez wagę stopy albo wagomiaru sześciennego spiżu, (ieżeli bryłówatość w stopach albo w wagomiarach była obrachówana), mnogość pokaże szukaną wagę działa.

Stosuiąc to do 3 *fwéy* armaty kraiowéy, podziélmy ią sobie naprzód na głównieysze części, i ustanówmy onych wymiary podług (Artyl. tom. I. l. 166 kart. 241. 242).

Wałka dennego	Promień	* $\frac{43\frac{1}{2}}{32}$	= 1,359 *wagom.*
	Długość	– $\frac{2}{7}+\frac{\frac{1}{3}}{7}$	= 5,333
Wałka czopowego.	Promień	– $\frac{41\frac{1}{2}}{32}$	= 1,295
	Długość	– $\frac{1}{7}+\frac{\frac{1}{6}}{7}$	= 2,666
Stożka wylotowego.	Większy promień	$\frac{39\frac{1}{2}}{32}$	= 1,234.
	Mnieyszy promień	$\frac{28\frac{1}{2}}{32}$	= 0,89.
	Długość	– – –	= 8,111.
Czopów	Promień	– –	= 0,500
	Długość	– –	= 1,000

Ka-

---

* *Bierzemy tu przeswór tylko na 1. l. iakoby do kul kutych; lubo go armaty nasze maią cokolwiek większy, dla używanych kul lanych.*

Kanału $\begin{cases} \text{Promień} & - \quad = 0{,}515 \\ \text{Długość} & - \quad = 15{,}156. \end{cases}$

To maiąc, i robiąc działanie przez Logarytmy, będzie

1od.

$$\left.\begin{array}{lll} \text{Log. } (1{,}359)^2 & - & 0{,}2664390 \\ \text{Log. } \frac{22}{7} & - & 0{,}4973247 \\ \text{Log. } 5{,}333 & - & 0{,}7269716 \end{array}\right\} \text{Wałek denny.}$$

Summa 1,4907353

Która szukana między Logarytmami z céchą mocnieyszą o dwie iedności odpowiada liczbie 30,95.

2re

$$\left.\begin{array}{lll} \text{Log. } (1{,}296)^2 & - & 0{,}2252100 \\ \text{Log. } \frac{22}{7} & - & 0{,}4973247 \\ \text{Log. } 2{,}666 & - & 0{.}4258601 \end{array}\right\} \text{Wałek czopowy}$$

Summa. 1,1483948

Która szukana z céchą mocnieyszą o dwie iedności odpowiada liczbie 14,07.

3cie.

Dla znalezienia wysokości stożka odciętego

Log. $(1{,}234-0{,}89)=0{,}344$.		0,4634416
Log. 8,111	– –	0,9090744
	Summa –	1,3725160
Log. 0,89	– –	0,0506100
	Reszta –	1,3219060

Która szukana z céchą mocnieyszą o dwie iedności, odpowiada liczbie 20.98 to iest wysokości stożka odciętego. Więc wysokość całego stożka będzie 29,09.

A zatem – – *4te*

$$\left.\begin{array}{lll} \text{Log. } (1{,}234)^2 & - & 0{,}0913151 \\ \text{Log. } \frac{22}{7} & - \; - & 0{,}4973247 \\ \text{Log. } 29{,}09 & - \; - & 0{,}9866225 \end{array}\right\} \text{Cały Stożek.}$$

Summa 1,5752623

Która szukana z céchą mocnieyszą, odpowiada liczbie 37,6.

Log.

Log. $\frac{22}{7}$ – 0,4973247
Log. $\frac{26,98}{3}$ – 0,8436480 } Mniéyszy Stożek

Summa 1,3409727
Log. $(0,89)^2$ – 0,1012200

Reszta 1,2397527

Która w Tablicach odpowiada liczbie 17,36.
A zatém bryłówatość stożka wylotowego będzie 20,24.

5*te*.

Log. $\frac{22}{7}$ – 0,4973247
Log - 1 – 0 . . .

Summa 0,4973247 } Czop.
Log. $(0,5)^2$ – 0,6020600

Rożnica 0,1047353

Która odpowiada liczbie 0,785.

6*te*.

Log. $\frac{22}{7}$ – 0,4973247
Log. 15,156 – 1,1805846 } Kanał

Summa 1,6779093
Log. $(0,515)^2$ – 0,5763856

Reszta 1,1015237

Która szukana z cechą mocniéyszą o dwie iedności, odpowiada liczbie 12,63.

A zatém teraz będzie

Bryłówatość wałka dennego – 30,95 *wagom. sześć.*
Wałka czopowego 14,07
Stożka wylotowego 20,24
Dwóch czopów – 1,57
Przydawszy do tego, na przydenek z gronem, delfiny, i inne powiérzchnie ozdoby 12 czopów, to iest – 9,42 będzie

Summa – – 76,25
Od któréy odiąwszy bryłów. kan. 12,63

Zostanie – – – 63,62 *wagom. sześć.*

Te

Te rozmnożywſzy przez wagę wagomiaru 3*ſwego* wyżey wynalezioną, 7,239 *ſtów*; wypadnie waga armaty.

Mnożąc przez Logarytmy będzie

Log. 63,62	– –	1,8035937
Log. 7,239	– –	0,8596786
Summa	–	2,6632723

Która odpowiada 477 *ſtóm*. A przemieniwſzy ie na Warſzawſkie mnieyſzey wagi, (podług Tabl: II. w Artyl: tom. I. kart. 130) uczynią 569 *ſtów*.

KONIEC

Piérwszego Tomu.

Znaczniejsze Omyłki w Druku.

Karta	Wierſz	Stoi	Popraw

Arytmetyka.

1	8	zmieyſzyć	zmnieyſzyć
28	13	poba	podoba
32	27	dzieſiątka	dzieſiątkami
80	26	17	107
70	31	mieſzczą	mieſzczą ſię
152	18	tylką	tylko

Jeometrya.

Tablica wag i miar.

IV	1	65335157	6535160.

TABLICA
RÓŻNYCH MIAR.

Miary Powiérzchniów *Znaki.*

Sążeń Kwadratowy	Ss.
Stopa ſążnia Kwadratowego, albo ſążnioſtopa . .	Ss.
Cal ſążnia Kwadratowego, albo ſążniocal . . .	Sc.
Liniia ſążnia Kwadratowego, albo ſążnioliniia . .	Sl.
Punkt ſążnia Kwadratowego, albo ſążniopunkt . .	Sp.
Kryſka ſążnia Kwadratowego, albo ſążniokryſką. .	Sk.

Poddziały.

