

# POLITECHNIKA WARSZAWSKA

Wydział  
Inżynierii Sanitarnej i Wodnej



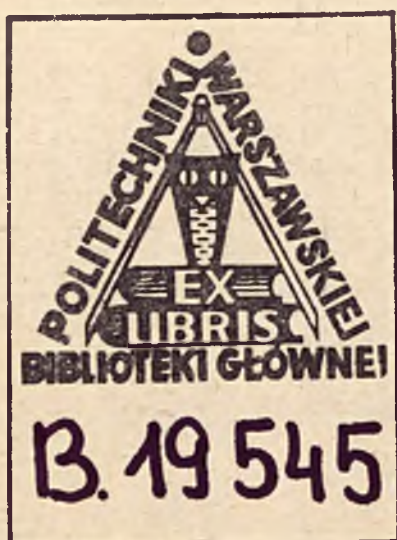
## ROZPRAWA DOKTORSKA

mgr inż. Krzysztofa Wojdygi

pt. „Metodyka pomiaru zmiennych strumieni  
cieplnych w przegrodach budowlanych”

WARSZAWA

1984





69:697.1:536:536.68:043

KRZYSZTOF WOJDYGA

Metodyka pomiaru zmiennych strumieni ciepłych  
w przegrodach budowlanych



Praca wykonana w Instytucie  
Ogrzewnictwa i Wentylacji  
Wydziału Inżynierii Sanitarnej  
i Wodnej  
pod kierunkiem  
doc.dr hab.inż.Stanisława  
Mankowskiego

WARSZAWA, 1984

L4

Promotorowi, Docentowi  
Stanisławowi Mańkowskiemu  
za opiekę i wszechstronną  
pomoc w trakcie wykonywania  
tej pracy składam serdeczne  
podziękowania.

## SPIS TREŚCI

	strona
WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEN	
1. WPROWADZENIE	1
2. CEL I ZAKRES PRACY	2
3. SFORMUŁOWANIE PROBLEMÓW	4
4. STAN BADAN	15
5. METODYKA POMIARU GĘSTOŚCI STRUMIENIA CIEPŁA PRZY UŻYCIU ŚCIANKI POMOCNICZEJ	40
5.1. Wpływ oporności cieplnej miernika na dokładność określenia gęstości strumienia ciepła	40
5.2. Badanie wpływu skończonych wymiarów ścianki po- mocniczej na gęstość przepływającego strumienia ciepła	43
5.2.1. Opis programu dla dwukierunkowego ustalonego przepływu ciepła	43
5.2.2. Badania numeryczne wpływu geometrii miernika na gęstość przepływającego strumienia ciepła	57
5.3. Wykonanie mierników stosowanych w pomiarach gęstoś- ci strumieni ciepła metodą ścianki pomocniczej	63
5.4. Stanowisko pomiarowe do wzorcowania mierników gęś- tości strumienia ciepła	66
5.5. Wzorcowanie mierników stosowanych w metodzie ścian- ki pomocniczej przy jedno i dwukierunkowym przepły- wie ciepła	74
5.6. Określenie wpływu zmian temperatury zewnętrznej na dokładność obliczenia gęstości strumieni ciepła i współczynnika przenikania ciepła	79
5.6.1. Opis zastosowanej metody	79
5.6.2. Analiza dokładności pomiaru współczynnika prze- nikania ciepła przy okresowych zmianach tempe- ratury zewnętrznej	85

5.6.3. Analiza dokładności obliczenia współczynnika przenikania ciepła przy okresowych zmianach temperatury zewnętrznej z uwzględnieniem przesunięcia fazowego	89
5.7. Pomiary współczynników przenikania ciepła w istniejących budynkach mieszkalnych	91
6. MIERNIK TYPU IZOLATOR-PRZEWODNIK	102
6.1. Opis konstrukcji miernika	102
6.2. Wzorcowanie czujnika miernika izolator-przewodnik	104
6.3. Określenie wymiarów miernika przy uwzględnieniu dwukierunkowego przepływu ciepła	107
6.4. Obliczenie poprawek uwzględniających dwukierunkowy przepływ ciepła przez miernik	110
6.5. Obliczenie współczynnika przejmowania ciepła $\alpha_w$ od strony wewnętrznej /w warunkach ustalonych/	116
6.6. Obliczenie współczynnika przenikania ciepła K w zależności od $\alpha_w$ i $\Delta t'$	119
6.7. Obliczenie gęstości strumienia ciepła q i współczynnika przenikania ciepła K w zależności od różnicy temperatur $\Delta t$	121
7. PODSUMOWANIE I WNIOSKI	124
8. SPIS LITERATURY	126

## WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEN

$a$	- współczynnik wyrównania temperatury,	$m^2/s$
$e, l$	- grubość przegrody	, $m$
$e_I$	- grubość płytki miernika wykonanej z izolatora cieplnego,	$m$
$e_N$	- grubość płytki nośnej czujnika,	$m$
$e_P$	- grubość pytki miernika wykonanej z przewodnika cieplnego,	$m$
$q$	- gęstość strumienia ciepła przepływającego przez przegrodę,	$W/m^2$
$q_I$	- gęstość strumienia ciepła przepływającego przez układ przegroda - płytka izolatora,	$W/m^2$
$q_P$	- gęstość strumienia ciepła przepływającego przez układ przegroda-płytka przewodnika,	$W/m^2$
$q_m$	- gęstość strumienia ciepła przepływającego przez miernik,	$W/m^2$
$q'_m$	- gęstość strumienia ciepła przepływającego przez miernik w przypadku jednokierunkowego przepływu ciepła,	$W/m^2$
$q''_m$	- gęstość strumienia ciepła przewodzonego przez elementy termopar,	$W/m^2$
$q'''_m$	- gęstość strumienia ciepła napływającego do miernika przez powierzchnie boczne,	$W/m^2$
$t_1$	- temperatura na powierzchni miernika,	$^{\circ}C$
$t_2$	- temperatura na styku przegroda-miernik,	$^{\circ}C$

- $\lambda_I$  - współczynnik przewodzenia ciepła płytki izolatora , W/m.K  
 $\lambda_P$  - współczynnik przewodzenia ciepła płytki przewodnika , W/m.K  
 $\lambda_N$  - współczynnik przewodzenia ciepła płytki nośnej , W/m.K  
 $\tau$  - czas , S.godz.  
 $\Delta l'$  - grubość miernika , m  
 $\Delta t, \Delta t_{w-z}$  - różnica temperatur między powietrzem wewnątrz pomieszczenia a temperaturą powietrza na zewnątrz , °C  
 $\Delta t^{sr}$  - średnia różnica temperatur  $t_w - t_z$  dla okresu pomiarowego , °C  
 $\Delta t$  - różnica temperatur między płytkami izolatora i przewodnika , °C  
 $\Delta t'$  - różnica między temperaturą powietrza wewnątrz pomieszczenia a temperaturą płytki przewodnika , °C  
 $\Delta t^i$  - różnica temperatur powierzchni miernika , °C  
 $\Delta t^i$  - różnica temperatur powierzchni miernika przy jednokierunkowym przepływie ciepła , °C  
 $\Delta t^r$  - różnica temperatur powierzchni miernika przy rzeczywistym przepływie ciepła , °C



## 1. WPROWADZENIE

Wzrost cen energii, przeciążenie systemów ciepłowniczych, zwiększone wymagania dotyczące izolacyjności przegród budowlanych powodują konieczność pomiaru rzeczywistych strat ciepła ogrzewanych budynków. Również w celu analitycznego określenia strat energii cieplnej na drodze przenikania przez nieprzezroczyste przegrody budowlane konieczna jest znajomość właściwości cieplnych materiałów, z których wykonano przegrodę, wymiarów, chwilowych lub uśrednionych różnic temperatur oraz wartości współczynników przejmowania ciepła. Ścisłe ustalenie wymienionych wielkości dla zewnętrznych przegród budynków jest bardzo trudne, a w praktyce wręcz niemożliwe. Ulegają bowiem zmianie zarówno właściwości cieplne materiałów izolacyjnych i konstrukcyjnych w czasie wykonywania budynków jak również nie jest znane ich usytuowanie, wymiary i własności mostków cieplnych stanowiących fragmenty przegród budowlanych. Ponadto zmieniają się wartości współczynników przejmowania ciepła zarówno w funkcji kierunku i prędkości wiatru, różnicy temperatur czy też rodzaju powierzchni. Przegroda budynku w ciągu całego roku znajduje się w stanie nieustalonej wymiany cieplnej wywołanej ciągłymi zmianami parametrów klimatu zewnętrznego lub wymuszeniami cieplnymi wywołanymi wewnątrz budynku. Z tych powodów rzeczywiste straty ciepła przez przegrody nieprzezroczyste w określonym obiekcie budowlanym można wyznaczyć jedynie metodami eksperymentalnymi mierząc gęstość strumienia cieplnego przenikającego przez przegrodę. Jedną z podstawowych metod pomiaru tej wielkości jest metoda ścianki pomocniczej. Metodę tą stosuje się zarówno w badaniach laboratoryjnych jak i kontrolnych pomiarach inżynierskich.

## 2. CEL I ZAKRES PRACY

Celem pracy jest ustalenie metodyki pomiarów gęstości strumienia ciepła przenikających przez nieprzezroczyste przegrody zewnętrzne w istniejących obiektach budowlanych. Dotychczasowe sporadyczne pomiary izolacyjności przegród w budownictwie ogólnym/35/,58/,11/, wykazały, że w większości przypadków nie spełnione zostały wymagania określone normą PN-74/B-03404. Obecnie nowe zastrzone normą PN-82/B-02020 rygory ochrony cieplnej budynku powodują konieczność pomiarów strat ciepła na podstawie których można ocenić jakość wykonania pod względem cieplnym przegród budowlanych. W efekcie końcowym przyczynić się to może do poprawienia charakterystyki cieplnej budynku, a tym samym do zmniejszenia kosztów zużycia energii na cele ogrzewcze.

Pomiar gęstości strumienia ciepła traconego na drodze przenikania przez przegrody przy użyciu metody ścianki pomocniczej jest długotrwały, a na jego dokładność wpływa wiele czynników:

- wymiary geometryczne miernika,
- opór cieplny miernika,
- opór cieplny badanej przegrody.

W warunkach poligonowych zmieniają się temperatury, gęstości strumienia ciepła, współczynniki przejmowania ciepła, prędkość wiatru, wilgotność itp.

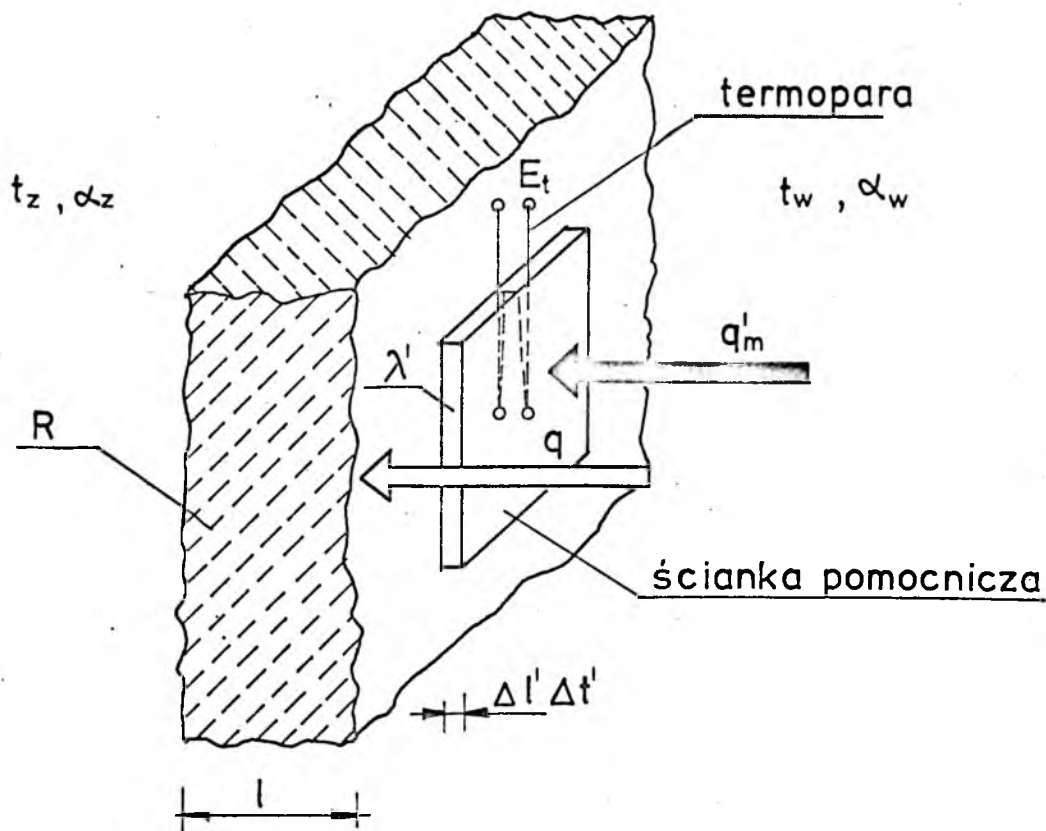
Dlatego też właściwe określenie tych czynników umożliwi nie tylko oszacowanie przedziału ufności otrzymanego wyniku pomiaru oporu cieplnego przegrody / współczynnika przenikania ciepła/, ale umożliwi skrócenie okresu pomiarowego.

W metodzie ścianki pomocniczej powierzchnie pomiarowe narażone są na zakłócające działanie promieniowania cieplnego. Podjęto więc próbę zbudowania czujnika, który eliminowałby wpływ promieniowania na do-

kładność jego wskazań, a jednocześnie charakteryzował się prostotą wykonania w warunkach produkcji pół-technicznej jak również nieskomplikowaną metodyką pomiaru.

### 3. SFORMUŁOWANIE PROBLEMÓW

Pomiar gęstości strumienia ciepłego można przeprowadzić umieszczając na powierzchni przegrody, ściankę pomocniczą o znanych wymiarach i znanym oporze przewodzenia ciepła /rys.3.1/.



Rys.3.1. Metoda ścianki pomocniczej - płytka pomiarowa

Zgodnie z prawem Fouriera dla jednokierunkowego przepływu ciepła można napisać:

$$\frac{dt'}{d\Gamma'} = \frac{dq'_m}{d\tau} \cdot \frac{1}{\lambda'} \quad /3.1/$$

Przyjmując dla warunków ustalonych

$$\frac{dq'_m}{d\tau} = q'_m$$

oraz przechodząc do wartości skończonych otrzymano:

$$\frac{\Delta t'}{\Delta \Gamma'} = q'_m \cdot \frac{1}{\lambda'} \quad /3.2/$$

Przyjmując, że różnica temperatur pomiędzy powierzchniami ścianki pomocniczej  $\Delta t'$  mierzona jest szeregowo połączonymi termoparami w ilości "i" tworzącymi stos termoelektryczny i oznaczając współczynnik Seebecka przez  $\beta$  wartość siły termoelektrycznej opisze równanie:

$$E_t = \beta \cdot \Delta t' \cdot i \quad /3.3/$$

Ze wzorów /3.2/ i /3.3/ otrzymano zależność określającą gęstość strumienia ciepła przepływającego przez ściankę pomocniczą:

$$q'_m = \frac{E_t \cdot \lambda'}{\beta \cdot i \cdot \Delta l'} \quad /3.4/$$

Z kolei zakładając równość gęstości strumienia przepływającego przez ściankę pomocniczą i badaną przegrodę  $q = q'_m$  można go opisać równaniem.

$$q = q'_m = \frac{t_w - t_z}{\frac{1}{\alpha_z} + R + \frac{\Delta l'}{\lambda'} + \frac{1}{\alpha_w}} \quad /3.5/$$

lub

$$q'_m = \frac{t_1 - t_3}{R + \frac{\Delta l'}{\lambda'}} \quad /3.6/$$

Przyjęcie równości  $q = q'_m$  jest słuszne wtedy, gdy opór cieplny przegrody jest znacznie wyższy od oporu cieplnego ścianki pomocniczej. Różnica gęstości strumieni cieplnych spowodowanych wprowadzeniem ścianki pomocniczej, a w istocie będąca błędem bezwzględnym metody pomiarowej wynosi:

$$\Delta q'_m = q - q'_m = (t_w - t_z) / \left( \frac{1}{\frac{1}{\alpha_w} + R + \frac{1}{\alpha_z}} - \frac{1}{\frac{1}{\alpha_z} + R + \frac{\Delta l'}{\lambda'} + \frac{1}{\alpha_w}} \right) \quad /3.7/$$

lub

$$\Delta q'_m = q - q'_m = (t_w - t_z) \cdot /K - K' / \quad /3.10/$$



Błąd względny metody określa zależność:

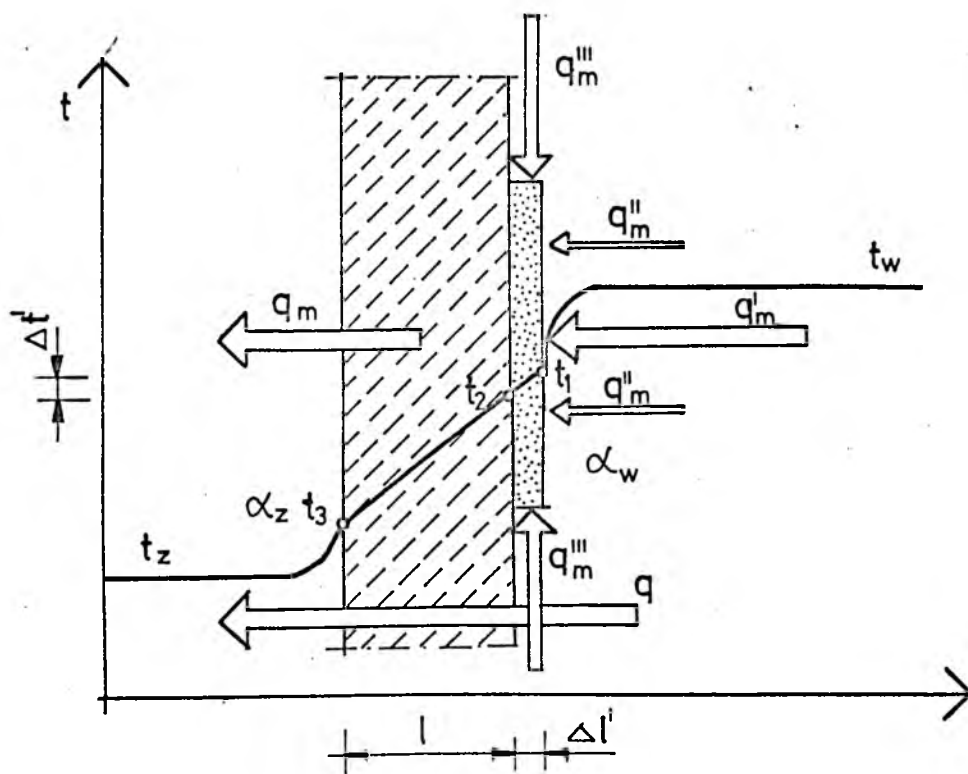
$$\delta_{q_{lm}} = \frac{q - q'_m}{q} \quad /3.11/$$

lub

$$\delta_{q'_{lm}} = \frac{K - K'}{K} \quad /3.12/$$

Zależności te wyrażają błędy systematyczne pomiaru gęstości strumieni cieplnych wywołane wzrostem oporności przegrody o wartość oporu ścianki pomocniczej.

Z powodów skończonych wymiarów ścianki pomocniczej powodujących powstawanie bocznego napływu ciepła / rys.3.2 - strumień  $q'''_m$  / powstają dodatkowe błędy pomiarowe.



Rys.3.2. Rozkład temperatur i strumieni ciepła w przegrodzie ze ścianką pomocniczą

Również zjawisko przewodzenia ciepła przez metalowe lub półprzewodnikowe elementy termopar /strumieni  $q''_m$  / jest przyczyną powstawania błędów pomiarowych. Łączny więc strumień cieplny wy-

wołujący błędy metody pomiarowej w warunkach ustalonej wymiany ciepła opisuje zależność:

$$\Delta q_m = \Delta q'_m + \Delta q''_m + \Delta q'''_m \quad /3.13/$$

Należy zaznaczyć, że w metodzie ścianki pomocniczej występuje błąd pomiarowy wywołany oporem styku płytki pomiarowej z badaną przegrodą. Przy pomiarach gęstości strumieni cieplnych występujących w przegrodach budowlanych i stosowaniu określonych technik mocowania płytek pomiarowych często błąd ten jest pomijalnie mały.

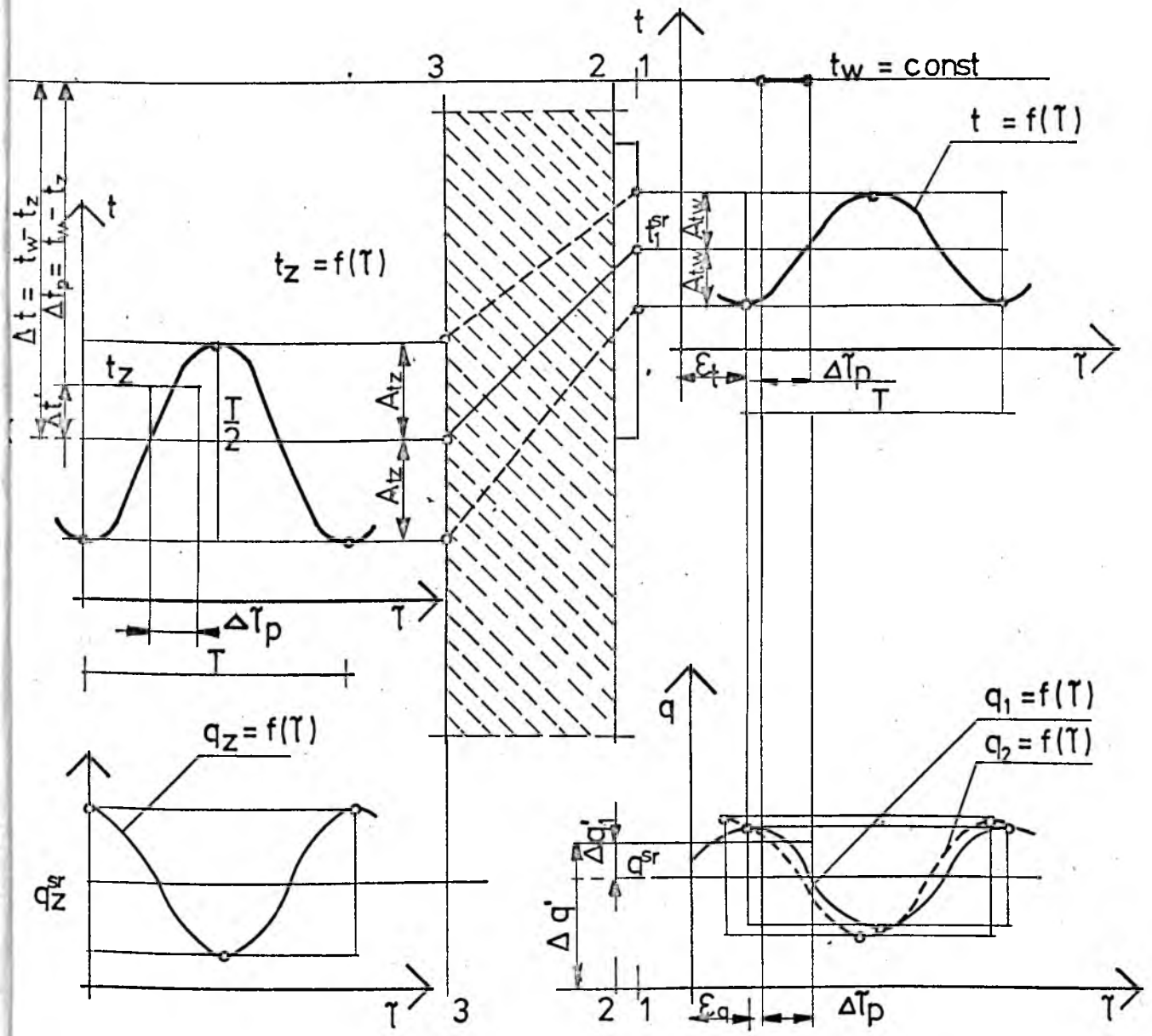
Pomiary własności izolacyjnych przegród budowlanych znajdujących się w rzeczywistych obiektach odbywają się w warunkach nieustalonej wymiany ciepła, co jest przyczyną występowania kolejnych błędów pomiarowych. Błędy te wywołane są opóźnieniem fazowym zmiany temperatury na powierzchniach płytki pomiarowej w stosunku do zmian temperatury zewnętrznej oraz przesunięciem fazowym gęstości strumieni cieplnych w przegrodzie.

Na rysunku 3.3. przedstawiono zmiany temperatury i gęstości strumieni na wewnętrznej powierzchni płytki pomiarowej przy zewnętrznych harmonicznym wahaniach temperatury zewnętrznej. W tym przypadku zmianę temperatury opisuje równanie

$$t_z = t_z^{sr} + A'_{tz} \cdot \cos \frac{2\pi}{T} \cdot \tau \quad /3.14/$$

Przy założeniu, że czas pomiaru temperatury zewnętrznej wynosi  $\Delta\tau_p$  oraz przyjęciu  $t_w = \text{const}$  błąd bezwzględnej różnicy temperatur  $t_w^{sr} - t_z^{sr}$  wynosi

$$\Delta t'' = t_w - \frac{1}{\Delta\tau_p} \int_0^{\Delta\tau} (t_z^{sr} - A_{tz} \cdot \cos \frac{2\pi}{T} \cdot \tau) d\tau \quad /3.15/$$



Rys.3.3. Wahania temperatur powietrza zewnętrznego i gęstości strumienia ciepła oraz temperatury na ściankach płytki pomiarowej

Równoległe ze zmianą temperatury zmienia się w czasie gęstość strumienia cieplnego o  $q_z$ ,  $q_1$  oraz  $q_2$ . Strumień cieplny  $q_1$  /na zewnętrznej powierzchni płytki pomiarowej / jest opóźniony względem  $q_z$  o okres  $\epsilon_q$  jeżeli czas pomiaru trwa  $\Delta \tau_p$  to popełnia się błąd bezwzględny przy wyznaczaniu  $q^{sr}$  o wielkość  $\Delta q'$ . Wartość tego błędu jest wynikiem ograniczonego czasu pomiaru oraz istniejącego przesunięcia fazowego gęstości strumienia. Można go

opisać zależnością podobną jak w równaniu /3.15/. Ponadto istnieje przesunięcie fazowe gęstości strumienia ciepła i temperatur pomiędzy powierzchniami płytki 1 i 2 wywołujące dodatkowy błąd pomiarowy. Z uwagi jednak na niewielką grubość płytki w stosunku do grubości przegrody wielkość tego błędu można pominąć w pomiarach technicznych. Reasumując błąd bezwzględny metody pomiarowej w warunkach nieustalonej wymiany ciepła przez przegrodę przy wyznaczeniu współczynnika przenikania ciepła  $K$  wynosi:

$$\Delta K = \frac{\Delta q'}{\Delta t'} \quad /3.16/$$

W przypadku modelowych zmian harmonicznycy temperatury zewnętrznej

$$\Delta K = 0 \quad \text{gdy} \quad \Delta \tau_p = T$$

W warunkach rzeczywistych przy dowolnych losowych zmianach temperatury  $t_z$

$$\lim_{\Delta \tau_p \rightarrow \infty} \Delta K \rightarrow 0 \quad /3.17/$$

Wyniki pomiarów mogą być również obciążone błędami przypadkowymi czy systematycznymi wywołanymi szeregiem innych zjawisk tj.:

- bezpośrednim lub rozproszonym promieniowaniem cieplnym na zewnętrzną powierzchnię płytki pomiarowej
- zmiennym promieniowaniem słonecznym na zewnętrzną powierzchnię przegrody
- przy wyznaczaniu współczynnika przenikania zmiennością wartości współczynników przejmowania ciepła na powierzchniach przegrody
- niedokładnością pomiaru różnicy temperatur na płytce pomiarowej.

Osobnym zagadnieniem jest metodyka wyznaczania średniej wartości współczynnika przenikania przegrody nieprzezroczystej z uwzględ-

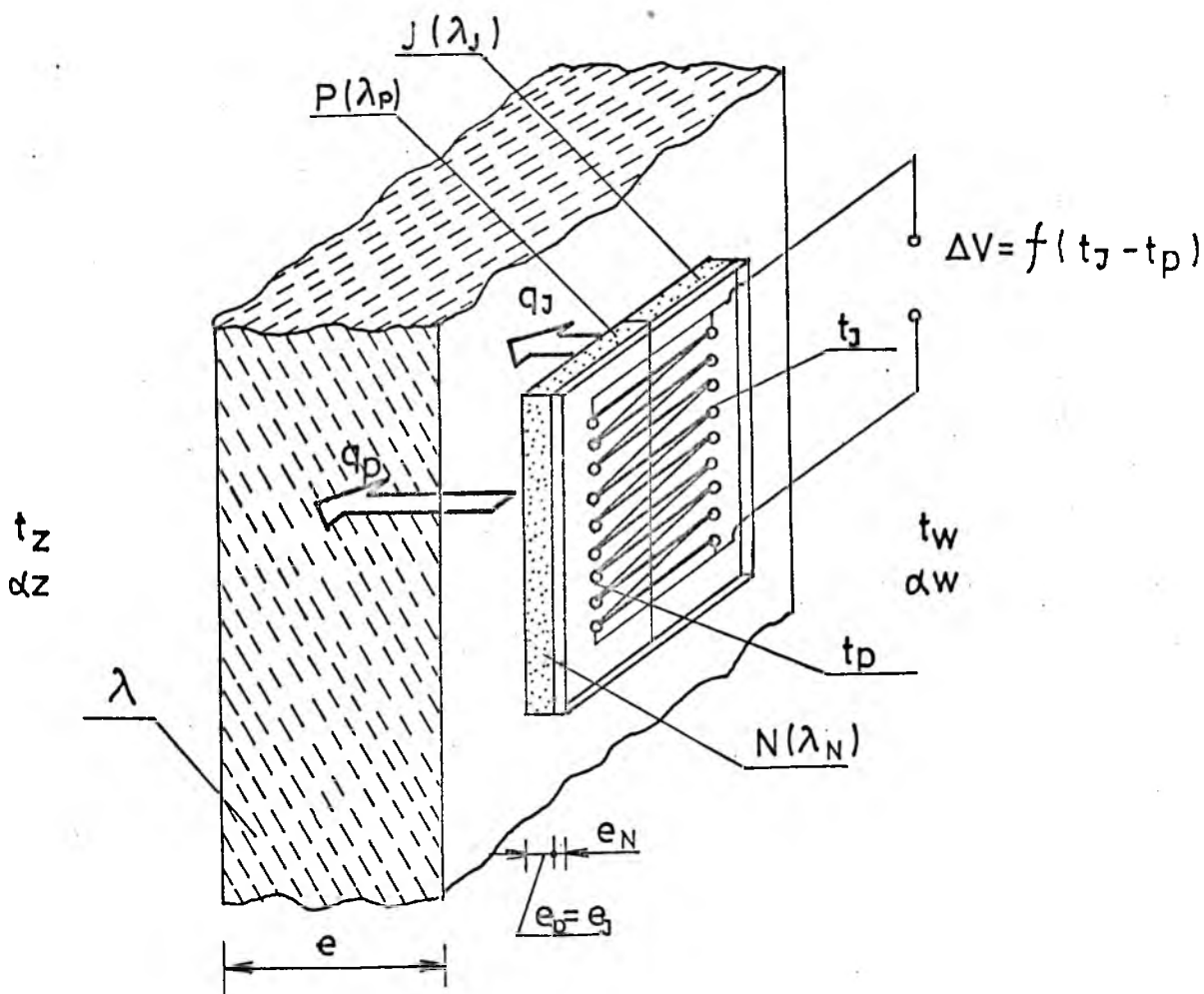
nieniem jej niejednorodności cieplnej.

Pomiarom gęstości strumieni ciepła metodą ścianki pomocniczej przy użyciu tradycyjnych mierników typu Schmidta towarzyszy szereg utrudnień. Jednym z nich jest zakłócający wpływ zmiennego promieniowania cieplnego wywołanego przenikającym przez przezroczyste przegrody promieniowaniem słonecznym lub też promieniowaniem ludzi przebywających w pomieszczeniu. Zakłócające oddziaływanie promieniowania cieplnego na wskazania tradycyjnych mierników spowodowane jest znaczną różnicą stałych czasowych zimnych i ciepłych końców baterii termoelektrycznych w stosunku do sygnałów zakłócających skierowanych na płytkę od wewnętrznej przestrzeni pomieszczenia. Krótkotrwały impuls promieniowania cieplnego skierowany na powierzchnię wywoła szybką zmianę temperatury ciepłych końców baterii termoelektrycznych oraz zakłócenie wskazań miernika.

W celu ograniczenia tego zjawiska przy jednoczesnym uproszczeniu wykonania płytki pomiarowej opracowano /44/ rozwiązanie pokazane na rys.3.4.

Płytkę pomiarową typu izolator-przewodnik składa się z dwóch podstawowych płytek przy czym jedną z nich wykonano z dobrego przewodnika ciepła /P/, a drugą /I/ z izolatora cieplnego. Ponadto obie płytki pokryto cienką płytką pomocniczą, na której umieszczono baterię termoelektryczną. Umieszczenie baterii na jednej płaszczyźnie umożliwia wykonanie jej techniką napyłania / w próżni/. Pomiar współczynnika przenikania ciepła  $K$  dokonuje się przykładowo tak jak poprzednio płytkę mierniczą do badanej ściany. Po upływie okresu koniecznego do ustalenia zmiennego rozkładu temperatur w poprzecznym przekroju przegrody i płytki wystąpią temperatury  $t_I$  i  $t_P$ . Zakłada się przy tym, że strumienie cieplne  $q_I$  i  $q_P$





Rys.3.4. Płytką pomiarową typu izolator-przewodnik  
/ opis w tekście /

są prostopadłe do powierzchni przegrody. Dla stanu ustalonego można napisać:

$$q_I = \frac{t_I - t_z}{\frac{1}{\alpha_z} + \frac{e}{\lambda} + \frac{e_I}{\lambda_I}} \quad /3.18/$$

$$q_I = \frac{t_w - t_I}{\frac{1}{\alpha_w} + \frac{e_N}{\lambda_N}} \quad /3.19/$$

oraz

$$q_P = \frac{t_P - t_z}{\frac{1}{\alpha_z} + \frac{e}{\lambda} + \frac{e_p}{\lambda_P}} \quad /3.20/$$

$$q_P = \frac{t_w - t_P}{\frac{1}{\alpha_w} + \frac{e_N}{\lambda_N}} \quad /3.21/$$

Porównując stronami równania /3.18/ i /3.19/ oraz /3.20/ i /3.21/ otrzymano

$$t_I - t_z = /t_w - t_I/ \frac{\frac{1}{\alpha_z} + \frac{e}{\lambda} + \frac{e_I}{\lambda_I}}{\frac{1}{\alpha_w} + \frac{e_N}{\lambda_N}} \quad /3.22/$$

$$t_P - t_z = /t_w - t_P/ \frac{\frac{1}{\alpha_z} + \frac{e}{\lambda} + \frac{e_p}{\lambda_P}}{\frac{1}{\alpha_w} + \frac{e_N}{\lambda_N}} \quad /3.23/$$

Wprowadzając następujące oznaczenia

$$\Delta t = t_I - t_P ; \quad r_I = \frac{e_I}{\lambda_I} ; \quad r_P = \frac{e_p}{\lambda_P} ;$$

$$r_1 = r_I - r_P ; \quad r_2 = \frac{1}{\alpha_z} + \frac{1}{\alpha_w} + \frac{e_N}{\lambda_N}$$

otrzymano

$$\lambda = \frac{e \cdot \Delta t}{t_P \cdot r_P - t_I \cdot r_I + t_w \cdot r_1 - \Delta t \cdot r_2} \quad /3.24/$$

Dla danej płytki pomiarowej wielkości  $r_I$ ,  $r_P$  i  $r_1$  mają stałe wartości. Również dla określonych warunków  $r_2$  można traktować jako stałą. Przyjmując poziom odniesienia określony temperaturą  $t_P$  oraz oznaczając  $\Delta t' = t_w - t_P$  równanie /3.24/ można napisać w postaci

$$\lambda = \frac{e \cdot \Delta t}{\Delta t' \cdot r_1 - \Delta t / r_I + r_2} \quad /3.25/$$

Jak wynika ze wzoru /3.25/ przy wyznaczaniu wartości współczynnika przewodzenia ciepła przegrody  $\lambda$  konieczna jest znajomość  $\Delta t$  i  $\Delta t'$  oraz  $\alpha_z$  i  $\alpha_w$ . Przy założeniu pomijalnie małego oporu płytki pomiarowej w stosunku do oporu cieplnego ściany:

$$K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_w} + \frac{e}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_z}} \quad /3.26/$$

Wstawiając do wzoru /3.26/ zależność /3.25/ i dokonując odpowiednich przekształceń otrzymano

$$K = \frac{\Delta t}{\Delta t' \cdot r_1 - \Delta t / r_I + \frac{e_N}{\lambda_N}} \quad /3.27/$$

Współczynnik K określają więc zmienne różnice temperatur  $\Delta t$  i  $\Delta t'$ , stałe wielkości  $r_1$ ,  $r_I$  oraz stosunek  $\frac{e_N}{\lambda_N}$ .

Uwzględniając opór płytki pomiarowej współczynnik K przyjmuje wartość:

$$K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_z} + \frac{e}{\lambda} + \frac{e_P}{\lambda_P} + \frac{e_N}{\lambda_N} + \frac{1}{\alpha_w}} \quad /3.28/$$

a po wstawieniu /3.25/ do zależności /3.28/ otrzymano:

$$K = \frac{\Delta t}{r_1 / \Delta t' - \Delta t} \quad /3.29/$$

Widać, że przy wyznaczaniu wartości współczynnika przenikania ciepła należy określić różnice temperatur  $\Delta t$  i  $\Delta t'$  oraz różnicę oporów cieplnych  $r_1$  płytki pomiarowej, nie jest konieczna znajomość współczynników przejmowania ciepła  $\alpha_z$  i  $\alpha_w$ .

Współczynnik przenikania ciepła K obliczony ze wzoru /3.29/ jest wielkością złożoną. Średni bezwzględny błąd kwadratowy współczynnika K wyniesie:

$$\Delta K = \sqrt{\left(\frac{dK}{d\Delta t} \cdot \Delta(\Delta t)\right)^2 + \left(\frac{dK}{d\Delta t'} \cdot \Delta(\Delta t')\right)^2 + \left(\frac{dK}{dr_1} \cdot \Delta r_1\right)^2} \quad /3.30/$$

gdzie:

$$\frac{dK}{d \Delta t} = \frac{\Delta t'}{r_1 \cdot \Delta t' - \Delta t / 2}$$

$$\frac{dK}{d \Delta t'} = \frac{\Delta t}{r_1 \cdot \Delta t' - \Delta t / 2}$$

$$\frac{dK}{dr_1} = \frac{\Delta t}{r_1^2 \cdot \Delta t' - \Delta t / 2}$$

$$\Delta r_1 = \sqrt{\left(\frac{1}{\lambda_I} \cdot \Delta e_I\right)^2 + \left(\frac{e}{\lambda_I} \cdot \Delta \lambda_I\right)^2 + \left(\frac{1}{\lambda_P} \cdot \Delta e_P\right)^2 + \left(\frac{e}{\lambda_P} \cdot \Delta \lambda_P\right)^2}$$

$\Delta / \Delta t /$  - dokładność pomiaru różnicy temperatur między płytkami I i P

$\Delta / \Delta t' /$  - dokładność pomiaru różnicy temperatur między płytką P, a temperaturą  $t_w$

$\Delta e_I, \Delta e_P$  - dokładność określenia grubości płytek I i P

$\Delta \lambda_I, \Delta \lambda_P$  - dokładność określenia współczynnika przewodzenia ciepła płytek I i P

Osobnym zagadnieniem, które powinno być rozpatrzone jest określenie wpływu skończonych wymiarów płytek pomiarowych na obliczenie współczynnika K.

#### 4. STAN BADAN

Określenie charakterystyk cieplnych materiałów budowlanych jest w obecnym okresie rzeczą bardzo istotną. Właściwości cieplne materiałów można wyznaczyć doświadczalnie posługując się jedną z wielu metod pomiarowych. Przekształcając równanie przewodnictwa ciepła można je doprowadzić do takiej postaci, w której szukane wielkości / współczynnik przewodzenia ciepła, współczynnik wyrównania temperatury oraz ciepło właściwe/ będą funkcją pozostałych parametrów i wielkości możliwych do doświadczalnego określenia.

Metody pomiarowe podzielić można na dwie grupy:

- ustalonego strumienia ciepła,
- nieustalonego strumienia ciepła.

Metody ustalonego strumienia ciepła opisane zostały w pracach Pacleta /36/, Leesa 36 /, Nusselta /11/. Aparat kulowy Nusselta ma zastosowanie do pomiarów współczynników przewodzenia ciepła materiałów izolacyjnych o strukturze drobnoziarnistej i włóknistej. Z kolei metodyka pomiaru współczynnika  $\lambda$  materiałów izolacyjnych ukształtowanych w formie łupin / izolacja rurociągów/ przy użyciu aparatu rurowego opisana została przez Nivena 36 /, Clementa i Egygo /36/, van Rinsuma /11/, Schleiermachera 36 / . Wartości współczynników przewodzenia ciepła próbek płaskich wyznacza się przy pomocy aparatów płytowych. W Polsce stosowane są aparaty skonstruowane przez Poensgena /11/ i Bocka /11/. Znanych jest wiele innych rozwiązań konstrukcyjnych aparatów płytowych /4 /, /28/, /45/, /47/, 67 / .

We wszystkich powyższych metodach należy się liczyć z długim okresem pomiarowym potrzebnym do ustabilizowania się strumieni ciepła i temperatur na powierzchniach pomiarowych. Wymienione me-



tody w zasadzie służą do laboratoryjnych badań własności cieplnych materiałów.

