POLSKIE TOWARZYSTWO MECHANIKI TEORETYCZNEJI STOSOWANEJ

# MECHANIKA TEORETYCZNA I STOSOWANA

KWARTALNIK TOM 6 • ZESZYT 2



WARSZAWA 1968 PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE

## SPIS TREŚCI

•

B. BIENIASZ, Rozkłady temperatury na powierzchni chłodzonej poddanej działaniu ruchomych źró- deł ciepła w zastosowaniu do procesów obróbki skrawaniem	11 <b>9</b>
Распределение температуры на охлаждаемой поверхности, пол действием подвижных источников тепла, в применении к процессам обработки резанием	
Distribution of temperature on the cooled surface subjected to the action of moving heat sources in machining processes	
W. Gogół, Efekt Jacqa	133
Эффект Жака	
The Jacq's effect	
M. TALL, Eksperymentalny sposób wyznaczania współczynnika restytucji pracującej maszyny wi- brouderzeniowej	149
Экспериментальный способ определения коэффициента восстановления скорости для работающего вибромолота	
Experimental method of estimation of the coefficient of restitution for a vibratory-impact mechanisms	
M. A. GLIŃSKA, L. ŁUKASZEWSKA, J. ODERFELD, E. PLESZCZYŃSKA, Ocena największych naprężeń w wieńcu łopatek	155
Оценка максимальных напряжений в лопаточном венце	
Estimation of maximum stresses in turbine blades	
W. W. ŁUCJANEK, Laboratoryjne metody pomiaru pochodnych aerodynamicznych	165
Лабораторные методы измерения аэродинамических производных	
Laboratory methods of the measurements of aerodynamic derivatives	
B. JANCELEWICZ, Badania wpływu zgniotu wprowadzonego w obszarze koncentracji naprężeń na trwałość zmęczeniową duralowej konstrukcji z karbem	205
Исследование влияния локальной пластической деформации, вызванной в районе концентрации напряжений, на усталостную долговечность конструкции из аллюминие- вого сплава с надрезом	
Investigations of influence of local plastic strain induced in stress concentration region on fatigue life of aluminium alloy notched structure	
	005

Biuletyn Informacyjny

235

.

## WYDANO Z ZASIŁKU POLSKIEJ AKADEMII NAUK

.

## POLSKIE TOWARZYSTWO MECHANIKI TEORETYCZNEJI STOSOWANEJ

## M E C H A N I K A TEORETYCZNA I STOSOWANA

TOM 6 • ZESZYT 2

4

WARSZAWA 1968 PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE

### MECHANIKA TEORETYCZNA I STOSOWANA

poświęcona jest pracom przeglądowym, oryginalnym naukowym pracom teoretycznym i doświadczalnym, komunikatom naukowym i bibliografii najważniejszych pozycji wydawniczych. Zawiera również sprawozdania z działalności Towarzystwa, kongresów, konferencji i sympozjów naukowych

## \* THEORETICAL AND APPLIED MECHANICS

is devoted to surveys, original theoretical and experimental papers, scientific information and bibliography of important current editions. It contains also reports on the Polish Society for Theoretical and Applied Mechanics activities, on Congresses, Conferences and Symposia

## \* ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

содержит обзорные работы, оригинальные теоретические и експериментальные работы, краткие научные сообщения, библиографические обзоры новых печатных работ, отчеты о деятельности Польского Общества Теоретической и Прикладной Механики, сведения о научных конгрессах и конференциях

> R A D A R E D A K C Y J N A JERZY LITWINISZYN — PRZEWODNICZĄCY EDMUND KARAŚKIEWICZ (POZNAŃ) · ADAM MITZEL (WROCŁAW) · JERZY MUTERMILCH (WARSZAWA) · WITOLD NOWACKI (WARSZA-WA) · STANISŁAW OCHĘDUSZKO (GLIWICE) WACŁAW OLSZAK (WARSZAWA) · MARIAN PIĄTEK (GDAŃSK) · JAN SZMELTER (ŁÓDŹ)

#### KOMITET REDAKCYJNY

STEFAN ZAHORSKI — REDAKTOR CZESŁAW EIMER • BARBARA SKARŻYŃSKA MAREK SOKOŁOWSKI • WOJCIECH SZCZEPIŃSKI

#### REDAKCJA

Warszawa, ul. Świętokrzyska 21, tel. 26-12-81, wewn. 219

Nakład 700 (567+133) egz. Arkuszy wydawn. 9,0. Arkuszy drukarskich 7,75. Papier druk. sat. III kl., 80 g. 70×100. Oddano do składania 30.I.1968 r., druk ukończono w czerwcu 1968 r. Cena zł 30.-

Zam. 263/68 N-24. Druk. im. Rewolucji Październikowej, Warszawa

MEC HAN I KA TEORETYCZNA I STOSOWANA 2, 6 (1968)

#### ROZKŁADY TEMPERATURY NA POWIERZCHNI CHŁODZONEJ PODDANEJ DZIAŁANIU RUCHOMYCH ŹRÓDEŁ CIEPŁA W ZASTOSOWANIU DO PROCESÓW OBRÓBKI SKRAWANIEM

BOGUMIŁ BIENIASZ (RZESZÓW)

#### 1. Wstęp

Celem procesów obróbki skrawaniem, prócz nadania części właściwej geometrii i wymiarów, jest także uzyskanie odpowiednich własności warstwy przypowierzchniowej i powierzchni. Podczas obróbki prowadzonej przy nieodpowiednim doborze warunków skrawania i chłodzenia mogą wystąpić niekorzystne dla warstwy przypowierzchniowej zmiany strukturalne materiału oraz przypalenia, mikropęknięcia, wzrost wysokości chropowatości i inne wady otrzymanej powierzchni.



Rys. 1

Znaczny wpływ na występowanie tych niekorzystnych zjawisk ma rozkład temperatury na powierzchni i pod powierzchnią i z tego względu ważna jest jego znajomość. Istnieje cały szereg metod pomiaru temperatury przy różnych rodzajach obróbki skrawaniem; wszystkie one są jednak bardzo kłopotliwe i dają wyniki niekiedy dość problematyczne. W pracy przeprowadzono teoretyczną analizę tego zagadnienia opartą na teorii wymiany ciepła dla przyjętego modelu skrawania i danych własności materiałowych. W literaturze można spotkać rozwiązania bez uwzględniania chłodzenia mediami chłodzącosmarującymi. Pragnąc częściowo wypełnić istniejącą lukę, autor rozważył problem oparty na następującym modelu szlifowania z chłodzeniem obrabianej powierzchni.

Na chłodzonej cieczą płaszczyźnie z = 0 ciała stałego (rys. 1) traktowanego jako półprzestrzeń porusza się ze stałą prędkością płaskie ciągłe źródło ciepła w kształcie paska -b < x < b i  $-\infty < y < \infty$ . Ze źródłem ciepła związany jest prostokątny układ współrzędnych (x, y, z). Zakładamy stałą, niezależną od czasu i prędkości, wartość strumienia cieplnego źródła ciepła oraz niezależne od temperatury stałe parametry materiałowe ciała stałego. Wtedy temperatura dowolnego punktu ciała stałego będzie zmienna w czasie; temperatura w punktach o stałych współrzędnych wartościach x, y, z nie zależy od czasu.

#### Oznaczenia

- A pole powierzchni źródła ciepła przy szlifowaniu,
- A" pole powierzchni przekroju drucika,
- a dyfuzyjność cieplna,
- 2B bezwymiarowa szerokość paskowego ciągłego źródła ciepła,
- 2b szerokość paskowego ciągłego źródła ciepla,
- b" szerokość ściernicy,
- cp pojemność cieµlna ciała stałego,
- D największa w dodatnim kierunku osi x bezwymiarowa odległość od początku układu współrzędnych do miejsca gdzie występuje wrzenie błonowe,
- D' jw. w ujemnym kierunku osi x,
- D" średnica ściernicy,
- g głębokość szlifowania,
- i<sub>kr1</sub> natężenie prądu płynącego przez drucik w momencie osiągnięcia pierwszego kryzysu wrzenia,
- Ko funkcja Bessela drugiego rodzaju zerowego rzędu urojonego argumentu,
- K1 funkcja Bessela drugiego rodzaju pierwszego rzędu urojonego argumentu,
- k współczynnik posuwu,
- L długość drucika,
- L<sub>skr</sub> moc skrawania wytwarzająca pole temperatury w szlifowanym przedmiocie,
  - q strumień cieplny źródła ciepła w formie nieskończonego paska,
  - q' zmienny strumień cieplny w miejscach chłodzenia liniowych ciągłych ujemnych źródeł ciepła,
- $R_0$  opór drucika w temperaturze  $T_0$ ,
- Rkri opór drucika w momencie osiągnięcia pierwszego kryzysu wrzenia,
- (St) liczba Stantona,
  - T temperatura ciała stałego o współrzędnych x, y, z,
- $T_0$  temperatura otoczenia,
- $(\Delta T)_{kr1}$  różnica temperatury pierwszego kryzysu wrzenia i temperatury otoczenia,
  - $U_{\rm kr1}$  napięcie na końcach drucika w momencie osiągnięcia pierwszego kryzysu wrzenia, v prędkość obwodowa ściernicy,
    - w prędkość źródła ciepła względem półprzestrzeni,
    - a współczynnik przejmowania ciepła,
    - $\beta$  współczynnik temperaturowy oporu elektrycznego,

- $\varepsilon$  mały parametr,
- $\vartheta$  bezwymiarowa różnica temperatury w punkcie ciała stałego i temperatury otoczenia,
- $\Theta^{(0)}(X)$  zerowe przybliżenie bezwymiarowej różnicy temperatury jw. na płaszczyźnie Z = 0,  $\Theta^{(1)}(X)$  pierwsze przybliżenie bezwymiarowej różnicy temperatury jw. przy chłodzeniu,
  - $\Theta(X)$  bezwymiarowa różnica temperatury jw.,
    - $\lambda$  przewodność cieplna ciała stałego,
    - ę gęstość ciała stałego,
    - $\varrho_0$  oporność właściwa drucika w temperaturze  $T_0$ ,
    - $\psi$  współczynnik poprawkowy uwzględniający energię odprowadzoną z wiórami i do tarczy ściernej.

#### 2. Matematyczne podstawy problemu

W przypadku stacjonarnym bez chłodzenia rozkład temperatury w półprzestrzeni  $z \ge 0$  opisuje równanie [1]:

(2.1) 
$$T-T_0 = \frac{q}{2\pi\lambda} \int_{-b}^{b} \exp\left[\frac{w(x-x')}{2a}\right] K_0\left\{\frac{w[(x-x')^2+z^2]^{1/2}}{2a}\right\} dx',$$

które można wyprowadzić z równania przewodzenia ciepła Fouriera przy założeniu a = const oraz traktując paskowe, ciągłe źródło ciepła jako zbiór wszystkich możliwych punktowych ciągłych źródeł ciepła dla -b < x < b i  $-\infty < y < \infty$ . Dla q = q' = q'(x') byłoby:

(2.2) 
$$T-T_0 = \frac{1}{2\pi\lambda} \int_{-b}^{b} q'(x') \exp\left[\frac{w(x-x')}{2a}\right] K_0\left\{\frac{w[(x-x')^2+z^2]^{1/2}}{2a}\right\} dx'.$$



Na rys. 2a przedstawiono przewidywany rozkład temperatury na płaszczyźnie z = 0 podczas chłodzenia jej cieczą dla punktów leżących na prostych y = const. Powierzchnie wymiany ciepła na płaszczyźnie z = 0 między ciałem stałym a chłodzącą cieczą można uważać za powierzchniowe źródła ciepła o zmiennym ujemnym strumieniu cieplnym -q' = -q'(x') (rys. 2b).

Dla uproszczenia można założyć, że współczynnik przejmowania ciepła między ciałem stałym a chłodzącą cieczą jest stały dla x' < -d' oraz x' > d. W przedziale  $-d' \le x \le d$ , w którym  $T-T_0 \ge (\Delta T)_{kr1}$ , występuje wrzenie błonowe wiążące się z przegrzewami cieczy przy ściance większymi od krytycznych, gdzie po przekroczeniu  $(\Delta T)_{kr1}$  wartość  $\alpha$  gwałtownie spada. To upoważnia do traktowania powierzchni paska dla -d' < x < d i  $-\infty$  $< y < \infty$  jako niechłodzonej.

Uwzględniając wpływ na pole temperatur także i ujemnych źródeł ciepła oraz fakt, że  $-q' = \alpha [T(x', 0) - T_0]$  dla temperatury cieczy chłodzącej równej  $T_0$ , otrzymujemy

$$(2.3) T-T_{0} = \frac{2}{2\pi\lambda} \int_{-b}^{b} \exp\left[\frac{w(x-x')}{2a}\right] K_{0} \left\{\frac{w[(x-x')^{2}+z^{2}]^{1/2}}{2a}\right\} dx' - \frac{\alpha}{2\pi\lambda} \int_{-\infty}^{-d'} [T(x',0)-T_{0}] \exp\left[\frac{w(x-x')}{2a}\right] K_{0} \left\{\frac{w[x-x')^{2}+z^{2}]^{1/2}}{2a}\right\} dx' - \frac{\alpha}{2\pi\lambda} \int_{d}^{\infty} [T(x',0)-T_{0}] \exp\left[\frac{w(x-x')}{2a}\right] K_{0} \left\{\frac{w[x-x')^{2}+z^{2}]^{1/2}}{2a}\right\} dx'.$$

Wprowadzamy wielkości bezwymiarowe

(2.4) 
$$X = \frac{wx}{2a}, \ Z = \frac{wz}{2a}, \ B = \frac{wb}{2a}, \ D = \frac{wd}{2a}, \ D' = \frac{wd'}{2a}, \ X' = \frac{wx'}{2a},$$

skąd X/x = Z/z = B/b = D/d = D'/d' = X'/x' = w/2a. Mamy więc x' = 2a/wX' oraz dx' = 2a/wdX', czyli

(2.5) 
$$\frac{qdx'}{2\pi\lambda} = \frac{q}{2\pi\lambda} \frac{2a}{w} dX' = \frac{aq}{\pi\lambda w} dX'.$$

Oznaczając

(2.6) 
$$\frac{\pi\lambda w}{2aq} \left[T(x,z) - T_0\right] = \vartheta(X,Z)$$

i wstawiając do (2.3) zależności (2.4), (2.5), (2.6) otrzymujemy

$$(2.7) \quad \vartheta(X,Z)\frac{2aq}{\pi\lambda w} = \frac{aq}{\pi\lambda w} \int_{-B}^{B} \exp((X-X')K_0\{[(X-X')^2+Z^2]^{1/2}\}dX' - \frac{a\alpha}{\pi\lambda w} \int_{-\infty}^{-D'} \frac{2aq}{\pi\lambda w} \vartheta(X',0)\exp((X-X')K_0\{[(X-X')^2+Z^2]^{1/2}\}dX' - \frac{a\alpha}{\pi\lambda w} \int_{D}^{\infty} \frac{2aq}{\pi\lambda w} \vartheta(X',0)\exp((X-X')K_0\{[(X-X')^2+Z^2]^{1/2}\}dX'.$$

Po uwzględnieniu, że

$$\frac{a\alpha}{\pi\lambda w} = \frac{\lambda}{c_p \varrho} \frac{\alpha}{\pi\lambda w} = \frac{\alpha}{\pi c_p \varrho w},$$

otrzymujemy

(2.8) 
$$\vartheta(X,Z) = \frac{1}{2} \int_{-B}^{B} e^{X-X'} K_0 \left[ \sqrt{(X-X')^2 + Z^2} \right] dX' - \frac{\alpha}{\pi c_p \varrho_W} \int_{-\infty}^{-D'} \vartheta(X',0) e^{X-X'} K_0 \left[ \sqrt{(X-X')^2 + Z^2} \right] dX' - \frac{\alpha}{\pi c_p \varrho_W} \int_{D}^{\infty} \vartheta(X',0) e^{X-X'} K_0 \left[ \sqrt{(X-X')^2 + Z^2} \right] dX'.$$

Dla płaszczyzny Z = 0

(2.9) 
$$K_0 \left[ \sqrt{(X - X')^2 + Z^2} \right] = K_0 |X - X'|,$$
(2.10) 
$$\frac{\alpha}{c_p \varrho w} = (\text{St}).$$

Oznaczamy dodatkowo

(2.11) 
$$\frac{(St)}{\pi} = \varepsilon.$$

Po podstawieniu w (2.8) zależności (2.9), (2.10), (2.11) otrzymamy dla Z = 0

(2.12) 
$$\vartheta(X,0) = \frac{1}{2} \int_{-B}^{D} e^{X-X'} K_0 |X-X'| dX' - e^{\left[\int_{-\infty}^{-D'} \vartheta(X',0) e^{X-X'} K_0 |X-X'| dX' + \int_{D}^{\infty} \vartheta(X',0) e^{X-X'} K_0 |X-X'| dX'\right]}.$$

#### 3. Przypadek bez chłodzenia

3.1. Rozwiązanie ogólne. Dla  $\varepsilon \ll 1$  można uzyskać rozwiązanie stosując iterację. Zerowe przybliżenie  $\vartheta^{(0)}(X,0) = \Theta^{(0)}(X)$  otrzymuje się dla  $\varepsilon = 0$ .

(3.1) 
$$\Theta^{(0)}(X) = \frac{1}{2} \int_{-B}^{B} e^{X - X'} K_0 |X - X'| dX'.$$

Po wprowadzeniu nowej zmiennej X-X' = u, dX = -du, możemy napisać X+B

(3.2) 
$$\Theta^{(0)}(X) = \frac{1}{2} \int_{X-B}^{X+B} e^{u} K_0 |u| \, du.$$

Dla płaszczyzny Z = 0 można zastosować przekształcenie [1]

(3.3) 
$$\int_{0}^{c} e^{\pm u} K_{0}(u) du = c e^{\pm c} [K_{0}(c) \pm K_{1}(c)] \mp 1.$$

Przy oznaczeniach  $X+B=b', X-B=a, \int_{a}^{b'} e^{u}K_{0}|u| du=I$ , mamy

(3.4) 
$$\Theta^{(0)}(X) = \frac{1}{2}I.$$

Rozpatrzymy następujące przypadki: Przypadek 1) b' > a > 0, u > 0.

$$I = \int_{0}^{b'} e^{u} K_{0}(u) du - \int_{0}^{a} e^{u} K_{0}(u) du,$$
(3.5)  $\Theta^{(0)}(X) = \frac{1}{2} \{ b' e^{b'} [K_{0}(b') + K_{1}(b')] - 1 - a e^{a} [K_{0}(a) + K_{1}(a)] + 1 \},$ 
 $\Theta^{(0)}(X) = \frac{1}{2} \{ (X+B) e^{X+B} [K_{0}(X+B) + K_{1}(X+B)] - (X-B) e^{X-B} [K_{0}(X-B) + K_{1}(X-B)] \}.$ 

Przypadek 2A) b' > 0 > a, u > 0, u = -v.

$$I = \int_{0}^{b'} e^{u} K_{0}(u) du + \int_{0}^{-a} e^{-v} K_{0} |v| du = \int_{0}^{b'} e^{u} K_{0}(u) du + \int_{0}^{|a|} e^{-v} K_{0} |v| dv.$$

 $\label{eq:product} \Pr{\texttt{zyp} \texttt{adek} 2\texttt{B}} \quad b' > 0 > a, \ u < 0, \ u = -v.$ 

$$I = \int_{0}^{b'} e^{u} K_{0} |u| du + \int_{0}^{-a} e^{-v} K_{0}(v) dv = \int_{0}^{b'} e^{u} K_{0} |u| du + \int_{0}^{|a|} e^{-v} K_{0}(v) dv.$$

Można połączyć przypadki 2A) i 2B) i zapisać:

$$I = \int_{0}^{b'} e^{u} K_{0} |u| du + \int_{0}^{|a|} e^{-v} K_{0} |v| dv,$$
(3.6)  $\Theta^{(0)}(X) = \frac{1}{2} \{ b' e^{b'} [K_{0} (b') + K_{1} (b')] - 1 + |a| e^{-|a|} [K_{0} |a| - K_{1} |a|] + 1 \},$ 
 $\Theta^{(0)}(X) = \frac{1}{2} \{ (X+B) e^{X+B} [K_{0} (X+B) + K_{1} (X+B)] + |X-B| e^{X-B} [K_{0} |X-B| - K_{1} |X-B|] \}.$ 

**P** r z y p a d e k 3) 0 > b' > a, u = -v, u < 0.

$$I = -\int_{0}^{-b'} e^{-v} K_{0}(v) dv + \int_{0}^{-a} e^{-v} K_{0}(v) dv = \int_{0}^{|a|} e^{-v} K_{0}(v) dv - \int_{0}^{|b'|} e^{-v} K_{0}(v) dv,$$

(3.7) 
$$\Theta^{(0)}(X) = \frac{1}{2} \{ |a|e^{-|a|} [K_0(a) - K_1(a)] + 1 - |b'|e^{-|b'|} [K_0|b'| - K_1|b'|] - 1 \}$$

$$\Theta^{(0)}(X) = \frac{1}{2} \left\{ |X - B| e^{X - B} [K_0 | X - B| - K_1 | X - B|] + (X + B) e^{X + B} [K_0 | X + B| - K_1 | X + B|] \right\}.$$

Otrzymano wzory (3.5)–(3.7) pozwalające wyznaczyć rozkład temperatury na płaszczyźnie Z = 0 dla  $-\infty < X < \infty$  w przypadku bez chłodzenia. Ze względu na własności funkcji  $K_0$  i  $K_1$  powinno być  $X \neq B$  i  $X \neq -B$ .

Korzystając z wyżej wymienionych wzorów otrzymano wykres  $\Theta^{(0)} = \Theta^{(0)}(x/b)$  dla różnych *B*, przedstawiony na rys. 3. Uwzględniono fakt, że X = Bx/b. Jest rzeczą cha-



rakterystyczną, że maksymalne temperatury występują przy końcu styku źródła ciepła dla x/b < 1. Ze spadkiem B maleje wartość x/b, dla której osiągana jest maksymalna temperatura.



Rys. 4

3.2. Przykład. Jako punkt wyjścia niech posłużą następujące dane. Materiał szlifowany: stal konstrukcyjna wyższej jakości 20 hartowana, dla której  $\lambda = 0,398$  [W/(cm deg)], a = 0,077 [cm<sup>2</sup>/s] (dane z [4]), skąd  $\lambda/a = c_p \varrho = 5,17$  [J/(cm<sup>3</sup> deg)]. Ściernica: elektro-korund, D'' = 300 [mm], b'' = 30 [mm]. Warunki skrawania: w = 5 [m/min], g = 0,04 [mm], k = 0,55, v = 35 [m/s].

Niech strumień cieplny paskowego ciągłego źródła ciepła o nieskończenie wielkiej długości będzie równy średniemu strumieniowi cieplnemu obliczonemu następująco:

(3.8) 
$$q = \frac{L_{\text{skr}}}{A}; \quad \dot{L}_{\text{skr}} = \frac{P_x v \psi}{1,36.75} \text{ [kW]};$$
$$P_x = C_x w^{0,7} p^{0,7} g^{0,6} \text{ [kp]}; \quad A = 2(1-k) b b''$$

W tym przykładzie  $C_x = 2,2, 2b = 3,72 \text{ [mm]}, \psi \approx 0,84$ , gdyż według danych obliczeniowych w pracy [3], dla g = 0,04 [mm] z wiórami odprowadza się ok. 7%, a do tarczy ściernej ok. 9% całkowitej mocy szlifowania, będącej sumą mocy deformacji plastycznej i tarcia. Pozostałe 84% mocy wytwarza pole temperatury w przedmiocie.



Rys. 5

Po wstawieniu wartości otrzymuje się  $q = 4000 \, [W/cm^2]$ . Dla tej wartości strumienia cieplnego sporządzono wykres  $(T-T_0)^{(0)}_{max}$  w funkcji prędkości źródła ciepła, który przedstawiono linią ciągłą na rys. 5. W tym celu wykorzystano wykres na rys. 3 i zależność

(3.9) 
$$(T-T_0)^{(0)}_{\max} = \frac{bq}{\pi\lambda} \frac{\Theta^{(0)}_{\max}}{B}$$

uzyskaną przez wstawienie w = 2aB/b do (2.7).

Jest oczywiste, że maksymalna temperatura ciała stałego na płaszczyźnie Z = 0 rośnie ze wzrostem czasu styku ze źródłem ciepła o stałym strumieniu cieplnym, czyli ze spadkiem jego prędkości. Dla większych wartości strumienia linia wykresu, o podobnym przebiegu, będzie przesunięta ku wyższym wartościom różnicy temperatury. Przy szlifowaniu jednak q = q(w), co wynika z (3.8), i rośnie ze wzrostem prędkości szybciej aniżeli spada stosunek  $\Theta_{max}^{(0)}/B$ . Biorąc pod uwagę zależność strumienia cieplnego od prędkości źródła ciepła przy szlifowaniu, sporządzono na rys. 5 wykres za pomocą linii kreskowej. Według pracy [2], ogólna zależność maksymalnej różnicy temperatur od prędkości przyjmuje w pierwszym przybliżeniu postać  $Cw^{0,2}$ .

#### 4. Przypadek z chłodzeniem

4.1. Pomiar różnicy temperatury pierwszego kryzysu wrzenia i temperatury otoczenia. Aby uwzględnić chłodzenie branymi pod uwagę cieczami, należało zmierzyć dla nich wartości  $(\Delta T)_{kr1}$ . Zrobiono to dla emulsji wodnej z olejem E (udział objętościowy oleju E wynosi 4,5%), nafty i oleju wrzecionowego Nr 2, wykorzystując schemat pomiarowy przedstawiony na rys. 6. Zasadniczym jego elementem był cienki drucik o stałym, w zakresie pomiarowym, współczynniku temperaturowym oporu elektrycznego. Rolę jego spełniał drucik



Rys. 6

wolframowy o średnicy 0,1 [mm]. Mostkiem Wheatstone'a typu MW-4 wyznaczono dla niego oporność właściwą w temperaturze  $20[^{\circ}C]$  oraz wartość  $\beta$  w zakresie od  $20[^{\circ}C]$  do  $97[^{\circ}C]$  przez pomiar oporów drucika o znanej długości w różnych temperaturach. Drucik zanurzano w wodzie destylowanej w urządzeniu termostatowym. Otrzymano średnie wartości

$$\varrho_0 = 0,0677 \ [\Omega \text{ mm}^2/\text{m}], \quad \beta = 0,00462 \ [\text{deg}^{-1}].$$

W zlewce o dostatecznej pojemności znajdowała się badana ciecz o temperaturze 20[°C]. Zanurzano w niej drucik włączony w obwód zasilany prądem stałym. Zwiększając opornicą suwakową moc prądu płynącego przez drucik powodowano osiągnięcie przez jego powierzchnię temperatury pierwszego kryzysu wrzenia. Na skutek późniejszego spadku  $\alpha$ , a zatem wzrostu temperatury drucika (i jego oporu), moment ten był początkiem nagłego spadku natężenia prądu płynącego przez drucik i wzrostu napięcia mierzonego na jego końcach. Notowano krytyczne wartości  $i_{kr1}$  oraz  $U_{kr1}$ . Wrzeniu błonowemu towarzyszyło w przypadku nafty i oleju wrzecionowego jasne żarzenie drucika, efekty akustyczne i silne dymienie. W przypadku emulsji olejowej drucik ulegał każdorazowo stopieniu.

Ponieważ

$$R_{kr1} = R_0 [1 + \beta (T - T_0)_{kr1}],$$

zaś  $R_{kr1} = U_{kr1}/i_{kr1}$ , to

$$(T-T_0)_{kr1} = \frac{U_{kr1}/(R_0 i_{kr1})-1}{\beta}$$
, gdzie  $R_0 = \varrho_0 L/A''$ .

Dla poszczególnych cieczy wykonano po kilkanaście pomiarów drucikami o różnych długościach. Średnie arytmetyczne wartości  $(\Delta T)_{kr1}$  podano w tablicy 1. Dużą powtarzalność wyników otrzymano szczególnie dla nafty i oleju wrzecionowego.

Tablica 1										
	Chłodzaca	1-1	$B=5$ , $\xi_5 = 0,0590$				B=10 , E10 = Q0295			
à	CIECZ	[°C]	0 <sub>kr1</sub>	-D"	$D^{(a)}$	Omox Omox	O <sub>kr1</sub>	-D <sup>(av</sup>	D	Omar Omor. O mar
a	Emulsja olejowa (4,5% obj. oleju E)	140	1,19	-4,35	21,2	Q0052	2,37	-67	29,1	0,0109
b	Nafta	280	2,36	-1,65	7,6	0,0390	4,73	3,8	10,5	0,0930
С	Olej wrzecion Nr2	470	397			0,3570	7,39			0,2440

4.2. Rozwiązanie. Dla przypadku z chłodzeniem jest dla płaszczyzny Z = 0 (2.12)

$$\Theta^{(1)}(X) = \Theta^{(0)}(X) - \varepsilon \left[ \int_{-\infty}^{-D^{(0)'}} \Theta^{(0)}(X') e^{X - X'} K_0 | X - X'| dX' + \right. \\ \left. + \int_{D^{(0)}}^{\infty} \Theta^{(0)}(X') e^{X - X'} K_0 | X - X'| dX' \right],$$

$$(4.1) \qquad \Theta^{(n)}(X) = \Theta^{(0)}(X) - \varepsilon \left[ \int_{-\infty}^{-D^{(n-1)'}} \Theta^{(n-1)}(X') e^{X - X'} K_0 | X - X'| dX' + \right. \\ \left. + \int_{D^{(n-1)}}^{\infty} \Theta^{(n-1)}(X') e^{X - X'} K_0 | X - X'| dX' \right],$$

$$\Theta(X) = \lim_{n \to \infty} \Theta^{(n)}(X).$$

Wyznaczono pierwsze przybliżenia rozkładów temperatury dla dwóch wartości B = 5i B = 10 przy chłodzeniu stali 20 emulsją, naftą i olejem wrzecionowym Nr 2 (źródło ciepła jak zakładano wyżej) oraz dla strumienia cieplnego źródła ciepła q = 4000 [W/cm<sup>2</sup>]. We wszystkich przypadkach przyjmowano stały współczynnik przejmowania ciepła  $\alpha = 4$ [W/(cm<sup>2</sup>deg)]. Z zależności (2.10) i (2.11) dla B = 5 otrzymano  $\varepsilon_5 = 0,0590$ , dla B = 10zaś  $\varepsilon_{10} = 0,0295$ . Dla Z = 0 w warunkach pierwszego kryzysu wrzenia otrzymujemy z (2.6)

$$\Theta_{\rm kr1} = \frac{\pi \lambda w}{2aq} \left(T - T_0\right)_{\rm kr1}.$$

Stąd dla poszczególnych cieczy otrzymano wartości  $\Theta_{kr1}$ , zaś z wykresu na rys. 3 odczytano dla tych wartości granice całkowania (tablica 1). Całki w równaniu całkowym (4.1) wyznaczono w sposób przybliżony graficznie. Wyniki obliczeń naniesiono na rysunkach 7 i 8 obok krzywej  $\Theta^{(0)}$ .



Rys. 7

Z analizy tych rysunków wynika, że przy chłodzeniu cieczami o wartościach  $\Theta_{kr1} < \Theta_{max}^{(0)}$  efektywność chłodzenia rośnie wraz ze wzrostem prędkości źródła ciepła jeżeli za miarę tej efektywności przyjąć stosunek maksymalnej nadwyżki temperatury do od-



powiedniej nadwyżki w przypadku bez chłodzenia. Wskazują na to dane wzięte z rysunków 7 i 8 zamieszczone w tablicy 1. Przy chłodzeniu cieczą o  $\Theta_{kr1} > \Theta_{max}^{(0)}$  (olej) początkowo ze spadkiem prędkości rośnie efektywność chłodzenia. Można jednak przypuszczać,

że po przekroczeniu przez  $\Theta_{max}^{(0)}$  wartości  $\Theta_{krl}$ , co nastąpi przy pewnej prędkości optymalnej, efektywność będzie się zmniejszać. Dla oleju wrzecionowego tą graniczną wartością prędkości będzie w tym przykładzie wartość nieco mniejsza od 2,5 [m/min]. W związku z tym, jeśli dąży się do jak największego obniżenia wartości maksymalnej temperatury, należy stosować ciecze chłodzące o temperaturze pierwszego kryzysu wrzenia większej, lecz jak najbardziej zbliżonej do maksymalnej temperatury w przypadku bez chłodzenia. Dysponując daną cieczą nie należałoby schodzić poniżej prędkości optymalnej w danych warunkach.

Założenia, przy których sporządzono rysunki 7 i 8, jakkolwiek zgodne z początkowymi, znacznie odbiegają od warunków przy szlifowaniu, na co wskazywał choćby rys. 5. Aby otrzymać rozkłady temperatury przy szlifowaniu ściernicą o nieskończenie dużej szerokości, należałoby uwzględnić zależność strumicnia cieplnego paskowego ciągłego źródła ciepła od zmiany jego prędkości przy stałych g i p oraz zależność  $\alpha$  przynajmniej od rodzaju cieczy chłodzącej.

Wielkość szkodliwych zmian zależy nie tylko od wysokości maksymalnej temperatury, ale i od czasu jej oddziaływania na materiał. Maksymalna temperatura przy szlifowaniu rośnie z prędkością źródła ciepła, czyli ze spadkiem czasu jego oddziaływania na poszczególne elementy warstwy przypowierzchniowej materiału. Jest prawdopodobne, że niekiedy bardziej szkodliwe okazać się może działanie niższych temperatur występujących przy niższych prędkościach źródła ciepła.

#### 5. Wnioski

1. Na podstawie znanych rozkładów temperatury przy istnieniu ruchomych powierzchniowych źródeł ciepła, mających zastosowanie przy analizie adiabatycznej obróbki skrawaniem, opracowano metodę oceny wpływu chłodzenia powierzchni skrawanej z uwzględnieniem zjawiska pierwszego kryzysu wrzenia cieczy chłodzącej. Zjawisko to może wystąpić w pobliżu źródła ciepła, gdzie na powierzchni występują maksymalne nadwyżki temperatur. Rozkład temperatury uzyskuje się przez rozwiązanie pewnego typu równania całkowego.

2. Efektywność chłodzenia zależy od obrabianego materiału, warunków skrawania, współczynnika przejmowania ciepła między materiałem a cieczą chłodzącą i od jej temperatury pierwszego kryzysu wrzenia. Przez dobór odpowiedniej prędkości skrawania lub rodzaju cieczy można uzyskać optymalne warunki chłodzenia.

#### Literatura cytowana w tekście

- 1. H. S. CARSLAW, J. C. JAEGER, Conduction of heat in solids, Wyd. 2, thum. ros. Izd. Nauka, Moskwa 1964, s. 264.
- 2. М. П. Шатунов, В. Ф. Совкин, Исследование контактной температуры при шлифовании на основе естественных граничных условий, Вест. Машиностр., 6, 1962, 67.
- 3. А. Я. Ислев, С. С. Силин, Методика расчета температур при шлифовании, Вест. Машиностр., 5, 1957, 55.
- 4. А. Н. Резников, Теплообмен при резании и охлаждение иструментов, Машгиз, 1963, 9.

#### Резюме

#### РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ НА ОХЛАЖДАЕМОЙ ПОВЕРХНОСТИ, ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПОДВИЖНЫХ ИСТОЧНИКОВ ТЕПЛА, В ПРИМЕНЕНИИ К ПРОЦЕССАМ ОБРАБОТКИ РЕЗАНИЕМ

На основе теории точечных тепловых источников, определяется в цервом приближении распределение температуры на поверхности полупространства, в которой движется с постоянной скоростью плоский источник тепла, в виде бесконечной полосы -b < x < b,  $-\infty < y < \infty$ . Поверхность охлаждается жедкостями с разными температурами первого кризиса кипения. Рассматривается возможность применения полученных результатов при окружной шлифовке.

#### Summary

#### DISTRIBUTION OF TEMPERATURE ON THE COOLED SURFACE SUBJECTED TO THE ACTION OF MOVING HEAT SOURCES IN MACHINING PROCESSES

It has been shown on the model of surface grinding of flats that the effectiveness of cooling is influenced by the first crisis of nucleate boiling of the cooling fluid. That phenomenon should be taken into account in order to maintain optimum cooling conditions.

WYŻSZA SZKOŁA INŻYNIERSKA RZESZÓW

Praca zostala złożona w Redakcji dnia 17 maja 1967 r.

MECHANIKA TEORETYCZNA I STOSOWANA 2, 6 (1968)

#### EFEKT JACQA

WIESŁAW GOGÓŁ (WARSZAWA)

#### 1. Wstęp

W pracy<sup>(1)</sup> przedstawiono wyniki badań doświadczalnych JACQA wskazujące na istnienie pewnych niezgodności między rzeczywistym polem temperatury w ciele stałym (metalu) a polem temperatury wynikającym z prawa Fouriera. Niezgodność pól temperatury obserwowana przez Jacqa (anomalia rozkładu temperatury) występować ma tylko w obszarach leżących w pobliżu powierzchni metalu (warstwa podpowierzchniowa). W niniejszym opracowaniu, opartym na cytowanej bibliografii, podano również próby teoretycznego wyjaśnienia tego zjawiska nazywanego efektem Jacqa.

Na wstępie należy podkreślić, że omawiane tutaj zagadnienie jest bardzo dyskusyjne i zjawiska Jacqa nie można uważać w chwili obecnej za całkowicie wyjaśnione. Efekt ten stanowi niewątpliwie nowy i interesujący problem, jakkolwiek wnioski wynikające z jego istnienia nie są w pewnych przypadkach zupełnie zgodne z niektórymi dość dobrze zbadanymi zjawiskami w wymianie ciepła.

W celu zdefiniowania efektu Jacqa na rys. 1 pokazano rozkład temperatury t(x) przy przewodzeniu strumienia ciepła q w stanie ustalonym przez płytę o grubości  $\delta$  (zagadnienie jednowymiarowe); na górnej części rysunku pokazano pole temperatury zgodne z prawem Fouriera, a na dolnej części — rozkład temperatury otrzymywany eksperymentalnie przez Jacqa; nadmierny wzrost temperatury od strony ogrzewanej i nadmierny spadek od strony ochładzanej jest bardzo wyraźnie widoczny.

Różnica między tymi dwoma polami temperatury, czyli istotna anomalia pola temperatury, pokazana jest na rys. 2.

Pomiary przeprowadzone przez Jacqa wykazały proporcjonalność spiętrzenia temperatury  $\Delta T_m$  do przewodzonego strumienia ciepła q

przy czym współczynnik proporcjonalności k może być nazwany współczynnikiem nadmiernego wzrostu temperatury albo współczynnikiem spiętrzenia temperatury. Wartości tego współczynnika od strony ogrzewanej  $k^+$  i od strony ochładzanej  $k^-$  nie są jednakowe.

<sup>&</sup>lt;sup>(1)</sup> Niniejsza praca stanowi rozwinięty fragment referatu o granicach stosowalności równania Fouriera, wygłoszonego przez autora na zebraniu naukowym Instytutu Techniki Cieplnej w Warszawie, w dniu 19.IV.1966 r.

<sup>2</sup> Mechanika teoretyczna

W. Gogół

Zjawisko to nie pojawia się od razu (natychmiastowo) z chwilą rozpoczęcia działania strumienia na powierzchnię ścianki przewodzącej ciepło (stan nieustalony). Na dolnej części rys. 2 pokazany jest wzrost w czasie spiętrzenia temperatury  $\Delta T = \Delta T(\tau)$ , przy czym zależność ta jest według Jacqa zbliżona do wykładniczej

(1.2) 
$$\Delta T = kq \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_0}\right) \right],$$

gdzie  $\tau_0$  jest pewną stałą o wymiarze czasu.