					Sk.
				1. Sp.	12
			1. Sl.	12	144
		1. Sc.	12	144	1728
	1. Ss.	12	144	1728	20736
1. SS.	6	72	864	10368	124416

Stopa kwdratowa	ss.
Cal ſtopy kwadratowéy, albo ſtopy cal. . . .	sc.
Liniia ſtopy kwadratowéy, albo ſtopy liniia. . .	sl.
Punkt ſtopy kwadratowéy, albo ſtopy punkt. . .	sp.
Kryſka ſtopy kwadratowéy, albo ſtopy kryſka. .	sk.

				sk.
			1. sp.	12
		1. sl.	12	144
	1. sc.	12	144	1728
1. ss.	12	144	1728	20736

Sążeń ſześciénny. . . . . SSS.
Stopa ſążnia ſześciénnego, albo ſążnio - ſążnioſtopa. SSs.
Cal ſążnia ſześciénnego, albo ſążnio - ſążniocal. . SSc.
Liniia ſążnia ſześciénnego, albo ſążnią - ſążnioliniia. SSl.
Punkt ſążnia ſześciénnego, albo ſążnio - ſążniopunkt. SSp.
Kryſka ſążnia ſześciénnego, albo ſążnio - ſążniokryſka. SSk.

					SSk.
				1. SSp.	12
			1. SSl.	12	144
		1. SSc.	12	144	1728
	1. SSs.	12	144	1728	20736
1. SSS.	6	72	864	10368	124416

Stopa ſześciénna . . . . sss.
Cal ſtopy ſześciénnéy, albo ſtopy - ſtopy cal. . ssc.
Liniia ſtopy ſześciénnéy, albo ſtopy - ſtopy liniia. . ssl.
Punkt ſtopy ſześciénnéy, albo ſtopy - ſtopy punkt. ssp.
Kryſka ſtopy ſześciénnéy, albo ſtopy - ſtopy kryſka. ssk.

				ssk.
			1. ssp.	12
		1. sls.	12	144
	1. ssc.	12	144	1728
.1 sss.	12	144	1728	20736

Kloc

Kloc	. . . .	K.
Stopa kloca	. . .	Ks.
Cal kloca	. . .	Kc.
Linia kloca	. . .	Kl.
Punkt kloca	. . .	Kp.

					Kp.
1. Kl.					12
1. Kc.				12	144
1. Ks.			12	144	1728
1. sss.		2	24	288	3456
1. Kloc	3	6	72	864	10368

Okrąg Koła.

Okrąg.	. . . .	Okr:
Stopień.	. . . .	°
Minuta pierwsza.	. . . . . .	*I.*
. . wtóra.	. . . . . .	*II.*
. . trzecia.	. . . . . .	*III.*

				min: trzec.
1. m: wtór.				60
1. min: pierw.			60	3600
1. Stop.		60	3600	216000
Okrąg.	360	21600	2296000	77760000

Stósunek średni do obwodu [podł. Archim: : : 7 : 22.
[pod: Mecyusza. : : 113 : 355.

Tenże stósunek zbliżony na 100000000wą. 1 : 3,14159265.

Wártość łuku [1° 0,01745329] [1' 0,00029089] [1" 0,00000485] wziąwszy za promień 1.

Logarytm stósunku okręgu do średnicy. - - - 0,4971499.

MIARY DROŻNE.

	Sąż:
Stopień Ziemny - - -	57030.
Szrzednica Ziemi - - -	65335157.
Francuzka mila, których 25 na ſtopień - -	2281.
Mila morſka, których 20 na ſtopień -	2851$\frac{1}{2}$.
Wielka mila Niemiecka, których 15 na ſtopień	3802.
Poſpolita mila Niemiecka - -	3333.
Mała mila Niemiecka, równa $\frac{4}{5}$ wiélkiéy	3042.
Mila Flandryi - - - -	3221.
Mała mila Francuzka, Angielſka, i Włoſka	950$\frac{1}{2}$.
Werſzta Moſkiewſka - - -	625.
Mila Duńſka i Szwedzka - -	4166[illegible].
Mila Hiſzpańſka - - - -	2856$\frac{2}{3}$.
Mila Węgierſka - - - -	5000.
Mila Polſka mała - - - -	2500.
Mila Polſka śrzednia - - -	3333$\frac{1}{3}$.
Mila Polſka wielka - - -	3750.
Staie - - - - -	85.

Przydatek miar kraiowych poſpoliciéy używanych.

I. *Łan Frankońſki* liczy wzdłuż miar 270. łokci 3915; wſzérz miar 12; łokci 174; miara liczy 14$\frac{1}{2}$ łok.

II. *Łan Frankońſki albo włóka.* liczy wzdłuż ſtay 18. miar 270, łokci 3915; wſzérz zaś liczy miar 15; łokci 217$\frac{1}{2}$.

Łan Niemiecki liczy wzdłuż ſznurów 90, prętów 270, łokci 4050; wſzérz ſznurów 4, prętów 12, łokci 180.

I. *Łan Polſki* dzieli ſię na trzy pola; każde pole ma wzdłuż ſtay 12; każde ſtaie o łokciach 84; zaczém cały łan liczy wzdłuż łokci 3024, wſzérz łokci 120.

II. *Łan Polſki*; z którego kmiecie powinni odrabiać dzień 1, dzieli ſię na 3. pola, w każdém polu, wzdłuż ieſt ſtay 4, każde ſtaie ma wzdłuż 150. ſtóp (rachuiąc na ſtopę calów Polſk: 16;) wſzérz zaś każde pole ma mieć zagonów 24, a każdy zagon ſtóp [illegible]. Zaczém iedno pole wzdłuż liczy 600. ſtóp, łokci 400, wſzérz ſtóp 144, łok: 96.

Łan

Łan Chełminski używany w Krolewszczyznach wzdłuż liczy morgów 30, to iest łokci 6750, w szerz mórg 1, czyli łokci 225. Taki mórg poddziela się na sznurów 3, sznur na prętów 10, pręt na $7\frac{1}{2}$. łok.

Mórg teraz nayzwyczayniéyszy iest prostokąt maiący 3. sznury długości, a szérokości sznur 1. Trzydzieści takich morgów czynią włókę iednę, a trzy włóki czynią łan 1.

Miara śrzednia do mierzenia rzeczy sypnych i ciekłych, iest garniec, dzieli się na 2. półgarce, 4. kwarty, i 16. kwaterek.

Beczka trzyma w sobie garcy Warszawskich 72.

Półbeczek garcy 36. *Cwierć beczek* albo anlał garcy 18.

Korzec miara do zboża, ma w sobie garcy 32; dzieli się na ćwierci, z których każda zawiera garcy 8.

Garniec, postaci wałkowéy, ma w śrzednicy 5 cal. 11. linii; wysokości $8\frac{1}{2}$ calów Warsz; a zatém zawiera w sobie 234. calów sześciennych, z nieznacznem uchybnieniém.

Łaszt zawiera w sobie 27. korcy Warszawskich.

TRESC
FUNDAMENTOW.

Liniia, iest rozległość, tylko w długości. licz: 1.

Powierszchnia iest rozległość, tylko w długości, i szérokości. . . . *tamże*.

Bryła, ma rozległość w długości, szérokości, i głębokości. . . . *tamże*.

Punkt, niéma żadney rozległości; ale iest tylko wyrazém rozległości. . l. 2.

