MIERNICTWO NIŻSZE

WARSZAWA

1841.

MIERNICTWO

NIŻSZE.

Ludwika Klemensowskiego
U.S.S.P. Wdt.A.

L. Klemensowski.
U. S.S.P.V.A. 164.

MIERNICTWO
NIŻSZE

UŁOŻONE

PRZEZ

WINCENTEGO WRZESNIEWSKIEGO,

MAGISTRA FILOZOFII, PROFESSORA W GIMNAZYUM REALNÉM.

W WARSZAWIE

W DRUKARNI J. DIETRICH PRZY ULICY KRAKOWSKIE PRZEDMIEŚCIE NR. 358.

1841.

Za Pozwoleniem Cenzury Rządowéj.

PRZEDMOWA.

Nie będę się rozwodził nad użytecznością nauki Miernictwa; bo komuż nie jest wiadomo, że karty *Jeograficzne i morskie* najrzetelniejszymi są i koniecznie potrzebnymi przewodnikami w odległych podróżach, z których świat tak pod względem postępu cywilizacyi jako i fizycznego życia, prawie nieskończone korzyści bezprzestannie odnosi; że *topograficzne karty* pomagają do porządnego administrowania krajem, wskazując źródła zamożności jego i nastręczając sposoby odnoszenia z nich korzyści; że najbieglejszy wódz i mężne wojsko jego bez dokładnéj karty może być narażony na dotkliwe straty w obronie kraiu i praw Monarchy swego. Któryż z właścicieli gruntowych przekonanym nie jest że *ekonomiczne karty* strzegą granic posiadłości jego, ułatwiają umowy kupna lub zamiany dóbr ziemskich, i jako nieskazitelne świadki przed sąd powołane, dowodzą jak daleko chciwy sąsiad przeszedł za granice gruntu prawego właściciela; one nareście przewodniczą gospodarzowi przy zaprowadzeniu korzystnych zmian i ulepszeń w systemacie gospodarstwa wiejskiego. Pomimo tylu i tak ważnych użytków, miernictwo u nas długo w zaniedbaniu było; i śmiało powiedzieć mogę, że *pomiar dóbr górniczych*, pod przewodnictwem światłego i pracowitego naczelnika, piérwszy w kraju naszym porządnie i z dokładnością był dokonanym. Żałować potrzeba, że tylko tak mała cząstka kraju pokryta jest tego rodzaju uczonemi pracami. Lecz cóż być mogło tak nizkiego stanu tyle pożytecznéj nauki? Małe usposobienie dawniejszych jeometrów, brak kontroli działań pojedynczych żadnym niepołączonych związkiem, prawie żadna odpowiedzialność jeometrów za niedbałe ich roboty, a nareście niedostatek dzieł w ojczystym języku traktujących o miernictwie. Jakoż od Zaborowskiego do Szachina, żadne w tym przedmiocie dzieło nie zbogaciło literatury naszéj; a w tym przeciągu czasu ta nauka o wiele odbieżała naszych jeometrów.

Ten brak dzieł mierniczych spowodował wydanie obecnego. Pominąłem w niém część administracyjno-techniczną, bo ta dopóty zmianom ulegać będzie, dopóki *przepisy stałe* przez Zwierzchność ustanowione, zobowiężywać nie będą tak rządowych jako i wolno-praktykujących jeometrów; co z wielką korzyścią dla kraju wkrótce zapewne nastąpi.

Lecz jako przeznaczone ku nauce i pomocy poczynającym jeometrom, zajmującym się wyrabianiem szczegółów gruntu, obejmuje wszystkie używane sposoby zdejmowania planów ekonomicznych. W układaniu tego dziełka na to szczególniéj baczyłem, aby wszystkie praktyczne postępowania prawdami matematycznemi poparte i objaśnione były: starałem się nadto wprowadzić do niego udoskonalenia teoretyczno-praktyczne dotąd za granicą znane, lub te które wskazało mi doświadczenie, a pominąłem więcéj ciekawe jak użyteczne, albo takie co chociaż teoretycznie prawdziwe są, w praktyce niedokładnemi się okazały.

Lista

PRENUMERATORÓW.

	Exem.
Kommissya Rz. Przy. i Skarbu.	100
Administracya Dóbr Maciejowickich	1
Aleksandrowski Jerzy ucz. Uniw. Peters.	1
Antoszewski Adam obywatel	1
Antoszewski Roman Obyw.	1
Arend Alexander	1
Armiński Franciszek Dyrek. Obs. astronom.	1
Bagniewski Stanisław inż Gub. Mazow.	1
Bagniewski Szymon inż.	1
Bajer Jubian Urz. Ban. Pol.	1
Baliński Jan ucz. K. D.	1
Baranowski Jan Adj. Obs. astr.	1
Barciński Antoni Prof. Cz. K. exam.	1
Bartoszewicz Dominik Prof. G. G. W.	3
Barwikowski Józef Adj. Bud. Dyr. T. Ogn.	
Baudounen Aleksander Rysownik K. R. P. i Sk.	1
Bazylewicz Andrzej Insp. S. Obw.	1
Beithel Karól Prof.	6
Bełza Józef Cz. Ex. w Rad. Lekar.	1
Benisławski Michał Chor. inż. K. łą. i wod.	1
Benisławski Antoni ditto	1
Bentkowski Karól Podpor. Inż K. Łą. i Wod.	1
Białkowski Dominik Radca Pr. G. San.	1

Exem.