Jacq przeprowadził tylko badania eksperymentalne i obserwował omawiany efekt w metalach i ich stopach. Próby teoretycznego uzasadnienia tego interesującego zjawiska były przeprowadzone — w sposób zupełnie odmienny — przez KAISERA i LUCASA.

#### 2. Badania eksperymentalne Jacqa [1, 2]

Anomalia rozkładu temperatury w warstwie podpowierzchniowej została zauważona przez Jacqa przypadkowo w trakcie dokonywanych przez niego pomiarów własności cieplnych (współczynników przewodnictwa  $\lambda$ , a) metali.

Przedmiotem dalszych badań eksperymentalnych Jacqa związanych z zauważonym efektem były tylko metale czyste i ich stopy, przy czym powierzchnie badanych próbek były gładkie i chemicznie czyste.

Doświadczenia były przeprowadzane tak, aby można było zastosować do nich rozwiązania równań jednowymiarowego procesu przewodzenia ciepła. Grubości badanych próbek wynosiły od kilku do kilkudziesięciu milimetrów. Ogrzewanie próbek było zwykle dokonywane przez napromieniowanie ich powierzchni stałym strumieniem E; stosowane było również ogrzewanie i ochładzanie powierzchni próbek w warunkach konwekcji wymuszonej w powietrzu przez wylewanie roztopionego metalu, silne tarcie itp.

Na rys. 3 pokazana jest płytka o grubości  $\delta$ , na której powierzchnię x = 0 pada strumień ciepła E = const; druga powierzchnia  $x = \delta$  jest izolowana. Materiał próbki uwa-



żany jest za jednorodny, izotropowy i o własnościach niezmiennych z temperaturą.  $\lambda$  oznacza przewodność cieplną, a stała a — dyfuzyjność cieplną materiału.

Rozwiązanie równania Fouriera

(2.1) 
$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}$$

przy warunkach brzegowych i początkowych

(2.2) 
$$-\lambda \frac{\partial t(0,\tau)}{\partial x} = E$$

(2.3) 
$$\frac{\partial t(\delta,\tau)}{\partial x} = 0,$$

(2.4) 
$$t(x, 0) = 0$$

przedstawia się następująco [2, 5]

(2.5) 
$$t(x,\tau) = \frac{E}{\lambda} \left[ \frac{a\tau}{\delta} + \frac{3(\delta - x)^2 - \delta^2}{6\delta} + \frac{2\delta}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} \cos\left(n\pi \frac{\delta - x}{\delta}\right) \exp\left(-n^2\pi^2 \frac{a\tau}{\delta^2}\right) \right].$$

2\*

W. Gogół

Na rys. 4 podany jest wykres zredukowanej (bezwymiarowej) temperatury  $\vartheta$  w zależności od liczby Fouriera [2].

Z równania (2.5) wynika, że z upływem czasu wyrazy zawierające funkcje wykładnicze szybko dążą do 0 i dla liczb Fouriera

(odpowiada to czasom  $\tau \approx 1,3$  s dla próbki stalowej o grubości  $\delta = 6$  mm i  $\tau \approx 0,1$  s dla próbki miedzianej) ustala się niezmienna w czasie różnica temperatur między powierzchniami próbki

(2.7) 
$$\Delta t = t(0, \tau) - t(\delta, \tau) = E \frac{\delta}{2\lambda},$$

a prędkości wzrostu temperatury wszystkich punktów próbki są jednakowe (rys. 4).



Umożliwia to łatwe wyznaczenie strumienia E, jeśli znana jest gęstość  $\rho$  i ciepło właściwe c badanego materiału

(2.8) 
$$E = \delta \varrho c \frac{dt}{d\tau}.$$

Wyniki pomiarów przeprowadzonych przez Jacqa wykazały niezgodność rzeczywistego pola temperatury  $t(x, \tau)$  z polem opartym na prawie Fouriera  $t_F(x, \tau)$  i wynikającymi z niego zależnościami (2.5), (2.6) i (2.7). W warstwie podpowierzchniowej o grubości około 100 mikronów (rys. 5) występuje spiętrzenie temperatury, które po upływie pewnego czasu od początku ogrzewania płytki osiąga stałą wartość maksymalną

gdzie przez  $t(x \approx 0)$  oznaczono temperaturę w odległości około 100  $\mu$ m od powierzchni próbki. Z uwagi na istniejący w próbce w ogóle mały spadek temperatury można napisać w przybliżeniu

136

Poza obszarem warstwy Jacqa rozkład temperatury jest zgodny z prawem Fouriera. Również rzeczywiste czasy  $\tau'$ , po upływie których ustala się prędkość wzrostu temperatury powierzchni, okazały się wyższe od czasów teoretycznych

(2.11) 
$$\tau'_F \approx \frac{0.3\delta^2}{a}.$$

Wyniki niektórych pomiarów Jacqa zestawiono w tablicy 1.

Materiał	δ	E	$\Delta t$ (teoret.)	$\Delta T_m$ (eksper.)	$ au'_F$ (teoret.)	τ' (eksper.) s	
	mm	kcal/m <sup>2</sup> h	°C	°C	S		
Żelazo armco	6	21 500	1,3	24	0,7	9	
Miedź	7	19 000	0,20	16	0,12	9	
Aluminium	10	30 000	0,95	18	0,37	10	
Aluminium	20	32 500	2	19	1,5	10	

Tablica 1 [2]

Otrzymane wyniki wskazują na zasadnicze różnice między wartościami teoretycznymi  $\Delta t$  i  $\tau'_F$  a eksperymentalnymi  $\Delta T_m$  i  $\tau'$ ; różnice te nie zależą od grubości próbki (były badane próbki do  $\delta = 100$  mm).



Na rys. 6 pokazany jest przebieg temperatur w próbce z żelaza armco o grubości  $\delta = 6 \text{ mm}$  przy strumieniu  $E = 21500 \text{ kcal/m}^2\text{h}$ . Nadmierny — w porównaniu z teoretycznym — wzrost temperatury powierzchni zmienia się w czasie według zależności w przybliżeniu wykładniczej

(2.12) 
$$\Delta T(\tau) = \Delta T_m \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_0^+}\right) \right],$$

gdzie  $\tau_0^+$  oznacza stałą o wymiarze czasu przy ogrzewaniu.

Na rys. 7 pokazany jest przebieg temperatur w płytce aluminiowej o grubości  $\delta =$  = 10 mm. Po przerwaniu w pewnej chwili ogrzewania próbki nadmierny wzrost tempera-

tury w warstwie podpowierzchniowej zanika również według zależności w przybliżeniu wykładniczej

(2.13) 
$$\Delta T(\tau) = \Delta T_m \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_0^+}\right).$$

Wartości stałych  $\tau_0^+$  są jednakowe przy ogrzewaniu i po przerwaniu ogrzewania płytki i wynoszą około 2 sekund.

Między nadmiernym wzrostem temperatury  $\Delta T_m$  a padającym na powierzchnię strumieniem energii E istnieje według Jacqa prosta zależność (1.1)

$$k = \frac{\Delta T_m}{E},$$

przy czym współczynnik k charakteryzuje rodzaj materiału; na wartości k wpływa również rodzaj obróbki termicznej materiału. Natomiast stałe  $\tau_0$  okazały się prawie jednakowe dla wszystkich materiałów badanych przez Jacqa.

Badania doświadczalne były przeprowadzone nie tylko przy ogrzewaniu, ale także przy ochładzaniu próbek (albo też badana była również strona próbki oddająca ciepło na zewnątrz). Spiętrzenia temperatur przy ochładzaniu  $\Delta T_m^-$  okazały się mniejsze od spiętrzeń przy ogrzewaniu  $\Delta T_m^+$ , ale proporcjonalność ustalona zależnością (1.1) pozostała zachowana. Można więc napisać dla ogrzewania

$$(2.14) k^+ = \frac{\varDelta T_m^+}{q}$$

i dla ochładzania

$$k^- = \frac{\Delta T_m^-}{q}$$

Wartości współczynników nadmiernego wzrostu temperatury i stałych czasowych wyznaczone doświadczalnie przez Jacqa przy ogrzewaniu i ochładzaniu różnych materiałów podano w tablicy 2.

	Ogrzew	vanie	Ochładzanie		
Materiał	<i>k</i> +	$\tau_0^+$	k-	τ_0	
	m²h°C/kcal	S	m²h°C/kcal	S	
Nikiel (czysty)	10,8 · 10-4	2,10	2,7 · 10-4	0,75	
Miedź (czysta)	8,3.10-4	1,90	4,5.10-4	1,10	
Żelazo armco (surowe)	6,25 · 10-4	2,25	2.10-4	0,90	
Żelazo armco (wyżarzone)	9,7.10-4	2,40	3,05 · 10-4	0,95	
Stal	6,8 · 10-4	2,70	5,8.10-4	2,10	

Tablica 2 [2]

Nie ulega wątpliwości, że na przedstawione powyżej interesujące wyniki badań doświadczalnych zasadniczy wpływ może mieć sama technika wykonywania pomiaru i jego poprawność. Zagadnieniu temu, dość wyczerpująco opisanemu w pracy [2], Jacq poświęcił szczególną uwagę, przeprowadzając specjalne doświadczenia kontrolne.

#### EFEKT JACQA

Badana próbka była umieszczana w obudowie ze szkła kwarcowego. Jeżeli ogrzewanie próbki badanej dokonywane było przez promieniowanie, to była ona łącznie z obudową umieszczona bardzo blisko płytki metalowej ogrzewanej równomiernie palnikiem gazowym do kilkuset °C (np. do 900°C) i stanowiącej część specjalnego urządzenia badawczego. Oziębianie próbki było dokonywane, między innymi, strumieniem sprężonego powietrza. Badania były przeprowadzane w stanach nieustalonych i w stanie ustalonym. Doświadczenia były przeprowadzone również w próżni przy ciśnieniach do  $3 \cdot 10^{-2}$  mm Hg. Sposób ogrzewania lub ochładzania próbki nie wpływa według Jacqa na wielkości charakteryzujące anomalię rozkładu temperatury.

Pomiar temperatury powierzchni dokonywany był czterema sposobami.

Pomiar za pomocą termoelementów przeprowadzany był zwykle przy użyciu par chromel-alumel o grubości 0,3 mm podłączonych do automatycznego potencjometru o zakresach 0-100°C i 0-1000°C. Sposób umieszczenia spoin termoelementów był rozmaity: spoiny były wlutowane srebrem na głębokości ok. 2 mm; pary termoelementów były rozdzielane i lutowane osobno w odległości około 1 cm od siebie, przy czym zwracano szczególną uwagę, aby zamknięcie obwodu następowało w płaszczyźnie powierzchni próbki; termoelementy były wyprowadzane zarówno od strony powierzchni ogrzewanej, jak i od strony przeciwnej otworami wierconymi ukośnie przez całą grubość próbki; stosowano także wprasowywanie pod ciśnieniem termoelementu ze spoiną rozpłaszczoną i izolowanie elektryczne obwodów żywicą epoksydową, aby uzyskać wyprowadzenie termoelementów w powierzchni izotermicznej.

Doświadczenia kontrolne metodą opartą na pomiarze punktu topnienia przeprowadzane były przez badanie efektu Jacqa w próbkach z czystej cyny, ołowiu lub określonych stopów eutektycznych o znanej temperaturze topnienia. Przy ogrzewaniu takich próbek w pewnym momencie temperatura powierzchni osiągała temperaturę topnienia danego materiału, co mogło być zaobserwowane. Jednocześnie wykonywane były pomiary temperatury termoelementami, przy czym na krzywej  $t(\tau)$  uzyskiwano załamanie świadczące o zmianie stanu skupienia.

Przeprowadzono także doświadczenia kontrolne przy użyciu ołówka «tempilstik», którym można pokryć bardzo cienką warstewką powierzchnię metalu; różnego rodzaju ołówki mają różne, lecz ściśle określone, temperatury topnienia.

Metoda metalograficzna używana była do badań w stanie ustalonym; polega ona na pomiarach twardości próbki uprzednio zahartowanej, której różne warstwy wskutek ogrzewania zostają odpuszczone w mniejszym lub większym stopniu, zależnie od ich temperatury. Wyniki badań przy użyciu tej metody zostały przedstawione przykładowo na rys. 5. Każdy punkt pomiarowy odpowiada średnicom styku przy pomiarze twardości rzędu 8–10  $\mu$ m. Metoda ta pozwala na ustalenie trzech dość wyraźnych stref; w pierwszej o grubości od 0 do 40–60  $\mu$ m temperatura jest prawie stała; w drugiej położonej w odległości od 50  $\mu$ m do 100  $\mu$ m od powierzchni temperatura gwałtownie maleje; w trzeciej strefie powyżej 100  $\mu$ m rozkład temperatury jest zgodny z klasycznym prawem Fouriera. Metoda ta umożliwiła przez bezpośredni pomiar ustalenie wartości około 100  $\mu$ m jako wartości odpowiadającej grubości warstwy podpowierzchniowej, w której istnieje anomalia rozkładu temperatury. Pomiary przeprowadzone przez Jacqa przy użyciu powyższych metod (a także przy różnych ich modyfikacjach) dawały oczywiście wyniki nieco różniące się między sobą; jednakże rozbieżności te według Jacqa nie były na ogół duże (np. 2-3°C), a były one znacznie mniejsze od badanego efektu spiętrzenia temperatury; ponadto rozbieżności te mogły być zwykle wyjaśnione na podstawie rozważań teoretycznych dotyczących samej techniki wykonywania pomiarów.

Badania w stanie ustalonym przeprowadzone przez Jacqa potwierdziły istnienie anomalii rozkładu temperatury w warstwach podpowierzchniowych (rys. 8).



Strumień cieplny, przenikający przez płytkę zgodnie z prawem Fouriera, może być wyrażony następująco

(2.16) 
$$q_{\rm F} = \frac{t_{f1} - t_1}{\frac{1}{\alpha_1}} = \frac{t_1 - t_2}{\frac{\delta}{\lambda}} = \frac{t_2 - t_{f2}}{\frac{1}{\alpha_2}}$$

Uwzględniając efekty spiętrzenia temperatur po stronie ogrzewanej (2.17)  $\Delta T_m^+(x=0) = k^+q$ i ochładzanej (2.18)  $\Delta T_m^-(x=\delta) = k^-q$ strumień cieplny przepikający przez płytka w której istnialyby efekty lac

strumień cieplny przenikający przez płytkę, w której istniałyby efekty Jacqa, mógłby być określony następująco

(2.19) 
$$q_J = \frac{t_{f_1} - t_{f_2}}{\frac{1}{\alpha_1} + k^+ + \frac{\delta}{\lambda} + k^- + \frac{1}{\alpha_2}}.$$

Zatem współczynniki nadmiernego wzrostu temperatury k wyrażają pewne opory termiczne zmniejszające natężenie strumienia między dwoma ośrodkami o ustalonych temperaturach

(2.20) 
$$\frac{q_J}{q_F} = \frac{1}{1 + \frac{k^+ + k^-}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}}.$$

Te dodatkowe opory termiczne są na ogół dość duże w stosunku do oporów termicznych samego metalu. Na rys. 9 pokazany jest uproszczony rozkład temperatury w ściance (tylko od strony ogrzewanej) oraz wielkość  $\Delta \delta$  odpowiadająca dodatkowej grubości warstwy tego samego metalu, która wykazywałaby taki sam opór termiczny jak warstwa Jacqa. Wartość  $\Delta \delta$  wynosiłaby, na przykład, dla miedzi około 300 mm, a dla żelaza około 30 mm.



Rys. 9

Można by również uważać, że warstwa podpowierzchniowa charakteryzuje się pewną umowną przewodnością cieplną, która przy założeniu stałej grubości tej warstwy rzędu 100  $\mu$ m wynosiłaby około 0,1-0,2 kcal/mh°C.

#### 3. Próby teoretycznego wyjaśnienia efektu Jacqa

Rozważana anomalia rozkładu temperatury w warstwie podpowierzchniowej nie była przewidywana uprzednio na drodze teoretycznej, a została odkryta przypadkowo na drodze doświadczalnej. Oczywiście próbowano później znaleźć uzasadnienie teoretyczne tego zjawiska, przy czym wysuwany był cały szereg hipotez. Tak, na przykład, DARRIEUS wysunął hipotezę, że w warstwie podpowierzchniowej metalu przy absorpcji promieniowania elektromagnetycznego mogłaby istnieć lokalna różnica między temperaturą elektronową a temperaturą odpowiadającą ruchowi cieplnemu atomów. Jednakże tego rodzaju przypuszczenia nie były w jakikolwiek sposób umotywowane teoretycznie i dlatego w dalszym ciągu nie będą omawiane.

Zostaną natomiast podane w skrócie próby teoretycznego wyjaśnienia efektu Jacqa przez Kaisera i Lucasa, które wydają się zasługiwać na uwagę ze względu na ciekawy sposób uzasadnienia istnienia anomalii pola temperatury w pobliżu powierzchni ograniczających ciało stałe.

Teoria Lucasa [4]. Efekt Jacqa próbował wyjaśnić Lucas, opierając się na teorii Debaya i wprowadzając hipotezę istnienia zjawiska retrodyfuzji (dyfuzji wstecznej). Teoria Lucasa w pracy [4] nie została przedstawiona w sposób wyczerpujący, jest to raczej szkic teorii.

Rozważając mechanizm przewodzenia ciepła w ciele stałym Lucas wyodrębnia dwa typy fal Debaya, lub odpowiadające im kwanty energii — fonony, a mianowicie: - fale o niskiej częstotliwości (sprężyste), dla których ośrodek przewodzący ciepło przedstawia się jako jednorodny i izotropowy;

- fale wysokiej częstotliwości, bliskie granicznej częstotliwości Debaya, których długości zbliżają się do rzędu odległości sąsiednich atomów i dla których ośrodek nie może być uważany za jednorodny i izotropowy.

W przypadku fal o niskiej częstotliwości Lucas rozważa możliwości zagięć ich torów w ośrodku, w którym istnieje gradient temperatury, na skutek zmienności własności ośrodka z temperaturą, a w szczególności stałej Lamego (modułu ścinania)  $\mu$ . Przy założeniu, że względne zmiany prędkości rozchodzenia się fal podłużnych i poprzecznych są tego samego rzędu, zostaje określony promień krzywizny *R* toru

(3.1) 
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{2\mu} \frac{d\mu}{dt} \frac{dt}{dx}$$

przy czym wklęsłości tych torów strumienia energii skierowane są w stronę obszarów o wyższej temperaturze, co według Lucasa stanowi przejaw tendencji do powstawania (niewielkiego) strumienia dyfuzji energii, skierowanego odwrotnie do kierunku natężenia pola termicznego, czyli powstania zjawiska retrodyfuzji.

W przypadku fal o wysokiej częstotliwości Lucas, nie rozporządzając odpowiednimi danymi doświadczalnymi, przeprowadza tylko analogię do pewnych zjawisk z zakresu optyki (na przykład sposób rozpraszania strumienia światła we mgle), opierając się na podkreślonej już powyżej niejednorodności ośrodka dla tych fal.

Zatem w ośrodku nieograniczonym, w którym istnieje ustalony w czasie gradient temperatury, istniałyby dwa strumienie energii. Oprócz strumienia

$$(3.2) q_1 = -\lambda_1 \frac{dt}{dx}$$

występowałby strumień wynikający ze zjawiska retrodyfuzji

$$(3.3) q_2 = \lambda_2 \frac{dt}{dx},$$

przy czym strumień całkowity byłby zgodny z prawem Fouriera

(3.4) 
$$q = -(\lambda_1 - \lambda_2) \frac{dt}{dx},$$

a przewodność cieplna (mierzona) byłaby wyrażona wartością  $(\lambda_1 - \lambda_2)$ .

Natomiast istnienie powierzchni ograniczających ośrodek zmienia, wskutek występowania zjawiska retrodyfuzji, warunki brzegowe; nastąpi to zwłaszcza wtedy, jeśli powierzchnia ograniczająca oddziela dwa ośrodki zasadniczo różniące się własnościami (na przykład próżnia i ciało stałe). Jeśli fale reprezentujące strumień retrodyfuzji nie mogą rozchodzić się poza powierzchnię ograniczającą, to odbijają się od niej i rozpraszają w warstwie podpowierzchniowej, która staje się obszarem dodatkowego spiętrzenia temperatury; efekt dodatkowego wzrostu gradientu temperatury w pobliżu powierzchni x = 0będzie powiększał się aż do osiągnięcia pewnego stanu równowagi. Analogicznie można by wyjaśnić dodatkowe obniżenie się temperatury w pobliżu drugiej powierzchni ograniczającej  $x = \delta$ . Chcąc wyrazić ilościowo anomalię rozkładu temperatury w warstwie podpowierzchniowej, Lucas posługuje się jedną średnią długością (swobodną) *l* różnych fal wysokiej częstotliwości, którym przypisuje w tym zjawisku największą rolę. Oznaczając przez *t* temperaturę rzeczywistą w warstwie granicznej Jacqa, a przez  $t_{\rm F}$  temperaturę wynikającą z prawa Fouriera, dodatkowy przyrost temperatury w obszarze 0 < x < l będzie

$$(3.5) \qquad \qquad \overline{\delta t} = t - t_{\rm F}.$$

Ilość energii zakumulowana w wyniku działania strumienia retrodyfuzji będzie równa energii rozproszonej w tym obszarze, przy czym Lucas postuluje, aby proces rozpraszania był proporcjonalny do różnicy  $\delta t$  i scharakteryzowany pewną stałą dodatnią K,

$$(3.6) -\lambda_2 \frac{d^2 t}{dx^2} = K \overline{\delta t}.$$

W wyniku całkowania tego równania Lucas otrzymuje wyrażenie

(3.7) 
$$(\overline{\delta l})_{x=0} = -q \frac{\lambda_2 l}{(\lambda_1 - \lambda_2)\lambda_1} \frac{\operatorname{tg}\left(\sqrt{\frac{K}{\lambda_2}l}\right)}{\sqrt{\frac{R}{\lambda_2}l}},$$

które potwierdza proporcjonalność między nadmiernym wzrostem temperatury w warstwie podpowierzchniowej a strumieniem cieplnym.

Rozważając podobnie zjawiska w warstwie granicznej od strony powierzchni oddającej ciepło na zewnątrz, Lucas dochodzi do wniosku, że

(3.8) 
$$\left|\frac{(\overline{\delta t})_{x=0}}{q}\right| \approx \left|\frac{(\overline{\delta t})_{x=\delta}}{q}\right|.$$

Wniosek ten nie jest całkowicie zgodny z wynikami doświadczalnymi otrzymanymi przez Jacqa.

Z teorii Lucasa wynika, że jeśli powierzchnia ograniczająca x = 0 rozdziela dwa ciała o tej samej lub zbliżonej strukturze, to przy doskonałym styku nie powinien wystąpić efekt Jacqa, ponieważ strumienie retrodyfuzji nie będą napotykały na swej drodze na żadną barierę. Natomiast przy niedoskonałym styku powinien wystąpić termiczny opór kontaktowy, wywołany również przez zjawiska w warstwie Jacqa, przy czym wpływ nacisku między obydwoma ciałami na te zjawiska jest oczywisty.

Teoria Kaisera [3]. Kaiser próbował wyjaśnić efekt Jacqa rozważając w procesie przewodzenia ciepła poprzez elektrony wolne metalu fluktuacje temperatury gazu elektronowego podlegającego statystyce FERMI-DIRACA.

Praca Kaisera [3], oprócz wykazania przyczyn powstawania anomalii pola temperatury w warstwie podpowierzchniowej metalu, stanowi również próbę przedstawienia ogólniejszej teorii dotyczącej pewnych podstawowych zagadnień transportu w fizyce ciała stałego.

Kaiser rozważa możliwości istnienia fluktuacji temperatury w gazie swobodnych elektronów, przyjmując dla nich rozkłady zgodne ze statystyką Fermi-Diraca. Fluktuacje te mogą być znaczne, jeśli weźmie się pod uwagę niską wartość ciepła właściwego gazu elektronowego. Z rozważań Kaisera wynika, że fluktuacje te są umiejscowione w warstwie podpowierzchniowej metalu (zlokalizowane), przy czym nie powstają one od razu pod wpływem działania strumienia cieplnego, lecz do pełnego ich rozwinięcia wymagany byłby pewien okres czasu. W metalu przedstawiającym układ sieciowy nieruchomych jąder, otoczonych ładunkami, obecność strumienia cieplnego (makroskopowo ciągłego, lecz który mógłby być wyobrażony jako następstwo szeregu bardzo małych impulsów) miałaby powodować zakłócenia (zniszczenie symetrii) potencjału sferycznego otaczającego każde jądro, a wynikającego z obecności elektronów swobodnych metalu. Rozważane są drgania gazu elektronowego zarówno w kierunku zgodnym z kierunkiem strumienia, jak też i w kierunkach do niego prostopadłych; jedną z cech charakterystycznych tak pomyślanego ośrodka byłby średni czas relaksacji  $\overline{\tau}$  jakiego ośrodek wymaga do uzyskania nowej konfiguracji równowagi statystycznej w obecności strumienia energii; uważa się za dopuszczalne utożsamianie tych średnich czasów relaksacji  $\overline{\tau}$  ze stałymi czasowymi Jacqa  $\tau_0$ .



Kaiser sugeruje również, że efekt Jacqa stanowi jedyny przypadek w fizyce potwierdzający doświadczalnie fluktuacje temperatury gazu elektronowego zgodne ze statystyką Fermiego.

W wyniku tych rozważań Kaiser wyprowadza pewne zależności, które dałyby się porównać z wynikami eksperymentalnymi, uzyskanymi przez Jacqa. Współczynnik k spiętrzenia temperatury zależny byłby od promienia atomowego r (danego metalu).

(3.9) 
$$(k-k_{\infty})(r-r_0) = C,$$

gdzie  $k_{\infty}$ ,  $r_0$  i C są pewnymi stałymi niezależnymi od rodzaju metalu, a mianowicie

$$(3.10) (k-5,96\cdot10^{-4})(r-1,17) = 0,24\cdot10^{-4};$$

r wyrażone jest w Angstroemach, a k w układzie technicznym jednostek miar.

Porównanie wyników teorii Kaisera wyrażonych powyższą zależnością (linia ciągła) z wynikami doświadczalnymi Jacqa (punkty) przedstawiono na rys. 10; zgodność tych wyników jest zaskakująca, jeśli weźmie się pod uwagę stopień komplikacji teorii Kaisera.

Dla stałych czasowych  $\overline{\tau}$  Kaiser ostatecznie otrzymuje zależność wiążącą je z gęstością  $\varrho$ , masą atomową A, liczbą atomową Z i pewną liczbą kwantową n

(3.11) 
$$\frac{1}{0,465} \,\overline{\tau} \left(\frac{\varrho}{A}\right)^{1/6} = 1,6 + \frac{3,4}{1 + \left(\frac{1}{7} \,\frac{Z}{n}\right)^2}.$$

Zgodność tej zależności (linia ciągła) z wynikami otrzymanymi przez Jacqa (punkty) przedstawiona na rys. 11 jest również uderzająca.

Dla współczynników spiętrzenia temperatury przy ogrzewaniu  $k^+$  i ochładzaniu  $k^-$ Kaiser otrzymuje wartości różne, co potwierdzałoby wyniki Jacqa; zależność wynikająca z teorii Kaisera jest następująca

(3.12) 
$$\frac{k^+}{k^-} = 0.4 + 6.65 \log \frac{\overline{\tau}^+}{\overline{\tau}^-}.$$

#### 4. Wnioski

Opisane powyżej badania eksperymentalne oraz próby teoretycznego wyjaśnienia efektu Jacqa opracowane zostały na podstawie cytowanej bibliografii. W zakończeniu należałoby zwrócić szczególniejszą uwagę na wnioski jakie mogłyby wynikać z powyż-szych rozważań.

Przede wszystkim nasuwa się pytanie, dlaczego efekt Jacqa został zauważony dopiero w ostatnich latach mimo bardzo długiego już przecież okresu badań eksperymentalnych w wymianie ciepła, a w szczególności w zagadnieniach przewodzenia ciepła, jak też w ciągu również długiego okresu eksploatacji rozmaitych urządzeń technicznych, w których przy dużych strumieniach cieplnych powinny występować zauważalne anomalie rozkładu temperatury. Jacq i jego współpracownicy tłumaczą to faktem [2], że w urządzeniach technicznych przewodzenie ciepła następuje najczęściej przez zanieczyszczone (np. utlenione) i nierówne powierzchnie ścianek metalowych, a w badaniach doświadczalnych w wymianie ciepła nie poświęcano dostatecznej uwagi dokładnemu pomiarowi temperatury samej powierzchni metalowej, który jest dość trudny. Uwagi te są na ogół słuszne, jakkolwiek nie można uważać je za całkowicie wyczerpujące.

Z powyższych względów wydaje się celowe eksperymentalne ustalenie, czy efekt Jacqa może występować tylko w metalach, czy również i w dielektrykach (teoria Lucasa wydaje się nie wykluczać takiej możliwości) oraz czy efekt ten może występować także w ściankach metalowych o powierzchniach utlenionych, zanieczyszczonych lub szorstkich.

Należy podkreślić, że opisywany efekt nie został potwierdzony później przez innych eksperymentatorów oraz zagadnienie to nie było — jak się wydaje — opracowywane w dalszym ciągu przez Jacqa; jednakże nie były również publikowane [6] — o ile wiadomo — doświadczenia kontrolujące badania Jacqa i wskazujące na ewentualnie inną przyczynę otrzymywanych przez niego wyników. Wydaje się, że takie badania pozwalające w rezultacie otrzymać pozytywną albo negatywną ocenę efektu są konieczne.

Doświadczenia Jacqa można na ogół uznać za poprawne, jakkolwiek na podstawie pracy [2] w stosunku do niektórych elementów tych doświadczeń można by wysunąć pewne zastrzeżenia.

Interesująca teoria Lucasa nie wydaje się opracowana w sposób całkowicie wyczerpujący. Na podstawie swojej (bardzo subtelnej i wnikliwej) teorii Kaiser otrzymał wyniki zastanawiająco zgodne z wynikami doświadczeń (całkowicie makroskopowych) Jacqa.

Należy zwrócić uwagę, że teorie Lucasa i Kaisera — jakkolwiek tworzone w wyraźnym celu uzasadnienia zaobserwowanego już faktu doświadczalnego — można by z drugiej strony właściwie traktować jako teoretyczne przewidywanie tego zjawiska; potwierdzałoby to dodatkowo prawdziwość występowania efektu Jacqa. Jednocześnie jednak należy podkreślić, że Kaiser i Lucas przedstawili teorie wyjaśniające ten sam efekt na podstawie zupełnie odmiennych mechanizmów procesu przewodzenia ciepła.

Znaczenie efektu Jacqa w wymianie ciepła wydaje się bardzo istotne.

Przede wszystkim z punktu widzenia poznawczego ogranicza on stosowanie równania przewodzenia ciepła opartego na prawie Fouriera tylko do wnętrza ciała metalowego; natomiast w ograniczającej to ciało warstwie podpowierzchniowej proces przewodzenia ciepła opisywany byłby zupełnie innymi równaniami.

Następnie należy podkreślić, że w większości eksperymentalnych badań zjawisk wymiany ciepła temperatura powierzchni metalowych (najczęściej właśnie gładkich i względnie czystych) określana jest na podstawie ekstrapolacji pomiarów temperatur kilku punktów położonych wewnątrz ścianki, a zatem różniłaby się ona znacznie od temperatury powierzchni uwzględniającej efekt Jacqa; dotyczy to zwłaszcza badań przy dużych natężeniach strumienia ciepła (na przykład wrzenie, intensywna konwekcja wymuszona itp.), w których poprawność wyznaczonych dotychczas pewnych parametrów cieplnych, współczynników i niektórych zależności mogłaby zostać zakwestionowana. W przypadku, gdyby efekt Jacqa istotnie w prawdziwy sposób opisywał rzeczywisty proces przewodzenia ciepła, wiele obecnych pojęć dotyczących przenikania musiałoby ulec zmianie; część oporu termicznego przypisywana warstwie granicznej płynu należałoby przenieść do warstwy Jacqa. Z drugiej strony, metody sondowania pola temperatury w warstwie granicznej płynu i oparte na nich teorie są obecnie na tyle rozwinięte, że zagadnienie to wydaje się bardzo dyskusyjne.

Wreszcie należy zwrócić uwagę na zasadnicze znaczenie, jakie mógłby mieć efekt Jacqa przy wyjaśnieniu problemów związanych z termicznym oporem kontaktowym ciał stałych [7].

Reasumując powyższe uwagi dotyczące interesującego zjawiska odkrytego przez Jacqa należałoby chyba — właśnie ze względu na jego znaczenie — traktować to zagadnienie bardzo ostrożnie i nie uważać go w chwili obecnej za całkowicie rozstrzygnięte.

#### Literatura cytowana w tekście

3. L. KAISER, Essai d'une théorie électronique de l'effet Jacq, Revue Générale de Thermique, 1962, 5.

<sup>1.</sup> J. JACQ, M. CHATEAU, Anomalie de la distribution de température dans les couches superficielles d'un solide, Compte Rendu de l'Academie des Sciences, 255, 1961.

<sup>2.</sup> J. JACQ, Anomalie de la distribution des températures dans les couches superficielles d'une paroi chaffée ou refroidie, Journées internationales de la transmission de la chaleur — Juin 1961; Institut Francais des Combustibles et de l'Energie, Paris 1961.

#### EFEKT JACQA

- 4. R. LUCAS, Théorie du phénomene d'anomalie de température dans les couches superficielles des materiaux, Journées internationales de la transmission de la chaleur — Juin 1961, Institut Francais des Combustibles et de l'Energie, Paris 1961.
- 5. А. В. Лыков, Теория теплопроводности, ГИТТЛ, Москва 1952.
- 6. A. MISSENARD, Conductivité thermique des solids, liquides, gaz et de leurs mélanges, Editions Eyrolles, Paris 1965.
- 7. Я. Шлыков, Е. Глнин, Контактный теплообмен, Госэнергонздат, Москва 1963.

#### Резюме

#### ЭФФЕКТ ЖАКА

В статъе представлен обзор работ по исследованиям, связанным с эффектом жака.

Эффект Жака заключается в существовании аномалии распределения температур в поверхностном слое (толщиной порядка 100 µm) металлической стенки; градиенты температур в этом слое не следуют закону теплопроводности Фурье. Представлены результаты экспериментальных исследований Ж. Жака, а также попытки теоретического объяснения этого явления на основе теории электронного газа в металлах (Каисер) или гипоте зысуществования специального вида диффузии (ветречный поток диффузии) в твёрдых телах (Люка).

Рассматривается значение эффекта Жака в теории теплообмена и подчеркивается дискуссионность этой проблемы.

#### Summary

#### THE JACQ'S EFFECT

A survey is given of the investigations concerned with the Jacq's effect.

The Jacq's is an anomaly of temperature distribution within thin sub-surface layer (100  $\mu$ m) of the metal wall; the temperature gradients within this layer are not in accordance with Fourier's law of heat conduction. The results of experiments performed by Jacq and his attemps to interpret the phenomenon theoretically taking as a basis the theory of fluctuations of free-electron gas in metals (Kaiser) or a hypothesis of retrodifision in solids (Lucas) are described.

The importance of Jacq's effect in heat transfer has been dealt with and it has also been stressed that the problem provides forum for discussion.

POLITECHNIKA WARSZAWSKA INSTYTUT TECHNIKI CIEPLNEJ

Praca zostala zlożona w Redakcji dnia 26 czerwca 1967 r.

#### EKSPERYMENTALNY SPOSÓB WYZNACZANIA WSPÓŁCZYNNIKA RESTYTUCJI PRACUJĄCEJ MASZYNY WIBROUDERZENIOWEJ

MICHAŁ TALL (GDAŃSK)

#### 1. Wstęp

Współczynnik restytucji (regeneracji prędkości) przyjęto oznaczać literą R. Współczynnik ten jest stosunkiem prędkości ciał po uderzeniu  $v_2$  do prędkości tuż przed uderzeniem  $v_1$ . W rozpatrywanych zakresach prędkości i wymiarów zderzających się ciał współczynnik ten mało zależy od tych wielkości

(1.1) 
$$R = \left| \frac{-v_2}{v_1} \right|$$

Współczynnik restytucji *R* występuje we wszystkich rozwiązaniach różniczkowych równań ruchu przy rozpatrywaniu drgań układów (maszyn) wibrouderzeniowych [2, 5]. Dotychczas współczynnik ten był wyznaczany w literaturze tak krajowej jak i zagranicz nej w sposób pośredni, tzn mając rozwiązanie równania różniczkowego ruchu, w które wchodził współczynnik *R*, określano go z całki równania różniczkowego układu o jednym stopniu swobody jako stosunek prędkości przed i po uderzeniu. Stąd konfrontując przebiegi drogi otrzymane teoretycznie i eksperymentalnie wnioskowano o wartości tego współczynnika.

Stan ten był spowodowany stosowaniem czujników służących zazwyczaj do zapisu drogi jako funkcji czasu  $x = f_1(t)$ , czujników sejsmicznych lub mierzących przyśpieszenia i siły występujące przy uderzeniu. W ostatnich latach stosuje się coraz częściej innego rodzaju czujniki oraz wykorzystuje się układy całkujące i różniczkujące do pomiarów maszyn wibracyjnych [3, 4]. W literaturze znane są sposoby wyznaczania tego współczynnika z bezpośrednich pomiarów jedynie dla modeli laboratoryjnych, np. dla kuli padającej na podstawę [7].

Zastosowanie czujnika indukcyjnego o nieco zmienionej konstrukcji [1] polepszyło dokładność pomiarów i pozwoliło wyznaczyć w sposób eksperymentalny współczynnik restytucji (regeneracji prędkości) R dla pracującej maszyny.

#### 2. Eksperymentalny sposób wyznaczania współczynnika restytucji R

Współczynnik restytucji R jest stosunkiem wartości dwóch prędkości. Wypływa stąd wniosek, że do jego pomiaru należy stosować czujnik, który daje możliwość rejestracji krzywej prędkości ruchu jako funkcji czasu lub drogi. W publikowanych materiałach na

<sup>3</sup> Mechanika teoretyczna

temat badań maszyn wibrouderzeniowych, autorzy podają przeważnie oscylogramy przemieszczeń, w funkcji czasu  $x = f_1(t)$  części uderzającej i uderzanej (np. wbijanego pala). Krzywe te wiele mówią o pracy maszyny, lecz dają zbyt małą dokładność do wyznaczenia współczynnika restytucji R.

Dla przypadku, gdy po uderzeniu część uderzająca jest przyciskana nadal przez pewien krótki czas po uderzeniu do części uderzanej, np. przez siłę pochodzenia elektromagnetycznego w maszynie elektrycznej o ruchu postępowo-zwrotnym [6], wtedy z krzywej  $x = f_1(t)$  niemożliwe jest wyznaczenie współczynnika R. Do tego celu nadaje się czujnik indukcyjny, w którym prędkość ruchu bijaka jest proporcjonalna do siły elektromotorycznej według wzoru Faradaya E = Bldx/dt. Budowę czujników tego typu omawia literatura dotycząca pomiarów wielkości nieelektrycznych metodami elektrycznymi [3, 4]. Czujniki te są jednak przeznaczone do pomiaru drgań o małej amplitudzie i dla nich dokładność pomiarów jest wystarczająca.