Liniia prosta, iest naykrótsza droga, od iednego punktu do drugiego. . *tamże*.

Liniia krzywa, iest ślad punktu, który w swoim ruchu, za każdym postąpiéniém, nieskończenie mało, wybocza. *tamże*.

Liniia prosta, iest miarą linii. . . . . . . l. 4.

Powierszchnia płaska, iest ta, do któréy można przyłożyć doskonale linią prostą w wszelkiém rozuméniu. l. 5.

Koło, iest powierszchnia pła-

linii prostopadłéy, nieiest równo oddalony od tychże końców. . . l. 29. 30

Dwie liniie proste, są równoległe, kiedy wszędzie są równo oddalone od siebie. 36.

Dwie proste równoległe, będąc przecięte przez sieczną, kąty wnętrsznozewnętrszne iednostronne są sobie równe; kąty wnętrzne, lub zewnętrszne na przemian, są także sobie równe kąty wnętrszne iednostronne, wzięte razém, są warte dwa kąty proste, iako téż zewnętrszne iednostronne; i odwrotnie. 37 *i dal*:

Dwa kąty, obrócone w iednę stronę, i które maią boki równoległe, są sobie równe. . . . . l. 43.

Liniia prosta, niemoże zniyśdź się z okręgiém, w więcéy punktach, iak tylko we dwóch. . . l. 47.

W iednymże półkolu, nayviększe cięciwy podcinaią naywiększe łuki, i odwrotnie. . . . . *tamże*.

Sieczna, iest liniia, po części zewnątrz, a po części wewnątrz koła położona. Styczna iest liniia przytykaiąca do okręgu. . . *tamże*.

Styczna, niémoże zniyśdź się z okręgiém, tylko w iednym punkcie. . l. 48.

Promién, wywiedziony ze śrzodka do punktu dotknięcia, iest prostopadły do stycznéy, i odwrotnie. *tamże*.

Punkt dotknięcia dwóch okręgów, iest położony w linii prostéy, która łączy ich śrzodki. . . . l. 50.

Srzodek koła, śrzodek cięciwy, i śrzodek iéy łuku, są w iednéyże linii prostéy, prostopadłéy na tę cięciwę; tak iż linia prosta, prostopadła cięciwie, iżeli przechodzi przez ieden z tych punktów, przechodzi także i przez drugie dwa; i odwrotnie. . . l. 52. *i daléy*.

Dwie cięciwy rownoległe, zaymuią między sobą łuki równe. . . l. 60.

Kąt, który ma swóy wiérzchołek na okręgu, a iest zrobiony przez dwie cięciwy, albo przez iednę styczną i iednę cięciwę, ma za miarę połowę łuku, zawartego między bokami swémi. l. 63.

Kąty, położone na okręgu, zawiéraiące między bokami swémi łuki równe, albo tenże sam łuk, są sobie równe. . . . . . l. 64.

Kąt na okręgu iest prosty, kiedy boki iego przechodzą przez końce śrzednicy. l. 65.

Kąt na okręgu, zrobiony przez iednę cięciwę, i przedłużenie drugiéy, ma za miarę połowę dwóch łuków podciętych przez te cięciwy. . . . l. 69.

Kąt, maiący swóy wiérzchołek

cho-

Mo-

Można przeprowadzić okrąg koła, przez wszystkie kąty, wielokąta regularnego. . . . . . . l. 89.

Bok sześciokąta regularnego, iest równy promieniowi koła opisanego. l. 92.

Prostopadła na bok wielokąta regularnego, iest prostopadła spuszczona z śrzodka na tenże bok; i wszystkie takowe prostopadłe są sobie równe. . . . . l. 91.

W' każdéy proporcyi ieometryczney, summa poprzedników, ma się do summy następników, iak się ma różnica poprzedników do różnicy następników. l. 96.

Summa dwóch pierwszych wyrazów proporcyi, ma się do summy dwóch ostatnich wyrazów, iak się ma różnica dwóch piérwszych, do różnicy dwóch ostatnich. l. 98.

Liniia prosta wyciągnięta w tróykącie, rownolegle do iednego z boków, przecina dwa drugie boki, na części proporcyonalne; i odwrotnie. . . . . . l. 102.

Jeżeli z iednego punktu, będzie wyciągnięto wiele linii prostych, któreby przechodziły przez dwie równolegle, te liniie proste, będą przecięte proporcyonalnie, przez równoległe. l. 103.

Liniia prosta która dzieli kąt tróykąta, na dwie części równe, przecina bok przeciwny na dwie części, proporcyonalne bokóm przyległym. . . . . l. 104.

Dwa tróykąty są sobie podobne 1ód Kiedy maią kąty swoie równe, każdy każdemu. . . . . l. 109.

A zatém: kiedy dwa kąty iednego, są równe dwóm kątóm drugiego, każdy każdemu. . . . . l. 110.

Kiedy boki iednego są równoległe, albo prostopadłe bokóm drugiego. l. 111.

2re Kièdy maią ieden kąt równy, zawarty między dwoma bokami proporcyonalnémi. . . . l. 113.

3cie Kiedy trzy boki iednego są proporcyonalne, trzem bokóm drugiego. l. 114.

Prostopadła, spuszczona z kąta prostego, tróykąta prostokątnego, na przeciwprostokątną, dzieli ten tróykąt, na dwa tróykąty, które są iemu, a zatém i między sobą podobne. . . . l. 112.

Prostopadła, spuszczona z kąta prostego na przeciwprostkątną, iest śrzednią proporcyonalną, między dwiema częściami, przeciwprostkątnéy. . . . *tamże.*

Każdy bok kąta prostego, iest śrzednią prorporcyonalną, między przeciwprostkątną, i odcinkiem odpowiadaiącym. . . . *tamże.*

Jepod-

podſtawy, i téyże wyſoko ści, ſą ſobie w powiérſzchniach równe. . l. 135.

Toż ſamo rozumić ſię i o tróykątach. . . l. 136.

Powiérſzchnia równoległoboku, ieſt równa, mnogości z podſtawy przez wyſokość. . . . l. 139.

Powiérſzchnia tróykąta, ieſt równa połowie mnogości, z podſtawy iego, przez wyſokość. . . l. 141.

Powiérzchnia nierównoległoboku, ieſt równa mnogości, z iego wyſokości, przez liniią przeciągniętą równolegle dwóm podſtawóm, i w równym oddaleniu od tychże podſtaw. . . l. 142.

Powiérſzchnia wielokąta regularnego, ieſt równa, połowie mnogości z iego obwodu, przez proſtopadłą na ieden z boków. . . l. 144.

Powiérſzchnia koła, ieſt równa iego okręgowi, rozmnożonému przez połowę promiénia. . . l. 145.

Wycinek kołowy, ieſt część koła zamknięta łukiém, i dwoma promiéniami; nazywa ſię znowu odcinek kołowy, powiérſzchnia, zamknięta łukiém i cięciwą iego. . l. 147.