Biblioteka Inst. Gosp. Wiej. i Leś.	1
Biedrzycki Józef U. Gim.	1
Bielecki obywatel	1
Bieliński Hrabia	1
Biuro techn. Drogi żelaz. Warszawsko-Wiedeń.	1
Bochusiewicz Konstanty Rys. K. R. P. i Sk.	1
Bogusławski Alesander U. Gimn.	1
Bojarski Józef Jeom. dyrygujący K. R. P. i S.	1
Bolesta Sylwester	1
Borowski Karól Jeom. dyr. K. R. P. i S.	1
Bryndza Joachim Ucz. In. G. W. i Leś.	1
Brzeziński Konstanty U. In. G. W. i Leś.	1
Brzezowski Józef Ur. Naj. Izby Obr.	1
Brzostowski Michał Prof. G. G. W.	1
Butrym Nikodem Jeom. dyry. K, R. P. i S.	1
Bychawski Aleksander U. Gł. zarz. Kom. L. i Wod.	1
Bzura Adam Jeom. dyr. K. R. P. i S.	1
B. P.	1
Chamski Ferdynand Ucz. In. G. W. i Leś.	1
Chaniewski Aleksander U. G.	1
Chełmicki Adolf	1
Choromański Apolinary Ucz. In. G. W. i Leś.	1
Chwalibóg Feliks U. G.	1
Cichocki Teofil Podpor. Inż. K. L. i Wod	1
Ciechanowski	1
Ciechoński Wincenty	1
Cielecki	1
Ciemniewski Artur U. G.	1
Ciemniewski Andrzej	1
Cienkowski Leon U. Un. Peters.	1
Cieszkowski August Obywatel	1
Cieszyński U. Ad. Okr. Nauk.	1
Centnerszwerd Jakób N. Szk. Rab.	1
Cyprysiński Antoni Plen. Ord. Zamojskiej	1
Cyroński Koronat Jeom. Adj. K. R. P. i S.	1
Czajewski Julian Rysownik K. R. P. i S.	1
Czapliński Edmund U. G.	1

	Exem.
Czarkowski Paweł Urz. Naj Izby. Obr.	1
Czarnecki Andrzéj Urz. Naj. Izby. Obr,	1
Czempiński Ignacy Referendarz Stanu Prez. T. O.	1
Czempiński Teofil U. G.	1
Czermiński Władysław Inżenier	1
Czerwiński Andrzéj Ucz. Uni. Peters.	1
Dangel Tomasz obyw.	1
Darewski	1
Dawid Prof. Gimn.	1
Dąbrowski Emil U. G.	1
Dąbrowski Jan	1
Dąbrowski Józef Urz. Naj. Iz. Obr.	1
Dębski Franciszek	1
Długołęcki Ludwik	1
Dobruchowski Hippolit Jeom. Adj. K. R P. i S.	1
Doliński Kandyd Ucz. J. G. i Leśn.	1
Dobrycz Insp, S. Ob.	6
Duczyński Franciszek U. G.	1
Dunin Eugeniusz U. G.	1
Dworzyński Aleksander U. G.	1
Dzianot Józef U. G.	1
Dziedzicki Adam Apl. biór. techn. K. R, P. i S.	1
Dzierzbicki U G. G. W.	1
Dziewulski Wojciech Adj. Miernic. K. R. P. i S.	1
Erenfeucht Emil u. G.	1
Famulski Jędrzéj Prof. G.	1
Flatt Oskar U. G.	1
Flatt Jan Ucz, K. Dodat.	1
Flindt Adolf Ucz. J. G. W. i Leś.	1
Formiński Antoni Prof. Gim.	1
Frank Roman Ucz S. G. W. i Leś.	1
Frydrych Piotr Budowniczy K. R, P. i S.	1
Frąckiewicz August Dok. Fil. Prof. K. Dodat. C. K, Exam.	1
Frass Aleksander Inżenier	1
Gąsiorowski Felix	1
Gąsiewski Hippolit Aleksander Ucz. Un. Peters.	1

Exem.

Geisler Karol U. G. 1
Gibasiewicz Feliks u. G. 1
Głogowski Walenty Ucz. G. S, W. i Leś. 1
Gniazdowski Marcin Kond. budow. 1
Goldhaar Józef Ferdynand El. Dyr. K. L. i Wod. 1
Górecki Józef Czł. Rady Budow. 1
Górecki Romuld Ucz. U. Peter. 1
Grabowski Paulin Ad. Mier. K. R. P. S. 1
Gratkowski Henryk Inżenier 1
Grochowski Jakób Szef Naj, Izby Obr. 1
Grodzicki Wiktor Urz. Izby G: W: i Leś: 1
Grofe Gustaw Podpor. Inż: K. Ląd. i Wod. 1
Gronan Aleksander Ucz, I: G. W. i Leś: 1
Gutman Ignacy fabrykant cukru 1
Hann Józef Ref. K. R. S. W. i D. 1
Hawelka Karól prof. 1
Heinrich Józef Chor. In. K. L. i Wod. 1
Hempel Karol Ucz. S. G. W. i Leś. 1
Hiż Józef 1
Hollak Antoni Ucz. S. G. W. i Leś. 1
Horoszewicz Antoni prof. Gim. 1
X. Horoszyński Prok. katedry Sand. 1

Jankiewicz Kazimierz Adj. Mier. K. R. P. i S. 1
Janczewski Piotr Jeom. Rewizor K. R. P. i S. 1
Janczewski Kazimierz Refe. K. R. P. i S. 1
Jastrzębski Konstanty Prof. G. 1
Jawornicki Antoni 1
Jopkiewicz Antoni U. G. 1
Jurkiewicz Karól Ucz. Un. Peters. 1
X. Juszyński Kanonik Ins. S. Ob. 1