Inną metodą obliczenia gęstości strumienia ciepła w warunkach ustalonych jest zastosowanie skrzynki cieplnej. Znalazła ona zastosowanie nie tylko w badaniach laboratoryjnych lecz również w badaniach poligonowych.

W grupie metod nieustalonego strumienia ciepła określenie właściwości cieplnych materiałów może nastąpić tylko w tych przypadkach / z takimi warunkami początkowymi i brzegowymi/, w których istnieje analityczne rozwiązanie równania przewodnictwa ciepła. Część metod nieustalonego strumienia ciepła oparta jest o rozwiązanie równania przewodnictwa opisującego nagrzewanie lub chłodzenie ciała.

Rozwiązanie to można przedstawić w postaci szeregu:

$$T = \sum_{n=1}^{n=\infty} A_n \cdot u_n \cdot e^{-m_n \cdot \tau} \quad /4.1/$$

gdzie:

$A_n$  - człon uwzględniający warunki początkowe

$u_n$  - człon uwzględniający geometrię

$e^{-m_n \cdot \tau}$  - człon uwzględniający wpływ czasu na zmianę temperatury.

Z uwagi na to, że szereg ten w funkcji czasu jest szybko zbieżny, to z technicznego punktu widzenia, po pewnym okresie temperatura opisana będzie wyłącznie funkcją stanowiącą pierwszy wyraz szeregu:

$$T = A_1 \cdot u_1 \cdot e^{-m_1 \cdot \tau} \quad /4.2/$$

Okres czasu, w którym wartość temperatury wyznacza pierwszy wyraz szeregu nosi nazwę stanu uporządkowanego. Teoria tego stanu opracowana została przez Kondratiewa. Umożliwiła ona zbudowanie liczn-

nych urządzeń /lambda kalorymetr, akalorymetr, bikalorymetr, alfa-kalorymetr/ służących do określania charakterystyk cieplnych różnych materiałów /8 /.

Rozwiązanie równania przewodnictwa ciepła w początkowym stadium stanu nieustalonego może być również wykorzystane w celu określenia właściwości cieplnych materiałów izolacyjnych jak również materiałów dobrze przewodzących ciepło. Metoda ta opracowana przez Wolken-sztejna /75,76 /, umożliwia, na podstawie pomiaru temperatury w dwóch momentach, obliczenie współczynnika przewodzenia ciepła, współczynnika wyrównania temperatury oraz ciepła właściwego.

Szybkie określenie właściwości cieplnych badanego materiału można przeprowadzić posługując się metodą sondy cieplnej. Polega ona na umieszczeniu w badanej próbce / wewnątrz lub na powierzchni/ źródła ciepła / grzejnika/ o dowolnym kształcie / płaskim, cylindrycznym/.

Metoda ta opisana została przez licznych autorów Krischera , Helda /11/, Boejkwita /3 /, Fouresa /24/. Niektóre z tych metod omawia w swojej książce Cammerer /11/. Dokładniejszy przegląd metod sondy cieplnej można znaleźć w pracach Szaszkowa /69/, Czudnowskiego /14/, Gołembowicza /26 /.

Różne metody pomiarowe do wyznaczenia wartości  $\lambda$  , w których zostały wykorzystane nieustalone procesy wymiany opisano w pracach /16/, / 31/. W pracach Fiesienki /20/, /21/, opisano z kolei szereg urządzeń pomiarowych z różnym stopniem zautomatyzowania, w których wykorzystano przedstawione metody ustalonych i nieustalonych stanów cieplnych. Wszystkie wymienione dotychczas metody znalazły praktyczne zastosowanie w zasadzie tylko w warunkach laboratoryjnych. W celu wyznaczenia rzeczywistych strat ciepła budynków, pomiar właści-

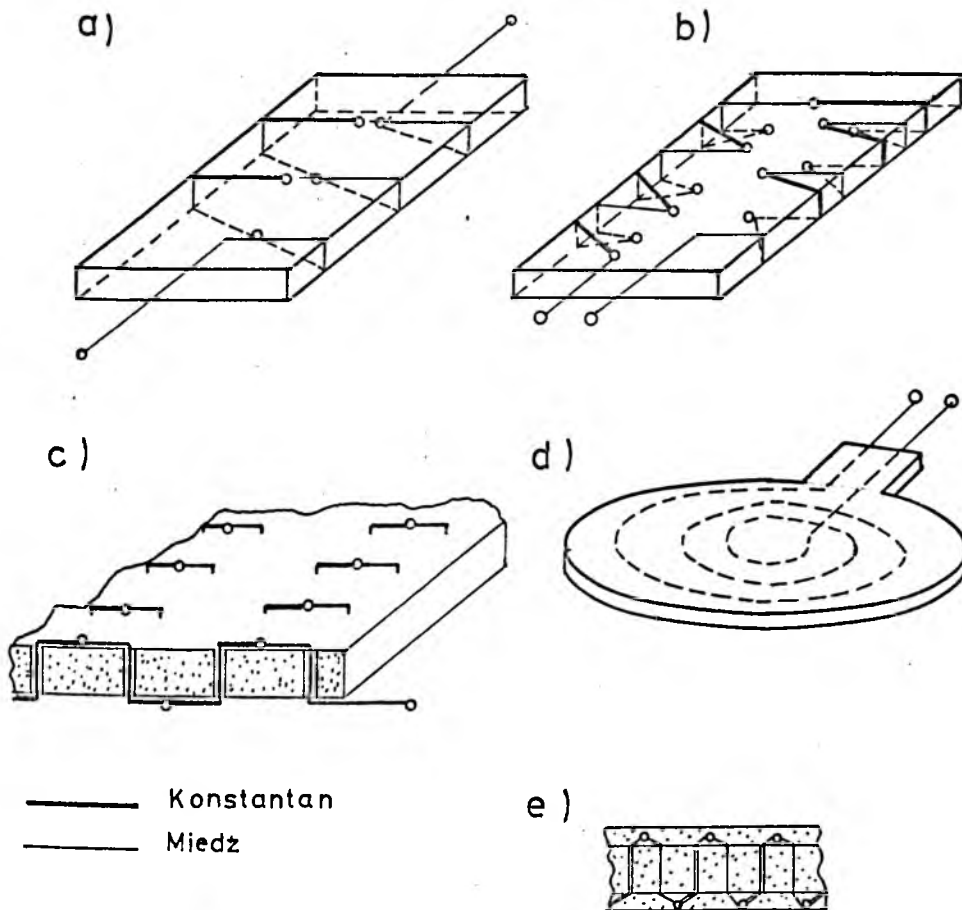
wości cieplnych lub oporu cieplnego przegrody powinien być przeprowadzony w warunkach rzeczywistych /poligonowych/. Takie możliwości stwarza zastosowanie metody przegrody pomocniczej.

W krajowej literaturze technicznej miernik gęstości strumienia cieplnego realizujący metodę ścianki pomocniczej nazywany jest również ciepłomierzem, strumieniomierzem lub pasem Schmidta / miernikiem Schmidta /.

Z kolei w literaturze obcojęzycznej przyrząd ten nazywany jest: heat meter, heat flow sensor, heat flux plate, Wärmestrom-Messer, Wärmeflussmesser.

Pomiar różnicy temperatur pomiędzy powierzchniami płytki pomiarowej z reguły wykonywany jest za pomocą zestawu szeregowo połączonych termoelementów tworzących stos termoelektryczny. W rozwiązaniach tradycyjnych termoelementy wykonuje się z drutów tworząc termopary typu miedź - konstantan.

Pierwsze pomiary współczynnika przewodzenia ciepła metodą ścian-pomocniczej przeprowadził pod koniec 19 wieku /w 1881 r/ Christansen /11/. Z kolei Hencky /11/ w 1914 r. zastosował tą metodę do pomiaru strumienia ciepła przenikającego przez podłogę. Metodę ścianki pomocniczej rozpowszechnił E.Schmidt /11/, budując miernik strumienia cieplnego /rys.4.1a/ przeznaczonego do pomiaru strat cieplnych izolowanych rurociągów oraz gęstości strumieni cieplnych przenikających przez przegrody budowlane.



Rys.4.1. Różne konstrukcje płytek pomiarowych:

a-miernik Schmidta, b-zmodyfikowany miernik Schmidta, c-fragment miernika Nichollsa /30/  
d-rozwiązanie Alperowicza /13/, e-schemat połączeń termopar w mierniku Alperowicza

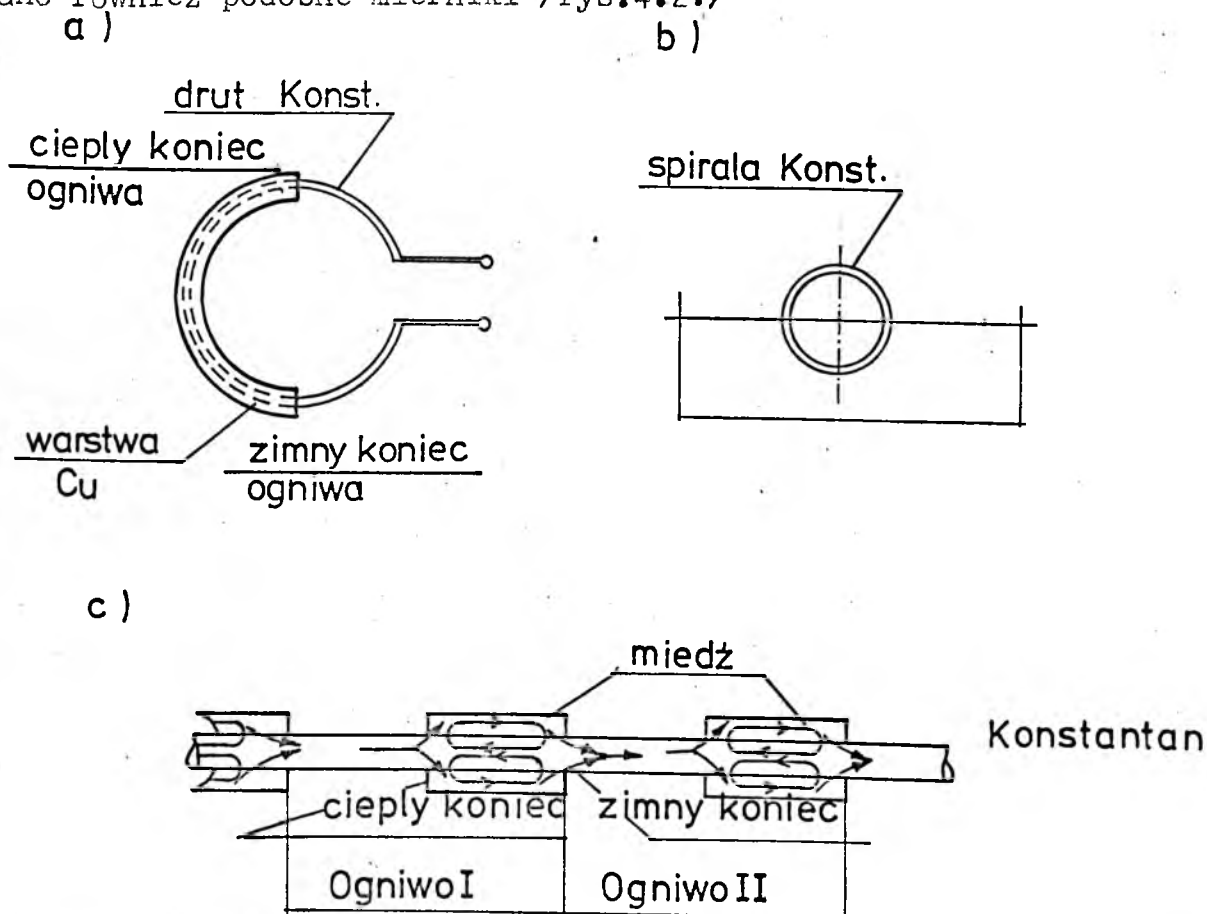
Miernik Schmidta składa się z **termopar opasujących kawałek gumy** o grubości 3-5 mm. Baterie termoelektryczne składają się z 200 do 500 termoelementów Cu-Konst. Liczbę termopar i grubość warstwy izolacyjnej ustala się w zależności od gęstości strumienia ciepła, oporu cieplnego przegrody, oczekiwanej dokładności pomiaru itp.

Dążąc do zwiększenia czułości pomiarowej mierników przy równoczesnym zmniejszeniu ich wymiarów zwiększano liczbę szeregowo połączonych termoelementów. Na rys.2.2 przedstawiono szereg rozwiązań konstrukcyjnych mierników strumieni ciepła stanowiące w istocie mo-

dyfikację miernika Schmidta. Rys.4.1.b ilustruje inny sposób ułożenia termopar umożliwiający dwukrotne zwiększenie ich liczby w stosunku do rozwiązania pierwotnego. Z kolei rys.4.1.c przedstawia miernik wykonany przez Nichollsa /30/. Miernik o podobnej konstrukcji opisano w licznych publikacjach /17, 19, 27, 30/ i innych. Na rys.4.1.d pokazano rozwiązanie zaproponowane przez Alperowicza /13/. Na krążkach o średnicy 30 cm i grubości 6-10 mm umieszczono spiralnie kilkaset termopar.Cu-Konst. Podobne mierniki wykonano w Ośrodku Badań Techniczno-Fizycznych TNO-TH Delft w Holandii/57/.

Drugą grupę płytek pomiarowych stanowią rozwiązania, w których przy wykonywaniu baterii termopar zastosowano galwaniczną metodę pokrywania powierzchni.

Lustig i Cammerer / 11/ wykonali miernik przy użyciu cienkiej taśmy z konstantan pokrytej miedzią. W TNO-TH Delft /57,60/ wykonano również podobne mierniki /rys.4.2./

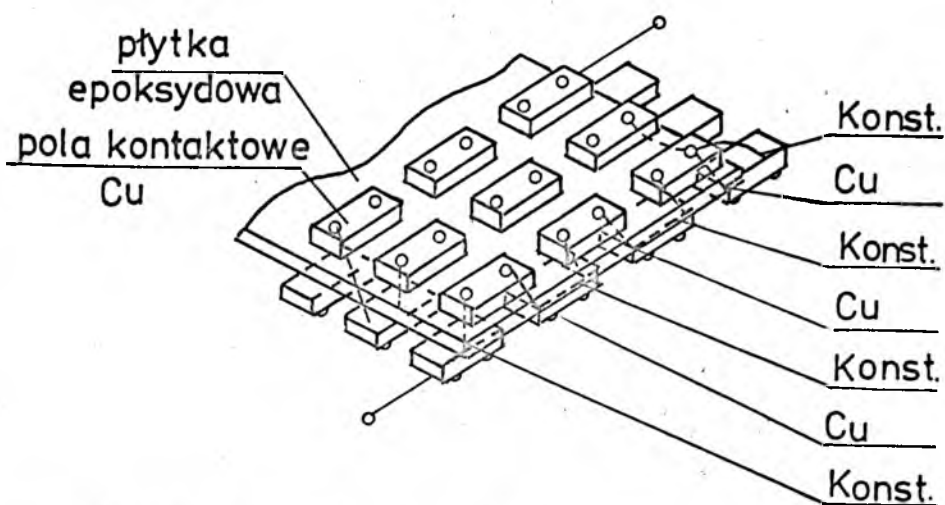


Rys.4.2. Termopary Cu-Konst. z galwanicznie nałożoną warstwą miedzi: a-elementarne ogniwo Cu-Konst, b-kąpielowe pokrywanie spirali konstantanu, c-linie prądu w szeregowo połączonych termoparach /drut w rozwinięciu/

Innymi przykładami, w których częściowo zastąpiono drut folią miedzianą mogą być rozwiązania opisane przez Nusgensa /55/ oraz przez autora /opis takiego miernika w dalszej części pracy/. W obu rozwiązaniach warstwę izolacyjną wykonano z epoksydowanego włókna szklanego z nadrukowaną obustronnie warstwą Cu. Na pomiedzio-

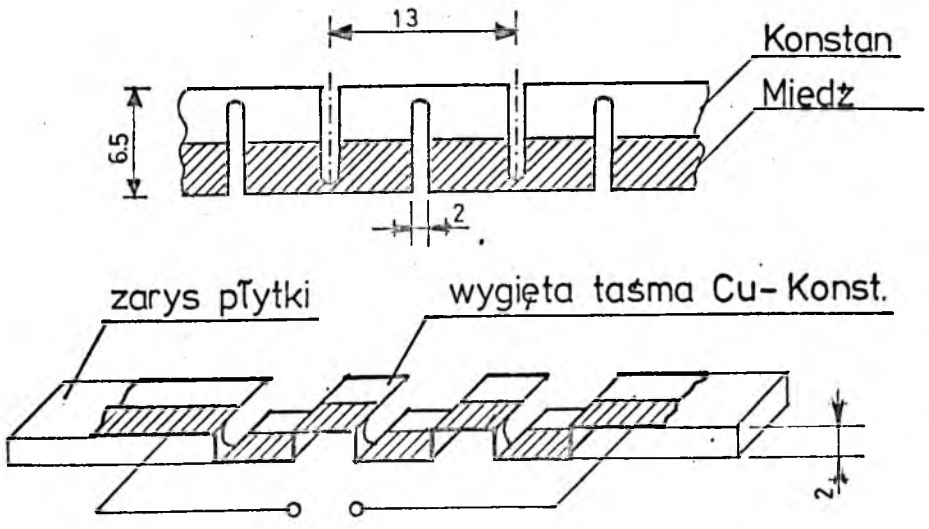
wanych powierzchniach po wytrawieniu uzyskano pola kontaktowe, do których po nawierceniu otworów lutuje się cienkie druty Cu i Konst.

Na rysunku 4.3 przedstawiono fragment płytki Nusgensa.



Rys.4.3. Fragment płytki pomiarowej Nusgensa /55/.

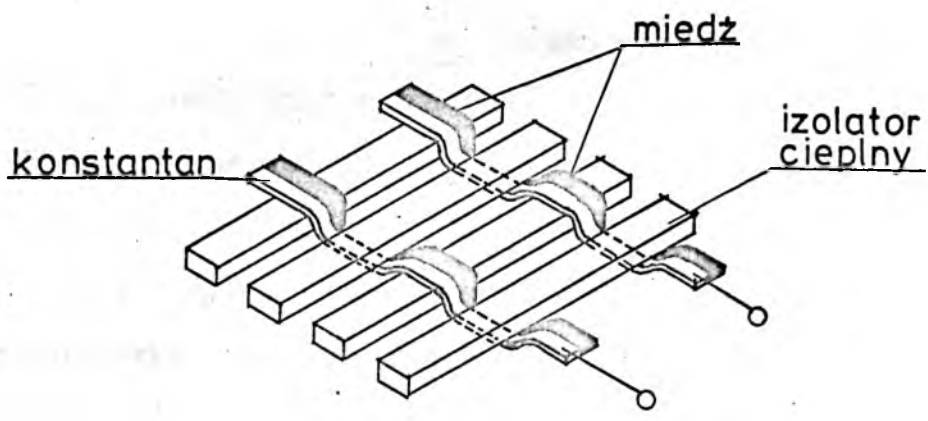
Trzecią grupę płytek pomiarowych tworzą rozwiązania, w których zastosowano termoelementy wykonane ze zgrzewanych taśm lub folii Cu-Konst. Na rysunku 4.4 pokazano sposób budowy miernika wykonanego przez Devisme i Marechala /16/. Użyto w tym celu odpowiednio ukształtowanej taśmy z Cu i Konst. zgrzewanej wzdłużnie. Taśmę tę ułożono na paski izolatora cieplnego, z których formuje się miernik w kształcie płytki kwadratowej.



Rys.4.4. Sposób budowy płytki pomiarowej z baterią termopar wykonanych z taśmy miedź - konstantan [16 /

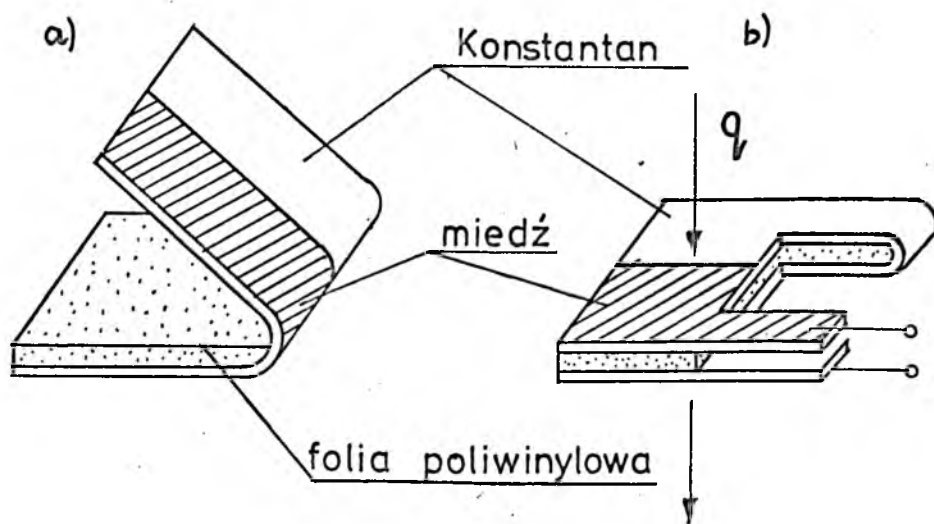
Uformowana w ten sposób bateria termopar zawierała 400 termoelementów i charakteryzowała się siłą elektromotoryczną  $E_t = 800 \mu V/W$ . Po obu stronach płytki pomiarowej przyklejono folię nylonową o grubości 0,05 mm stanowiącą izolację elektryczną.

Podobny miernik gęstości strumienia ciepła wykonał Huenschler [34 / . W tym przypadku termoelementy utworzono z zawalcowanych taśm Cu i Konstantanu. Warstwa izolacyjna składa się z prętów tworzywa termoutwardzalnego o grubości 0,45 mm. Pomiędzy prętami przepleciono termopary w sposób pokazany na rysunku 4.5.



Rys.4.5. Sposób wykonania płytki pomiarowej Huenschera [34 / .

Hager /27/ wykonał ciepłomierz charakteryzujący się pomijalnie małym oporem cieplnym w stosunku do oporu cieplnego warstwy przysciennej powietrza. Autor uważa, że obecność czujnika praktycznie nie zakłóca badanego pola temperatur. Miernik Hagera / rys.4.6/ składa się z cienkiej płytki materiału izolacyjnego o grubości ok. 0,2 mm opasanej taśmą z folii Cu-Konst./ o grubości 0,07 mm/.



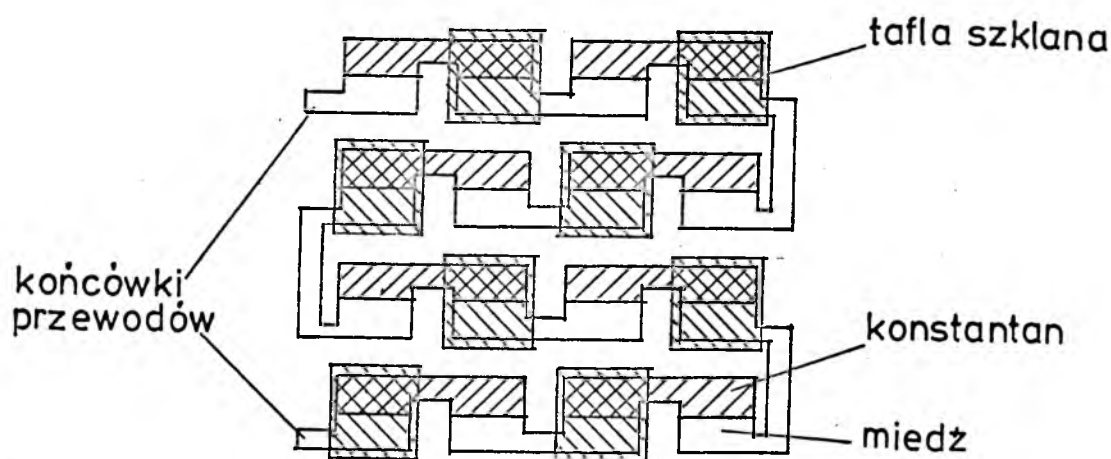
Rys.4.6. Płytkę pomiarowa Hagera /27/; a/ płytkę przed sprasowaniem, b/ płytkę po sprasowaniu

Materiał izolacyjny łączony jest z folią metalową przez zgrzewanie na prasie przy podwyższonej temperaturze i ciśnieniu. Po zgrzaniu płytkę pomiarową została wycięta w sposób pokazany na rys.4.6.b. Końcowa grubość płytki pomiarowej w zależności od zastosowanego materiału izolacyjnego wynosiła od 0,125 mm do 0,25 mm a jej powierzchnia ok.  $1 \text{ cm}^2$ . Jak wykazały badania prowadzone przez Hagera miernik tego typu nie wymaga wzorcowania eksperymentalnego. Tak zwaną stałą miernika z wystarczającą dokładnością można wyznaczyć na drodze obliczeniowej jako funkcję zdolności termoelektrycznej termopary, oporu cieplnego warstwy izolacyjnej oraz jej wymiarów. Według pracy /27/



strumienie ciepłe o gęstości do  $0,05 \text{ W/m}^2$  mierzy się stosując jako miernik miliwoltomierz, w przypadku występowania mniejszych strumieni rzędu  $0,004 \text{ W/m}^2$  należy posługiwać się nanowoltomierzem. Opisane rozwiązanie charakteryzuje się małą bezwładnością cieplną /stała czasowa równa ok. 1 sek./ stąd można je stosować do badań szybkozmiennych procesów cieplnych.

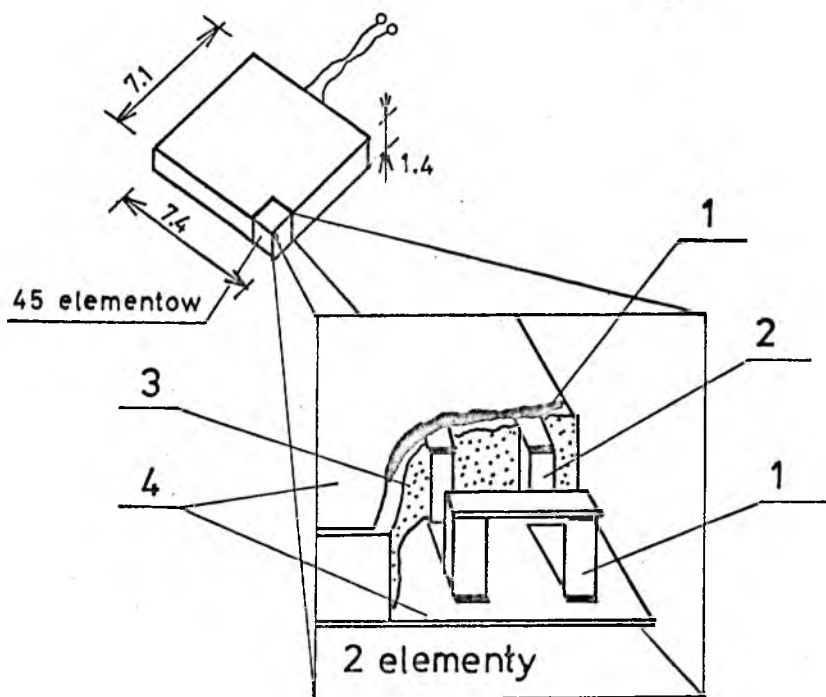
Ciekawą odmianę miernika gęstości strumieni ciepła stanowi kalorymetr zbudowany przez Lawtona /41/ do określania strat i zysków ciepła od zwierząt. Kalorymetr ten składa się z 6 ścian pokrytych czujnikami wykonanymi z taśmy Cu-Konst. Złącza termopar są na przemian odkryte lub przykryte taflą szklaną /rys. 4.7./.



Rys.4.7. Fragment kalorymetru zbudowanego wg /41/.

Ostatnią generację mierników strumieni cieplnych stanowią rozwiązania, w których zastosowano zestawy półprzewodników termoelementów. Hatfield /29/ skonstruował płytkę mierniczą, w której warstwę pomiarową utworzono ze stopu srebra z tellurem. Krążek z tego półprzewodnika o średnicy 13 mm i grubości 1 mm pokryto obustronnie

folią miedzianą od której odprowadzono przewody impulsowe. Z kolei Schulte i Kohl /64/ opracowali płytkę pomiarową o dużej czułości /ok.  $250 \text{ mV/W cm}^{-2}$ / mogącą pracować w zakresie temperatur 75-300K. Stos termoelektryczny w tym rozwiązaniu wykonano z półprzewodnika srebro-antymon-tellur- $\text{AgSbTe}_2$ . Płytkę pomiarową wykonano z 45 elementów półprzewodnikowych zatopionych w żywicy epoksydowej /rys.4.8/



Rys. 4.8. Półprzewodnikowa płytka pomiarowa Schulte i Kohla /64/: 1-srebrna farba, 2- $\text{AgSbTe}_2$ , 3-żywica epoksydowa, 4-folia miedziana

Elementarne kostki  $\text{AgSbTe}_2$  uformowano przecinając w odpowiedni sposób kryształ materiału i zalewając żywicą miejsca przecięć. Połączenia poszczególnych elementów w szereg termoelektryczny wykonano farbą srebrną. Powierzchnie zewnętrzne zabezpieczono folią miedzianą. Wymiary czujnika wynosiły  $7,4 \times 7,4 \times 1,4 \text{ mm}$ , stała czasowa 5 sek, a opór elektryczny  $5 \text{ k}\Omega$ .

Kinzie i Sosa /37/ wykorzystali blok konstantanu z dwiema nakładkami miedzianymi po obu stronach, który stanowi pojedynczą termoparę, a zarazem czujnik do bardzo dokładnego pomiaru gęstości strumienia ciepła przy przewodzeniu, konwekcji i promieniowaniu. Nevem i Stickford /53/ oraz Brown /6/ zastosowali platynowe termometry oporowe do pomiaru różnicy temperatur. Czujniki wykorzystane zostały do pomiarów strumieni ciepła przy dużych prędkościach przepływu powietrza w tunelach aerodynamicznych.

Czujniki do pomiarów gęstości strumieni ciepła na drodze konwekcji zastosowali w swoich pracach Landram 40 /, Kraabel /39/, Newman /54/. Czujniki do pomiaru intensywności promieniowania skonstruował i opisał Gardon /25/.

W pracy Weselego /72/ omówiono wpływ skończonych wymiarów ścianki pomocniczej na dokładność obliczenia gęstości strumienia ciepła przepływającego przez układ przegrod-ścianka pomocnicza. Analizę tą przeprowadzono w warunkach ustalonych. Rzeczywisty układ /rys. 4.9.a/ zastąpiony został uproszczonym modelem złożonym z dwóch obszarów /rys. 4.9.b/.

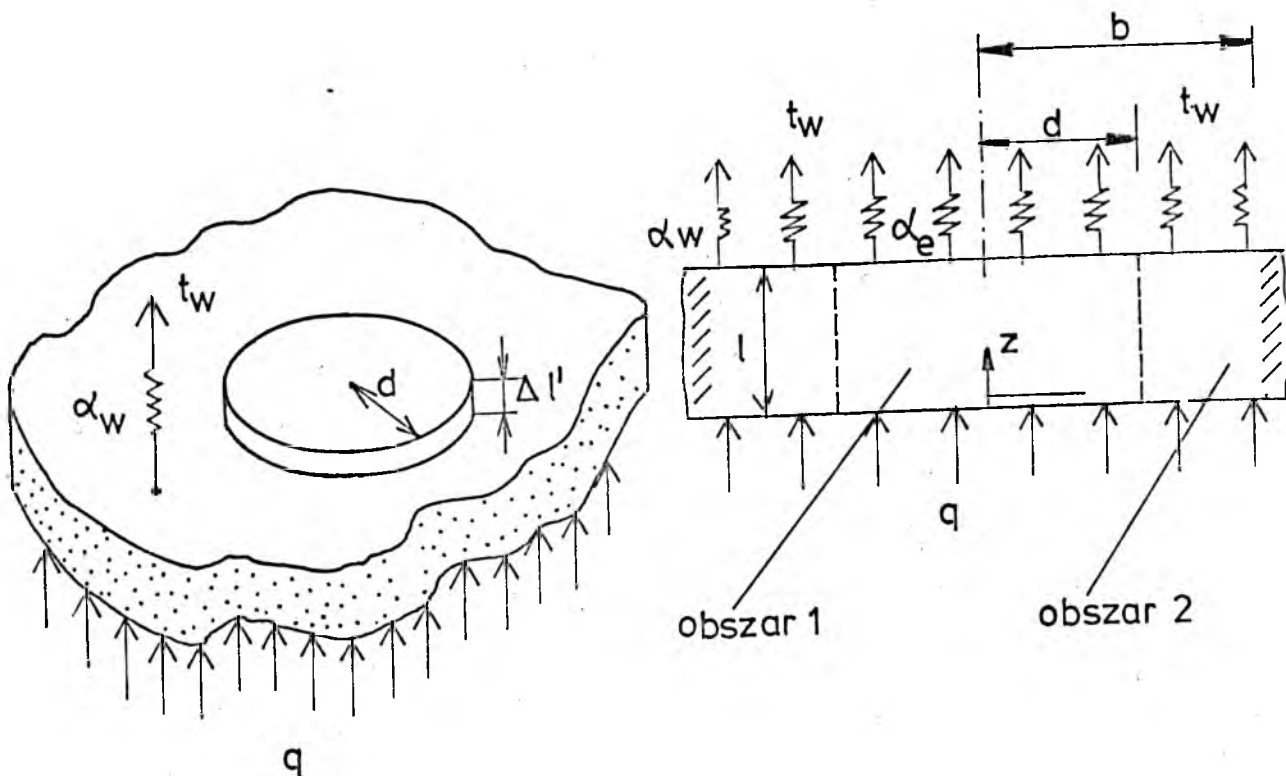
Przyjęto następujące uproszczenia:

- pominięto grubość ciepłomierza /wprowadzając zwiększony opór przejmowania ciepła  $\alpha_e = \left( \frac{1}{\alpha} + \frac{l'}{\lambda} \right)^{-1}$
- pominięto dopływ ciepła do miernika przez powierzchnie boczne.

Rozwiązano układ równań różniczkowych we współrzędnych biegunowych /zmiennie  $z, r$  / dla obydwóch obszarów metodą rozdzielania zmiennych. Równaniami wyjściowymi były:

Obszar 1

$$\frac{\partial^2 \theta_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \theta_1}{\partial r} + \left( \frac{d}{l} \right)^2 \cdot \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial z^2} = 0 \quad /4.3/$$



Rys.4.9. Układ przegroda budowlana - ścianka pomocnicza  
 a/ układ rzeczywisty  
 b/ model uproszczony

Z warunkami brzegowymi

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial \bar{z}} (\bar{r}, 0) = 0 \quad /4.4/$$

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial \bar{z}} (\bar{r}, 1) = -Bi_e \theta_1 (\bar{r}, 1) \quad /4.5/$$

Obszar 2

$$\frac{\partial^2 \theta_2}{\partial \bar{r}^2} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \theta_2}{\partial \bar{r}} + \left(\frac{d}{l}\right)^2 \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial \bar{z}^2} = 0 \quad /4.6/$$

Z warunkami brzegowymi

$$\frac{\partial \theta_2}{\partial \bar{r}} (b, \bar{z}) = 0 \quad /4.7/$$

$$\frac{\partial \theta_2}{\partial \bar{z}} (\bar{r}, 0) = 0 \quad /4.8/$$

$$\frac{\partial \theta_2}{\partial \bar{z}} (\bar{r}, 1) = -Bi \cdot \theta_2 (\bar{r}, 1) \quad /4.9/$$

gdzie:

$\bar{z} = \frac{z}{d}$  bezwymiarowa współrzędna osiowa

$\bar{r} = \frac{r}{d}$  - bezwymiarowa średnica ścianki pomocniczej

$\bar{b} = \frac{b}{d}$  - bezwymiarowa średnica obszaru drugiego

$Bi = \frac{\alpha_w \cdot l}{\lambda}$  - liczba Biota dla obszaru drugiego

$Bi_e = \frac{\alpha_e \cdot l}{\lambda}$  - liczba Biota dla obszaru pierwszego z uwzględnieniem oporu cieplnego ścianki pomocniczej

$\theta_1$  i  $\theta_2$  - bezwymiarowe wartości temperatur w obszarze pierwszym i drugim

Jako wynik rozwiązania otrzymano zależności na temperaturę w obszarze 1 i 2 :

$$\theta_1 / \bar{r} \bar{z} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot I_0(\lambda_n \cdot \bar{r}) \cdot \cos\left(\frac{d \cdot \lambda_n \cdot \bar{z}}{d}\right) \quad /4.10/$$

$$\theta_2 / \bar{r} \bar{z} = \sum_{m=1}^{\infty} B_m \left\{ I_0(\delta_m \cdot \bar{r}) + \frac{I_1(\delta_m \cdot \bar{b})}{K_1(\delta_m \cdot \bar{b})} \cdot K_0(\delta_m \cdot \bar{r}) \right\} \cos \frac{1 \cdot \delta_m \cdot \bar{z}}{d} \quad /4.11/$$

gdzie: I i K to funkcje Besella 1 i 2 rodzaju.

$\lambda_n$  i  $\delta_m$  to pierwiastki funkcji przestępnych

$$\frac{1 \cdot \lambda_n}{d} \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{1 \cdot \lambda_n}{d}\right) = Bi_e \quad /4.12/$$

$$\frac{1 \cdot \delta_m}{d} \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{1 \cdot \delta_m}{d}\right) = Bi \quad /4.13/$$

Wielkości tych pierwiastków obliczono przy pomocy metod iteracyjnych.

Współczynniki  $A_n$  i  $B_m$  otrzymuje się stosując metody ortogonalizacji. Po przeprowadzeniu obliczeń numerycznych określono błąd pomiaru czujnikiem o skończonych wymiarach dla różnych liczb Biota,

różnych średnic i ścian. Metoda ta może być wykorzystana tylko w przypadku określenia błędów pomiarowych dla ścian jednowarstwowych, gdyż przyjęte uproszczenia w istotny sposób wpływają na rozkład temperatur w ścianie i czujniku.

Pracą ścianki pomocniczej w zmiennych warunkach zajmują się Devisne i Marechal /16/. Podali oni sposób analitycznego i eksperymentalnego określenia charakterystyk cieplnych mierników gęstości strumieni ciepła / opór cieplny, pojemność cieplna, stała czasowa/. Opisali również zachowanie się czujników w przypadku skokowej zmiany temperatury przy badaniach na stanowisku pomiarowym współczynników wyrównania temperatury "a" różnych materiałów budowlanych i izolacyjnych. Współczynnik "a" można obliczyć ze wzoru dokładnego uwzględniającego obecność miernika

$$a = \frac{m_0 \cdot e^2}{4 \cdot \Psi_0^2} \quad /4.14/$$

lub wzoru uproszczonego nieuwzględniającego obecności miernika

$$a = \frac{m_0 \cdot e^2}{\pi^2} \quad /4.15/$$

gdzie

$m_0$  = współczynnik obliczony z eksperymentu /  $\frac{1}{s}$  /

e - grubość próbki materiału / m /

$\Psi$  - pierwiastek równania przestępnego

$$\cotg \Psi = L_0 \cdot \Psi$$

gdzie

$$L_0 = \frac{S \cdot \lambda \sqrt{\frac{R'}{S'}} \cdot \operatorname{tg} \sqrt{\frac{R'/S'}{\sqrt{m_0}}}}{\frac{e}{2} \cdot \sqrt{m'}} \quad /4.16/$$

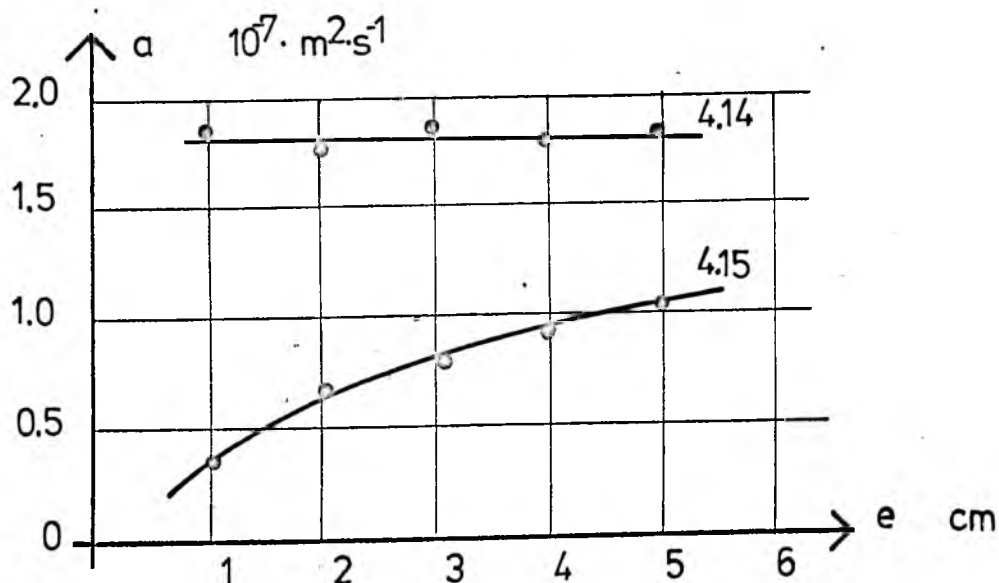
s - pole powierzchni pomiarowej  $m^2$

$\lambda$  - współczynnik przewodzenia ciepła próbki  $W/m^2K$

$R'$  - oporność cieplna miernika  $K/W$

$S'$  - pojemność cieplna miernika  $J/K$

Na rysunku 4.10 przedstawiono współczynnik wyrównania temperatury obliczony wg wzorów /4.14/ i /4.15/ dla neoprenu.



Rys.4.10. Współczynnik wyrównania temperatury obliczony ze wzorów /4.14/ i /4.15/

Otrzymane wyniki potwierdziły konieczność stosowania poprawek, które uwzględniają obecność mierników. Rozpatrzono w /16 / również zagadnienie wymiany ciepła w przypadku zmiennego sinusoidalnie strumienia ciepła w układzie miernik-ściana. Przeprowadzone obliczenia numeryczne potwierdziły zgodność założonego modelu z badaniami eksperymentalnymi. Obliczenia prowadzone były przy założeniu jednokierunkowego przepływu ciepła, a badane przegrody składały się tylko z jednej warstwy.