W maszynach wibrouderzeniowych skok części uderzającej osiąga wartości od kilku milimetrów do kilku centymetrów, a czasem i więcej. Wtedy czujniki indukcyjne ze stałą szerokością szczeliny powietrznej, w której porusza się cewka pomiarowa, dają dla wahnięcia cewki ok. 3,5 cm uchyb pomiarowy rzędu 20% na skutek nierównomierności rozkładu indukcji magnetycznej B w szczelinie dla krańcowych położeń cewki pomiarowej [1]. Okazuje się, że zjawisko to można wyeliminować profilując szerokość szczeliny powietrznej. Zapewnia to w pewnych granicach stałość indukcji magnetycznej B z wystarczającą dokładnością, a więc dokładność zamiany prędkości na wielkość elektryczną.

W przypadku drgań o dużych wahaniach rzędu 10 cm wykonanie indukcyjnego czujnika o dostatecznej dokładności nastręcza pewne trudności.

Jeżeli dysponujemy czujnikiem indukcyjnym, który zapewnia dokładne pomiary w granicach ok. 1 cm, to istnieje możliwość ustawienia go w taki sposób, że jego przedział dostatecznej dokładności obejmuje odcinek tej części krzywej, w środku którego będzie moment uderzenia. Do pomiarów współczynnika R pozostałe części krzywej nie są potrzebne.

2.1. Opis układu pomiarowego. Zapewnienie odpowiedniej dokładności czujnika nie wyczerpuje zagadnienia. Pozostałe części obwodu pomiarowego powinny być także odpowiednio dobrane. Odnosi się to do przewodów łączących, które muszą być ekranowane i uziemione, a także należy dobrać oscylograf oraz parametry obwodu całkującego, jeżeli zdejmuje się krzywą fazową.

Przy badaniach maszyn wibrouderzeniowych, w czasie gdy następuje uderzenie mamy raptowny spadek prędkości od  $v_1$  (prędkości tuż przed uderzeniem) do zera i następnie odbicie do  $-v_2$  (rys. 2 i rys. 4).

Część krzywej w momencie uderzenia można uważać jako przebieg funkcji o dużej częstotliwości. Częstotliwość ta zależy od czasu uderzenia. Badania czasu uderzenia opublikowane w literaturze [2] wykazały, że odcinek czasu dla dużych maszyn, w którym prędkość szybko się zmniejsza, wynosi około 0,002 sek.

Badania przeprowadzone przez autora dla posiadanej mniejszej maszyny wykazały, że czas ten był mniejszy niż podany wyżej o ok. 3—5 razy. Mierzone czasy są tego samego rzędu. Z badań tych można wnioskować, że częstotliwość części krzywej  $v = f_2(t)$ ,
na której otrzymuje się rejestrację uderzenia, ma wartość rzędu około tysiąca lub kilku tysięcy okresów na sekundę. Jest to częstotliwość, którą mogą zarejestrować normalnie używane oscylografy katodowe.

2.2. Wyznaczanie współczynnika restytucji R z krzywych zdjętych na oscyloskopie katodowym. W przypadku stosowania czujnika indukcyjnego podłączonego bezpośrednio do oscyloskopu katodowego (rys. 1) otrzymuje się na ekranie oscyloskopu przebieg krzywej



Rys. 1. Schemat połączeń elektrycznych układu pomiarowego i badanej synchronicznej maszyny wibracyjnej do zdjęcia krzywej prędkości części ruchomej maszyny w funkcji czasu v = f<sub>2</sub>(t) *i* - stojan maszyny wibracyjnej, w którym umieszczono cewki uzwojenia trójfazowego, 2 -- bijak maszyny o ciężarze 7,65 kG, wykonany z całego kawałka stali, w żłobkach którego koncentrycznie nawinięte jest uzwojenie wzbudzające, 3 -- stalowa podstawa, w którą uderza bijak wykonujący drgania wzdłuż pionowej osi maszyny, 4 -- magnes staly czujnika indukcyjnego umocowany do stojana, 5 -- ruchoma cewka pomiarowa czujnika, przymocowana do bijaka, 6 -- ekran oscyloskopu

prędkości części ruchomej w funkcji czasu  $v = f_2(t)$  (rys. 2) badanej maszyny wibrouderzeniowej. Wyznaczanie skali krzywej prędkości ruchu  $v = f_2(t)$  w celu wyznaczenia współczynnika restytucji R nie jest potrzebne. Ułatwia to otrzymanie współczynnika R



Rys. 2. Krzywa prędkości części ruchomej w funkcji czasu  $v = f_2(t)$  dla maszyny wibrouderzeniowej

jako stosunku prędkości rysunkowych  $v_2$  (w mm) do  $v_1$  (w mm). Na rys. 2 przedstawiono krzywą  $v = f_2(t)$ . W momencie tuż przed uderzeniem bijak poruszał się z prędkością  $v_1$  (z pomiaru  $v_1 = 38$  mm). W czasie uderzenia jego prędkość gwałtownie zmalała do zera i nastąpiło odbicie się bijaka do ujemnej prędkości  $-v_2$  ( $v_2 = 21$  mm). Dla krzywej, jak

na rys. 2, współczynnik R dla pierwszego uderzenia wynosi 0,55. Następne uderzenia w tym cyklu pracy są wynikiem konstrukcji maszyny. W maszynach wibrouderzeniowych napędzanych silnikami o ruchu obrotowym powtórne uderzenie w tym samym cyklu nieczesto się zdarza.

Analiza pracy maszyny wibrouderzeniowej może być dokonywana za pomocą krzywych fazowych F(x, v) = 0 (rys. 4). Krzywe te otrzymuje się w przypadku, gdy w sche-



Rys. 3. Schemat połączeń elektrycznych układu pomiarowego do zdjęcia krzywej fazowej F(x, v) = 0przy badaniach maszyn wibracyjnych

macie, jak na rys. 1, włącza się dodatkowo układ całkujący, tak jak to pokazano na rys. 3. Krzywa fazowa pokazana na rys. 4 jest zdjęta dla tej samej maszyny co i krzywa przedstawiona na rys. 2. Współczynnik R otrzymany z krzywej fazowej na rys. 4 wynosi 0,57.

Uchyby pomiarowe obu układów do pomiaru współczynnika restytucji R są podobne, gdyż w danym przypadku chodzi o dokładne wyznaczenie wychylenia wzdłuż osi pręd-



Rys. 4. Krzywa fazowa F(x, v) = 0 maszyny wibrouderzeniowej

kości v. Po usunięciu opornika  $R_1$  na rys. 1 możemy zauważyć, że płytki odchylające oscyloskopu na rys. 1 i rys. 3 są podłączone jednakowo. Uchyb czujnika wynosi 1%, dla uziemionych przewodów łączących przy napięciu otrzymywanym z czujnika ok. 1 V uchyb będzie wynosił także ok. 1%. Należy nadmienić, że przy nieodpowiednio dobranych wartościach  $R_2$  i C układu całkującego można otrzymać błędne rezultaty pomiaru. Aby tego uniknąć należy pamiętać, że stała czasowa układu całkującego  $T_1 = R_2 C$  powinna być dużo większa niż jeden okres drgań  $T_2$  badanej maszyny wibracyjnej.

## 3. Przykład

Bijak maszyny wibracyjnej drga z częstotliwością 50 Hz. Należy obliczyć najmniejszą wartość oporności  $R_2$ , która zapewnia dokładność układu całkującego.

Na układ całkujący podaje się napięcie  $u_1(t)$  z czujnika, natomiast z układu całkującego na płytki poziome oscylografu (punkt  $x_1$  oraz  $x_2$ ) podaje się scałkowaną funkcję w postaci napięcia  $u_2(t)$ . Równanie dla tego układu będzie następujące:

(3.1) 
$$u_1(t) = R_2 C \frac{du_2(t)}{dt} + u_0$$

Jeżeli kondensator nie był uprzednio naładowany to  $u_0 = 0$  i wtedy

(3.2) 
$$u_2(\tau) = \frac{1}{R_2 C} \int_0^{\tau} u_1(t) dt.$$

Dla zachowania warunków całkowania konieczne jest, aby stała czasowa układu całkującego  $T_1$  była większa od okresu drgań bijaka  $T_2$ :

$$(3.3) T_2 \ll T_1.$$

Załóżmy, że mamy kondensator o pojemności  $C = 4 \ \mu F$ . Ponieważ  $T_2 = 1/50 = 0.02 \text{ s} = 20 \text{ ms}$ , to  $R_2 C \ge 20 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ . Zatem dla zapewnienia odpowiedniej dokładności całkowania oporność  $R_2$  powinna wynosić co najmniej:

(3.4) 
$$R_2 > \frac{20 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 10^{-6}} = 5000\Omega = 5 k\Omega.$$

#### 4. Wnioski

Współczynnik restytucji R można określić w sposób pomiarowy. Proponowany układ pomiarowy do określenia współczynnika R jest stosunkowo prosty i przy właściwym doborze elementów układu pomiarowego daje wystarczająco dobre wyniki, co sprawdzono na modelu maszyny wibrouderzeniowej, znajdującej się w Laboratorium Zakładu Podstaw Napędu Elektrycznego Politechniki Gdańskiej.

#### Literatura cytowana w tekście

2. Вницстройдормаш, Исследования вибромеханизмов и машин ударного действия, Москва 1959.

4. А. М. Туричин, Электрические измерения неэлектрических величин, Госэнергоиздат, 1959.

<sup>1.</sup> M. TALL, Czujnik indukcyjny ze stałą indukcją w szczelinie do badania maszyn o ruchu postępowo-zwrotnym, Zeszyty Naukowe Politechniki Gdańskiej, Elektryka, 82, 14, (1966).

<sup>3.</sup> R. ZIMMERMAN, Pomiary naprężeń i drgań metodami elektrycznymi, PWT, Warszawa 1959.

#### M. TALL

- 5. B. KOWALCZYK, Stabilność układu wibrouderzeniowego o wymuszeniu kinematycznym, Mech. teor. i stos., 2, 4 (1966).
- 6. M. TALL, Maszyna synchroniczua trójfazowa z podmaguesowywaniem o ruchu postępowo-zwrotnym. Teoria i badania, praca doktorska, Politechnika Gdańska, 1966.
- Н. С. Кожевников, Я. М. Рлскин, Труды второго всесоюзного совещания по основным проблемам теории машин и механизмов. Динамика машин. Исследования виброударного механизма, Москва 1960.

#### Резюме

# ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ СПОСОБ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ВОССТАНОВЛЕНИЯ СКОРОСТИ ДЛЯ РАБОТАЮЩЕГО ВИБРОМОЛОТА

В статье приводится способ экспериментального определения коэффициента восстановления скорости для выбромолотов работающих при обычных условиях.

## Summary

# EXPERIMENTAL METHOD OF ESTIMATION OF THE COEFFICIENT OF RESTITUTION FOR A VIBRATORY-IMPACT MECHANISMS

The paper deals with the experimental method of estimation of the coefficient of restitution for vibratory--impact mechanisms in usual conditions of work.

POLITECHNIKA GDAŃSKA

Praca zostala zlożona w Redakcji dnia 31 lipca 1967 r.

\_\_\_\_\_

M ECHANIKA TEORETYCZNA I STOSOWANA 2, 6 (1968)

# OCENA NAJWIĘKSZYCH NAPRĘŻEŃ W WIEŃCU ŁOPATEK

# M. A. GLIŃSKA, L. ŁUKASZEWSKA, J. ODERFELD, E. PLESZCZYŃSKA (WARSZAWA)

#### 1. Zagadnienie techniczne

Na tarczy turbiny jest N łopatek, nominalnie jednakowych, równomiernie rozstawionych i jednakowo osadzonych.

Zmieniając stopniowo prędkość obrotową turbiny obserwujemy, że w łopatkach występują drgania o postaci i amplitudzie zależnej w złożony sposób, między innymi, od tej prędkości, od warunków eksploatacyjnych (np. temperatury), od wyboru punktu obserwacji na łopatkach, od nieuniknionych różnic między poszczególnymi łopatkami (np. materiał, odchyłki wykonawcze łopatki i jej osadzenie) itd. Drgania powodują wystąpienie naprężeń w łopatkach i ostatecznym celem postępowania jest stwierdzenie, czy naprężenia te nie przekraczają dopuszczalnych, w żadnym punkcie żadnej z N łopatek.

Aby zmniejszyć liczbę zmiennych parametrów można, na przykład, (opieramy się na pracy ŁAPIŃSKIEGO [1]) ustalić punkt pomiaru; zwykle lokuje się go w 1/3 wysokości łopatki, blisko krawędzi spływu. Na *n* łopatkach spośród łącznej liczby *N* przykleja się w wybranych punktach tensometry oporowe, które w znany sposób pozwalają rejestrować zmienne naprężenia w funkcji czasu.

Dla dalszych rozważań ważna jest okoliczność, że n jest liczbą dużo mniejszą od N. Powody tego są natury technicznej; wymienimy z nich tylko niektóre: trudność komutacji, to jest przenoszenia impulsów elektrycznych z wirujących tensometrów do nieruruchomej aparatury mierniczej i trudna technologia klejenia tensometrów.

Turbinie nadaje się taką prędkość obrotową, żeby amplitudy naprężeń były możliwie duże (rezonans) i rejestruje się je. Oznaczmy przez X zmienną losową zdefiniowaną jako amplituda naprężeń w opisanych warunkach. Otrzymujemy więc ciąg wielkości doświadczalnych  $x_1, x_2, ..., x_n$ . Na tej podstawie należy sformułować orzeczenie o nieznanej największej amplitudzie  $x_N^{\max}$  na zbiorze wszystkich N łopatek. Oczywiście orzeczenie to może mieć tylko charakter probabilistyczny, ujawniony lub nieujawniony.

ŁAPIŃSKI [1] cytuje, między innymi, regułę nie wymienionego autora, który zaleca przy n = 5, 6, 7 przyjmować po prostu

$$\hat{x}_N^{\max} = x_n^{\max} k \,,$$

gdzie k jest współczynnikiem empirycznym wynoszącym od 1,25 do 1,35;  $x_n^{\max} = \max(x_1, x_2, ..., x_n)$ ;  $\hat{x}_N^{\max}$  jest oszacowaniem  $X_N^{\max}$ . Warunki, w których ta reguła jest

przydatna i związane z nią prawdopodobieństwo niedocenienia naprężeń rzeczywistych nie były podane.

W pracy [1] jest również wzmianka o metodzie zaproponowanej przez K. R. NAIRA (danych bibliograficznych pracy Naira nie udało się ustalić) i opartej na założeniu rozkładu logarytmo-normalnego zmiennej losowej X, z czego można znaleźć rozkład przybliżony skrajnej statystyki pozycyjnej  $X_N^{\max}$ , której wartość oznaczamy przez  $x_N^{\max}$ . Istotnym etapem w tej metodzie jest znalezienie takiej najmniejszej liczby  $x_0$ , żeby można było z zadanym prawdopodobieństwem P powiedzieć, że  $x_N^{\max} < x_0$ . Korzysta się przy tym z pomocniczego prawdopodobieństwa  $P_1 = 1 - [(1-P)/(N-n)]$ . Wzór na  $P_1$  budzi pewne wątpliwości, bo traci on sens, gdy  $n \to N$  i nie wiadomo, w jakim zakresie wolno go stosować. Metoda ta jest metodą przybliżoną; nie są nam znane konsekwencje jej stosowania. W pracy [1] podano jedynie sposób przeprowadzania rachunków.

Z pracy [1] notujemy jeszcze interesującą wskazówkę, że rozkład zmiennej losowej X jest rzeczywiście zbliżony do logarytmo-normalnego. W pewnym przypadku Łapiński otrzymał doświadczalny rozkład  $\log_{10} X$ : N (2,9689; 0,0635) (na podstawie tabeli 2 pracy [1]).

Ze względu na znaczenie techniczne zagadnienia, o które kilkakrotnie w ostatnich latach mieliśmy zapytania ze strony przemysłu turbinowego, postanowiliśmy zbadać sprawę gruntownie. Ponieważ metody analityczne zawiodły, zdecydowaliśmy się na modelowanie na maszynie cyfrowej.

Czytelnik zainteresowany tylko odpowiedzią praktyczną może znaleźć ją w punkcie 5.

# 2. Sformulowanie orzeczenia statystycznego

Przyjmujemy założenie, że zmienna losowa X ma rozkład logarytmo-normalny z nieznaną średnią  $m_x$  i nieznanym odchyleniem standardowym  $\sigma_x$ . Amplitudy naprężeń łopatek zamocowanych na turbinie są N-elementową próbką prostą pobraną z populacji o tym rozkładzie. Inaczej mówiąc, każda amplituda jest zmienną losową  $X_i$  o takim samym rozkładzie, jak X. Zmienne losowe  $X_i$  są niezależne. Ustalamy n < N. Oznaczamy  $X_N^{\max} = \max_{1 \le l \le N} X_l$ .

Zbudujemy zmienną losową  $G_{\alpha}$  jako funkcję argumentów  $X_1, X_2, ..., X_n$  w taki sposób, żeby dla każdej pary dodatnich rzeczywistych liczb  $(m_x, \sigma_x)$  spełniony był warunek

$$(2.1) P(X_N^{\max} < G_{\alpha}) = 1 - \alpha,$$

gdzie  $\alpha$  jest dowolnie wybraną małą liczbą (np. 0,05). Przy tym w przepisie funkcyjnym funkcji  $G_{\alpha}$  nie powinny występować nieznane nam wartości  $m_x$  i  $\sigma_x$  (natomiast rozkład  $G_{\alpha}$  i rozkład  $X_N^{\max}$  zależą od  $m_x$  i  $\sigma_x$ ).

Wartość  $g_{\alpha}$  zmiennej losowej  $G_{\alpha}$  obliczamy znając  $x_1, \ldots, x_n$  z pomiarów na badanej turbinie. Na podstawie  $g_{\alpha}$  można wydać orzeczenie o wartości  $x_N^{\max}$  zmiennej losowej  $X_N^{\max}$  stwierdzające, że  $x_N^{\max} < g_{\alpha}$ . Zgodnie z (2.1) frakcja błędnych orzeczeń średnio jest równa  $\alpha$ .

Konstrukcją zmiennej losowej  $G_{\alpha}$  zajmiemy się w rozdziale 3. Obecnie zastanowimy się nad konsekwencjami stosowania takich orzeczeń w praktyce.

Zazwyczaj praktyk chciałby porównać  $x_N^{\max} z$  dopuszczalną amplitudą naprężeń *a*. Chciałby więc uzyskać orzeczenie:  $\langle x_N^{\max} \langle a \rangle$  lub  $\langle x_N^{\max} \rangle a \rangle$ . W pierwszym przypadku uznałby, że może nie interweniować, w drugim przypadku uznałby za konieczną interwencję polegającą, na przykład, na wymianie łopatek. Jeśli orzeczenia te są uzyskane na drodze rozważań statystycznych, mogą się zdarzać pomyłki polegające na wydaniu pierwszego orzeczenia, gdy  $x_N^{\max} \rangle a$ , lub wydaniu drugiego orzeczenia, gdy  $x_N^{\max} \langle a$ . Błąd I rodzaju powoduje powstanie strat przy eksploatacji turbiny, a nawet niebezpieczeństwo. Błąd II rodzaju powoduje koszty wynikłe z niepotrzebnej interwencji.

Wyznaczona przez nas wartość  $g_{\alpha}$  majoryzująca  $x_N^{\max}$  może być bądź mniejsza, bądź większa od *a*. Przypuśćmy, że postanawiamy nie interweniować, jeśli  $g_{\alpha} < a$ , natomiast interweniować, jeśli  $g_{\alpha} > a$ . Wobec tego na mocy (2.1) prawdopodobieństwo błędnego braku interwencji oczywiście nie przekroczy  $\alpha$ . Natomiast prawdopodobieństwo zbędnej interwencji może przy takim postępowaniu być bardzo duże, a nie można podać jego oszacowania, jeśli nie zna się wartości  $m_x$  i  $\sigma_x$ , co założono. Ta uwaga krytyczna odnosi się nie tylko do naszej metody. Niepewność w orzeczeniu jest konsekwencją skąpej informacji doświadczalnej i nie można usunąć jej żadnymi operacjami matematycznymi.

### 3. Konstrukcja zmiennej losowej $G_{\alpha}$

Można by rozpatrywać problem optymalnej konstrukcji zmiennej losowej  $G_{\alpha}$  przyjmując któryś ze znanych modeli statystycznej teorii decyzji. Ze względu na wielkie trudności, jakie nastręcza rozwiązywanie takich problemów, oraz arbitralność wyboru modelu (np. wyboru funkcji charakteryzującej straty itp.) odrzucono tę drogę postępowania. Zmienna losowa  $G_{\alpha}$ , której konstrukcję opiszemy, jest tylko jedną z dopuszczalnych funkcji argumentów  $X_1, X_2, \ldots, X_n$ , to znaczy spełnia warunek (2.1) i nie zależy od  $m_x$  i  $\sigma_x$ .

Oznaczmy:  $Y_i = \log_c X_i$  (i = 1, 2, ..., N) (dla dowolnie ustalonej dodatniej  $Y_N^{\max} = \log_c X_N^{\max}$ , liczby c),  $Y_N^{\max} = \log_c X_N^{\max}$ ,

$$S_n = \frac{1}{n} \left( \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n Y_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n Y_i\right)^2}{n} \right), U = \frac{Y_N^{\max} - Y_n^{\max}}{S_n} \right).$$

Zmienne losowe  $Y_i$  mają z założenia jednakowe rozkłady normalne o nieznanych parametrach  $m_y$  i  $\sigma_y$ . Rozkład zmiennej losowej U nie zależy od  $m_y$  i  $\sigma_y$ , jest więc jednakowy przy wszelkim rozkładzie normalnym zmiennej losowej log<sub>c</sub>X. Gdy  $Y_N^{\max} = Y_n^{\max}$ , to U = 0, przy czym P(U = 0) = n/N. Dla u > 0 rozkład U jest ciągły.

Jeśli więc  $n/N < 1-\alpha$ , to istnieje dodatnia liczba rzeczywista  $u_{\alpha}$  taka, że

$$(3.1) P(U < u_{\alpha}) = 1 - \alpha.$$

Będziemy odtąd zakładać, że  $n/N < 1-\alpha$ , takie bowiem tylko przypadki są w praktyce interesujące.

Tak zdefiniowana wielkość  $u_{\alpha}$  zależy od  $\alpha$ , N, n. Pełne oznaczenie byłoby  $u_{\alpha, N, n}$ ; dla wygody pomijamy oczywiste symbole N, n w indeksie.

Definiujemy funkcję  $G_{\alpha} = X_n^{\max} \cdot c^{u_{\alpha} \cdot S_n}$ . Jej argumentami są więc  $X_1, X_2, ..., X_n$ ; ponadto  $G_{\alpha}$  nie zależy od  $m_x$  i  $\sigma_x$ . Pokażemy, że  $G_{\alpha}$  spełnia warunek (2.1).

Z definicji U oraz  $u_{\alpha}$  wiadomo, że

$$P\left(\frac{Y_N^{\max}-Y_n^{\max}}{S_n} < u_{\alpha}\right) = 1 - \alpha$$

a stąd

$$P(Y_N^{\max} < Y_n^{\max} + S_n u_{\alpha}) = 1 - \alpha,$$

czyli

$$P(X_N^{\max} < X_n^{\max} c^{S_n u_\alpha}) = 1 - \alpha, \text{ cbdo.}$$

Rozkład zmiennej losowej U nie jest znany (zwracamy uwagę, że w mianowniku wyrażenia definiującego U występuje odchylenie standardowe z *n*-elementowej próbki). Wątpimy zresztą, czy rozkład ten daje się wyrazić w postaci wyraźnej. Można natomiast łatwo dla różnych *n* i *N* wyznaczyć rozkład empiryczny U posługując się maszyną cyfrową. Przyjmujemy mianowicie, że niezależne zmienne losowe  $Y_i$  mają jednakowe rozkłady normalne N(0,1), gdyż wybór parametrów nie wpływa na wartość zmiennej losowej U. Generujemy *N* wartości tych zmiennych losowych, obliczamy wartość *u* i zaliczamy ją do odpowiedniej klasy w zbiorze wartości zmiennej losowej U. Postępowanie to powtarzamy *k* razy. Zwykle im większe *k*, tym rozkład empiryczny mniej różni się od teoretycznego.

Na podstawie rozkładu empirycznego nie możemy jednak znaleźć dokładnie wartości  $u_{\alpha}$  występującej w definicji  $G_{\alpha}$ . Wobec tego zdefiniujemy obecnie wielkość  $\hat{u}_{\alpha}$  [(nieco inaczej, niż  $u_{\alpha}$  za pomocą wzoru (3.1)]. Rozpatrujemy ciąg  $\{u_{J}\}$  górnych klas w rozkładzie empirycznym U. Przez  $\hat{u}_{\alpha}$  oznaczamy najmniejszą liczbę w ciągu  $\{u_{J}\}$  spełniającą warunek:

$$(3.2) P[P(U < u_j) \ge 1 - \alpha] \ge 0,99.$$

Wielkość 0,99 jest tu wybrana arbitralnie. Ponieważ jest bliska 1, to nierówność  $P(U < \hat{u}_{\alpha}) \ge 1 - \alpha$  będzie spełniona z praktyczną pewnością.

Zmienna losowa  $\hat{u}_{\alpha}$  jest funkcją nie tylko argumentów *n* i *N*, lecz także zależy od wyboru ciągu  $\{u_j\}$  oraz od *k* i wartości dystrybuanty empirycznej.

Oznaczmy  $p_j = P(U < u_j)$  i niech  $\hat{p}_j$  oznacza wartość dystrybuanty empirycznej w punkcie  $u_j$ . Na podstawie prawa wielkich liczb Bernoulli'ego  $\lim_{k\to\infty} P(|\hat{p}_j - p_j| < \epsilon) = 1$ . Jeśli oznaczymy przez  $\delta$  maksymalną długość klasy w rozkładzie empirycznym, to prawdopodobieństwo, że wielkość  $\hat{u}_{\alpha}$  różni się od wielkości  $u_{\alpha}$  więcej niż o  $\delta$ , dąży do zera przy  $k \to \infty$ .

Opiszemy szczegółowo sposób wyznaczania  $\hat{u}_{\alpha}$  przy ustalonych *n*, *N*, *k*,  $\{u_j\}$ . Niech  $q_j$  oznacza granicę takiego przedziału ufności dla  $p_j$ , że  $P(p_j > q_j) = 0,99$ . Wiadomo (patrz np. [2]), że w przybliżeniu

$$q_j = \frac{k\hat{p}_j + 2,705 - 1,163\sqrt{5,41 + 4k\hat{p}_j(1-\hat{p}_j)}}{k+5,41}.$$

Wzór ten wyprowadzony jest przy założeniu, że rozkład dwumianowy aproksymuje się rozkładem normalnym, co jest uzasadnione przy dużych wartościach k (np. przy  $\alpha = 0,01$  k powinno być większe od 1000). W przeciwnym razie trzeba korzystać z dokładnych wzorów, podanych np. w [3]. Poszukujemy więc w rozkładzie empirycznym klasy o numerze j takiej, że  $q_j \ge 1-\alpha$ , a  $q_{j-1} < 1-\alpha$ . Górną granicę j-tej klasy oznaczamy  $\hat{u}_{\alpha}$ .

U w a g a: Dla  $p_j$  można było również zbudować przedział dwustronny; to jednak prowadziłoby do wartości  $\hat{u}_{\alpha}$  nie mniejszych niż wynikają z opisanego postępowania, a więc nie byłoby pożyteczne.

Niech  $\hat{G}_{\alpha} = X_{\mu}^{\max} c^{S_{\mu}\hat{\mu}_{\alpha}}$ . Zmienna losowa  $\hat{G}_{\alpha}$  spełnia warunek

$$(3.3) P[P(X_N^{\max} < \hat{G}_{\alpha}) \ge 1 - \alpha] \ge 0,99.$$

Warunek (3.3) można nazwać probabilistycznym odpowiednikiem warunku (2.1). Zastąpienie warunku (2.1) warunkiem w rodzaju (3.3) jest konieczne w przypadku znajdowania rozkładu empirycznego.

W punkcie 4 podamy otrzymane wartości  $\hat{u}_{\alpha}$  dla wybranych wartości *n*, *N*,  $\alpha$ . Obecnie powrócimy jeszcze do zagadnienia wyboru  $G_{\alpha}$ .

Łatwo zauważyć, że można budować dowolnie wiele zmiennych  $G_{\alpha}$  spełniających warunek (2.1) opierając się na zmiennych losowych o konstrukcji podobnej do U, a więc na przykład:

$$U' = \frac{Y_N^{\max} - Y_n^{\max}}{Y_n^{\max} - Y_n^{\min}},$$

gdzie  $Y_n^{\min} = \min_{1 \le i \le n} Y_i$ . Rozkład U' również nie zależy od  $m_y$  i  $\sigma_y$ , a więc jest jednakowy przy wszelkim rozkładzie normalnym zmiennej losowej  $\log_c X$ .

Wybór między zmiennymi losowymi  $G_{\alpha}$  a  $G'_{\alpha}$  zbudowanymi na podstawie U i U' nastręcza podobne trudności pozamatematyczne, jak wyznaczenie optymalnej zmiennej losowej  $G_{\alpha}$ , toteż nie będziemy tego omawiać dokładnie. Wydaje się jednak, że prawdopodobieństwo błędnej decyzji interwencji przy dowolnych ustalonych *a*, *n*, *N*,  $\alpha$  powinno być większe przy  $G'_{\alpha}$  niż przy  $G_{\alpha}$ , gdyż mianownik wyrażenia U' ma większą wariancję niż mianownik wyrażenia U. Z tego powodu zdecydowaliśmy się na zmienną losową  $G_{\alpha}$ .

Zauważmy jeszcze, że jeśli dowolna zmienna losowa  $G_{\alpha}$  spełnia warunek (2.1), to dla każdego  $\varepsilon > 0$  również zmienna losowa  $G_{\alpha} + \varepsilon$  spełnia ten warunek. Prawdopodobieństwo błędnej decyzji interwencji przy dowolnych ustalonych *a*, *n*, *N*,  $\alpha$  dla zmiennej losowej  $G_{\alpha} + \varepsilon$  jest oczywiście nie malejącą funkcją  $\varepsilon$ . Toteż wydaje się słuszne uzupełnienie warunku (2.1) następującym warunkiem:

Dla każdego  $\varepsilon > 0$ 

$$(3.4) P(X_N^{\max} < G_{\alpha} - \varepsilon) < 1 - \alpha.$$

Ze względu na definicję  $u_{\alpha}$  za pomocą wzoru (3.1), zmienna losowa  $G_{\alpha}$ , której konstrukcję przedstawiono w tej pracy, spełnia oczywiście warunek (3.4).

Dla zmiennej losowej  $\hat{G}_{\alpha}$  zdefiniowanej za pomocą  $\hat{u}_{\alpha}$  nie będziemy wprowadzać odpowiednika warunku (3.4), gdyż miałby on dość skomplikowaną postać, uwzględniającą opisaną wyżej zbieżność  $\hat{u}_{\alpha}$  do  $u_{\alpha}$  przy  $k \to \infty$  i  $\delta \to 0$ .

# 4. Rozklad empiryczny U

Na maszynie cyfrowej GIER wyznaczono dystrybuanty empiryczne U dla N = 80, n = 5, 10, 15, 20. Za każdym razem generowano k = 3000 wartości zmiennej losowej U



udowano rozkład empiryczny. Wykresy dystrybuant empirycznych przedstawiono na 1ysunkach 1 i 2 (dla wartości dystrybuant poczynając od 0,88). Na podstawie tych wykresów obliczono (tablica 1) wartości  $\hat{u}_{\alpha}$  zdefiniowane za pomocą (3.2).

n a	0,10	0,05	0,01
5	4,50	5,80	10,10
10	2,45	3,10	5,00
15	1,90	2,40	3,75
20	1,60	2,00	2,80

Tablica 1. Wartości  $\hat{u}_{\alpha}$  dla N = 80

Z tablicy widać, że dla ustalonego  $\alpha$  wartości  $\hat{u}_{\alpha}$  szybko rosną, gdy *n* maleje. Znaczy to, że oszczędność na eksperymencie (zmniejszenie *n*) zmusza do bardzo ostrożnego szacowania górnego ograniczenia naprężeń.

W niniejszej pracy ustaliliśmy N = 80. Można by ułożyć tablice podobne do tablicy 1 dla innych wartości N. Nie zrobiliśmy tego tylko ze względu na koszt obliczeń. Dla orientacji podajemy, że przy wykorzystaniu programów, którymi obecnie dysponujemy, przewidywany czas maszyny GIER na tablicę podobną do tablicy 1 wynosi około 6 godzin.

#### 5. Zastosowanie

Dla wygody Czytelnika zainteresowanego tylko aspektem praktycznym zbieramy reguły stosowania.

Ustalić N, n,  $\alpha$  (nasze wyniki liczbowe ograniczają wybór do N = 80; n = 5, 10, 15, 20;  $\alpha = 0,10, 0,05, 0,01$ ).

Zmierzyć  $x_i$  (*i* = 1, 2, ..., *n*).

Obliczyć: 
$$y_i = \log_{10} x_i;$$
  $\sum_{1}^{n} y_i;$   $\sum_{1}^{n} y_i^2,$   $\overline{y} = \frac{1}{n} \sum_{1}^{n} y_i;$   $\overline{y}^2 = \frac{1}{n} \sum_{1}^{n} y_i^2;$   
 $s_n = \sqrt{\overline{y}^2 - (\overline{y})^2}.$ 

Z tablicy 1 odczytać  $u_{\alpha}$ .

Obliczyć  $\log_{10}\hat{g}_{\alpha} = \log_{10} x^{\max} + s_n \cdot u_{\alpha}, \quad \hat{g}_{\alpha}.$ 

Wydać orzeczenie  $x_N^{\max} < \hat{g}_{\alpha}$ .

Przykład. Ustalono N = 80, n = 10,  $\alpha = 0.05$ . Zmierzono  $x_i$  w kG cm<sup>-2</sup> i ułożono tablicę 2.

Tablica	2
---------	---

i	xi	$y_i = \log_{10} x_i$
1	995	2,9978
2	1028	3,0120
3	996	2,9983
4	865	2,9370
5	848	2,9284
6	957	2,9809
7	892	2,9504
8	913	2,9605
9	928	2,9675
10	591	2,7716

$$\overline{y} = 2,905044, \quad \overline{y}^2 = 8,70933,$$
  
 $s = \sqrt{8,70933 - 2,905044^2} = 0,0650,$   
 $\hat{u}_{\alpha} = 3,10,$   
 $\log \hat{g}_{\alpha} = 3,0120 + 3,10 \cdot 0,0650 = 3,2135,$   
 $\hat{g}_{\alpha} = 1635,$   
 $x_{80}^{max} < 1635 \text{ kG cm}^{-2}.$ 

Decyzję o dalszym postępowaniu technicznym uzależniamy od porównania  $g_{\alpha}$  z naprężeniem dopuszczalnym w danych warunkach.

#### Literatura cytowana w tekście

- 1. Z. ŁAPIŃSKI, Pomiary i obliczenie naprężeń od drgań w lopatkach lotniczych turbin spalinowych, Technika Lotnicza 1-2 i 3-4 (1961).
- 2. W. OKTABA, Elementy statystyki matematycznej i metodyka doświadczalnictwa, Warszawa 1966.
- 3. A. H. BOWKER, G. J. LIEBERMAN, Engineering Statistics, Englewood Cliffs, N. Y. 1960.

## Резюме

## ОЦЕНКА МАКСИМАЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ЛОПАТОЧНОМ ВЕНЦЕ

Распределение случайной величины X является логарифмически нормальным с неизвестными параметрами. Из совокупности с таким распределением производится простая выборка с объемом N, а из нее, в свою очередь, простая выборка с объемом n. Обозначим:

 $Y_i = \log_c X_i$   $(i = 1, 2, ..., N; c > 0); <math>Y_N^{\max} = \log_c X_N^{\max}; Y_n^{\max} = \log_c X_n^{\max},$ где  $X_N^{\max}$  и  $X_n^{\max}$  соответсвенно обозначают произвольнные вариации, предполагающие значения выборки N н n.

Пуст

$$S_n = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{1}^{n} Y_i^2 - \left(\frac{1}{n} \sum_{1}^{n} Y_i\right)^2}; \quad U = \frac{Y_N^{\max} - Y_n^{\max}}{S_n}.$$

Случайная величина U не зависит от параметров распределения случайной величины X. При помощи моделирования на ЭЦВМ вычислено распределение U для N = 80, n = 5, 10, 15, 20.

Предлагаемая работа является ответом на следующий, практически важный, вопрос: из числа *N* лопаток венца турбины испытанию на максимальное напряжение можно подвергнуть лишь *n* лопаток; что можно сказать о наибольшем максимальном напряжении в неиспытанных лопатках.

#### Summary

# ESTIMATION OF MAXIMUM STRESSES IN TURBINE BLADES

The random variable X has a logarithmic normal distribution with unknown parameters. From this population a simple sample of the size N has been taken, and from it—a simple sample of size n. Let

 $Y_i = \log_c X_i \ (i = 1, 2, ..., N; \ c > 0); \quad Y_N^{\max} = \log_c X_N^{\max}; \quad Y_n^{\max} = \log_c X_n^{\max};$ 

where  $X_N^{\max}$  and  $X_n^{\max}$  denote the random variable assuming the largest value in the samples of the N and n, respectively.

Let

$$S_n = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} Y_i^2 - \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} Y_i\right)^2}; \quad U = \frac{Y_N^{\max} - Y_n^{\max}}{S_n}.$$

The random variable U is independent of parameters in the distribution of the variable X. Using a computer, the distributions of U for N = 80, n = 5, 10, 15, 20 have been determined.

The paper presents a solution of the following technological problem: out of N blades of a turbine disc only n blades can be tested for maximum stress. The question arises what can be said about maximum stress in the blades not subjected to experimental investigation.

#### INSTYTUT MATEMATYCZNY PAN

Praca została złożona w Redakcji dnia 23 listopada 1967 r.

## LABORATORYJNE METODY POMIARU POCHODNYCH AERODYNAMICZNYCH

WIESŁAW W. ŁUCJANEK (WARSZAWA)

#### 1. Wstęp

Ustawiczny postęp w technice lotów, zarówno konwencjonalnych jak i w przestrzeń kosmiczną, stwarza pilną potrzebę znajomości współczynników aerodynamicznych, określonych z dużą dokładnością i odnoszących się do rozmaitych, coraz to bardziej różnorodnych (ze względu na zakresy prędkości, stopień rozrzedzenia powietrza itd.) warunków lotu. Istniejące na ten temat dane teoretyczne mają często jedynie przybliżony charakter (np. w przydźwiękowym zakresie prędkości lub gdy w grę wchodzą znaczne wartości średnich kątów natarcia, czy dużych amplitud), toteż w wielu przypadkach niezbędne jest korzystanie ze współczynników aerodynamicznych wyznaczonych doświadczalnie.

Pomiary współczynników aerodynamicznych wykonywane są nie tylko w celu dostarczenia danych do praktycznych obliczeń, ale także, aby sprawdzić dokładność i określić zakres stosowalności rozmaitych teorii. Z obu tych względów, a także dzięki szybkiemu rozwojowi elektroniki, ostatnio daje się zauważyć wyraźny postęp w dziedzinie metod doświadczalnych umożliwiających wyznaczanie współczynników aerodynamicznych w skali laboratoryjnej.