X. Kasterski Prof. 1
Kasprowski Jan Prof. Gim. 1
Kietliński Julian U. G. 1
Kierwiński Antoni Adj. Mier. K. R. P. i S. 1

	Exem.
Klecki Walerian Doktor Med. i Chir.	1
Kleczkowski Franciszek Adj. Mier. K. R. P. i S.	1
Klimaszewski Mateusz Inżenier	1
Kłaczyński Mikołaj Ucz. In. G. W. i Leś.	1
Kobyliński Józef Ucz. In. G. W. i Leś.	1
Kobyłecki Antoni U. G.	1
Kocki Kazimierz Jeom. Dyr. K. R. P. i S.	1
Kolberg Wilhelm	1
Koenig Józef Chor. inż. K. L. i Wod.	1
Kosiński Tomasz Rysownik K. R. P. i S.	1
Kossowski Antoni Ucz. S. G. W. i Leś.	1
Kostrzycki Ignacy	1
X. Kotowski Naucz. Religii	1
Kotyński,	1
Kowalewski Ignacy Apl. I. K. L. i Wod.	1
Kozerski Jan K. Kur. Dodat.	1
Kozłowski Felicyan Prof. G. G. W.	1
Kozubowski Ludwik Budow. Dyr. T. Ogn.	2
Kozubowski Feliks Insp. techn. D. T. Ogn.	1
Krajkowski Stanisław Rys. K. R. P. i S.	1
Krasuski Leon Inż. Ref. Gł. Zar. K. L. Wod.	1
Krosnowski Porucz. K. L. i Wod.	1
Kruszewski Antoni Inżenier	1
Krystek Szczepan Rysow. K. R. P. i S.	1
Krzywoszewski Dominik U. G.	1
Kurzątkowski Izydor Jeom. 1éj klassy	1
Kunkel Juliusz U. G.	1
Kwiatkowski Urz. K. R. P. i S.	1
Lasocki Ignacy U. G. G. W.	1
Last Franciszek Rys. K. R. P. i S.	1
Lemański Kazimierz U. G.	1
Leski U. G. G. W.	1
Leśniowski Aleksander Ucz. I. G. W. i Leś.	1
Leszczyński Władysław U. G. G. W.	1
Leszczyński U. G.	1
Lewiński	1

Exem.

Lewocki Józef Ucz, Kur. Dodat.	1
Lindenberg Feliks U. G.	1
Lubowidzki Wiktor Adj. Mier. K. R. P. i S.	1
Lubosiewicz Aleksander U. G.	1
Łapiński Józef	1
Łaszcz Tomasz Kap. In. K. L. i Wód.	1
Łączkowski	1
Łebkowski Maksymilian Obyw.	1
Łubieński Hr: Władysław	1
Łuczyński Jan U: G:	1
Magnuszewski Józef U: G.	1
Majewski Julian U. G.	1
Majewski Aleksy. U, G.	1
Makulski Ludwik Jeom: Adj: K. R. P: i S.	1
Malhome Ludwik Rządca dóbr Maciejowickich.	1
Małkowski Ludwik Ucz: J: G. W: i Leś:	1
Mańkowski Seweryn U. K: Dod:	1
Marczewski Ignacy Budow: Ob: Piotr.	1
Marecki Prezydent M. Sandomierza	1
Markiewicz Dr: Med:	1
Markow Aleksy Prof. Gimn.	1
Maryański Bronisław Ucz. I, G. W: i Leś:	1
Mauersberger Sylwiusz Adj; Mier. K; R: P: i S:	1
Merzing Karól Konduktor budow.	1
Michniewicz U. G. G. W:	1
Mikutowicz Józef Ur. D. T. Ogn:	7
Misiński Paweł Ucz. U. Peters.	1
Młoszowski Jan U. G:	1
Moczarski Konstanty Ucz. U: Peters.	1
Mokielski Rachmistrz Ob. Sand:	1
Morawski Jan Jeom: Adj: K: R: P. i S.	1
Müller Rysownik K. R. P. i S:	1
Muszarski Józef Inże: rz. Wisły	1
Mylo Edward U. G. G. W.	1
	1
Nakielski Marcelli Ucz. I. G. W. i Leś:	1

	Exem.
Nendzyński prof. G: Cz. Kom: Ex.	1
Nering Ignacy Ucz: In: G. W. i Leś.	1
Neumark August Apl: Gl: Zarz: K: L: i Wod:	1
Niemirowski Adam Prof. Gim.	1
Niemyski Wojciech Rewizor Jeneral: Pomiar. K. Pol:	1
Niewiarowski Honorat Jeom: Dyryg: K: R: P. i S.	1
Nowicki Hilary Chorą. In: K. L. Wod:	1
Oborski Franciszek Adj. Mier: K: R. P: i S:	1
Obuchowski	1
Obrąpalski Józef U: G.	1
Oleksiński Maurycy	1
Olszański Wilhelm Prof: G:	1
Opitz Konstanty Ucz. I: G: W: i Leś.	1
Ordon Aleksander Bud:	1
Ossowski U: G. G: W:	1
Ostaszewski Sylwester U: G.	1
Osterloff Fryderyk Ucz: I: G: W: i Leś.	1
Osuchowski Bogusław Ucz. S. G: W. i Leś:	1
Otto Jan Jeom: Dyr. K: R: P: i S:	1
Owczarski	1
Owsiany Antoni U: G:	1
Ożarowski Konstanty U: G: G: W:	1
Pasiutewicz Dyr. G: Im. Zamoj.	3
Paschalski Józefat	1
Pawłoski Pod por. Inż. K: L: i Wod:	1
Petrykowski Andrzej:	1
Pilz Józef Prof: Gim:	1
Piotrowski Leon chor. Inż: K: L: i Wod:	1
Piotrowski Sabin Jeom. Adj. K. R: P: i S:	1
Piuszczyński Maciej Ucz. I. G. W. i Leś:	1
Pląskowski Ferdynand Ucz: S. G: W: i Leś.	1
Plachecki Józef Elev. Budow.	1
Płużański Aleksander	1
Podlaski Ur: Ob: Sand:	1

	Exem:
Popławski Jan Dyr: Kanc: G: Za. K; L: i Wod:	1
Popławski Stanisław Ucz. Kur: Dod.	1
Prędkowski U. G:	1
Pruszak Tomasz Obywatel	1
Przystański Stanisław Ucz: U. Peters:	1
Puchalski Józef U. G:	1
Puchewicz Alfons Ucz: U. Petersb:	1
Pytowski	1
Raczyński Stefan U. G.	1
Radwański Andrzej Prof. Cz. Kom: Exam:	1
Radziński Julian U: G: G: W.	1
Radziszewski Leon Rysow. K. R. P. i S:	1
Radzyński Józef Ucz. J. G. W. i Leś:	1
Rakowski Władysław U. G.	1
Rau Wilhelm Rysow: K. R. P: i S.	1
Reinert Ludwik Ucz. J. G. W. i Leś.	1
X. Roguski J.	1
Rohoziński Ignacy U. G.	1
Rolla	1
Romocki Ignacy	1
Rożański Ksawery Inżenier	1
Rudzicki Konstanty Inżenier	1
Runicki Apoloniusz U. G.	1
Rutkowski Jeom. Adj K. R. P. i S.	1
Rybicki Teofil Prof. Gimn. Real. Czł. K. Ex.	1
Rycerski U. G.	1
Rychlicki Antoni Rysow. K. R. P. i S.	1
Rychter Ignacy Lojola	1
Ryx U. G. G. W.	1
Rzepecki Emilian Inżenier	1
Salamonowicz Tomasz K. K. Dodat.	1
Samborski Jan	1
Saski Stanisław Inżenier	1
Sawicki Leopold U. G.	1