Aby określić właściwości cieplne badanej ściany w warunkach nieustalonych konieczne jest rozwiązanie analityczne lub numeryczne równania Fouriera z danymi warunkowymi brzegowymi. Rozwiązaniem takich zagadnień zajmowało się wiele osób: między innymi Carslow i Jeger /12/, Łykov /42/. Monografia Mielnickiego i Żydanowicza /48 /, /49/ poświęcona jest metodom obliczania ścian płaskich przy dowolnych wymuszeniach, a w szczególności w stanach przejściowych.

W stanach dla ustalonego periodycznego przepływu ciepła można określić dynamiczną charakterystykę ściany za pomocą współczynnika tłumienia amplitudy oraz przesunięcia fazowego / opóźnienia/.

Zagadnieniem tym zajmowali się Mackey, Wright 43 /, określili oni analitycznie zależności dla ścian dwu i trzy warstwowych. Wśród innych autorów zajmujących się tym zagadnieniem należy wymienić Własowa /74/, Szklówierę /70/, Fokina /25/, Okonia 56 /.

Można również wspomnieć pracę Myersa /52/ porównującą rozwiązania równań przewodnictwa ciepła różnymi metodami przy harmonicznym zmianach temperatury po jednej stronie przegrody. Podobnym zagadnieniem zajmował się Suces 68 /, a wymianą ciepła w warunkach ustalonych, nieustalonych i quasiustalonych w ścianach złożonych zajmowali się w swojej pracy Huang i Chang /32/.

W ostatnich latach w licznych zagranicznych laboratoriach zajmujących się badaniami cieplnymi materiałów budowlanych i izolacyjnych zaczęto zwracać baczną uwagę na pomiary w warunkach modelowych lub zbliżonych do rzeczywistych. Aby wymodelować w laboratorium odpowiednie warunki budowano dwa pomieszczenia zimne i ciepłe oddzielone od siebie badaną ścianą. Układy automatycznej regulacji pozwalały na dowolną zmianę temperatur w obu komorach. Urządzenia takie zostały opisane w pracach Marechala i Brignola 46/, Dubusa i Razloznika 18/, Depeckera/15/, Pedersena i Mouena 61/, Hoffmana/31/, Willeya /73/ i innych.

W pracy/46/ oprócz badań w warunkach ustalonych przeprowadzono pomiary współczynnika przenikania ciepła przy skokowej zmianie temperatury.

Dynamiczna metoda określenia współczynnika przewodzenia ciepła i współczynnika wyrównania temperatury przedstawiona jest w pracy 31/. Pomiar temperatury między dwiema jednakowymi ścianami oraz na po-



wierzchni styku ściany z powietrzem jest wystarczający do określenia szukanych współczynników  $\lambda$  i  $a$ . Metoda może być stosowana tylko w warunkach laboratoryjnych.

Metoda modelowania i regulacji systemu przegroda budowlana - skrzynka cieplna za pomocą mikroprocesora opisana została w pracy /18/. Pozwala ona na określenie pewnych stałych dla tego układu z możliwością wykorzystania ich przy pomiarach strumienia ciepła w warunkach rzeczywistych.

Brisken, Bloomenfeld, Reque /5/ w swojej pracy zastosowali nową metodę określania właściwości cieplnych przegród budowlanych. Metoda ta znalazła zastosowanie do badania stanów przejściowych, polega ona na obliczeniu pewnych współczynników /thermal response factor - współczynniki odpowiedzi / niezależnych od współczynników przenikania ciepła w warunkach ustalonych. Wartości tych współczynników dla danej ściany można obliczyć analitycznie, numerycznie, za pomocą maszyny analogowej lub eksperymentalnie. Obliczenia analityczne i numeryczne są bardzo skomplikowane i żmudne. Istota metody polega na wytworzeniu dowolnego impulsu temperaturowego / prostokątnego, trójkątnego/ po jednej stronie przegrody /rys.4.11.a/ i określenia współczynników odpowiedzi po drugiej stronie przegrody /rys. 4.11.c./.

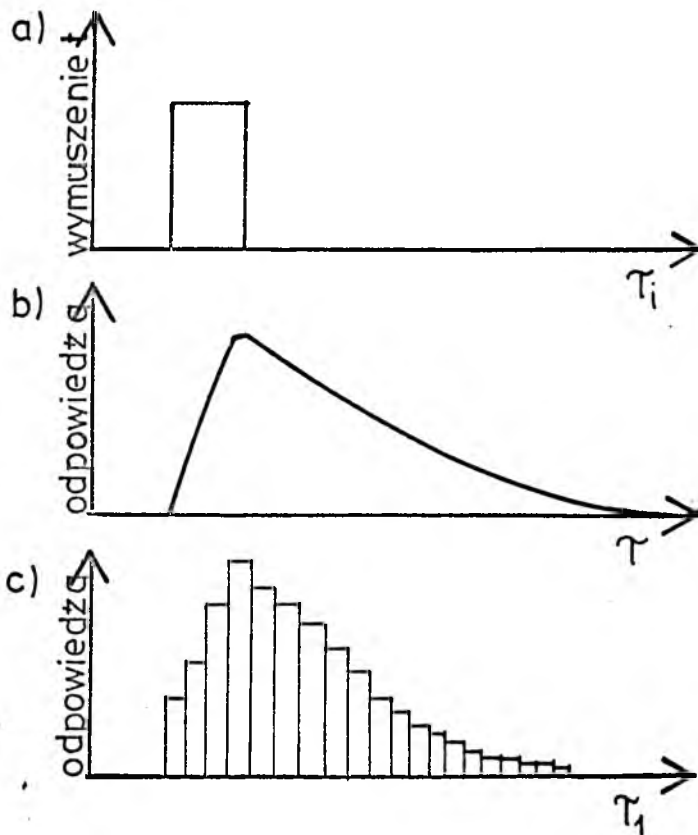
Współczynniki te obliczone jeden raz służyć mogą do określenia gęstości strumienia ciepła w danej przegrodzie w dowolnych warunkach nieustalonych.

Chwilową wartość gęstości strumienia ciepła  $q_n$  przy zmiennej temperaturze zewnętrznej można przedstawić jako:

$$q_n = (t_n - t_w) \cdot F_1 + (t_{n-1} - t_w) \cdot F_2 + \dots + (t_{n-m+1} - t_w) \cdot F_x \quad /4.17/$$

gdzie:  $t_{n-1}, t_w$  - temperatury zewnętrzne w kolejnych godzinach

$F_1, F_x$  - współczynniki odpowiedzi



Rys.4.11. Odpowiedź ściany na impuls prostokątny  
 a/ impuls prostokątny, b/ odpowiedź ściany  
 c/ aproksymowanie odpowiedzi ściany /gęstość strumienia ciepła/ za pomocą prostokątów reprezentujących współczynniki odpowiedzi termicznej ściany.

Mitalas i Stephenson /50/ opracowali metody obliczania współczynników dla ścian warstwowych. W tym przypadku gęstość strumienia ciepła oblicza się z równania:

$$q = A \sum_{n=0} b_n \cdot (t_s, \tau - n\Delta) - \sum_{n=1} d_n \cdot \left( \frac{q_{e, \tau - n\Delta}}{A} \right) \cdot t_w \cdot \sum_{n=0} c_n \quad /4.18/$$

gdzie:

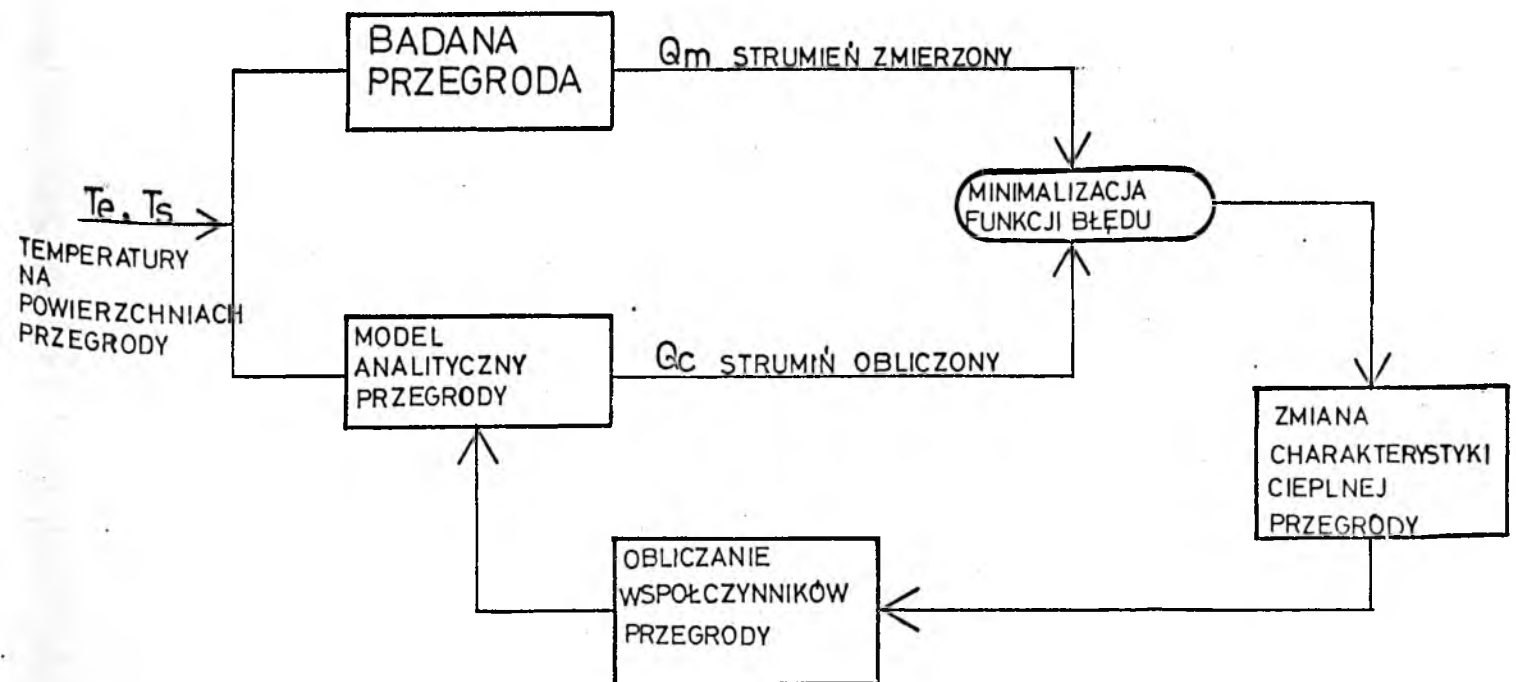
$A$  - powierzchnia pomiarowa

$b_n, d_n, c_n$  - współczynniki odpowiedzi

$t_s, \tau - n\Delta$  - temperatura zewnętrzna z poprzedniego okresu czasu

$q_{e, \tau - n\Delta}$  - gęstość strumienia ciepła z poprzedniego okresu czasu

Praca Pedersena i Mouena/61/ jest próbą wyznaczenia współczynników odpowiedzi na drodze eksperymentalnej. Obliczenie współczynników w sposób bezpośredni jest obarczone dużym błędem pomiarowym. W celu uzyskania dokładniejszych wyników autorzy powiązali badania eksperymentalne z wynikami uzyskanymi za pomocą maszyny cyfrowej z modelu analitycznego przegrody. Model tego układu pokazano na rysunku 4.12.



Rys.4.12. Model określania współczynników odpowiedzi dla ściany pojedynczej

Badania przeprowadzono dla ścian jednorodnych przy założeniu jednokierunkowego przepływu ciepła.

W swojej pracy Depecker /15/ próbuje określić na drodze eksperymentalnej współczynniki odpowiedzi dla ścian jedno i wielowarstwowych.

Sherman /65/ opracował metodę obliczania gęstości strumienia ciepła dla przegrody budowlanej na podstawie uproszczonych współczynników odpowiedzi / STPs/. W opisanej metodzie należy znać współczynnik przewodzenia ciepła  $\lambda$  oraz stałą czasową przegrody zależną od  $\lambda$  i pojemności cieplnej.

Metoda ta, jak również metoda współczynników odpowiedzi, może być zastosowana tylko w przypadku ścian, o znanych charakterystykach cieplnych i obliczonych współczynnikach odpowiedzi. Uproszczone współczynniki odpowiedzi można określić również w warunkach rzeczywistych. Wtedy do pomiaru gęstości strumienia ciepła należy użyć ścianki pomocniczej, skrzynki cieplnej lub płaskiej skrzynki cieplnej opisanej w /18/.

Omówione wcześniej metody pomiarowe znalazły zastosowanie prawie wyłącznie w badaniach laboratoryjnych. Prace prowadzone od lat pozwoliły na bardzo dokładne określenie właściwości cieplnych materiałów budowlanych i izolacyjnych. Jednocześnie okazało się, że właściwości cieplne budynków różnią się od teoretycznie założonych lub laboratoryjnie określonych właściwości materiałów. Może to być spowodowane wieloma czynnikami np.: niewłaściwie wykonaną konstrukcją budynku, zbyt dużą wilgotnością materiałów, wielokierunkowym przepływem ciepła, niejednorodną budową przegrody itp.

Dlatego też zagadnienia związane z pomiarem gęstości strumienia ciepła i oporu cieplnego przegrody w obiektach rzeczywistych / in situ, in the field / są bardzo ważne, chociaż o wiele trudniejsze od badań w warunkach laboratoryjnych.

Z dostępnych publikacji wynika, że na początku lat osiemdziesiątych / 1981, 1982/ liczni autorzy zaczęli poświęcać dużo uwagi tym zagadnieniom.

Flanders i Marshal /22/przeprowadzili pomiary oporu cieplnego ściany murowanej złożonej z dwóch warstw cegieł z pustką powietrzną między nimi. Pomiary przeprowadzono jednocześnie w kilku punktach badanej ściany, które wybrane zostały na podstawie analizy zdjęć termowizyjnych. We wszystkich punktach pomiarowych obliczone wartości średnie oporu cieplnego ściany były mniejsze od oporu cieplnego obliczonego z danych teoretycznych. Spowodowane to było prawdopodobnie mostkami cieplnymi oraz ruchami konwekcyjnymi powietrza między ścianami.

Średni opór cieplny ściany został obliczony przez autorów wg kilka różnych wzorów:

$$R = \frac{\sum \Delta T}{\sum Q} \quad /4.19/$$

gdzie:

R - opór cieplny ściany / K.m<sup>2</sup>/W /

$\Delta T$  - różnica temperatury między powierzchniami ściany /K/

Q - strumień ciepła przepływający przez ścianę W/m<sup>2</sup>

Uwzględniając przesunięcie fazowe strumienia ciepła w stosunku do zmiany różnicy temperatur

$$R = \frac{\sum_{i=0}^{n-k} \Delta T (h_i)}{\sum_{i=k}^n Q (h_k)} \quad /4.20/$$

gdzie:

$h_i$  - odstęp czasu między pomiarami / godz./

$h_k$  - przesunięcie czasowe / godz./

k, n - kolejny punkt pomiarowy.

Zdaniem autorów na wynik pomiaru rzutuje w dużym stopniu różnica temperatur  $\Delta T$ , oraz odpowiednie rozmieszczenie czujników /pominięcie mostków cieplnych/. Odchylenie standartowe w przeprowadzonych pomiarach nie przekraczało 10% wartości średniej, a otrzymane wyniki były powtarzalne. W artykule tym przeprowadzono również

krótki przegląd podobnych prac prowadzonych przez innych autorów.

Pomiarami oporu cieplnego ściany drewnianej zajęli się Brown i Schuley/8/. Zwrócili oni uwagę na wpływ zmiennych warunków zewnętrznych na dokładność pomiaru oporu cieplnego, związek otrzymanych wyników z teoretyczną opornością ściany oraz wpływ konstrukcji ściany na całkowity jej opór cieplny. Badania przeprowadzono w kilku budynkach ze ścianami drewnianymi wypełnionymi wewnątrz wełną mineralną. Ściany pomiarowe skierowane były na południe i północ. Otrzymane wyniki dla ścian północnych i południowych są do siebie zbliżone, a błąd nie przekracza  $\pm 10\%$  wartości dokładnej. Błąd pomiarowy można zmniejszyć do ok. 5% uwzględniając w obliczeniach opóźnienie fazowe oraz zmianę oporności cieplnej ściany wraz ze zmianą temperatury. Poprawki te można zastosować dla danego okresu pomiarowego na podstawie badań przeprowadzonych w dłuższym okresie lub po dokładnej analizie temperatur wcześniejszych. Gęstość strumienia ciepła mierzona była również dla całej ściany za pomocą kalorymetru. Stwierdzono, że sumaryczna ilość ciepła przenikającego przez ścianę jest o ok. 20% większa niż wynikało by to ze wskazań mierników. Roberts i Reike /62/ w przeprowadzonych badaniach określili współczynniki przenikania ciepła  $K$  dla różnych przegród. Określili również minimalne okresy pomiarowe dla danej ściany w zależności od stałej czasowej wyrażonej wzorem:

$$TC = \left( \sum_{i=1}^n C_i \cdot x_i \right)^2 / a \cdot \pi^2 \quad /4.21/$$

gdzie:

$TC$  - stała czasowa / godz./

$a$  - współczynnik wyrównania temperatury  
głównego materiału przegrody /  $m^2$ /godz./

$C_i$  - stosunek współczynnika wyrównania temperatury  
głównego materiału do współczynnika wyrównania  
temperatury pozostałych materiałów

$x_i$  - grubość warstwy / m /

$n$  - ilość warstw

W trakcie badań zmierzono współczynniki przenikania ciepła przez okno podwójnie szklone, ścianę warstwową dobrze zaizolowaną oraz ścianę warstwową słabo zaizolowaną. Temperatury oraz strumienie ciepła mierzone były po obu stronach przegrody. Mierzono również prędkość wiatru po zewnętrznej stronie ściany. Miejsca pomiarowe wybrano po analizie zdjęć termograficznych. Technika zdjęć w podczerwieni do wykrywania miejsc, o gorszej izolacyjności cieplnej znalazła w ostatnich latach szerokie zastosowanie. Umożliwia ona tylko jakościową ocenę stanu izolacyjności obiektu rzeczywistego. Burch i Kosuda /10/ w swojej pracy podjęli próbę oszacowania ilości traconego ciepła przy zastosowaniu kamery telewizyjnej pracującej w podczerwieni. Obrazy w podczerwieni badanej zewnętrznej strony ściany porównywane są ze wzorcem strumienia ciepła. W przypadku niezgodności następuje regulacja wzorca.

Wzorzec składa się z płaskiego grzejnika elektrycznego dobrze zaizolowanego z jednej strony. Zmierzona moc grzejnika elektrycznego lub wskazania czujników ścianki pomocniczej zamocowane do wzorca. określają gęstość strumienia ciepła przepływającego przez przegrodę. Dokładność pomiaru zależy od jednakowych współczynników emisyjności ściany i wzorca, od jednakowych współczynników przyjmowania ciepła.

W przypadku badań laboratoryjnych błąd pomiarowy wyniósł ok.10%, a w badaniach na obiektach rzeczywistych ten sam rząd wielkości ale tylko przy bezwietrznej pogodzie. W czasie wiatrów błąd może zwiększyć się nawet do 50%.

Analizując powyższe prace można dojść do wniosku, że nie przeprowadzone zostały kompleksowe badania umożliwiające opracowanie metodyki pomiarów oporności cieplnej lub współczynników przenikania

ciepła dla rzeczywistych budowlanych przy zmiennych warunkach zewnętrznych.



## 5. METODYKA POMIARU GĘSTOŚCI STRUMIENIA CIEPŁA PRZY UŻYCIU ŚCIANKI POMOCNICZEJ

### 5.1. Wpływ oporności cieplnej miernika na dokładność określenia gęstości strumienia ciepła.

Jednym z podstawowych zagadnień dotyczących pomiaru oporności cieplnej lub współczynnika przenikania ciepła dla przegród budowlanych jest dokładność określenia gęstości strumienia ciepła w zależności od grubości, współczynnika przewodzenia ciepła materiału miernika oraz od oporności cieplnej badanej ściany.

Miernik może być wykonany z różnych materiałów według jednej z koncepcji konstrukcyjnej wcześniej opisanej. Materiał wykorzystany w budowie czujnika powinien charakteryzować się następującymi cechami:

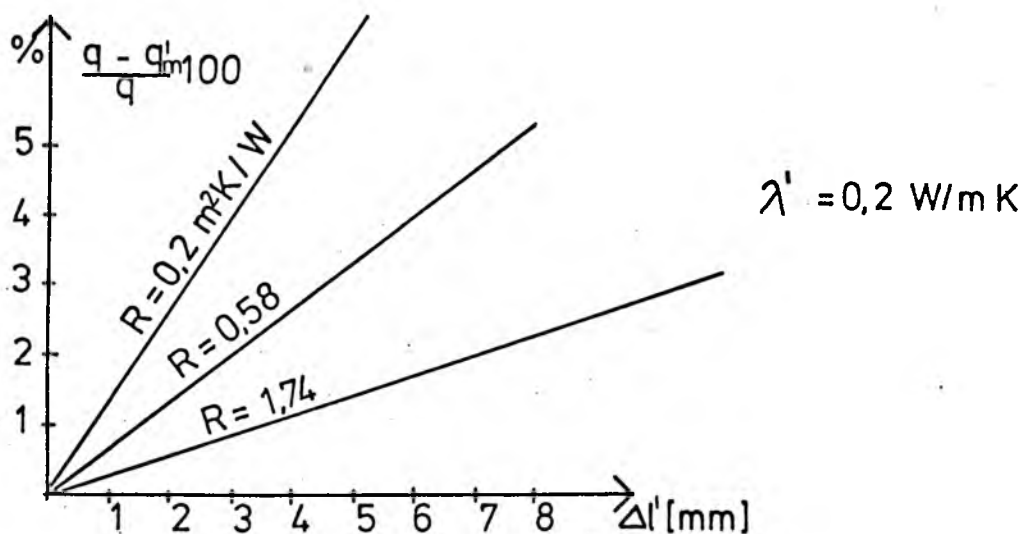
- wytrzymałością mechaniczną
- współczynnikiem przewodzenia ciepła wynoszącym od 0,15 - 0,35 W/m<sup>2</sup>K
- odpornością na działanie wody i innych substancji /smary, kleje/
- odpowiednią gładkość i możliwość doboru lub zmiany koloru.

Cechy te spełnia wiele materiałów takich jak: bakielit, ebonit, tekstolit oraz cały szereg tworzyw sztucznych /teflon, nylon, polichlorek winylu, polietylen, szkło plexi i inne /.

Do obliczeń numerycznych jako materiał modelowego miernika przyjęto matę ze szkła epoksydowanego o współczynniku przewodzenia ciepła  $\lambda = 0,2 \text{ W/m}^2\text{K}$ . Z tego właśnie materiału wykonane zostały mierniki opisane i przebadane w dalszej części pracy. Pewien wpływ na dokładność określenia gęstości strumienia ciepła ma przepływ ciepła przez elementy miernika /termopary / wykonane z miedzi i

konstantanu. Wykorzystując wyniki pracy / 64 / stwierdzono, że zjawisko przepływu ciepła przez termoelementy nie wpływa w istotny sposób na dokładność pomiaru.

Umieszczenie na powierzchni badanej przegrody ścianki pomocniczej wpływa na zmniejszenie gęstości przepływającego strumienia ciepła o  $q - q'_m$ . Zmniejszenie to będzie zależne od oporu cieplnego miernika jak i oporu cieplnego przegrody /rys.5.1./. Przy obliczeniach przyjęto założenie jednokierunkowego przepływu ciepła.



Rys.5.1. Wpływ grubości miernika na gęstość strumienia ciepła przepływającego przez przegrody o różnych oporach cieplnych.

Zmniejszenie gęstości strumienia ciepła podano w procentach jako stosunek różnicy strumienia niezakłóconego i strumienia przepływającego przez miernik do strumienia niezakłóconego -  $\frac{q - q'_m}{q} \cdot 100\%$ . Jak widać z rys.5.1. największe odchyłki występują dla ścian o niewielkim oporze cieplnym ok.  $0,2 \text{ m}^2\text{K/W}$  i dla mierników o większych grubościach ponad 5 mm. W pozostałych przypadkach zmniejszenie gę-

tości strumienia ciepła nie przekracza kilku procent. Przy obliczeniach oporu cieplnego przegrody lub współczynników przenikania ciepła należy uwzględnić wpływ oporu cieplnego miernika na gęstość strumienia ciepła:

$$R = \frac{t_1 - t_3}{q'_m} - \frac{\Delta l'}{\lambda'} \quad /5.1/$$

lub odnosząc opór R do strumienia niezakłóconego:

$$R = \frac{t'_2 - t'_3}{q} \quad /5.2/$$

W przypadku obliczania współczynnika przenikania ciepła K:

$$K = \frac{q'_m}{t_w - t_z - \frac{\Delta l'}{\lambda'} \cdot q'_m} \quad /5.3/$$

lub odnosząc do strumienia niezakłóconego:

$$K = \frac{q}{t_w - t_z} \quad /5.4/$$

Ze wzorów /5.1 - 5.4/ oraz rysunku 5.1. wynika, że czujniki o bardzo małym oporze cieplnym byłyby najbardziej przydatne do pomiarów izolacyjności przegród. Z drugiej strony oporność miernika wpływa na różnicę temperatur między jego powierzchniami. Przy zbyt małej grubości miernika wytworzona różnica temperatur byłaby mała, a co za tym idzie napięcie wytworzone przez termopary zbyt małe. Przykładowo obliczono, że dla miernika wykonanego z tekstolitu  $\lambda' = 0,2 \text{ W/m}^2\text{K}$  o grubości 1 mm przy różnicy temperatur  $t_w - t_z = 20^\circ\text{C}$ , przyłożonego do ściany o oporze cieplnym  $1,74 \text{ m}^2\text{K/W}$  różnica temperatur wyniesie  $0,05\text{K}$ . Przy wykorzystaniu termopary miedź-konstantan o stałej wzor-

cowaniu równej ok. 0,035 mV/K napięcie wytworzone wyniosłoby 0,00175 mV. Napięcie takie można dokładnie zmierzyć np. miliwoltomierzem cyfrowym. lub nanowoltomierzem. Jednak, ze względu na dokładność odczytu należałoby zastosować większą ilość termopar np100. Przy pomiarach, w których różnica temperatur  $t_w - t_z < 20^{\circ}\text{C}$ , ilość termopar powinna być jeszcze większa. Wykonanie ciepłomierza o grubości  $\leq 1$  mm jest możliwą ale pracochłonne. Powyższe rozważania, przeprowadzone obliczenia oraz warunki technologiczne pozwoliły określić optymalną grubość miernika na około 3 mm.

## 5.2. Badanie wpływu skończonych wymiarów ścianki pomocniczej na gęstość przepływającego strumienia ciepła

Jednokierunkowy przepływ ciepła możliwy jest tylko w przypadku odpowiednio dużych wymiarów ścianki pomocniczej. Miernik taki jest jednak nieporęczny w zastosowaniu, niemożliwy jest pomiar w miejscach styku płyt, w narożach, w miejscach występowania mostków cieplnych itp. Zastosowanie mierników małogabarytowych wymaga obliczenia, a następnie stosowania poprawek uwzględniających dwukierunkowy przepływ ciepła. W rzeczywistym przepływie ciepła różnica temperatur między płaszczyznami miernika jest mniejsza niż by to wynikało z założenia jednokierunkowego przepływu. Do badania wpływu skończonych wymiarów ścianki pomocniczej na gęstość strumienia ciepła w zależności od oporu cieplnego przegród, współczynników przejmowania ciepła, różnicy temperatur  $t_w - t_z$  opracowano program na maszynę cyfrową, wykorzystując metodę elementów skończonych.

### 5.2.1. Opis programu dla dwukierunkowego ustalonego przepływu ciepła.

Metoda elementów skończonych znalazła zastosowanie w wielu dzie-

dzinach techniki, między innymi w wymianie ciepła. Podstawy teoretyczne i sposób rozwiązania w metodzie elementów skończonych podają prace /33/, /51/, /66 /, /77/. Jej istota polega na zastąpieniu ośrodka ciągłego skończoną ilością elementów o danych wymiarach. Ośrodek ciągły mający nieskończoną ilość stopni swobody można w przybliżeniu opisać układem dyskretnym o skończonej ilości stopni swobody. W klasycznej metodzie elementów skończonych rozpatruje się związek między średnimi wartościami rozpatrywanych wielkości dla małych podobszarów. Przyjmując, że ilość podobszarów dąży do  $\rightarrow \infty$  przy jednoczesnym zmniejszaniu ich rozmiarów do  $\rightarrow 0$ , otrzymuje się równanie słuszne w całym obszarze. W wyniku tego całkowanie zostaje zastąpione sumowaniem, a równania różniczkowe równaniami algebraicznymi. Metodę tą można traktować jako proces aproksymacyjny ośrodka ciągłego zbiorem podobszarów prowadzący do ustalenia równań opisujących w sposób przybliżony analizowany problem.

Element skończony posiada następujące cechy:

- ma ustalony kształt /trójkąt, sześciąt itp./,
- łączy się z innymi elementami w punktach zwanych węzłami,
- niewiadome są wartości temperatur w węzłach,
- rzeczywisty przebieg zmian temperatury wewnątrz elementu jest aproksymowany za pomocą zależności pomiędzy wartościami temperatur w węzłach i ustalonych z góry funkcji współrzędnych tzw. funkcja kształtu.

Najczęściej jako funkcje aproksymacyjne stosuje się wielomiany, gdyż łatwo przeprowadzić na nich operacje matematyczne i numeryczne oraz z dostateczną dla celów praktycznych dokładnością można nimi aproksymować rzeczywiste przebiegi zmian.

Jeżeli aproksymacji dokonuje się za pomocą wielomianów, tak jak to przyjęto w pracy, to przebieg zmian temperatury opisany jest zależnością:

$$u/x/ = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + \dots + a_n x^n \quad /5.5/$$

lub macierzowo

$$u/x/ = \{\phi\}^T \cdot \{A\}^T \quad /5.6/$$

$$\{\phi\}^T = \{1, x, x^2 \dots x^n\} \quad /5.7/$$

$$\{A\}^T = \{a_0, a_1, a_2 \dots a_n\} \quad /5.8/$$

Dla rozpatrywanego przypadku dwuwymiarowego  $\bar{u} = u/x, y/$ ,  $v/x, y/$ , mamy:

$$u/x, y/ = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot y + a_3 \cdot x^2 + a_4 \cdot x \cdot y + a_5 \cdot y^2 + \dots + a_n y^n \quad /5.9/$$

$$v/x, y/ = b_0 + b_1 \cdot x + \dots + b_n \cdot y^n \quad /5.10/$$

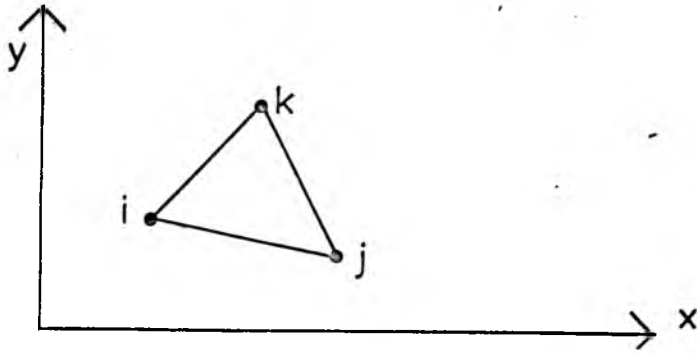
lub macierzowo

$$\{\bar{u}/x, y/\} = \begin{Bmatrix} u/x, y/ \\ v/x, y/ \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi \\ \psi \end{bmatrix} \{A\}^T = \begin{bmatrix} \{\phi_1\}^T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \phi \\ a \end{bmatrix} \{A\} \quad /5.11/$$

$$\{\phi_1\}^T = \{1, x, y, x^2, x y \dots y^n\} \quad /5.12/$$

$$\{A\} = \{a_0, a_1, \dots, a_n, b_0, \dots, b_n\} \quad /5.13/$$

Dla elementu trójkątnego z 3 węzłami temperatura  $[t_n]$  każdego z węzłów ma 2 współrzędne  $u_n, v_n$  /rys.5.2./



Rys.5.2. Element trójkątny z węzłami we współrzędnych /x,y/

$$\{t_n\} = \begin{Bmatrix} u_n \\ v_n \end{Bmatrix}$$

Czyli dla całego elementu ilość współczynników temperatury, które są wielkościami niewiadomymi podlegającymi wyznaczeniu wynosi 6 /tzn. rozważany element ma 6 stopni swobody/

$$\{t\}^e = \begin{Bmatrix} q_i \\ q_j \\ q \end{Bmatrix} \quad /5.14/$$

Rozkład temperatur wewnątrz elementu musi być w sposób jednoznaczny określony za pomocą tych 6 wielkości. W najprostszy sposób można to zrobić opisując rozkład temperatur dwoma wielomianami

$$\begin{aligned} u &= a_0 + a_1x + a_2y \\ v &= b_0 + b_1x + b_2y \end{aligned} \quad /5.15/$$

6 stałych wyznaczono rozwiązując 2 układy 3 równań otrzymanych przez podstawienie do powyższych wielomianów współrzędnych. Jeden z tych układów ma postać

$$\begin{aligned} u_i &= a_0 + a_1x_i + a_2y_i \\ u_j &= a_0 + a_1x_j + a_2y_j \\ u_k &= a_0 + a_1x_k + a_2y_k \end{aligned} \quad /5.16/$$

Rozwiązując go względem  $a_0, a_1, a_2$  w zależności od składowych  $u_i, u_j, u_k$  temperatur w węzłach ostatecznie otrzymano

$$u = \frac{1}{2\Delta} \left[ (\alpha_i + \beta_i x + \gamma_i \cdot y) u_i + (\alpha_j + \beta_j x + \gamma_j \cdot y) u_j + (\alpha_k + \beta_k x + \gamma_k \cdot y) u_k \right] \quad /5.17/$$

gdzie

$$2\Delta = \det \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_i & x_j & x_k \\ y_i & y_j & y_k \end{vmatrix} = 2 \cdot \text{pole } \Delta_{ijk} \quad /5.18/$$

$$\alpha_i = x_j \cdot y_k - x_k \cdot y_j \quad /5.19/$$

$$\beta_i = y_j - y_k$$

$$\gamma_i = x_k - x_j$$

pozostałe współczynniki wyznaczono cyklicznie przestawiając wskaźniki  $i, j, k$

Analogicznie dla składowej  $v$  temperatury

Czyli można napisać

$$u = \sum_m N_m \cdot u_m \quad /5.20/$$

$$v = \sum_m N_m \cdot v_m \quad /5.21/$$

lub korzystając z zapisu macierzowego

$$\begin{aligned} \{q/x, y/\} &= \begin{Bmatrix} u/x, y/ \\ v/x, y/ \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_i & 0 & N_j & 0 & N_k & 0 \\ 0 & N_i & 0 & N_j & 0 & N_k \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ u_k \\ v_k \end{Bmatrix} = \\ &= [N /x, y/] \cdot \{q\}^e \quad /5.22/ \end{aligned}$$



gdzie

$$N_m = (\alpha_m + \beta_m x + \gamma_m \cdot y) / 2\Delta \quad /5.23/$$

W ogólnym przypadku przebieg temperatury wewnątrz elementu opisany został w zależności od wartości rozpatrywanej wielkości w węzłach za pomocą zależności

$$\phi /x,y/ = \sum_{i=1}^N N_i /x,y/ \phi_i \quad /5.24/$$

gdzie

$N_i /x,y/$  - funkcja kształtu.

W celu wyprowadzenia równania z niewiadomymi wartościami temperatur w węzłach można zastosować:

- metody bezpośrednie
- metody resztowe
- metody wariacyjne

W dalszym postępowaniu przyjęto metodę wariacyjną, która polega na takim sformułowaniu rozpatrywanego problemu, żeby jego rozwiązanie minimalizowało pewną wielkość /funkcjonał/  $\Psi$  zdefiniowaną /w postaci ogólnej/ jako całka w rozpatrywanym obszarze i na jego brzegu:

$$\Psi = \int_V f(\{\phi\}) dv + \int_S g(\{\phi\}) ds \quad /5.25/$$

Przebieg poszukiwanej wielkości  $\phi$  opisany jest wewnątrz elementów zależnością:

$$\phi = [N] \cdot \{\phi\}^e \quad /5.26/$$

gdzie  $\{\phi\}^e$  jest zbiorem niewiadomych wartości funkcji w węzłach. Po podstawieniu powyższych zależności w wyrażenie podcałkowe wiel-

kości  $\Psi$  staje się funkcją wartości węzłowych  $\{\phi\}^e$ .

Układ równań minimalizujący wielkość  $\Psi$  względem wszystkich nie-  
wiadomych, będący jednocześnie układem opisującym rozważany prob-  
lem otrzymano z warunku:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \{\phi\}^e} = \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial \Psi}{\partial \{\phi\}^1} \\ \vdots \\ \frac{\partial \Psi}{\partial \{\phi\}^N} \end{array} \right\} = 0 \quad /5.27$$

Wyrażenia określające właściwości elementu mają postać całek po  
obszarze zamkniętym w postaci

$$\int_{V_e} [S] dV$$

gdzie wyrazy macierzy  $[S]$  zależą od funkcji kształtu i ich pochod-  
nych.

Dla znanego wielomianu całkę

$$\int_a^b \Psi/x dx$$

można przedstawić w postaci sumy

$$\sum_{i=1}^N A_i \cdot f/x_i/$$

W celu uzyskania lepszej dokładności dobrano oprócz stopnia wielo-  
mianu również i rozmieszczenie punktów  $x_i$ , tak by zapewnić najlep-  
sze przybliżenie do rzeczywistej funkcji.

Równanie przewodnictwa ciepła dla ściany warstwowej ze ścianką  
pomocniczą wraz z warunkami brzegowymi rozwiązano w układzie współ-  
rzędnych cylindrycznych / miernik w kształcie krążka/.

Przyjęto następujące założenia:

- rozpatrywano przypadek dwuwymiarowego przewodzenia ciepła
- ustalone przewodzenie ciepła / pochodne względem czasu równe zero/

- stałe wartości współczynników  $\lambda_r$  i  $\lambda_z$  przewodzenia ciepła oraz temperatur płynów otaczających /powietrza/ od strony wewnętrznej i zewnętrznej ściany / warunki brzegowe III rodzaju/
- w ogólności założono materiały niejednorodne, wprowadzono współczynniki przewodzenia  $\lambda_r$  i  $\lambda_z$
- brak jest wewnętrznych źródeł ciepła.

Równanie ustalonego przewodnictwa ciepła współrzędnych cylindrycznych przy powyższych założeniach ma postać:

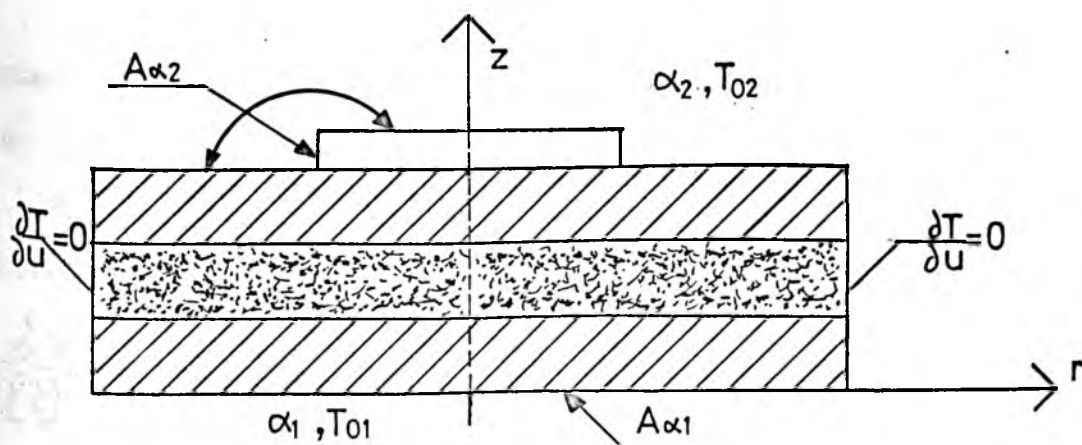
$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda_r \cdot r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda_z \cdot r \frac{\partial T}{\partial z} \right) = 0 \quad /5.28/$$

warunki brzegowe III rodzaju:

na powierzchniach  $A_{\alpha_1}$ ; stała wartość  $\alpha_1$  oraz  $T_{o1}$

na powierzchniach  $A_{\alpha_2}$ ; stała wartość  $\alpha_2$  oraz  $T_{o2}$

Schemat miernika wraz ze ścianą warstwową oraz więzy określające warunki brzegowe podano na rys. 5.3.



Rys.5.3. Schemat ściany warstwowej z miernikiem

Dla stanów ustalonych w przedstawionym przypadku zależność /5.25/ można ograniczyć do rozpatrzenia funkcjonału o postaci:

$$\chi = \iint \left\{ \frac{1}{2} \left[ \lambda_r \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)^2 + \lambda_z \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 \right] \right\} r \cdot dr \cdot dz + \frac{1}{2} \iint_{A_\alpha} \alpha (T^2 - 2T_0 \cdot T) r \cdot dA_\alpha \quad /2.29/$$

Żądanie rozwiązania przedstawionego równania przewodnictwa ciepła we współrzędnych cylindrycznych jest równoważne uzyskaniu minimalnej wartości całek /funkcjonału/ przy założeniu, że T spełnia te same warunki brzegowe. Własność ta wynika bezpośrednio z twierdzenia Eulera. Po wprowadzeniu podziału /dyskretyzacji/ rozpatrywanego obszaru na elementy, jeżeli nieznaną funkcją I jest określona, element po elemencie w postaci

$$T = [N_i, N_j, \dots] \cdot \begin{Bmatrix} T_i \\ T_j \\ \vdots \end{Bmatrix} = [N] \cdot \{T\}^e \quad /5.30/$$

gdzie  $T_i$  są parametrami w węzłach, a  $N_i$  są funkcjami kształtu elementu. Dokonano przybliżonej minimalizacji funkcjonału.