Nazywa ſie ſążniówanie powiérſzchniów, ſpoſób wynaleziénia wartości powiérſzchni, którey wymiary ſą zadáne, w ſążniach i częściach ſążnia. l. 151.

Różne poddziały ſążnia kwadratowego, znaleśdź można w Tablicy na końcu tomu.

Powiérſzchnie równoległoboków, i tróykątów, maią ſię do ſiebie iak mnogości z ich podſtaw, przez ichże wyſokości. l. 156. i 158.

Równoległoboki téyże podſtawy, ſą między ſobą, iak wyſokości; te zaś które maią iednęż wyſokość, ſą między ſobą, iak ich podſtawy. *tamże.*

Toż ſamo rozumiéć ſię ma, o tróykątach. *tamże.*

Kwadrat promiénia, ma ſię do powiérſzchni koła, iak ſię ma śrzednica do okręgu. . . . l. 157.

Powiérſzchnie równoległoboków, albo tróykątów podobnych, ſą między ſobą iak kwadraty ich boków odpowiadaiących. l. 159. i 160.

Ta właſność, rościąga ſię do wſzyſtkich figur podobnych. . . . l. 161.

Koła, będąc figurami podobnémi, powiérſzchnie ich, ſą między ſobą, iak kwadraty ich promiéniów albo ich śrzednic. . . l. 162.

W każdym tróykącie proſtokątnym, kwadrat przeciw proſtkątnéy, ieſt równy ſummie kwadratów, poſtawionych na dwóch innych bokach dzą-

dzących ſię. . . l. 191.

Miara kąta płaſkiego, ieſt taż ſama, co kąta proſtokryślnego, zrobionego przez dwie proſte, wyciągnięte na tych równiach proſtopadle do iednegóż punktu, ſpólnego przecięcia. . l. 192.

Dwie równie, ſą równo ległe, kiedy wſzędzie ſą od ſiebie równo oddalone. 196.

Jezeli dwie równie równo ległe, ſą przecięte przez trzecią, ich przecięcia ſą także równoległe. . . l. 197.

Kąty płaſkie złożone z równiów, ktore ſię ſchodzą albo ſię przecinaią, maią też ſame właſności co kąty proſtokryślne. l. 193. i 198.

Jeżeli z punktu wziętego zewnątrz równi, będzie wyciągnięto, wiele linii do téyże równi, te liniie będą przecięte proporcyonalnie, przez równią równoległą do piérwſzéy, i uczynią na tych równiach figury podobne, połączywſzy punkta przecięciów, liniami proſtémi. 199.

Te figury podobne, ſą między ſobą, iak kwadrat ich odległościów, od punktu w którym zbiégaią ſię liniie, do równiów wyciągnięte 202.

Jeżeli z tegoż punktu zbiégaiących ſię linii, będą wyciągnięte inſze liniie do tychże równiów, na których uczynią znowu figury podobne: te figury będą proporcyonalne pierwſzym. l. 201.

Wielościan, ieſt bryła uczyniona przez równią, któraby poſuwała ſię równolegle ſama ſobie, wzdłuż linii proſtéy. . . . l. 204.

Wielościan, ieſt proſty albo ukośny, kiedy krawędzie iego ſą proſtopadłe albo ukośne względem równi, z któréy ruchu rozumié ſię bydź złożony. . . . *tamże.*

Równoległościan, ieſt wielościan, maiący za podſtawę równoległobok; nazywa ſię równoległościan proſtokątny, kiedy ieſt proſty, i ma za podſtawę proſtokąt. *tamże.*

Sześcian, ieſt równoległościan proſtokątny, w którém, podſtawa ieſt kwadratém; i wyſokość równa bokowi tegoż kwadratu. *tamże.*

Wałek, ieſt wielościan maiący za podſtawę koło; nazywa ſię zaś oſią wałka, liniia proſta łącząca śrzodki dwóch podſtaw, na przeciw ſiebie położonych. l. 205.

Piramida, ieſt bryła zamknięta wielokątém, który iéy ſłuży za podſtawę, i taką liczbą ścian tróykątnych, ile znayduie ſię boków w téyże podſtawie; które to ściany ſchodzą ſię w iednym punkcie, a ten punkt, nazywa ſię wiérzchołkiém piramidy. . . . . l. 206.

Pi-

Bry-

Powierzchnia czaszki kuli, iest równa mnogości, z swoiey strzałki, przez okrąg naywiększego koła kuli. . l. 226.

Powierzchnie wielościanów, prostych nierachuiąc podstaw, są między sobą, iak mnogości z wysokościów przez obwody ich podstaw . l. 228.

Powierzchnie wielościanów prostych, iedneyże wysokości, są między sobą iak obwody ich podstaw; ieżeli zaś są obwody równe, to maią się do siebie iak wysokości. . l. 220.

Powierzchnie stożków prostych, są między sobą iak mnogości, z ich boków przez okręgi podstaw, albo przez promienie albo przez śrzednice tychże podstaw. . . l. 230.

Powierzchnie brył podobnych, są między sobą, iak kwadraty, ich linii odpowiadaiących. 231.

Powierzchnie dwóch kul, są między sobą, iak kwadraty, ich promieni, albo ich śrzednic. 232.

Dwa wielościany téyże podstawy, i téyże wysokości są sobie równe w bryłówatości. 234.

Bryłówatość wielościanu iakiegokolwiek, iest równa mnogości, z podstawy iego przez wysokość. . . l 236.

Bryłówatość piramidy albo stożka, iest równa, trzeciéy części podstawy, rozmnożonéy przez wysokość. . l. 242.

Bryłówatość kuli, iest równa 2óm tróykóm wałka opisanego. 245.

Bryłówatość wycinka kuli, iest równa, mnogości wynikaiącey z rozmnożenia powierzchni czaszki, przez trzecią część promienia. . . l. 247.

Bryłówatość odcinka kuli, iest równa bryłówatości wałka, który ma za promień strzałkę, a za wysokość promień, mniéy trzecią część strzałki.. l. 248.

Nazywa się wielościan ścięty, bryła pozostała, po oddzieleniu, iednéy części tego wielościanu, przez równią nachyloną względem podstawy. . l. 250.

Jeżeli z trzech kątów iednéy podstawy, tróyścianu ściętego, będą spuszczone prostopadłe na drugą podstawę, bryłówatość tego tróyścianu będzie równa, mnogości, z téy drugiéy podstawy, rozmnożonéy przez trzecią część summy, trzech prostopadłych. . . . l. 252.

Nazywa się sążniówanie brył, sposób wynalezienia wartości bryły, któréy wymiary są zadane w sążniach, i częściach sążnia. 250.

Różne poddziały sążnia sześciénnego, zobaczyć można w Tablicy na końcu tomu.

Drzewo u Francuzów mierzy się na Kloce, którego poddziały są w téyże Tablicy.

Wielościany są między sobą, iak mnogości z ich podstaw przez wysokości. . l. 268.