	Exem
Schniernstein Ludwik U. G.	1
Schoeffer Szczepan U. G.	1
Schuman Antoni U. G.	1
Siatecki Bartłomiéj Ur. K. P. i S.	1
Sikorski Ludwik Ap. Mier. K. R. P. i S.	1
Sitkiewicz Wincenty Ucz. G. W. i Leś.	1
Skołdowski Józef Insp. S. O.	1
krodzki Andrzéj Ad. K. R. P. i S.	1
SSkarżyński Mieczysław Inżenier	1
Skrzyński Walenty Oby.	1
Sliwiński Jan Oby.	1
Sławiński Aleksander Adj. Mier. K. R. P. i S.	1
Slawiński Michał Rys. K. R. P. i S.	1
Słomiński Józef Urz. D. G. T. Ogn.	1
Smarzewski Andrzéj Prof. Gim.	1
Smoniewski Jan Inż.	1
Sobocki Piotr Rys. K. R. P. i S.	1
Sobolewski Józef U. G. G. W.	1
Sperber Fryderyk Adj. Mier. K. R P. i S.	1
Stankiewicz Henryk U. G.	1
Stępiński Aleksander Ins. G. G. W.	1
Stronczyński Kazimierz Sekrarz Heroldyi	2
Strumiłło Michał U. G.	1
X. Strzałecki Prof. Gim.	1
Strzemeczny Maciéj Insp. Tech. T. G. D. Ogn.	1
Suchecki Budow. Obw. Sand.	1
Sulicki Michał Urz. Naj. Iz. Obr.	1
Sumiński Leopold Cz. Rady Wych. Dyr. Kur. Praw. i Dod.	1
Sumiński Wincenty Prof.	1
Sumiński Jan K. K. Dodat.	1
Swiątkowski Hiacynt Inż. M. W.	1
Swięcicki Ignacy	1
Swieszewski Jan	1
Swieszewski Nacz. Wyd. Adm: Ok. Nauk.	1
Szabelski	2
Szabelski Jeom. Ordyn Zamoj.	1

	Exam.
Szczerbiński Piotr U. G.	1
Szczygielski Józefat Rektor Ins. Głucho-niem.	1
Szotarski Władysław Rys. K. R. P. i S.	1
Sztochel Ludwik Rys. K. R. P. i S.	1
Szteinbrych Hippolit Rys. K. R. P. i S.	1
Szymanowski Urz. Adm. O. Na. W.	1
Szyszko Andrzej Prof. Gimn.	1
Toeplitz Henryk Ucz. I. G. W. i Leś.	1
Tolkmet Daniel Jeom. Adj. K. R. P. i Skarbu	1
Tołwiński Aleksander Ucz U. Petersb.	1
Tołwiński Cyryak ditto	1
Tournelle Franciszek K. Bud. K. R. S. W. i D.	1
Towścik Józef Urz. N. I. Obr.	1
Treu Ferdynand Ucz J. G. W. i Leś.	1
Trębicki Aleksander	1
Trzciński Witalis	2
Trzetrzewiński Aleksander	1
Tulaczkiewicz Wawrzyniec U. G.	1
Twarowski	1
Tysson Karol Aleksander Inż.	1
Tyszka Adam Ucz. J. G. W. i Leś.	1
Urbański Teodor Podpułk. In: Kom. L. i Wod.	20
Ujazdowski Julian Oby.	1
Walewski Piotr U. K. D.	1
Walewski Wincenty U. G.	1
Wartałowski Inż. Ob. Sand.	1
Welinowicz Tomasz	1
Wilner Aleksander Inż.	1
Witaszewski Wacław Rys. K. R. P. i Skarbu	1
Witkowski Hilary U. G.	1
Witkowski Tomasz Ucz. J. G. W. i Leś.	1
Włodarkiewicz Łukasz Rys. G. Z. K. L. i Wod.	1
Wojciechowski August U. G. G. W.	1
Wojszycki Jan Szef B. Najw. I. Obr.	1

	Exem.
Wolk Stanisław Urz. N. I. Obr.	1
Wosiński Teodor Rad. Prok. Jlnéj	1
Wroński Bronisław U. G.	1
Wroński Hippolit U. G.	1
Wrotnowski Antoni Ucz. K. Prawa	1
Wrześniewski Walenty Ins. S. Ob.	1
Wyczechowski Tadeusz Ucz. J. G. W. i Leś.	1
Wyczliński Jan Adj. Mier. K. R. P. i S.	1
Zabokrzycki Aleksy Oby.	1
Zaborowski Walenty Oby.	1
Zaborowski Leon U. G.	1
Zagórski U. G. G. W.	1
Zagórski Leopold Inż.	1
Zakrzewski Franciszek	1
Zaleski Konstanty Ucz. J. G. W. i Leś.	1
Załuski Antoni	1
Zamojski Hr. Konstanty	2
Zamojski Hr. Andrzéj	1
Zawadzki Bartłomiéj Adj. Mier. K. R. P. i S.	1
Zdrodowski Regent Płu Sand	1
Zdziarski Feliks Ucz. K. Dod.	1
Żegliński Józef Joachim Prof. G.	1
Żelkowski Józef U. G.	1
Ziembiński Zygmunt	1
Ziemecki Andrzéj Obyw.	1
Ziemecki U. G.	1
Zienkowicz Ludwik Ucz. Un. Petersb.	1
Zwierkowski.	1
Żychliński Ludwik U. G.	1
Żyra	1

Handke Bernard Ucz. G. G. W.

POMYŁKI.