Dla pojedynczego elementu /oznaczony indeksem e / uwzględniając warunki brzegowe otrzymano równanie w postaci macierzowej:

$$\frac{\partial \chi}{\partial [T]^e} = [h]^e \cdot \{T\}^e + [h]^e \cdot \{T\}^e + \{R\}^e = 0 \quad /5.31/$$

gdzie:

$h^e$ , macierz przewodności cieplnych, elementy tej macierzy można przedstawić w postaci:

$$h_{ij} = \iint_{A^e} \left( \lambda_r \cdot r \cdot \frac{\partial N_i}{\partial r} \cdot \frac{\partial N_j}{\partial r} + \lambda_z \cdot r \cdot \frac{\partial N_i}{\partial z} \cdot \frac{\partial N_j}{\partial z} \right) dA^e \quad /5.32/$$

$[h_\alpha]^e$  , macierz przewodności cieplnych związanych z warunkiem brzegowym III rodzaju

$$h_{\alpha ij} = \iint_{\Lambda^e} \alpha \cdot N_i \cdot N_j \cdot dA_\alpha^e \quad /5.33/$$

$\{R\}^e$  , wektor "obciążeń"

$$r_i = \iint_{\Lambda_\alpha^e} \alpha \cdot r \cdot T_0 \cdot dA_\alpha^e \quad /5.34/$$

$\{T\}^e$  , wektor temperatur węzłowych. Ostatecznie dla całego obszaru otrzymano :

$$\frac{\partial x}{\partial \{T\}} = [H] \cdot \{T\} + [H_\alpha] \cdot \{T\} + \{R\} = 0 \quad /5.35/$$

gdzie:

$$H_{ij} = \sum h_{ij}^e$$

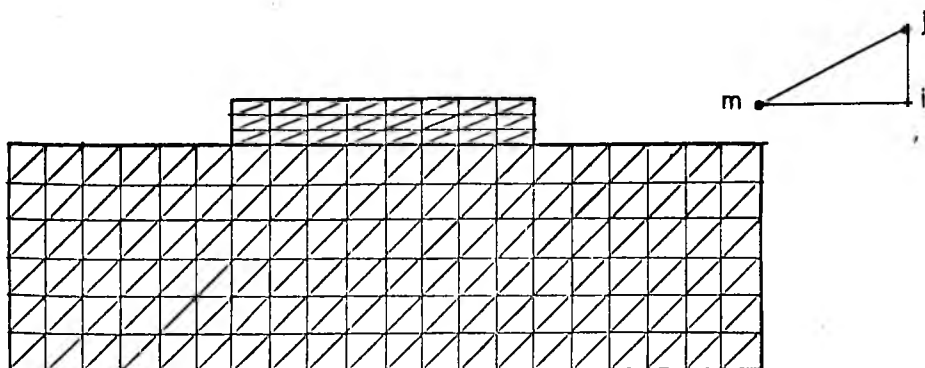
$$H_{ij} = \sum h_{\alpha ij}$$

$$H_i = \sum r_i^e$$

Powyższy układ równań algebraicznych rozwiązano w pracy stosując specjalnie zoptymalizowaną procedurę , wykorzystując metodę "eliminacji Gaussa" .

W pracy zastosowano podział na elementy trójkątne i użyto na nich liniowych funkcji kształtu. Przykładowy podział ściany i mierzniaka na elementy przedstawiono na rys. 5.4.

Wierzchołki /węzły/ elementu trójkąta i,j,m ponumerowano lewostronnie, zaś warunek brzegowy III rodzaju podawano na odcinku między węzłami i oraz m.



Rys.5.4. Podział ściany i miernika na elementy

Funkcję kształtu dla elementu trójkątnego można przedstawić w postaci:

$$N_i = \frac{a_i + b_i \cdot r + c_i \cdot z}{2 \Delta} \quad /5.36/$$

gdzie:

$$a_i = r_j \cdot z_m - r_m \cdot z_j$$

$$b_i = z_j - z_m$$

$$c_i = r_m - r_j$$

$\Delta$  - pole elementu trójkątnego

Wyrażenie na  $h_{ij}$  dla danego elementu można scałkować przy założeniu stałości iloczynu  $\lambda_r \cdot r$  i  $\lambda_z \cdot z$  w obszarze elementu i równą wartości w środku ciężkości elementu  $\bar{\lambda}_r$ , tak więc

$$h_{ij} = \frac{\lambda_r}{4 \Delta} / b_i \cdot b_j + c_i \cdot c_j / \quad /5.37/$$

Zaś po wprowadzeniu lokalnego układu współrzędnych i scałkowaniu można otrzymać:

$$h_{\alpha ij} = \frac{\alpha_z}{12} / 3r_i + r_m / \quad /5.38/$$

$$r_i = \frac{T_o \cdot \alpha \cdot z}{6} / 2r_i + r_m / \quad /5.39/$$

gdzie  $z$  oznacza długość boku elementu trójkątnego dla którego zadany jest warunek brzegowy.

W przypadku równania przewodnictwa w metodzie elementów skończonych wartość całkowitego strumienia ciepła leży poniżej wartości rzeczywistej. Oznacza to, że dla całego obszaru temperatury obliczane są z niedomiarem, co nie znaczy, że są one z niedomiarem, dla każdego punktu obszaru. W przypadku elementów trójkątnych dla siatek regularnych rząd przybliżenia jest taki sam jak przy zastosowaniu metody różnic skończonych, czyli błąd w określeniu temperatury jest proporcjonalny do  $1/\Delta L^2$ , a zbieżność rozwiązania jest bardzo dobra. Oszacowany błąd temperatury dowolnego punktu nie przekraczał  $0.001^\circ\text{C}$ .

Wynikami rozwiązań są rozkłady temperatur zarówno w obszarze ściany warstwowej jak i miernika. Rozwiązanie uzyskano dla szerokiego zakresu zmiennych występujących w opisie parametrów.

Obliczenia przeprowadzono na maszynach cyfrowych IBM-370 oraz R-32 w języku Fortran IV. Szczegółowe wyniki przedstawiono na wykresach w dalszej części pracy.

Opracowany program umożliwia rozwiązanie każdego dwuwymiarowego zagadnienia przewodzenia ciepła z różnymi warunkami brzegowymi dla układów geometrycznych o dowolnym kształcie, złożonych z różnych materiałów, charakteryzujących się także anizotropową budową.

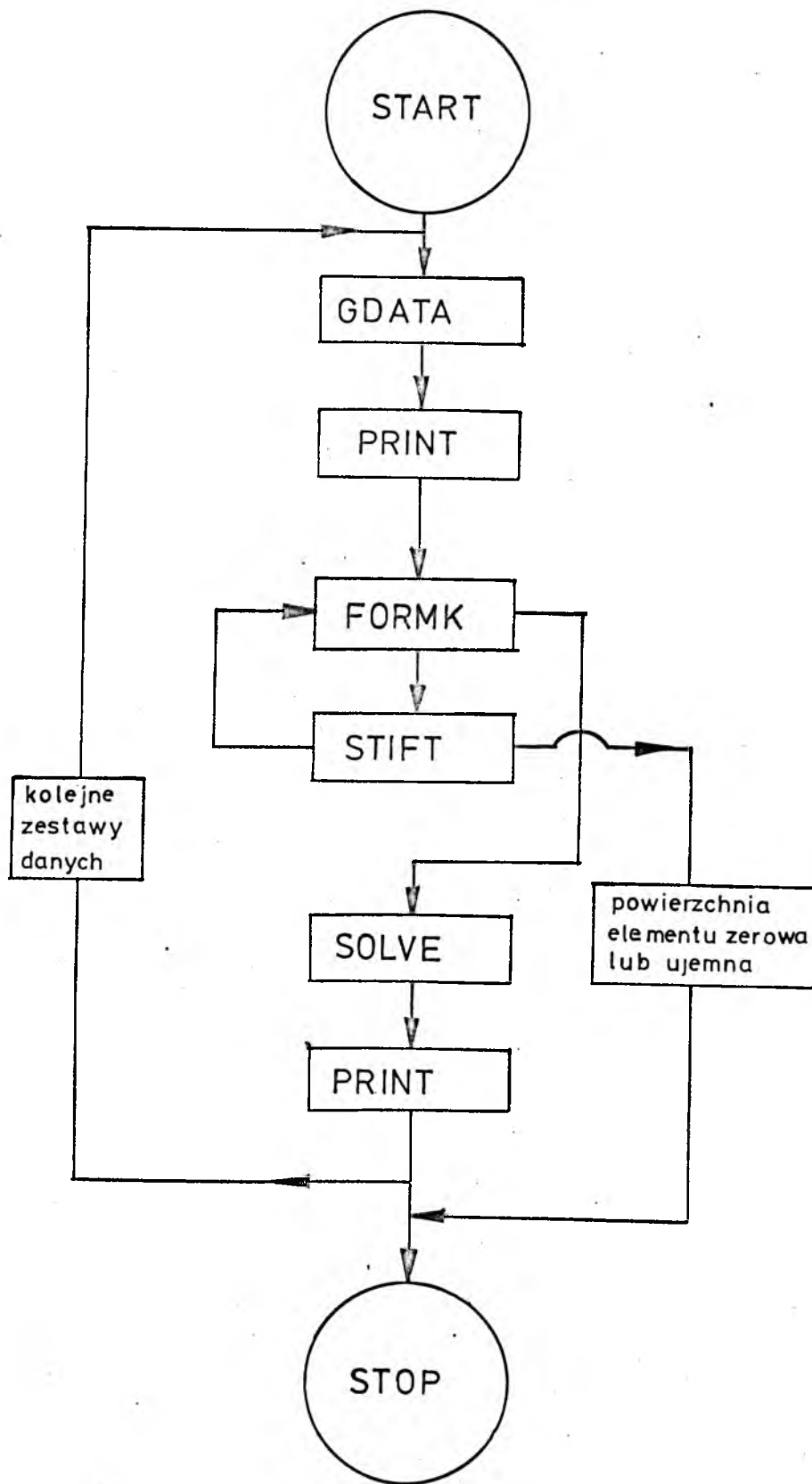
Na rysunku 5.5 podano ogólny algorytm programu do rozwiązywania równania przewodnictwa ciepła w przypadku dwuwymiarowego przepływu ciepła metodą elementów skończonych. Wykonano dwa programy\* jeden we współrzędnych walcowych o nazwie CIEPLOWA, drugi we współrzędnych prostokątnych o nazwie CIEPLORZ.

\* Przy realizacji programu współpracowano z dr inż. R. Zwierzchowskim, a obliczenia przeprowadzono na MC w Instytucie Techniki Ciepłej P.W.

Alogorytm programu przedstawiono na rys.5.5. Poszczególnym podprogramom przydzielono nazwy:

- GDATA** - Podprogram generujący i wprowadzający dane wejściowe programu głównego. Określane tu są współrzędne wszystkich punktów węzłowych wypisane dla każdego elementu w określonej kolejności. Tworzone są także charakterystyki elementów /wpisane w takiej samej kolejności jak współrzędne punktów węzłowych/ zawierające: połączenie elementów tzn. numery wszystkich węzłów elementu, a także numery rodzaju materiału występującego w tym elemencie oraz odpowiadającą danemu numerowi wartość przewodności cieplnej  $\lambda_x, \lambda_y$ . Ponadto podprogram generuje dla zadanej geometrii odpowiednie warunki brzegowe.
- PRINT** - Wyprowadzenie /wydruk na drukarce wieszowej/ określonych wielkości z programu: wielkości zadane, wielkości wygenerowane w podprogramie GDATA oraz wielkości obliczone / pola temperatur /.
- STIFT/N/-** Podprogram konstruuje kwadratową macierz "sztywności" elementu / N w nawiasach jest numerem elementu/. Określane są tu także powiązania elementów, przetransformowanie elementów do współrzędnych lokalnych, a również obliczone powierzchnie elementów. W przypadku zerowej lub ujemnej powierzchni elementu podprogram jest zatrzymany.
- FORMK** - Podprogram buduje prostokątną macierz "sztywności" wykorzystując podprogram STIFT/N/ wywoływanej w pętli dla wszystkich elementów. Ponadto podprogram ten włącza warunki brzegowe, które są automatycznie wprowadzane do wektora "obciążeń".



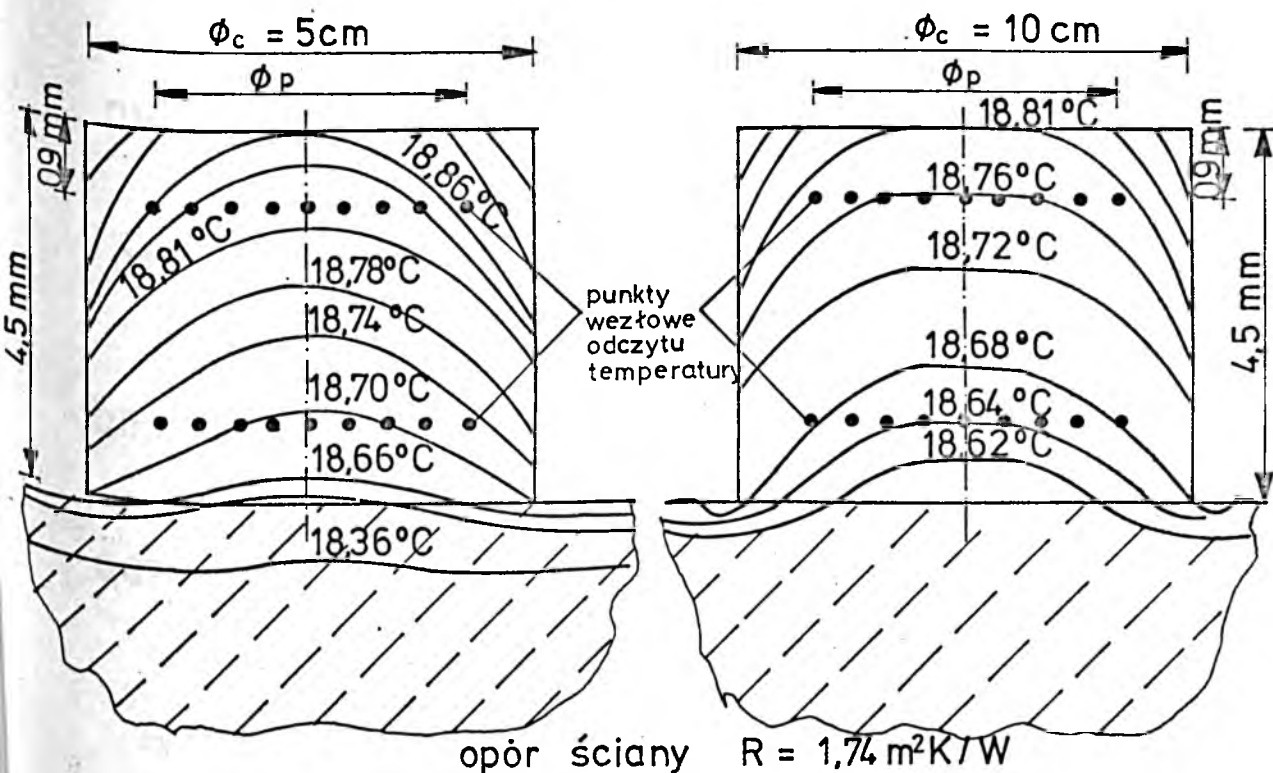


Rys.5.5 Algorytm programu CIEPLORZ

SOLVE - Podprogram rozwiązujący układ równań algebraicznych. Zastosowano tu specjalnie zoptymalizowaną procedurę eliminacji Gaussa. Wynikiem obliczeń są rozkłady temperatur w ścianie warstwowej i mierniku.

### 5.2.2. Badania numeryczne wpływu geometrii miernika na gęstość przepływającego strumienia ciepła

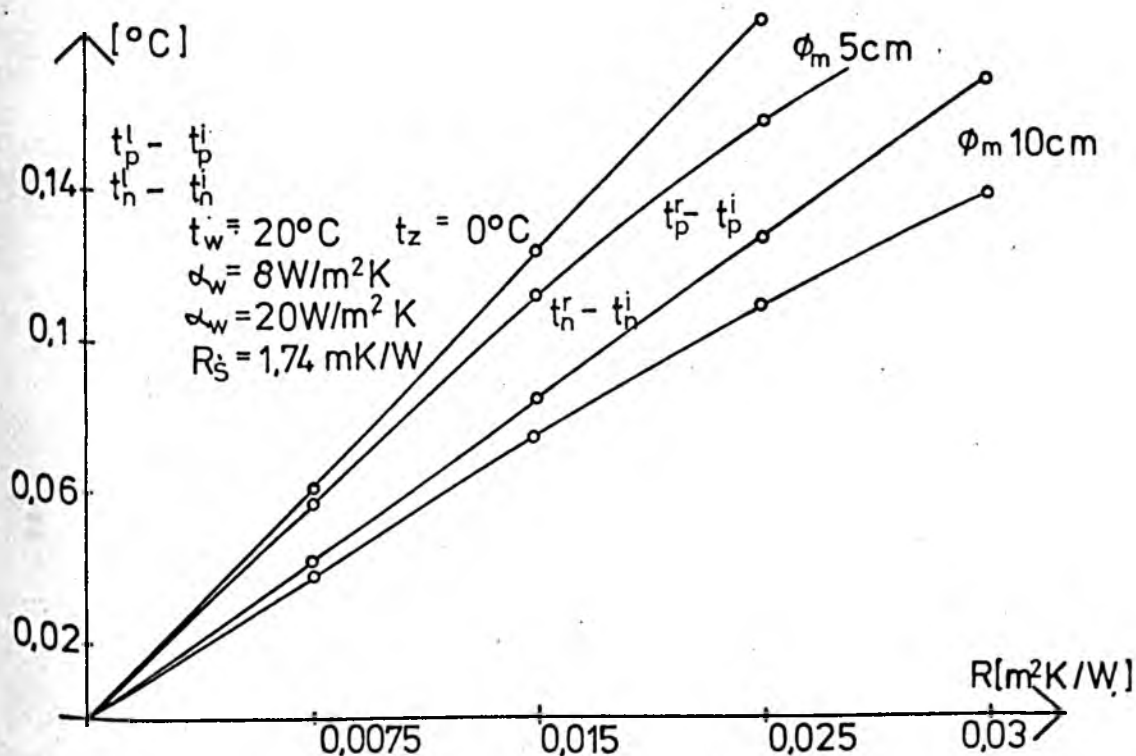
Jako wynik obliczeń numerycznych otrzymano rozkłady temperatur w mierniku oraz w ścianie. Powierzchnię pomiarową stanowiła wewnętrzna część miernika ograniczona średnicą pomiarową  $\phi_p$  równą około  $0,85 \times \phi_c$  średnicy całkowitej / w taki też sposób zostały rozmieszczone termopary w wykonanych miernikach/. Temperatury na powierzchniach pomiarowych określone zostały po uśrednieniu temperatur w poszczególnych punktach warstwy miernika. Punkty odczytu temperatur znajdowały się między zewnętrznymi warstwami czujnika.



Rys.5.6 Rozkład izoterm w układzie ściana-miernik wraz z punktami odczytu temperatury

. W modelu ściana została podzielona na pewną ilość warstw, w zależności od grubości ściany, w których obliczane były temperatury. Grubość warstwy miernika była o wiele mniejsza. Na rys. 5.6 przykładowo pokazano rozkłady temperatur w układzie ściana-miernik. Ze względu na niejednakowy podział na warstwy miernik przedstawiony został w innej skali niż ściana, pozwoliło to na dokładniejsze odwzorowanie izoterm miernika, jak również na dokładniejsze określenie wymiarów tej części miernika, w której przepływ ciepła jest jednokierunkowy. Przykładowe wyniki obliczeń numerycznych przedstawiono w tabelicy 5.1. Obliczono również ilościowy wpływ zmiany oporu cieplnego miernika /grubości/ na rozkład temperatur na powierzchniach pomiarowych oraz ich różnicę w stosunku do rozkładu temperatur w przypadku jednokierunkowego przepływu ciepła.

Przykładowe wyniki obliczeń przedstawiono na rys. 5.7.



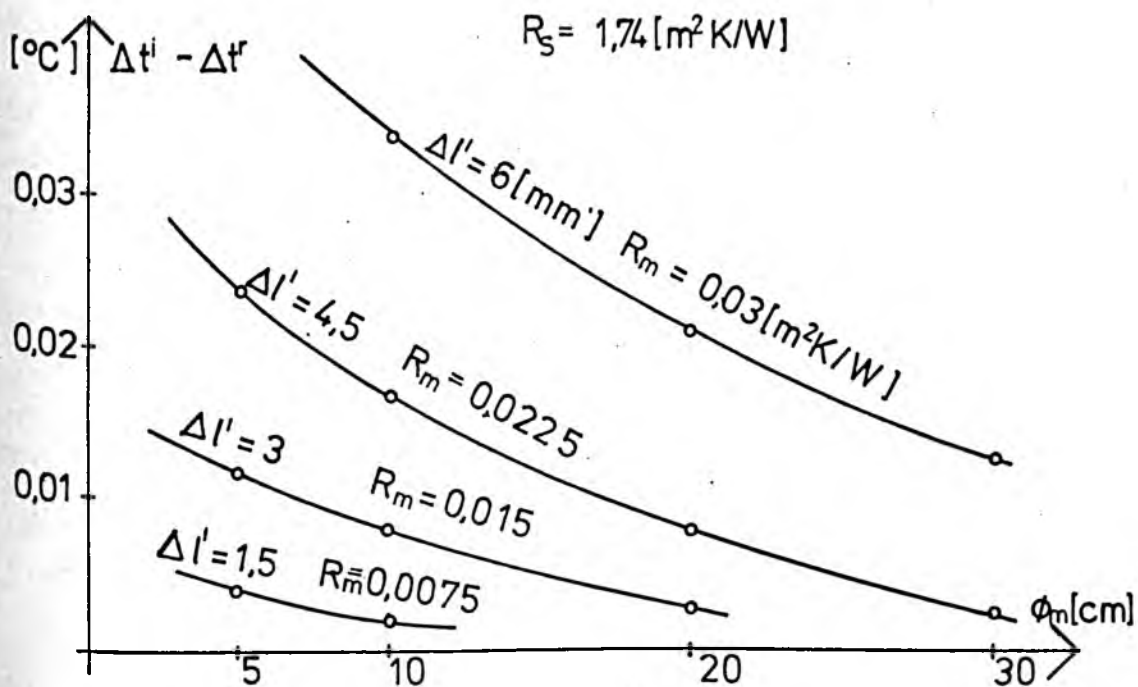
Rys.5.7 Wpływ oporu cieplnego ścianki pomocniczej i jej średnicy na zmianę temperatury na powierzchniach pomiarowych

Tablica 5.1.

Lp.	Warunki wyznaczone		Geometria ścianki podprzecznej	Ściana		Jednokierunkowy przepływ ciepła				Rzeczywisty przepływ ciepła / model numeryczny		Odczytki	Poprawki					
	$t_w$	$t_z$		$\alpha_w$	$\alpha_z$	$\Delta l$	$\delta_c$	R	q	$t_n^i$	$t_p^i$		$\Delta t^i$	$q_m^i$	$t_n^r$	$t_p^r$	$\Delta t^r$	$q_m$
1	20°	0°	8	20	1,5	5	1,74	10,44	18,70	18,622	0,078	10,40	18,759	18,685	0,074	9,89	5,3	4,1
2	"	"	"	"	1,5	10	"	"	"	"	"	"	18,739	18,663	0,076	10,13	3,0	2,6
3	"	"	"	"	3,0	5	"	"	18,705	18,549	0,155	10,36	18,819	18,676	0,143	9,53	3,7	3,0
4	"	"	"	"	3,0	10	"	"	"	"	"	"	18,780	18,634	0,146	9,73	6,8	6,1
5	"	"	"	"	4,5	5	"	"	18,71	18,477	0,232	10,31	18,875	18,667	0,208	9,24	11,5	10,5
6	"	"	"	"	4,5	10	"	"	"	"	"	"	18,819	18,606	0,213	9,47	9,3	8,3
7	"	"	"	"	6,0	5	"	"	18,715	18,406	0,310	10,28	18,929	18,662	0,263	8,90	14,6	13,4
8	"	"	"	"	6,0	10	"	"	"	"	"	"	18,857	18,581	0,276	9,20	11,9	10,5
9	"	"	5	"	3,0	5	"	10,05	18,005	17,855	0,150	9,98	18,142	18,02	0,140	9,33	7,1	6,4
10	"	"	11	"	3,0	5	"	10,63	19,041	18,883	0,158	10,55	19,140	18,997	0,143	9,53	10,3	9,6
11	"	"	16,5	"	3,0	5	"	10,81	19,350	19,189	0,161	10,77	19,430	19,289	0,142	9,47	12,4	11,7
12	"	"	5	"	3,0	5	0,58	24,10	15,266	14,859	0,355	23,67	15,538	15,200	0,338	22,53	6,5	4,8
13	"	"	11	"	3,0	5	"	27,74	17,530	17,122	0,407	27,17	17,744	17,370	0,375	24,97	10,0	8,1
14	"	"	16,5	"	3,0	5	"	28,96	18,282	17,857	0,425	28,34	15,459	13,076	0,383	25,53	11,8	9,8

Różnica temperatur  $t_p^r - t_p^i$  zmienia się liniowo w zależności od oporu cieplnego ciepłomierza, a różnica  $t_n^r - t_n^i$  jest w przypadku niewielkich oporów cieplnych miernika liniowa. Wraz ze wzrostem oporu łagodnie się zakrzywia. Zwiększenie średnicy czujnika powoduje zmniejszenie różnic  $t_p^r - t_p^i$  oraz  $t_n^r - t_n^i$ .

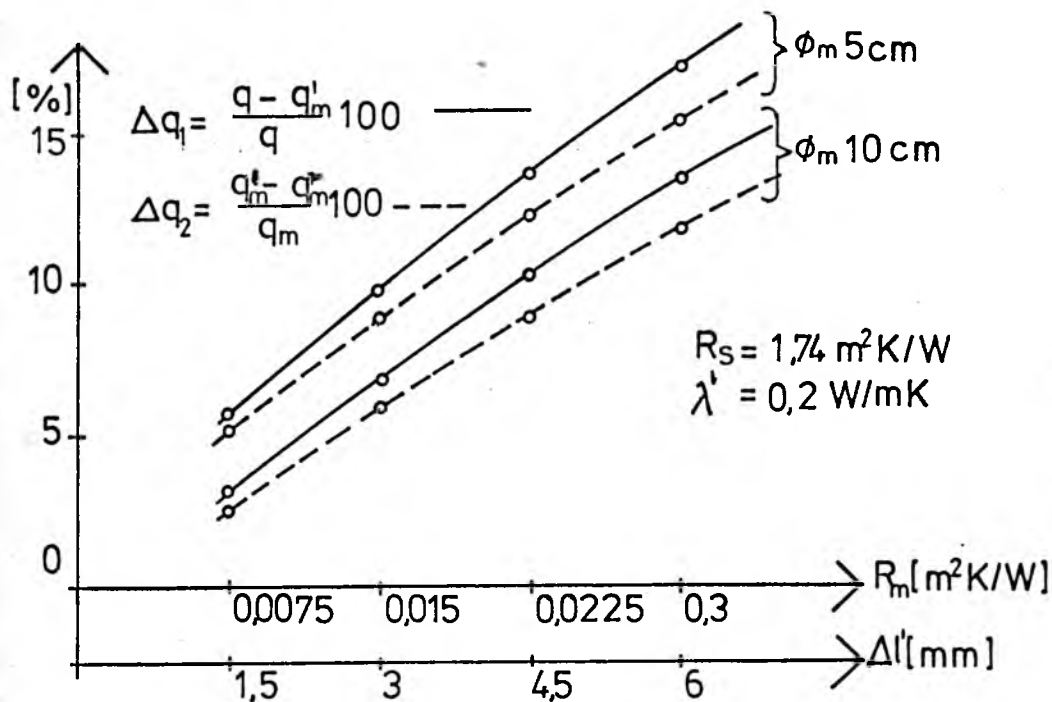
Z punktu widzenia praktyki znaczący wpływ na dokładne określenie gęstości strumienia ciepła ma różnica  $\Delta t^i - \Delta t^r$ . Różnicę tę w zależności od oporu cieplnego ścianki pomocniczej pokazano na rysunku 5.8.



Rys.5.8 Wpływ oporu cieplnego ścianki pomocniczej i jej średnicy na różnicę  $\Delta t^i - \Delta t^r$ .

Na podstawie obliczeń numerycznych wykonano przykładowo wykresy poprawek dla wykonanych mierników. Obliczono poprawki w dwóch przypadkach. Jedną  $\Delta q_1$  uwzględnia zmianę gęstości strumienia ciepła przepływającego przez miernik  $q_m$  w stosunku do gęstości strumienia ciepła  $q$  przepływającego przez ścianę bez miernika. Drugą  $\Delta q_2$

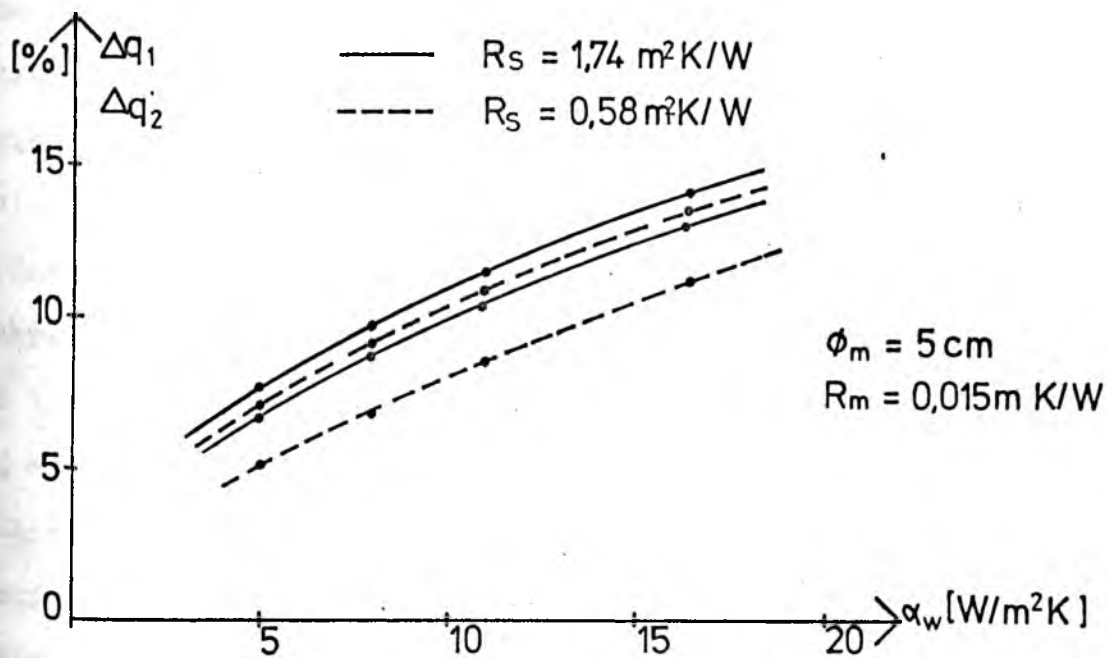
uwzględnia zmianę gęstości strumienia ciepła przepływającego przez miernik  $q_m$  w stosunku do gęstości strumienia ciepła przepływającego przez układ ściana-miernik  $q'_m$  przy jednokierunkowym przepływie ciepła. Wyniki obliczeń dla danych mierników pokazano na rysunku 5.9.



Rys.5.9 Zależność poprawek  $\Delta q_1$ ,  $\Delta q_2$  od oporu cieplnego i średnicy miernika

Jak widać z wykresów wartości poprawek maleją wraz ze zmniejszaniem się oporu cieplnego, jak również przy zwiększaniu się średnicy miernika. W przypadku zwiększania średnicy miernika wartości poprawek maleją. Przykładowo obliczono, że dla miernika o średnicy 50 cm i oporze cieplnym  $0,0225\text{ m}^2\text{K/W}$  poprawka  $\Delta q_2$  osiąga wartość bliską zera  $0,4\%$  /przepływ jednokierunkowy/, a poprawka  $\Delta q_1$  wartość stałą równą  $1,65\%$ .

Dla miernika rzeczywistego o danych parametrach /  $\phi = 5$  cm,  $g = 3$  mm,  $\lambda = 0,2$  W / mK / przeprowadzono badania modelowe i na tej podstawie określono poprawki  $\Delta q_1$  i  $\Delta q_2$ . Uwzględniono pracę miernika ze ścianami o różnych oporach cieplnych i przy zmienianych współczynnikach przejmowania ciepła wewnątrz pomieszczenia  $\alpha_w$ . Zależności te zostały przedstawione na rys. 5.10.



Rys.5.10 Zależność poprawek  $\Delta q_1$  i  $\Delta q_2$  od oporu cieplnego ściany i współczynnika przejmowania ciepła  $\alpha_w$

Porównując poprawki  $\Delta q_1$  i  $\Delta q_2$  dla ścian o różnych oporach cieplnych widać, że wartości  $\Delta q_1$  leżą w niewielkiej odległości od siebie ok. 0,5%. Poprawki  $\Delta q_2$  dla ścian o innych oporach cieplnych różnią się już bardziej ok. 2%.

Na przykład:

dla ściany o  $R = 1,74$  m²K/W  $\Delta q_1 = 8,7\%$ ,  $\Delta q_2 = 8,0\%$

a dla ściany o  $R = 0,58$  m²K/W  $\Delta q_1 = 8,2\%$ ,  $\Delta q_2 = 6,0\%$

Przyjęte w modelu wartości oporu cieplnego ściany są wartościami skrajnymi. W praktyce takie ściany występują bardzo rzadko. Określono

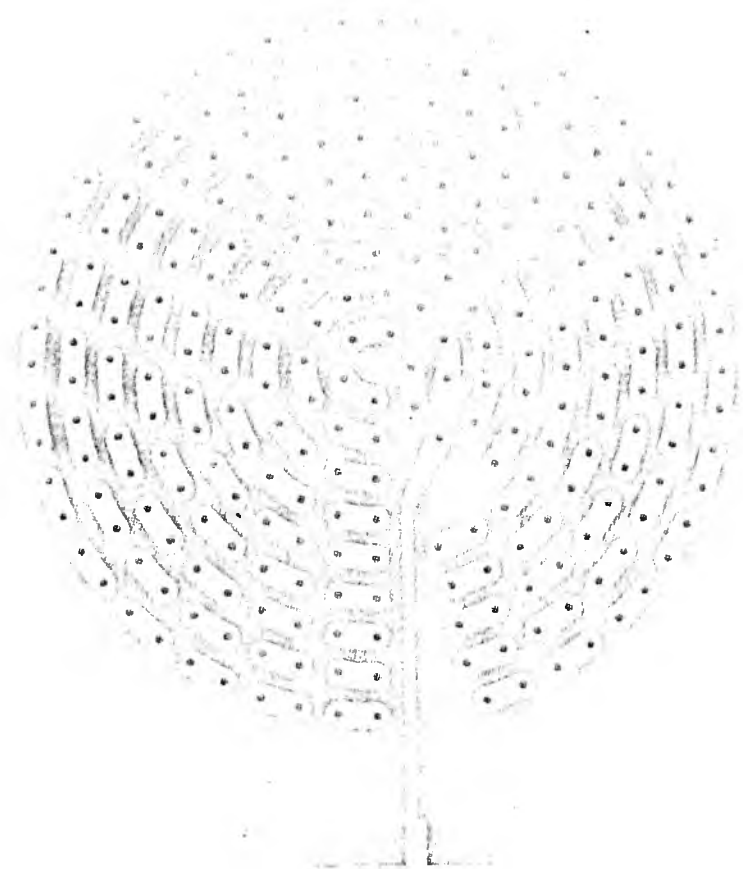
no więc poprawkę średnią, a popełniany błąd w skrajnym przypadku nie powinien przekroczyć 0,25%. Wydaje się celowym korzystanie właśnie z poprawek  $\Delta q_1$  umożliwiających określenie gęstości strumienia ciepła bez uwzględniania oporu cieplnego miernika. O wiele większy wpływ na wielkość poprawek  $\Delta q_1$ ,  $\Delta q_2$  ma współczynnik  $\alpha_w$ . Jego zmiana np: z  $8 \text{ W/m}^2\text{K}$  do  $11 \text{ W/m}^2\text{K}$  zwiększa poprawkę o ok. 2%. Obliczenie rzeczywistego współczynnika  $\alpha_w$  w zależności od zmierzonych wielkości nienastręcza większych trudności: Np.: Gęstość strumienia ciepła przepływającego przez miernik osiągnęła wartość  $12 \text{ W/m}^2$ , a różnica temperatur  $t_w - t_z = 1,5^\circ\text{C}$ , Obliczono  $\alpha_w = 8$ , dla którego określono poprawkę zwiększającą strumień ciepła  $p = 3,7\%$ , w związku z tym gęstość strumienia ciepła przepływającego przez ścianę  $q = 13,04 \text{ W/m}^2$ . Obliczono  $\alpha_w = 8,7$  i  $p = 9,2\%$  oraz nową wartość  $q = 13,1$ . Następne iteracje praktycznie nie zwiększają ani wielkości poprawki ani strumienia ciepła  $q$ . Zależność przedstawione na rys. 510 skonstruowano przy obliczeniowej różnicy temperatur  $t_w - t_z = 20^\circ\text{C}$ , ale większe lub mniejsze różnice temperatur nie mają wpływu na poprawki  $\Delta q_1$  i  $\Delta q_2$ .

### 5.3. Wykonanie mierników stosowanych w pomiarach gęstości strumienia ciepła metodą ścianki pomocniczej

Przeprowadzone badania modelowe pozwoliły na określenie wymiarów geometrycznych mierników. Wykonano ich kilka sztuk. Jako materiał izolacyjny wykorzystano płytę o grubości 1,5 mm ze szkła epoksydowego jednostronnie lub dwustronnie laminowanego folią miedzianą o grubości 0,07 mm. Wykonano trzy mierniki o średnicy  $\emptyset$  10 cm o grubościach 1,5 mm, 3mm, 4,5 mm oraz cztery mierniki o tych samych grubościach. Grubości 3 mm i 4,5 mm uzyskano poprzez sklejenie płyt



ze szkła epoksydowego dwu i trzykrotnie. Wykorzystano w tym celu klej epoksydowy Epidian 5. Termopary wykonano z drutu miedzianego i konstantanowego o średnicy 0,1 mm bez powłok lakierowanych. Jako łącznika między drutami użyto folii miedzianej pokrywającej płytę. Na folii został wytrawiony odpowiedni wzór /rys. 5.11/. Podobnie wykonany ciepłomierz opisany został w /55 /.



Rys. 5.11 Sposób rozmieszczenia "żezek" na powierzchni miernika

W miernikach wykonano po 264 otwory o średnicy 0,3 mm, przeprowadzono przez nie na przemian druty z miedzi i konstantanu, a ich końce przylutowano do "żezek" miedzianych. Uzyskano w ten sposób 132 końce termopar po każdej stronie miernika. Ilustruje to rys.5.12.

Rys.5.12 Sposób wykonania złącz termoelektrycznych

Po wykonaniu termopar nadano miernikom odpowiednie kształty, zabezpieczono przed uszkodzeniem klejem epoksydowym Distal, a następnie zalano obie strony miernika warstwą Epidianu 5 z wypełnieniem w postaci talku, celem nadania odpowiedniego koloru. Warstwa Epidianu 5 po oczyszczeniu i wyrównaniu powierzchni wynosi ok. 0,7 mm z każdej strony miernika. Tak więc całkowita grubość wykonanych mierników wynosi odpowiednio: 2,9 mm, 4,5 mm, 6,1 mm. Wykonano również miernik o  $\varnothing_c$  5 cm z termoparami zgrzanymi po jednej stronie /rys. 5.13/. Druga strona wykonana tak jak w miernikach wcześniej opisanych.

Wykonano również miernik prostokątny o wymiarach 12cmx8cmx0,5cm składający się ze 100 termopar zgrzewanych po każdej stronie, Jako materiał izolacyjny zastosowano tekstolit o grubości 3 mm. Powierzchni-

Rys.5.13 Sposób wykonania zgrzewanych złącz termoelektrycznych

nie zewnętrzne miernika wykonano z blachy aluminiowej o grubości 1 mm, mają one za zadanie ochraniać termopary przed uszkodzeniem oraz uśredniać temperatury na powierzchniach miernika. Połączenia poszczególnych warstw uzyskano stosując klej Epidian 5.

#### 5.4. Stanowisko pomiarowe do wzorcowania mierników gęstości strumieni ciepła

Po wykonaniu mierników należy je wywzorcować, to znaczy określić zależność gęstości strumienia ciepła od napięcia wwtworzonego przez stos termopar. Miernik może być wywzorcowany na specjalnym stanowisku odnosząc stałą wzorcowania do strumienia ciepła przepływającego przez urządzenie. Metoda ta omówiona została w /1/,/2/,/6/. Można też określić charakterystykę miernika w warunkach rzeczywistych odnosząc ją do gęstości strumienia ciepła przepływającego przez prze-

grode. W tym przypadku uwzględniony zostaje w stałej wzorcowania:

- wpływ skończonych wymiarów miernika,
- opór cieplny styku,
- współczynnik przejmowania ciepła  $\alpha_w$

W czasie wzorcowania ustalono warunki zbliżone do warunków w jakich będzie pracował miernik. W tym celu zbudowano stanowisko do wzorcowania mierników .

Wykorzystano je również do badania właściwości cieplnych materiałów budowlanych i izolacyjnych, jak np.:

- współczynnika przenikania ciepła  $K$ ,
- współczynnika przewodzenia ciepła  $\lambda$  ,
- oporu cieplnego przegrody warstwowej  $R$  ,
- współczynników przejmowania  $\alpha$  po obu stronach przegrody
- modelowania warunków zewnętrznych.