Wielościany téyże wysokości są między sobą, iak ich podstawy; wielościany zaś téyże podstawy, maią się do siebie iak wysokości. . . *tamże.*

Bryłówatości dwóch brył podobnych, są między sobą, iak liczby sześcienne ich linii odpowiadaiących. . l. 270.

Trygonometrya płaska uczy, iak wynaleśdź trzy rzeczy, z sześciu, w tróykącie, przy pomocy trzech innych wiadomych, między któremi powinien znaydówać się przynaymniey ieden bok. 271.

Maiąc wiadome w tróykącie dwa boki, i kąt przeciwny iednemu z tych boków, niemożna wynąleśdź kąta przeciwnego drugiemu bokowi inaczéy, tylko wiedząc, ieżeli trzeci kąt ma bydź ostry, albo rozwarty. liczb: 271.

Wsta-

Wstawa prosta albo kroćey mówiąc, wstawa łuku, czyli kąta, iest połową cięciwy łuku podwóynego, tego kąta, którego uważa się wstawa. . l. 274

Dostawą łuku albo kąta, iest, wstawa dopełnienia tego łuku, albo kąta. . . . tamże.

Wstawą odwrotną iest różnica między promieniem i dostawą tegoż łuku. tamże.

Wstawa i dostawa kąta, iest taż sama co wstawa i dostawa iego spełnienia. 279.

Wstawa od 90° iest równa promieniowi; i nazywa się także wstawa cała. . l. 278.

Wstawa od 30° iest równa połowie wstawy całéy; a styczna od 45° iest równa promieniowi. . l. 275. i 276.

Styczna i sieczna kąta, są też same, co styczna i sieczna iego spełnienia. . . l. 280.

Dostawa łuku, iest równa piérwiastkowi kwadratowemu różnicy, między kwadratém wstawy iego, a kwadratém promie: 283.

Wstawa połowy łuku, iest równa połowie pierwiastka kwadratowego, kwadratu wstawy, łuku całego, przyłączonego do kwadratu iego wstawy odwrotnéy. 284.

Wstawa łuku podwóynego, iest równa podwóyności wstawy łuku poiedyńczego, rozmnożónéy przez dostawę, i rozdzieloney przez promień. . l. 285.

Wstawa summy, albo różnicy dwóch łuków, iest równa summie, albo różnicy mnogości ów, z wstawy iednego, rozmnożónéy przez dostawę drugiego, i rozdzieloney przez promień. . . . . . 286.

Dostawa summy, albo różnicy dwóch łuków, iest równa różnicy albo summie mnogościów, z dwóch wstaw i dwóch dostaw tychże łuków, rozdzieloney przez promień: l. 287.

Summa wstaw dwoch łuków, ma się do różnicy tychże wstaw, iak się ma styczna połowy summy tych dwóch łuków, do styczney połowy ich różnicy. 289.

W każdym tróykącie prostokątnym, iód Promień albo wstawa cała ma się do wstawy iednego z kątów ostrych, iak się ma przeciwprostkątna, do boku przeciwnego, temu kątowi ostremu. . . l. 290.

2re Promień, ma się do styczney iednego z kątów ostrych, iak się ma bok kąta prostego przyległy temu kątowi ostremu do boku, przeciwnego temuż kątowi. . . . . l. 300.

W każdym tróykącie prostokryślnym, wstawy kątów, są proporcyonalne bokóm, które są przeciwne tymże wstawóm. liczb: 302.

Większa z dwóch ilościów, iest równa, połowie ich summy, więcey połowa ich różnicy; a mnieysza, iest równa połowie ich summy, mniey połowa ich różnicy. . . . . l. 305.

W każdym tróykącie prostokryślnym, ieżeli z iednego kąta, będzie spuszczona prostopadła na bok przeciwny, ten bok będzie się miał do summy dwóch drugich, iak się ma ich różnica, do różnicy albo do summy odcinków, zrobionych przez prostopadłą. . 306.

W każdym tróykącie prostokryślnym, summa dwóch boków, ma się do ich różnicy, iak się ma styczna połowy summy, dwóch kątów tym bokóm przeciwnych, do styczney połowy różnicy tychże kątów. l. 399.

KONIEC TRESCI
FUNDAMENTÓW.

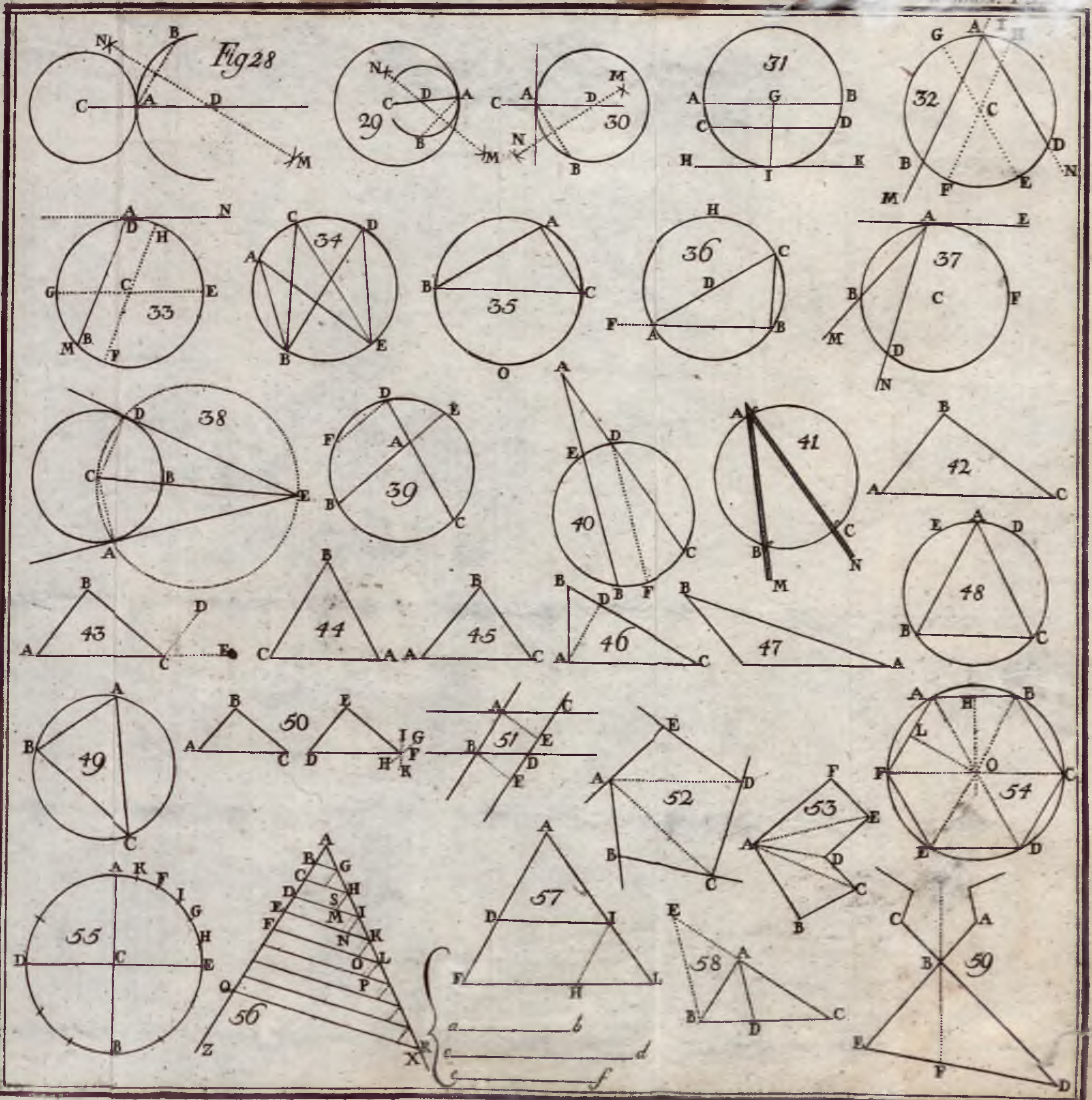
Fig 28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59