St.	Wiersz	Zamiast	Czytać
Wstęp II		wzniosły	wzniesiony
V		wysłowienia	wysłowieniu
17	23	łakowej	łatwiej
20	13	trójkąta	trójkątom
32	20	popełniony	popełniamy
33	23	następny	poprzedni
	30	dalej	Dalej
34	23	na których	na której
37	2	długości mostki budowali	długości, mostki budowali
40	10	rozwiązać	rozwiązać potrafimy
	12	przedłużenie	przedłużeniu
47	6	przepisanej mierniczego	mierniczego
48	13	SG·J	SG'T
	28	opisany	wpisany
49	12	zawarte.	zawartych
54	12	wewnątrz	zewnętrz
116	12	jako skąd inąd	jako wiadome skąd inąd
121	16	schychania	z sychania
123	16	bokow	kątów
124	3	na dwie równe części przez	na dwie równe części, czyli przez
129	10 11 12	założonych tylejka D jest zasadzone na które wania	na które się tulejka D zasadza wyprobowania
150	29	do przecięcia się	którą przedłużymy aż do przecięcia się
155	20	przez to	przeto
162	29	kąt wskazany	kąt kier. wyżej wskazany
164	19 20	przedłużyć tak daną	przedłużyć daną
	21	poprzedzić	prowadzić
173	6	w przejrzeniu	po przejrzeniu
176	3	log. 90. 9542425	log 9. 09542425
198	3	67. 624563	6. 7624563
225	22	boki BC i AC będącemi	boki BC i AC na części będące
228	14	$t+t'+\ldots(T+\ldots T(n-2))$	$t+t'+\ldots-(T+\ldots T(n-2))$
248	6	objętości	obszerności
250	11	a^4	$m^2 \times a^4$

SPIS RZECZY

ZAWARTYCH W TYM DZIELE.

MIERNICTWO NIŻSZE.

WSTĘP.

I. Miernictwo w ogólności, *trudni się wyznaczeniem odległości i wzajemnego położenia punktów znajdujących się na powierzchni gruntu mierzonego; obejmuje zarazem naukę rysunku kart i planów.*

Rozdziela się na trzy części, a te są: GEODEZYA, TOPOGRAFIA i NIWELLACYA, albo RÓWNOWAŻENIE. Wszystkie inne podziały są zbyteczne i nienaturalne.

GEODEZYA uczy pomiaru wielkich przestrzeni, jako to: rozległych prowincyj, krajów, części świata a nawet całéj ziemi. Za pomocą Geodezyi wraz z Astronomią znajduiemy kształt całéj bryły ziemi.

TOPOGRAFIA podaje sposoby wyznaczenia wszelkich szczegółów gruntu, jakiemi są: rzeki, drogi, granice włości, gmin, powiatów; góry, zgoła aż do zabudowań pojedynczych, rowów, płotów, i t. d. Karta przeto topograficzna powinna wskazywać w pomniejszeniu prawdziwy obraz cząstki powierzchni gruntu pomierzonego, gdy tymczasem karta geograficzna, która jest wypadkiem działań geodezyjnych, wskazuje nam tylko położenie miast, wsi, kierunek rzek znakomitszych i gór zajmujących znaczną część kraju, lub przynajmniéj wysokością swoją znakomitych.

NIWELLACYA uczy wyznaczać wzniosłość jednych punktów powierzchni ziemi nad drugie. Zbiór takowych punktów daje linią krzywą, którą do pozioméj linii odnosimy. Do Niwellacyi należy także obrachować ilość ziemi, którą zebrać lub nadłożyć potrzeba dla wyrównania gruntu poziomego lub nachylonego pod danym kątem.

II. Na powierzchni ziemi widzimy góry, skały, przepaści, ląd i wodę: zgoła, powierzchnia ziemi jest jakoby poszarpana. Lecz powierzchnia do któréj w Geodezyi odnosimy wszelkie działania, jest taka, jaką sobie wyobrażamy, gdyby wszystkie jéj nierówności znikły, to jest: jakąby powierzchnia morza na całéj ziemi rozpostarta, utworzyła. Cały ląd z górami i dolinami nad tą powierzchnią wzniosły, nazywać będziemy *skorupą ziemi*.

III. Ponieważ działania miernicze rozciągają się na powierzchni ziemi, należy przeto poznać jéj naturę. Poszukiwania astronomiczne wraz z mierniczemi okazały, że ziemia różni się, lubo wprawdzie nie wiele, od kuli. W rozległych i ścisłych działaniach mierniczych, naleleży mieć wzgląd na tę różnicę, lecz w tych, które się na małéj przestrzeni rozciągają, uważamy ziemię za doskonałą kulę.

IV. Codzienne doświadczenie pokazuje, że każde ciało spuszczone z jakiéjkolwiek wysokości, spada na ziemię podług linii prostéj. Tego fenomenu inaczéj tłómaczyć nie można, tylko, że ziemia obdarzona jest siłą przyciągania, która w jéj środku jest skoncentrowana. Zatém każda linia zakreślona przez ciężar wolno spadający, przechodzi przez środek ziemi. Stąd wypada, że te linie w różnych punktach ziemi zakreślone są do siebie pochylone; lecz jeżeli nie są od siebie bardzo oddalone, można je brać bez żadnego widocznego błędu, za równoległe i za takie je w praktyce uważamy.

Te linie zakreślone ciężarem spadającym, nazywają się *liniami pionowemi* albo krócéj *pionami.*

Płaszczyzna przesunięta przez punkt na powierzchni ziemi, prostopadła do linii pionowéj przez tenże punkt poprowadzonéj, nazywa się *Horyzontem* albo *Poziomem fizycznym*, dla rozróżnienia go od *poziomu matematycznego*, który jest równoległy do fizycznego i przez środek ziemi przechodzi. Ztąd widzimy, że każdy punkt na powierzchni ziemi, ma inny poziom.

Każda płaszczyzna równoległa do poziomu, nazywa się poziomą, a w miernictwie, poziomém tego punktu w którym przecina pionową linią.