Celem tej pracy jest dokonanie przeglądu stosowanych obecnie metod pomiaru współczynników aerodynamicznych, a zwłaszcza pochodnych aerodynamicznych<sup>(1)</sup> związanych z ruchami oscylacyjnymi. Pomiary tego typu w porównaniu z badaniami statycznymi wymagają zwykle zmiany dwóch dodatkowych parametrów: amplitudy drgań i parametru częstości. Poza opisem zasady każdej metody, podane są również schematy rozwiązań konstrukcyjnych niektórych stosowanych urządzeń, uwagi dotyczące niezbędnego oprzyrządowania do pomiaru i rejestracji danych, procedur obliczeniowych, spodziewanej dokładności itd. Zamieszczone są także wyniki pomiarów typowych dla poszczególnych metod oraz zasygnalizowane niektóre poprawki korekcyjne wynikające z odmiennych warunków pomiarów laboratoryjnych i wykonywanych podczas rzeczywistego lotu.

Różni autorzy [4, 25, 31] rozmaicie klasyfikują metody pomiarów pochodnych aerodynamicznych. W niniejszej pracy zostało przyjęte uszeregowanie wg [25] z dołączeniem oddzielnej grupy bardzo ostatnio rozwijanych metod bezdotykowych.

<sup>(&</sup>lt;sup>1</sup>) To znaczy pochodnych współczynników aerodynamicznych względem wielkości geometrycznych lub fizycznych, np.  $\partial C_x/\partial \alpha$  oznacza pochodną aerodynamiczną współczynnika oporu względem kąta natarcia,  $\partial C_m/\partial Ma$  pochodną aerodynamiczną współczynnika momentu pochylającego względem liczby Macha itd.

<sup>4</sup> Mechanika teoretyczna

Zasady opisywanych metod zostaną omówione na przykładach pomiarów pochodnych aerodynamicznych w przypadku dwuwymiarowego opływu sztywnego płata wykonującego ruch o jednym lub dwóch stopniach swobody (przesunięcie pionowe i obrót dokoła osi poprzecznej) lub w przypadku trójwymiarowego opływu stożka. Podane tu konfiguracje modeli są oczywiście jedynie przykładowe i pomiar innych jest za pomocą większości rozpatrywanych metod w pełni możliwy.

# 2. Wykaz symboli

$$C_{G} \text{ współczynnik ciężaru } G/q_{\infty}S,$$

$$C_{m} \text{ współczynnik momentu pochylającego } M/q_{\infty}Sd,$$

$$C_{mg} = \left[\frac{\partial C_{m}}{\partial \left(\frac{d}{V_{\infty}}\right)}\right]_{Q \to 0},$$

$$C_{mz} = \left[\frac{\partial C_{m}}{\partial \left(\frac{d}{V_{\infty}}\right)}\right]_{z \to 0},$$

$$C_{mz} = \left[\frac{\partial C_{m}}{\partial \left(\frac{d}{V_{\infty}}\right)}\right]_{z \to 0},$$

$$C_{m\alpha} = \left[\frac{\partial C_{m}}{\partial \alpha}\right]_{\alpha \to 0},$$

$$C_{m\alpha} = \left[\frac{\partial C_{m}}{\partial \left(\frac{d}{V_{\infty}}\right)}\right]_{\alpha \to 0},$$

$$C_{x} \text{ współczynnik oporu } X/q_{\infty}S,$$

$$C_{z} \text{ współczynnik siły nośnej } Z/q_{\infty}S,$$

$$C_{zz} = \left[\frac{\partial C_{z}}{\partial \left(\frac{d}{V_{\infty}}\right)}\right]_{z \to 0},$$

$$C_{zz} = \left[\frac{\partial C_{z}}{\partial \left(\frac{d}{V_{\infty}}\right)}\right]_{z \to 0},$$

$$C_{z\alpha} = \left[\frac{\partial C_{z}}{\partial \left(\frac{d}{V_{\infty}}\right)}\right]_{\alpha \to 0},$$

$$C_{z\alpha} = \left[\frac{\partial C_{z\alpha}}{\partial \left$$

- d liniowy wymiar odniesienia (np. cięciwa płata lub średnica podstawy w przypadku modelu o kształcie stożka),
- f częstość drgań,

 $F, F_i (i = 1, 2...)$  sila,

 $F_0, F_{l_0}$  amplituda F lub  $F_{l_0}$ 

G ciężar,

- 1 moment bezwładności modelu względem osi obrotu,
- Io moment bezwładności modelu względem osi przechodzącej przez środek ciężkości modelu,

 $i = \sqrt{-1},$ 

- Kz sztywność strukturalna modelu przy ruchu w kierunku osi z,
- $K_{\alpha}$  sztywność strukturalna modelu przy ruchu obrotowym,
- k przełożenie mechaniczne,
- L moment przechylający (dokoła osi x),
- m masa modelu,
- M moment pochylający (dokoła osi y),
- Ma liczba Macha,
- N moment odchylający (dokoła osi z),
- P prędkość kątowa przechylania (dokoła osi x),
- Q prędkość kątowa pochylania (dokoła osi y),
- $q_{\infty}$  ciśnienie dynamiczne strumienia =  $1/2\varrho_{\infty}V_{\infty}^2$ ,
  - R prędkość kątowa odchylania (dokoła osi z),
  - S powierzchnia odniesienia modelu,
  - s amplituda sygnału z czujnika,
  - t czas,
  - U składowa prędkości wzdłuż osi x,
  - v napięcie elektryczne,
  - V składowa prędkości wzdłuż osi y,
- $V_{\infty}$  prędkość niezaburzonego strumienia,
- W składowa prędkości wzdłuż osi z,
- x, y, z prostokątny układ współrzędnych (rys. 1),
  - xc współrzędna środka ciężkości modelu wzdłuż osi x,
  - x<sub>1</sub> współrzędna osi obrotu modelu wzdłuż osi x,
  - x<sub>0</sub> odległość między osią obrotu i środkiem ciężkości modelu,
  - $x_p$  współrzędna środka parcia modelu wzdłuż osi x,
  - $z_0$  amplituda ruchu w kierunku osi z,
  - « kąt natarcia lub obrotu,
  - $\alpha_0$  amplituda  $\alpha$ ,
  - $\beta$  kąt ślizgu,

4\*

- $\lambda$  współczynnik tłumienia,
- $\varrho_{\infty}$  gęstość niezaburzonego strumienia,



Rys. 1. Układ osi (x, y, z), sił (X, Y, Z), momentów (L, M, N) oraz prędkości liniowych (U, V, W) i kątowych (P, Q, R)

σ promień bezwładności modelu względem osi przechodzącej przez środek ciężkości modelu,

 $\psi, \psi_i \ (i = 1, 2...)$  kąty przesunięcia fazowego,

- $\omega$  częstość kołowa drgań modelu =  $2\pi f$ ,
- ω<sub>n</sub> częstość kolowa drgań własnych modelu przy nie pracującym tunelu,
- $\Delta \omega = \omega \omega_n,$
- (') pierwsza pochodna względem czasu,
- (") druga pochodna względem czasu.

## 3. Pomiary z modelem zamocowanym

Charakterystyczną cechą wszystkich metod, które zostaną opisane w tym rozdziale, jest fakt zamocowania modelu w tunelu aerodynamicznym. Zamocowanie modelu w sposób «sztywny», a nawet w sposób umożliwiający ruch o jednym lub kilku stopniach swobody ma tę istotną zaletę, że model może być bogato oprzyrządowany, przy czym niezbędne do wykonania pomiarów urządzenia pomocnicze są na ogół stosunkowo proste, a w każdym razie typowe. Główną wadą tego typu metod pomiarowych jest obarczanie wyników pomiarów błędami wynikającymi z mechanicznego i aerodynamicznego oddziaływania urządzeń podtrzymujących model oraz ograniczenie możliwości pomiarowych w zasadzie do pochodnych statycznych i niektórych tylko pochodnych dynamicznych.

3.1. Metoda ważenia. W swej typowej postaci metoda ta bywa stosowana przeważnie do wyznaczania współczynników aerodynamicznych sił i momentów oraz do określania



Rys. 2. Model do wyznaczania współczynników aerodynamicznych sił i momentów metodami: ważenia i drgań swobodnych [30]

położenia środka parcia. Wyznaczając te współczynniki dla różnych wartości kątów natarcia, liczb Macha itp. można określić odpowiednie pochodne aerodynamiczne. Po pewnych modyfikacjach (patrz p. 3.2) za pomocą tej metody można również wyznaczyć niektóre pochodne dynamiczne, np.  $(C_{ma}+C_{mk})$ . W metodzie tej model jest zwykle zamocowany na stałe na wysięgniku (rys. 2 bez urządzenia inicjującego drgania) lub z boku (gdy model ma kształt płata) w ten sposób, że między modelem i sztywnym elementem, do którego jest zamocowany, znajduje się waga, umożliwiająca bezpośrednie wyznaczenie wielkości reakcji modelu. Na rys. 2 rolę takiej wagi spełnia sprężyna krzyżowa z naklejonymi na jej piórach tensometrami oporowymi.

Obecnie znajdują się w powszechnym użyciu wagi tensometryczne 6-składowe umożliwiające jednoczesny pomiar sił X, Y i Z oraz momentów L, M i N (rys. 1), a więc, jeżeli znane jest ciśnienie dynamiczne strumienia w tunelu i geometria modelu — bezpośrednie wyznaczenie odpowiednich współczynników aerodynamicznych. W zależności od wielkości modelu i zakresu pomiarów wagi tego typu mogą mieć rozmaitą konstrukcję i gabaryty. Jedna z małych wag tensometrycznych 6-składowych zastosowana do pomiaru sił aerodynamicznych na modelu w kształcie stożka ma kształt walca o średnicy podstawy rzędu 1 cm i wysokości kilku cm. Współcześnie osiągana czułość wag tensometrycznych przy pomiarach w zakresie małych kątów natarcia jest rzędu  $\pm 0,005$  w odniesieniu do pomiaru współczynnika  $C_x$ ,  $\pm 0,002$  w odniesieniu do współczynnika  $C_z$ i  $\pm 0,0005$  przy pomiarze współczynnika momentu  $C_m$ .



Rys. 3. Model do wyznaczania pochodnych aerodynamicznych względem prędkości kątowej obrotu dokoła osi podłużnej [31]

Pomiar sił aerodynamicznych za pomocą wagi tensometrycznej polega na wyznaczeniu odkształceń odpowiednich elementów wagi. Odkształcenia te, a więc i wielkości mierzonych sił zależą od położenia wagi względem modelu, czyli od położenia osi wzdłuż lub dokoła której następuje ruch modelu.

Znając np. współczynniki aerodynamiczne  $C_z$ ,  $C_G$  i  $C_m$  oraz położenie osi obrotu modelu  $x_l$  i położenie środka ciężkości modelu  $x_c$ , można określić położenie środka parcia  $x_p$ , np. stosując następujące, słuszne w zakresie małych kątów natarcia modelu, równanie:

(3.1.1) 
$$C_{z}(x_{l}-x_{p})-C_{G}(x_{c}-x_{l})+C_{m}d=0.$$

Jeżeli zamocowanie modelu umożliwia jego swobodny obrót dokoła którejś osi, np. podłużnej, wówczas możliwe jest wyznaczenie także pochodnych względem prędkości kątowej wokół tej osi, np. wynikających z efektu Magnusa. W tym przypadku model zostaje wprawiony w szybki ruch obrotowy (rzędu 50 000 obrotów na minutę) za pomocą silnika elektrycznego lub turbiny pneumatycznej (rys. 3), po czym, jak poprzednio, za pomocą wagi zostają zmierzone odpowiednie siły i momenty, a następnie obliczone pochodne aerodynamiczne.

Przykładowe wyniki pomiarów wykonanych metodą ważenia podane są na rys. 4.



Rys. 4. Wpływ ablacji na charakterystyki aerodynamiczne kuliście zatępionego modelu stożkowego o kącie wierzchołkowym 20° przy liczbie Macha 14 [19]

3.2. Metoda drgań swobodnych. Jest to chyba najstarsza metoda stosowana do określania pochodnych dynamicznych, takich jak:  $C_{zz}$ ,  $C_{zz}$ ,  $C_{mz}$ ,  $C_{mz}$ , itp. Jej zasada zostanie opisana na przykładzie pomiarów wykonywanych na modelu płata, schematycznie przedstawionym na rys. 5. Model porusza się w ten sposób, że przesunięciu pionowemu osi odniesienia A o wielkość z towarzyszy obrót dokoła tej osi o kąt  $\alpha$  [25].

Płat jest zamocowany w tunelu za pośrednictwem pręta lub układu prętów AB, przy czym w łożysku B znajduje się element umożliwiający pomiar siły F działającej w kierunku pionowym. Ruchowi płata w tym kierunku towarzyszy napinanie sprężyny  $K_z$ , a ruchowi obrotowemu wokół osi A — sprężyny  $K_{\alpha}$ . Przy tego typu zamocowaniu istnieje następujący związek między przesunięciem pionowym i obrotem płata.

$$(3.2.1) \qquad \qquad \alpha = \frac{k}{d}z.$$

Wychylony z położenia równowagi płat wykonuje «giętno-skrętny» ruch drgający. Pomiar polega na zarejestrowaniu w funkcji czasu wielkości amplitudy i częstości drgań oraz wielkości siły *F*. Siła F, określona z warunku równowagi sił w kierunku pionowym ma wartość

$$(3.2.2a) F = m\left(1+x_0\frac{k}{d}\right)\ddot{z} + [D_z+\varrho_{\infty}V_{\infty}S(C_{z\dot{z}}+kC_{z\dot{a}})]\dot{z} + \left[K_z+\varrho_{\infty}V_{\infty}^2\frac{S}{d}(C_{zz}+kC_{za})\right]z,$$

a siła określona z warunku równowagi momentów dokoła punktu A (pomijając moment od sił oporu, jako mały przy małych przesunięciach z) ma wartość

(3.2.2b) 
$$F = \frac{k}{d} \left\{ -\left(I\frac{k}{d} + mx_0\right)\ddot{z} + \left[-D_{\alpha}\frac{k}{d} + \varrho_{\infty}V_{\infty}Sd(C_{mz} + kC_{m\alpha})\right]\dot{z} + \left[-K_{\alpha}\frac{k}{d} + \varrho_{\infty}V_{\infty}^2S(C_{mz} + kC_{m\alpha})\right]z \right\}.$$



Rys. 5. Schemat urządzenia do pomiaru pochodnych aerodynamicznych metodą drgań swobodnych [25]

Gdy plat wykonuje tłumione drgania okresowe, przesunięcie z i siła F mają postać

(3.2.3) 
$$z = z_0 e^{-\lambda t} \sin \omega t,$$
$$F = F_0 e^{-\lambda t} \sin (\omega t + \psi).$$

Znając masę i moment bezwładności płata względem osi obrotu oraz wielkości tłumień i sztywności strukturalnych, z zapisu przesunięcia z i siły F w funkcji czasu można określić<sup>(2)</sup> szukane wielkości  $z_0$ ,  $F_0$ ,  $\lambda$ ,  $\omega$  i  $\psi$ .

Ze względu na dokładność pomiaru sił aerodynamicznych, udział członów strukturalnych w wielkości siły F powinien być zredukowany do minimum. Wymaganie to pociąga za sobą szereg problemów konstrukcyjnych, np. konieczność stosowania łożysk o możliwie małych oporach ruchu, jak łożyska sprężynowe lub gazowe. Poza tym należy wyważyć płat statycznie dokoła osi obrotu A oraz tak dobrać sztywność sprężyn  $K_z$  i  $K_\alpha$ , aby przy niepracującym tunelu częstość drgań własnych płata w kierunku pionowym i drgań skrętnych dokoła osi obrotu były po rozprzężeniu obu ruchów takie same, czyli

(3.2.4) 
$$mx = 0,$$
$$K_z - m\omega_n^2 = 0,$$
$$K_a - I\omega_n^2 = 0.$$

<sup>(2)</sup> Opis niektórych typów oprzyrządowania służącego do wyznaczania tych wielkości jest zamieszczony w rozdz. 7.

Oznaczając różnicę między częstotliwością drgań płata przy pracującym i niepracującym tunelu przez  $\Delta \omega$ , otrzymamy

$$(3.2.5) \qquad \qquad \Delta \omega = \omega - \omega_n,$$

a wstawiając równania (3.2.3–3.2.5) do układu (3.2.2) i przyrównując oddzielnie czynniki przy sin $\omega t$  i cos $\omega t$ , otrzymamy następujące związki:

(3.2.6a) 
$$F_0 \cos \psi = \left\{ (\lambda^2 - 2\omega_n \Delta \omega - \Delta \omega^2) m - \lambda [D_z + \varrho_\infty V_\infty S(C_{z\dot{z}} + kC_{z\dot{z}})] + \varrho_\infty V_\infty^2 \frac{S}{d} (C_{zz} + kC_{z\alpha}) \right\} z_0,$$

$$(3.2.6b) F_0 \sin \psi = \omega \left\{ -2\lambda m + \left[ D_z + \varrho_\infty V_\infty S(C_{zz} + kC_{zz}) \right] \right\} z_0,$$

$$(3.2.6c) F_0 \cos \psi = \frac{k}{d} \left\{ -(\lambda^2 - 2\omega_n \Delta \omega - \Delta \omega^2) I \frac{k}{d} - \lambda \left[ -D_\alpha \frac{k}{d} + \varrho_\infty V_\infty S d (C_{mt} + kC_{mk}) \right] + \varrho_\infty V_\infty^2 S (C_{mt} + kC_{ma}) \right\} z_0,$$

$$(3.2.6d) F_0 \sin \psi = \omega \frac{k}{d} \left\{ 2\lambda I \frac{k}{d} + \left[ -D_\alpha \frac{k}{d} + \varrho_\infty V_\infty S d (C_{mt} + kC_{mk}) \right] \right\} z_0.$$

Z układu równań (3.2.6) można otrzymać szukane wartości pochodnych aerodynamicznych w postaci par  $(C_{zz}+kC_{z\alpha})$ ,  $(C_{zz}+kC_{z\alpha})$ ,  $(C_{mz}+kC_{m\alpha})$  i  $(C_{mz}+kC_{m\alpha})$ . Aby otrzymać wartości poszczególnych pochodnych, należy wykonać pomiary przynajmniej dwukrotnie, przy różnych wartościach przełożenia mechanicznego k między wielkością pionowego przesunięcia płata i jego obrotu dokoła osi A. Najwygodniej jest tak dobrać przełożenia, aby w jednym przypadku dominowały drgania giętne, a w drugim skrętne lub aby przełożenia różniły się znakiem. W tym ostatnim przypadku należy się liczyć z możliwością wystąpienia rozbieżności skrętnej płata, która może ograniczyć wielkość maksymalnej prędkości strumienia w tunelu. Możliwe jest takie zaprojektowanie urządzenia, aby zmiana przełożenia k nie wpływała na wyważenie i częstość drgań modelu, określone równaniami (3.2.4).

Aczkolwiek podany tu sposób postępowania zmniejsza udział sił nieaerodynamicznych w wielkości siły F, wszystkie siły strukturalne powinny być wyznaczone bardzo dokładnie. Szczególnej uwagi wymaga pomiar różnicy częstości  $\Delta \omega$ , która jest zwykle tak mała, że obie częstości:  $\omega$  i  $\omega_n$  muszą być określone z błędem nie większym niż 0,01%.

Opisana tu technika pomiaru ma niewątpliwą zaletę, polegającą na braku urządzeń wzbudzających drgania oraz na stosunkowo prostym oprzyrządowaniu, gdyż rejestrowane muszą być jedynie dwie wielkości: przemieszczenie modelu wzdłuż osi pionowej i wielkość siły w jednym punkcie. Wadą tej metody jest stosunkowo złożona procedura obliczeniowa oraz ograniczona liczba cykli drgań możliwych do zaobserwowania podczas jednego pomiaru, a więc trudność dokładnego wyznaczenia częstości i tłumienia.

Z tych względów obecnie coraz częściej bywa stosowana odmiana metody drgań swobodnych, w której zarówno proces inicjowania drgań jak i rejestracji danych jest zautomatyzowany [29]. Schemat blokowy aparatury jest przedstawiony na rys. 6. Dzięki zastosowaniu sprzężenia zwrotnego częstość drgań układu jest zawsze równa częstości własne drgań tłumionych.

Po osiągnięciu przez model drgań o maksymalnej założonej amplitudzie proces wzbudzania drgań zostaje przerwany, natomiast w specjalnym mierniku tłumienia i częstości, opisanym w [28], rozpoczyna się analiza wykonywanych przez model drgań tłumionych, która trwa do czasu, aż amplituda drgań modelu osiągnie z góry założoną minimalną wartość. Wówczas analiza drgań zostaje przerwana, natomiast odbywa się proces dru-



Rys. 6. Blokowy schemat aparatury do automatycznego podtrzymywania swobodnych drgań modelu i rejestracji danych [28]

kowania wyników (częstości drgań i logarytmicznego dekrementu tłumienia), po czym miernik tłumienia i częstości zostaje przygotowany do następnego cyklu analizy. W tym samym czasie model jest wzbudzany, w wyniku czego amplituda jego drgań wzrasta i po osiągnięciu założonej maksymalnej wartości proces rozpoczyna się od nowa.

Cała procedura jest automatycznie wielokrotnie powtarzana, dzięki czemu dane końcowe mogą być obliczone jako średnie z kilku lub kilkunastu pomiarów, a więc możliwe jest wyeliminowanie przypadkowych błędów spowodowanych małymi fluktuacjami mechanicznych lub aerodynamicznych warunków pomiaru.

W charakterze czujnika przesunięć mogą być użyte np. tensometry w układzie opisanym w p. 3.1 i pokazanym na rys. 2.

Przykładowe wyniki pomiarów wykonanych metodą drgań swobodnych są przedstawione na rys. 7.

Pomimo zautomatyzowania, dzięki czemu proces otrzymania danych uległ istotnemu uproszczeniu, a liczba możliwych do obserwacji oscylacji modelu, a więc i dokładność pomiaru, wydatnie wzrosły, również i ta wersja metody drgań swobodnych nie jest wolna od poważnych ograniczeń. Jednym z nich jest trudność uwzględnienia wpływu wielkości amplitudy drgań modelu na wartość pochodnych aerodynamicznych. Poza tym, z uwagi na prawie niezmienną wartość częstości drgań modelu, otrzymanie wyników w szerokim zakresie parametru częstości możliwe jest tylko albo na drodze zmiany prędkości strumienia lub w wyniku zwykle pracochłonnej zmiany bezwładności i sztywności zawieszenia modelu. Pierwsza z tych dróg, aczkolwiek przeważnie prostsza, w wielu przypadkach nie może być zastosowana, gdyż wymagania dotyczące wielkości liczby Reynoldsa lub liczby Macha z góry określają prędkość strumienia.



Rys. 7. Wpływ liczby Macha na pochodną podłużnej stateczności dynamicznej modelu stożkowego o kącie wierzchołkowym 20°. Amplituda drgań 2°, środek ciężkości w 55% wysokości modelu od wierzchołka, liczba Reynoldsa odniesiona do średnicy podstawy 0,21×10<sup>6</sup> [35]

Przy pomiarach, którym towarzyszą bardzo duże amplitudy drgań modelu, osobnego znaczenia nabiera pomiar częstości i dekrementu tłumienia, gdyż w tych przypadkach na ogół nie jest możliwe ani użycie miernika tłumienia [28], ani też zastosowanie innych metod, które mogłyby być wykorzystane przy małych amplitudach drgań modelu. Nowe perspektywy w tym zakresie stwarza pomysł bezdotykowego pomiaru dekrementu tłumienia metodami podanymi w [32]. Istota pierwszej metody polega na zarejestrowaniu sumy dróg przebytych przez dowolny punkt drgającego modelu w czasie, gdy tłumione amplitudy tego punktu będą zawarte między dwiema z góry ustalonymi wartościami. W metodzie drugiej, zamiast sumy dróg rejestruje się łączny czas, w ciągu którego dowolny punkt drgającego modelu jest widoczny w oknie o znanej wysokości. Znając którąś z zarejestrowanych wielkości, można łatwo obliczyć logarytmiczny dekrement odpowiadający równoważnemu tłumieniu lepkiemu. Niezbędna do wykonania pomiarów aparatura jest stosunkowo prosta, gdyż zwykle wystarczy źródło światła, prosty układ optyczny, fotopowielacz i miernik impulsów lub zegar elektronowy. Obie metody mogą być stosowane zarówno do pomiaru dekrementu tłumienia drgań giętnych, jak i skrętnych. Spodziewany błąd pomiaru nie powinien przekroczyć 1%.

3.3. Metody drgań wymuszonych. Znane są dwie odmiany metody drgań wymuszonych: przy częstości rezonansowej układu i przy częstości zmiennej. Wspólną zaletą obu jest możliwość długotrwałego utrzymywania drgań o stałej amplitudzie, dzięki czemu można zmierzyć częstość drgań z większą niż poprzednio dokładnością oraz określić wpływ wielkości amplitudy drgań na pochodne aerodynamiczne. Przypadek rezonansu. Zasada metody zostanie opisana na przykładzie wymuszonych drgań płata [25] zamocowanego w tunelu w sposób pokazany schematycznie na rys. 8. Pomiar polega na określeniu amplitudy siły wzbudzającej  $F_2$ , amplitudy siły  $F_1$  działającej w łożysku *B* i kątów ich przesunięć fazowych względem przemieszczenia z układu.



Rys. 8. Schemat urządzenia do pomiaru pochodnych aerodynamicznych metodą drgań wymuszonych w przypadku rezonansu [25]

Równania ruchu mają postać analogiczną do równań (3.2.2)

(3.3.1a) 
$$F_{1}+F_{2} = m\left(1+x_{6}\frac{k}{d}\right)\ddot{z}+\left[D_{\alpha}+\varrho_{\infty}V_{\infty}S(C_{zz}+kC_{z\dot{\alpha}})\right]\dot{z}+ \left[K_{z}+\varrho_{\infty}V_{\infty}^{2}\frac{S}{d}(C_{zz}+kC_{z\alpha})\right]z,$$
  
(3.3.1b) 
$$F_{1} = \frac{k}{d}\left\{-\left(I\frac{k}{d}+mx_{0}\right)\ddot{z}+\left[-D_{\alpha}\frac{k}{d}+\varrho_{\infty}V_{\infty}Sd(C_{mz}+kC_{m\alpha})\right]z\right\} + \left[-K_{\alpha}\frac{k}{d}+\varrho_{\infty}V_{\infty}^{2}S(C_{mz}+kC_{m\alpha})\right]z\right\}$$

przy czym

(3.3.2)  
$$z = z_0 \sin \omega t,$$
$$F_1 = F_{10} \sin (\omega t + \psi_1),$$
$$F_2 = F_{20} \sin (\omega t + \psi_2).$$

Aby zmniejszyć udział członów strukturalnych w wyrażeniach na  $F_1$  i  $F_2$ , stosuje się tę samą procedurę jak w p. 3.2, w wyniku czego spełnione są następujące równości:

(3.3.3) 
$$K_z - m\omega_n^2 = 0, \quad mx = 0, \\ K_\alpha - I\omega_n^2 = 0, \quad \Delta \omega = \omega - \omega_n.$$

Wstawiając związki (3.3.2) i (3.3.3) do układu równań (3.3.1) i przyrównując współczynniki przy  $\sin \omega t$  i  $\cos \omega t$ , otrzymujemy:

(3.3.4a) 
$$F_{10}\cos\psi_1 + F_{20}\cos\psi_2 = \left[-m\Delta\omega(2\omega_n + \Delta\omega) + \varrho_\infty V_\infty^2 \frac{S}{d}(C_{zz} + kC_{zz})\right] z_0,$$

W. W. ŁUCJANEK

(3.3.4b) 
$$F_{10}\sin\psi_1 + F_{20}\sin\psi_2 = \omega [D_z + \varrho_\infty V_\infty S(C_{z\dot{z}} + kC_{z\dot{a}})] z_0,$$

(3.3.4c) 
$$F_{10}\cos\psi_1 = \frac{k}{d} \left[ I \frac{k}{d} \Delta \omega (2\omega_n + \Delta \omega) + \varrho_\infty V_\infty^2 S(C_{mz} + kC_{m\alpha}) \right] z_0,$$

(3.3.4d) 
$$F_{10}\sin\psi_1 = \omega \frac{k}{d} \left[ -D_{\alpha} \frac{k}{d} + \varrho_{\infty} V_{\infty} Sd(C_{m\dot{z}} + kC_{m\dot{\alpha}}) \right] z_0.$$

Jeżeli wzbudzanie odbywa się dokładnie przy częstości rezonansowej układu, kąt przesunięcia fazowego  $\psi_2 = 270^\circ$  i wówczas  $F_{20} \cos \psi_2 = 0$ , a  $F_{20} \sin \psi_2 = -F_{20}$ .

Podobnie, jak w przypadku drgań swobodnych (równania 3.2.6), tu również w równaniach (3.3.4) występuje wielkość  $\Delta \omega$ , a więc bardzo istotną rolę odgrywa dokładność pomiaru częstości.

Jeżeli pomiary są przeprowadżane przy stałej częstości  $\omega_n$ , także częstości drgań własnych układu przy niepracującym tunelu, wówczas  $\omega = \omega_n$  i  $\Delta \omega = 0$ , co pociąga za sobą wyeliminowanie w równaniach (3.3.4) członów pochodzących od bezwładności modelu i sztywności strukturalnej. W tym przypadku układ jest mniej czuły na błędy pomiaru częstości, gdyż wtedy wpływają one jedynie na wielkość współczynników tłumienia strukturalnego i zwykle wystarczy pomiar częstości z dokładnością do 1%. Za to konieczne jest utrzymywanie stałej częstości wzbudzania drgań z błędem nie większym niż 0,01%, gdyż tylko przy ściśle określonej częstości drgań układu zrównoważone są siły bezwładności z siłami sztywności.

Otrzymane opisywaną metodą pochodne aerodynamiczne występują w postaci par typu ( $C_{zz}+kC_{za}$ ) itd. i aby określić wartość poszczególnych współczynników niezbędne jest powtórzenie pomiarów przy innym przełożeniu k, dobranym wg kryteriów omówionych w p. 3.2.

Wzbudzanie układu z częstotliwością rezonansową  $\omega$  stwarza możliwość samoczynnej regulacji częstości. Jedna z metod takiej regulacji jest opisana w [4]. W układzie drgającym znajduje się czujnik przemieszczeń, z którego sygnał, po odpowiednim przesunięciu fazy i wzmocnieniu, zasila elektrodynamiczny wzbudnik. Dobierając wielkość mocy doprowadzonej do wzbudnika tak, aby równoważyła straty na tłumienie aerodynamiczne i strukturalne, można otrzymać drgania układu o stałej amplitudzie i z częstością odpowiadającą w każdych warunkach częstości drgań własnych układu. Taki właśnie system wzbudzania drgań jest schematycznie przedstawiony na rys. 6.

W przypadku braku opisanego zestawu przyrządów elektronowych, o tym, że układ znajduje się w «rezonansie» można otrzymać informację na podstawie pomiaru maksymalnej wartości amplitudy drgań układu lub minimalnej wartości amplitudy siły wzbudzającej, jednak w tych przypadkach kąt  $\psi_2 \neq 270^\circ$  i do obliczeń musi być użyty układ równań (3.3.4) w ogólnej postaci.

Z uwagi na zwykle stosunkowo małą wielkość amplitudy siły wzbudzającej  $F_{20}$ , do jej pomiaru stosuje się odpowiednio delikatne czujniki, przeważnie tensometryczne, np. typu pokazanego na rys. 29a (rozdz. 7). Przykład rozwiązania konstrukcyjnego wzbudnika mechanicznego, umożliwiającego zarówno zmianę częstości jak i amplitudy drgań modelu jest pokazany schematycznie na rys. 9. Sprężyna C ma za zadanie zabezpieczanie czujnika tensometrycznego  $F_2$  przed zniszczeniem, gdy układ drga poza rezonansem oraz stanowi filtr dla harmonicznych częstości wzbudnika. Podobnie, jak w przypadku drgań swobodnych, tu również zmiana parametru częstości możliwa jest tylko poprzez zmianę prędkości strumienia w tunelu lub sztywności zawieszenia układu drgającego.



Rys. 9. Schemat wzbudnika mechanicznego umożliwiającego zmianę częstości i amplitudy drgań modelu [25]

Na marginesie opisu metody drgań wymuszonych przy częstości rezonansowej warto wspomnieć o ciekawym rozwiązaniu konstrukcyjnym hydraulicznego układu wzbudzającego drgania modelu [3]. Za pomocą aparatury tego typu można z dużą dokładnością określić pochodne stateczności dynamicznej w warunkach silnej turbulencji strumienia



Rys. 10. Przykładowe wyniki pomiarów pochodnych dynamicznych w przydźwiękowym zakresie prędkości [3]

w tunelu lub trzepotania (*buffeting*). Ma to szczególnie istotne znaczenie przy pomiarach w zakresie prędkości przydźwiękowych i naddźwiękowych.

Przykładowe wyniki tego typu pomiarów[3] są pokazane na rys. 10.

Przypadek zmiennej częstości. Poprzednio rozważone zostały metody, w których częstość drgań układu jest w zasadzie stała, co wiąże się z faktem, że siły bezwładności są równoważone przez siły sprężystości. Okoliczność ta ogranicza możliwość wykonania pomiarów w szerokim zakresie parametru częstości, dlatego też niekiedy stosuje się równoważenie sił bezwładności za pomocą innych sił masowych o przeciwnym znaku, dzięki czemu wzbudzanie drgań układu w szerokim zakresie częstości nie nastręcza większych trudności.

Znane są dwa warianty tej metody [25] w zależności od tego, czy wzbudzanie ma charakter «wewnętrzny», czy «zewnętrzny».



Rys. 11. Schemat urządzenia do pomiaru pochodnych aerodynamicznych metodą drgań wymuszonych w przypadku zmiennej częstości przy wzbudzaniu «wewnętrznym» [25]

W pierwszym wariancie model płata jest zamocowany w tunelu do łożyska C (rys. 11) i do okucia D, połączonego ze wzbudnikiem. Wzbudnik jest przytwierdzony do sztywnej ramy  $ABCC_1$  zamocowanej w punktach A i B, w których znajdują się czujniki sił  $F_1$  i  $F_2$ , działających w kierunkach wskazanych strzałkami. Wzbudnik napędza model oraz, w przeciwnej fazie, układ przeciwciężarów  $M_1$  i  $M_2$ , znajdujących się na zewnątrz tunelu i dobranych w taki sposób, aby były spełnione warunki wyważenia

(3.3.5) 
$$M_1+M_2=m, \quad M_2=\left(\frac{mx_0}{I}\right)^2, \quad l_3=\frac{I}{mx_0}.$$

Zakładając, że opory ruchu w łożyskach C i D są odpowiednio takie same jak w łożyskach  $C_1$  i  $D_1$ , ogólne równania ruchu układu mają postać

(3.3.6a) 
$$F_{1}+F_{2} = \left[m-M_{1}-M_{2}+\frac{k}{d}(mx_{0}-M_{2}l_{3})\right]\ddot{z} + \\ +\varrho_{\infty}V_{\infty}S(C_{z\dot{z}}+kC_{z\dot{a}})\dot{z}+\varrho_{\infty}V_{\infty}^{2}\frac{S}{d}(C_{zz}+kC_{za})z,$$
  
(3.3.6b) 
$$F_{1}l_{1}-F_{2}l_{2} = \left[\frac{k}{d}(M_{2}l_{3}^{2}-I)+(M_{2}l_{3}-mx_{0})\right]\ddot{z} + \\ +\varrho_{\infty}V_{\infty}Sd(C_{m\dot{z}}+kC_{m\dot{a}})+\varrho_{\infty}V_{\infty}^{2}S(C_{mz}+kC_{ma})z,$$

a po uwzględnieniu równań (3.3.2) i (3.3.5) i przyrównaniu czynników przy sin $\omega t$ i cos $\omega t$  przybierają postać

(3.3.7a) 
$$F_{10}\cos\psi_1 + F_{20}\cos\psi_2 = \varrho_{\infty} V_{\infty}^2 \frac{S}{d} (C_{zz} + kC_{z\alpha}) z_0,$$

(3.3.7b) 
$$F_{16}\sin\psi_1 + F_{20}\sin\psi_2 = \rho_{\infty}V_{\infty}S\omega(C_{zz} + kC_{z\dot{a}})z_{0z}$$

(3.3.7c) 
$$F_{10}l_1\cos\psi_1 - F_{20}l_2\cos\psi_2 = \varrho_{\infty}V_{\infty}^2S(C_{mz} + kC_{ma})z_0,$$

(3.3.7d) 
$$F_{10}l_1\sin\psi_1 - F_{20}l_2\sin\psi_2 = \varrho_{\infty}V_{\infty}Sd\omega(C_{mz} + kC_{mz})z_0.$$

W powyższym układzie równań nie występują człony pochodzące od sił strukturalnych, a więc reakcje podpór  $F_{10}$  i  $F_{20}$  zależą tylko od sił aerodynamicznych.

Wykonując pomiary przy dwóch różnych wartościach przełożeń k można określić wielkość poszczególnych pochodnych aerodynamicznych. Kryteria doboru przełożeń są tu takie same jak poprzednio — z tą jedynie różnicą, że w opisywanej metodzie można nie obawiać się wystąpienia rozbieżności drgań.



Fys. 12. Schemat urządzenia do pomiaru pochodnych aerodynamicznych metodą drgań wymuszonych w przypadku zmiennej częstości przy wzbudzaniu «zewnętrznym» [25]

W przypadku wzbudzania «zewnętrznego» płat jest częścią mechanizmu ABCDEFG, który może się swobodnie wahać dokoła okuć C i D, w których umieszczone są czujniki sił  $F_1$  i  $F_2$  (rys. 12). Układ jest pobudzany do drgań siłą F, przyłożoną w połowie długości pręta DEFG. Wielkości mas wyważających  $M_1$  i  $M_2$  oraz ich położenia są tak dobrane, aby spełnić warunki

(3.3.8a) 
$$M_1 = \frac{d}{k} l_1 l_2 \left( m x_0 + I \frac{k}{d} \right),$$

(3.3.8b) 
$$M_2 = \frac{l_5^2}{2l_3l_4} \left( m + mx_0 \frac{k}{d} + l_1 M_1 \frac{k}{d} \right).$$

Ogólne równania ruchu mają postać

(3.3.9a) 
$$F_{1} = \frac{k}{d} \left\{ \left( M_{1}l_{1}l_{2}\frac{k}{d} - mx_{0} - I\frac{k}{d} \right) \ddot{z} + \left[ -D_{\alpha}\frac{k}{d} + e_{0}V_{\infty}Sd(C_{mz} + kC_{m\alpha})\dot{z} + e_{0}V_{\infty}^{2}S(C_{mz} + kC_{m\alpha})z \right] \right\},$$
  
(3.3.9b) 
$$F_{1} - F_{2} = \left( m + mx_{0}\frac{k}{d} + l_{1}M_{1}\frac{k}{d} - \frac{2l_{3}l_{4}M_{2}}{l_{5}^{2}} \right) \ddot{z} + \left[ D_{z} + e_{0}V_{\infty}S(C_{z\dot{z}} + kC_{z\dot{\alpha}})\dot{z} + e_{0}V_{\infty}^{2}\frac{S}{d}(C_{zz} + kC_{z\alpha}) \right] z,$$

a po uwzględnieniu równań (3.3.2) i (3.3.8) i przyrównaniu czynników przy sin $\omega t$  i cos $\omega t$ , przybierają postać

(3.3.10a) 
$$F_1 \cos \psi_1 - F_2 \cos \psi_2 = \varrho_\infty V_\infty^2 \frac{S}{d} (C_{zz} + k C_{z\alpha}) z_0,$$

(3.3.10b) 
$$F_1 \sin \psi_1 - F_2 \sin \psi_2 = \omega [D_z + \varrho_\infty V_\infty S(C_{z\dot{z}} + kC_{z\dot{a}}) z_0],$$

(3.3.10c) 
$$F_1 \cos \psi_1 = \varrho_\infty VS \frac{k}{d} \left( C_{mz} + k C_{m\alpha} \right) z_0,$$

(3.3.10d) 
$$F_1 \sin \psi_1 = \omega \frac{k}{d} \left[ -D_{\alpha} \frac{k}{d} + \varrho_{\infty} V_{\infty}^2 Sd(C_{m\dot{z}} + kC_{m\dot{\alpha}}) z_0 \right].$$

Zauważmy, że w powyższych równaniach nie występują człony zależne od strukturalnej bezwładności układu. Aby otrzymać wartości poszczególnych pochodnych aerodynamicznych należy pomiary powtórzyć przy innym przełożeniu k. Tym razem jednak, jak wynika z równań (3.3.8), zostaną naruszone warunki wyważenia układu i dla każdej wartości przełożenia k należy na nowo dobierać wielkości i położenie mas  $M_1$  i  $M_2$ .