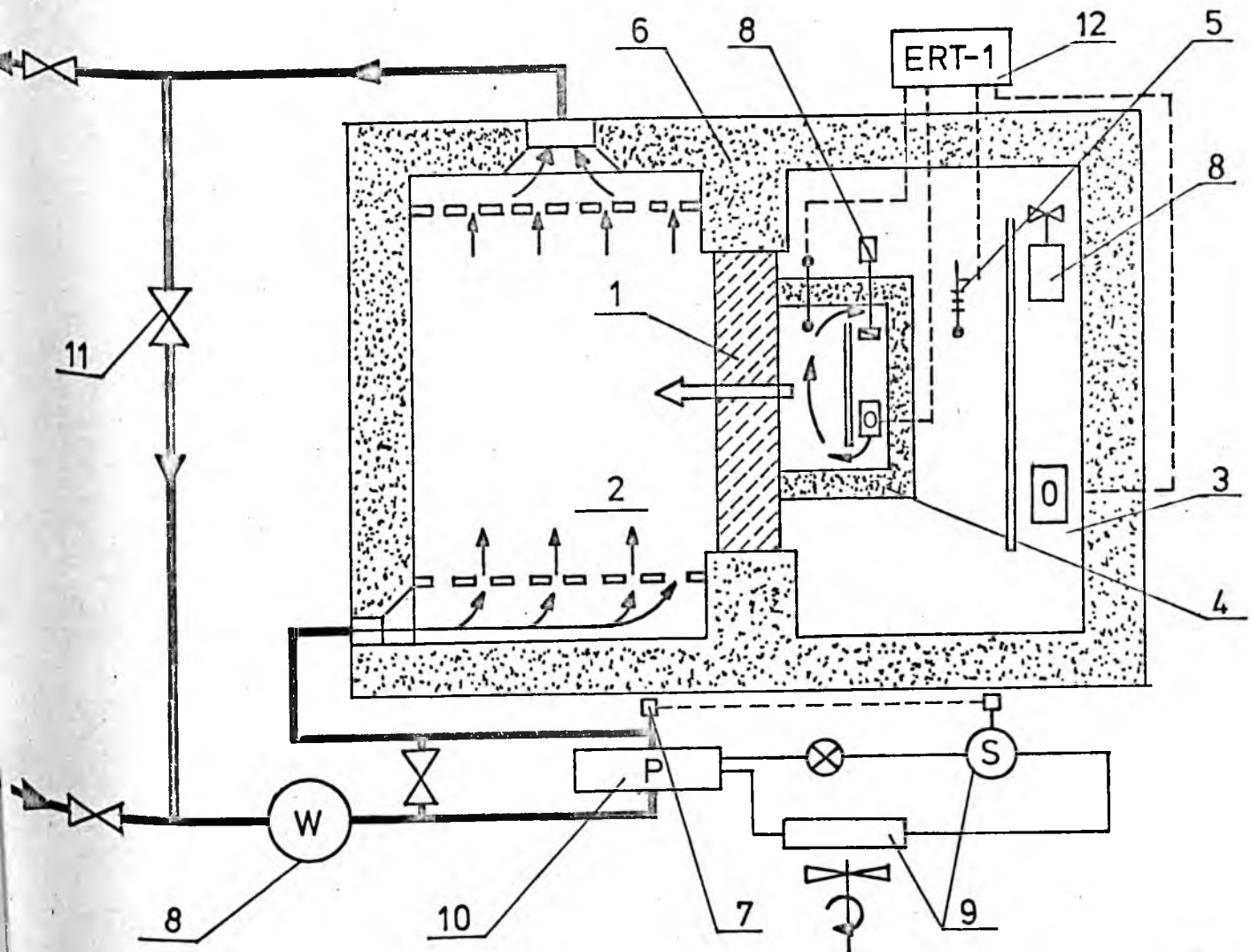
Stanowisko składa się z dwóch komór: ciepłej i zimnej z układami stabilizującymi temperatury w ich wnętrzach. Między komorami umieszczona jest przegroda modelowa do wzorcowania mierników. Ogólny schemat stanowiska pokazano na rys. 5.14.

Ściany komory ciepłej 3 wykonane zostały ze styropianu, płyty spilśnionej oraz desek sosnowych. Orientacyjny średni współczynnik przenikania ciepła dla komory wynosi  $0.4 \text{ W/m}^2 \text{ K}$ .

W komorze ciepłej znajduje się zespół wentylatorów zasilanych prądem zmiennym za pośrednictwem autotransformatora. Umożliwia to regulację prędkości obrotowej, a co za tym idzie prędkości przepływającego powietrza w zakresie  $/0.15-1\text{m/s}/$ .

Wentylatory umożliwiają dokładne wymieszanie powietrza wewnątrz komory ogrzewanego przez grzejnik elektryczny o mocy 400W. Grzejnik

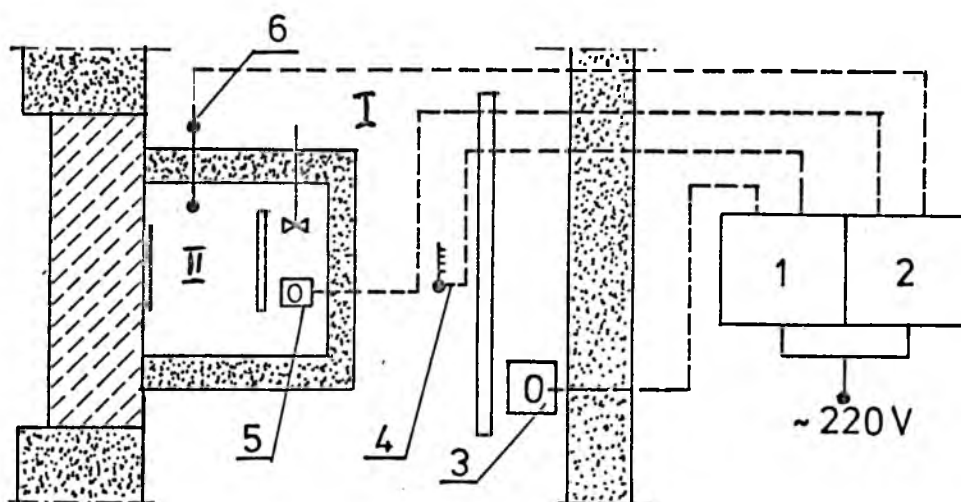
ten osłonięty został ekranem z blachy aluminiowej. Wewnątrz komory ciepłej umieszczono skrzynkę cieplną 4 o wymiarach 0,6mx0,6mx0,5m dokładnie zaizolowaną styropianem oraz wyłożoną wewnątrz i zewnątrz



- |  |   |
|--|---|
| 1. Przegroda wzorcowa                                | 7. Termometr kontaktowy                 |
| 2. Komora zimna                                      | 8. Wentylator                           |
| 3. Komora ciepła                                     | 9. Agregat chłodniczy                   |
| 4. Skrzynka cieplna                                  | 10. Parownik                            |
| 5. Czujnik temperatur w komorze ciepłej              | 11. Zasuwy odcinające                   |
| 6. Różnicowy czujnik temperatury w skrzynce cieplnej | 12. Elektroniczny regulator temperatury |

Rys.5.14 Schemat stanowiska kontrolno-pomiarowego do wzorcowania mierników gęstości strumienia ciepła

folią aluminiową. Wewnątrz skrzynki zainstalowano dwa wentylatory zasilane przez zasilacz prądu stałego o regulowanym napięciu, umożliwiającym otrzymanie różnych prędkości powietrza cyrkulującego wewnątrz skrzynki /0,1 ÷ 0,5 m/s/. Grzejnik o mocy 100 W/50W osłonięty został aluminiowym ekranem. Prawidłową pracą grzejnika komory i skrzynki steruje elektroniczny regulator temperatury SRT1 przy wykorzystaniu czujników temperatury. Schemat układu kontrolno-regulacyjnego pokazano na rysunku 5.15.



I i II przestrzenie ogrzewane

1 Regulator 1

2 Regulator 2

3 Grzejnik komory cieplnej

4 Czujnik temperatury

5 Grzejnik skrzynki cieplnej

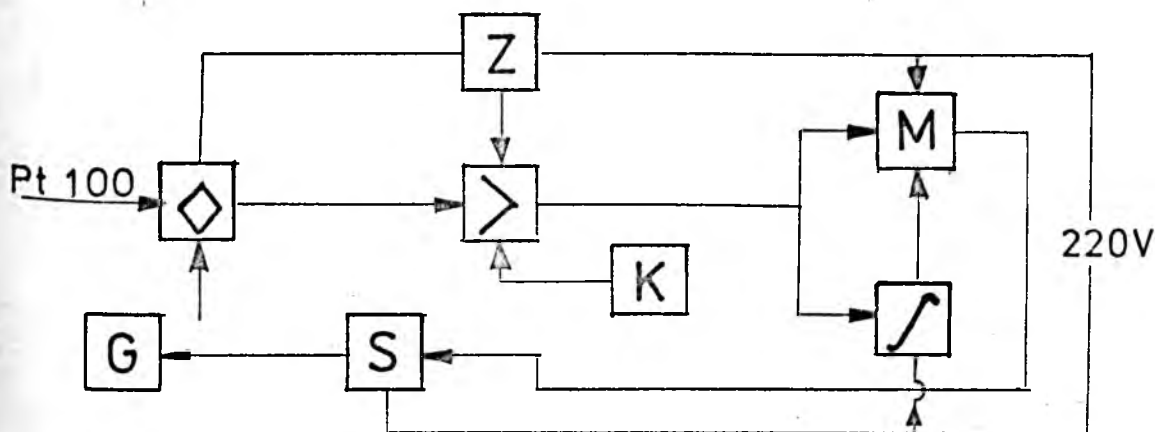
6 Różnicowy czujnik temperatury

Rys.5.15 Schemat układu kontrolno-regulacyjnego komory i skrzynki cieplnej

W celu zapewnienia niezmiennych warunków termicznych w strefie ciepłej komory wykonany został elektroniczny regulator.

Strefa ciepła komory składa się z dwóch przestrzeni, które są ogrzewane do założonej temperatury przy pomocy grzejników elektrycznych sterowanych z regulatora. Przestrzeń I ogrzewana jest

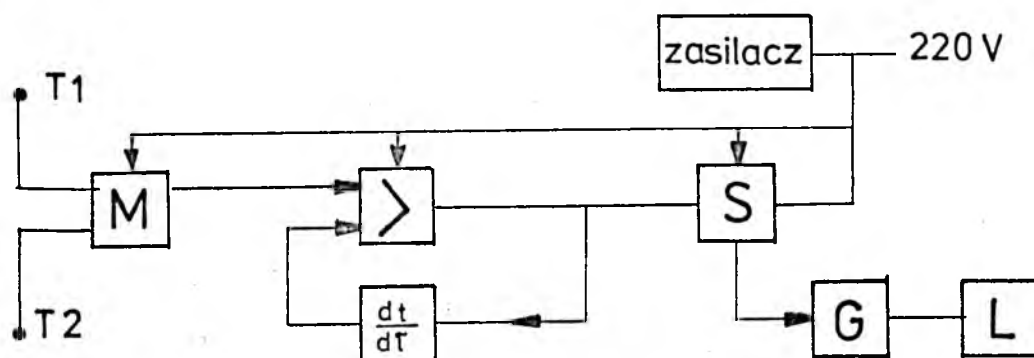
grzejnikiem sterowanym regulatorem o charakterystyce proporcjonalno-całkującej /PI/. Schemat blokowy tego regulatora przedstawiono na rys. 5.16.



Rys.5.16 Schemat regulatora temperatury w komorze ciepłej

Do mostka pomiarowego  $\diamond$  dochodzą dwa sygnały: sygnał zadany  $t$  i sygnał temperatury bieżącej z czujnika Pt100. Sygnały te są od siebie odjęte, a w wyniku otrzymano sygnał błędu, który przekazywany jest do wzmacniacza  $>$ . Układ zasilany jest z zasilacza poprzez stabilizator Z. Wzmacniacz liniowy wzmacnia sygnał błędu do poziomu odpowiedniego do sterowania modulatora M. Do wzmacniacza doprowadzony jest również sygnał z termistora K, który kompensuje wpływ temperatury zewnętrznej na pracę całego regulatora. Modulator zmienia sygnał liniowy na impulsowy o zmiennym wypełnieniu w systemie: praca-przerwa. Sygnał impulsowy działa na sterownik S, który włącza i wyłącza grzejnik G. Człon całkujący  $\int$  wpływa na zmniejszenie statycznego błędu regulacji. Regulator ten zapewnia utrzymanie temperatury w przestrzeni I w granicach  $\pm 0,2^{\circ}\text{C}$  w ciągu całego cyklu pomiarowego. W przestrzeni I można nastawić dowolną temperaturę w zakresie  $20^{\circ}\text{C} - 40^{\circ}\text{C}$ .

Przestrzeń II ogrzewana jest grzejnikiem 5, sterowanym  
ny regulatorem 2, w taki sposób, aby różnica temperatur pomiędzy  
przestrznią I i II nie była większa od  $\pm 0,1^{\circ}\text{C}$ . Regulator ten po-  
siada charakterystykę proporcjonalno-różniczkującą /PD/. Schemat  
blokowy regulatora 2 przedstawiono na rys. 5.17.



Rys. 5.17 Schemat regulatora różnicy temperatur między  
komorą ciepłą, a skrzynką ciepłą

Mostek M otrzymuje sygnały z termistorów  $T_1$  i  $T_2$ . Sygnał różni-  
cowy przesyłany jest do wzmacniacza proporcjonalnego .  
nie. Napięcie wyjścia ze wzmacniacza jest różniczkowane i kierowa-  
ne do niego powrotnie. Z kolei sygnał ten kierowany jest do sterow-  
nika S, który włącza i wyłącza grzejnik G. W układ regulatora 2  
włączony został licznik energii L o zwiększonej czułości. Umożliwia  
on określenie gęstości strumienia ciepła  $q$  przepływającego przez  
przegrodę z dokładnością  $0,1\text{W}$ .

Komora zimna została wykonana z takich samych materiałów jak ko-  
mora ciepła. Przez komorę przepływa powietrze z dołu do góry. Stru-  
mieniec powietrza nadmuchiwane są przez  
perforowaną podłogę. Prędkości powietrza wewnątrz komory można zmie-



niać w zakresie 0,2 m/s do 3,5 m/s. Układ wentylacyjny składa się z wentylatora FK31,5, kanałów wentylacyjnych oraz zasuw odcinających. Umożliwiają one regulację wielkości strumienia powietrza.

Układ ten składa się z dwóch obiegów:

- obiegu zamkniętego w którym powietrze z wentylatora tłoczone jest przez parownik agregatu chłodniczego do komory. Układ regulacji z wykorzystaniem regulatora dwustawno-mechanicznego /termometr kontaktowy/ włączającego i wyłączającego agregat chłodniczy umożliwia stabilizację temperatury w komorze zimnej z dokładnością  $\pm 0,3^{\circ}\text{C}$ . W komorze zimnej można uzyskać temperatury od  $+15^{\circ}\text{C}$  do  $-5^{\circ}\text{C}$ ,
- obiegu otwartego w którym powietrze zasysane z atmosfery kierowane jest do komory zimnej i wytłaczane ponownie na zewnątrz budynku. Układ ten umożliwia modelowanie warunków rzeczywistych na stanowisku badawczym.

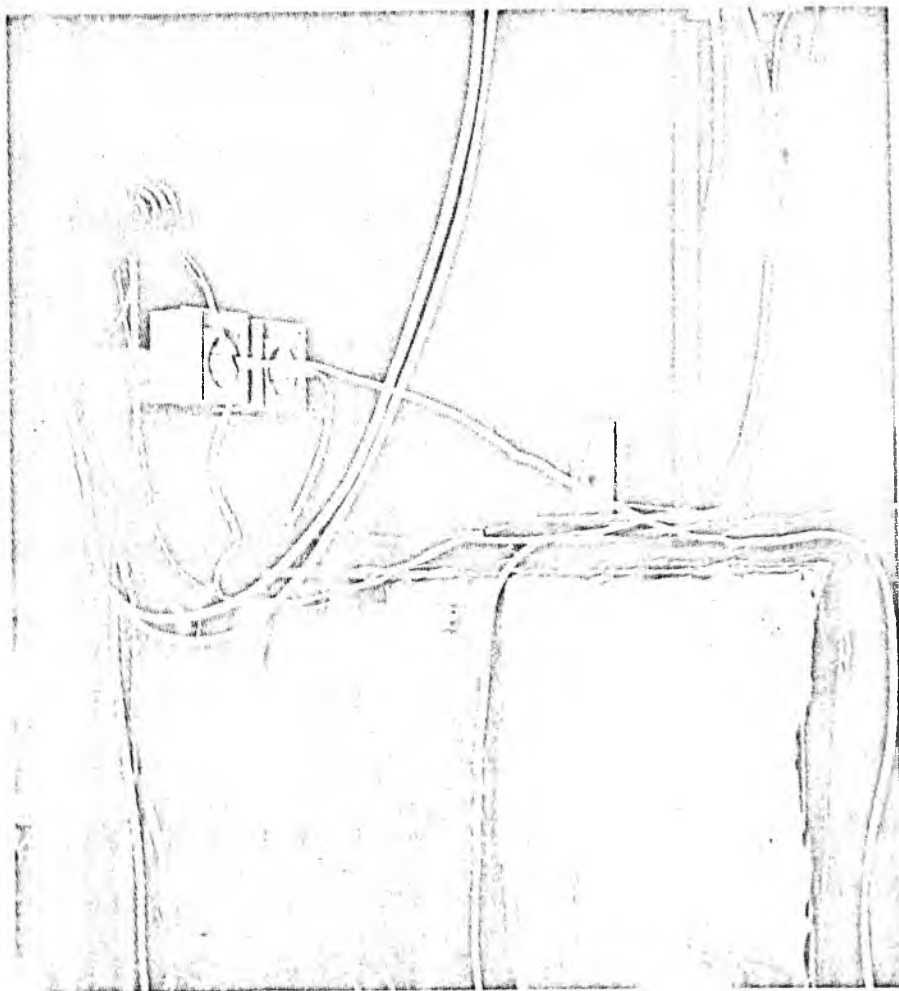
Możliwy jest jednoczesny przepływ powietrza przez obydwa układy.

Układ chłodniczy zapewnia możliwość wykorzystania stanowiska badawczego przez cały rok, gdyż bezwzględnie na warunki zewnętrzne zawsze można wytworzyć między komorami różnicę temperatur rzędu  $30^{\circ}\text{C}$ .

Układ chłodniczy przedstawiony na rys. 5.18 składa się z agregatu DHZ-10 o wydajności chłodniczej 3kW, skraplacza, parownika z zaworem rozprężnym oraz niezbędnego osprzętu zabezpieczającego.

Do pomiaru temperatur wewnątrz komór wykorzystano termometry oporowe Pt100 oraz termopary miedź-konstantan. Wszystkie przewody elektryczne: zasilające, sterujące i kontrolno pomiarowe wyprowadzone zostały na zewnątrz komór i doprowadzono je w jedno miejsce umożliwiając kontrolę nad warunkami termicznymi i hydraulicznymi w komorach. Fragmenty stanowiska pomiarowego pokazano na zdjęciach.





Rys.5.20

5.5. Wzorcowanie mierników stosowanych w metodzie ścianki pomocniczej przy jedno i dwukierunkowym przepływie ciepła.

Dokładne wyznaczenie stałej wzorcowania dla miernika jest podstawowym warunkiem otrzymania prawidłowych jego wskazań w czasie pomiarów rzeczywistych. W przypadku, kiedy miernik wywzorcowany został przy jednokierunkowym przepływie ciepła, należy stosować poprawki zwiększające gęstość strumienia ciepła /p.5.2.2./. Jeżeli jednak ciepłomierz nie jest wywzorcowany lub są zastrzeżenia co do prawidłowości jego wskazań można go wywzorcować w warunkach rzeczywistych. W zależności od budowy ciepłomierza stałe wzorcowania mogą się zmieniać, a charakter tych zmian zależy będzie od kilku czynników. Dla miernika o skończonych wymiarach, przez który przepływa strumień cie-

pła w jednym kierunku wyprowadzono zależność na stałą wzorcowania. Porównując gęstości strumieni ciepła  $q$  i  $q_m$  otrzymano zależność na stałą wzorcowania:

$$a = \frac{q \cdot \lambda' \cdot /t_w - t_z/}{x/\lambda' \cdot /t_w - t_z/ + q \cdot \Delta l' /} \quad /5.40/$$

gdzie:

$a$  - stała wzorcowania

$x$  - zmienna zależna od różnicy temperatur na powierzchniach miernika, uwzględniająca również ilość termopar i współczynnik Seebecka.

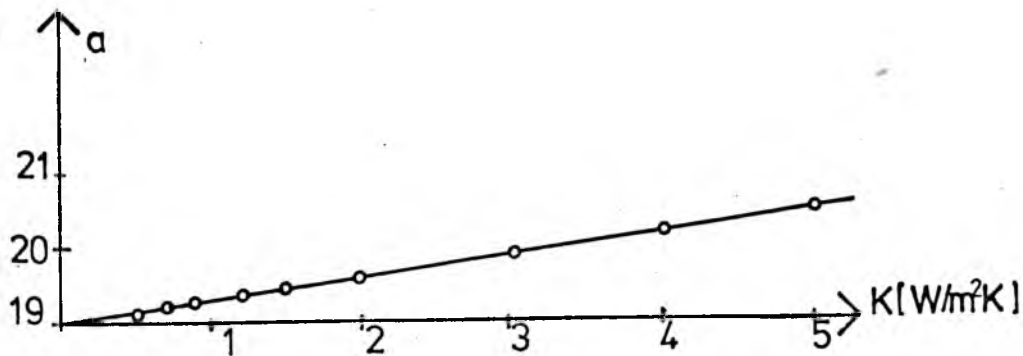
Obliczenia przeprowadzono przykładowo dla jednego z mierników o  $\lambda' = 0,2 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$  i grubości  $\Delta l' = 3 \text{ mm}$  dla ścian o różnych oporach cieplnych przy różnicy temperatur  $t_w - t_z = 20^\circ$ , współczynnikach

$\alpha_w = 8 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$  i  $\alpha_z = 20 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ . Wyniki przedstawiono w tabelicy 5.2. i rysunku 5.21.

? Tablica 5.2.

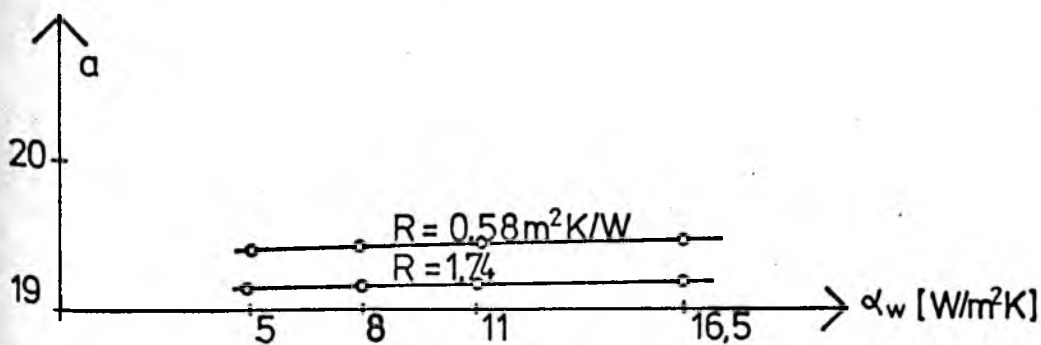
Lp.	$K_{\text{ściany}}$ $\text{W/m}^2 \cdot \text{K}$	$q$ $\text{W/m}^2$	$t$ $^\circ\text{C}$	$x$ $\text{mV/K}$	$a$
1	0.5	10	0.149	0.522	1916
2	0.7	14	0.208	0.728	1923
3	0.9	18	0.266	0.931	1933
4	1.2	24	0.354	1.239	1937
5	1.5	30	0.440	1.540	1948
6	2.0	40	0.582	2.037	1964
7	3.0	60	0.861	3.014	1991
8	4.0	80	1.132	3.962	2019
9	5.0	100	1.395	4.884	2048

*rozróżnienie temp.  
na pos.  
mierniku*



Rys.5.21 Przykładowa prosta wzorcowania jednego z wykonanych mierników

Przeprowadzono również obliczenia stałej wzorcowania przy różnych współczynnikach przejmowania ciepła dla ścian o różnych oporach cieplnych. Wyniki przedstawiono na rysunku 5.22.



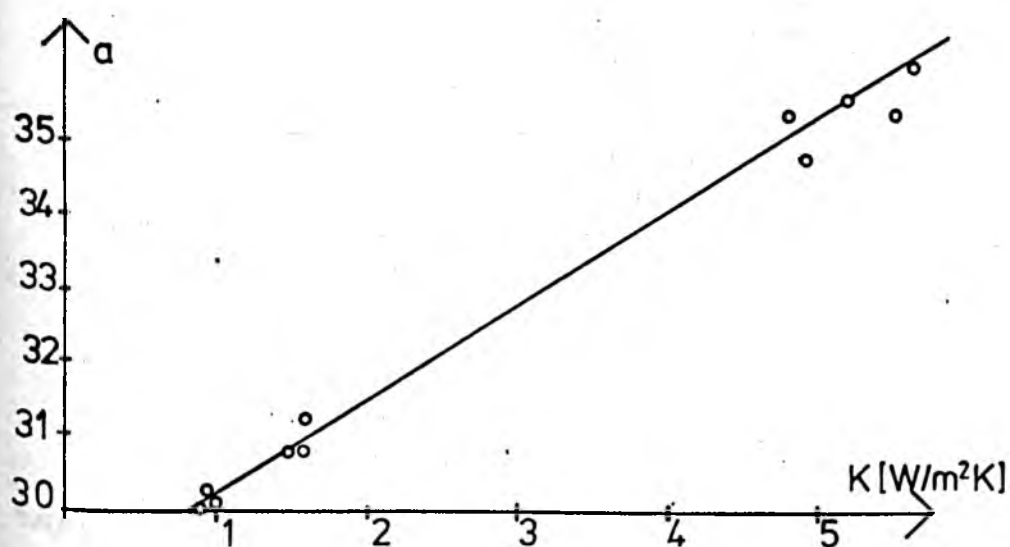
Rys.5.22 Zależność stałej wzorcowania od współczynnika  $\alpha_w$ .

Stwierdzono również, że różnica temperatur  $t_w - t_z$  nie wpływa na wielkość stałej wzorcowania  $a$ .

Wyniki wzorcowania doświadczalnego dla miernika prostokątnego z płytkami aluminiowymi na powierzchniach pomiarowych przykładowo przedstawiono w tabelicy 5.3, a na rysunku 5.23 prostą wzorcowania. Dzięki metalowym płytkom na powierzchni przepływu ciepła zbliżonymi jest do przepływu jednokierunkowego.

Tablica 5.3.

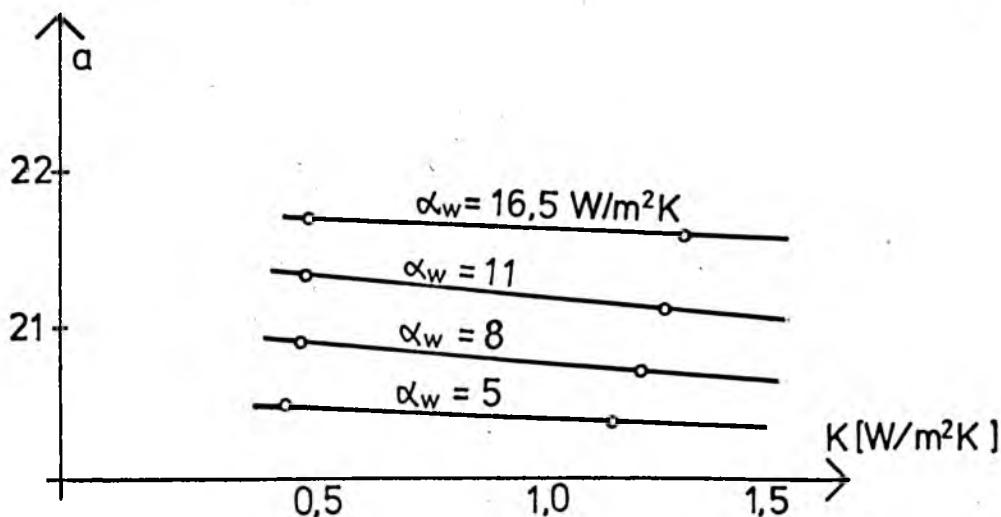
Lp.	$q$ $W/m^2$	$x$ $mV/K$	$a$	$K$ $W/m^2K$
1	178,9	4,97	36,00	5.6
2	126,6	3.65	34.69	4.9
3	113.3	3.21	35.30	4.8
4	76.6	2.16	35.46	5.2
5	95.7	2.71	35.30	5.5
6	18.5	0.61	30.30	0.95
7	25.3	0.84	30.11	0.98
8	21.0	0.70	30.00	0.92
9	18.8	0.62	30.24	0.94
10	40.0	1.28	31.25	1.61
11	30.2	0.98	30.81	1.58
12	42.9	1.39	30.82	1.51
13	24.6	0.80	30.75	1.40



Rys.5.23 Prosta wzorcowania dla miernika rzeczywistego

Porównując rysunki 5.21 i 5.23 widać, że proste wzorcowania mają podobny charakter. Dla przegród budowlanych w warunkach normalnych współczynniki przenikania ciepła zawierają się w przedziale  $0,5 - 2,0 \text{ W/m}^2\text{K}$ . Dla tych skrajnych wartości rozbieżność stałej wzorcowania wynosi ok. 3%. W celu dokładnego określenia strumienia ciepła przepływającego przez przegrodę o nieznanym współczynniku  $K$  należy zastosować metodę kolejnych przybliżeń.

Inaczej wygląda wzorcowanie miernika w przypadku, kiedy przepływ ciepła jest dwukierunkowy. Badania modelowe przeprowadzono dla miernika o  $\varnothing 5 \text{ cm}$   $\Delta l' = 3 \text{ mm}$  i dla ścian o różnych oporach cieplnych przy różnych współczynnikach  $\alpha_w$ . Wyniki przedstawiono na rysunku 5.24.



Rys.5.24 Wpływ współczynnika  $\alpha_w$  na stałą wzorcowania w przypadku dwukierunkowego przepływu ciepła przez miernik

Rozbieżności dla ścian rzeczywistych /  $K = 0,5 - 2,0 \text{ W/m}^2\text{K}$ / wynosi ok. 0,7%. Jak widać z rys. 5.24 duży wpływ na obliczenie stałej wzorcowania ma współczynnik przejmowania ciepła  $\alpha_w$ . Rozbieżność między stałymi wzorcowania przy różnych  $\alpha_w / 5 - 16 /$  wynosi

ok. 6%. Przy pomiarach rzeczywistych gęstości strumieni ciepła należy w pierwszej kolejności dla średniej wartości "a" obliczyć współczynnik przejmowania  $\alpha_w$  i dopiero dla tej wartości obliczyć dokładnie q.

Wyniki przeprowadzonych wzorcowań dla mierników małogabarytowych w pełni potwierdziły wyniki uzyskane przy modelowym określaniu stałej wzorcowania. Porównując proste wzorcowania z rys. 5.24 i 5.23 wysnuto wniosek, że można zbudować miernik dla którego prosta wzorcowania będzie niezależna od współczynnika K.

#### 5.6. Określenie wpływu zmian temperatury zewnętrznej na dokładność obliczenia gęstości strumieni ciepła i współczynnika przenikania ciepła

W celu określenia wpływu zmian temperatury zewnętrznej na dokładność pomiaru przeprowadzono badania modelowe na EMC ODRA1204. Wykonano również pomiary w istniejących obiektach mieszkalnych. Aby obliczyć zmiany gęstości strumienia ciepła przepływającego przez układ ściana wielowarstwowa-ścianka pomocnicza, temperatur na powierzchniach miernika, rozwiązano układ równań różniczkowych opisujący okresowy /periodyczny/ przepływ ciepła metodą rozwinięcia funkcji okresowych w szereg Fouriera.

##### 5.6.1. Opis zastosowanej metody

Układy, dla których przejście od jednego stanu do drugiego nie zachodzi w sposób nagły, ale w rezultacie procesu przejścia nazywamy układami dynamicznymi. Jeżeli sygnał  $t/\tau$  działający na układ dynamiczny spełnia warunki Dirichleta tj. w rozpatrywanym przedziale



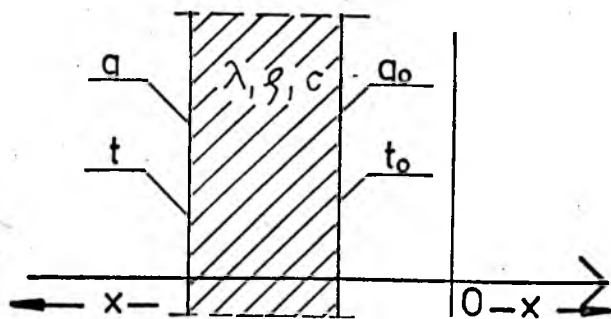
czasu jest ciągły lub ma skończoną liczbę punktów nieciągłości i skończoną liczbę ekstremów, to może być on wyrażony w postaci szeregu Fouriera.

Trygonometryczny szereg Fouriera ma postać:

$$\begin{aligned}
 f(\tau) &= \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ a_n \cdot \cos(n \cdot \omega_0 \cdot \tau) + b_n \cdot \sin(n \cdot \omega_0 \cdot \tau) \right] = \\
 &= \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \cdot \left[ \cos \varphi_n \cdot \cos(n \cdot \omega_0 \cdot \tau) + \right. \\
 &\quad \left. + \sin \varphi_n \cdot \sin(n \cdot \omega_0 \cdot \tau) \right] = \\
 &= \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \cdot \cos(n \cdot \omega_0 \cdot \tau - \varphi_n) = \\
 &= \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cdot \cos(n \cdot \omega_0 \cdot \tau - \varphi_n) \quad /5.41/
 \end{aligned}$$

gdzie:  $c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$  ,  $\varphi_n = \arctg \frac{b_n}{a_n}$

Płaska ściana z jednorodnego materiału o parametrach fizycznych  $\lambda$  ,  $\beta$  ,  $c$  ograniczona jest płaszczyznami równoległymi.



Rys.5.25 Ścianka płaska o skończonej grubości

Temperatura w dowolnym punkcie ściany zmienia się następująco:

$$\bar{t}(x, \tau) = t(x) \cdot \exp(i \cdot \omega \cdot \tau) \quad /5.42/$$

Po podstawieniu tego wyrażenia do równania przewodnictwa ciepła otrzymuje się:

$$\left[ \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} - i \cdot \omega \cdot \frac{\rho \cdot c}{\lambda} \cdot t(x) \right] \cdot \exp(i \cdot \omega \cdot \tau) = 0 \quad /5.43/$$

Ponieważ  $\exp(i \cdot \omega \cdot \tau) \neq 0$  czyli równoważne jest to równaniu

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} - i \cdot \omega \cdot \frac{\rho \cdot c}{\lambda} \cdot t(x) = 0 \quad /5.44/$$

Rozwiązaniem ogólnym równania /5.44/ jest:

$$t(x) = M \cdot \cosh \left[ \sqrt{\frac{i \cdot \omega}{a}} \cdot x \right] + N \cdot \sinh \sqrt{\frac{i \cdot \omega}{a}} \quad /5.45/$$

Dla  $x = 0$ ,  $M = t_{t=0} = t_1$

Gęstość strumienia ciepła w kierunku osi  $x$  równa się:

$$\bar{q} = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \quad /5.46/$$

Stąd otrzymuje się:

$$\bar{q} = -M \cdot \lambda \cdot \sqrt{\frac{i \cdot \omega}{a}} \cdot \sinh \left[ \sqrt{\frac{i \cdot \omega}{a}} \cdot x \right] - N \cdot \lambda \cdot \sqrt{\frac{i \cdot \omega}{a}} \cdot \cosh \left[ \sqrt{\frac{i \cdot \omega}{a}} \cdot x \right] \quad /5.47/$$

Dla  $x = 0$

$$N = -q_1 \frac{1}{\sqrt{i \cdot \omega \cdot \lambda \cdot \rho \cdot c}} \quad /5.48/$$

Otrzymuje się:

$$\bar{t} = t_1 \cdot \cosh \left[ \sqrt{\frac{i \cdot \omega}{a}} \cdot x \right] - q_1 \frac{1}{\sqrt{i \cdot \omega \cdot \lambda \cdot \rho \cdot c}} \cdot \sinh \left[ \sqrt{\frac{i \cdot \omega}{a}} \cdot x \right] \quad /5.49/$$

$$\bar{q} = -t_1 \cdot \sqrt{i \cdot \omega \cdot \lambda \cdot \rho \cdot c} \cdot \sinh \left[ \sqrt{\frac{i \cdot \omega}{a}} \cdot x \right] + q_1 \cdot \cosh \left[ \sqrt{\frac{i \cdot \omega}{a}} \cdot x \right] \quad /5.50/$$

co można zapisać w postaci macierzowej:

$$\begin{matrix} t_1 \\ q_1 \end{matrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} t_2 \\ q_2 \end{bmatrix} \quad /5.51/$$

gdzie:

$$A = D = \cosh / 1 + i/\delta$$

$$B = R \frac{\sinh/1+i/\delta}{/1+i/\delta}$$

$$C = \frac{/1+i/\delta \cdot \sinh/1+i/\delta}{R}$$

$$\delta = \delta \sqrt{\frac{\pi}{24a}}$$

Dla ściany o zerowej pojemności cieplnej /takiej, która wykazuje tylko opór cieplny R/ macierz przewodzenia ciepła ma postać:

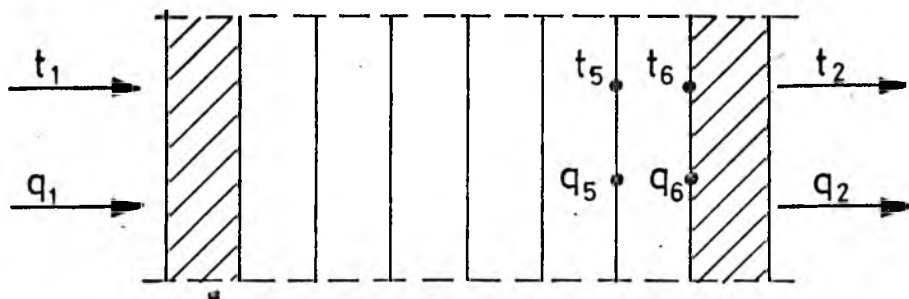
$$\begin{bmatrix} 1 & R \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Równanie macierzowe ściany z uwzględnieniem oporów przejścia ciepła po obu jej stronach będzie miało postać:

$$\begin{matrix} t_1 \\ q_1 \end{matrix} = \begin{bmatrix} 1 & R & z \\ 0 & 1 & \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & R & w \\ 0 & 1 & \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} t_2 \\ q_2 \end{bmatrix} \quad /5.52/$$

Schemat obliczeń procesu wymiany ciepła w ścianach wielowarstwowych podał w 1940 roku A.V.Bryant /9 /.

W pracy rozpatrzono ścianę wielowarstwową. Miernik stanowił jedną z warstw ściany. Gęstości strumieni ciepła i temperatury obliczone były na obydwóch powierzchniach miernika. Zmiany temperatury zewnętrznej zadawane były w okresie 24 godzin co 1 godzinę. W pracy wykorzystano po dokonaniu przeróbek algorytm opracowany przez Mielnickiego i Żydanowicza /55 /.



Rys.5.26 Schemat ściany wielowarstwowej

Zgodnie z oznaczeniami na rys.5.26 temperatura i gęstość strumieni ciepła na powierzchni 6 wynoszą:

$$\begin{bmatrix} t_6(n) \\ q_6(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & R_w \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_w(n) \\ q_2(n) \end{bmatrix} \quad /5.53/$$

Stąd:

$$t_6(n) = t_2(n) + R_w \cdot q_2(n)$$

$$q_6(n) = q_2(n)$$

gdzie  $n$  oznacza kolejną godzinę.