Czyli uważać będziemy ziemię jako doskonałą czyli niedoskonałą kulę, zawsze poziom dotyka ją w jednym punkcie matematycznym. Zważając jednak na rozległość ziemi, a zatém na bardzo małą krzywość jéj powierzchni, można bez błędu przyjąć, że poziom dotyka ją znaczną przestrzenią do koła, *np.* na trzy mile najwięcéj. Dla tego to w działaniach na małéj przestrzeni, o których następnie mówić będziemy, wcale na kształt ziemi nie dajemy baczenia, i uważamy ją, jakoby była płaszczyzną.

V. Punkt w miernictwie nie różni się od punktu matematycznego: jest to bowiem punkt, w którym oś przedmiotu, to jest linia pionowa przez środek przedmiotu którego położenie wyznaczyć chcemy przechodząca, dotyka powierzchni ziemi. Jednakże w zwyczajném wysłowienia, same przedmioty, jako wieże, domy, drzewa, i t. p. nazywamy *punktami* albo *znakami.*

VI. Chociaż w ogólności grunt mierzony jest nierówny, działania jednak miernicze odnosimy do płaszczyzny poziomej. Zdawać się przeto może, że zamiast całéj wypukłości góry, mając na karcie wyrażoną jéj podstawę, popełniamy błąd i zarazem niesprawiedliwość: lecz się rzecz ma inaczéj. Wystawmy bowiem sobie, że powłoka góry jest zdjęta; chcąc ją rozpostrzéć na płaszczyźnie, na któréj ją koniecznie rysować mamy, tego niepodobna dokazać bez poszarpania jéj, chybąby była ostrokręgową, co się w naturze nie znajduje; nie mówimy tu bowiem ani o kopcach ręką ludzką sypanych, ani o naspach otaczających kratery wulkanów. Co gdy tak jest, karta gruntu nie byłaby podobną do niego, i byłaby zupełnie fałszywą. Pod względem ekonomicznym roztrząsając tę materyą, uważamy, że drzewa rosną pionowo, budowle wznoszą się także pionowo, przeto nie więcéj się ich zmieści na powierzchni góry jak na jéj podstawie.

VII. Do pomiaru gruntu używamy miar, to jest pewnych oznaczonych długości. Dowolność te miary stanowiła, dla tego też w każdym kraju są inne.

U nas łokieć jest jednością miar długości. Dzieli się na dwie stopy; stopa na 2 ćwierci, albo na cali 12: cal zawiera 12 linij; a linia składa się z dwunastu linijek albo punktów. Łokcie, ćwiercie i cale są używane w handlu: stopy, cale i linie w rzemiosłach i kunsztach: w gospodarskich pomniejszych rozmiarach gruntu, stopy i sążnie. Sążeń zawiera 3 łokcie albo 6 stóp.

Zasadą miar używanych w miernictwie jest pręt, który zawiera $7\frac{1}{2}$ łokcia, co ułamkiem dziesiętnym wyrażone, pisze się 7,5 łok. Dziesięć prętów stanowi sznur mierniczy; ten zawiera 75 łokci. Pręt zawiera 10 pręcików; pręcik 10 ławek albo cali mierniczych.

To cośmy teraz o miarach powiedzieli, dostatecznėm jest do działań o których następnie mówić będziemy.

KRÓTKI WYKŁAD

WŁASNOŚCI LINIJ POPRZECZNYCH.

1) *Określenie.* Linia prosta $A'B'$ (fig. 1) przecinająca układ ilukolwiek linij prostych: $A'C$, AC', AB' na jednéj leżących płaszczyznie, jest *poprzeczną* tych linij.

Linie proste uważamy jako ograniczone punktami wzajemnego ich przecięcia. Poprzeczna przecinać może linie w punktach położonych pomiędzy ich skrajami lub na ich przedłużeniu. Części odcięte poprzeczną nazywać będziemy *ucinkami.*

Ucinki rachują się od skrajów linii do punktów przecięć przez poprzeczną: i tak, poprzeczna $A''C''B''$ (fig. 1) dzieli linią AB na ucinki AC'', BC'', linią BC na ucinki BA'', CA''; linią AC na ucinki AB'', CB'': poprzeczna zaś $A'B'C'$ też linie przecina na ucinki AC', BC'; CA', BA'; AB'; CB'.

TWIERDZENIE.

2) Poprzeczna $A'B'C'$ *przecina boki trójkąta* ABC (fig. 1) *na ucinki* $A'C$ i $A'B$, $C'A$ i $C'B$, $B'A$ i $B'C$ *tak, że iloczyn z trzech nie idących po sobie równy jest iloczynowi z trzech pozostałych, to jest:*

$$A'B \times CB' \times AC' = AB' \times CA' \times BC'.$$

Jakoż, przez punkt O dowolnie obrany na płaszczyźnie trójkąta, poprowadźmy do trzech boków jego równoległe Oa, Ob, Oc i przedłużmy je do spotkania się z poprzeczną $A'B'C'$ w punktach a, b, c; otrzymamy z podobieństwa trójkątów $AB'C'$ i Obc, $A'BC'$ i $O\,ac$, $A'CB'$ i Oab, proporcye.

$$\frac{AB'}{AC'} = \frac{Ob}{Oc}, \quad \frac{BC'}{BA'} = \frac{Oc}{Oa}, \quad \frac{CA'}{CB'} = \frac{Oa}{Ob},$$

pomnożywszy strony odpowiednie tych trzech porównań, będzie:

$$\frac{AB' \times BC' \times CA'}{AC' \times BA' \times CB'} = \frac{Ob \times Oc \times Oa}{Ob \times Oc \times Oa}:$$

że strona druga jest równa jedności, przeto mamy ostatecznie:

$$AB' \times BC' \times CA' = AC' \times BA' \times CB' \text{ c. b. d. o}$$

Wniosek. Gdy poprzeczna $C'B'$ jest równoległe do boku CB (fig. 2), wtedy ucinki BA' i $A'C$ są sobie równe, jako nieskończenie wielkie, przeto opuściwszy je w powyższym porównaniu, otrzymamy $AB' \times BC' = CB' \times AC'$; czyli ułożywszy proporcyą będzie $AB' : AC' = CB' : BC'$, własność dobrze znana linii równoległej do jednego boków trójkąta.

TWIERDZENIE ODWROTNE.