System wzbudzania «wewnętrznego» na pierwszy rzut oka może się wydawać idealny z punktu widzenia pomiaru pochodnych dynamicznych, gdyż niewątpliwą jego zaletą jest możliwość nieuwzględniania sił strukturalnych układu (bezwładności, tłumienia i sztywności) niezależnie od częstości drgań. Poza tym pochodne są mało «czułe» na błąd pomiaru częstości, który w tym przypadku nie musi być mniejszy niż 1%. Korzyści te są jednak okupione masywnością układu, w skład którego teraz wchodzi także wzbudnik. Układ musi być ponadto bardzo sztywny, aby jego częstości rezonansowe były kilkakrotnie wyższe niż częstość drgań płata. Wszystko to powoduje, że amplitudy mierzonych sił są duże, a więc czujniki sił muszą być odpowiednio sztywne, co z kolei powoduje spadek ich czułości i konieczność stosowania dodatkowych układów wzmacniających.

W systemie wzbudzania «zewnętrznego» nie jest możliwe wyeliminowanie członów pochodzących od tłumienia strukturalnego, a poza tym ze zmianą wielkości przełożenia mechanicznego wiąże się każdorazowo konieczność nowego wyważania układu. Urządzenie może być jednak lżejsze niż poprzednio, w związku z czym do pomiaru sił mogą być użyte mniej sztywne, a więc bardziej czułe, czujniki. Podobnie jak w przypadku wzbudzania «wewnętrznego», także i teraz układ jest wyważony niezależnie od częstości, która zresztą nie musi być określona lub utrzymywana z większą dokładnością niż 1%. Obecnie w użyciu są oba typy wzbudzeń; «wewnętrzny» raczej przy wyższych, a «zewnętrzny» — przy niższych prędkościach strumienia w tunelu.

3.4. Metoda drgań samowzbudnych. Zasada metody zostanie opisana w oparciu o układ pokazany na rys. 13, w którym płat ma możliwość wykonywania ruchu o dwóch stopniach swobody: przesunięcie pionowe z i obrót dokoła osi A o kąt  $\alpha$ .

Pomiar polega na wywołaniu na modelu ustalonego flatteru i pomiarze częstości drgań, stosunku amplitud ruchów odpowiadających obu stopniom swobody oraz kąta przesunięcia fazowego między ruchem pionowym i obrotowym.



Rys. 13. Schemat urządzenia do pomiaru pochodnych aerodynamicznych metodą drgań samowzbudnych [25]

Równania ruchu układu mają postać

(3.4.1a) 
$$m\ddot{z} + (D_z + \varrho_{\infty}V_{\infty}SC_{z\dot{z}})\dot{z} + \left(K_z + \varrho_{\infty}V_{\infty}^2\frac{S}{d}C_{zz}\right)z + mx_0\ddot{\alpha} + \varrho_{\infty}V_{\infty}SdC_{z\dot{\alpha}}\dot{\alpha} + \varrho_{\infty}V_{\infty}^2SC_{z\alpha}\alpha = 0,$$
  
(3.4.1b) 
$$mx_0\ddot{z} - \varrho_{\infty}V_{\infty}SdC_{m\dot{z}}\dot{z} - \varrho_{\infty}V_{\infty}^2SC_{mz}z + I\ddot{\alpha} +$$

$$+ (D_{\alpha} - \varrho_{\infty} V_{\infty} Sd^{2}C_{m\dot{\alpha}})\dot{\alpha} + (K_{\alpha} + \varrho_{\infty} V_{\infty}^{2} SdC_{m\alpha})\alpha = 0.$$

Wstawiając w ten układ równań wartości na z i  $\alpha$  odpowiadające warunkom ustalonego flatteru:

(3.4.2.) 
$$z = z_0 \sin \omega t,$$
$$\alpha = \alpha_0 \sin (\omega t + \psi)$$

oraz przyrównując do zera czynniki przy  $\sin \omega t$  i  $\cos \omega t$ , otrzymujemy

(3.4.3a) 
$$\left[-m\omega^2 + \left(K_z + \varrho_\infty V_\infty^2 \frac{S}{d} C_{zz}\right)\right] z_0 + (-mx_0\omega^2 \cos \psi - - \varrho_\infty V_\infty Sd\omega C_{zz} \sin \psi + \varrho_\infty V_\infty^2 SC_{z\alpha} \cos \psi) \alpha_0 = 0,$$

(3.4.3b) 
$$\omega(D_z + \varrho_{\infty} V_{\infty} SC_{zz}) z_0 + (-mx_0 \omega^2 \sin \psi + + \varrho_{\infty} V_{\infty} Sd\omega C_{zz} \cos \psi + \varrho_{\infty} V_{\infty}^2 SC_{zz} \sin \psi) \alpha_0 = 0,$$

(3.4.3c) 
$$(-mx_0\omega^2 - \varrho_{\infty}V_{\infty}^2SC_{mz})z_0 + [-I\omega^2\cos\psi + (-D_x - \varrho_{\infty}V_{\infty}Sd^2C_{mz})\omega\sin\psi + (K_x - \varrho_{\infty}V_{\infty}^2SdC_{mz})\cos\psi]\alpha_0 = 0,$$

(3.4.3d) 
$$-\varrho_{\infty}V_{\infty}SdC_{mz}\omega z_{0}+[-I\omega^{2}\sin\psi+(D_{\alpha}+$$
$$-\varrho_{\infty}V_{\infty}Sd^{2}C_{m\dot{\alpha}})\omega\cos\psi+(K_{\alpha}-\varrho_{\infty}V_{\infty}^{2}SdC_{m\alpha})\sin\psi]\alpha_{0}=0.$$

5 Mechanika teoretyczna

#### W. W. ŁUCJANEK

Pierwsze dwa równania w powyższym układzie zawierają cztery pochodne współczynnika siły nośnej, a pozostałe dwa — cztery pochodne współczynnika momentu pochylającego. Aby obliczyć wartości poszczególnych pochodnych, należy otrzymać drugi układ równań typu (3.4.3), odpowiadający pomiarowi przy zmienionych wartościach parametrów strukturalnych, np. innej sztywności  $K_z$ . Zmiana parametrów strukturalnych zwykle pociąga za sobą także zmianę warunków doświadczenia, np. parametru częstości, toteż może być wykonana tylko w tym przypadku, gdy wiadomo, że wpływ zmiany warunków pomiaru na wielkości mierzone jest mały.

Inną wadą tej metody jest trudność utrzymania przez dłuższy okres czasu ustalonego flatteru oraz kłopoty obliczeniowe, zwłaszcza jeżeli zmianie parametru strukturalnego nie będzie towarzyszyła odpowiednio duża zmiana współczynników nowego układu równań.

Zaletą opisywanej metody jest brak jakichkolwiek urządzeń wzbudzających drgania, toteż była ona stosowana przez Frazera i Duncana już w 1928 roku. Obecnie ma znaczenie raczej historyczne.

#### 4. Metody bezdotykowe

W dotychczas opisanych metodach pomiaru pochodnych aerodynamicznych model był w jakiś sposób zamocowany w tunelu. Obecność zamocowania może poważnie zmienić obraz opływu dokoła modelu i wprowadzić znaczne błędy w mierzonych wielkościach. Na przykład zostało wykazane [12], że w przypadku opływu stożka o kącie wierzchołkowym 15°, podpartego na wysięgniku o przekroju poprzecznym równym 4% pola podstawy stożka, ciśnienie denne za modelem przy liczbie Macha rzędu 10 jest o 50% większe niż w przypadku braku mechanicznego zawieszenia modelu.

Inną wadą obecności zawieszenia modelu, istotną zwłaszcza przy pomiarach, w których model porusza się, jest zmiana własności mechanicznych modelu, przez wprowadzenie dodatkowego tłumienia, sztywności i bezwładności oraz ograniczenie liczby stopni swobody ruchu modelu. W pracy [26] zostało wykazane, że wyniki otrzymane przy ruchu modelu o jednym stopniu swobody nie zawsze mogą być przeniesione na przypadek ruchu bardziej złożonego.

Z tych względów wyłoniła się potrzeba stworzenia takich warunków doświadczenia, aby model w czasie pomiaru nie stykał się z żadnym mechanicznym zamocowaniem. Obecnie znane są dwie metody tego typu: metoda zawieszenia magnetycznego oraz metoda lotu swobodnego.

Pierwsza z nich, aczkolwiek bardzo obiecująca, ciągle jeszcze znajduje się w stadium badań, toteż nie będzie tu opisana. Aktualny stan wiedzy na ten temat jest dobrze przedstawiony, np. w [6]. Metoda druga, w różnych odmianach, jest coraz szerzej stosowana w szeregu laboratoriów Stanów Zjednoczonych A.P. i Europy. Ze względu na stosunkowo skąpe dostępne w kraju piśmiennictwo na ten temat, zwłaszcza w odniesieniu do zakresu prędkości nad- i hiperdźwiękowych, metoda lotu swobodnego zostanie potraktowana szerzej niż pozostałe opisane tu techniki pomiarowe.

4.1. Metoda lotu swobodnego. Istota metody polega na zarejestrowaniu ruchu modelu znajdującego się w tunelu w locie swobodnym, to znaczy bez żadnego mechanicznego lub



Rys. 14. Przykład zdjęć filmowych ustalonego korkociągu modelu samolotu dwusilnikowego w tunelu aerodynamicznym

innego zawieszenia. Znając historię ruchu badanego ciała oraz równania ruchu, można określić szukane wielkości współczynników aerodynamicznych.

Metoda ta znana jest od dawna i w zakresie prędkości poddźwiękowych była z powodzeniem stosowana od lat. Pomiary dotyczyły zwykle modeli całych obiektów latających (np. szybowców lub samolotów). Przykładem pomiarów tego typu może być studium lotu ślizgowego szybowca. W tym przypadku model wykonany jest w ten sposób, że może być zdalnie sterowany (przewodowo lub drogą radiową) i po umieszczeniu go w tunelu pochylonym do poziomu i o odpowiednio dobranej prędkości strumienia, może przez dłuższy czas wykonywać lot ślizgowy praktycznie nie przesuwając się względem tunelu, co umożliwia wykonanie, np. zdjęć filmowych.



Rys. 15. Wnętrze balistycznego toru prób (U. S. Naval Ordinance Lab., White Oak, Md.)

W latach pięćdziesiątych w ówczesnej Katedrze Mechaniki Lotu Politechniki Warszawskiej(<sup>3</sup>) wykonywane były pomiary korkociągu modeli samolotów i szybowców metodą lotu swobodnego [41]. Model o sterach ustawionych, jak do korkociągu, był wprowadzany do przestrzeni pomiarowej tunelu pionowego o przepływie powietrza z dołu ku górze i o tak dobranej prędkości strumienia, że model wykonywał autorotację na stałej wysokości. Umożliwiało to wykonanie zdjęć filmowych korkociągu ustalonego, a po wychyleniu sterów, jak do wyjścia z korkociągu (proces był sterowany umieszczonym wewnątrz modelu urządzeniem zbliżonym w działaniu do samowyzwalacza fotograficznego), możliwe było także rejestrowanie przebiegu wyprowadzenia z korkociągu. Przykład zdjęć filmowych ustalonego korkociągu jest przedstawiony na rys. 14. Po odczytaniu filmu

<sup>(&</sup>lt;sup>3</sup>) Obecnie Katedra Mechaniki Wydziału Mechanicznego, Energetyki i Lotnictwa.

określane były kąty osi modelu z osiami związanymi z przepływem, prędkość kątowa autorotacji i inne wielkości niezbędne do określenia charakterystyk korkociągowych modelu.

Opisane tu przykłady zastosowania metody lotu swobodnego dotyczyły tylko pomiarów wykonanych przy małych prędkościach. Aczkolwiek zdawano sobie sprawę z niewątpliwych zalet tej techniki badawczej, przez długi okres czasu na przeszkodzie jej zastosowania do pomiarów przy większych prędkościach stał brak niezbędnego w tego typu



Rys. 16. Schemat przeciwprądowego urządzenia hiperprędkościowego [14]

badaniach oprzyrządowania. Dopiero szybki rozwój elektroniki i urządzeń aerodynamicznych, obserwowany w ostatnich kilkunastu latach, umożliwił zastosowanie metody lotu swobodnego w zakresie prędkości nad- i hiperdźwiękowych.

Przykładem zastosowania omawianej metody do badań w zakresie naddźwiękowym może być balistyczny tor prób przedstawiony na rys. 15. Jest to rura o widocznych na zdjęciu wymiarach poprzecznych i o długości rzędu kilkuset (np. 300) metrów. Na jednym jej końcu znajduje się wyrzutnik, zwykle działko, w którym badany model, sam lub w specjalnej obudowie, zostaje rozpędzony do odpowiedniej prędkości. Po opuszczeniu lufy i ewentualnym oddzieleniu się od obudowy, model dalej kontynuuje lot wewnątrz rury do momentu, aż na jej przeciwległym końcu zostanie zahamowany, np. uderzając w worki z piaskiem. Wzdłuż odcinka toru, na którym ruch modelu jest ustalony, rozmieszczonych jest 30–40 stacji pomiarowych. W każdej znajduje się układ dwóch kamer filmowych rejestrujących ruch modelu w płaszczyźnie pionowej i poziomej. Całe urządzenie jest hermetyczne, dzięki czemu możliwe jest przeprowadzanie pomiarów przy różnych ciśnieniach i różnych mieszaninach gazów wypełniających wnętrze toru prób.

Dalszym etapem na drodze powiększenia prędkości modelu względem opływającego go ośrodka jest tzw. przeciwprądowe urządzenie hiperprędkościowe będące połączeniem balistycznego toru prób z tunelem hiperdźwiękowym. Schemat urządzenia jest pokazany na rys. 16, a fragmentaryczny widok na rys. 17.

Podobnie jak poprzednio, model jest wystrzeliwany, jednakże nie w atmosferę gazu wypelniającego tor prób, lecz «pod prąd» w dyszę tunelu hiperdźwiękowego, w związku z czym możliwe jest uzyskanie prędkości względnych rzędu wielu km/s, a więc liczb



Rys. 17. Widok zewnętrzny przestrzeni pomiarowej przeciwprądowego urządzenia hiperprędkościowego przedstawionego schematycznie na rys. 16 [14]

Macha rzędu 30. System optyczny jest zwykle tak zaprojektowany, aby można było wykonywać zdjęcia metodą cienia (*shadowgraph*), a więc fotografować nie tylko sylwetkę modelu, ale także obraz przepływu wokół modelu (rys. 18). Nowe koncepcje w tego typu pomiarach, między innymi zastosowanie laserów, są opisane w [5] i [34].

Znając historię ruchu modelu, czyli położenie jego środka ciężkości oraz wielkość kąta natarcia  $\alpha$  i kąta ślizgu  $\beta$  w funkcji czasu, można określić współczynnik oporu  $C_x$ , pochodną stateczności statycznej  $C_{m\alpha}$  i stateczności dynamicznej  $C_{m\dot{\alpha}} + C_{mq}$  oraz położenie środka parcia  $x_p$  i pochodną siły nośnej  $C_{z\alpha}$ . Pomiary mogą być wykonane przy dowolnych wielkościach średniego kąta natarcia i amplitudy drgań, a więc możliwe jest także badanie efektów nieliniowych.
Współczynnik oporu modelu  $C_x$  może być określony w oparciu o przybliżone równanie ruchu modelu względem toru prób w kierunku poziomym

(4.1.1) 
$$C_x = \frac{m}{Sq_{\infty}} \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{1}{2} \frac{m}{Sq_{\infty}} \frac{d(V_0^2)}{dx},$$

gdzie  $V_0$  jest prędkością modelu względem toru prób mierzoną równolegle do osi podłużnej toru, a opóźnienie  $d^2x/dt^2 = 1/2 d(V_0^2)/dx$  jest wyznaczane numerycznie na podstawie znajomości czasu przelotu modelu przez poszczególne stacje pomiarowe.



Rys. 18. Zdjęcie wykonane metodą cienia (shadowgraph) w przeciwprądowym urządzeniu hiperprędkościowym przy liczbie Macha 9 [13]

W liniowym zakresie pomiarów pochodne stateczności są zwykle obliczane w oparciu o teorię NICOLAIDESA [27]. Na podstawie znajomości zmierzonych w poszczególnych stacjach przestrzeni pomiarowej wartości  $\alpha$  i  $\beta$ , stosując metodę poprawek różnicowych określa się wielkość współczynników tłumienia  $\lambda$  i częstości  $\omega$  oraz stałych  $K_1$ ,  $K_2$  i  $K_3$ w równaniu

(4.1.2) 
$$\beta + i\alpha = K_1 \exp(\lambda_1 - i\omega_1) x + K_2 \exp(\lambda_2 - i\omega_2) x + K_3 \exp(iPx),$$

gdzie x jest odległością przebytą przez model względem ziemi, liczoną np. od pierwszej stacji pomiarowej. Typowy ruch modelu w płaszczyźnie  $\alpha\beta$  jest przedstawiony na rys. 19, na którym kółkami oznaczone są punkty otrzymane doświadczalnie, a linią ciągłą funkcja dobrana według równania (4.1.2).

Pochodna stateczności statycznej  $C_{m\alpha}$  jest określana z równania

$$(4.1.3) C_{m\alpha} = -\frac{2\omega_1 \omega_2 I_0}{q_\infty S d},$$

a pochodna stateczności dynamicznej  $C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}$  z zależności

(4.1.4) 
$$\lambda_1 + \lambda_2 = \frac{\varrho_{\infty}S}{2m} \left[ C_x - C_{z\alpha} + (C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}) \left( \frac{d}{\sigma} \right)^2 \right].$$

Występującą w ostatnim wyrażeniu pochodną  $C_{z\alpha}$  można wyznaczyć z równania

$$(4.1.5) C_{m\alpha} = C_{z\alpha} \frac{x_c - x_p}{d},$$

o ile znane są dwie wartości  $C_{m\alpha}$  odpowiadające dwóm różnym położeniom środka ciężkości  $x_c$  modelu. Wyznaczając  $C_{z\alpha}$  z równania (4.1.5) dla dwóch  $x_c$  można też określić położenie środka parcia  $x_p$  modelu.



Rys. 19. Typowy ruch modelu znajdującego się w locie swobodnym w przeciwprądowym urządzeniu hiperprędkościowym, przedstawiony w plaszczyźnie  $\alpha\beta$  [14]



Rys. 20. Wpływ liczby Macha i rodzaju użytego gazu na współczynnik oporu modelu pokazanego na rys. 18, znajdującego się w locie swobodnym w przeciwprądowym urządzeniu hiperprędkościowym [13]

Typowe wyniki pomiarów otrzymanych metodą lotu swobodnego, odnoszących się do modelu statku kosmicznego z programu lotów na Wenus (rys. 18) są przedstawione na rys. 20-22. Bliższe dane dotyczące opisywanej techniki badań oraz oprzyrządowania można znaleźć np. w [13] i [14] oraz w cytowanym tam piśmiennictwie.

Zarówno balistyczne tory prób, jak i przeciwprądowe urządzenia hiperprędkościowe są bardzo kosztowne, toteż tylko specjalistyczne ośrodki naukowe w bogatych krajach mogą sobie na nie pozwolić. Niżej zostanie opisana metoda lotu swobodnego w wersji przystosowanej do pomiarów w typowych tunelach hiperdźwiękowych, w jakie wyposażonych jest wiele laboratoriów aerodynamicznych. W tym przypadku niezbędne oprzyrządowanie dodatkowe składa się z urządzeń do wprowadzania modelu do przestrzeni



Rys. 21. Wpływ liczby Macha i rodzaju użytego gazu na pochodną stateczności statycznej  $C_{m\alpha}$  modelu pokazanego na rys. 18, znajdującego się w locie swobodnym w przeciwprądowym urządzeniu hiperprędkościowym [13]



Rys. 22. Wpływ liczby Macha i rodzaju użytego gazu na pochodną stateczności dynamicznej ( $C_{mq}+C_{m\dot{\alpha}}$ ) modelu pokazanego na rys. 18, znajdującego się w locie swobodnym w przeciwprądowym urządzeniu hiperprędkościowym [13]

pomiarowej tunelu oraz z układu optycznego i kamery filmowej do rejestracji ruchu modelu. W tunelach, w których jest możliwe wykonywanie pomiarów na modelach na tyle dużych, że wewnątrz nich zmieści się czujnik do pomiaru ciśnienia lub temperatury i telemetryczny nadajnik do przekazywania danych<sup>(4)</sup>, pożądanym wyposażeniem dodatkowym byłoby urządzenie odbiorcze, ewentualnie z układem do automatycznego przetwarzania danych.

<sup>(\*)</sup> Współczesne kompletne urządzenia tego typu wykonane w kształcie walca mają średnicę podstawy i wysokość poniżej 20 mm.

W zasadzie zostanie opisana metoda pomiaru współczynnika oporu  $C_x$  oraz pochodnych stateczności  $C_{m\alpha}$  i  $(C_{mq}+C_{m\dot{\alpha}})$ , z powodzeniem zastosowana w hiperdźwiękowym tunelu helowym [33] o poziomo usytuowanych wymiennych dyszach na liczby Macha 7, 9 i 17 i o użytecznej średnicy strumienia rzędu 7,5 cm [23]. Zostaną jednak zasygnalizowane także niektóre inne warianty, wynikające z odmiennego programu prób lub odmiennej konstrukcji tunelu.

Zasada metody jest pokazana schematycznie na rys. 23. Po uruchomieniu tunelu, model jest wprowadzany do przestrzeni pomiarowej za pomocą wyrzutnika, który rozpędza model do odpowiedniej prędkości, zwykle od kilku do kilkunastu m/s. Prędkość



Rys. 23. Schematyczne przedstawienie ogólnej zasady metody lotu swobodnego zastosowanej w tunelu hiperdźwiękowym [23]

ta powinna być tak dobrana do wymiarów okna w przestrzeni pomiarowej, masy modelu i ciśnienia dynamicznego strumienia, aby model, który pojawi się w górnym tylnym rogu (patrząc od strony napływającego gazu) pola widzenia, będąc już w locie swobodnym, pod działaniem siły ciężkości i oporu aerodynamicznego zdołał dolecieć do przedniej krawędzi okna, po czym unoszony w strumieniu osiągnąć tylną i dolną krawędź okna. Taki tor modelu zapewnia możliwie najdłuższy czas obserwacji modelu. Fakt, że prędkość początkowa modelu jest bardzo mała w porównaniu z prędkością modelu wystrzeliwanego w balistycznym torze prób oznacza, że również maksymalne przyspieszenia mogą być stosunkowo niewielkie (poniżej 100 g), co umożliwia budowę lekkich i delikatnych modeli, np. z plastiku i umieszczanie w nich precyzyjnych przyrządów. Taki sposób wprowadzania modelu do przestrzeni pomiarowej ma jeszcze i tę zaletę, że przy odpowiednio dużym polu widzenia możliwa jest obserwacja modelu przez czas około 0,1 sek., a więc tego samego rzędu, co w bez porównania większym urządzeniu, jakim jest balistyczny tor prób.

W przypadku, gdy nawet przyspieszenia rzędu kilkudziesięciu gramów są niedopuszczalne, model może być wprowadzony do przestrzeni pomiarowej w ten sposób, że będzie podwieszony, np. na drucie przed oknem, a po uruchomieniu tunelu drut zostanie przerwany lub przepalony i model, opadając pod wpływem grawitacji, a jednocześnie będąc unoszony przez strumień, będzie mógł być obserwowany w czasie przelotu przed oknem przestrzeni pomiarowej. Najwygodniejszym rozwiązaniem jest oczywiście tunel o dyszy pionowej, wówczas bowiem wprowadzenie modelu do przestrzeni pomiarowej jest łatwe (np. za pomocą wysięgnika, który po uruchomieniu tunelu zostanie wycofany), a czas obserwacji ruchu modelu, o ile ten ruch jest stateczny i prędkość strumienia odpowiednio dobrana, jest ograniczony jedynie długotrwałością cyklu pracy tunelu.

W przypadku gdy model ma być wprowadzony do przestrzeni pomiarowej za pomocą wyrzutnika, urządzenie to powinno umożliwiać nadawanie modelom prędkości początkowych zawartych w szerokim przedziale, aby obserwowane części torów modeli były możliwie najdłuższe. Poza tym powinna istnieć możliwość regulacji początkowego kąta natarcia modelu. Warunki te stosunkowo najłatwiej spełnić stosując wyrzutnik typu pneumatycznego, składający się z cylindra i tłoka z trzonem zakończonym uchwytem modelu, gdyż zmieniając ciśnienie gazu zasilającego wyrzutnik można łatwo zmienić początkową



Rys. 24. Schemat uchwytu modelu w kształcie stożka [23]

prędkość modelu. Uchwyt modelu powinien utrzymywać model w zadanym położeniu w czasie rozruchu tunelu oraz w czasie rozpędzania modelu do prędkości początkowej po czym powinien umożliwiać wyrzucenie modelu pod określonym kątem natarcia. Tam gdzie to ma znaczenie, uchwyt powinien zapewniać lub wykluczać obrót modelu wokół jego osi podłużnej. Jedno z rozwiązań konstrukcyjnych uchwytu modelu, zastosowane do modeli stożkowych, jest schematycznie pokazane na rys. 24.

Uchwyt składa się z korpusu zamocowanego wahliwie w widełkach, w których może być ustawiony pod dowolnym kątem i w tym położeniu zablokowany. Wewnątrz korpusu znajduje się tłok, który przesuwając się do przodu otwiera, a do tyłu — zamyka dwa chwytaki obejmujące model i dociskające go podstawą do korpusu. Trzon tłoka wyrzutnika, a więc i cały uchwyt modelu, jest zabezpieczony podczas ruchu przed obrotem dokoła osi podłużnej. Działanie uchwytu jest następujące: po ustawieniu odpowiedniego kąta zaklinowania uchwytu w widełkach i przesunięciu uchwytu w tylne skrajne położenie, następuje umieszczenie modelu w uchwycie oraz zablokowanie chwytaków przez dosunięcie zderzaków należących do nieruchomej części wyrzutnika. W ten sposób model jest zabezpieczony przed zdmuchnięciem z wyrzutnika w chwili rozruchu tunelu. W moW. W. ŁUCJANEK

mencie rozpoczęcia wyrzutu modelu uchwyt przesuwa się do przodu ruchem przyspieszonym, a chwytaki odsuwają się od zderzaków, mimo to są nadal dociskane do modelu dzięki sile bezwładności działającej do tyłu na tłok znajdujący się wewnątrz korpusu uchwytu. Gdy uchwyt dochodzi do skrajnego przedniego położenia, następuje gwałtowne zahamowanie jego ruchu; na tłok działa siła bezwładności tym razem skierowana do przodu, dzięki czemu następuje rozchylenie chwytaków i wyrzucenie modelu z uchwytu.

Ze względu na wielką różnorodność możliwych kształtów modeli i programów badań, nie jest możliwe ustalenie ogólnych kryteriów jakie modele powinny spełniać. Jeżeli pomiary mają na celu określenie pochodnych stateczności dynamicznej, model powinien wykonać w okresie czasu, podczas którego jest obserwowany, możliwie maksymalną liczbę oscylacji, a więc powinien mieć możliwie mały promień bezwładności wokół osi



Rys. 25. Schemat układu optycznego z jedną kamerą filmową [23]

poprzecznych przechodzących przez środek ciężkości. Zwykle stosowane są modele wewnątrz puste, formowane pod ciśnieniem, z plastiku, np. polistyrenu, co zapewnia mały rozrzut parametrów konstrukcyjnych. Ma to duże znaczenie dla powtarzalności pomiarów, gdyż modele nadają się z zasady tylko do jednokrotnego użycia. Wymagane położenie środka ciężkości uzyskuje się przez umieszczenie balastu wewnątrz modelu. Każdy model musi być starannie zważony oraz mieć określone położenie środka ciężkości i moment bezwładności wokół osi poprzecznych przechodzących przez środek ciężkości. Pomiar tego ostatniego może być wykonany np. na zasadzie wahadła skrętnego. W przypadku lekkich modeli, oddziaływanie powietrza otaczającego model może skazić wynik, toteż czasami niezbędne jest wykonanie pomiaru pod zmniejszonym ciśnieniem.

Do rejestracji ruchu modelu używana jest kamera filmowa. Na rys. 25 jest pokazany schemat układu optycznego, który pozwala na jednoczesną obserwację ruchu modelu w płaszczyźnie pionowej i poziomej, a także — dzięki zastosowaniu Schlierena — umożliwia wizualizację przepływu. Przykład typowych zdjęć filmowych jest pokazany na rys. 26.



Rys. 26. Przykład zdjęć filmowych modelu zatępionego stożka znajdującego się w locie swobodnym w tunelu hiperdźwiękowym [23]

Górna część zdjęć obrazuje ruch w płaszczyźnie poziomej, a dolna (większa) w płaszczyźnie pionowej. Zarejestrowanie ruchów w obu płaszczyznach na jednym zdjęciu umożliwia użycie tylko jednej kamery, dzięki czemu odpada konieczność kłopotliwej zwykle synchronizacji zdjęć otrzymanych z dwóch kamer, jak to ma miejsce w układzie pokazanym na rys. 16.

Na podstawie odczytów zdjęć filmowych znana jest historia ruchu modelu. Współczynnik oporu i pochodne stateczności mogą być określone w ten sam sposób, jak przy pomiarach w balistycznych torach prób lub w przeciwprądowych urządzeniach hiperprędkościowych z tym, że w równaniach (4.1.1) i (4.1.2) jako zmienną niezależną wygodniej jest przyjąć czas, a nie odległość. Po takiej zamianie zmiennych równanie (4.1.3) przybiera postać

$$(4.1.6) C_{m\alpha} = -\frac{\omega_1 \omega_2 I_0}{q_\infty S d},$$

a wyrażenie (4.1.4):

(4.1.7) 
$$\lambda_1 + \lambda_2 = \frac{\varrho_{\infty} S V_{\infty}}{2m} \cdot \left[ (C_{mq} + C_{m\dot{a}}) \left( \frac{d}{\sigma} \right)^2 - C_{z\alpha} \right].$$

Przykładowe wyniki pomiarów otrzymanych metodą lotu swobodnego są przedstawione na rys. 7, gdzie dla porównania naniesione są także rezultaty otrzymane metodą drgań swobodnych i wyniki obliczeń teoretycznych.

Zastosowanie urządzeń telemetrycznych w metodzie lotu swobodnego jest omówione w [12].

#### 5. Metoda pomiaru ciśnień

Wszystkie dotychczas omówione metody polegały na pomiarze całkowitych sił działających na model. Czasami, zwłaszcza w przypadkach sprawdzania teorii, wygodniej jest zmierzyć rozkład ciśnień na modelu. Znajomość rozkładu ciśnień umożliwia oczywiście na drodze prostego całkowania określenie sił sumarycznych.



Rys. 27. Schemat modelu do pomiaru rozkładu ciśnień [4]

Istota metody określania pochodnych aerodynamicznych na drodze pomiaru ciśnień polega na wyznaczeniu w różnych punktach modelu wielkości składowych wektorów ciśnień będących w fazie zgodnej i przesuniętej o  $\pi/2$  w stosunku do ruchu modelu.

Znane są dwa warianty techniki pomiarowej. W pierwszym — membrana czujnika ciśnienia stanowi część pokrycia modelu, dzięki czemu możliwy jest pomiar absolutnej wartości ciśnienia, ale model musi być odpowiednio duży, aby płaska membrana czujnika nie zniekształcała przeważnie zakrzywionego pokrycia. W drugim — czujnik znajduje się pod pokryciem modelu i jest połączony z jego powierzchnią krótkim kanałem (rys. 27), co umożliwia pomiar bardziej «punktowy», a nie średni ze stosunkowo dużej powierzchni, a poza tym, stosując czujniki różnicowe można bezpośrednio określić różnicę ciśnień,

np. między dolną i górną powierzchnią modelu, co w przypadku pomiarów na płacie jest przeważnie główną wielkością poszukiwaną.

Przy pomiarach ciśnień jednocześnie w wielu puktach drgającego modelu na ogół stosuje się tyle czujników, ile jest punktów pomiarowych. System taki jest jednak kosztowny, a czasami, zwłaszcza na małych modelach, bardzo trudny do realizacji. W [2] podana została metoda pomiaru, sprawdzona doświadczalnie, w której zastosowano tylko dwa czujniki ciśnienia, przy czym tylko jeden jest umieszczony wewnątrz płata. Stosując częściowo zautomatyzowany układ pomiarowy, w czasie 3-4 minut można zarejestrować ciśnienie w 30 punktach na płacie.



Rys. 28. Rozkład ciśnień na drgającym usterzeniu samolotu [2]

Dziedziną badań, w której metoda pomiaru ciśnień jest szczególnie przydatna, jest określenie sił działających na modelach odkształcalnych.

Głównym problemem w opisywanej metodzie jest dobór właściwego typu czujników do zamierzonego programu badań; czujniki bowiem powinny czynić zadość następującym warunkom:

- 1) mała wrażliwość na przyspieszenia i wpływy temperatury,
- 2) stała czułość w szerokim zakresie częstości,
- 3) zaniedbywalne przesunięcie fazy.

Kilka typów stosowanych obecnie czujników ciśnienia zostanie omówionych w rozdz. 7. Wszystkie one mają na ogół stosunkowo duże wymiary, toteż i badane modele muszą być odpowiednio duże.

Przekazywanie wyników pomiarów z czujników do przyrządów rejestrujących odbywa się przeważnie na drodze elektrycznej, przewodowo, a w przypadku metody lotu swobodnego — telemetrycznie.

Na rys. 28 podane są przykładowe wyniki pomiarów rozkładu ciśnień na drgającym usterzeniu zmierzone metodą podaną w [2].

## 6. Oddziaływanie tunelu

Omówione tu metody pomiarów pochodnych aerodynamicznych odnoszą się do warunków laboratoryjnych, a więc takich, w których model jest badany w tunelu lub w podobnym urządzeniu, symulującym warunki lotu rzeczywistego. Naśladowanie to nigdy jednak nie jest zupełne, dlatego też wyniki pomiarów laboratoryjnych często nie mogą być w całości i bezpośrednio przenoszone na warunki lotu rzeczywistego. Wpływ tych odmiennych warunków jest uwzględniony w postaci tzw. poprawek tunelowych, z których niektóre, typowe dla pochodnych dynamicznych, zostaną w tym rozdziale zasygnalizowane.

Bezpośredni wpływ obecności ścian tunelu na pomiary pochodnych dynamicznych przy prędkościach poddźwiękowych był badany teoretycznie i sprawdzony doświadczalnie przez wielu autorów, zarówno w przypadku przepływów dwu- jak i trójwymiarowych [1, 15—17, 36 i 37]. W pracach tych wykazano, że w przypadku dwuwymiarowym ściany tunelu mogą istotnie zmienić pochodne tłumienia, zwłaszcza przy małych wartościach parametru częstości. W przypadku trójwymiarowym, według przewidywań teoretycznych wpływ ten jest na ogół znacznie mniejszy, natomiast poważniejsze zmiany mogą wystąpić w pochodnych sztywności, przy czym wpływ jest tego samego rzędu, jak w przypadku statycznym, co sugeruje, że kryteria dotyczące wielkości modelu mogą być takie same, jak w przypadku statycznym.

Przy prędkościach zbliżonych do prędkości dźwięku może wystąpić «rezonans akustyczny» [40] polegający na oddziaływaniu na model zaburzeń wytworzonych przez drgający płat i odbitych od ścian tunelu. Efekt jest szczególnie wyraźny gdy zaburzenie odbite dochodzi do modelu w fazie przeciwnej niż aktualnie wytwarzane. Zachodzi to przy określonej częstości zależnej od geometrii tunelu i liczby Macha (częstość maleje do zera, gdy liczba Macha dąży do 1), jednak nawet przy częstościach drgań płata odległych od częstości rezonansu akustycznego, siły działające na płat mogą być poważnie zniekształcone.

W przypadkach, gdy rezonansu akustycznego nie udaje się uniknąć, jego wpływ może być zmniejszony przez wyłożenie wewnętrznych ścian tunelu materiałem dźwiękochłonnym, zastosowanie porowatych ścian lub szczelin. Wpływ dwóch ostatnich rozwiązań był badany teoretycznie [7—9], przy czym wykazano, że w określonych warunkach możliwy jest znaczny wpływ porowatych ścian i szczelin, zwłaszcza na pomiary tłumienia aerodynamicznego.

Oddziaływanie nierównomierności ścieżki wirowej za drgającym płatem wywołanych przez wentylator w tunelu, ulownice lub powstałych w wyniku dyssypacji było dla przy-

padku dwuwymiarowego badane teoretycznie i częściowo sprawdzone doświadczalnie [18, 21, 22]. Wykazano, że przy małych wartościach parametru częstości wpływ nierównomierności może być istotny, a przy wartościach większych, np. odpowiadających flatterowi wpływ ten może być zaniedbany, gdy nierównomierność pojawia się nie bliżej niż w odległości rzędu 10 cięciw płata za krawędzią spływu.

Przy małych liczbach Reynoldsa położenie punktu przejścia warstwy przyściennej z laminarnej w burzliwą ma tendencję oscylacji wraz ze zmianą kąta natarcia płata, co może wywoływać efekty nieliniowe [10, 24 i 39]. Można je wyeliminować stosując np. turbulizatory, które wymuszają przejście warstwy przyściennej w określonym miejscu modelu, ale z kolei same zmieniają opływ dokoła badanego płata.

Osobny rodzaj oddziaływania stanowi wpływ mechanicznego zawieszenia modelu, zasygnalizowany już poprzednio w rozdz. 4.

W tunelach hiperdźwiękowych często przeprowadza się próby w atmosferze innego gazu (np. helu), a nie powietrza. Taka zamiana czynnika roboczego na ogół wymaga korelacji wyników [11, 20].