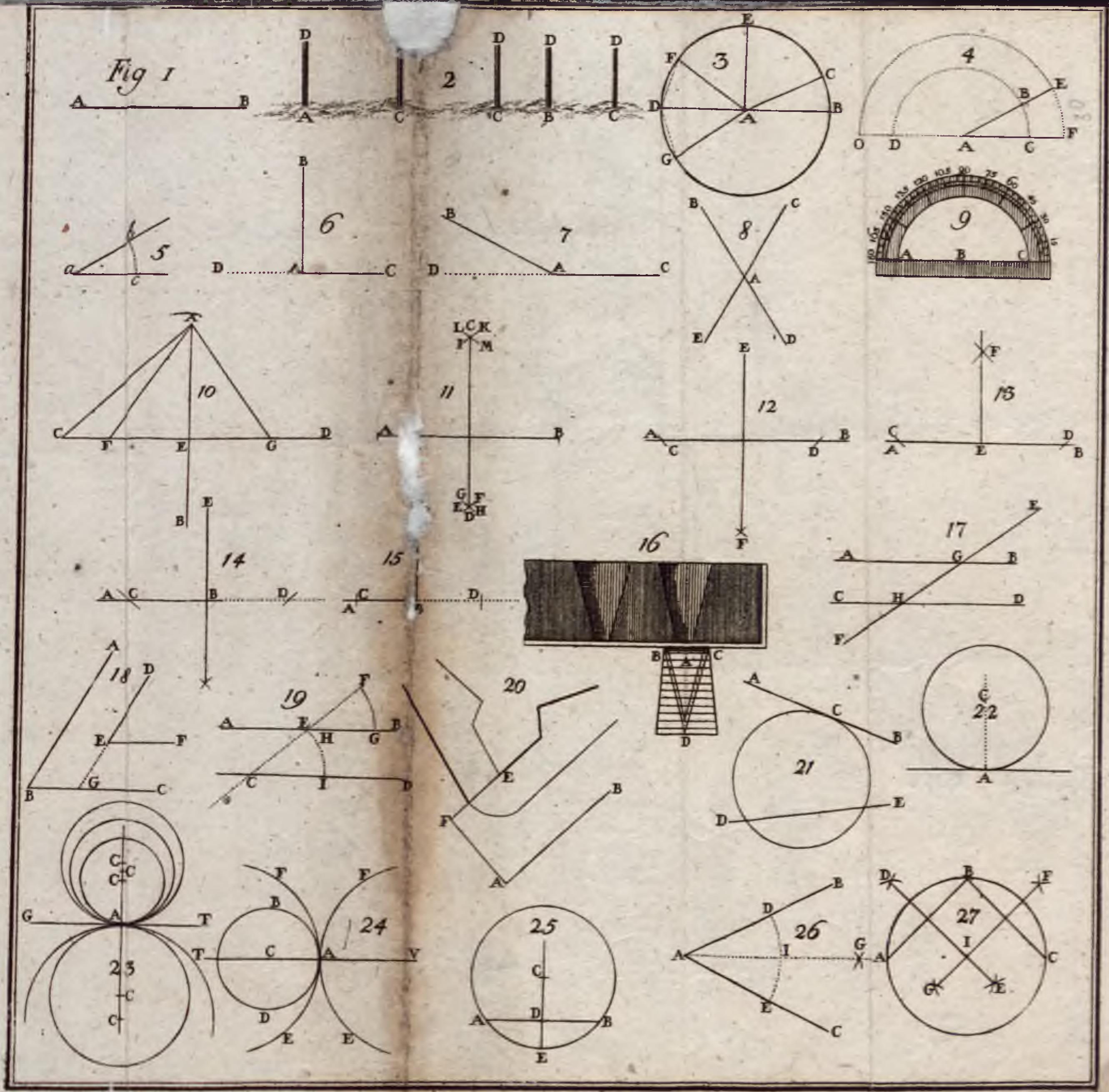
Fig 1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27

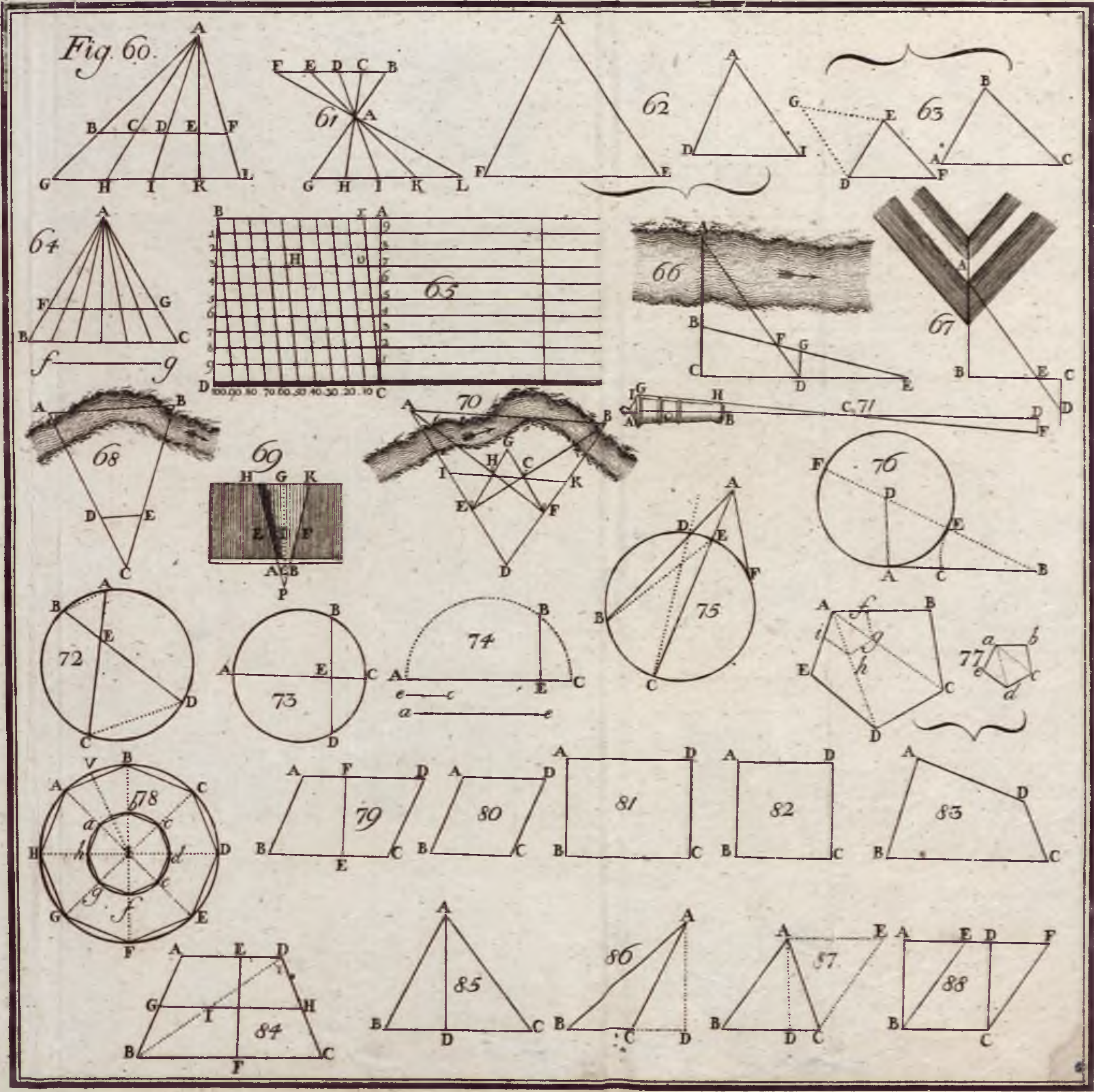
Fig. 60.
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88