3) *Jeżeli na dwóch bokach trójkąta i przedłużeniu trzeciego, lub na przedłużeniu wszystkich trzech boków jego, rozłożone są trzy punkta tak, iż iloczyn z trzech ucinków nie idących po sobie równy jest iloczynowi z pozostałych ucinków, wtedy te trzy punkta są na linii prostéj.*

Okazanie tego twierdzenia jest takie samo jak poprzedzającego.

TWIERDZENIE.

4) *Przez punkt* O *położony wewnątrz trójkąta* ABC (fig. 3) *lub zewnątrz* (fig. 4) i *przez wszystkie wierzchołki jego poprowadziwszy poprzeczne* CC', BB', AA' *przecinające w punktach* A' B' C', *boki przeciwległe kątom, otrzymamy sześć ucieńków takich, że iloczyn z trzech po sobie nie następujących jest równy iloczynowi z trzech pozostałych;* to jest będzie

$$AB'\times BC'\times A'C = B'C\times A'B\times AC'.$$

Jakoż, uważając trójkąt ACA' i poprzeczną BOB', trójkąt ABA' i poprzeczną COC', mamy z pierwszego, $AB'\times BC\times A'O = B'C\times AO\times A'B$ z drugiego $BC'\times A'C\times AO = AC'\times BC\times A'O$: oba te porównania pomnożywszy przez siebie i opuściwszy czynniki wspólne AO, A'O, BC, otrzymamy:

$$AB'\times BC'\times A'C = B'C\times A'B\times AC' \text{ c. b. d. o.}$$

Wniosek 1. Jeżeli jedna z poprzecznych, np AA' (fig. 3) dzieli bok CB na dwie równe czę-

ści, to jest, gdy $A'C=A'B$, wyrzuciwszy te równe czynniki z poprzedzającego porównania, otrzymamy $AB' \times BC' = B'C \times AC'$, skąd powstaje proporcya $AB' : B'C = B'C : BC'$:
co pokazuje, że punkta B' i C' są położone na linii równoległéj do boku BC.

I odwrotnie: gdy $B'C'$ jest równoległą do BC, mamy $A'C=A'B$: a stąd,

Wniosek 2. W trójkącie jakimkolwiek ABC (fig. 5), boki AB, AC podzieliwszy na części proporcyonalne, tak że otrzymamy $AF : Af = FE : fe = ED : ed = DC : dB$, i z wierzchołków C i B poprowadziwszy linie prostej do punktów podziałowych na bokach przeciwległych, wszystkie te linie łączące punkta odpowiednie przetną się na linii AG, łączącéj wierzchołek A z punktem G dzielącym bok przeciwległy CB na dwie równe części.

I odwrotnie: Na linii AG łączącéj środek boku BC z wierzchołkiem kąta przeciwległego, obrawszy tyle punktów ile się podoba, i przez każdy z nich poprowadziwszy linie proste łączące końce boku BC: linie te podzielą boki AB i AC na części proporcyonalne. Linie proste łączące punkta odpowiednie podziałów są równoległe do boku BC.

TWIERDZENIE ODWROTNE.

5) *Jeżeli na trzech bokach trójkąta* ABC, (fig. 3) *lub na jednym i przedłużeniu dwóch* (fig. 4), *mamy dane punkta* A', B', C', *tak, że iloczyn*

z trzech po sobie nie następujących ucinków równy jest iloczynowi, z trzech pozostałych, w tedy linie proste łączące te punkta z wierzchołkami kątów przeciwległych, przecinają się w jednym punkcie O.

Wniosek 1. Środki trzech boków trójkąta połączywszy liniami prostemi z jego wierzchołkami, linie te przetną się w jednym punkcie.

Wniosek 2. *Prostopadłe* AA', BB', CC' (fig. 6) *z wierzchołków trójkąta na boki przeciwległe spuszczone, przecinają się w jednym punkcie.*

Jakoż, trójkąty BAA' BCC' prostokątne i mające kąt B wspólny, są podobne; dla podobnéj przyczyny trójkąty CAA' i CBB', ACC' i ABB' są również podobne, a więc mamy proporcye:

$$\frac{A'B}{BC'}=\frac{AA'}{CC'}, \frac{AA'}{BB'}=\frac{A'C}{B'C}, \frac{AC'}{CC'}=\frac{AB'}{BB'};$$

pomnożywszy odpowiednie strony tych trzech porównań, będzie

$$\frac{A'B \times AA' \times AC'}{BC' \times BB' \times CC'}=\frac{AA' \times A'C \times AB'}{CC' \times B'C \times BB'},$$

skąd na koniec

$$A'B \times AC' \times B'C = BC' \times A'C \times AB':$$

zatém podług powyższego twierdzenia, linie AA' BB', CC' przecinają się w jednym punkcie.

Wniosek 3. *Punkt przecięcia się trzech prostopadłych do boków trójkąta z jego wierzchołków poprowadzonych, znajduje się w równéj odległości od jego wierzchołków.*

Środki *a*, *b*, *c*, boków trójkąta ABC (fig. 7) połączywssy z sobą, otrzymamy trójkąt *abc*, którego odpowiednie boki równoległe będą do boków trójkąta ABC. Zatém prostopadła z wierzchołka c na bok ab spuszczona jest zarazem prostopadłą do AB: przeto, dwa trójkąty AOc i BOc przystaną do siebie, jako prostokątne przy c, mające bok Oc wspólny i Ac=Bc, przeto OA=OB.

Podobnie okażemy że OA=OC; c. b. d. o.

Wniosek 4. *Linie proste dzielące kąty trójkąta na dwie równe części, przecinają się w jednym punkcie.*

Wiemy że te linie dzielą boki przeciwległe kątom na dwa u cienki proporcyonalne bokom, przyległym; więc mamy (fig. 8).

$$\frac{A'C}{A'B}=\frac{AC'}{AB'},\ \frac{AB'}{B'C}=\frac{AB}{BC},\ \frac{BC'}{AC'}=\frac{BC}{AC};$$

odpowiednie strony tych porównań pomnożywszy przez siebie będzie

$$\frac{A'C\times AB'\times BC'}{A'B\times B'C\times AC'}=\frac{AC\times AB\times BC}{AB\times BC\times AC};$$

strona druga tego porównania równa jest jedności, przeto ostatecznie:

$$A'C\times AB'\times BC'=A'B\times B'C\times AC';$$

a więc podług powyższego twierdzenia linie AA', BB', CC' przecinają się w jednym punkcie O.