## 7. Pewne metody pomiarowe

W zamieszczonych w poprzednich rozdziałach opisach wyposażenia do pomiarów pochodnych aerodynamicznych stosunkowo mało uwagi zostało poświęcone sprawie metod pomiaru i konstrukcji przyrządów do wyznaczania wielkości sił, ciśnień, przemieszczeń, przesunięcia fazowego, częstości itd. Obecnie sprawy te będą potraktowane bardziej szczegółowo. Podane w tym rozdziale przykłady rozwiązań konstrukcyjnych w większości zostały zaczerpnięte z prac [4] i [25] lub z cytowanego w nich piśmiennictwa.

7.1. Pomiar przemieszczeń, sił i ciśnień. Wśród wielu metod pomiaru wymienionych w tytule wielkości chyba najbardziej rozpowszechniona jest metoda tensometryczna. Jej



Rys. 29. Schematy czujników tensometrycznych do pomiaru sił: a) czujnik do małych sił [25], b) czujnik do dużych sił [4]

niewątpliwą zaletą jest prostota, gdyż współczesne tensometry oporowe są na tyle małe i lekkie, że mogą być naklejane wprost na modelu, nie zmieniając przy tym jego własności mechanicznych. Poza tym tensometry mogą być połączone w układzie mostkowym, co powiększa czułość oraz umożliwia kompensację wpływu temperatury. W. W. Łucjanek

Przy pomiarze przesunięć tensometry są naklejane na jakieś łatwoodkształcalne elementy modelu, np. na pióra łożysk sprężynowych. Jeżeli zachodzi konieczność budowy specjalnego czujnika przemieszczeń, może nim być np. taśma z blachy stalowej lub rurka (zwłaszcza przy pomiarze skręcania), na którą nakleja się tensometry. Ważne jest, aby częstość drgań własnych tych dodatkowych dołączonych do modelu czujników była znacznie większa niż częstość drgań modelu, gdyż wtedy postać zginania lub skręcania czujnika nie będzie zależeć od częstości drgań modelu.

Zasada budowy czujników sił jest taka sama jak czujników przesunięć z tym, że przy pomiarze sił elementy, na które nakleja się tensometry, są zwykle sztywniejsze niż przy pomiarze odkształceń. Schematy dwóch czujników sił są przedstawione na rys. 29.



Rys. 30. Różnicowy czujnik tensometryczny do pomiaru ciśnień [25]

W czujnikach ciśnienia tensometry są zwykle naklejane na membranę, która ugina się pod wpływem różnicy ciśnień po jej obu stronach. Do pomiaru różnic ciśnień przy małych częstościach i prędkościach bardzo przydatny okazał się czujnik przedstawiony schematycznie na rys. 30, w którym drut oporowy jest naklejony na zewnętrznej powierzchni rurki gumowej.

Główną wadą układów z tensometrami oporowymi jest ich stosunkowo mała czułość, co zmusza do stosowania znacznych wzmocnień i dlatego tego typu czujniki bywają stosowane głównie tam, gdzie odkształcenia elementów są znaczne.

Bardziej kłopotliwe w obsłudze, ale za to znacznie czulsze są czujniki typu pojemnościowego. Czujnik taki jest zwykle włączany w układ strojenia generatora o stosunkowo wysokiej częstości (rzędu megaherców) i zmiana pojemności czujnika wywołana przemieszczeniem jakiegoś elementu moduluje częstość generatora. Zmiany częstości są następnie przekształcane na zmiany napięcia, przy czym łatwo jest uzyskać czułość rzędu 1V/1pF. Czujniki przesunięć są zwykle wykonywane w formie typowych kondensatorów o zmiennej pojemności. Przykładowy czujnik siły jest przedstawiony schematycznie na rys. 31. Typowa wielkość szczeliny jest rzędu 0,025 mm, a jej zmiana pod wpływem przyłożenia siły, dla uniknięcia efektów nieliniowości powinna być rzędu 1% grubości szczeliny. W czujnikach ciśnienia typu pojemnościowego płytka A na rys. 31 jest zastąpiona cienką stalową membraną.

Główną wadą czujników pojemnościowych jest ich duża wrażliwość na zmiany temperatury, powodujące zmianę grubości szczeliny. Efekt ten jest szczególnie istotny w przypadku pomiarów przy dużych prędkościach, którym towarzyszą zwykle znaczne gra-



Rys. 31. Pojemnościowy czujnik do pomiaru siły [4]

dienty temperatury. Istnieją co prawda układy, w których czujniki są specjalnie chłodzone; są to jednak rozwiązania kłopotliwe i dlatego stosowane jedynie w przypadkach wyjątkowych.

Innym typem czujników, stosowan ych zwłaszcza do pomiaru ciśnień, są czujniki piezoelektryczne (rys. 32). Nadają się one szczególnie do pomiaru ciśnień absolutnych, np. na powierzchni płata. Są stosunkowo czułe i mogą być znacznie zminiaturyzowane. Ich



Rys. 32. Piezoelektryczny czujnik do pomiaru ciśnień [4]

istotną wadą jest jednak duża wrażliwość na przyspieszenia i zmiany temperatury oraz ograniczony dolny zakres częstości roboczej, co wymaga stosowania układów kompensacyjnych i specjalnych układów wzmacniających.

Poza opisanymi, bywają też stosowane czujniki indukcyjne, magnetostrykcyjne, optyczne itp. Tam gdzie nie jest wymagane otrzymanie wyników w postaci sygnałów elektrycznych możliwa jest rejestracja danych bezpośrednio na filmie lub światłoczułym papierze.

7.2. Pomiar amplitudy i fazy. W przypadku, gdy sygnały z czujników oraz sygnał odniesienia są rejestrowane fotograficznie lub w podobny sposób, amplituda i faza mogą być określone wprost z zapisu. Jeżeli jednak sygnał jest słaby w stosunku do poziomu szumów, taki sposób — zwłaszcza przy małych kątach przesunięcia fazowego — nie może być zastosowany i wówczas konieczne jest korzystanie z metod, które redukują wpływ szumów na wynik pomiarów.

Jeżeli sygnał przekazywany jest elektrycznie, to dla zmierzenia amplitudy wystarczy zwykle odpowiedni woltomierz lampowy, zawierający wzmacniacz, prostownik i tłumiony miernik prądu stałego. Jeżeli poziom szumów nie jest zbyt duży w porównaniu z sygnałem, to w procesie uśredniania wskazań przyrządu zostanie on wyeliminowany, a odczyt będzie proporcjonalny do amplitudy.

Większe trudności sprawia zwykle pomiar kąta przesunięcia fazowego. Istnieją co prawda wykonane fabrycznie mierniki fazy, jednakże ich dokładność jest często niewystarczająca do omawianych tu celów. Niżej zostaną opisane metody dające na ogół zadowalającą dokładność, a jednocześnie możliwe do zastosowania w przeciętnie wyposażonym laboratorium aerodynamicznym.



Rys. 33. Schemat urządzenia do pomiaru kąta przesunięcia fazowego [4]

Stosunkowo najprostsza jest metoda pomiaru kąta przesunięcia fazowego przedstawiona schematycznie na rys. 33. Sygnał z jednego czujnika (np. przesunięć) jest przyłożony do jednej pary płytek (np. pionowych) oscyloskopu, a sygnał z drugiego czujnika (np. sił) do drugiej pary płytek, ale nie bezpośrednio lecz poprzez nastawny przesuwnik fazy. Na ekranie oscyloskopu w przypadku ogólnym pojawi się elipsa, przy czym jeżeli oba sygnały są dokładnie w fazie zgodnej lub przeciwnej, elipsa ta ulegnie degeneracji do odcinka linii prostej. Jeżeli oba sygnały są przesunięte względem siebie w fazie o dowolny kąt, to zmieniając fazę w przesuwniku na ekranie oscyloskopu można otrzymać odcinek linii prostej. Jeżeli przesuwnik fazy jest wycechowany, można w ten sposób określić przesunięcie fazy między sygnałami pochodzącymi z obu czujników. Cechowanie urządzenia łatwo jest wykonać przykładając, zamiast sygnałów z czujników, np. sygnały z dwóch prądniczek prądu zmiennego osadzonych na wspólnej osi w ten sposób, że może być zmieniany kąt wzajemnego ustawienia ich wirników. Cechowanie takie należy przeprowadzić dla kilku częstości, pokrywających zakres częstości drgań modelu.

Gdy wzbudzanie drgań odbywa się na drodze mechanicznej, to zamiast oddzielnego określania amplitudy i fazy drgań wygodniej jest mierzyć składową wektora będącą w fazie zgodnej z sygnałem odniesienia i przesuniętą o 90°. W tym przypadku na osi wzbudnika umieszcza się dodatkowy komutator (rys. 34) spełniający rolę prostownika. Gdy czujnik jest połączony z kontaktami A komutatora, przełączanie końcówek czujnika w stosunku

do końcówek miernika następuje, gdy kąty obrotu wzbudnika mają wartość 0°, 180°, 360° itd., a gdy czujnik jest połączony z kontaktami *B*, zmiana biegunowości następuje przy kątach obrotu wzbudnika 90°, 270°, 450° itd. Jeżeli sygnał ma postać  $v \sin (\omega t + \psi)$ , w wyniku prostowania poprzez kontakty *A* średnia wartość sygnału określona przez miernik jest równa

(7.2.1) 
$$v_{\rm w \ fazie} = \frac{2}{\pi} v \cos \psi,$$

a po przyłączeniu czujnika do kontaktów B

(7.2.2) 
$$v_{90^\circ} = \frac{2}{\pi} v \sin \psi$$
.

W metodzie tej istotną rolę odgrywa dokładnie sinusoidalna postać sygnału, gdyż na wartość średnią mają wpływ również nieparzyste harmoniczne. Poza tym przyrząd mierzący powinien być dobrze tłumionym miernikiem prądu stałego.



Rys. 34. Schemat prostownika komutatorowego [4]

Gdy w grę wchodzi pomiar kąta przesunięcia fazowego, np. między ruchem płata i lotki, lub statecznika i steru, opisana metoda może być nadal stosowana z tym, że zamiast prostownika komutatorowego zastosowane muszą być inne mechaniczne układy prostujące, np. omówione w [25].

Jeżeli w charakterze czujników zostaną użyte tensometry oporowe, pomiar składowych sygnału będących w fazie zgodnej z jakimś sygnałem odniesienia i przesuniętych o 90° może być wykonany w ten sposób, że czujnik będzie zasilany kolejno z dwóch generatorów prądu zmiennego, zamocowanych na wspólnym wale ze wzbudnikiem i wytwarzających prądy sinusoidalne przesunięte względem siebie o 90°. Jeżeli odkształcenia każdego ramienia mostka tensometrycznego są proporcjonalne do  $\pm s \sin (\omega t + \psi)$ , a natężenie prądu zasilającego czujnik jest *i*sin $\omega t$ , to w pierwszym przypadku średnie napięcie zmierzone na wyjściu z mostka będzie

 $\begin{array}{ll} (7.2.3) & v_{\rm w\ fazle} = Csi\cos\psi, \\ {\rm a\ w\ drugim} & \\ (7.2.4) & v_{90^\circ} = Csi\sin\psi, \\ {\rm gdzie\ C\ jest\ wielkością\ stałą.} \end{array}$ 

Jeżeli prądy z generatorów mają dokładnie przebiegi sinusoidalne, to sygnał z tensometrów nie musi być sinusoidalny, gdyż napięcie na wyjściu nie będzie zniekształcone przez obecność harmonicznych. Jeżeli natomiast sygnał z czujnika jest dokładnie sinusoidalny, wówczas prąd zasilający tensometry może być prądem stałym o kierunku zmienianym przez odpowiednio ustawione komutatory, zamocowane na wspólnym wale ze wzbudnikiem.

Znana jest też metoda oparta na zastosowaniu transformatorów obrotowych, w których napięcie wtórne jest proporcjonalne do iloczynu napięcia pierwotnego i sinusa lub cosinusa kąta obrotu wału transformatora względem wzbudnika. Stosując dwa transformatory obrotowe, zamocowane na wspólnej osi ze wzbudnikiem i przesunięte względem siebie o 90°, i zasilając kolejno, raz jeden, a potem drugi napięciem pochodzącym z czujnika, można otrzymać wartości średnie sygnałów określone przez wyrażenia podobne do (7.2.3) i (7.2.4), skąd można obliczyć amplitudę i kąt przesunięcia fazowego.

Poza omówionymi, znane są jeszcze inne metody pomiaru amplitudy i kąta przesunięcia fazowego, z których kilka jest omówionych w [4] i [25] i w cytowanej tam literaturze.

7.3. Pomiar częstości. Istnieje wiele metod pomiaru częstości, np. poprzez rejestrację sygnału i jednoczesny zapis skali czasu, metody stroboskopowe itd.; w wielu przypadkach ich dokładność jest jednak niewystarczająca do opisywanych tu celów.

W pomiarach pochodnych aerodynamicznych powszechne zastosowanie znalazła metoda pomiaru częstości za pomocą zegara elektronowego sprzężonego z licznikiem impulsów. Przyrządy takie są wykonywane fabrycznie, ale mogą też być zestawione z pojedynczych podzespołów. Urządzenie składa się ze stabilizowanego kryształem generatora oraz z licznika, który sumuje liczbę impulsów z generatora, wytworzonych w określonym czasie, np. między jakimś cyklem przyjętym za zerowy i *n*-tym cyklem ruchu modelu. Przy odpowiednio dobranej częstości generatora liczba impulsów jest bezpośrednio równa liczbie jednostek czasu, np. milisekund. Typowe przyrządy tego typu umożliwiają pomiar z dokładnością rzędu  $10^{-6}$ .

#### Literatura cytowana w tekście

- 1. W. E. A. ACUM, Wall corrections for wings oscillating in wind tunnels of closed rectangular section. Part I. Theory and tables. Part II. Application to a delta planform in a 9 ft  $\times$ 7 ft tunnel, A. R. C., R. and M. 3312, January, 1958.
- 2. H. BERGH, A new method for measuring the pressure distribution on harmonically oscillating wings of arbitrary planform, Proc. 4th Congr. Internat. Council Aeronaut. Sci., Paris 1964. Washington D. C. Spartan Books, London, Macmillan and Co., 1965, 281-294.
- 3. A. L., BRASLOW, H. G. WILEY and C. Q. LEE, A rigidly forced oscillation system for measuring dynamic-stability parameters in transonic and supersonic wind tunnels, NASA TN D-1231, March, 1962.
- J. B. BRATT, Wind-tunnel techniques for the measurement of oscillatory derivatives, A. R. C., R. and M. 3319, August, 1960.
- 5. D. J. COLLINS, Laser photography and shadowgraphs in a free-flight range, AIAA Journ. 3, 5 (1967), 605-606.
- 6. F. L. DAUM, Summary of ARL symposium on magnetic wind tunnel model suspension and balance systems, ARL 66-0135, Wright-Patterson AFB, Ohio, July, 1966.

- 7. D. G. DRAKE, The oscillating two-dimensional aerofoil between porous walls, Aero. Quart. Vol. VIII, Part 3, August, 1957, 226-239.
- 8. D. G. DRAKE, Quasi-steady derivatives for the subsonic flow past an oscillating aerofoil in a porous wind tunnel, Aero. Quart, Vol. X, Part 3, August, 1959, 211-229.
- 9. D. G. DRAKE, Wind tunnel interference for oscillating wings at transonic speeds, A. R. C. 21,489, December, 1959.
- 10. T. H. GREIDANUS, A. I. VAN de VOOREN and H. BERGH, Experimental determination of the aerodynamic coefficients of an oscillating wing in incompressible two-dimensional flow, NLL Report F. 101, (Netherlands), January, 1952.
- 11. J. E. HARRIS, Force-coefficient and moment-coefficient correlations and air-helium simulation for spherically blunted cones, NASA TN D-2184, November, 1964.
- 12. R. J. HRUBY, J. B. MCDEVITT et al., FM telemetry and free-flight techniques for aerodynamic measurements in conventional wind tunnels, NASA TN D-3319, March, 1966.
- 13. P. F. INTRIERI, Study of the stability and drag at Mach numbers from 4.5 to 13.5 of a conical Venusentry body, NASA TN D-2827, May, 1965.
- 14. P. F. INTRIERI, Experimental stability and drag of a pointed and a blunted 30° half-angle cone at Mach numbers from 11.5 to 34 in air, NASA TN D-3193, January, 1966.
- 15. W. P. JONES, Wind tunnel interference effect on the values of experimentally determined derivative coefficients for oscillating aerofoils, A. R. C., R. and M. 1912, August, 1943.
- 16. W. P. JONES, Wind tunnel interference effects on measurements of aerodynamic coefficients for oscillating aerofoils, A.R.C. R. and M. 2786, September, 1950.
- 17. W. P. JONES, Wind tunnel wall interference effects on oscillating aerofoils in subsonic flow, A. R. C., R and M. 2943, December, 1953.
- 18. P. F. JORDAN, The harmonically oscillating wing with finite vortex trail, A.R.C., R. and M. 3038, July. 1953.
- 19. L. H. JORGENSEN, J. R. HAGEN, Measured and computed static aerodynamic characteristics of ablating conical teflon models at Mach number 14, NASA TN D-4022, June, 1967.
- 20. C. L. LADSON and T. A. BLACKSTOCK, Air-helium simulation of the aerodynamic force coefficients of cones at hypersonic speeds, NASA TN D-1473, October, 1962.
- 21. W. ŁUCJANEK, Sily aerodynamiczne na harmonicznie drgającym profilu w przypadku nieciąglości cyrkulacji w ścieżce wirowej za profilem, Arch. Bud. Maszyn, 2, 9 (1962), 275–294.
- 22. W. ŁUCJANEK, Wplyw nierównomierności prędkości unoszenia wirów za harmonicznie drgającym profilem na sily aerodynamiczne dzialające na profil, Arch. Bud. Maszyn, 1, 9 (1964), 179–186.
- 23. W. W. ŁUCJANEK and P. A. ADAMS, Development of free-flight technique for NAE helium hypersonic wind tunnel, DME/NAE Quarterly Bulletin, 3, 1966, Ottawa, October, 1966, 61-104.
- 24. W. G. MOLYNEUX and F. RUDDLESDEN, Derivative measurements and flutter tests on a rectangular wing with a full span control surface, oscillating in modes of wing roll and aileron rotation, A.R.C., R. and M. 3010, February, 1955.
- W. G. MOLYNEUX, Measurement of the aerodynamic forces on oscillating aerofoils, AGARD Report 35, April, 1956.
- C. H. MURPHY, An erroneous concep tconcerning nonlinear aerodynamic damping, AIAA Journ., 6, 1, June, 1963, 1418–1419.
- 27. John D. NICOLAIDES, On the free flight motion of missiles having slight configurational asymmetries, BRL Rep. 858, Aberdeen Proving Ground, Md., 1953.
- 28. C. O. OLSSON and K. ORLIK-RÜCKEMANN, An electronic apparatus for automatic recording of the log arithmic decrement and frequency of oscillations in the audio and sub-audio frequency range, The Aeronautical Research Institute of Sweden, F.F.A. Report 52, February, 1954.
- 29. K. J. ORLIK-RÜCKEMANN, Measurement of aerodynamic damping and stiffness derivatives in free oscillation with automatically recycled feedback excitation, NRC, NAE Aero, Report LR-246, June, 1959.
- 30. K. J. ORLIK-RÜCKEMANN, Oscillatory experiments in a helium hypersonic wind tunnel, NRC, NAE Aero, Report LR-335, March, 1962.
- 31. K. J. ORLIK-RÜCKEMANN, Wind tunnel measurements of dynamic derivatives, NRC, August, 1963.

- 32. K. J. ORLIK-RÜCKEMANN, Travel summation and time summation methods of free-oscillation data analysis, AIAA Journ., 7, 1, (1963), 1698–1700.
- K. J. ORLIK-RÜCKEMANN and J. G. LABERGE, NAE helium hypersonic wind tunnel, DME/NAE Quarterly Bulletin, 3, 1965, Ottawa, October, 1965, 1-31.
- 34. V. OSKAY, Interferometry with hypersonic free-flight models, AIAA Journ, 1, 5, (1967), 156-157.
- 35. H. R. PRISLIN, High amplitude dynamic stability characteristics of blunt 10-degree cones, AIAA 4th Aerospace Sciences Meeting, Los Angeles, June, 1966, Paper No. 66-465.
- 36. E. REISSNER, Wind tunnel corrections for the two-dimensional theory of oscillating aerofoils, Cornell Aeronautical Laboratory Inc., Report 58-318-5-3, April, 1957.
- 37. R. TIMMAN, The aerodynamic forces on an oscillating aerofoil between two parallel walls, Applied Scientific Research (The Hague), Vol. A. 3, No. 1, 1951.
- 38. M. TOBAK and W. R. WEHREND, Stability derivatives of cones at supersonic speeds, NACA TN 3788, September, 1956.
- 39. K. C. WIGHT, Measurements of two-dimensional derivatives on a wing aileron tab system. A.R.C., R. and M. 2934, October, 1952.
- 40. D. S. WOOLSTON and H. L. RUNYAN, Some considerations on the air forces on a wing oscillating between two walls for subsonic compressible flow, J. Ac. Sci., Vol. 22, No. 1, January, 1955, 41-50.
- 41. Sprawozdanie Nr 1 z prac Zespolu Mechaniki Lotu, PAN. Inst. Podst. Probl. Techniki, 1954.

#### Резюме

#### ЛАБОРАТОРНЫЕ МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОИЗВОДНЫХ

В работе дается описание современных лабораторных методов измерения аэродинамических коэффициентов, в частности производных, связанных с осциллирующими движениями.

Производятся схемы применяемых устройств, замечания относительно процедуры расчета и ожидаемой точности, а также примерные результаты типовых замеров, выполненных различными методами. Отмечены некоторые корректирующие поправки, вызванные влиянием тоннеля.

#### Summary

#### LABORATORY METHODS OF THE MEASUREMENTS OF AERODYNAMIC DERIVATIVES

In the paper, a description is given of the different laboratory techniques which are available today for the measurement of aerodynamic coefficients, especially the oscillatory derivatives.

The schemes of the equipment, the remarks on the procedures of calculations and the expected accuracy as well as the samples of results, typical for the particular techniques, are incorporated. Some tunnel corrections are also mentioned.

POLITECHNIKA WARSZAWSKA KATEDRA MECHANIKI WYDZIAŁU MECHANICZNEGO, ENERGETYKI I LOTNICTWA

Praca została złożona w Redakcji dnia 26 listopada 1967 r.

# BADANIA WPŁYWU ZGNIOTU WPROWADZONEGO W OBSZARZE KONCENTRACJI NAPRĘŻEŃ NA TRWAŁOŚĆ ZMĘCZENIOWĄ DURALOWEJ KONSTRUKCJI Z KARBEM

## BOHDAN JANCELEWICZ (WARSZAWA)

#### 1. Wstęp

Trwałość zmęczeniowa i niezawodność konstrukcji stały się obecnie tak samo istotnymi wskaźnikami dla konstruktora, jak sztywność i wytrzymałość statyczna. W konstrukcjach lotniczych głównych przyczyn tego należy szukać w dynamicznym rozwoju transportu i komunikacji lotniczej w świecie. Wzrost prędkości lotu samolotów umożliwił przebywanie znacznie większych odległości w czasie użytkowania samolotu, co wyraźnie zwiększyło liczbę obciążeń działających na konstrukcję, np. pochodzących od burzliwości atmosfery. Statyczna analiza konstrukcji przestała więc być wystarczająca z punktu widzenia udokumentowania bezpieczeństwa konstrukcji. Konstrukcja samolotu stała się w wielu przypadkach skomplikowanym, wielokrotnie statycznie niewyznaczalnym ustrojem, w którym obliczenie rzeczywistych wartości naprężeń, szczególnie w licznych fragmentach, zawierających spiętrzenia napreżeń, okazuje się praktycznie niemożliwe. Z drugiej strony dążenie do uzyskania odpowiednich wskaźników ekonomicznych użytkowanego samolotu pociągnęło za sobą wymagania wydłużenia całkowitego okresu użytkowania samolotu oraz okresów międzyprzeglądowych, co, oczywiście, nie może odbywać się kosztem bezpieczeństwa. Stąd, m. in., wynikło prowadzenie obszernych badań i analiz, mających na celu nadanie konstrukcji samolotu niezbędnych cech i własności zmęczeniowych.

W przemyśle maszynowym i środków transportu naziemnego powstała metoda ulepszania własności zmęczeniowych konstrukcji przez umocnienie przy użyciu zgniotu plastycznego na zimno. Otrzymywana po takiej obróbce warstwa zgniecionego materiału ma lepsze własności zmęczeniowe. Powstaje również, przeważnie bardziej korzystny, układ naprężeń własnych, ściskających w warstwie podpowierzchniowej, skąd najczęściej rozpoczynają się pęknięcia zmęczeniowe. To są w zasadzie dwa główne czynniki, które mogą spowodować podwyższenie trwałości zmęczeniowej konstrukcji. Często w wyniku powierzchniowej obróbki plastycznej otrzymuje się podwyższenie gładkości powierzchni i zlikwidowanie powierzchniowych mikrokarbów, co również poprawia własności zmęczeniowe konstrukcji.

Użycie obróbki zgniotem na zimno w zastosowaniu do konstrukcji ze stopów aluminium jest obecnie znacznie mniej rozpowszechnione i zbadane niż w zastosowaniach do wyro-

bów ze stali. Badania FORRESTA [1], ROSENTHALA i SINESA [2], TEMPLINA [3], HEINRICHA [4] i innych wykazują, że umocnienie konstrukcji przez wstępne rozciągnięcie do naprężeń średnich rzędu granicy plastyczności powoduje wyraźne polepszenie własności zmęczeniowych. Również lokalne lub powierzchniowe umocnienie materiału albo konstrukcji w takich procesach technologicznych, jak rolowanie, śrutowanie i inne pociąga za sobą korzystne ulepszenie przeciwzmęczeniowe. Świadczą o tym wyniki uzyskane przez GLEA-SONA [5], SERENCENA i in. [6], a także wyniki badań wstępnych [7] do omawianych w tej pracy badań własnych.

Praca zawiera omówienie badań własnych, które miały na celu znalezienie zależności własności zmęczeniowych określonej duralowej konstrukcji cienkościennej z karbem od odpowiednio zwiększanego umocnienia lokalnego. W poszukiwaniu uzasadnień dla otrzymanych wyników zbadano rozkłady i intensywności odkształceń w warstwie umocnionej oraz rozkłady i wartości naprężeń własnych wywołanych przez wprowadzenie umocnienia. Wyniki tych badań pozwoliły również na podjęcie próby rozdzielenia wpływu zgniotu materiału i naprężeń własnych na wzrost trwałości zmęczeniowej badanej konstrukcji.

## 2. Badania wpływu umocnienia na własności zmęczeniowe duralowej konstrukcji z karbem

2.1. Główne założenia metodyczne. Wybór rodzaju konstrukcji. Jednym z wnikliwiej analizowanych fragmentów konstrukcji samolotu jest dolna powłoka skrzydeł, a szczególnie występujące w niej połączenia konstrukcyjne pokryć i usztywnień, leżące wzdłuż cięciwy skrzydła. Przyczyną tego są naprężenia w głównej mierze rozciągające i znaczne ich spię-



Rys. 1. Próbka

trzenia w połączeniach, zwłaszcza wokół nitów. Najczęściej w połączeniach konstrukcji lotniczych stosowany jest nit o średnicy d = 3 mm. Postanowiono więc przeprowadzić badania na próbkach płaskich odpowiadających tym warunkom konstrukcyjnym, z karbem w postaci otworu, który po ostatecznej obróbce zgniotem powinien mieć średnicę przyjmowaną zwykle w praktyce dla nita Ø 3 mm, a więc około Ø 3,1 mm. Jako materiał wybrano blachę o grubości 1 mm z PA7-T. W obciążonych połączeniach nitowych przy takich wymiarach nita i blachy podziałki nitowania zawierają się w granicach od minimalnej t = 3d = 9 mm do t = 25 mm.

Dysponując małą maszyną zmęczeniową firmy Schenck, o zakresie obciążeń do 300 kG, dla której kształt próbki maksymalnej (rys. 1) ma szerokość przekroju pomiarowego równą 16 mm, zdecydowano, że konstrukcja z karbem będzie odwzorowana tą właśnie próbką z otworem wywierconym symetrycznie w przekroju pomiarowym. Próbka taka może być uznana za fragment konstrukcji tak dobrany, by przeprowadzone na nim badania mogły stanowić podstawę do podjęcia badań połączeń nitowych zawierających początkowo tylko jeden nit o wymienionej średnicy 3 mm przy podziałce t = 16 mm (czyli średniej z wyżej wymienionych).

Wybór obciążeń. Z obciążeń działających na samolot w czasie użytkowania tylko obciążenia pochodzące od burzliwości atmosfery są w pewnym stopniu niezależne od konstrukcji samolotu. Jeżeli zmiana współczynnika obciążenia samolotu wywołana napotkaniem podmuchu o prędkości pionowej w wynosi

(2.1) 
$$\Delta m = \frac{1}{2} \varrho \frac{S}{Q} \frac{dc_z}{d\alpha} v w \eta$$

(gdzie Q/S obciążenie powierzchni nośnej,  $dc_z/d\alpha$  pochylenie krzywej współczynnika siły nośnej,  $\eta$  współczynnik złagodzenia podmuchu) to widać, że przy ustalonej prędkości lotu v, np. prędkości przelotowej dla danego samolotu, obciążenia zmienne w burzliwej atmosferze zależą od prędkości pionowej podmuchu i liczby napotkanych podmuchów. Obciążenia te są najczęściej wymiarującymi, jeśli idzie o trwałość zmęczeniową płatów nośnych większości samolotów transportowych i innych nieakrobacyjnych. Dlatego też, przyjmując do analizy wyników podjętych badań hipotetyczny samolot transportowy, przyjęto jednocześnie, że jego własności zmęczeniowe będą określone na podstawie odpowiedniego widma burzliwości atmosfery.

Wstępne próby wykazały [7], że możliwe są znaczne przyrosty trwałości zmęczeniowej w wyniku ulepszania konstrukcji za pomocą zgniotu na zimno. Zdecydowano więc przyjąć dość wysokie, bo wynoszące  $\sigma_m = 15 \text{ kG/mm}^2$  naprężenia średnie (po uwzględnieniu poprawek na rzeczywiste wartości obciążeń naprężenia średnie wynosiły nominalnie  $\sigma_m = 14,83 \text{ kG/mm}^2$ ). W lotniczych konstrukcjach duralowych, wykonywanych zgodnie z obowiązującymi wymaganiami międzynarodowymi ICAO oraz niektórymi krajowymi, np. [8], nie można byłoby dopuścić tak wysokich naprężeń średnich, odpowiadających współczynnikowi obciążenia m = 1, ze względu na wymagane minimalne współczynniki bezpieczeństwa i współczynniki obciążeń dopuszczalnych. Jednakże umożliwia się w ten sposób znaczne rozszerzenie amplitud naprężeń zmiennych, co jest ważne z punktu widzenia lepszego poznania badanych zjawisk, gdyż obejmuje się doświadczeniem większy odcinek krzywych zmęczenia.

Do przeliczenia widma podmuchów na widmo obciążeń i potem naprężeń przyjęto założenie, że przy prędkości przelotowej podmuch pionowy o prędkości w = 15 m/sek powoduje zmianę współczynnika obciążenia samolotu o  $\Delta m = 1$ . Założenie to jest realne, choć dla samolotów o małych i średnich obciążeniach powierzchni nośnych przyrost  $\Delta m$  w takich warunkach jest przeważnie nieco większy. Założenie to jest konsekwencją przyjęcia dość wysokich naprężeń przy m = 1 w stosunku do wytrzymałości doraźnej materiału i wymaganego minimalnego współczynnika bezpieczeństwa v = 1,5.

Wybór metody wykonywania umocnienia oraz ustalenie parametru niezależnego. Do wykonania umocnienia w materiale w otoczeniu otworu, a więc w strefie spiętrzenia naprężeń, zastosowano przeciśnięcie przez otwór kołka o odpowiednio dobranej średnicy. Otrzymane w ten sposób odkształcenie trwałe średnicy może być parametrem ilustrującym w odpowiedni sposób zgniot materiału i naprężenia własne w interesującym w badaniach przekroju pomiarowym. Przyjęto więc tak, jak w [7]

(2.2) 
$$\mu = \frac{D_k - D_0}{D_0} 100 ~ [\%],$$

jako umowny parametr niezależny, opisujący zmiany wprowadzone przez umocnienie w otoczeniu otworu, zarówno we własnościach materiału, jak i w naprężeniach własnych. Parametr ten nazywa się dalej krótko zgniotem.

Wybór badanych własności zmęczeniowych konstrukcji. Jako główne, interesujące konstruktora, zmęczeniowe cechy konstrukcji wyróżnia się:

a) zużycie zmęczeniowe konstrukcji,

b) trwałość zmęczeniową konstrukcji,

c) przebieg intensywności zużycia zmęczeniowego konstrukcji i jej maksimum,

d) poziom naprężeń, przy którym występuje maksimum intensywności zużycia zmęczeniowego oraz liczba zmian obciążeń powodująca wówczas zniszczenie konstrukcji.

Wymienione cechy, choć nie obejmują własności propagacji pęknięć zmęczeniowych, charakteryzują dość dokładnie własności zmęczeniowe konstrukcji i pozwalają na wyciągnięcie wniosków, niezbędnych do prawidłowego pokierowania użytkowaniem samolotu.

2.2. Badania zmęczeniowe. Przebieg prób i ich wyniki. Do wykonania próbek użyto materiału D16A-T (produkcji ZSRR), odpowiadającego polskiemu PA7-T. Przeprowadzono kontrolę zgodności własności materiału z polskimi normami. Skład chemiczny materiału zbadany metodą spektralną był zgodny (tablica 1) ze składem podanym dla stopu PA7 w

Nr	skład w %							
próbki	Cu	Mg	Mn	Si	Fe	Zn	Ti	Al
1	4,00	1,25	0,63	0,25	0,3	śl.	0,04	reszta
2	3,80	1,26	0,64	0,23	0,3	śl.	0,04	reszta

Tablica 1. Skład chemiczny materiału PA7

normie PN-59/H-88026. Próba rozciągania wykonana na próbkach dziesięciokrotnych dała wyniki zgodne z atestem materiału (tablica 2). Pomiary grubości blachy dały wyniki zawierające się w zakresie  $0.92 \div 0.97$  mm. Zarówno własności mechaniczne, jak i wymiary

Tablica 2. Własności mechaniczne materiału PA7

R <sub>m</sub>	Q0,2	$Q_{10}$	E
kG/mm <sup>2</sup>	kG/mm <sup>2</sup>	%	kG/mm <sup>2</sup>
45,0	29,0	17	<b>7,2</b> · 10 <sup>3</sup>

grubości odpowiadały warunkom normy PN-59/H-92746 dla materiału PA7-T. Blacha była platerowana obustronnie czystym aluminium, warstwami o grubości około 0,1 mm. Próbki (rys. 1) wykonano z jednego arkusza blachy tak, by kierunek walcowania był

prostopadły do kierunku obciążeń zewnętrznych. Obrys zewnętrzny próbek wykonano na frezarce w zespołach po 30 próbek. Szerokość przekroju pomiarowego utrzymywano w tolerancji --0,1 mm. Wiercenie, rozwiercanie i umacnianie otworu wykonywano z jednego założenia próbki w przyrządzie, który zapewniał współosiowość wszystkich operacji przez użycie zespołu tulejek wiertarskich pilotujących kolejno wiertło, rozwiertak i kołek (schemat wg [7]).

Poprzez odpowiednie kojarzenia ostatniego rozwiertaka i kołka otrzymano pięć różnych wartości zgniotu  $\mu$ . Otwór tylko rozwiercony odpowiadał zgniotowi  $\mu = 0$ . Rozwiercanie otworów wykonywano ręcznie, umacnianie zaś na maszynie statycznej przy stałej prędkości posuwu wynoszącej 5 mm/min. W tablicy 3 podano średnie wyniki pomiarów odpowiednich średnic i obliczone stąd wartości zgniotu  $\mu$ .

Carlo	C	bróbka otwor	$D_k - D_0$	
Seria	$D_0$	dk	$D_k$	$\mu = \cdot 100$
oznacz.	mm	mm	mm	%
$D_0$	3,011			0
16	3,080	3,150	3,130	1,62
24	3,011	3,100	3,084	2,42
37	3,011	3,150	3,125	3,79
57	2,902	3,100	3,070	5,79
74	2,902	3,150	3,119	7,48
D	próbki bez otworu			

Tablica 3. Wyniki pomiarów zgniotu  $\mu$ 

Oznaczenia:  $D_g$  — średnica otworu po rozwierceniu  $d_k$  — średnica kolka

D<sub>k</sub> — średnica otworu po umocnieniu

W celu zmniejszenia odkształcenia płaszczyzny próbki w czasie umacniania objęto próbkę w otoczeniu otworu obustronnie okładzinami dobranymi doświadczalnie. Zmniejszało to dodatkowo oddziaływania wejścia i wyjścia kołka na materiał samej próbki. Przed przystąpieniem do zasadniczych prób zmęczeniowych przeprowadzono próby informacyjne uwzględniające wpływ czasu «leżakowania» próbek po wykonaniu umocnienia na trwałość zmęczeniową. Jak widać z uzyskanych wyników, (tablica 4, rys. 2) istnieje dość wyraźny spadek trwałości zmęczeniowej w ciągu pierwszych 24 godzin «leżakowania». Postanowiono więc rozpoczynać próby zmęczeniowe w 24 godziny po wykonaniu umocnienia. Sądząc z charakteru zależności trwałości zmęczeniowej od czasu «leżakowania» uzyskane w ten sposób wyniki będą bardziej zbliżone do asymptotycznych.

Selekcję próbek do każdego punktu krzywej zmęczenia prowadzono przestrzegając następujące kryteria (z odchyłkami):

a) stałość powierzchni przekroju poprzecznego w przestrzeni pomiarowej,

b) wartość zgniotu  $\mu_{nom} \pm 5\% \mu_{nom}$ ,

c) wartość siły przeciskania kołka przez otwór, zarówno maksymalnej w czasie wchodzenia kołka, jak i bieżącej w czasie przepychania części cylindrycznej  $P_{sr}\pm 10\% P_{sr}$ ,

- d) ugięcie płaszczyzny próbki w przekroju pomiarowym mniejsze niż 0,1 mm,
- e) czas «leżakowania»  $24\pm1$  godz.