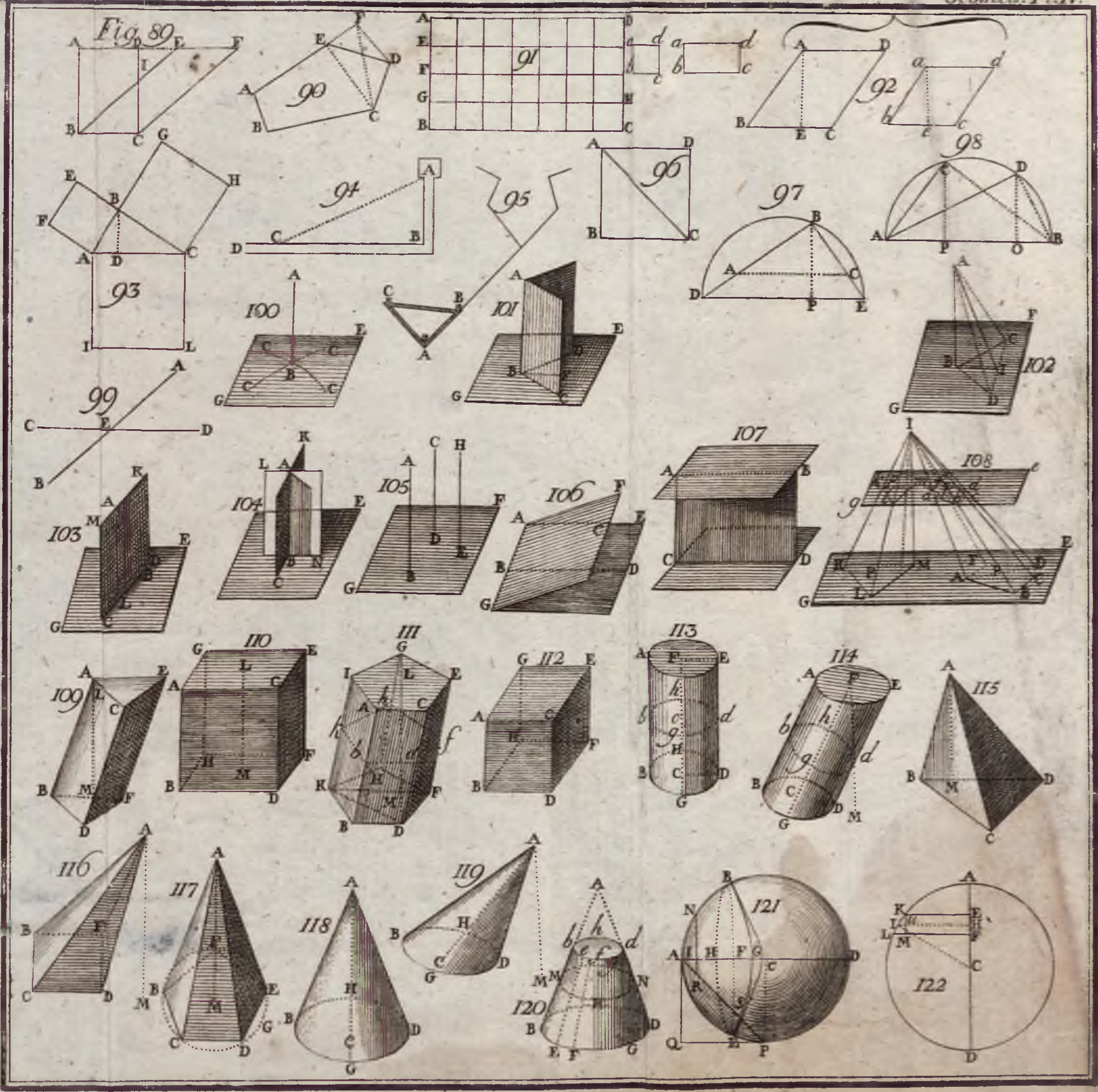
Fig. 89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100
101
102
103
104
105
106
107
108
109
110
111
112
113
114
115
116
117
118
119
120
121
122