Kolejne wartości  $q_2(n)$  otrzymuje się, korzystając z następujących wzorów:

$$\begin{aligned} q_2 = q_2' + q_2'' = & q_{20}' + \sum_{m=0}^M |q_{2m}'| \cdot \cos\left(\frac{\pi}{12} \cdot m \cdot n + c_m' + \right. \\ & \left. + \arg q_{2m}'\right) + q_{20}'' + \sum_{m=0}^M |q_{2m}''| \cdot \cos\left(\frac{\pi}{12} \cdot m \cdot n + c_m'' + \right. \\ & \left. + \arg q_{2m}''\right) \end{aligned} \quad /5.54/$$

gdzie:

$$q_{20}' = \frac{b_0'}{B(0)}$$

$$q_{2m}' = \frac{b_m'}{B(m)}$$

$$q''_{20} = - \frac{A(0)}{B(0)} \cdot b''_0 \quad q''_{2m} = - \frac{A(m)}{B(m)} \cdot b''_m$$

Wielkości A, B, C, D obliczamy w sposób analogiczny jak we wzorze /5.51/. Wielkości  $b'_0$ ,  $b'_m$ ,  $b''_0$  i  $b''_m$  oraz  $c'_m$  i  $c''_m$  przyjmują wartości

$$b'_0 = \frac{1}{24} \sum_{n=1}^{24} f_1(n)$$

$$b''_0 = \frac{1}{24} \sum_{n=1}^{24} f_2(n)$$

$$b'_m = \frac{1}{12} \sqrt{\left( \sum_{n=1}^{24} f_1(n) \cdot \cos \frac{\pi}{12} \cdot m \cdot n \right)^2 + \left( \sum_{n=1}^{24} f_1(n) \cdot \sin \frac{\pi}{12} \cdot m \cdot n \right)^2}$$

$$b''_m = \frac{1}{12} \sqrt{\left( \sum_{n=1}^{24} f_2(n) \cdot \cos \frac{\pi}{12} \cdot m \cdot n \right)^2 + \left( \sum_{n=1}^{24} f_2(n) \cdot \sin \frac{\pi}{12} \cdot m \cdot n \right)^2}$$

$$c'_m = \arcsin \left( - \frac{1}{12 \cdot b'_m} \cdot \sum_{n=1}^{24} f_1(n) \cdot \sin \frac{\pi}{12} \cdot m \cdot n \right)$$

$$c''_m = \arcsin \left( - \frac{1}{12 \cdot b''_m} \cdot \sum_{n=1}^{24} f_2(n) \cdot \sin \frac{\pi}{12} \cdot m \cdot n \right)$$

gdzie:

$f_1(n)$  - wartości temperatury powietrza na zewnątrz przegrody w kolejnych godzinach

$f_2(n)$  - wartości temperatury powietrza wewnątrz pomieszczenia w kolejnych godzinach

m - ilość składnika sumy szeregu Fouriera

Po określeniu gęstości strumienia ciepła na powierzchni wewnętrznej ściany /miernika/ obliczono temperaturę  $t_5$  pod powierzchnią ściany/miernika/ z zależności:

$$\begin{bmatrix} t_5(n) \\ q_5(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_6(n) & B_6(n) \\ C_6(n) & D_6(n) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} t_6(n) \\ q_6(n) \end{bmatrix} \quad /5.55/$$

$$t_5(n) = A_6(n) \cdot t_6(n) + B_6(n) \cdot q_6(n) \quad /5.56/$$

dla  $q_6(n) = q_2(n)$

$$t_5(n) = A_6(n) \cdot t_6(n) + B_6(n) \cdot q_2(n) \quad /5.57/$$

Ostatecznie otrzymano więc:

$$t_5(n) = A_6(0) \cdot d_0 + \sum_{m=1}^M |A_6(m)| \cdot d_m \cdot \cos\left(\frac{\pi}{12} \cdot m \cdot n + e_m + \arg A_6(m)\right) + \\ + B_6(0) \cdot k_0 + \sum_{m=1}^M |B_6(m)| \cdot k_m \cdot \cos\left(\frac{\pi}{12} \cdot m \cdot n + l_m + \arg B_6(m)\right) \quad /5.58/$$

Wielkości  $A_6$  i  $B_6$  określają właściwości cieplne warstwy miernika /obliczono je analogicznie jak w równaniu /5.51/.

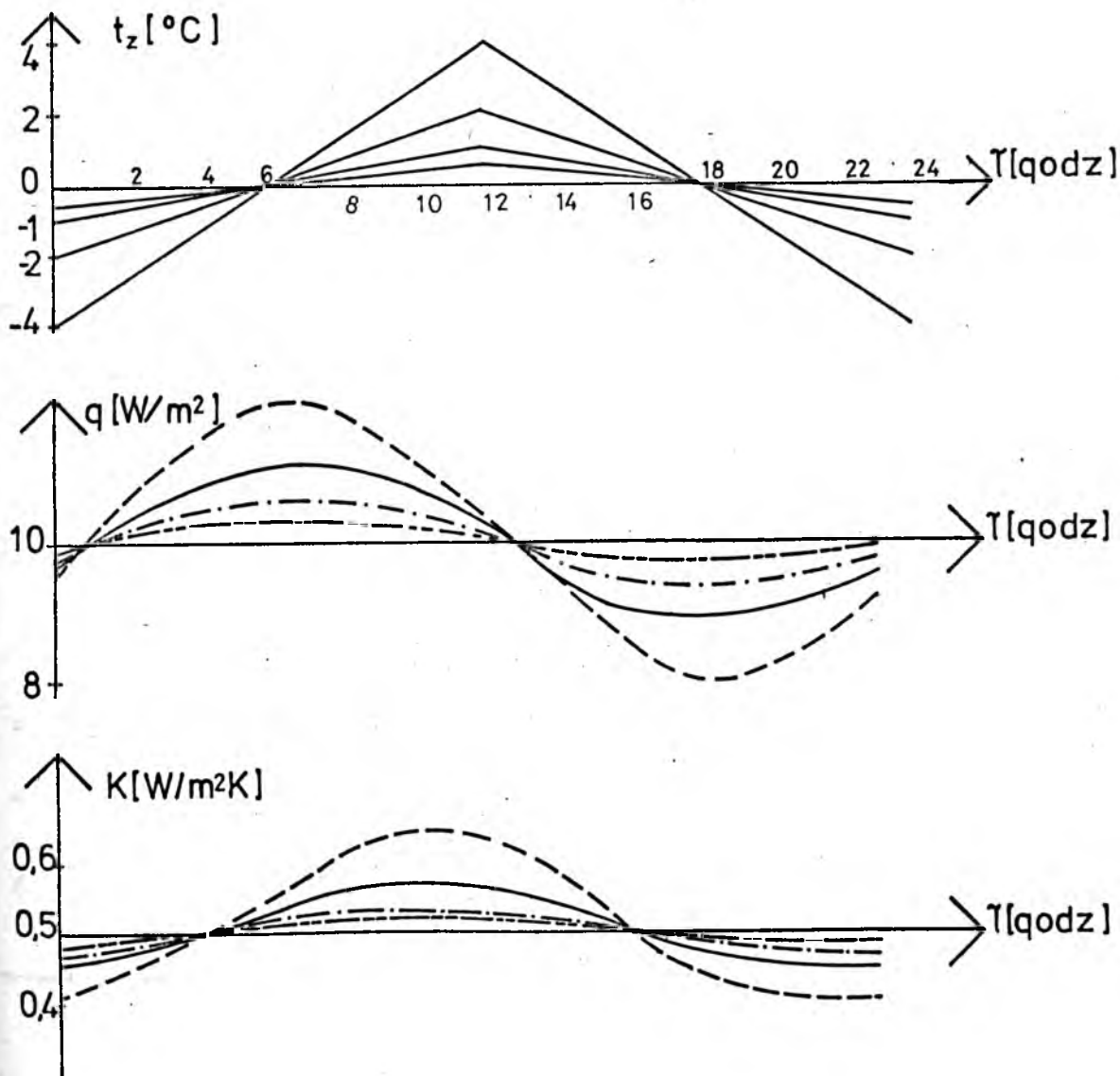
Wielkości  $d_0, K_0, d_m, K_m$ , oraz  $e_m$  i  $l_m$  obliczono podobnie jak  $b'_0, b''_0, b'_m, b''_m$  oraz  $c'_m$  i  $c''_m$ , ale dla funkcji:

$$f_1/n/ = t_6(n) \quad \text{i} \quad f_2(n) = q_2(n)$$

### 5.62. Analiza dokładności pomiaru współczynnika przenikania ciepła przy okresowych zmianach temperatury zewnętrznej

W analizie przyjęto, że wewnątrz pomieszczenia panuje stała temperatura  $20^{\circ}\text{C}$ , a na zewnątrz średnia temperatura dobowa wynosi  $0^{\circ}\text{C}$ . Temperatura zmienia się w sposób okresowy z różną amplitudą od  $2,5 \div$  do 30% różnicy temperatur. Na rysunku 5.27 przedstawiono przykładowo zmiany temperatury zewnętrznej, zmiany gę-

tości strumieni ciepła na powierzchni wewnętrznej ściany oraz obliczeniowy współczynnik przenikania ciepła  $K$  dla każdej godziny pomiaru przy różnych amplitudach.



Rys.5.27 Wykresy zmian temperatury  $t_z$ , gęstości strumienia ciepła  $q_m$  oraz obliczeniowego współczynnika przenikania ciepła  $K$

Chwilowa wartość gęstości strumienia ciepła jest zależna od zmian temperatury zewnętrznej i zawiera się w przedziale

$q = q_{\text{śr}} \pm (4 \div 8)\%$  dla zakresu zmian  $\frac{\Delta t_{\text{śr}} - \Delta t}{\Delta t_{\text{śr}}}$  do  $\pm 10\%$  przy różnych ścianach.

Współczynnik przenikania ciepła  $K$  zmieniał się będzie w większym stopniu, bo jest zależny od gęstości strumienia ciepła jak i różnicy temperatur  $t_w - t_z$ . Zmiany współczynnika  $K$  dla ścian o różnym oporze cieplnym w zależności od zmian temperatury  $t_z$  przedstawiono w tabelicy 5.4.

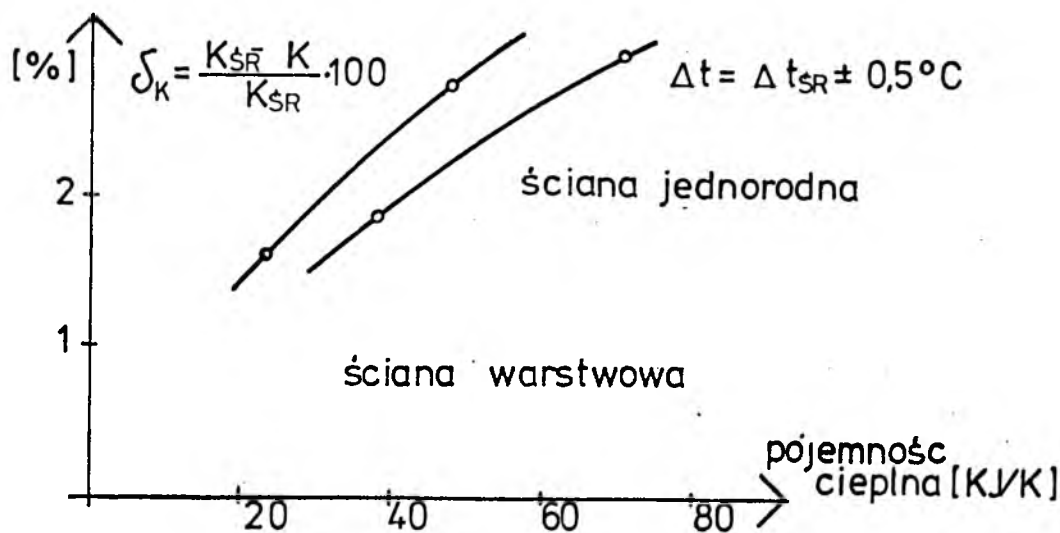
Tablica 5.4.

Lp.	Zmiana temp.		Zmiana współczynnika $K$								
	°C	%	Ściana warstwowa $K = 0,51$			Ściana warstwowa $K = 0,92$			Ściana jednorodna $K = 1,46$		
			wartości min	wartości max	%	wartości min	wartości max	%	wartości min	wartości max	%
1	$\pm 0,5$	$\pm 2,5$	0.490	0.518	$\pm 2,8$	0.910	0.930	$\pm 1$	1.420	1.500	$\pm 2,5$
2	$\pm 1$	$\pm 5$	0.425	0.534	$+5,9$ $-5,6$	0.883	0.953	$+3,4$ $-3,0$	1.379	1.549	$+6,0$ $-5,6$
3	$\pm 2$	$\pm 10$	0.450	0.566	$+12,5$ $-0,6$	0.863	0.986	$+7,0$ $-6,0$	1.306	1.650	$+13,0$ $-10,5$
4	$\pm 4$	$\pm 20$	0.404	0.643	$+27,5$ $-19,9$	0.810	1.058	$+14,0$ $-1,20$	1.175	1.885	$+29,0$ $-19,5$
5	$\pm 6$	$\pm 30$	0.364	0.741	$+47,1$ $-27,8$	0.762	1.138	$+23,0$ $-17,0$	1.060	2.190	$+50,0$ $-27,0$

Jeżeli zmiana temperatury zewnętrznej w ciągu cyklu pomiarowego nie zmienia się więcej niż o 5%, to obliczeniowy chwilowy współczynnik przenikania ciepła różni się od współczynnika obliczonego dokładnie, nie więcej niż o 6% dla ścian o różnych oporach cieplnych. Przyniesione tutaj obliczenia dotyczą ścian o różnej pojemności cieplnej. Zmiana gęstości strumienia ciepła /tłumienie i przesunięcie fazowe/ zależy od pojemności cieplnej. Na



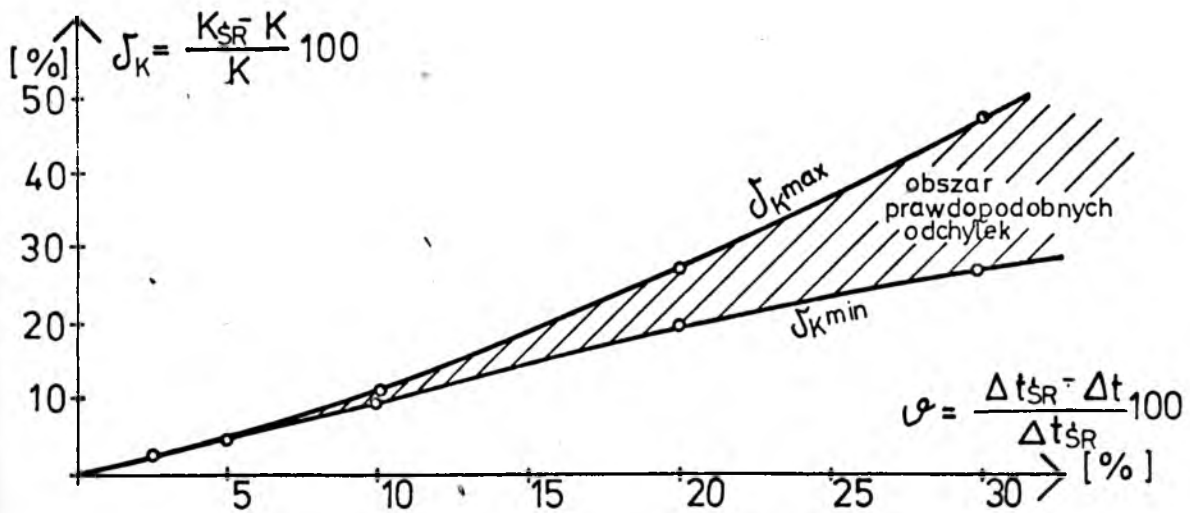
rys.5.28 Pokazano zależność dokładności obliczenia współczynnika  $K$  od zmian temperatury zewnętrznej  $\Delta t = \Delta t_{\text{sr}} \pm 0,5^{\circ}\text{C}$  dla ścian o różnej pojemności cieplnej.



Rys.5.28 Wykres zależności odchyłki od wartości średniej współczynnika  $K$  w funkcji pojemności cieplnej przegrody przy okresowych zmianach temperatury  $t_z$

Punkty nie leżą na jednej krzywej, gdyż zależność ta jest zależnością przybliżoną. W dokładnych obliczeniach należy uwzględnić współczynnik  $\lambda$ , współczynnik wyrównania temperatury  $\alpha$ , gęstość  $\gamma$ , a w przypadku ścian warstwowych również właściwości cieplne poszczególnych warstw. Na podstawie obliczeń modelowych zbudowano wykresy odchyłek współczynnika  $K$  od wartości średniej przy różnych zmianach temperatury  $t_z$  /rys. 5.29/.

Wykres ten można zastosować do analizy dokładności otrzymanych wyników w przypadku badań w obiektach rzeczywistych.



Rys.5.29 Zależność odchyłek min i max od wartości  $K_{SR}$  przy okresowych zmianach temperatury  $t_z$

### 5.6.3. Analiza dokładności obliczenia współczynnika przenikania ciepła przy okresowych zmianach temperatury zewnętrznej z uwzględnieniem przesunięcia fazowego

Jak zaznaczono na rys.5.27, zmiana temperatury zewnętrznej pociąga za sobą zmianę gęstości strumienia ciepła ale dopiero po pewnym czasie zależnym m.in. od pojemności cieplnej przegrody. Analityczne obliczenie przesunięcia fazowego /szczególnie dla ścian warstwowych/ jest kłopotliwe. Najwygodniej określić je z wykresów zmian temperatury i strumienia ciepła, bądź obliczyć w sposób przybliżony np. wg /49/, /74/.

Dla badanej ściany  $K = 0,504 \text{ W/m}^2\text{K}$  przesunięcie fazowe wynosi ok. 7 godzin. Przeprowadzono obliczenia współczynnika przenikania  $K$  z uwzględnieniem przesunięcia fazowego. Współczynnik  $K$  w danej godzinie zależy od strumienia ciepła w tym czasie oraz od różnicy temperatur  $t_w - t_z$ , jaka panowała wcześniej /ilość godzin przesunięcia fazowego/. Obliczenia te odniesiono do 24 godzinowego cyklu pomiarowego. Wyniki obliczeń dla trzech ścian przedstawiono w tabelicy 5.5.

Tablica 5.5.

Lp.	Zmiana temperatury $\frac{t_{\text{śr}} - t}{t_{\text{śr}}} \cdot 100$	Odchyłka współczynnika K w %		
		Ściana warstwowa K = 0,51	Ściana warstwowa K=0,92	Ściana jednorodna K=1,46
1	$\pm 2,5\%$	$\pm 1,2 \%$	$\pm 0,5\%$	$\pm 1,5\%$
2	$\pm 5\%$	$\pm 2\%$	$\pm 0,8\%$	$\pm 3\%$
3	$\pm 10\%$	+ 5% - 4%	+ 1,6% - 1,5%	+ 7% - 6%
4	$\pm 20\%$	+12% -8%	+ 4% -3%	+15% -10%
5	$\pm 30\%$	+20% -11%	+ 7% -4%	+2,5% -14%

Jak widać z tablicy 5.5, dla ścian warstwowych zmiana temperatury zewnętrznej w zakresie  $\frac{\Delta t_{\text{śr}} - \Delta t}{\Delta t_{\text{śr}}} \cdot 100\% = \pm 10 \%$  oraz uwzględnienie przesunięcia fazowego daje w wyniku odchyłkę współczynnika K w średnim zakresie  $1,5 \div 4,5 \%$ . Dla ścian o większym oporze cieplnym będzie większa odchyłka niż dla ścian o mniejszym oporze.

Np.

K = 0,51      odchyłka  $\sim 4,5 \%$

K = 0,92      odchyłka  $\sim 1,5 \%$

A przy różnicy  $\pm 20 \%$  odpowiednio

K = 0,51      odchyłka  $\sim 10 \%$

K = 0,92      odchyłka  $\sim 3,5\%$

Współczynniki K rzeczywistych przegród budowlanych bliższe są tej drugiej wartości, tak że można przyjąć, że zmiana  $\frac{\Delta t_{\text{śr}} - \Delta t}{\Delta t_{\text{śr}}} \pm 20\%$  powoduje otrzymanie wyniku z dokładnością około 5%.

Obliczenia te przeprowadzono dla mierników, o różnych grubościach, a uzyskane wyniki są ze sobą zbieżne.

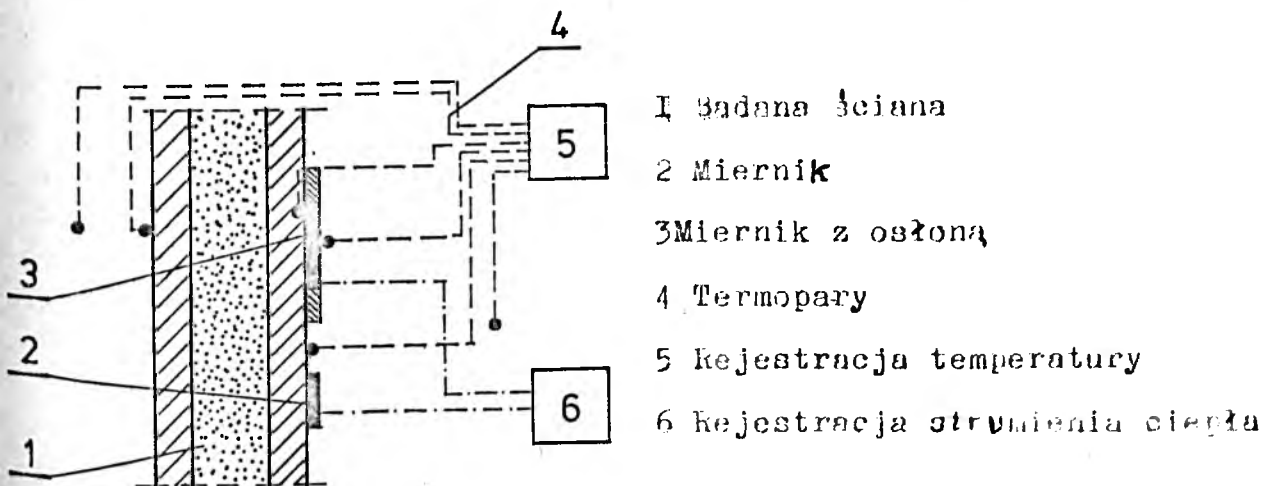
Przeprowadzono również badania przy zmianach temperatury zewnętrznej tylko w ciągu kilku godzin. Wzrost temperatury spowodowany mógł być np. promieniowaniem słonecznym. Otrzymane wyniki świadczą, że wzrost  $\frac{\Delta t_{\text{śr}} - \Delta t}{\Delta t_{\text{śr}}}$  o 10% powoduje zmianę obliczonego współczynnika  $K + 11\%$  i  $- 4\%$ . Odrzucenie wyników z trzech pierwszych godzin pomiaru pozwala otrzymać wynik z dokładnością  $\pm 4\%$ . Uwzględnienie przesunięcia fazowego jeszcze bardziej poprawia dokładność wyniku. Uśrednienie wyników w cyklu dobowym pomiaru, we wszystkich omówionych wcześniej przypadkach, umożliwia obliczenie dokładnej wartości współczynnika  $K$ .

#### 5.7. Pomiary współczynników przenikania ciepła w istniejących budynkach mieszkalnych

Sprawdzenie, czy ilości ciepła dostarczonego na ogrzanie budynku są zgodne z obliczeniami i obowiązującymi normami jest możliwe tylko po przeprowadzeniu serii pomiarów. Umożliwią one również ocenę jakości wykonawstwa przegród budowlanych pod względem cieplnym.

Pomiary współczynników przenikania ciepła  $K$  wykonano w kilku różnych budynkach mieszkalnych warszawskiego osiedla Ursynów /71/. Do pomiarów wykorzystano ścianki pomocnicze, termopary oraz rejestratory wielopunktowe. Gęstości strumienia ciepła i temperatury rejestrowane były w sposób ciągły. Planimetrując poszczególne wykresy obliczono ich średnie wartości. Budynki, w których przeprowadzono pomiary wykonane były z płyt wielowarstwowych o

grubości całkowitej 19 cm stosowanych w systemie WK-70.

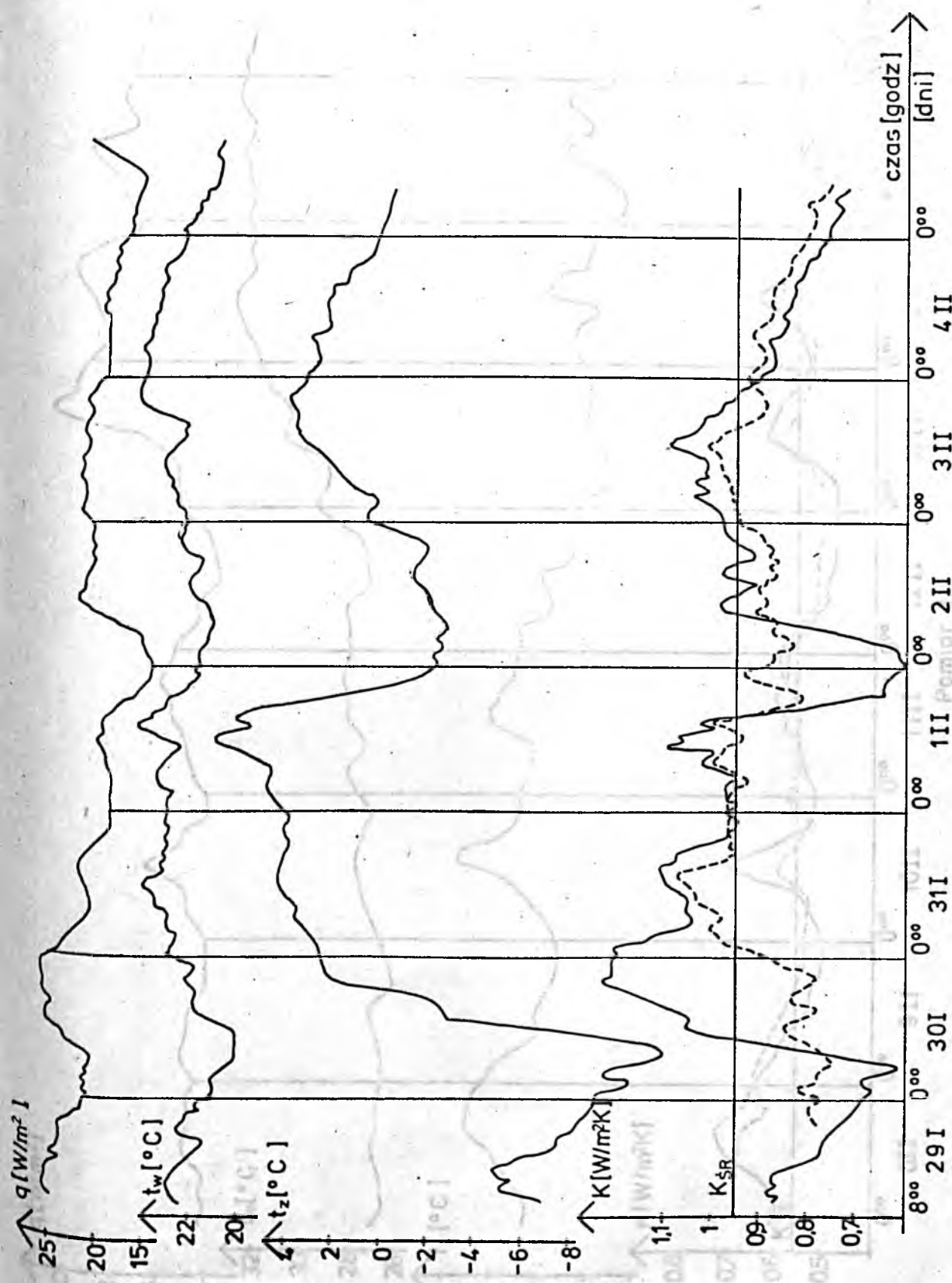


Rys.5.30 Schemat układu pomiarowego

Przy wyborze ścian kierowano się następującymi kryteriami:

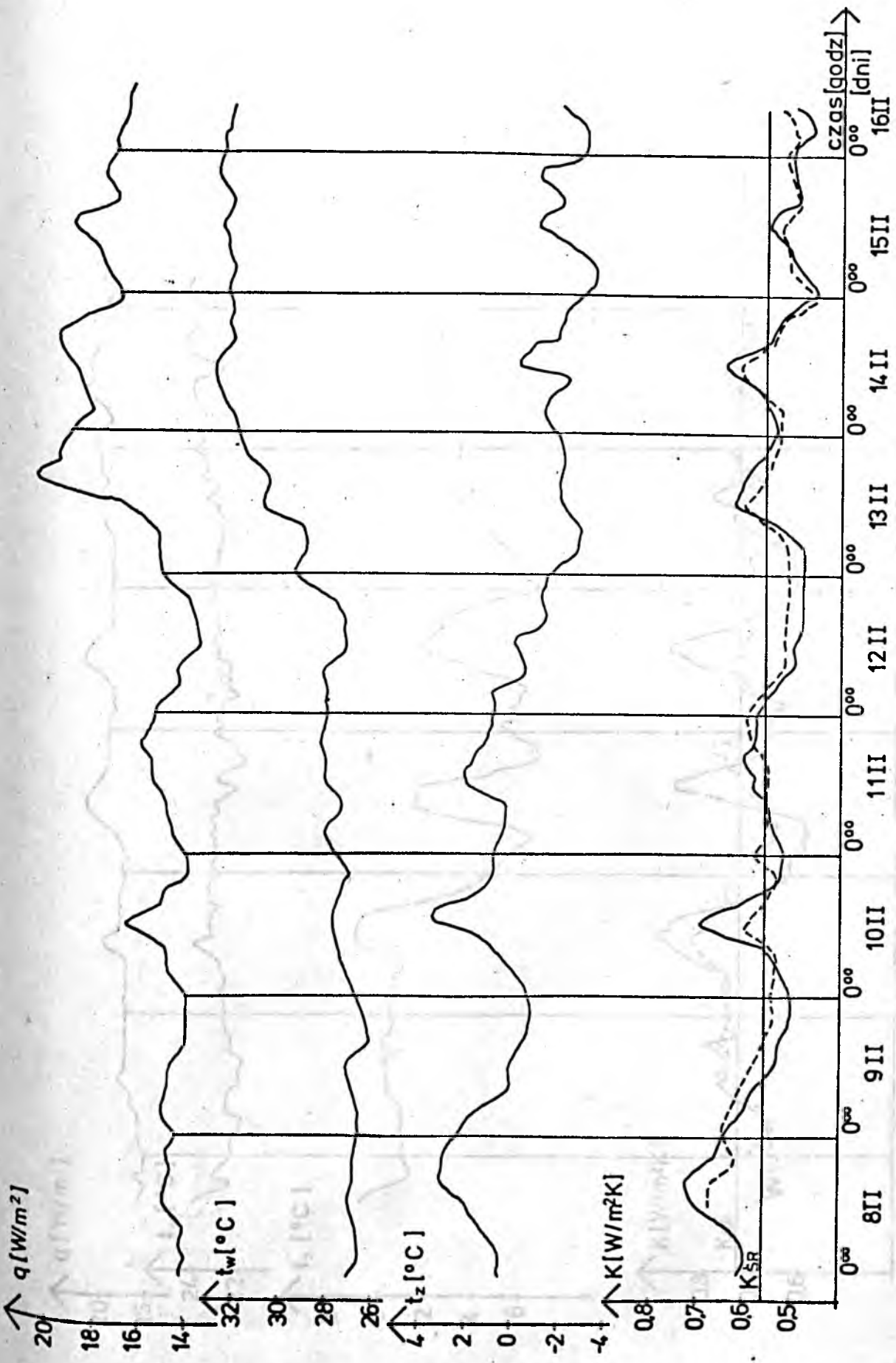
- płyty zewnętrzne bez otworów okiennych i drzwiowych, o możliwie dużej powierzchni bez mostków cieplnych /prawdopodobny jednokierunkowy przepływ ciepła
- orientacja ściana północna lub wschodnia / eliminacja wpływu promieniowania słonecznego/
- możliwość dostępu do obu stron ściany / w celu montażu termopar i mierników /

Pomiar dla każdej ściany trwał kilka dni. Przykładowe wykresy przebiegu zmienności temperatur, gęstości strumieni ciepła, oporu cieplnego przegrody oraz współczynnika przenikania ciepła przedstawiono na rysunku 5.31. Opór cieplny przegrody jest w zasadzie stały, a jego zmienność na wykresach spowodowana jest błędem pomiarowym wynikającym ze zmiennych wartości temperatur i gęstości strumieni ciepła, w przypadku współczynnika  $K$  dochodzą jeszcze zmiany współczynników przejmowania ciepła  $\alpha_w$  i  $\alpha_z$ .

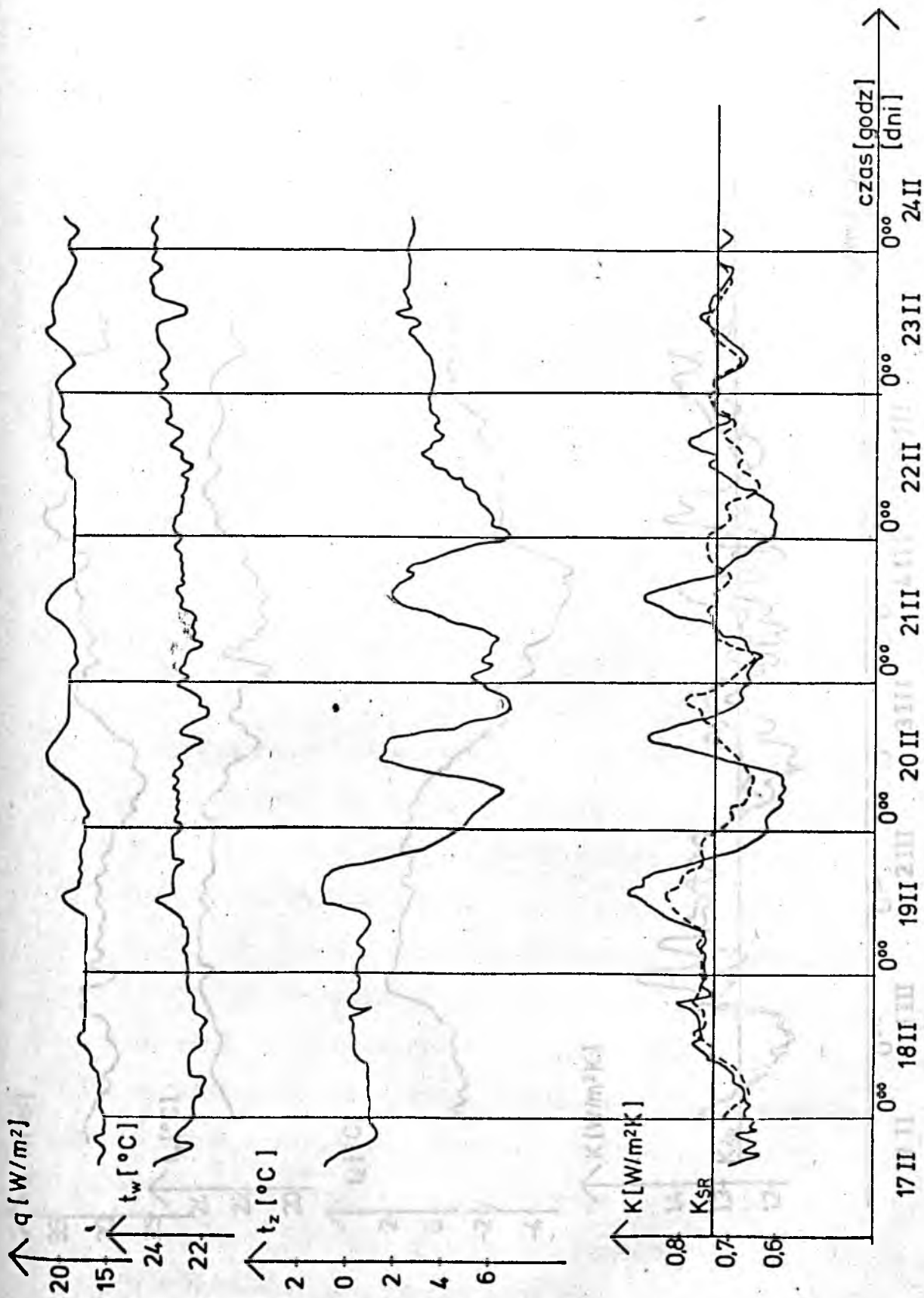


Pomiar 1

Rys. 5.31a

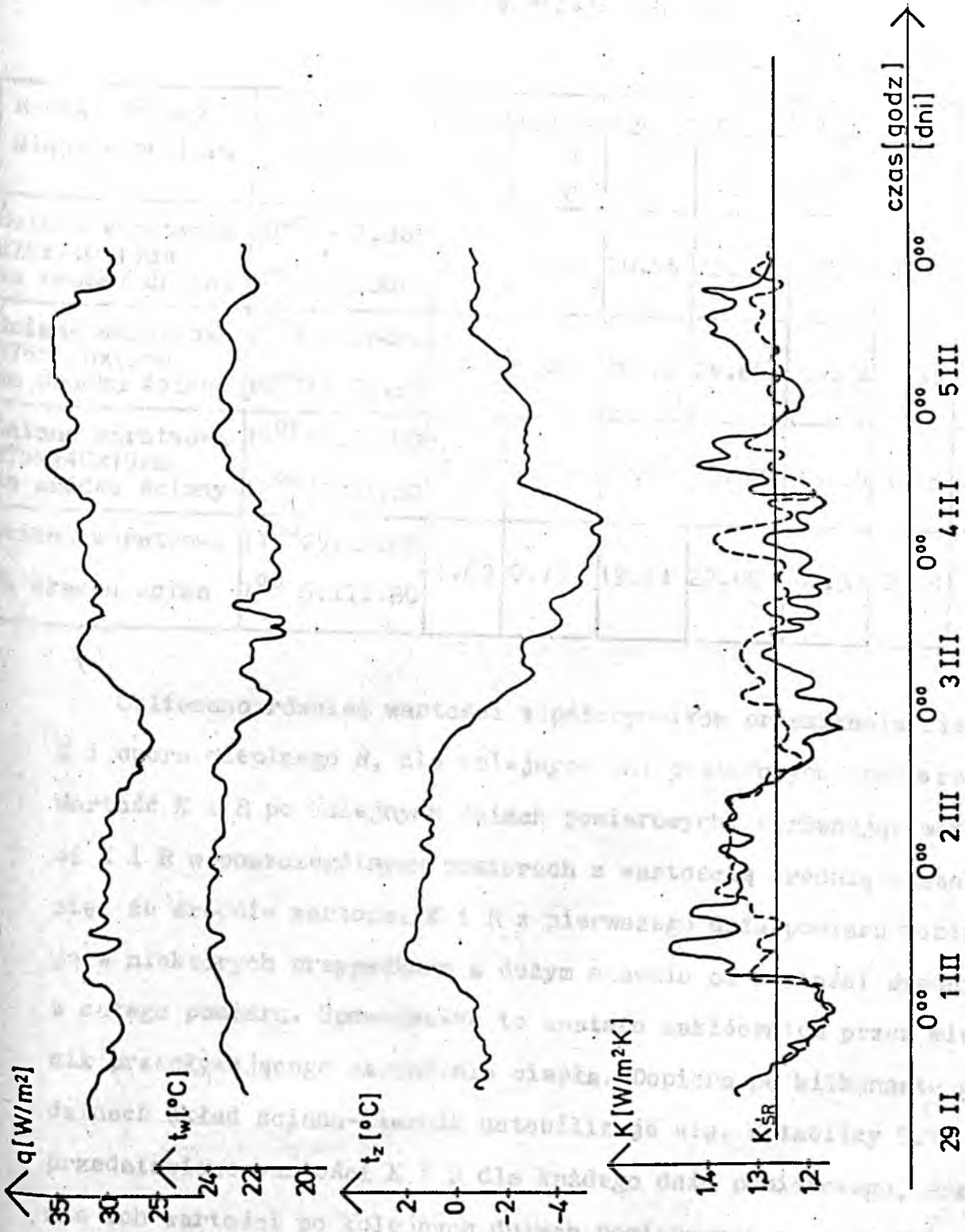


Pomiar 2  
Rys. 5.31 b



Pomiar 3  
Rys. 5.31c





Pomiar 4  
Rys. 5.31d

Wartości oporu cieplnego R i współczynnika K obliczono ze wzorów /5.1/ i /5.3/.

Uśrednione wyniki pomiarów przedstawiono w tablicy 5.6.

Tablica 5.6.

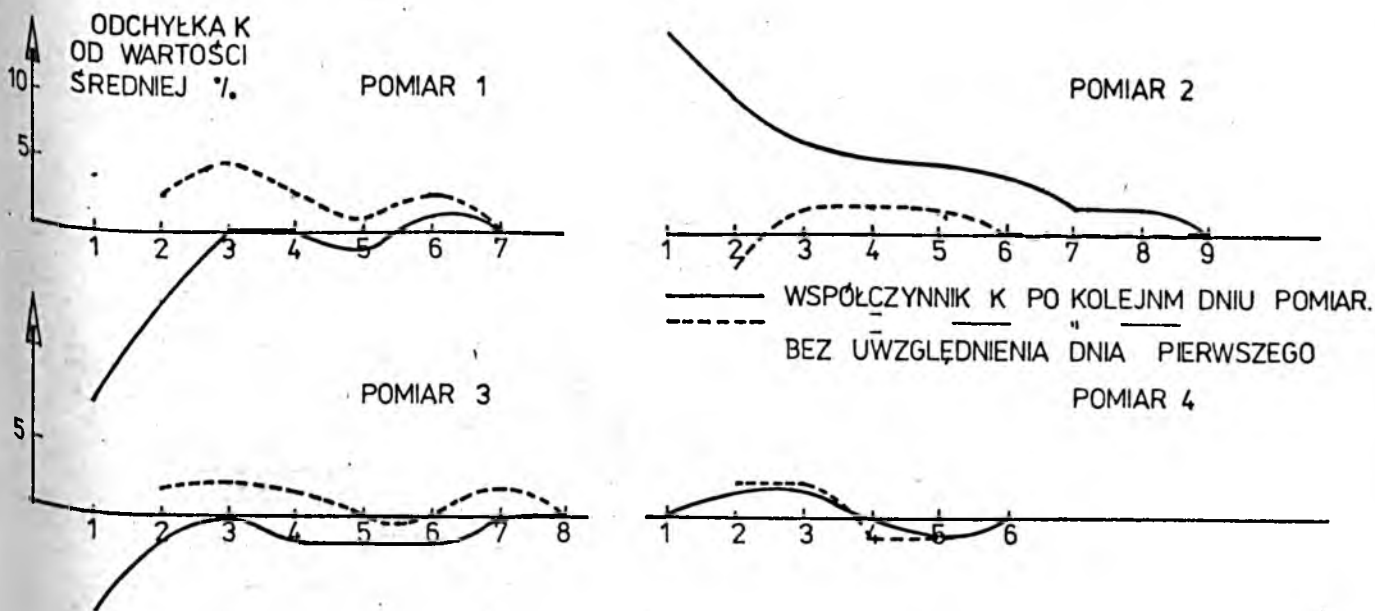
Pomiar	Rodzaj ściany Miejsce pomiaru	Okres pomiaru	Średnie temperatury				$q_m$ W/m <sup>2</sup>	R $\frac{L \cdot K}{W}$	K W/m <sup>2</sup> K
			$t_z$ °C	$t_3$ °C	$t_1$ °C	$t_w$ °C			
1	Ściana warstwowa 275x240x19cm na środku ściany	10 <sup>00</sup> 29.I.80r	0.12	1.18	20.56	22.36	20.35	0.92	0.93
		10 <sup>00</sup> 5.II.80r.							
2	Ściana warstwowa 275x170x19cm na środku ściany	1 <sup>00</sup> 8.II.80r.	-0.42	1.46	20.78	28.65	16.14	1.16	0.56
		10 <sup>00</sup> 16.II.80							
3	Ściana warstwowa 275x240x19cm na środku ściany	17 <sup>00</sup> 17.II.80r.	-2.82	0.25	20.72	23.02	18.59	1.06	0.73
		12 <sup>00</sup> 24.II.80							
4	Ściana warstwowa Na złączeniu ścian	11 <sup>00</sup> 25.II.80	-1.63	0.75	19.44	22.86	30.35	0.58	1.27
		7 <sup>00</sup> 6.III.80							

Obliczono również wartości współczynników przenikania ciepła K i oporu cieplnego R, dla kolejnych dni pomiarowych oraz średnią wartość K i R po kolejnych dniach pomiarowych. Porównując wartości K i R w poszczególnych pomiarach z wartością średnią okazało się, że średnie wartości K i R z pierwszego dnia pomiaru odbiegają w niektórych przypadkach w dużym stopniu od wartości średniej z całego pomiaru. Spowodowane to zostało zakłóceniem przez miernik przepływającego strumienia ciepła. Dopiero po kilkunastu godzinach układ ściana-miernik ustabilizuje się. W tablicy 5.7 przedstawiono wartości K i R dla każdego dnia pomiarowego, średnie ich wartości po kolejnych dniach pomiarowych oraz średnie wartości z wyłączeniem pierwszego dnia pomiarowego. Podano również

odchyłki od wartości średnich w %.