Numer serii prób	Nazwa serii prób	Liczność serii ( <i>m</i> )	czas «leżako- wania»	σα	Nśr	$\frac{S_{\log N}}{\log_{\mathrm{sr}} N} \cdot 100$	$\frac{\mathrm{S}_{\log N}}{\sqrt{m}\log_{\mathrm{sr}}N} \cdot 100$
	<u> </u>	sztuk	godz.	kG/mm²	cykli obc.	%	%
0—37 24—37	Badania wpły- wu czasu «le- żakowania» na	10 10	0 24	8,00 8,00	499 000 318 200	3,33 1,45	1,05 0,45
10037	trwałość zmę- czeniową	. 10	100	8,00	366 350	3,87	1,22
27037	$\mu = 3,79$	7	270	8,00	309 600	1,39	0,53
$     D_0     3D_0     4D_0 $	Badania wpływu umocnienia na własności zmeczeniowe	7 7 7		9,89 6,50 5,00	36 690 134 770 328 000	3,06 1,08 0,68	1,16 0,41 0,26
$5D_0$	$\mu = 0$	7	—	3,50	4 638 500	6,02	2,28
16	μ = 1,62	7 8 10 7	24 ,, ,, 24	10,00 8,00 6,00 4,50	80 130 223 050 548 210 4 679 500	2,46 1,28 7,69 7,45	0,93 0,45 2,43 2,83
24	$\mu = 2,42$	7 7 7 7	24 ,, ,, 24	10,00 8,00 6,00 5,00	92 660 281 650 1 012 000 5 471 400	1,21 1,72 8,61 6,64	0,46 0,65 3,26 2,51
37	$\mu = 3,79$	7 10 7 7	24 ,, ,, 24	10,00 8,00 6,50 5,50	106 000 318 200 799 100 7 422 300	1,70 1,45 5,86 3,79	0,64 0,45 2,22 1,43
57	$\mu = 5,79$	7 10 7 8	24 ,, ,, 24	10,00 8,00 6,50 5,80	128 410 479 520 1 553 500 4 505 100	3,29 4,21 7,78 10,15	1,24 1,33 2,94 3,59
74	$\mu = 7,49$	8 7 7 8 7	24 ,, ,, ,, 24	10,00 8,00 7,20 6,50 5,80	114 100 325 760 472 720 2 300 900 3 435 600	2,25 1,43 1,34 10,40 5,86	0,80 0,54 0,51 3,68 2,22
D 2D 3D 4D 5D	Konstrukcja ciągła bez karbu	7 15 15 10 10	  	9,56 8,10 6,79 6,05 5,47	221 260 482 350 1 505 700 2 751 700 6 537 400	1,66 2,99 6,09 6,69 6,15	0,63 0,80 1,63 2,12 1,95
24 <i>.</i> S	Badanie wpływu naprężeń włas- nych na trwa- łość zmęcz.	10 10 10	24 ,, 24	9,00 6,50 5,10	87 900 242 300 858 600	0,90 2,03 4,89	0,35 0,64 1,55

Tablica 4. Wyniki badań zmęczeniowych ( $\sigma_m = 1483 \text{ kG/mm}^2$ )

Próby zmęczeniowe wykonano na maszynach zmęczeniowych firmy Schenck o zakresie obciążeń do 300 kG i częstości zmian obciążeń równej 3000 1/min. Zbadano łącznie siedem rodzajów próbek, odpowiadających kolejno: konstrukcji ciągłej z karbem bez umocnienia, konstrukcji ciągłej z karbem umocnionym przy użyciu pięciu różnych wartości zgniotu oraz konstrukcji ciągłej bez karbu. Oznaczenie poszczególnych serii zgodne z tablicą 3.



Rys. 2. Wpływ czasu «leżakowania» próbek po wykonaniu zgniotu (umocnienia) na trwalość zmęczeniową

Przy opracowaniu wyników oparto się na najczęściej przyjmowanym, przybliżonym do rzeczywistości założeniu, że logarytmy trwałości próbek na danym poziomie naprężeń spełniają warunki rozkładu normalnego. Średnią trwałość konstrukcji na danym poziomie naprężeń obliczano więc jako

(2.3) 
$$\log N_{\text{sr}} = \frac{\sum_{i=1}^{m} \log N_i}{m}$$

gdzie  $N_i$  trwałość *i*-tej próbki wyrażona w cyklach obciążeń, *m* liczba próbek zbadanych na danym poziomie naprężeń.

Odchyłki standardowe, będące miarą rozrzutu wyników, obliczano wg wzoru

(2.4) 
$$S_{\log N} = \left[ \sqrt{\frac{1}{m-1} \left[ \sum_{i=1}^{m} (\log N_i)^2 - \frac{1}{m} \left( \sum_{i=1}^{m} \log N_i \right)^2 \right]} \right]$$

Błąd standardowy średniej równa się

$$S_{\log N_{\text{sr}}} = \frac{S_{\log N}}{\sqrt{m}},$$

Średnie wyniki prób wraz z wymienionymi wskaźnikami zestawiono w tablicy 4. Odchyłkę standardową i błąd standardowy średniej odniesiono do wartości log  $N_{sr}$  w celu lepszej porównywalności otrzymanych rozrzutów wyników z podobnymi wskaźnikami innych już opublikowanych badań.

Do przeprowadzenia analizy własności zmęczeniowych konstrukcji niezbędne jest analityczne wyrażenie krzywej zmęczenia. Zdecydowano przyjąć funkcję w postaci hiperboli w układzie ( $\sigma_a$ , N), zaproponowanej przez WEIBULLA [9] i uzyskanej na podstawie teorii dyslokacji przez ODINGA [10]

$$(2.6) N = \alpha' (\sigma_a - \sigma_{az})^{-\beta}$$

gdzie  $\alpha'$  i  $\beta$  stałe parametry funkcji określane doświadczalnie,  $\sigma_{az}$  pozioma asymptota funkcji w przyjętym ogólnie układzie współrzędnych.

Funkcja ta dobrze odwzorowuje charakter zjawiska w zakresie  $N \ge 10^4$  i ze względu na swoją prostotę jest często stosowana. Funkcję (2.6) w postaci logarytmicznej stosuje się często ze względu na liniowy jej charakter w układzie współrzędnych dwulogarytmicznych [logN, log( $\sigma_a - \sigma_{az}$ )].

(2.7) 
$$\log N = \alpha - \beta \log(\sigma_a - \sigma_{az})$$

gdzie  $\alpha = \log \alpha'$ .

Obliczenie parametrów  $\alpha$ ,  $\beta$  i  $\sigma_{az}$  dla poszczególnych badanych serii prób wykonywano przy użyciu metody minimum sumy kwadratów błędów. Zestawienie wyników tych obliczeń zawiera tablica 5. Ilustracją graficzną odwzorowania wyników doświadczeń przez

Oznaczenie próby (krzywej)		α	β	σ <sub>az</sub>	F <sub>min</sub>	Δ
μ [%]	nr rys.			kG/mm²		[%]
0	1	6,0452	1,7686	3,060	0,00164	0,19
1,62	2	6,5678	1,9918	3,560	0,01010	0,44
2,42	3	6,6282	2,1083	4,105	0,00727	0,38
3,79	4	6,1470	1,5787	5,150	0,00848	0,40
5,79	5	7,4255	2,9412	3,950	0,00374	0,28
7,49	6	7,2642	2,9135	4,100	0,00728	0,29
konstr. ciągła	7)	7,7376	3,0496	3,450	0,00289	0,18

Tablica 5. Parametry krzywych zmęczenia:  $\log N = \alpha - \beta \log(\sigma_a - \sigma_{az})$ 

funkcje o tak obliczonych parametrach są wykresy naniesione zbiorczo wraz z odpowiednio oznaczonymi punktami doświadczalnymi wartości średnich na rys. 3.

Ażeby lepiej zdać sprawę z dokładności odwzorowania wyników doświadczeń za pomocą przyjętej funkcji opisującej krzywą zmęczenia, wprowadzono dodatkowy wskaźnik, wiążący minimum sumy kwadratów błędów  $F_{min}$  z sumą trwałości średnich na poszczególnych poziomach naprężeń. Wartość tego wskaźnika wyrażonego stosunkiem

(2.8) 
$$\Delta = \frac{\sqrt{F_{\min}}}{\sum_{i=1}^{n} \log N_{\text{str}}}$$

umieszczono wraz z wartościami minimum sumy kwadratów błędów również w tablicy 5.

Analiza wyników badań zmęczeniowych. Analizę wyników badań zmęczeniowych wykonanych przy użyciu opisanych próbek wykonuje się w założeniu przynależności tych próbek, jako fragmentów konstrukcji do określonego samolotu hipotetycznego i dla przyjętego widma obciążeń zmiennych, pochodzących wyłącznie od burzliwości atmosfery. Kierując się chęcią wyboru widma, które odpowiadałoby środkowoeuropejskim warunkom meteorologicznym i wysokościom lotu zbliżonym do średniej stosowanej w transporcie lotniczym, przyjętej jako 2000 m, zdecydowano się na wybór widma podanego przez TAYLORA [11]. Widmo to opisuje się funkcją

$$(2.9) H = H_0 e^{-h_1 w}$$

gdzie H liczba podmuchów pionowych o prędkości przewyższającej  $\pm w$ ,  $H_0 i h_1$  parametry funkcji, lub w przypadku przejścia z prędkości podmuchów na wartość amplitudy naprężeń, powstałych w wyniku napotkania przez samolot podmuchu oraz przedstawienia widma w postaci zlogarytmowanej

(2.10) 
$$\log H = \log H_0 - h\sigma_a \log e.$$



na kraw. otw.

Rys. 3. Wykres zbiorczy wyników badań zmęczeniowych oraz obciążeń

Przyjmując dane liczbowe tego widma odniesione do  $1,6 \cdot 10^7$  km lotu na średniej wysokości lotu około 2000 m, związek między prędkością podmuchu a logarytmem liczby podmuchów dodatnich lub ujemnych można napisać w postaci

$$w = 1,715 \log H + 13,339$$
 [m/sek].

W oparciu o założenia omówione w 2.1. przeliczono widmo na układ związany z badanymi próbkami, uwzględniając fakt, że pełny cykl obciążeń realizowany w próbach składa się z jednego obciążenia dodatniego i jednego ujemnego. Wówczas

(2.11) 
$$\log H = 7,4763 - 0,5892 \sigma_a$$

7 Mechanika teoretyczna

Obliczenia głównych własności zmęczeniowych konstrukcji wykonuje się korzystając z analizy podanej przez LUNDBERGA [12] i in. Jeżeli, mianowicie, na jakimś poziomie naprężeń  $\sigma_a$ , przy stałych naprężeniach średnich  $\sigma_m$  zużycie zmęczeniowe określić jako stosunek

$$(2.12) D = \frac{n}{N},$$

gdzie *n* liczba cykli obciążeń przyłożonych do konstrukcji, *N* liczba cykli tych obciążeń, potrzebnych do zniszczenia danej konstrukcji, to dla naprężeń  $d\sigma_a$  przy danym widmie obciążeń otrzymuje się dla danej krzywej zmęczenia przyrost zużycia zmęczeniowego

$$dD = -\frac{dH}{N}.$$

Określając intensywność zużycia zmęczeniowego przez

(2.14) 
$$D' = \frac{dD}{d\sigma_a} = -\frac{dH}{d\sigma_a} \frac{1}{N}$$

oraz przyjmując podane już poprzednio funkcje opisujące krzywą zmęczenia i widmo obciążeń otrzymuje się

(2.15) 
$$D' = \frac{H_c h}{\alpha'} e^{-h\sigma_a} (\sigma_a - \sigma_{az})^{\beta}.$$

Wartość naprężeń, przy których wystąpi maksimum intensywności zużycia zmęczeniowego określa się z warunku  $dD'/d\sigma_a = 0$  i wynosi

(2.16) 
$$\sigma_{a_{D'\max}} = \frac{\beta}{h} + \sigma_{az},$$

a stąd maksimum intensywności zużycia zmęczeniowego

(2.17) 
$$D' = \frac{H_0 h}{\alpha'} e^{-h\sigma_a} (\sigma_a - \sigma_{az})^{\beta}$$

odpowiadająca  $\sigma_{a_{D'max}}$  liczba cykli obciążeń

(2.18) 
$$N_{D'\max} = \alpha' \left(\frac{h}{\beta}\right)^{\beta}.$$

Jeżeli całkowite zużycie zmęczeniowe wyrazić całką w granicach od  $\sigma_{az}$  do  $\infty$ , co jest możliwe wobec pomijalnie małych zużyć zmęczeniowych przy trwałościach mniejszych niż  $N = 10^4$ 

$$(2.19) D = \int_{\sigma_{az}}^{\infty} D' d\sigma_a,$$

to po wykonaniu podstawień i przekształceń otrzymuje się

(2.20) 
$$D = \frac{H_0}{\alpha'} h^{-\beta} e^{-h\sigma_{az}} \Gamma(\beta+1)$$

oraz całkowitą trwałość zmęczeniową

$$(2.21) R = \frac{1}{D}.$$

Zgodnie bowiem z zaadoptowaną przez MINERA [13] do konstrukcji lotniczych hipotezą Pallmgrena o kumulacji zmęczenia, zniszczenie zmęczeniowe powinno wystąpić wówczas, gdy całkowite zużycie zmęczeniowe na wszystkich poziomach naprężeń wyniesie 1. Warunek ten, jak wykazują liczne badania, może być użyty tylko dość zgrubsza jako kryterium. Może on jednak z powodzeniem służyć jako wskaźnik porównawczy we względnym analizowaniu własności zmęczeniowych konstrukcji.

Jeżeli więc przedstawić wyniki badań w sposób względny, np. w odniesieniu do konstrukcji ze zgniotem  $\mu = 0$ , traktowanej jako konstrukcję podstawową, to obok uwzględnienia powyższego zastrzeżenia widoczne staje się pewne uogólnienie uzyskanych wyników, gdyż uniezależnia się je od parametru  $H_0$ , reprezentującego liczbę przelecianych kilometrów. Pozostaje zależność od pochylenia krzywej widma (parametr h), który to parametr dla większości opublikowanych widm burzliwości atmosfery w zakresie obcią-

Oznaczenie próby	$\sigma_{aD'\max}$	$N_{D'\max}$	$D'_{\rm max}$	D
μ [%]	kG/mm <sup>2</sup>	zmian obc.	1/kG/mm <sup>2</sup>	
0	4,360	640 200	0,15725	0,4049
1,62	5,030	1 721 000	0,02575	0,0700
2,42	5,659	1 677 700	0,01125	0,0313
3,79	6,310	1 104 100	0,00700	0,0173
5,79	6,120	2 737 200	0,00366	0,0121
7,49	6,247	1 982 400	0,00425	0,0139
Constr. ciągła	5,700	4 624 900	0,00386	0,0126

Tablica 6. Bezwzględne własności zmęczeniowe

żeń, leżących w otoczeniu maksimum intensywności zużycia zmęczeniowego, zmienia się bardzo nieznacznie. Rozumowanie powyższe spowodowało, że główną analizę wyników badań zmęczeniowych prowadzi się w ujęciu względnym w odniesieniu do konstrukcji z karbem nieumocnionym ( $\mu = 0$ ).

Oznaczenie próby	( <i>ad'</i> max)w	$(N_{D'\max})_w$	$(D'_{max})_w$	$D_{w}$	Rw
μ [%]					
0	1	1	1	1	1
1,62	1,154	2,688	0,1638	0,1729	5,78
2,42	1,297	2,640	0,0715	0,0773	12,94
3,79	1,447	1,723	0,0445	0,0427	23,40
5,79	1,404	4,275	0,0239	0,0299	33,46
7,49	1,434	3,095	0,0270 .	0,0343	29,13
Konstr. ciagła	1,307	7,221	0,0245	0,0311	32,13

Tablica 7. Względne wlasności zmęczeniowe



Rys. 4. Wykresy intensywności zużycia zmęczeniowego



Rys. 5. Zależność maksymalnej względnej intensywności zużycia zmęczeniowego i względnego zużycia zmęczeniowego od zgniotu  $\mu$ 

Wyniki obliczeń bezwzględnych własności zmęczeniowych konstrukcji podano w tablicy 6, a rozkłady intensywności zużycia zmęczeniowego na rys. 4. Obliczenia względnych własności zmęczeniowych konstrukcji zawiera tablica 7 i ilustrują wykresy (rys. 5–7) Własności zmęczeniowe konstrukcji ciągłej bez karbu podane również w tablicach 6 i 7 umożliwiają dodatkową ocenę uzyskanych wyników ulepszania własności zmęczeniowych konstrukcji z karbem. Dla wyjaśnienia należy dodać, że ze względu na ograniczenia zakresu obciążeń możliwych do realizacji na używanych maszynach, zmniejszo-



Rys. 6. Zależność względnej trwałości zmęczeniowej od zgniotu  $\mu$ 

no szerokość przekroju pomiarowego próbek konstrukcji ciągłej do 13 mm, zachowując podobieństwo geometryczne pozostałych wymiarów. Nie uległa zmianie ilość materiału w przekroju pomiarowym i to ma tu zasadnicze znaczenie.



Rys. 7. Zależność względnej amplitudy naprężeń przy maksimum intensywności zużycia zmęczeniowego od zgniotu μ

# 3. Pomiary rozkladu warstwy umocnionej i naprężeń wlasnych powstałych po umocnieniu otworu

Wprowadzenie zgniotu plastycznego przez umocnienie otworu pociąga za sobą zmiany jakościowe w konstrukcji, z których zmiany własności materiału zgniecionego oraz zmiany w postaci wprowadzenia pewnego rozkładu naprężeń własnych można uznać za głównie oddziaływające na zmiany własności zmęczeniowych badanych konstrukcji. Przepchnięcie kołka przez otwór powodowało jeszcze znaczny wzrost gładkości powierzchni w otworze. Wpływ ten można jednak pominąć ze względu na praktycznie niezmienioną ostrość krawędzi otworu, która w olbrzymiej większości prób była ogniskiem pęknięcia zmęczeniowego.

3.1. Pomiary rozkładu warstwy umocnionej. *Metoda badań*. Badania rozkładu warstwy umocnionej oparto na założeniu, że umocnienie materiału próbki w tego rodzaju konstrukcjach, jakimi były badane zmęczeniowo próbki, związane jest ściśle z rozkładem odkształceń trwałych materiału wokół otworu. Odkształcenie materiału w otoczeniu otworu odbywało się w stanie trójosiowego ściskania ze względu na użycie obustronnych okładzin. Wszystkie zmiany w materiale, które z punktu widzenia teorii dyslokacji [10] mogą wpłynąć na własności zmęczeniowe konstrukcji, jak liczba wakansów i dyslokacji, możliwość ich przemieszczeń itp. występują więc w całej objętości materiału zgniatanego i trudno wyróżnić któryś z kierunków jako uprzywilejowany.

W przypadku ogólnym, definiując odkształcenie względne w kierunku głównym jako stosunek przyrostu długości jakiegoś wymiaru w tym kierunku do aktualnej długości tego wymiaru, czyli

$$d\varphi = \frac{dl}{l}$$

otrzymamy wydłużenie całkowite wymiaru od początkowego  $l_0$  do końcowego  $l'_0$ 

(3.2) 
$$\varphi = \int_{l_0}^{l_0'} \frac{dl}{l} = \ln \frac{l_0'}{l_0}.$$

W kierunku trzech osi głównych 1, 2, 3 odpowiednio

(3.3) 
$$\varphi_1 = \ln \frac{l_1'}{l_1}; \quad \varphi_2 = \ln \frac{l_2'}{l_2}; \quad \varphi_3 = \ln \frac{l_3'}{l_3}.$$

Przyjęto, że materiał w procesie odkształcenia nie zmienia swojej objętości, choć doświadczenia, np. GULAJEWA [14] wskazują, że założenia takie w niektórych przypadkach dużych odkształceń mogą być podważone.

Z przyjęcia wymienionego założenia wynika, że suma odkształceń względnych w trzech kierunkach głównych musi być równa zeru, czyli

(3.4) 
$$\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = 0.$$

Miernikiem ogólnym odkształcenia materiału jest intensywność odkształceń plastycznych wyrażona np. [15] wzorem

(3.5) 
$$\varphi_{i} = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{\varphi_{1}^{2} + \varphi_{2}^{2} + \varphi_{3}^{2}}.$$

Wielkość ta, ujmująca w sobie wszystkie trzy odkształcenia główne, jest dobrym parametrem porównawczym, ilustrującym zmiany wprowadzone w materiale w wyniku umocnienia, istotne z punktu widzenia własności zmęczeniowych materiału. Jeśli więc w badanych próbkach pomierzyć odkształcenia w kierunkach osi x i y, odpowiadających kierunkom głównym 1 i 2 (rys. 8) czyli  $\varphi_1$  i  $\varphi_2$ , to z (3.4) wynika

(3.6) 
$$\varphi_3 = -(\varphi_1 + \varphi_2),$$

a po podstawieniu (3.6) w (3.5)

(3.7) 
$$\varphi_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\varphi_1^2 + \varphi_2^2 + \varphi_1 \varphi_2}.$$



Rys. 8. Kierunki główne w przekroju pomiarowym

Tak określoną intensywnością odkształceń trwałych posłużono się jako parametrem charakteryzującym warstwę umocnioną w otoczeniu otworu. Do pomiaru odkształceń skorzystano z metody siatek elementarnych (rys. 9, 10) nanoszonych ręcznie w otoczeniu otworu przy użyciu ostrza płaskiego (żyletki). Pomiary odkształceń są tu obarczone błę-



Rys. 9. Schemat nanoszenia siatki

dem wywołanym istnieniem w materiale naprężeń własnych. Jednakże odkształcenia związane z naprężeniami własnymi, w szczególności naprężeniami w kierunku promieniowym (x) są pomijalnie małe w stosunku do mierzonych odkształceń trwałych. Przebieg badań i ich wyniki. Do pomiaru rozkładu odkształceń materiału w otoczeniu otworu po umocnieniu użyto łącznie trzynastu próbek wykonanych identycznie, jak próbki do badań zmęczeniowych. Na spolerowaną powierzchnię próbki nanoszono siatkę, której wymiary charakterystyczne mierzono przed umocnieniem otworu i w 24 godziny po wykonaniu umocnienia (bez okładziny od strony siatki), obliczając stąd odkształcenia  $\varphi_1$ i  $\varphi_2$  w przekroju pomiarowym próbki. W celu znalezienia maksymalnej wartości  $\varphi_1$  na krawędzi otworu ekstrapolowano wykres  $\log \varphi_1 = f(x_{\varphi})$  (gdzie  $x_{\varphi}$  jest współrzędną mie-



Rys. 10. Obraz linii siatki

rzoną od krawędzi otworu wzdłuż osi x w kierunku krawędzi zewnętrznej próbki), linią prostą do przecięcia z osią  $\log \varphi_1$  w układzie półlogarytmicznym ( $\log \varphi_1, x_{\varphi}$ ). Podobnie z ekstrapolacji wyników  $\varphi_1(x_{\varphi})$  i  $\varphi_2(x_{\varphi})$  do przecięcia z poziomymi osiami, odpowiadającymi wartości  $\varphi_{1,2} = \pm 0,1\%$  otrzymano średnią wartość szerokości zalegania odkształcenia trwałego, reprezentującą szerokość warstwy umocnionej. Charakter rozkładu  $\varphi_1$ i  $\varphi_2$  w przekroju pomiarowym próbki był powtarzalny dla wszystkich badanych umocnień. Przykładowy rozkład  $\varphi_1$  i  $\varphi_2$  w zależności od  $x_{\varphi}$  podan o na rys. 11.

Z otrzymanych wyników wybiera się dwa parametry charakteryzujące umocnienie materiału badanych konstrukcji. Jest to maksimum intensywności odkształcenia plastycznego na krawędzi otworu  $\varphi_{i_{max}}$  oraz szerokość strefy umocnionej, której miernikiem jest tu parametr  $\delta$  (rys. 11). Maksimum intensywności odkształcenia  $\varphi_{i_{max}}$  obliczano, korzystając z wartości  $\varphi_1$ , otrzymanej z omówionej ekstrapolacji oraz pomierzonej na kra wędzi otworu wartości  $\varphi_2$ . Zależność  $\varphi_{imtx}$  i  $\delta$  od zgniotu  $\mu$  pokazano na wykresie (rys. 12). Widoczna jest dobra ciągłość i niewielkie rozrzuty otrzymanych wyników.



Rys. 11. Zależność odkształceń  $\varphi_1$  i  $\varphi_2$  od  $x_{\varphi}$ ( $x_{\varphi} = 0$  na kraw. otw.)  $\mu = 6.12$ ; wyniki średnie z czterech pomiarów (dwie próbki: strona lewa i strona prawa)



Rys. 12. Zależność intensywności odkształcenia na krawędzi otworu ( $\varphi_{lmax}$ ) i szerokości zalegania waistwy umocnionej  $\delta$  od zgniotu  $\mu$ 

3.2. Pomiary naprężeń własnych. Metoda pomiarów. Do pomiaru naprężeń własnych zastosowano opanowaną przy pomiarach rozkładu warstwy umocnionej metodę siatek elementarnych. Z pomierzonego rozkładu odkształceń siatki, wyznaczonego z pomiarów odpowiednich jej parametrów przed rozcięciem i po rozcięciu próbki w sposób wyodrębniający obszar pomiarowy, można z podstawowych zależności wyznaczyć rozkład naprężeń własnych w tym obszarze. W punktach 0 i K (rys. 8), gdzie istnieje jednoosiowy stan napięcia przy założeniu płaskiego charakteru doświadczenia, co w tym przypadku jest uzasadnione:

(3.8) 
$$\sigma_{1S} = 0; \quad \sigma_{2S} = E \varepsilon_{2S}$$

W dowolnym punkcie przekroju pomiarowego, leżącym na osi x

(3.9)  
$$\sigma_{1S} = \frac{E}{1 - \nu^2} [\varepsilon_{1S} + \nu \varepsilon_{2S}],$$
$$\sigma_{2S} = \frac{E}{1 - \nu^2} [\varepsilon_{2S} + \nu \varepsilon_{1S}],$$

gdzie  $\varepsilon_{1s}$  i  $\varepsilon_{2s}$  odkształcenia w kierunkach głównych 1(x) i 2(y),  $\nu$  liczba Poissona, *E* moduł sprężystości.

Przebieg badań i ich wyniki. Pomiary rozkładów odkształceń, umożliwiających wyznaczenie naprężeń własnych, wykonano na dwóch próbkach o zgniocie odpowiadającym  $\mu = 3,79$  w próbach zmęczeniowych. Próbki wykonano identycznie, jak wszystkie próbki użyte w zasadniczych badaniach zmęczeniowych. Wiercenie, rozwiercanie i umacnianie otworu wykonywano z jednego założenia próbki w przyrządzie, przy czym operacje te wykonywano bez okładziny górnej w celu uzyskania porównywalności z rozkładami warstwy umocnionej. Powodowało to, jak otrzymano w pomiarach warstwy umocnionej, nieco większe wartości zgniotu  $\mu$  (tu  $\mu = 3,99$ ). W 24 godziny po umocnieniu nanoszono w przekroju pomiarowym na spolerowanej powierzchni próbki siatkę, uwzględniając spodziewane gradienty naprężeń własnych. Po pomiarze siatki i kontrolnych po-



Rys. 13. Widok próbki rozciętej do pomiaru rozkładu naprężeń własnych

miarach średnicy otworu w celu określenia wartości zgniotu  $\mu$  rozcinano delikatnie próbkę przy użyciu piłki ręcznej i nadcinano fragment z naniesioną siatką tak, by go oddzielić od pozostałego materiału próbki. Rozcięte próbki (rys. 13) «leżakowały» ponownie przez 24 godziny w temperaturze pokojowej, a następnie ponownie mierzono te same parametry siatek. Odkształcenia uwolnione w ten sposób obliczano jako

(3.10) 
$$\varepsilon_{1S} = \frac{\Delta l_x}{l_x}; \quad \varepsilon_{2S} = \frac{\Delta l_y}{l_y}$$

ze względu na małe ich wartości. Dla uśrednionych wyników pomiarów z lewej i prawej strony przekroju pomiarowego wyrysowywano linie odkształceń, a następnie z tak interpolowanych linii odczytywano dane do obliczenia wartości naprężeń. Tu należy podkreślić, że interpolowanie linii odkształceń nie nastręczało trudności ze względu na bardzo dobrą symetrię otrzymanych wyników pomiarów. Rozkład naprężeń własnych w przekroju pomiarowym pokazano na rys. 14. Charakter rozkładu jest zgodny ze spodziewanym i zbliżony do rozkładów naprężeń własnych w rurach grubościennych po odkształceniu trwałym średnicy wewnętrznej.


Rys. 14. Rozkład naprężeń własnych w przekroju pomiarowym  $\sigma_{1s} \approx \sigma_{rs}$  — naprężenia w kierunku osi x;  $\sigma_{2s} \approx \sigma_{\theta s}$  — naprężenia w kierunku osi y



Rys. 15. Zależność naprężeń własnych w kierunku osi y (rys. 8) na krawędzi otworu ( $\sigma_{2s} \approx \sigma_{\theta s}$ )<sub>0</sub> i na krawędzi zewnętrznej ( $\sigma_{2s} \approx \sigma_{\theta s}$ )<sub>k</sub> od zgniotu  $\mu$ . Liniami przerywanymi naniesiono granice dokładności pomiarów

Dalsze pomiary naprężeń własnych ograniczono do zmierzenia naprężeń  $\sigma_{2S}$  na krawędzi otworu (punkt 0) i na krawędzi zewnętrznej próbki (punkt K) po obu stronach przekroju pomiarowego, jako najbardziej istotnych z punktu widzenia wpływu naprężeń własnych na własności zmęczeniowe badanych konstrukcji. Wyniki tych pomiarów w zależności od wartości zgniotu  $\mu$ , mierzonego również w czasie pomiarów odkształceń, pokazano na wykresie (rys. 15).

3.3. Analiza wyników pomiarów rozkładu warstwy umocnionej i naprężeń własnych. Wyniki pomiarów rozkładu warstwy umocnionej wykazują kilka charakterystycznych cech. Rozkład odkształceń  $\varphi_1$  i  $\varphi_2$  dowodzi, że dominującym czynnikiem powodującym odkształcenie jest rozpychanie materiału przez kołek, a nie rozciąganie włókien materiału wokół otworu, jak np. podczas zwiększania w ten sposób średnic pierścienia. Intensywności odkształceń  $\varphi_i$  w warstwie podpowierzchniowej materiału w otworze są bardzo duże i wynikają przede wszystkim z dużych odkształceń  $\varphi_1$ . Znamienne jest, że mimo blisko pięciokrotnego wzrostu  $\mu$  (1,62÷8,02) maksymalna intensywność odkształcenia  $\varphi_{imax}$  na krawędzi otworu wzrasta tylko około dwukrotnie. Powiększa się jednak od-kształcenie włókien sąsiednich, choć szerokość warstwy umocnionej wzrasta zaledwie o 55% (1,1÷1,7 mm).

Drugim charakterystycznym zjawiskiem są duże gradienty  $d\varphi/dx_{\varphi}$  w materiale leżącym bardzo blisko krawędzi otworu. Nie wnikając jeszcze w dokładność pomiarów można spodziewać się kilku fizycznych przyczyn tego faktu. Pierwszą z nich może być ścieranie pewnej ilości materiału przez kołek, drugą – łatwiejsze odkształcanie materiału zawierającego nierówności po obróbce rozwiertakiem niż materiału leżącego już poza wpływem obróbki wiórowej, a trzecią – możliwość pewnego wypłynięcia materiału w kierunku zwiększenia grubości, gdyż użycie okładzin i nawet silne ich dociśnięcie nie jest równoważne z zachowaniem ciągłości materiału. Należy tu dodać, że rozkład  $\varphi_i$  dla próbek badanych zmęczeniowo może mieć nieco inne wartości  $\varphi_{i \max}$  i również nieco mniejsze gradienty  $d\varphi/dx_{\varphi}$  ze względu na użycie tam okładzin dwustronnych, podczas gdy do pomiarów rozkładów odkształceń (i naprężeń) nie używano okładziny górnej, ponieważ powodowała ona uszkodzenie linii siatek. Przyczyny omówione wyżej nie mogą jednak zmienić charakteru zbadanego zjawiska.

Pomiary naprężeń własnych wskazują na powstawanie bardzo wysokich naprężeń ściskających  $\sigma_{2S}$  na krawędzi otworu i rozciągających na krawędzi zewnętrznej. Wysokie naprężenia na krawędzi otworu mogą budzić wątpliwości, czy nie przekracza się granicy stosowalności przyjętej metody, ze względu na wyjście poza zakres sprężystych odkształceń. Jednakże, jeżeli zauważy się, że materiał w otoczeniu otworu jest bardzo odkształcony właśnie w kierunku ściskania, oraz że materiały tego rodzaju, jak badany PA7-T, posiadają [16] wyraźnie lepsze własności mechaniczne przy ściskaniu niż przy rozciąganiu tak, iż  $R_c \approx 1.7 R_m$ , to dla PA7-T otrzymuje się (z braku danych bezpośrednich)  $R_c \approx 1.7 \cdot 45 = 76 \text{ kG/mm}^2$ . Maksymalne mierzone wartości naprężeń własnych wynosiły na krawędzi otworu  $\sigma_{2S} = 52.7 \text{ kG/mm}^2$ , czyli około 69%  $R_c$ , co, przy występujących przy takich umocnieniach znacznych wzrostach granicy sprężystości, przekonuje do otrzymanych wyników.

Wypadkowe naprężenia w przekroju pomiarowym wynikają z nałożenia się naprężeń własnych i naprężeń powstających w czasie obciążania zewnętrznego. Mowa tu, oczy-

wiście, o naprężeniach w pierwszym cyklu obciążania, gdyż w dalszych cyklach następuje nierównomierne nagromadzanie się odkształceń trwałych, co pociąga za sobą zmiany w rozkładzie naprężeń. Można jednak uznać, że ilościowa analiza rozkładów naprężeń wypadkowych nie ma dla wykonanych badań zmęczeniowych większego znaczenia, gdyż przy prawdziwości założenia o kumulacji zmęczenia, należy spodziewać się rozkładów naprężeń spowodowanych obciążeniami w całym zakresie obciążeń eksploatacyjnych.



Rys. 16. Zależność naprężeń własnych  $\sigma_{2s}$  na krawędzi otworu od maksimum intensywności odkształcenia  $\varphi_{imax}$ 

Porównanie układów wyników pomiarów naprężeń własnych  $\sigma_{2S}$  na krawędzi otworu z odpowiednimi wynikami  $\varphi_{imax}$  w zależności od zgniotu  $\mu$  oraz naprężeń  $\sigma_{2S}$  na krawędzi zewnętrznej i szerokości warstwy umocnionej  $\delta$  skłania do przypuszczenia, że wartości naprężeń własnych  $\sigma_{2S}$  na krawędzi otworu zależą głównie od maksimum intensywności



Rys. 17. Zależność naprężeń własnych  $\sigma_{2s}$  na krawędzi zewnętrznej od szerokości warstwy wzmocnionej  $\delta$ 

odkształceń  $\varphi_{imax}$ , a naprężenia na krawędzi zewnętrznej  $\sigma_{2S}$  od szerokości warstwy umocnionej. Zależności te pokazano na wykresach rys. 16, 17.

Ważnym wnioskiem, wypływającym z wyników pomiarów warstwy umocnionej i naprężeń własnych, jest dobra ciągłość i łagodny charakter obu zależnośći od zgniotu  $\mu$ . Pozwala to na stwierdzenie, że rzeczywiście odkształcenie trwałe średnicy otworu (względ-

8 Mechanika teoretyczna

### **B. JANCELEWICZ**

ne) można uznać za parametr niezależny, całkujący w sobie w sposób jednoznaczny obie te zasadnicze zmiany konstrukcji – zgniot materiału i naprężenia własne.

Taki sam układ rozrzutu wyników  $\varphi_{i\max} = f(\mu)$  oraz  $(\sigma_{2S})_0 = f(\mu)$  w stosunku do interpolowanej linii średniej prowadzi do wniosku, że jest to skutkiem rozrzutów technologicznych, wynikłych przede wszystkim ze stosowania do umacniania dwóch różnych kołków. Świadczy to dodatkowo o wystarczającej czułości zastosowanych metod pomiarowych i upewnia co do miarodajności uzyskanych wyników.

## 4. Próba rozdzielenia wpływów umocnienia materiału oraz naprężcń własnych na trwałość zmęczeniową konstrukcji

4.1. Cel i metoda badań. Dotychczasowe próby wyodrębnienia wpływów umocnienia materiału i naprężeń własnych na własności zmęczeniowe konstrukcji prowadzono w oparciu o założenia związane z otrzymywaniem próbek z materiałem umocnionym przez usunięcie z nich naprężeń własnych. W żadnej z prac nie udokumentowano jednak mia-rodajnym pomiarem skuteczności zastosowanych zabiegów [17, 18].

Stawiając sobie za cel wyodrębnienie wpływów zgniotu materiału i naprężeń własnych w miejscach będących źródłami pęknięć zmęczeniowych na trwałość zmęczeniową konstrukcji umocnionej lokalnie zgniotem plastycznym na zimno oparto się na nieco innym podejściu. Założono mianowicie, że:

a) trwałość zmęczeniowa konstrukcji (próbki) z karbem zależy w pierwszym rzędzie od wartości naprężeń spiętrzonych w okolicy karbu, albo, ogólniej, od poziomu naprężeń maksymalnych w miejscu, skąd może rozpocząć się niszczenie zmęczeniowe w postaci propagującego pęknięcia,

b) liczba zmian obciążeń przenoszonych przez próbkę od momentu pojawienia się pęknięcia zmęczeniowego do całkowitego zniszczenia próbki jest dla próbek takich, jak badane w tej pracy próbki nieumocnione, pomijalna w stosunku do całkowitej trwałości, co potwierdzają przeprowadzone doświadczenia,

c) umocnienie materiału nie ma wpływu na efektywność działania naprężeń własnych, jeśli idzie o zmianę trwałości zmęczeniowej, choć przyjęcie tego założenia wymaga właściwie osobnych badań.

Przy tak postawionych założeniach wprowadza się próbki o obrysie zewnętrznym takim samym, jak obrys próbek badanych dotychczas (rys. 1), ale z inaczej wykonanym zgniotem materiału. Wprowadza się również lokalne umocnienie, ale o kształcie pierścieniowym, współosiowym z otworem w próbce, co, po odpowiednim dobraniu średnicy pierścienia, profilu narzędzia oraz siły i czasu nacisku wprowadzających umocnienie, powoduje sprężyste ściśnięcie materiału wewnątrz pierścienia, a rozciągnięcie na zewnątrz pierścienia. Rozkład naprężeń własnych uzyskiwany z takiego przygotowania próbek, choć jest nieco odmienny niż po umocnieniu stosowanym w omawianych badaniach, to jednak w bezpośrednim otoczeniu otworu wykazuje również znaczne gradienty [19], co przy zachowaniu takich samych wartości maksymalnych naprężeń własnych na krawędzi otworu pozwala na porównywanie wyników z obu rodzajów obróbki.

Trwałość zmęczeniowa próbek ze zgniotem pierścieniowym po powstaniu pęknięcia nie będzie już jednak pomijalna w stosunku do trwałości całkowitej ze względu na inten-

sywniejsze hamowanie propagacji pęknięcia na dość długim cdcinku, a w szczególności w materiale objętym zgniotem. Doświadczalnie ustalono, że liczba cykli obciążeń od momentu powstania pęknięcia w próbce umocnionej przez przeciśnięcie kołka przez otwór do momentu całkowitego zniszczenia próbki jest w przybliżeniu równa liczbie cykli obciążeń od momentu powstania pęknięcia w próbce ze zgniotem pierścieniowym do momentu osiągnięcia przez pęknięcie to łącznej długości około 1 mm. Przyjęto więc, że trwałość zmęczeniowa próbek ze zgniotem pierścieniowym reprezentowana będzie przez liczbę cykli obciążeń liczonych od początku obciążenia do pojawienia się pęknięcia zmęczeniowego o łącznej długości 1 mm.

Osobnym zagadnieniem metodycznym jest wybór własności zmęczeniowych konstrukcji, na których opierać się będzie próba wyodrębnienia obu omawianych wpływów. Dotychczasowe badania w tej dziedzinie, wykonywane na próbkach stalowych, dawały łatwy do przyjęcia wskaźnik, którym była odpowiednia granica zmęczenia. Jednakże w konstrukcjach, w których obciążenia występujące w czasie ich użytkowania mogą wywołać naprężenia przewyższające odpowiednie granice zmęczenia przyjęcie jako wskaźnika porównawczego granicy zmęczenia (rzeczywistej czy też umownej) znacznie zawęża zagadnienie. Miarodajnym wskaźnikiem jest więc ponownie całkowita trwałość zmęczeniowa lub całkowite zużycie zmęczeniowe obliczane w sposób względny lub bezwzględny na podstawie znanego widma obciążeń konstrukcji i zbadanej krzywej zmęczenia.