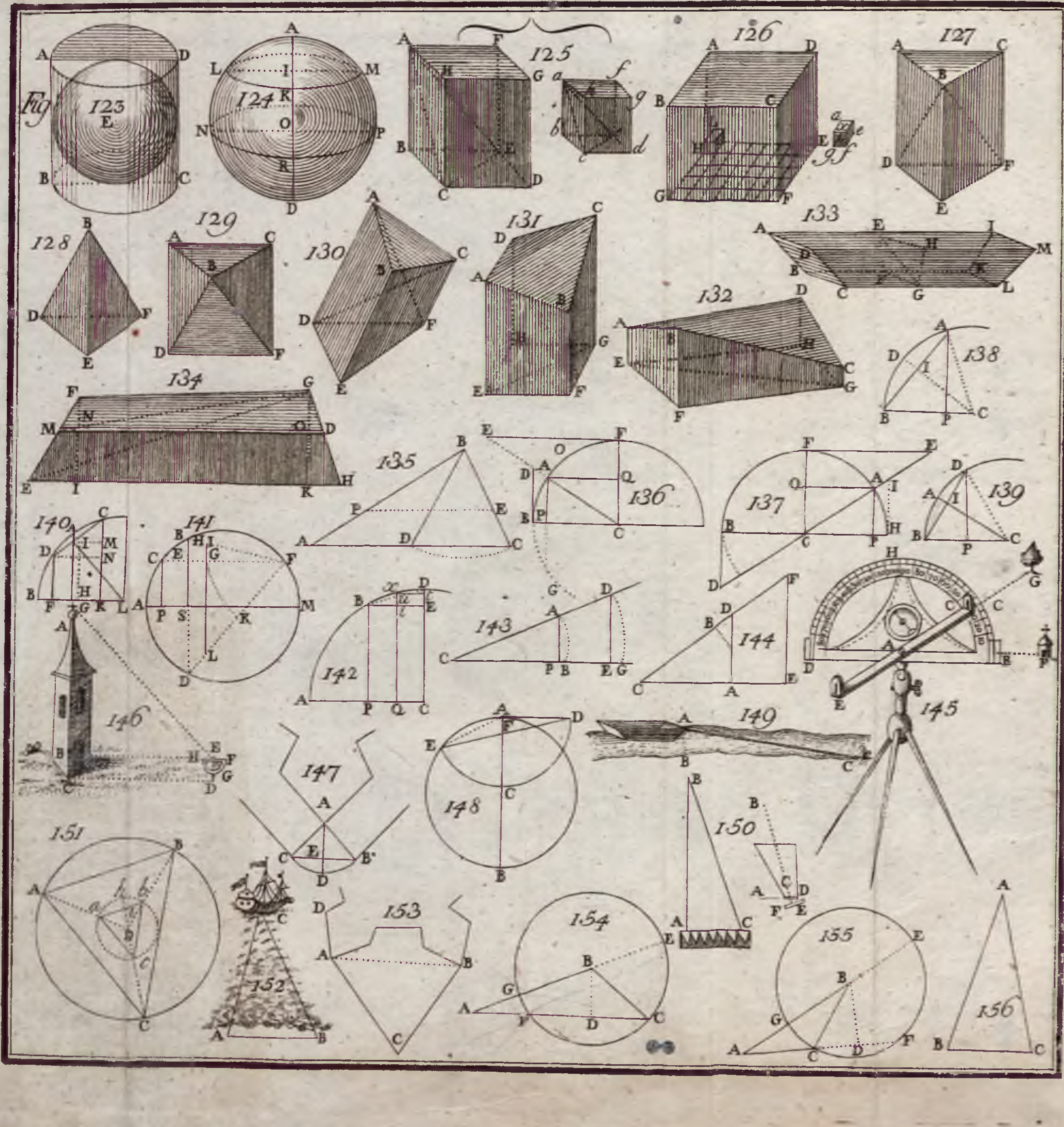
Fig. 123
124
125
126
127
128
129
130
131
132
133
134
135
136
137
138
139
140
141
142
143
144
145
146
147
148
149
150
151
152
153
154
155
156

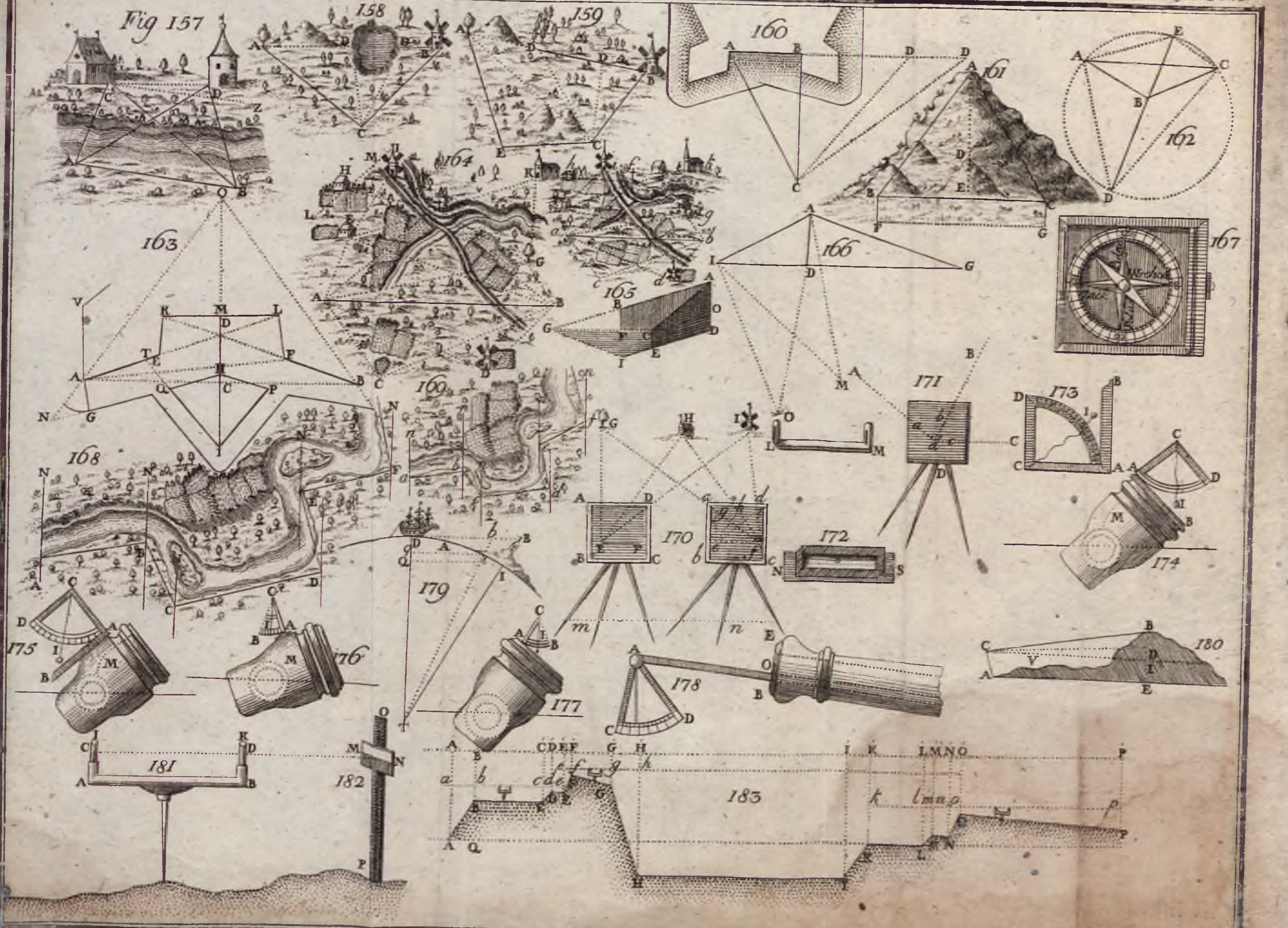
Fig 157
158
159
160
161
162
163
164
165
166
167
168
169
170
171
172
173
174
175
176
177
178
179
180
181
182
183