Analizując wyniki pomiarów zamieszczone w tablicy 5.6 , 5.7. oraz na wykresach rys. 5.31 można sformułować wnioski służące do odpowiedniej interpretacji wyników.

Pomiary powinny być prowadzone w cyklach dobowych, a początek cyklu przypadać na godziny wieczorne lub wczesne ranne /21<sup>00</sup>-7<sup>00</sup>/. Po przeprowadzeniu tylko jednego cyklu pomiarowego otrzymuje się wyniki z dokładnością ok  $\pm 15\%$ , a w przypadku dużych zmian temperatury powietrza zewnętrznego popełniany błąd może być jeszcze większy. Zwiększenie liczby cykli pomiarowych umożliwia osiągnięcie dokładniejszych wyników. Minimalny okres pomiarowy powinien wynosić 2 cykle /48 godzin/ ale do opracowania wyników brane byłyby tylko ostatnie 24 godziny. Wynik pomiaru zawierałby się w przedziale  $\pm 5\%$ , co w badaniach rzeczywistych ścian jest wynikiem zadawalającym. Zmiany odchyłek od wartości średniej w zależności od ilości dni pomiarowych pokazano na rysunku 5.32.



Rys.5.32 Zmiany odchyłek od wartości średniej K w zależności od ilości dni pomiarowych



Znając rozkłady temperatur  $t_w$ ,  $t_z$  oraz strumieni ciepła  $q_m$  można oszacować znak odchyłki tzn. czy wartość obliczona będzie większa, czy mniejsza od wartości średniej po większej ilości cykli pomiarowych. Ze wzoru /5.3/ wynika w jaki sposób zmiana  $q$ ,  $t_w$  i  $t_z$  może wpłynąć na wartość  $K$ . Porównując wykresy  $q$ ,  $t_w$  i  $t_z$  oraz wyniki z tablicy 5.7. widać, że odchyłki wartości średnich w poszczególnych dniach pomiarowych zgodne są z interpretacją wzoru /5.3./

Na przykład: w pierwszym dniu pomiaru 1 gęstość strumienia ciepła i temperatura  $t_w$  nieznacznie się zmniejszyły. Temperatura  $t_z$  spadła gwałtownie. Tak więc obliczona wartość jest mniejsza od średniej.

Pomiar 2 dzień 1: strumień ciepła niezmienia się,  $t_w$  nieznacznie spada, a  $t_z$  rośnie. Obliczony współczynnik  $K$  jest większy od rzeczywistego.

Bardzo duży wpływ na dokładność obliczeń współczynnika przejmowania ciepła  $K$  i oporu cieplnego  $R$  ma zmiana temperatury wewnętrznej. Jej zmiany spowodowane różnymi przyczynami / infiltracja, promieniowanie cieplne, obecność osób, zmiana ilości ciepła dostarczonego do pomieszczenia itp./ wpływają na temperaturę powierzchni miernika, której zmiany powodują wzrost lub spadek gęstości strumienia ciepła. Wpływ ten można wyeliminować poprzez stabilizację temperatury wewnątrz pomieszczenia badanego. Wymagany zakres stabilizacji temperatury w granicach  $\pm 0,5^\circ\text{C}$  wydaje się być wystarczającym.

Stwierdzenie to potwierdzają wyniki pomiarów. W czasie ich trwania temperatura powietrza wewnątrz pomieszczenia zmieniała się:

pomiar 1 od  $+ 2^\circ\text{C}$  do  $- 2,5^\circ\text{C}$

pomiar 2 od  $+4,^\circ\text{C}$  do  $- 4,7^\circ\text{C}$

pomiar 3 od  $+1,4^\circ\text{C}$  do  $-1,2^\circ\text{C}$

pomiar 4 od  $+ 1,1^\circ\text{C}$  do  $-2,1^\circ\text{C}$

Odpowiednio długi okres pomiaru i uśrednienie temperatury wewnętrznej eliminuje jej wpływ na dokładność pomiaru. Niewielkie zmiany temperatury wewnętrznej w pomiarach 3 i 4 wpływają na stosunkowo małe odchyłki od wartości średnich K i R. W pomiarze 4 największe odchyłki wystąpiły w 4 i 5 dniu pomiaru, w których to temperatura wewnętrzna ulegała dużym wahaniom. W pomiarze 3 w 3 dniu temperatura wewnętrzna w przeciągu 3-4 godzin wzrosła o ponad  $15^{\circ}\text{C}$ , a następnie się zmniejszyła. Na wykresie strumieni ciepła również nastąpił jej wzrost i spadek. Zmianę tę należy potraktować jako zakłócenie.

Długość pomiaru można skrócić poniżej 2 cykli jeżeli niezmieniają się temperatury  $t_w$  i  $t_z$  oraz gęstości strumieni ciepła przez kilka godzin to znaczy okres pomiaru jest dłuższy od czasu przesunięcia czasowego dla badanej ściany, którą można w przybliżeniu obliczyć wg /49/, /74/, lub określić na wykresach temperatury  $t_z$  i strumienia ciepła. W badanych ścianach przesunięcie fazowe wynosiło od 7 do 12 godzin. W 3 dniu pomiaru 4 przez około 10 godzin panowały warunki prawie ustalone. Otrzymany wynik pomiaru z tych godzin zawarty jest w przedziale  $\pm 5\%$  od wartości średniej K.

W pomiarze 1 dla każdej godziny  $/20^{\circ}\text{O}-8^{\circ}\text{O}$  w 314 dniu / pomiarowej otrzymany wynik zawarty jest w przedziale  $\pm 5\%$ .

Dosyć dokładny wynik różniący się ok.  $\pm 2\%$  od średniej wartości uzyskuje się w przypadku periodycznej zmiany temperatur i strumieni ciepła /tzn. wartość początkowa równa jest wartości końcowej/. Ilustracją tego jest 4 i 5 dzień pomiaru 3 oraz 5 dzień pomiaru 2. Odchyłki w tych dniach wynosiły odpowiednio  $-5\%$ ,  $0\%$ ,  $2\%$ . Innym sposobem zwiększenia dokładności pomiaru jest uwzględnienie

nie opóźnienia fazowego strumienia ciepła w stosunku do temperatury na zewnątrz pomieszczenia. Na wykresach z poszczególnych pomiarów określono opóźnienia fazowe:

- w pomiarze 1 przesunięcie fazowe wynosi około 10 godzin
- w pomiarze 2 przesunięcie fazowe wynosi około 12 godzin
- w pomiarze 3 przesunięcie fazowe wynosi około 11 godzin
- w pomiarze 4 przesunięcie fazowe wynosi około 9 godzin

/na wykresach zaznaczono w kilku miejscach te przesunięcia fazowe/. Obliczono również z uwzględnieniem przesunięcia fazowego i naniesiono na wykresy współczynnik przenikania ciepła K.

Obliczony średni współczynnik K z uwzględnieniem przesunięcia fazowego w jednym cyklu pomiarowym różni się w niewielkim stopniu od wartości K obliczonej bez uwzględnienia przesunięcia fazowego.

Jednak odchyłki od wartości średniej są w przypadku uwzględnienia przesunięcia fazowego o wiele mniejsze /od kilku do kilkunastu procent/ ilustruje to tablica 5.8.

Tablica 5.8.

		Pomiar 1	Pomiar 2	Pomiar 3	Pomiar 4
Odchyłka współ- czynnika K	max	+ 32%	+ 30%	+ 24%	+ 15%
	min	- 39%	- 23%	- 20%	- 12%
Odchyłka współ- czynnika K z uwzgl. przes.faz.	max	+ 13%	+ 20%	+ 14%	+ 9%
	min	- 25%	- 12%	- 15%	- 10%

Uwzględnienie przesunięcia fazowego umożliwia również szybkie obliczenie współczynnika przenikania K. Do obliczeń przyjmu-

je się strumień ciepła oraz temperaturę  $t_w$  z danej godziny, a temperaturę  $t_z$  taką jaka panowała wcześniej o n-godzin przesunięciu fazowego. Warunkiem koniecznym uzyskania dokładnego wyniku jest niezmiennosc lub bardzo małe zmiany temperatury zewnętrznej, wewnętrznej oraz gęstości strumienia ciepła /ew. zmiany temperatur lub strumieni powinny oscylować wokół wartości średniej z danego okresu pomiarowego /. Otrzymane w ten sposób wartości różnią się od wartości średnich o  $\pm 2\%$  co można przyjąć jako wyniki dostatecznie dokładne. Przykłady obliczeń pokazano w tablicy 5.9.

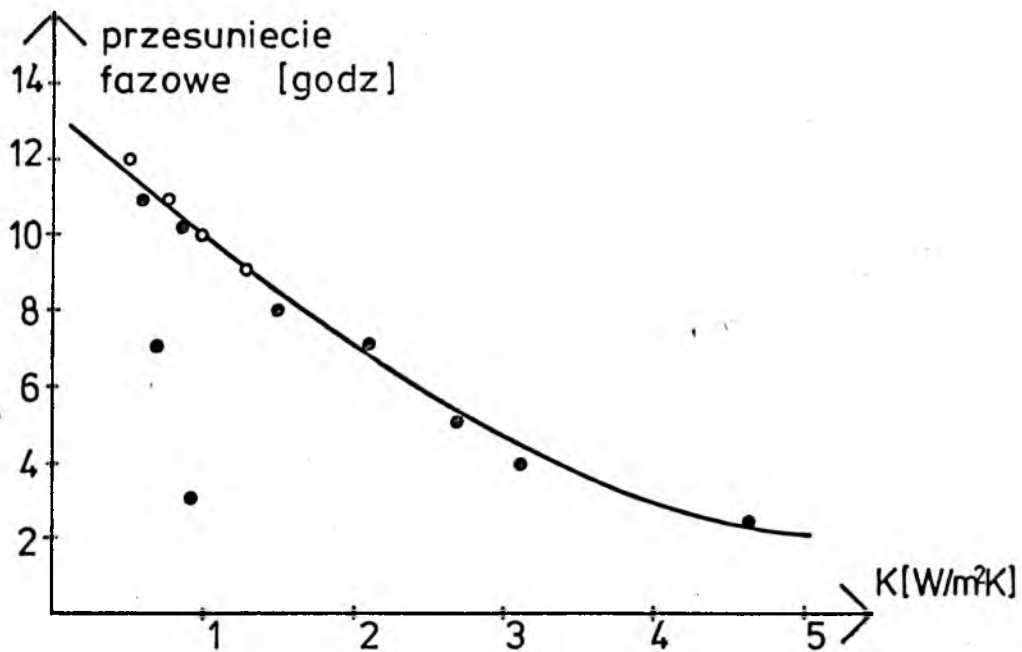
Tablica 5.9.

Pomiar	Wartość średnia K	K obliczeniowe z uwzględn. przesunięcia fazowego	odchyłka w %
1	0,95	0,96	+ 1 %
2	0,56	0,55 ÷ 0,56	-2% średnia
3	0,73	0,75	+ 2
4	Nie wystąpił dostatecznie długi okres stabilizacji		

W trakcie badań w obiektach rzeczywistych dostrzeżono pewną zależność między współczynnikiem K, a przesunięciem fazowym. Przeprowadzone badania modelowe częściowo potwierdziły te zależności. Na rysunku 5.33 przedstawiono zależność na którą złożyły się punkty z badań modelowych ● oraz punkty z badań rzeczywistych ○ . Część punktów ● nie leży na krzywej, gdyż



warstwa izolacyjna tych ścian ma niewielką pojemność cieplną, W rzeczywistości pojemność cieplna przegród jest większa na wskutek: zawilgocenia, zbicia itp. Na podstawie rys.5.33 można w sposób szacunkowy ocenić izolacyjność badanej przegrody.



Rys.5.33. Zależność współczynnika K od przesunięcia fazowego

W celu otrzymania dokładniejszych wartości K i R należy w przypadku gdy ściana ma dużą oporność cieplną  $R < 1$  obliczać opór cieplny. W przypadku gdy  $R > 1$  obliczać współczynnika przenika ciepła K.

Na podstawie tablicy 5.6 obliczono średnie rzeczywiste współczynniki przejmowania ciepła od strony wewnętrznej  $\alpha_w$  i od strony zewnętrznej  $\alpha_z$ . Porównując je z wartościami obliczeniowymi podanymi w PN-82/B-02020 widać pewne rozbieżności.

W tablicy 5.10 umieszczono rzeczywiste współczynniki  $\alpha_w$  i  $\alpha_z$  jak również współczynniki przenikania ciepła K rzeczywis-

ty i K obliczony z uwzględnieniem oporu cieplnego przegrody R i normatywnych współczynników  $\alpha_w/8.33/$  i  $\alpha_z/20/$

Tablica 5.10

Pomiar	Współczynnik K W/m <sup>2</sup> K		$\alpha_z$	$\alpha_w$
	rzeczywisty	obliczeniowy		
1	0,93	0,93	19,2	11,3
2	0,56	0,75	8,6	2,1
3	0,73	0,82	6,1	8,1
4	1,27	1,35	12,8	8,9

## 6. MIERNIK TYPU IZOLATOR - PRZEWODNIK

### 6.1. Opis konstrukcji miernika

Miernik pokazany na rysunku 3.4 składa się z dwóch prostokątnych płytek. Przyjęcie odpowiednich materiałów na ich wykonanie ma istotny wpływ na dokładność pomiaru. Głównym kryterium doboru materiału była wartość różnicy temperatur między powierzchniami płytek wykonanych z izolatora i przewodnika ciepła. Przyjęto, że wielkość  $\Delta t$ , nie powinna być mniejsza od  $0,01^{\circ}\text{C}$  aby błąd odczytu tej wielkości nie rzutował na ostateczną wartość współczynnika przenikania ciepła  $K$ . Warunek ten powinien być spełniony dla ścian o współczynniku  $K$  od  $0,5$  do  $2 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$  przy różnicy temperatur  $t_w - t_z$  co najmniej  $15^{\circ}\text{C}$ . Przeprowadzono obliczenia dla różnych stosowanych obecnie w budownictwie ścian zewnętrznych oraz płytek mierników wykonanych z materiałów o różnych współczynnikach przewodzenia ciepła i różnych grubościach. Ustalono, że miernik powinien składać się z płytki przewodnika ciepła wykonanej z aluminium oraz płytki izolatora ciepła wykonanej z materiału o współczynniku przewodzenia ciepła  $\lambda$  od  $0,15 \div 0,2 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$  np. teflon, szkło plexi. Jako płytki nośnej najlepiej użyć szkła o grubości około  $1 \text{ mm}$ . Kierując się tymi zaleceniami wykonano miernik /rys.6.1/ składający się z płytek o wymiarach:  $100 \times 40 \times 6 \text{ mm}$ . Jedną wykonano z aluminium o współczynniku  $\lambda = 164,5 \text{ W/mK}$ . Drugą ze szkła <sup>organicznego</sup> (plexi) o  $\lambda = 0,16 \text{ W/mK}$  / jest to wielkość przyjęta z tablic i potwierdzona pomiarem na stole Bocka/.



Rys.6.1 Wykonane mierniki typu izolator przewodnik

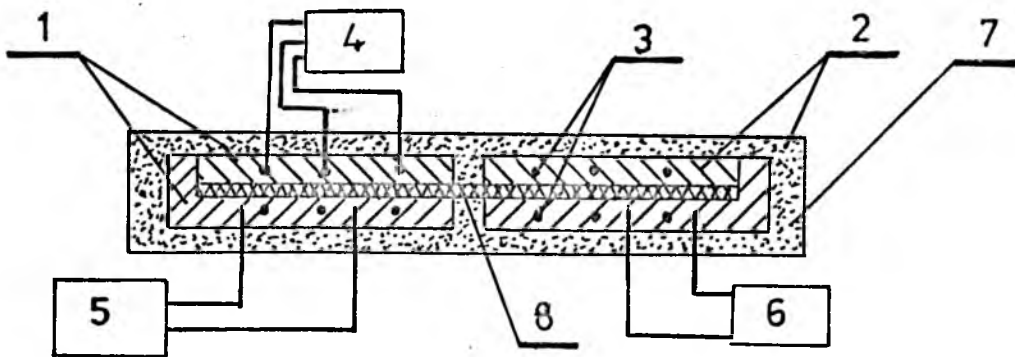
Przestrzeń między płytkami I i P, a płytką szklaną wypełniona została cienką warstwą / ok. 0,1 mm/ smaru silikonowego, który zapewnia dobre wzajemne przyleganie płytek. Jego wpływ na zmianę oporności cieplnej przyrządu można pominąć.

Na powierzchnię płytki szklanej zostało napyłone w próżni 30 termopar srebro-bizmut, Siła elektromotoryczna elementarnej termopary wynosi od 60 do 90  $\mu\text{V}/\text{K}$ . Dla 30 termopar suma sił elektromotorycznych powinna zawierać się w granicach 1,8-2,7mV/K. Wykonane zostały dwa rodzaje czujników z 30 i 20 termoparami. Ścieżki termopar zabezpieczone zostały przed uszkodzeniem poprzez napylenie warstewki 3 - 4  $\mu\text{m}$  tlenku krzemu, a następnie pokryte

warstwą farby nitro. Wyjście ze stosu termopar wykonano przy użyciu pasty srebrnej. Pomiar różnicy temperatur  $\Delta t$  odbywa się za pomocą 7 połączonych w szereg termopar miedź-konstantant. Zimne końce umieszczone zostały wewnątrz płytki aluminiowej, a ciepłe końce pozostają pod wpływem temperatury  $t_w$ . Poszczególne płytki połączone zostały ze sobą łącznikami i śrubami M2.

### 6.2. Wzorcowanie czujnika miernika izolator-przewodnik

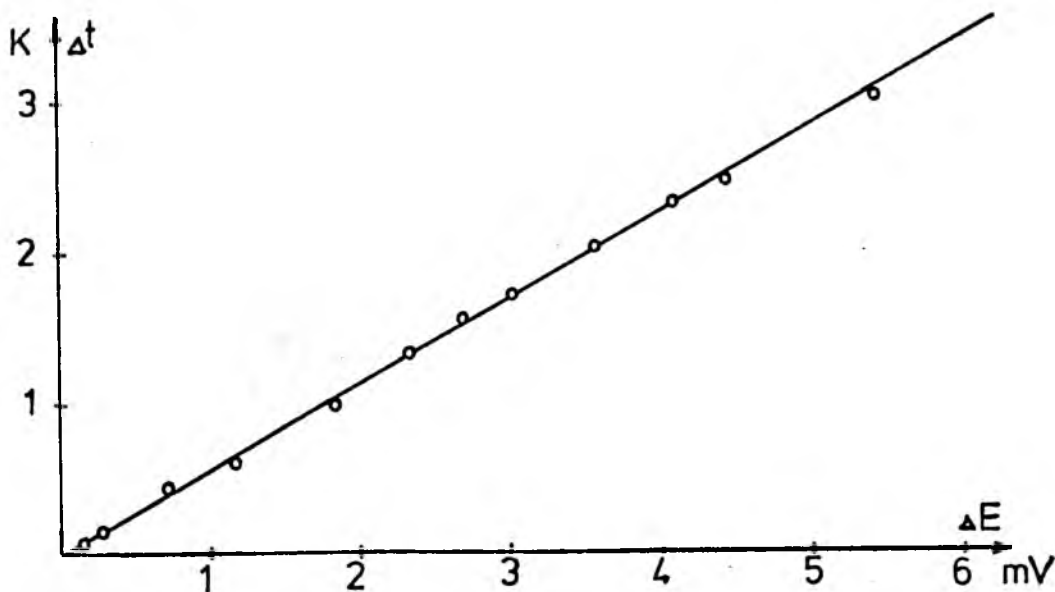
W celu dokładnego wywzorowania czujnika zbudowano przyrząd, który umożliwił wytworzenie odpowiedniej różnicy temperatur między spoinami termopar. Schemat tego urządzenia przedstawiono na rysunku 6.2.



1. Płyty miedziane stabilizujące temperaturę zimnych końców termopar
2. Płyty miedziane stabilizujące temperaturę ciepłych końców termopar
3. Punkty rozmieszczenia termopar
4. Milivoltomierz z przełącznikiem wielokanałowym i drukkarką
5. Ultratermostat z układem zasilającym
6. Elektryczny układ grzejny z autotransformatorem
7. Izolacja cieplna
8. Wzorcowany czujnik

Rys. 6.2. Układ wzorcowania czujnika izolator-przewodnik

Woda z ultratermostatu o stałej temperaturze przepływa przez płyty 1. Wyższa temperatura płyt 2 wytworzona jest przez grzejnik elektryczny zasilony z autotransformatora. W płyty 1 i 2 wklejonych zostało 12 termopar. Odczyty pomiarów przeprowadzane były wtedy, kiedy wskazania termopar w płytach 1 oraz w płytach 2 były jednakowe. Odczytując kilkakrotnie różnicę temperatur między termoparami i uśredniając ją otrzymano zależność siły elektromotorycznej z czujnika od różnicy temperatur. Wykonano kilkadziesiąt pomiarów w różnych warunkach termicznych, a wyniki przedstawiono w postaci prostej wzorcowania na rys. 6.3.



Rys. 6.3. Prosta wzorcowania czujnika izolator-przewodnik

Stała wzorcowania dla termopar określających różnicę temperatur  $\Delta t'$  wynosi  $\alpha' = \frac{\Delta E'}{\Delta t'} = 0,295 \text{ mV/K}$ .

Dokładność wzorcowania można określić obliczając średni bezwzględny błąd kwadratowy.

$$\Delta (\Delta t) = \sqrt{\left(\frac{\partial(\Delta t)}{\partial E} \cdot \Delta E\right)^2 + \left(\frac{\partial(\Delta t)}{\partial \alpha} \cdot \Delta \alpha\right)^2} \quad /6.1/$$

gdzie:

$$\frac{\partial(\Delta t)}{\partial E}, \frac{\partial(\Delta t)}{\partial \alpha} - \text{pochodne cząstkowe wielkości złożonej}$$

$\Delta E$  - dokładność odczytu różnicy napięć w czujniku

$\Delta \alpha$  - dokładność wzorcowania czujnika.

Wielkość  $\Delta \alpha$  można określić metodami statystycznymi np. po obliczeniu przedziału ufności na podstawie testu-Studenta.

Przedział ufności  $\alpha_0$  wyniesie:

$$\alpha_0 = \alpha_s \pm t_{\alpha}(n-1) \cdot \frac{S(\alpha_s)}{\sqrt{n}} \quad /6.2./$$

gdzie:  $n$  - liczba pomiarów

$S(\alpha_s)$  - odchylenie standardowe

$t_{\alpha}(n-1)$  - parametr zależny od założonego poziomu ufności

$\alpha_s$  - średnia wartość stałej wzorcowania

$\alpha_i$  - aktualna wartość stałej wzorcowania

Dla wyników pomiarów wzorcowania czujnika odchylenie standardowe wynosi:

$$S(\alpha_s) = \sqrt{\frac{\sum(\alpha_i - \alpha_s)^2}{n-1}} = 0.0362 \quad /6.3/$$

dla przedziału ufności 0.05  $t_{\alpha}(n-1) = 1.960$

Obliczając  $\alpha_0$  otrzymano:

$$\alpha_0 = 1.802 \pm 1.960 \cdot \frac{0.0362}{\sqrt{30}} = 1.802 \pm 0.013$$

Średni błąd kwadratowy pomiaru  $\Delta t$  wynosi:

$$\Delta(\Delta t) = \left( \frac{1}{1.802} \cdot 0.001 \right)^2 + \left( \frac{0.216}{1.802} \cdot 0.013 \right)^2 = 0.002 \text{ K}$$

Współczynnik przenikania ciepła  $K$  obliczony ze wzoru 3.29 obarczony będzie błędem pomiarowym.

Przykładowo oszacowano ten błąd korzystając ze wzoru 3.30 w następującym przypadku:

$$\Delta t = 0.12 \text{ K}, \Delta(\Delta t) = 0.002 \text{ K}, \Delta t' = 4.1 \text{ K}, \Delta(\Delta t') = 0.01 \text{ K},$$

$r_1 = 0.0375 \text{ W/m}^2\text{K}$  ,  $\Delta r_1 = 0.0012 \text{ W/m}^2\text{K}$  . Obliczony współczynnik  $K$  wynosi  $0.8 \text{ W/m}^2\text{K}$ , a maksymalny błąd kwadratowy w tym przypadku może osiągnąć wartość  $\Delta K = 0.02$  tj. ok. 2%. Zwiększenie tolerancji określenia  $\Delta t$  np. do  $0.01\text{K}$  spowoduje zmniejszenie dokładności pomiaru  $K$  do 8%.

### 6.3. Określenie wymiarów miernika przy uwzględnieniu dwukierunkowego przepływu ciepła

Podobnie jak w przypadku miernika w metodzie ścianki pomocniczej przez miernik izolator-przewodnik przepływ ciepła nie będzie jednokierunkowy. Określono więc rozkłady temperatur w układzie ściana-miernik. W tym celu wykorzystano metodę elementów skończonych dla dwukierunkowego przepływu ciepła we współrzędnych prostokątnych. Proces postępowania zasadniczo nie różni się od sposobu opisanego w poprzednim rozdziale. W tym przypadku równanie ustalonego przewodnictwa ciepła będzie miało postać:

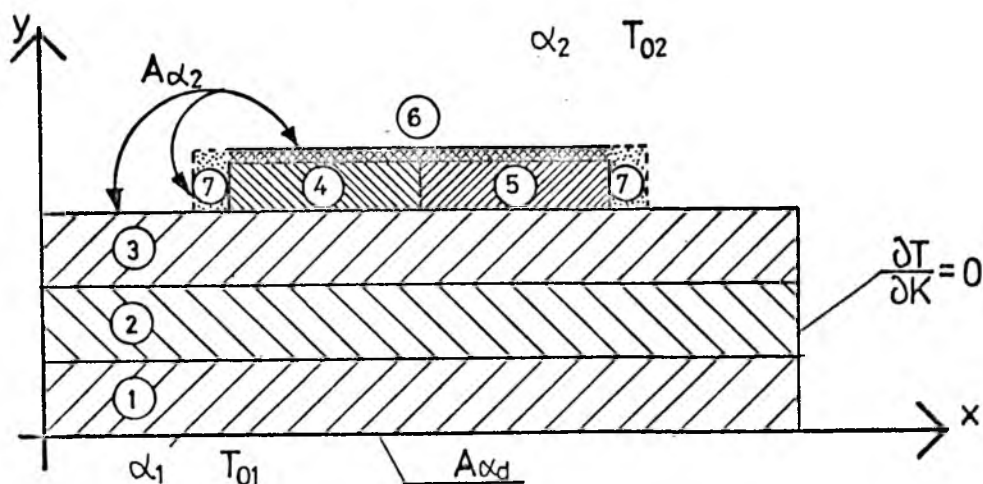
$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) = 0 \quad /6.4/$$

a minimalizowany funkcjonał

$$\begin{aligned} X = & \iint \left\{ \frac{1}{2} \left[ \lambda_x \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \lambda_y \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right] \right\} dx \cdot dy + \\ & + \frac{1}{2} \iint \alpha (T^2 - 2T_0 T) dA_\alpha \end{aligned} \quad /5.5/$$

Miernik izolator-przewodnik wraz ze ścianą warstwową oraz więzy określające warunki brzegowe podano na rysunku 6.4.





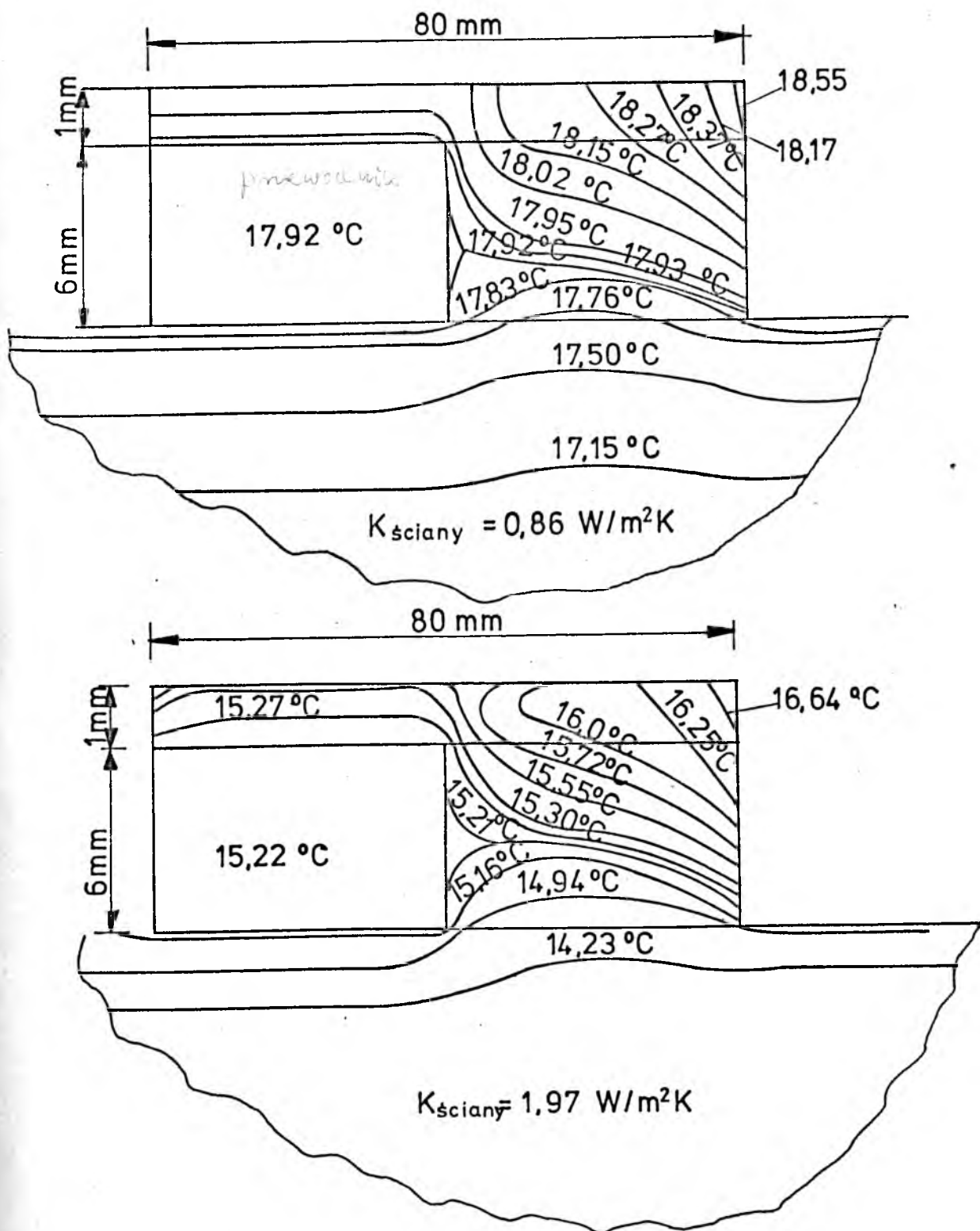
- 1 , 2 , 3 - materiały ściany warstwowej
- 4 , 5 , 6 - materiały miernika
- 7 - izolacja na brzegach miernika

Rys. 6.4. Schemat ściany warstwowej z miernikiem

Przykładowy rozkład izoterm w ścianie i mierniku pokazano na rysunku 6.5.

Widać z niego, że strumień ciepła płynie przez miernik w trzech kierunkach. W całej płytce dobrego przewodnika ciepła panuje stała temperatura nieco wyższa od temperatury jaka powinna wystąpić przy przepływie jednokierunkowym. W płytce izolatora rozkład izoterm zależy od rodzaju badanej ściany, a jego zgodność z przepływem jednokierunkowym rośnie wraz ze zmniejszaniem się współczynnika przenikania  $K$ .

Temperatury w punktach pomiarowych tej płytki odbiegają wyraźnie od wartości jakie by wystąpiły przy przepływie jednokierunkowym. Zaznaczył się również wpływ płytki przewodnika na odpływ ciepła z płytki izolatora. Umieszczenie między płytkami dobrego izolatora /styropian/ niweluje ten wpływ. Otrzymanie przepływu jednokierunkowego lub zbliżonego do jednokierunkowego jest możliwe po zwiększeniu szerokości płytki izolatora do ok. 30 cm. Podobny efekt otrzyma się izolując powierzchnie boczne miernika, izotermy w tym przypadku układają się równoległe do powierzchni badanej ściany z niewielkim zakłóceniem na brzegach, jednak wartości temperatur w przypadku przepływu jednokierunkowego.



Rys.6.5. Rozkład izoterm w ścianie i mierniku izolator - przewodnik

#### 6.4. Obliczenie poprawek uwzględniających dwukierunkowy przepływ ciepła przez miernik

Jak wykazano poprzednio jednokierunkowy przepływ ciepła możliwy jest tylko w przypadku odpowiednio dużych wymiarów miernika. Dlatego też niezbędnym okazało się określenie, a następnie stosowanie poprawek uwzględniających niejednokierunkowy przepływ ciepła. Poprawki należy określić dla dwóch mierzonych wielkości  $\Delta t$  i  $\Delta t'$ . Poprawki będą zależały od różnicy temperatur  $\Delta t_{w-z}$  oraz od współczynnika przejmowania ciepła  $\alpha_w$  wewnątrz pomieszczenia. Poprawką nazwano różnicę między wartością

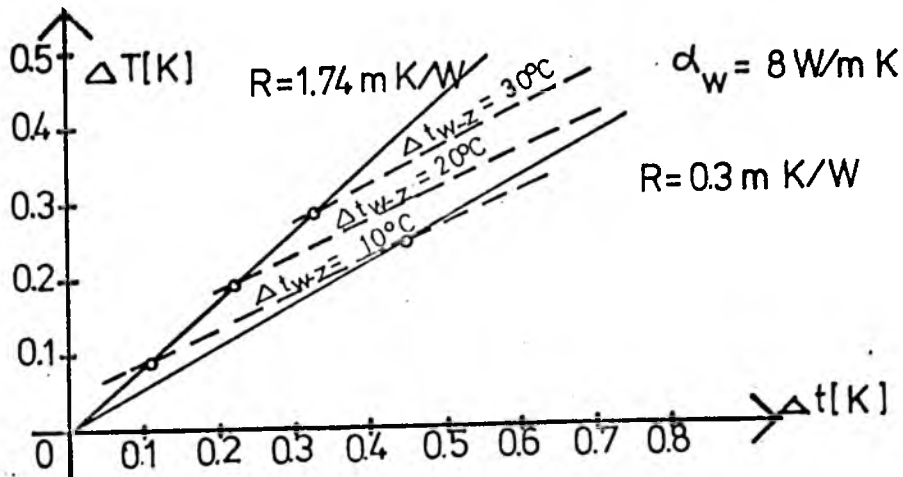
$\Delta t$  uzyskaną z pomiaru a wartością  $\Delta t_t$  obliczoną dla danej ściany przy uwzględnieniu jednokierunkowego przepływu ciepła:

$$\Delta T = \Delta t - \Delta t_t \quad - \text{poprawka wielkości } \Delta t$$

$$\Delta T' = \Delta t' - \Delta t'_t \quad - \text{poprawka wielkości } \Delta t'$$

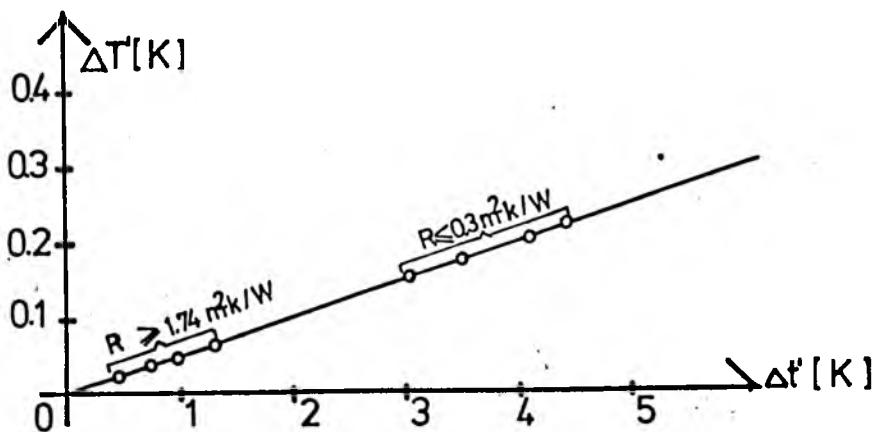
W tabelicy 6.1 umieszczono wyniki obliczeń modelowych na maszynie cyfrowej programu CIEPLORZ. Obliczenia te wykonano dla miernika opisanego w p.6.1.

Analizując wyniki obliczeń widać, że w zależności od różnicy temperatur  $\Delta t_{w-z}$  wielkości  $\Delta t$ ,  $\Delta t_t$  oraz poprawka  $\Delta T$  jest proporcjonalna do tej różnicy. Można w związku z tym sprowadzić je do wartości odpowiadającej różnicy  $t_w - t_z$  np.  $20^\circ\text{C}$  i dla tej różnicy skonstruować wykres  $\Delta T = f(\Delta t)$  /rys.5.6./



Rys.6.6. Zależność poprawki  $\Delta T$  od  $\Delta t_{w-z}$  i  $\Delta t$  dla ścian o różnym oporze cieplnym

Wielkość poprawki  $\Delta T'$  również zależy w sposób proporcjonalny od różnicy temperatur  $\Delta t_{w-z}$ /rys.6.7./.



Rys.6.7. Zależność poprawki  $\Delta T'$  od  $\Delta t'$

Jak widać z wykresu /6.7./, poprawkę  $\Delta T'$  można określić tylko w zależności od  $\Delta t'$ . Wszystkie punkty na wykresie utworzyły prostą bez względu na opór cieplny przegrody i współczynnik przyjmowania ciepła  $\alpha_w$ . Bezwzględna wartość poprawki  $\Delta T'$  jest większa dla ścian o mniejszym oporze cieplnym.

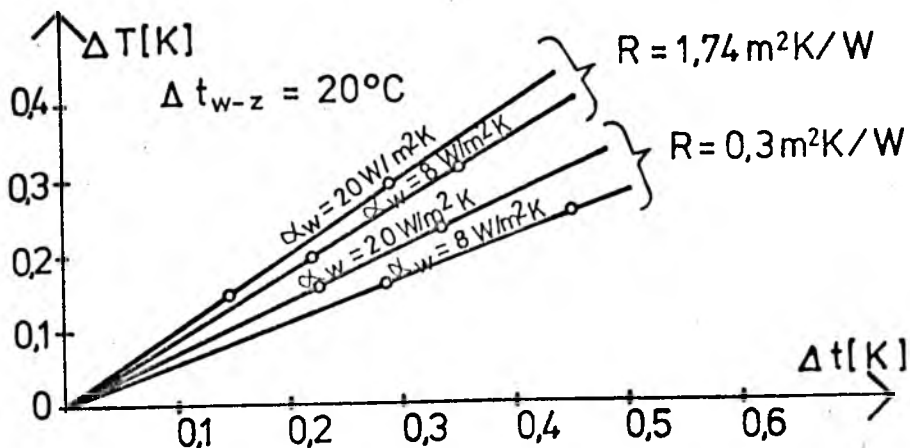
W przypadku ścian o dużym oporze cieplnym  $> 1,5 \text{ m}^2\text{K/W}$  poprawki

Tablica 6.1.

Lp.	$\alpha_z$	$\alpha_w$	$t_z$	$t_w$	K	$t_I$	$t_p$	$\Delta t$	$\Delta t'$	$\Delta t_t$	$\Delta t_t'$	$\Delta T$	$\Delta T'$
1	20	8	10 0 -10	20	0.52	19.580 18.959 18.741	19.490 18.736 18.471	0.110 0.220 0.330	0.632 1.264 1.53	0.013 0.026 0.038	0.66 1.33 1.99	0.077 0.194 0.232	0.15 0.066 0.46
2	"	11	0	20	0.52	19.401	19.239	0.200	0.946	0.019	0.99	0.181	0.044
3	"	14	0	20	0.53	19.537	19.390	0.183	0.76	0.016	0.80	0.167	0.04
4	"	16,5	0	20	0.54	19.622	19.476	0.170	0.65	0.014	0.68	0.156	0.03
5	"	20	0	20	0.54	19.685	19.561	0.154	0.55	0.011	0.57	0.143	0.02
6	"	8	0	20	2.1	15.799	14.906	0.894	5.09	0.386	5.34	0.508	0.25
7	"	11	0	20	2.27	16.827	15.978	0.849	4.02	0.329	4.22	0.520	0.20
8	"	14	0	20	2.37	17.462	16.666	0.796	3.33	0.283	3.49	0.513	0.16
9	"	16,5	0	20	2.44	17.829	17.075	0.754	2.92	0.255	3.06	0.499	0.14
10	"	20	0	20	2,5	18.196	17.498	0.698	2.50	0.223	2.62	0.475	0.12
11	"	8	0	20	1.33			0.431	3.164	0.158	3.38	0.273	0.216

zawierają się od 0.07 do 0.01°C w zależności od  $\Delta t_{w-z}$  i  $\alpha_w$ .