Dla tak postawionego zagadnienia przeprowadzono próby zmęczeniowe.

4.2. Przebieg prób i ich wyniki. Uwzględniając ograniczenie, jakim może stać się granica sprężystości do prób wybrano serię o zgniocie  $\mu = 2,42$ , dla której naprężenia własne



Rys. 18. Przyrząd do wykonywania zgniotu pierścieniowego

na krawędzi otworu  $\sigma_{2S} = -26 \text{ kG/mm}^2$ , a na krawędzi zewnętrznej  $\sigma_{2S} = +10 \text{ kG/mm}^2$ . Badania wykonano na trzech poziomach naprężeń  $\sigma_a = 9$ ; 6,5; 5,1 kG/mm<sup>2</sup> przy  $\sigma_m = 14,83 \text{ kG/mm}^2$ , przeznaczając na każdy poziom po 10 próbek. 24 próbki wykonano już z nowego arkusza materiału. Różnice własności mechanicznych obu arkuszy nie przekraczały  $\pm 1\%$  wartości średnich.

Do wykonywania zgniotu pierścieniowego zaprojektowano przyrząd, pozwalający na równoczesne wykonywanie zgniotu na obu powierzchniach próbki (rys. 18). Wyskalowanie przyrządu (dobór siły i czasu działania nacisku) wykonano przy użyciu próbek, na których w przekroju pomiarowym nanoszono siatki przy krawędzi otworu i przy krawędzi zewnętrznej po obu stronach przekroju pomiarowego. Skalowanie to wykazało, że wywołując na krawędzi otworu naprężenia własne równe –26,2 kG/mm<sup>2</sup> powoduje się powstanie na krawędzi zewnętrznej próbki naprężeń +19,7 kG/mm<sup>2</sup>. Wynik świadczy o nieco za dużej średnicy przyjętego pierścienia. Ze względu jednak na uzyskanie właściwych naprężeń na krawędzi otworu i drugorzędną, w tych próbach, rolę naprężeń na krawędziach zewnętrznych postanowiono przeprowadzić badania zmęczeniowe dla tak przygotowanych próbek.

Badania wykonano na tych samych maszynach zmęczeniowych, odczytując trwałość zmęczeniową próbek, gdy pęknięcie zmęczeniowe, mierzone w powiększeniu pięciokrotnym, osiągało łączną długość 1 mm. Otrzymane wyniki opracowano statystycznie zgodnie z ujęciem omówionym w części 2.2. i umieszczono w tablicy 4. Punkty odpowiadające średnim trwałościom na danym poziomie naprężeń naniesiono na wykres (rys. 3). Parametry  $\alpha$ ,  $\beta$  oraz  $\sigma_{az}$  równania krzywej zmęczenia obliczono korzystając z metody minimum sumy kwadratów błędów. Otrzymano równanie

(4.1) 
$$\log N = 5,8263 - 1,3105 \log(\sigma_a - 4,35).$$

Krzywą opisaną tym równaniem naniesiono również na wykres wyników (rys. 3). Po założeniu tego samego widma obciążeń (2.11) obliczono, korzystając z wzorów (2.16), (2.17), (2.18), (2.20), (2.21)

$$(\sigma_{aD'max})_S = 5,32 \text{ kG/mm}^2;$$
  $(N_{D'max})_S = 701 600 \text{ cykli obc.},$   
 $(D'_max)_S = 0,0429 \text{ 1/kG/mm}^2;$   $D_S = 0,0963.$ 

W ujęciu względnym w odniesieniu do własności konstrukcji o zgniocie  $\mu = 0$ :

$$(D'_{\max})_{sw} = 0,273;$$
  $D_{sw} = 0,238;$   $R_{sw} = 4,2.$ 

Ponieważ dla konstrukcji o zgniocie  $\mu = 2,42$  całkowita względna trwałość zmęczeniowa wynosi  $R_{w2,42} = 12,9$ , procentowy udział względnej trwałości wniesiony do trwałości całkowitej przez naprężenia własne równa się

(4.2) 
$$\frac{R_{sw}}{R_{w^{2},42}} \cdot 100 = \frac{4,2}{12,9} \cdot 100 = 32,6 \%.$$

Jak stąd wynika około 1/3 całkowitej zmiany trwałości zmęczeniowej powodują naprężenia własne, a 2/3 zmiana własności materiału w wyniku umocnienia.

### 5. Ocena dokladności badań

Dokładność realizowanych w czasie prób zmęczeniowych naprężeń zależy od błędów pomiarowych pola przekroju pomiarowego próbek oraz błędów realizacji obciążenia na maszynie zmęczeniowej. Pomiary grubości próbek wykonywano mikromierzem. Dokładność pomiarów można więc ocenić na  $\pm 0,005$  mm, co stanowi  $\pm 0,54\%$  najmniejszej grubości i jest błędem dominującym. Uwzględniając dokładności pomiaru szerokości próbek i średnicy otworu dokładność określenia pola przekroju pomiarowego można ocenić na  $\pm 0,6\%$ . Ze skalowania dynamometru maszyny wynika, że przy okularze  $\times 500$ , używanym do zakresu obciążeń 300 kG, jednej działce na skali odpowiada wartość 4,4 kG siły. Przy pewnej wprawie w ostrym ustawianiu smugi świetlnej w dynamometrze można ustawić obciążenia minimalne i maksymalne z dokładnością do  $\pm 0.5$  działki, czyli  $\pm 2.2$  kG. Największe błędy względne wystąpią dla najmniejszych realizowanych amplitud naprężeń, czyli w serii 5D<sub>0</sub>, gdzie  $\sigma_a = 3.5$  kG/mm<sup>2</sup>. Maksymalny błąd względny dla tego punktu (najmniejszy możliwy przekrój i największe obciążenia) wynosi 0,22 kG/mm<sup>2</sup> naprężeń, czyli 6,3%. Błąd względny realizacji naprężeń średnich wynosił około  $\pm 1,9\%$  i był mniej więcej stały dla wszystkich serii prób. Uwzględniając wszystkie realizowane amplitudy naprężeń, jak również wartości naprężeń średnich, można wykazać, że średni błąd względny realizacji naprężeń wynosił około  $\pm 3\%$ , nie powinien więc budzić zastrzeżeń do uzyskanych wyników.

Pomiary średnic otworów wykonywano na mikroskopie firmy Zeiss (działka --0,001 mm) ze względu na chęć dokładnego określenia wartości parametru niezależnego  $\mu$ . Bład wartości  $\mu$  wynika z nałożenia się błędów dwóch serii pomiarów średnicy; przed umocnieniem i po umocnieniu. Pomiary skalujące wykonano na próbkach nie przeznaczonych później do badań zmęczeniowych. Wykazały one niewielką, nie przekraczającą 0,1%, owalizację otworu. Tym niemniej jako wymiar nominalny średnicy otworu przyjmowano średnią arytmetyczną wartość z dziesięciu pomiarów, wykonywanych po pięć z każdej strony próbki, zarówno dla pomiarów przed umocnieniem, jak i po umocnieniu. Największy bład względny wystąpi przy najmniejszym mierzonym zgniocie  $\mu = 1,62$ . Po wykonaniu 50 pomiarów skalujących przed umocnieniem i po umocnieniu oraz 128 pomiarów kontrolnych na trzydziestu dwóch próbkach zbadanych w tej serii obliczono odchylenie standardowe wartości średniej  $\mu$ , przy założeniu spełniania przez  $\mu$  warunków rozkładu normalnego, co wystarczająco wykazał test graficzny. Odchylenie to nie przekraczało 0.3% średniej wartości  $\mu$  przy mierzonym odkształceniu 0,050 mm. Dla pozostałych serii odchylenia te były jeszcze mniejsze ze względu na większe wartości mierzonych odkształceń.

Statystyczne opracowanie wyników prób zmęczeniowych pozwoliło na określenie dla każdego poziomu naprężeń badanych serii odchylenia standardowego i standardowego błędu średniej. Jak widać z wyników tylko w dwóch przypadkach odchylenie standardowe nieznacznie przekroczyło 10% wartości średniej. Te duże rozrzuty zaobserwowano na niskich poziomach naprężeń przy dużych zgniotach, gdzie można spodziewać się nieko-rzystnych wpływów dużych odkształceń materiału w czasie umacniania i znacznie więk-szej czułości na rozrzut wartości naprężeń własnych. Błąd standardowy średniej tylko w trzech przypadkach przekroczył wartość 3% wartości średniej (tablica 4).

Dokładność odwzorowania analitycznego wyników badań doświadczalnych za pomocą funkcji Weibulła-Odinga można zilustrować wskaźnikiem  $\Delta$  (tablica 5). Wskaźnik ten dla żadnej serii prób nie przekracza wartości 0,5%. Obliczenie parametrów  $\alpha$ ,  $\beta$  oraz  $\sigma_{az}$  wykonano numerycznie przy zachowaniu skoku  $\Delta \sigma_{az} = 0,005$  kG/mm<sup>2</sup>, a więc 0,16% najmniejszej obliczonej wartości  $\sigma_{az} = 3,06$  kG/mm<sup>2</sup>. Skok ten pozwalał na obliczenie parametru  $\alpha$  z dokładnością  $\pm 0,1\%$ , a parametru  $\beta$  z dokładnością  $\pm 0,4\%$  w przypadku najbardziej niekorzystnym. Wynika stąd, że dokładność obliczenia parametrów krzywych zmęczenia, jak i odwzorowanie wyników doświadczeń wybraną funkcją nie ma istotnego wpływu na uzyskane wyniki.

W obliczeniach własności zmęczeniowych główne zagadnienie wiąże się z przyjęciem granic całkowania przy obliczaniu całkowitego zużycia zmęczeniowego. Pole objęte krzywą

 $\sigma_a = f(D')$  (rys. 4) jest graficzną ilustracją zużycia zmęczeniowego konstrukcji. Widoczne jest, że przedłużenie granic całkowania do  $\infty$  obejmuje tak małe intensywności zużycia zmęczeniowego, że wpływ tego na zasadniczy wynik, zależny głównie od maksimum intensywności zużycia, można pominąć.

Użycie nowego arkusza blachy w próbie rozdzielenia wpływów naprężeń własnych i zgniotu materiału na własności zmęczeniowe nie spowodowało wypaczenia wyników. Średnia trwałość próbek wykonanych ze starego arkusza blachy wynosiła, przy  $\sigma_a =$ = 6,5 kG/mm<sup>2</sup>, gdzie zbadano dla porównania sześć próbek z tego arkusza i cztery próbki z nowego arkusza,  $N_{sr} = 237900$  cykli obciążeń, a dla próbek wykonanych z nowego arkusza  $N_{sr} = 249200$  cykli. Różnica między nimi wynosi tylko około 4,7 % średniej wartości trwałości obliczonej dla wszystkich próbek zbadanych na tym poziomie naprężeń.

Z wykonanej analizy wynika, że miarodajność wyników badań zmęczeniowych i obliczonych stąd własności zmęczeniowych badanych konstrukcji nie powinna budzić wątpliwości, gdyż łatwo można zauważyć, że dokładność realizacji poszczególnych etapów badań utrzymywała się tego samego rzędu co odpowiednie dokładności badań zmęczeniowych wykonanych przez wielu innych autorów, których wyniki uznano za miarodajne i znalazły praktyczne zastosowania.

Wszystkie pomiary odkształceń wykonano na mikroskopie firmy Zeiss o najmniejszej działce równej 0,001 mm. Współmierność grubości linii nanoszonych siatek z grubością linii w układzie pomiarowym mikroskopu dawała bardzo dobrą powtarzalność odczytów, szczególnie w pomiarach odkształceń do wyznaczenia rozkładów naprężeń własnych, gdzie po nacięciu siatki nie stosowano już żadnej obróbki powodującej odkształcenie trwałe płaszczyzny próbki. Można uznać, że bezwzględny błąd pomiaru wydłużeń siatki utrzymywał się w zakresie  $\pm$ 0,0005 mm. W pomiarach rozkładu warstwy umocnionej mierzono odkształcenia wynoszące 0,007 $\div$ 0,050 mm. Błędy względne wynoszą więc  $\pm 7\%$  $\pm\pm1\%$ , a średnio dla odkształceń zawierających się w przedziale 0,014 $\pm$ 0,018 mm, gdyż tak dobierano parametry siatki, błąd względny wynosi około  $\pm 3\%$  mierzonych wartości. Jeśli podobnie podejść do pomiarów naprężeń własnych, to po uwzględnieniu użytych tam baz pomiarowych  $1 \div 3$  mm, bezwzględne błędy pomiaru naprężeń zawierają się w zakresie 3,6 $\div$ 1,2 kG/mm<sup>2</sup>. Na rys. 15 obrazującym zależność naprężeń  $\sigma_{2S}$  na krawędzi otworu i na krawędzi zewnętrznej od zgniotu  $\mu$  naniesiono odpowiednie zakresy dokładności pomiarów w odniesieniu do liuii średniej interpolowanej między uzyskanymi wynikami. Widoczne jest, że większość wyników pomiarów leży w strefie objętej tak określonymi granicami dokładności pomiaru.

### 6. Wnioski

Przeprowadzone badania wskazują, że wprowadzenie lokalnego umocnienia w obszarze spiętrzenia naprężeń w cienkościennej konstrukcji duralowej powoduje znaczne ulepszenie własności zmęczeniowych konstrukcji. Uzyskanie w maksimum ponad trzydziestokrotnie większej trwałości zmęczeniowej dla konstrukcji umocnionej niż dla konstrukcji z karbem bez umocnienia jest wynikiem bardzo zachęcającym do dalszych badań, a nawet do podjęcia prób praktycznych. Ogólniejszym wnioskiem jest tu stwierdzenie możliwości całkowitego zlikwidowania ujemnego działania karbu na trwałość zmęczeniową konstrukcji ciągłej. Uzyskana bowiem trwałość konstrukcji z karbem umocnionym jest nawet nieco większa niż trwałość konstrukcji ciągłej bez karbu, choć bezpieczniej jest mówić o porównywalnych trwałościach w obu przypadkach.

Otrzymana zależność trwałości zmęczeniowej konstrukcji od zgniotu  $\mu$  posiada wyraźne, choć niezbyt ostre, maksimum, świadczące o istnieniu zgniotu optymalnego (w danym przypadku  $\mu_{opt} \approx 5,8$ ). Powyżej tego zgniotu zaczyna się spadek trwałości zmęczeniowej konstrukcji. Niewielka różnica między wartościami naprężeń własnych na krawędzi otworu w próbkach o zgniocie  $\mu = 5,79$  i  $\mu = 7,49$ , wynosząca około 1,5 kG/mm<sup>2</sup> (z rys. 15) przy uwzględnieniu rozrzutów technologicznych, a wyraźna różnica między maksymalnymi intensywnościami odkształceń trwałych  $\varphi_{i max}$ , wynosząca około 7% (rys. 12) skłania do przypuszczenia, że przyczyną zmniejszania się trwałości zmęczeniowej dla zgniotów powyżej optymalnego jest w pierwszym rzędzie naruszenie spójności materiału spowodowane bardzo dużą intensywnością odkształcenia płytkiej, bo sięgającej najwyżej do 0,1 mm warstwy podpowierzchniowej.

Z punktu widzenia zmęczenia konstrukcji wzrost trwałości zmęczeniowej spowodowany jest przede wszystkim zmniejszeniem się maksimum intensywności zużycia zmęczeniowego, więc przesunięciem krzywych zmęczenia w kierunku większych trwałości. Jedynie wówczas, gdy maksima intensywności zużycia są zbliżone, istotną rolę zaczyna odgrywać pozioma asymptota krzywej zmęczenia (lub granica zmęczenia). Wynika stąd, że dla miarodajnego określenia trwałości zmęczeniowej i ewentualnych zmian wynikających z ulepszania konstrukcji konieczna jest znajomość krzywej zmęczenia w zakresie do naprężeń występujących w konstrukcji przy obciążeniach dopuszczalnych dla danej konstrukcji. Spadek maksimum intensywności zużycia zmęczeniowego związany jest ze wzrostem naprężeń, przy których to maksimum występuje. Zależność ( $\sigma_{aD'max}$ )<sub>w</sub> od zgniotu  $\mu$  ma charakter asymptotyczny (rys. 7), zdążający do wartości około 1,5. Wskazówka ta ma o tyle istotne znaczenie, że jeden z badanych poziomów naprężeń krzywej zmęczenia powinien odpowiadać spodziewanym naprężeniom  $\sigma_{aD'max}$ .

Zmiany fizyczne w konstrukcji wywołane umocnieniem, to przede wszystkim bardzo duże intensywności odkształcenia materiału przy otworze, charakteryzujące się ponadto bardzo dużymi gradientami i płytkim, bo zaledwie sięgającym 0,1 mm, ich zaleganiem. Wysokie są również, przy danej geometrii próbek, naprężenia własne w konstrukcji i to zarówno ściskające na krawędzi otworu, jak rozciągające na krawędzi zewnętrznej. Wspólną cechą, zarówno rozkładu warstwy umocnionej, jak i naprężeń własnych, są duże gradienty ich wartości przy małych zgniotach  $\mu$ , malejące ze wzrostem wartości zgniotu  $\mu$ . Tu leży przyczyna takiego samego charakteru zmian zarówno zużycia, jak i intensywności zużycia zmęczeniowego.

Próba rozdzielenia wpływów zgniotu materiału i naprężeń własnych wykazuje, że około 2/3 ogólnej zmiany trwałości pochodzi od zgniotu materiału, a tylko 1/3 od naprężeń własnych. Mimo szczupłego programu tej próby można wnioskować, że ewentualne dalsze zmiany trwałości, spowodowane relaksacją naprężeń własnych, nie spowodują zasadniczych zmian tej trwałości, gdyż zmiany te zależeć będą od czynnika o mniejszym oddziaływaniu.

#### **B. JANCELEWICZ**

### Literatura cytowana w tekście

- 1. G. FORREST, Some experiments on the effects of residual stresses on the fatigue of aluminium alloys, J. of Inst. of Metals, vol. 72, 1946.
- 2. D. ROSENTHAL, G. SINES, Effect of residual stress on the fatigue strength of notched specimens, Proc. ASTM, vol. 51, 1954.
- 3. R. L. TEMPLIN, Fatigue of aluminium, Proc. ASTM, vol. 54, 1954.
- 4. B. HEINRICH, Zweistufige Kaltwerformung und Alterung ein Verfahren zur Verhinderung von Abbauerseheinungen bei oberflächenverfetigten Baubeilen aus weichen Werkstoften, Inst. für Leichtbau, 5, 1966.
- 5. G. B. GLEASON, Influence of shot peening on fatigue strength of 14S-T Alloy, Iton Age 1/1947.
- 6. С. Серенсен и др., Конструкционная прочность авиационных сплавов, Труды МАТИ, вып. 54, 1962.
- 7. B. JANCELEWICZ, Badania wpływu zgniotu plastycznego na trwalość zmęczeniową duralowych blach z karbem, Arch. Budowy Maszyn, 1, 13 (1966).
- 8. British Civil Airworthiness Requirements, section D Airplanes, London 1963.
- 9. W. WEIBULL, A statistical representation of fatigue failures of solids, Trans. of Royal Inst. of Technol., Stockholm 1949.
- 10. I. A. ODING, Teoria dyslokacji w metalach i jej zastosowania, PWT, Warszawa 1961 (tłum. z rosyjskiego).
- 11. J. TAYLOR, Measurements of gust loads in aircraft, J. of Royal Aer. Soc., vol. 57, nr 506, 1953.
- 12. B. LUNDBERG, Fatigue life of dirplane structures, FFA Rep. 60, Stockholm 1955.
- 13. M. MINER, Cumulative damage in fatigue, J. of Applied Mechanics, 9, 1945.
- 14. А. ГУЛАЕВ, Металловедение, Оборонгиз, Москва 1949.
- 15. Z. MARCINIAK, Mechanika procesów tloczenia blach, WNT, Warszawa 1961.
- 16. G. WÄLGREN, Direct fatigue tests with tensile and compressive mean stress on 24S-T aluminium plaine specimens and specimens notched by drilled hole., FFA Rep. 48, Stockholm 1953.
- 17. И. В. Кудрявцев, Внутренние напряжения как резерв прочности в машиностроении, Маштиз, Москва 1951.
- 18. W. WARSZYŃSKI Badania wpływu zgniotu powierzchniowego na wytrzymałość zmęczeniową, (praca doktorska w AGH) Kraków 1962.
- 19. P. W. KASGARD, Exploratory study on optimum coining for improvement of fatigue life, Experimental Mechanics, 10/1964.

### Резюме

### ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ЛОКАЛЬНОЙ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ, ВЫЗВАННОЙ В РАЙОНЕ КОНЦЕНТРАЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ, НА УСТАЛОСТНУЮ ДОЛГОВЕЧНОСТЬ КОНСТРУКЦИИ ИЗ АЛЛЮМИНИЕВОГО СПЛАВА С НАДРЕЗОМ

В работе описаны исследования по улучшению противоусталостной прочности тонкостенной конструкции из аллюминиевого сплава РА 7 Т, при испытаниях образцов с центрально расположенным отверстием. Образцы упрочнены пластическим деформированием диаметра отверстия, посредством продавливания через отверстие цилиндрического штифта. Анализ результатов усталостных испытаний, произведенный по соотвественно адаптированному методу Лундберга-Эггвертца, показал возможность значительного повышения усталостной долговечности исследуемой конструкции.

Описаны и переанализированы результаты измерений распределения упрочненного слоя, а также распределения остаточных напряжений в измеряемом сечении. Из этих измерений следует, что снижение усталостной долговечности в условиях, превыпиающих оптимальные параметры упрочнения, обусловлено изменениями декогерентного типа, вызваными большой интенсивностю пластических деформаций вокруг отверстия. Описаны также испытания проведенные для выделения влияний упрочнения материала и остаточных напряжений на усталостную долговечность. Из этих испытаний очевидно доминирующее влияние упрочнения материала. Это свидетельствует о стабильности повышения усталостной долговечности, полученной в исследуемой конструкции.

### Summary

### INVESTIGATIONS OF INFLUENCE OF LOCAL PLASTIC STRAIN INDUCED IN STRESS CONCENTRATION REGION ON FATIGUE LIFE OF ALUMINIUM ALLOY NOTCHED STRUCTURE

In this paper are reported experiments on the antifatigue improvement of thin-sheet aluminium alloy PA 7 T structure represented by specimens with central hole. Specimens are strengthened by plastic deformation of the diameter of hole induced by the forcing of cylindrical pin through the hole. Analysis of fatigue tests results performed by applying the properly adapted the Lundberg-Eggwertz method shows the possibility of marked increase of fatigue life of the structure tested.

The results of measurements of strengthened layer distribution and residual stress distribution in the section tested are described and analysed. From these measurements it developed that the decrease of fatigue life beyond the optimal parameters of strengthening is caused by the decohesional type changes induced by the high intensity of plastic strain in the vicinity of the edge of hole.

Experiments carried out for the separation of the effects of material strengthening as well as of the residual stress on the fatigue life are also dealt with. They clearly show the dominating effect of the strengthening of material. This testifies to the fact of good stability of the achieved fatigue life increases of the structure tested.

POLITECHNIKA WARSZAWSKA KATEDRA BUDOWY SAMOLOTÓW

Praca zostala zlożona w Redakcji dnia 5 stycznia 1968 r.

# BIULETYN INFORMACYJNY

### SYMPOZJUM NA TEMAT METOD PROBABILISTYCZNYCH W MECHANICE

Kraków, 27-28 października 1967 r.

W dniach 27 i 28 października 1967 odbyło się w Krakowie Sympozjum Oddziału Krakowskiego PTMTS poświęcone zastosowaniom rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej w różnych działach mechaniki. W sympozjum wzięło udział około dziewięćdziesiąt osób z dziesięciu miast Polski, a ponadto Prof. S. D. WOŁKOW, DOC. E. E. SURIKOWA i DOC. B. N. KOSZUTIN z ZSRR oraz Dr. M. VORLIČEK z Czechosłowacji. Mniej więcej jedna trzecia uczestników reprezentowała matematykę względnie inne specjalności uniwersyteckie, a pozostała część — miała politechniczne tytuły naukowe lub zawodowe.

Obrady otworzył Prof. dr inż. J. LITWINISZYN, przewodniczący Komitetu Organizacyjnego Sympozjum. Wysłuchano ogółem 29 referatów w pięciu sesjach, z których pierwsza obejmowała zagadnienia ogólne i ośrodki stochastyczne, druga – statystykę własności materiałów, trzecia – dynamikę i niezawodność maszyn, a dwie ostatnie – bezpieczeństwo konstrukcji budowlanych. Najwięcej, bo 9 referatów, dotyczyło bezpośrednio probabilistycznej teorii bezpieczeństwa, 4 referaty dotyczyły zagadnień efektu skali i dynamiki statystycznej, 2 – ośrodków o ziarnistej, quasi-jednorodnej lub sypkiej strukturze losowej. W pozostałych referatach, dotyczących różnych problemów stochastycznych, wysuwały się na plan pierwszy metody obliczeń.

Tytuły referatów w kolejności ich wygłaszania podajemy poniżej.

- I. Prof. dr W. KRYSICKI (Łódź) O estymacji parametrów mieszanin dwóch rozkładów
- Prof. dr inż. J. LITWINISZYN (Kraków) O pewnych zagadnieniach koagulacji

Prof. dr inż. J. MURZEWSKI i Mgr T. WINIARSKA (Kraków) – Rozkład prawdopodobieństwa mikronaprężeń własnych w ośrodku sprężystym

- Doc. dr inż. T. RYNCARZ (Kraków) Uwzględnienie działania sił w stochastycznym modelu ruchu górotworu
- Doc. dr inż. A. SMOLARSKI (Kraków) O ruchu ośrodka sypkiego
- Mgr W. Dyczka (Łódź) Wzór iekurencyjny na zwykłe momenty w rozkładzie Polyi
- II. Проф. С. Д. Волков (Свердловск) Структурные напряжения в армированных пластиках. Doc. dr inż. J. Вордіому (Kraków) — Wyznaczenie wartości przeciętnych wielkości geometrycznych charakteryzujących strukturę skał Dr W. KRAJ (Kraków) — Wyznaczanie przeciętnej ilości wrostów w jednostce objętości skały ze znajomości ilości ich przecięć na przekrojach płaskich Doc. dr inż. S. OLESZKIEWICZ i Dr inż. W. Złobroń (Kraków) — Rozkład wytrzymałości wysokowartościowej stali kablowej Ø 5 mm Dr inż. Z. MENDERA (Kraków) — Zagadnienie korelacji cech wytrzymałościowych materiałów Dr M. DĄBEK (Lublin) — Statystyczne aspekty wytrzymałości
  Dr K. GDAŃSKI (Kraków) — Wpływ efektu skali na wytrzymałość wiązki prętów rozciąganych
- III. Doc. dr inż. L. NEKANDA-TREPKA i Dr Z. WIĘCKOWSKI (Warszawa) Metody statystyczne w ocenie jakości spoin w konstrukcjach, na podstawie wskaźnika wadliwości spoin jako cechy zbioru Doc. dr M. DIETRICH (Warszawa) – O pewnym zastosowaniu statystyki w dynamice dźwignic

Dr inż. J. GOLIŃSKI (Warszawa) – Zastosowanie pewnego procesu błądzenia do rozwiązywania zadań z zakresu optymalnej syntezy maszyn

Dr inż. M. ZABAWA (Kraków) – Obliczanie momentu bezwładności koła zamachowego maszyny przy obciążeniu losowym

Dr inż. J. NIZIOŁ (Kraków) - Nieliniowe drgania struny w ujęciu probabilistycznym

Mgr inż. L. LAUDAŃSKI (Warszawa) – Liczbowe charakterystyki funkcji losowych w obciążeniach samolotu

IVa. CSc. M. VORLIČEK i CSc. Ing. M. TICHY — Pravděpodobnost porušeni rámové konstrukce při vice zdrojich zatiženi

Доц. Б. Н. Кошутин (Москва) — Определение коэффициента перегрузки горизонтальной силы от мостовых кранов

Доц. Е. Е. Сурикова (Свердловск) — О нелинейном суммировании повреждений

Prof. dr inż. Cz. EIMER (Warszawa) – Bezpieczeństwo konstrukcji jako problem «czasowy» Doc. dr inż. Z. KOWAL (Wrocław) – Niezawodność i bezpieczeństwo konstrukcji złożonych

IVb. Prof. dr inż. J. MURZEWSKI (Kraków) – Współczesne metody oceny bezpieczeństwa konstrukcji Mgr M. MAKOWSKI (Kraków) – Zależność ryzyka awarii od parametrów procesów obciążenia Mgr A. WINIARZ (Kraków) – Redukcja losowych obciążeń ruchomych na dużych mostach Prof. dr inż. J. MURZEWSKI i Mgr inż. J. SOJKA (Kraków) – Charakterystyka prawdopodobieństwa nośności granicznej statycznie niewyznaczalnych ustrojów prętowych Prof. dr inż. J. MURZEWSKI i Mgr inż. A. SOWA (Kraków) – Oszacowanie błędu obliczenia nośności elementu żelbetowego

Mimo ograniczenia czasu wygłaszania referatów do 25 lub 15 minut program realizowany był na ogół punktualnie, a poruszana problematyka wywoływała rzeczową, a czasem — polemiczną dyskusję. W czasie całego sympozjum było ogółem 78 głosów dyskusyjnych.

Obrady odbywały się w auli Oddziału Krakowskiego PAN. Uczestnikom sympozjum rozdano litografowany materiał, zawierający oprócz informacji, wstępu i programu – streszczenia referatów i listę zgłoszonych uczestników. Sekretariat prowadziła Katedra Matematyki Politechniki Krakowskiej. Nadmienić przy tym należy, że pracownicy tej Katedry przygotowali 7 referatów na sympozjum. W dyskusji ogólnej na zakończenie obrad, której przewodniczył Prof. dr inż. M. Życzkowski, podkreślono duże zainteresowanie pierwszym sympozjum o tej tematyce oraz fakt, że umożliwiła ona skonfrontowanie wyników dotychczasowych zastosowań metod probabilistycznych w mechanice. Zgłoszono następujące wnioski:

1) Prof. dr inż. R. CIESIELSKI (Kraków):

a) należy zachęcić osoby zajmujące się zastosowaniem metod probabilistycznych w mechanice — również do badań doświadczalnych,

 b) celową rzeczą będzie powtórzyć sympozjum o tej tematyce za kilka lat z przekazaniem dczyderatów pierwszego sympozjum.

2) Dr inż. J. MAMES (Gliwice):

a) wprowadzić hasło «teoria bezpieczeństwa konstrukcji» do dziesiętnej klasyfikacji bibliograficznej,

b) zainicjować prace w kierunku wydania tablic statystycznych dla potrzeb teorii bezpieczeństwa i niezawodności,

c) uzgodnić pojęcia i ujednolicić terminologię w zakresie zastosowań probabilistyki w mechanice.

J. Murzewski (Kraków)

### OGÓLNOPOLSKI KONKURS NA PRACE DOŚWIADCZALNE Z MECHANIKI

Wrocławski Oddział PTMTS organizuje ogólnopolski konkurs na prace doświadczalne z mechaniki.

Prace konkursowe — zawierające elementy nowości w stosunku do aktualnego stanu wiedzy — należy przesyłać do sekretariatu Oddziału Wrocławskiego PTMTS we Wrocławiu, Wybrzeże Wyspiańskiego 27, pok. 249 (gmach Główny Politechniki Wrocławskiej) w terminie do dnia 15 października 1968 r.

Prace nie mogą być przed tym terminem opublikowane ani złożone do druku poza kwartalnikiem MECHANIKA TEORETYCZNA I STOSOWANA.

Łączna wysokość nagród wynosi 20000 zł.

Konkurs jest ograniczony, dostępny tylko dla członków PTMTS. Nagrodzone prace zostaną opublikowane w czasopiśmie MECHANIKA TEORETYCZNA I STOSOWANA.

Przewodniczący Wrocławskiego Oddziału PTMTS

(---) Prof. dr inż, Otton Dąbrowski

### SIÓDME MIĘDZYNARODOWE SYMPOZJUM NA TEMAT RUR UDERZENIOWYCH

23-25 czerwca 1969, Toronto, Kanada

Pierwszy komunikat

W głównym ośrodku Uniwersytetu w Toronto odbędzie się trzydniowe sympozjum składające się z sześciu sesji naukowych grupujących wykłady przeglądowe i prace oryginalne związane z teoretycznymi i doświadczalnymi aspektami przepływów w rurach uderzeniowych. Krytyczna ocena obejmie: nowe urządzenia, metody wywoływania przepływów, skuteczność działania rur, równomierność przepływu, podstawowe dane fizyczne i aerofizyczne, oprzyrządowanie i metody badawcze. Dyskutowane też będą — na podstawie obecnego stanu wiedzy — kierunki przyszłych badań oraz rozwój metod badawczych. O dalsze informacje prosimy zwracać się do przewodniczącego sympozjum pod adresem:

Professor I. I. GLASS, Institute for Aerospace Studies, University of Toronto, Toronto, Canada

### KOMUNIKAT

Sekcja Mechaniki Gruntów i Fundamentowania Komitetu Inżynierii Wydziału IV PAN wspólnie z Katedrą Mechaniki Gruntów i Fundamentowania Politechniki Łódzkiej przystępują do organizowania we wrześniu 1970 r. drugiego Seminarium Naukowego o następującej tematyce:

### Sekcja I

1. Koncepcja opisu własności mechanicznych gruntów i skał

2. Badania doświadczalne z zakresu problemów podstawowych w mechanice gruntów i skał

3. Metody matematyczne w zastosowaniu do rozwiązań problemów brzegowych w mechanice gruntów

i skał

Sekcja II

Struktura i fizyko-chemia gruntów i skał

### Sekcja III.

1. Zastosowanie metod radiometrycznych do określania własności fizycznych gruntów i skał

2. Zastosowanie metod radiometrycznych do określania kierunku i szybkości przepływu wód w ośrodkach porowatych

### Sekcja IV.

1. Nowe konstrukcje fundamentów

2. Wykonywanie fundamentów w trudnych warunkach geologicznych i hydrogeologicznych

Celem seminarium jest wyeksponowanie problemów nowych z zakresu mechaniki gruntów i fundamentowania. Z tych względów na seminarium będą omawiane jedynie prace oryginalne, wnoszące istotne elementy nowości.

O dopuszczeniu prac do seminarium decydować będzie komisja powołana przez Sekretariat Wydziału IV PAN.

Przyjęte przez komisję prace zostaną wydrukowane w Księdze Seminarium.

Termin nadsyłania referatów: do 31 maja 1969 r. należy nadesłać jednostronicowe streszczenie; do 31 października 1969 r. należy nadesłać pełny tekst referatów o objętości nie przekraczającej wraz z rysunkami 12 stron maszynopisu.

Uczestnicy krajowi proszeni są o nadsyłanie tytułów i streszczeń referatów w języku polskim i jednym z dwóch języków obcych, tj. rosyjskim lub angielskim. Pełny tekst referatu musi być nadesłany w języku rosyjskim lub angielskim.

Zgłoszenia udziału w seminarium należy dokonać do dnia 31 maja 1970 r.

Obrady będą odbywały się w językach: polskim, angielskim i rosyjskim i będą na bieżąco tłumaczone. Krajowi uczestnicy seminarium wpłacają na pokrycie kosztów organizacyjnych kwotę zł. 400.— Autorzy przyjętych do druku referatów nie ponoszą tych kosztów.

Seminarium odbędzie się na terenie Politechniki Łódzkiej w Łodzi.

Komitet Organizacyjny

Adres dla korespondencji: Łódź, Al. Politechniki 11 Katedra Mechaniki Gruntów i Fundamentowania PŁ

### ARCHIWUM BUDOWY MASZYN Komitet Budowy Maszyn PAN

Kwartalnik. Prenumerata roczna 136 zł. Redakcja: Warszawa, ul. Nowowiejska 25, pok. 3, tel. 25-12-21 w. 44.

Poświęcony zagadnieniom naukowo-badawczym budowy maszyn i urządzeń technicznych, występujących w konstrukcji, technologii i eksploatacji, zamieszcza tylko prace oryginalne. Przeznaczone dla pracowników naukowych, inżynierów-konstruktorów oraz technologów.

Streszczenia artykułów w językach rosyjskim i angielskim, niektóre prace są drukowane w językach obcych.

### Następny zeszyt Mechaniki Teoretycznej i Stosowanej będzie zawierał prace:

- J. Митекмиссн, Dziesięciolecie Polskiego Towarzystwa Mechaniki Teoretycznej i Stosowanej Десятилетие Польского Общества Теоретической и Прикладной Механики Tenth anniversary of the Polish Society of Theoretical and Applied Mechanics
- W. NOWACKI, Kierunki rozwojowe i zadania badawcze w dziedzinie mechaniki ciała stałego Направления развития и задачи исследований в области механики твердого тела Development trends and research programme in the field of mechanics of solids
- W. BOGUSZ, E. KARAŚKIEWICZ, S. WIŚNIEWSKI, Rozwój mechaniki układów dyskretnych w ostatnim dziesięcioleciu w Polsce Развитие польской механики дискретных систем в минувшем десятилетии Development of mechanics of discrete systems in Poland in 1958—1967
- I. KISIEL, Rozwój reologii w Polsce w pierwszym dziesięcioleciu istnienia Polskiego Towarzystwa Mechaniki Teoretycznej i Stosowanej (1958—1968) Прогресс в области реологии в Польше в первом десятилетии деятельности Польского Общества Теоретической и Прикладной Механики (1958—1968) Progress in rheological sciences in Poland during the ten years of existence of the Polish Society of Theoretical and Applied Mechanics (1958—1968)
- S. ОСНЕDUSZKO, Termodynamika techniczna w Polsce w okresie ostatniego dziesięciolecia Техническая термодинамика в Польше в минувшем десятилетии Engineering thermodynamics in Poland during the past ten years
- G. SZEFER, Rozwój teorii sprężystości w Polsce w pierwszym dziesięcioleciu (1958—1967) istnienia Polskiego Towarzystwa Mechaniki Teoretycznej i Stosowanej Успехи теории упругости в Польше в первом десятилетии (1958—1967) деятельности Польского Общества Теоретической и Прикладной Механики Progress in the elasticity theory in the first decade (1958—1967) of existence of the Polish Society of Theoretical and Applied Mechanics
- М. Żүсzкоwski, Rozwój teorii plastyczności i wytężenia w Polsce w pierwszym dziesięcioleciu istnienia Polskiego Towarzystwa Mechaniki Teoretycznej i Stosowanej (1958—1967) Успехи теории пластичности и прочности в Польще в первом десятилетии деятельности Польского Общества Теоретической и Прикладной Механики (1958—1967) Progress in the domain of plasticity theory and strength criteria in the past ten years of existence of the Polish Society of Theoretical and Applied Mechanics

Cena zł 30.—

MECHANIKA TEORETYCZNA I STOSOWANA jest organem Polskiego Towarzystwa Mechaniki Teoretycznej i Stosowanej; ukazuje się poczynając od 1 stycznia 1967 r. jako kwartalnik. Zeszyty z lat poprzednich można nabywać w sekretariacie Zarządu Głównego PTMTS (Warszawa, Palac Kultury i Nauki, piętro 17, pokój 1724)