Poprawka  $\Delta T$  jest zależna od współczynnika  $\alpha_w$  / rys.6.8./



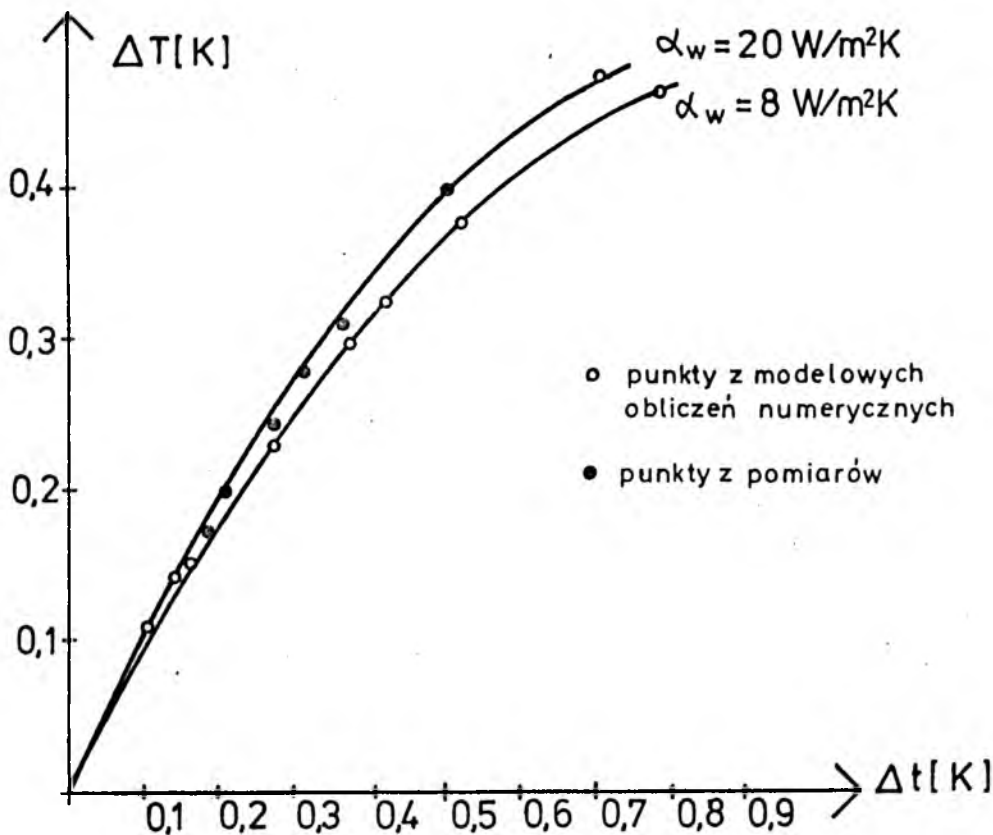
Rys.6.8. Zależność poprawki  $\Delta T$  od współczynnika  $\alpha_w$  i oporu cieplnego przegrody

Dla różnych współczynników  $\alpha_w$  otrzymuje się różne funkcje  $\Delta T = f(\Delta t)$  w postaci pęku prostych. Dla ścian o różnych oporach cieplnych otrzymano różne pęki prostych. Uwzględniając zależności pokazane na rys. 6.6 i 6.8. otrzymano krzywe z poprawkami zależne od rodzaju ściany /opór cieplny/, współczynnika  $\alpha_w$  oraz wielkości mierzonej  $\Delta t$ . Pęk tych krzywych umieszczono na rys. 6.9, każdej krzywej odpowiada pewna wartość  $\alpha_w$ . Wielkości mierzonej  $\Delta t$  w zakresie do 0.2K odpowiada praktycznie poprawka leżąca na jednej prostej. Punkty tworzące krzywe określające  $\Delta T = f/\Delta t$  otrzymano z obliczeń modelowych, które uzupełniono punktami otrzymanymi w czasie badań na stanowisku pomiarowym.

W celu obliczenia współczynnika przenikania ciepła należy:

- obliczyć średnie wartości  $\Delta t$  i  $\Delta t'$  w okresie pomiaru
- odnieść te wartości do obliczeniowej różnicy temperatur

$$\Delta t_{w-z} = 20^{\circ}\text{C}$$



Rys.6.9. Zależność poprawki  $\Delta T$  od  $\Delta t$ ,  $\alpha_w$  i  $R$ .

- obliczyć stosunek  $\Delta t'/\Delta t$  i dla tej wartości określić  $\alpha_w$
- określić poprawkę  $\Delta T$  i  $\Delta t_t$  dla danego  $\alpha_w$
- określić poprawkę  $\Delta T'$  i  $\Delta t_t'$
- obliczyć współczynnik  $K$  ze wzoru 3.29.

Przykłady obliczeń umieszczonych w tabelicy 6.2. przeprowadzono dla dwóch ścian: warstwowych o obliczeniowych współczynnikach przenikania ciepła  $K=1.57 \text{ W/m}^2\text{K}$  oraz  $K=0.93 \text{ W/m}^2\text{K}$ .

Jak widać otrzymane współczynniki  $K$  z pomiaru miernikiem izolator-przewodnik są zbliżone do wielkości obliczonych teoretycznie jak również do wielkości współczynników obliczonych przy pomiarze gęstości strumienia ciepła skrzynką cieplną.

Tablica 6.2.

	Dane ze skrzynki cieplnej		K średnie	Dane z miernika		$\alpha_w$	$\Delta T$	$\Delta T'$	$\Delta^{t_t}$	$\Delta^{t'_t}$	K obliczony ze wskazań miernika	Dochyłka %
	q	$\Delta^{t_{w-z}}$		$\Delta^{t_{w-z}}$	$\Delta^{t'_t}$							
				$\frac{\Delta^{t_{w-z}}}{\Delta^{t_{w-z}} = 20^\circ C}$	$\frac{\Delta^{t'_t}}{\Delta^{t'_t}}$							
1	18.5	19.4	0.95	$\frac{0.306}{0.315}$	$\frac{4.01}{1.22}$ $\frac{4.01}{1.26}$	15.3	0.270	0.05	0.045	1.32	0.95	-1%
2	25.3	25.70	0.98	$\frac{0.446}{0.347}$	$\frac{4.08}{1.82}$ $\frac{4.08}{1.42}$	14.8	0.293	0.07	0.052	1.49	0.97	-1%
3	40.00	24.80	1.61	$\frac{0.618}{0.498}$	$\frac{3.96}{2.45}$ $\frac{3.96}{1.97}$	16.4	0.385	0.09	0.113	2.06	1.54	-3%
4	30.2	19.17	1.58	$\frac{0.495}{0.516}$	$\frac{3.88}{1.92}$ $\frac{3.88}{2.00}$	17	0.400	0.10	0.116	2.10	1.56	-2%



6.5. Obliczenie współczynnika przejmowania ciepła  $\alpha_w$  od strony wewnętrznej / w warunkach ustalonych/

W trakcie obliczania poprawek  $\Delta T$  i  $\Delta T'$  zwrócono uwagę na zależność stosunku  $\Delta t'/\Delta t$  od wielkości współczynnika przejmowania ciepła  $\alpha_w$ . Rozpatrzono trzy ściany o różnych oporach cieplnych: 1.74 m<sup>2</sup>K/W, 0.58 m<sup>2</sup>K/W, 0.3 m<sup>2</sup>K/W.

Bez względu na opór cieplny przegrody współczynnik  $\alpha_w$  zależny był tylko od  $\Delta t'/\Delta t$ . Wykres tej zależności uzupełniony został punktami otrzymanymi w wyniku analizy numerycznej innych ścian, a także wynikami pomiarów na stanowisku badawczym. Współczynniki przejmowania ciepła od strony wewnętrznej  $\alpha_w$  obliczono w każdym pomiarze z zależności:

$$\alpha_w = q / \Delta t a \quad /6.6/$$

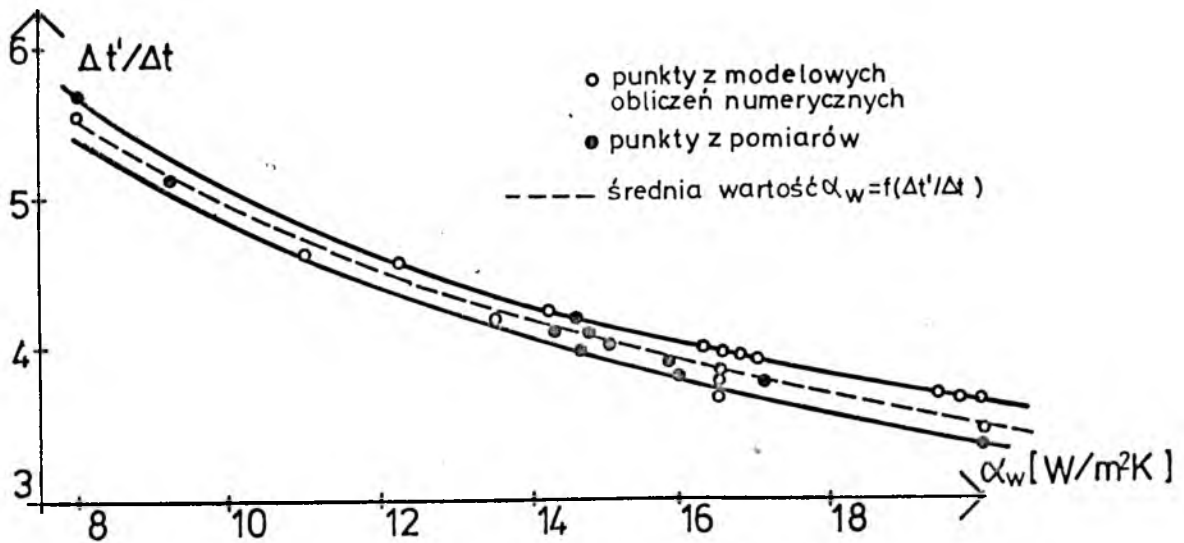
gdzie

$q$  - gęstość strumienia ciepła zmierzona przy użyciu skrzynki cieplnej

$\Delta t a$  - różnica między temperaturą powietrza wewnątrz skrzynki a temperaturą na powierzchni wewnętrznej ściany.

Krzywa zależności  $\alpha_w = f(\Delta t'/\Delta t)$  rys.5.10 poprowadzona została przez środek obszaru wyznaczonego z badań modelowych. Odchyłki skrajnych wartości od średniej nie przekraczają  $\pm 3,5\%$ , co w badaniach technicznych jest dokładnością wystarczającą. Stwierdzono również, że dla ścian o większym oporze cieplnym odchyłka od wartości średniej jest ujemna.

W tabelicy 6.3. porównano wyniki uzyskane z pomiarów za pomocą skrzynki cieplnej z wynikami pomiarów miernikiem izolatorprzewodnik.



Rys.6.10. Zależność  $\alpha_w = f(\Delta t'/\Delta t)$ .

Tablica 6.3.

Lp.	$\Delta t$ °C	$\Delta t'$ °C	$\frac{\Delta t'}{\Delta t}$	K W/m <sup>2</sup> K	$\alpha_w^s$ pomiar skrzynką cieplną	$\alpha_w^m$ pomiar miernikiem izol-przew.	$\alpha_w^s$ - $\alpha_w^m$ ·100%
1	0.306	1.22	4.01	0.95	16.1	15.5	+ 3,7%
2	0.446	1.82	4.08	0.98	14.1	14.8	- 5 %
3	0.330	1.31	3.96	0.92	15.7	16.5	- 5 %
4	0.288	1.10	3.83	0.94	17.2	17.5	- 1,7%
5	0.618	2.45	3.96	1.61	16.45	16.4	+ 0,3%
6	0.495	1,92	3.88	1.58	16.5	17.	- 3%
7	0.746	3.07	4.11	1.51	14.7	14.6	- 1%
8	0.425	1.76	4.14	1.40	14.9	14.3	- 4%
9	2.170	8.78	4.05	5	14.9	15.1	+ 1,5%

Różnice w obliczeniu współczynnika  $\alpha_w$  w obu metodach nie przekraczają w żadnym z przypadków 5%.

Zastosowanie miernika izolator-przewodnik do pomiaru współczynnika przejmowania ciepła  $\alpha_w$  jest uzasadnione. Metoda ta umożliwia szybki i dokładny pomiar  $\alpha_w$  oraz gęstości strumienia

ciepła przepływającego przez przegrodę. Wzór określający gęstość strumienia ciepła ma postać  $q = \alpha_w \Delta t'$ . Współczynnik  $\alpha_w$  oblicza się ze stosunku  $\Delta t' / \Delta t$ , a wielkość  $\Delta t'$  uzyskuje się z pomiaru.

Wyniki obliczeń i pomiarów umieszczono w tablicy 6.4.

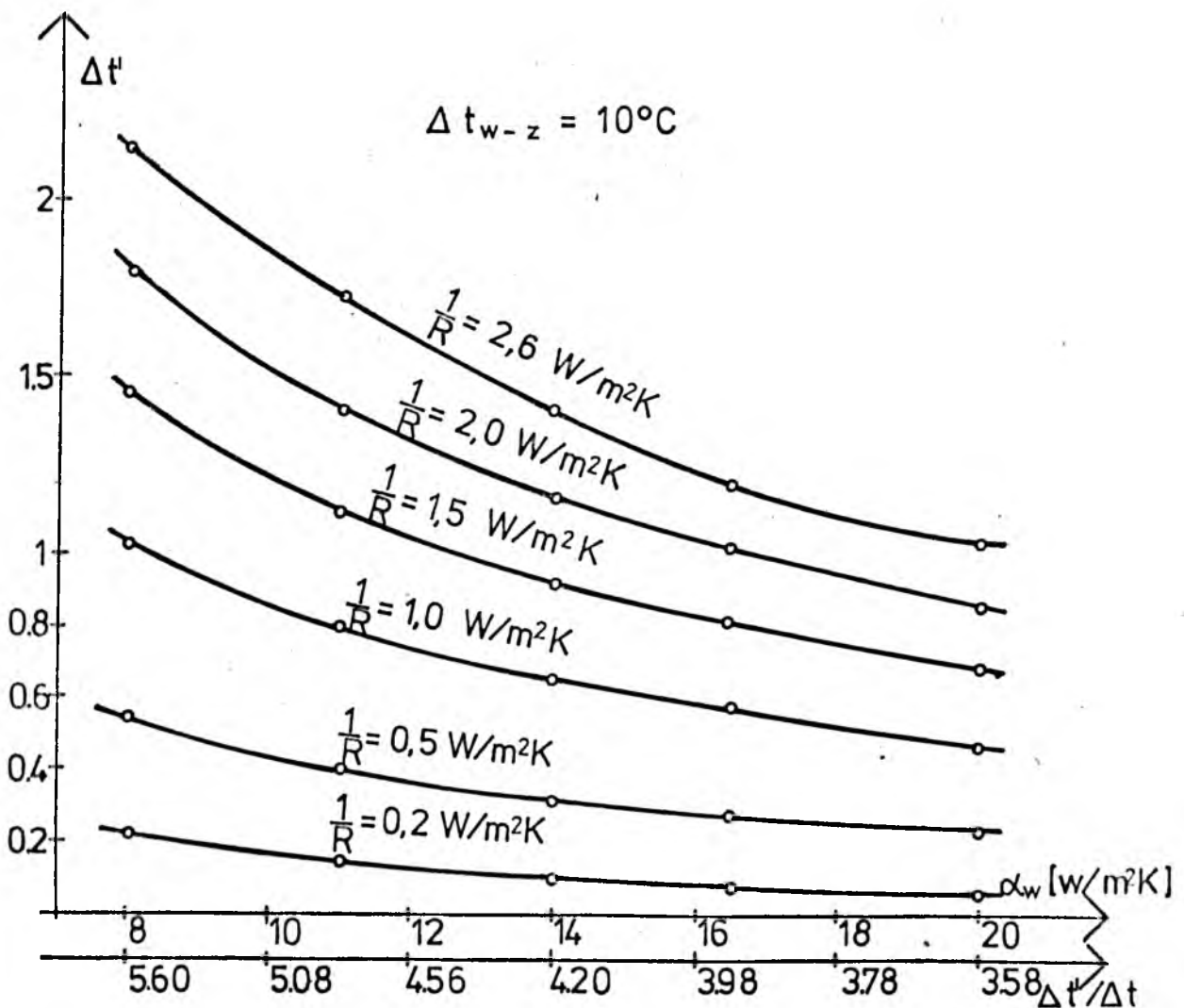
Tablica 6.4.

Lp.	$\Delta t'$ °C	$\alpha_w$	Obliczony strumień ciepła $q_o$ W/m <sup>2</sup>	Zmierzony strumień ciepła $q$ W/m <sup>2</sup>	$\frac{q_o - q}{q_o}$ • 100 %
1	1.22	15.5	18.91	18.5	+ 2 %
2	1.82	14.8	26.9	25.3	+ 6 %
3	1.31	16.5	21.6	21.0	+ 3 %
4	1.10	17.5	19.25	18.75	+ 3 %
5	2.45	16.4	40.18	40.0	+ 0,2%
6	1.92	17.0	32.62	30.2	+ 7 %
7	3.07	14.6	44.82	42.84	+ 5 %
8	1.76	14.3	25.17	24.6	+ 2 %
9	8.78	15.1	132.6	121.7	+ 8 %

Porównując gęstości strumieni ciepła zmierzone dwoma metodami widać, że w większości przypadków występuje duża zbieżność wyników. Gęstości strumienia ciepła zmierzone miernikiem izolator-przewodnik są mniejsze od zmierzonych skrzynką cieplną. Większe różnice między strumieniami /7 - 8%/ występują przy większych  $\Delta t' / > 2 /$ . Zależności te wyznaczone zostały po przeprowadzeniu dużej ilości pomiarów.

6.6. Obliczenie współczynnika przenikania ciepła  $K$  w zależności od  $\alpha_w$  i  $\Delta t'$ .

Poprzednio pokazano sposób obliczenia poprawek  $\Delta T$  i  $\Delta T'$ , a następnie współczynnika  $K$ . Istnieje możliwość skonstruowania wykresu  $\alpha_w = f/\Delta t'$ ,  $\Delta t'/\Delta t$  dla ścian o różnych oporach cieplnych. Wykres taki wykonano na podstawie badań numerycznych i przedstawiono go na rys.6.11. Na jednej osi umieszczono wartość mierzoną  $\Delta t'$ , a na drugiej stosunek wartości mierzonych  $\Delta t'/\Delta t$  lub  $\alpha_w$  / co jest równoznaczne/.

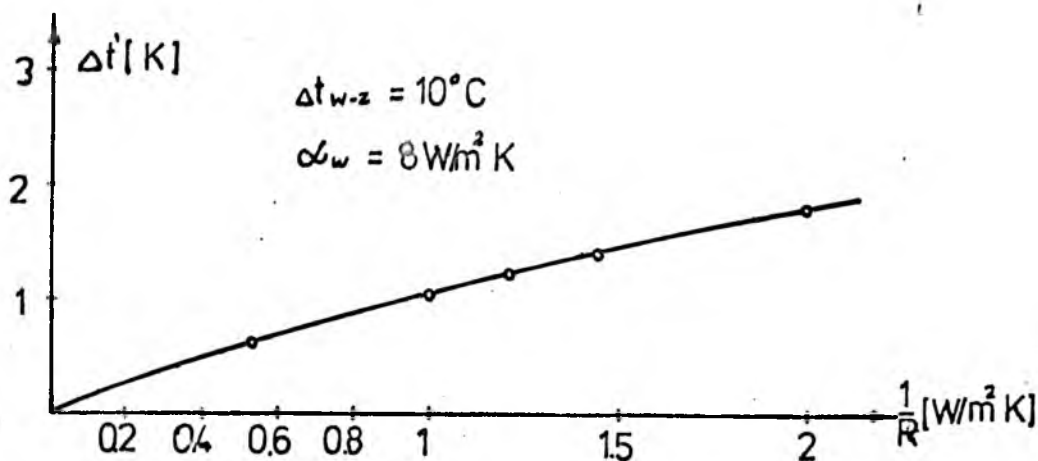


Rys. 6.11 Zależność oporu cieplnego ściany  $R=f/\Delta t, \Delta t'$

Na rysunku znajduje się szereg krzywych, każda dla określonej wartości oporu cieplnego. Wykresy te sporządzone zostały dla stałych różnic temperatur  $\Delta t_{w-z}$ . Jak wcześniej wykazano wielkość  $\Delta t'$  jest zależna od różnic  $\Delta t_{w-z}$  i zawsze można ją sprowadzić do wartości jaką by miała przy innej różnicy  $\Delta t_{w-z}$ . Sposób korzystania z wykresu 6.11 jest następujący:

- dla zmierzonych wartości  $\Delta t$  i  $\Delta t'$  oblicza się stosunek  $\Delta t'/\Delta t$ ,
- oblicza się  $\Delta t'$  dla różnicy  $\Delta t_{w-z} = 10^\circ\text{C}$ ,
- dla danych  $\Delta t'$  i  $\Delta t'/\Delta t$  odczytuje się wartość oporu cieplnego,
- oblicza się współczynnik przenikania ciepła  $K$ .

Przy konstrukcji wykresu 6.11 korzystano z wykresów pomocniczych  $\Delta t' = f\left(\frac{1}{R}\right)$  dla różnych wartości współczynników  $\alpha_w$  /rys.6.12/.



Rys.6.12. Zależność  $1/R = f/\Delta t', \Delta t_{w-z}, \alpha_w /$

W tabelicy 6.5 podano przykłady obliczenia współczynnika  $K$  z wykresu 6.11 oraz porównano je z wynikami pomiarów przy użyciu skrzynki cieplnej.

Tablica 6.5.

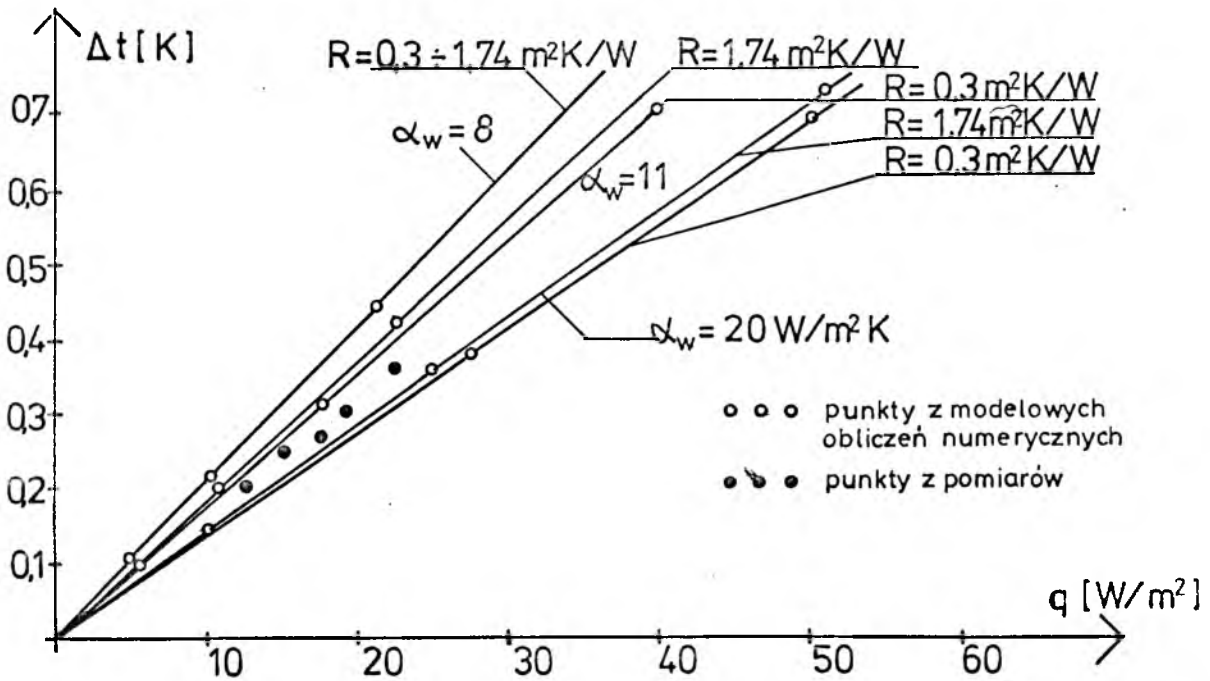
Lp.	$\Delta t$	$\Delta t'$	$\frac{\Delta t'}{\Delta t}$	$\Delta t'$ dla $\Delta t_{w-z} = 10^{\circ}\text{C}$	R	$\alpha_w$	$\alpha_z$	K z wykresu 6.11	K ze skrzynki cieplnej	Odchyłka %
1	0.306	1.22	4.01	0.63	1.07	15.3	13.4	0.93	0.95	- 2%
2	0.446	1.82	4.08	0.71	1.16	14.8	14.7	1.00	0.98	+ 2%
3	0.330	1.31	3.96	0.60	1.04	16.2	16.3	0.92	0.92	0%
4	0.288	1.10	3.83	0.54	1.00	17.5	16.5	0.90	0.94	- 4%
5	0.618	2.45	3.96	0.99	1.83	16.4	22.1	1.57	1.61	- 3%
6	0.495	1.92	3.88	1.00	1.99	17	18.2	1.62	1.58	+ 3%
7	0.746	3.07	4.11	1.13	2.00	14.7	16.3	1.58	1.51	+ 5%
8	0.425	1.76	4.14	0.99	1.68	14.9	18.0	1.39	1.40	- 1%

Porównując obliczone współczynniki przenikania ciepła obliczone dwoma metodami widać dużą zbieżność wyników.

6.7. Obliczenie gęstości strumienia ciepła  $q$  i współczynnika przenikania ciepła  $K$  w zależności od różnicy temperatur  $\Delta t$ .

Skonstruowano również wykres umożliwiający obliczenie gęstości strumienia ciepła  $q$  w zależności od różnicy  $\Delta t$ . Wykres składa się z obszaru zawartego pomiędzy dwiema prostymi, które określają gęstość strumienia ciepła dla ścian o różnych oporach cieplnych / od 1,74 do 0,3  $\text{m}^2 \cdot \text{K/W}$  / dla danego współczynnika przejmania ciepła  $\alpha_w$ . Dla innych wartości  $\alpha_w$  należy skonstruować oddzielne wykresy.

Przykładowe wykresy  $q=f/\Delta t/$  dla  $\alpha_w=8,11$  , 16.5, 20, dla ścian o oporze zawartym między 1.74, a 0,3  $\text{m}^2\text{K/W}$  przedstawiono na rysunku 6.13.



Rys.6.13. Zależność gęstości strumienia ciepła  $q$  od  $\Delta t$ .

Jak widać z rys.6.13 wraz ze wzrostem współczynnika  $\alpha_w$  zwiększa się rozbieżność między prostymi dla różnych oporów cieplnych. Proste te dla  $\alpha_w = 8$  W/m<sup>2</sup>K praktycznie pokrywają się, a dla  $\alpha_w = 20$  W/m<sup>2</sup>K gęstości strumieni ciepła policzone dla obu prostych różnią się o ok. 3%.

Dlatego też można zastąpić dwie proste jedną ich wypadkową. Wykresy uzupełniono punktami uzyskanymi w pomiarach, a w tabelicy 6.6 porównano gęstości strumieni ciepła obliczone ze współczynnika izolator-przewodnik z gęstością strumienia ciepła obliczonego za pomocą skrzynki cieplnej.

I w tym przypadku występuje duża zbieżność otrzymanych wyników, a obliczone gęstości strumieni ciepła za pomocą miernika są o kilka procent większe od gęstości obliczonych przy wykorzystaniu skrzynki cieplnej.

Tablica 6.6.

Lp.	$\Delta t$	$\alpha_w$	q miernika	q	$\frac{q-q_m}{q} 100$
1	0.306	15.5	19.5	18.5	- 5 %
2	0.446	14.8	26.5	25.3	- 5 %
3	0.330	16.5	21.5	21.0	- 3 %
4	0.288	17.5	19.2	18.75	- 3 %
5	0.618	16.4	40.0	40.0	0 %
6	0.495	17	32.0	30.2	- 6 %
7	0.746	14.6	43.5	42.8	- 2 %
8	0.427	14.3	25.5	24.6	- 4 %



## 7. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

W pracy przedstawiono wyniki badań dotyczących konstrukcji czujników oraz metodyki pomiarów metodą ścianki pomocniczej gęstości strumieni ciepła przenikającego przez nieprzezroczyste przegrody budowlane.

● Ustalono przy tym sposób obliczania rzeczywistych gęstości strumieni ciepła przenikającego przez wielowarstwowe przegrody w oparciu o wyniki pomiarów z uwzględnieniem dwukierunkowego przepływu ciepła oraz zmiennych wartości współczynników przejmowania ciepła. W tym celu opracowano stosując metodę elementów skończonych ogólny algorytm i program obliczeń numerycznych umożliwiający rozwiązywanie zagadnień dwuwymiarowego przepływu ciepła w układzie miernik-przegroda. Wyniki badań numerycznych potwierdzono badaniami eksperymentalnymi.

● Badania te umożliwiają ocenianie dokładności pomiarów wykonywanych przy pomocy istniejących mierników, wyznaczanie współczynników korygujących oraz mogą być przydatne przy projektowaniu kształtów i wymiarów nowych mierników gęstości strumienia.

● Opracowano również metodykę badań własności metrologicznych mierników w warunkach nieustalanej wymiany ciepła przez przegrodę. W szczególności ustalono wpływ na dokładność pomiarów zmian temperatury powietrza zewnętrznego uwzględniając przy tym zjawisko przesunięcia fazowego zmian temperatury w poprzecznym przekroju przegrody w stosunku do zmian gęstości strumienia. Wykonano przy tym algorytm umożliwiający wyznaczanie wartości błędów pomiarowych wywołanych wpływem nieustalonych warunków zewnętrznych. Algorytm

oparto o rozwiązanie układu równań różniczkowych metodą rozwinięcia funkcji okresowych w szereg Fouriera. Wyniki obliczeń numerycznych zweryfikowano badaniami eksperymentalnymi o charakterze laboratoryjnym oraz poligonowym.

● W celu eksperymentalnej weryfikacji wyników badań numerycznych oraz badań przegród prowadzonych w warunkach poligonowych zaprojektowano i wykonano stanowisko dla określenia własności metrologicznych płytek pomiarowych pozwalające na prowadzenie badań w warunkach ustalonej i nieustalonej wymiany ciepła.

● Opracowano ponadto nowy rodzaj miernika gęstości strumienia ciepła typu "izolator przewodnik". Zaproponowano układ pomiarowy charakteryzujący się prostotą wykonania, możliwością stosowania technologii napyłania stosu termopar /srebro bizmut / oraz mniejszą wrażliwość na zakłócający wpływ promieniowania cieplnego.

● Wykonano pełne badania własności metrologicznych miernika typu " izolator-przewodnik" ustalając sposób postępowania przy wyznaczaniu współczynników poprawkowych.

Opracowany materiał stanowi praktycznie całokształt zagadnień związanych z pomiarem strat ciepła przez nieprzezroczyste przegrody budowlane w obiektach mieszkalnych. Wyniki badań otrzymano na drodze modelowania numerycznego, badań na stanowisku modelowym jak również pomiarów w warunkach rzeczywistych.

## 8. SPIS LITERATURY

1. ASTM C 177-71, ASTM C 518-67
2. Biscoe P.V. i inni: An apparatus for calibrating soil heat flux plates. Journal agric. Met. Tokyo 18, 1977
3. Boekwijt W.O.: Diagnoseverfahren bei der Feuchtigkeitbekämpfung Bautenschutz-Bausanierung, 2, 1979
4. Burawoj S.E. i inni: Pribor dla opredielienia istotnoj tepłomkosti wieszczest. Uzwiestia Wyższych Uczebnych Zawidieni no.2, 1975
5. Brisken W.R. i inni: Heat load calculations by thermal respons. Transactions ASHRAE vol.65, 1956
6. British Standarts 874, 1965
7. Brown E.A. i inni: Steady-state heat flux gauge. The Review of Scientific Instrument vol.32, 1961
8. Brown W.C. Schuyler G.D.: In situ measurements of frame wall thermal resistance. Transactions ASHRAE no.2, 1982
9. Bryant A.U.: Operational solution of some problems in heat transfer. Dys. Uniw. California 1940
10. Burch D.M., Kosuda T.: An infrared technique for estimating building heat loss. Transactions ASHREA no.1, 1979
11. Cammerer J.S.: Izolacje ciepłochronne w przemyśle Arkady, 1967
12. Carslaw H.S., Jeager J.C.: Conduction of heat in solids. Oxford Press , 1947
13. Chmieluk K.D., Duzkin N.N. Ti epłomassobmien w ograżdajuszczich konstrukcjach żilnych zdani. Literatury po stroitielstwu i architekture USSR, Kijew, 1962
14. Czudnowski A.F.: Tiepłofiziczeskije charakteristiki despiersnyh materiałow. Moskwa, 1962

15. Depecker P. i inni: Approche experimentale des facteurs de reponse des parois planes. Etudes Thermiques et Aerauliques. no 4, 1981
16. Devisme J.M., Marechal J.C.: Contribution aux mesures thermiques dans le batiment. Annales de Institut Technique du Batiment et des Travaux Publics, 1979
17. Dickson D.J.: Measurement of the thermal conductivity of thermal insulations using miniature heat flow sensors. Journal of Physics, Scientific Instruments no, 11, 1973
18. Dubus J.P., Razloznik P.: Description de la modelisation et du controle par microcalculateur du modele reduit d'un dispositif de mesure de l'echange thermique d'une paroi. Annales de Institut Technique du Batiment et des Travaux Publics no, 401 1982
19. Dunkle R.V.: Bull.Am.Met.Soc.21, 1940
20. Fiesienko A.J.: Awtomaticzieskije ustrojstwa dla opriedielienija tieplofiziczeskich charakteristik twierdych materiałow. Maszynostroienie, Moskwa, 1977
21. Fiesienko A.J.: Cifrowyie ustrojstwa dla opriedielieniju tieplofiziczeskich swojstw materiałow. Maszynostroienie, Moskwa, 1981
22. Flanders S.N, Marshall S.J.: In situ measurement of masonry wall thermal resistance. Transactions ASHREA no. 3, 1982
23. Fokin K.F.: Stroitielnaja tieplotiechnika ograždajuszczich czastiej zdanij. Moskwa, 1954
24. Foures J.C. i inni: Application d'une methode impulsionnelle a la determination du coefficient de conductivite thermique des materiaux de construction. Rev.Gen.Therm. no 218, 1980

25. Gardon R.; An instrument for direct Measurement of intense thermal radiation. The Review of Scientific Instruments vol.24, 1953
26. Gołembowicz M.: Metody pomiaru współczynnika przewodności cieplnej wilgotnych materiałów budowlanych o strukturze zwartej. Praca doktorska, Politechnika Warszawska, 1965
27. Hager N.E.: Thin foil heat meter. The Review of Scientific Instrument vol. 36, 1965
28. Hands D., Horsfall F.: A thermal conductivity apparatus for solid and molten polymers. Journal of Physics, Scientific Instrument no. 8, 1975
29. Hatfield H.S., Wilkins F.J.: A new heat flow meter. Journal of Scientific Instruments vol. 27, 1950
30. Heard C.L., Ward I.C.: The design and use of low-cost heat flux plates for the measurement of building heat transfer rates. Building and Environment vol. 17, 1982
31. Hoffman M.: The determination of the thermal properties of homogeneous and composite building materials by a dynamic method. Building and Environment vol. 17, 1982
32. Huang S.C., Chang Y.P.: Heat conduction in unsteady periodic, and steady states in laminated composites. Transactions of the ASME vol. 102, 1980
33. Huebner K.H.: The finite element method for engineers. John Willey and Sons 1976
34. Huenschler R.G. i inni: A low-inertia low-resistance heat flow meter. ASHVE Transactions vol. 58, 1952
35. Informacja o wynikach pomiarów Politechniki Łódzkiej przekazane przez RSM "Bawełna" w Łodzi, 1979

36. Jakob Max : Heat transfer. John Willey and Sons, London ,1959
37. Kinzie P.A., Sosa E.N.: Voltage output characteristics of axial gradient heat flux transducers. The Review of Scientific Instruments vol. 37, 1966
38. Kondratiew G.M.: Riegunarnyj tiepłowyj rieżim. Gosud. Izdat. Tiechniko Teorieticzeskoj Litieratury. Moskwa, 1959
39. Kraabel J.S. i inni: An instrument for the measurement of heat flux from a surface with uniform te perature. Transactions of the ASME vol. 102, 1980
40. Landram C.S.: Transient flow heat transfer measurement using the thin-skin method. Transactions of the ASME no. 8, 1974
41. Lawton R.W. i inni: A calorimeter for rapid determination of the loss and heat production in laboratory animels. The reviewof Scientific Instrument vol. 25, 1954
42. Łykw A.W.: Tieorija tiepłoprowodnosti. Gosud. Izdat. Tiechniko-Teorieticzeskoj Litieratury, Moskwa , 1952
43. Mackey C.O., Wright L.T.: Periodic heat flow-composite walls and roofs. ASHVE Transactions vol. 52, 1946
44. Mańkowski S., Wojdyga K.: Pomiary współczynników przenikania ciepła przez zewnętrzne przegrody budynków mieszkalnych. Opracowanie IOiW, 1982-1983
45. Markman M.A. i inni: Ustanowka dla ekspresnego izmierienia tiepłoprowodnosti tiermaelektriczieskich materiałow. Zawodskaja laboratorija no 10, 1971
46. Marechal J.C., Brignol R.: Determination experimentale des coefficients de transmission thermiques. Annales de Centre Experimental du Batiment et des Travaux Publics, 1982

47. Merigoux R.: Mesure des conductivites thermiques par la methode des tissus intercales. Revue Generale de Thermique no 133, 1973
48. Mielnicki S, Żydanowicz W.: Przepływy ciepła przez przegrody w stanach przejściowych. Nowa technika w inżynierii sanitarnej nr 12, 1980
49. Mielnicki S., Żydanowicz W.: Przepływy ciepła przez przegrody w ustalonych stanach periodycznych. Nowa technika w inżynierii sanitarnej nr 12, 1980
50. Mitalas G.P., Stephenson D.G. : Calculation of heat conduction transfer functions for multi-layer slabs. ASHRAE Transactions vol. 77, 1971
51. Myers G.E.: Analitacal methods in conduction heat transfer. Mc Graw-Hill Book Company , 1971
52. Myers G.E.: Long-time solutions to heat conduction transients with time dependent inputs. Journal of Heat Transfer vol.102, 1980
53. Nevem R.M., Stickford G.H.: A thin radiative heat transfer gauge. AIAA Journal no. 9, 1964
54. Newman L.B. i inni: Free-stream turbulence effects on local heat transfer from a sphere. Journal of Heat Transfer no.2, 1972
55. Nussgens P.: Sondes utilisees pour la mesure des conditions de confort et des echanges thermiques en ambiance climatisee. Universite de Liege no. 56, 1975
56. Okoń P.: Wyznaczanie przesunięcia fazy strumienia cieplnego i współczynnika tłumienia. TNEB z.3, Warszawa, 1963
57. Opracowanie: Institute of applied physics TNO-TH Delft, 1982
58. Opracowanie: Instytut Techniki Budowlanej, Badania cieplno-wilgotnościowe ścian warstwowych WK-70 i WZ-75/I Warszawa, 1977

59. Opracowanie: Laboratoriet for varmeisolering, Danmarks Tekniske Hojskole, 1982
60. Opracowanie: Warmtetransmissie door geleiding en straling in isolatieschninem. Technisch Hogeschool Delft, 1982
61. Pedersen C.O., Mouen E.D.: Application of system identification techniaues to the determination of thermal response factor from experimental data. ASHRAE Transactions, 1980
62. Roberts C.C., Reinke K.: Thermal measurements of building envelope componens in the field. Transactions ASHRAE no.6,1982
63. Sbornik: Islidowania po stroitielnoj fizikie no.2 Strojisdat, 1949
64. Schulte E.H., Kohl : Low temperature high sensitivity temperatur compensated heat flux sensor. The Review of Scientific Instruments vol.40, 1969
65. Sherman M.H. i inni: The determination of the dynamic performanc of walls. Transactions ASHREA no. 1, 1982
66. Streng G., Fix G.J.: An analysis of the finite element method. Prentice-Hall Inc., 1973
67. Strek F. i inni : Przyrzęd do wyznaczenia współczynnika przewodzenia ciepła materiałów stałych. Ciepłownictwo, Ogrzewnictwo i Wentylacja, nr.7-8, 1975
68. Sucec J.: Transient heat transfer between a plate and a fluid whose temperature varies periodically with time. Transaction of the ASME vol. 102, 1980
69. Szaezkow A.G. i inni: Mletody opriedielieniju tepłoprowodnosti i tiempieraturoprowodnosti. Energia, Moskwa, 1973
70. Szklowier A.M.: Tiepłopieriedacza pri pieriodiczeskich tiepłowyc wozdiejstwijach. Energia, Moskwa, 1961



71. Wasilewski W., Wojdyga K.: Analiza stanu izolacyjności budynków mieszkalnych. Opracowanie IOiW, 1980
72. Wesley D.A.: Thin disk on a convectively cooled plate - application to heat flux measurement errors. Transactions of the ASME vol. 101, 1979
73. Willey E.C.: Heat losses through wetted walls. Transactions ASHAVE vol.52, 1946
74. Wlasow O.E.: Tiepłotiechniczieskij rasczet ogradzajuszczich konstrukcji Gosstrojizdat, Moskwa, 1933
75. Wolkiensztejn W.S.: Skorostnyj metod opredielienia tiermiczeskich charakteristik płochich przewodnikow tiepla. Żurnal Tiechniczieskoj Fiziki t. 22 w.6, 1952
76. Wolkiensztejn W.S.: Metod oprzedielienia tiermiczeskich charakteristik matieriałow. Żurnal Tiechniczieskoj Fiziki t.24 w 2, 1954
77. Zienkiewicz O.C.: Metoda elementów skończonych. Arkady, 1972