6. *Określenie.* Cztery linie proste AF,AE,DE,BF (fig. 9) przecinające się dwie po dwie w ten sposób, że punkt C przecięcia się dwóch DE, BF znajduje się między ramionami kąta A, wierzchołki zaś D, B położone są na bokach AF, AE, między wierzchołkami A, F, E, tworzą figurę, którą *Czworokątem zupełnym* nazywamy.

Linie AC, BD, EF, łączące wierzchołki tego czworokąta, nazywają się *przekątniami.*

TWIERDZENIE.

7. *W czworokącie zupełnym* ABCDEF (fig. 9) *dwie którekolwiek przekątnie* np. BD i EF *przecinają trzecią w punktach* G i I, *tak, że iloczyn ze skrajnych ucinków równy jest iloczynowi ze środkowego cinka przez całą linią* AI: to jest,

$$CI \times AG = AI \times CG.$$

Jakoż, uważając trójkąt ABC i poprzeczną EIF, mamy podług (2), $AE \times BF \times CI = BE \times CF \times AI$: z trójkąta ACF i poprzecznej BGD jest:

$$AG \times CB \times DF = CG \times BF \times AD$$

z trójkąta ABF i poprzecznej ECD jest:

$$AD \times CF \times BE = DF \times BC \times AE:$$

pomnożywszy strony odpowiednie tych trzech porównań, i opuściwszy czynniki wspólne obu stronom porowniania ztąd powstałego, otrzymamy $CI \times AG = AI \times CG$ c.b. d. o.

Podobnie rozumiejąc, znajdziemy:

$$BH \times DG = BG \times HD, \text{ i } HE \times IF = EI \times HF$$

TWIERDZENIE.

8. *Dwie linie* OD i Od (fig. 10) *wychodzące z iednego punktu* O, *przeciąwszy ilukolwiek prostymi liniami wychodzącemi z punktu* P *zewnątrz linii* OD i Od *leżącego, otrzymamy czworokąty* AB*ba*, BC*bc*, CD*dc*, *których przekątnie przetną*

się w punktach leżących na jednéj linii prostéj przechodzącéj przez punkt O.

Jakoż, połączywszy punkta O, P linią prostą, w czworokącie zupełnym OApabB przekątna Aa podzielona jest przez przekątne Bb, Op, tak iż mamy A$m\times a$P$=am\times$AP; podobnież przekątna Bb przecięta jest przez przekątne Aa, Op tak iż B$n\times b$P$=nb\times$BP, skąd

Am: am=AP:aP i Bn: bn=BP : bP.....(1).

Uważając teraz czworokąt zupełny OBgbcC, dajmy że jego przekątna Oq nie przechodzi przez punkt n, lecz przez $ń$ wzięty poniżéj na przekątnéj Bb; w tym razie Bb byłaby przecięta przez przekątne Oq, i CP w punktach P i $ń$, a zatém byłoby, B$ń$: $bń$=BP:bP. Porównawszy tę proporcyą z poprzedzającą, wypadłoby Bn: bn=B$ń$: $bń$. Tę proporcyą odniosłszy do figury, widzimy B$n>$B$ń$, zaś $bn<bń$, zatém ostatnia proporcya jest fałszywa, a następnie przekątna Oq nie może przechodzić przez punkt $ń$: tym samym sposobem okazać można, że nie może przechodzić powyżéj punktu n, zatém musi przejść przez tenże punkt n. Ponieważ przekątne Op i Oq. przechodzą przez punkta O i n, zatem obie są jedną linią prostą. to jest: że punkta p i q są na jednéj linii prostéj przez O przechodzącej. Takim samym sposobem okazać można, że punkt r i. t. d, znajdują się na linii Opq: c. b. d. o.

Wniosek. Przez punkt p (fig. 10) wzięty podług upodobania pomiędzy ramionami kąta DOd, poprowadziwszy dwie linie aB i Ab, które ramiona tego kąta przetną w punktach A i a, B i b, fig 10.

linie łączące punkta A i a; B i b są do siebie pochyłe, zatém w ogóle przetną się w punkcie P.

TWIERDZENIE.

9. *Przez wierzchołek* O *kąta* bOB (fig. 11) *i przez punkt* P, *z którego wychodzi ilekolwiek linij prostych, przecinających ramiona kąta* O, *poprowadziwszy linią prostą* OP; *gdy z któregokolwiek punktu* Q *téj linii nakreślimy od upodobania dwie linie proste* QA$'$, *i* QB$'$ *przecinające ramiona* Ob *i* OB, *i połączymy punkta przecięć* A$'$,b' *i* B$'$,a' *liniami prostemi, te linie przetną się w punkcie* p', *na linii przechodzącéj przez* O *i wszystkie punkta przecięć linij na krzyż prowadzonych przez przecięcia linij z punktu* P *prowadzonych z ramionami kąta* O.

Między liniami wychodzącemi z punktu P wybierzmy linie PA i PB równoległe do QA$'$ i QB$'$; otrzymamy.

$$\mathrm{A}m : \mathrm{AP} = \mathrm{A}'m' : \mathrm{A}'\mathrm{Q}$$
$$a\mathrm{P} : am = a'\mathrm{Q} : a'm';$$

pomnożywszy przez siebie wyrazy odpowiadające, będzie:

$$\mathrm{A}m \times a\mathrm{P} : am \times \mathrm{AP} = \mathrm{A}'m' \times a'\mathrm{Q} : a'm' \times \mathrm{A}'\mathrm{Q}:$$

że zaś podług poprzedzającego $\mathrm{A}m \times a\mathrm{P} = am \times \mathrm{AP}$ więc jest $\mathrm{A}'m' \times a'\mathrm{Q} = a'm' \times \mathrm{A}'\mathrm{Q}$. Stąd wypada, że skoro A$'$Q jest przekątną czworokąta zupełnego, podług (7$'$), linie B$'$Q i Om' są jego dwiema drugiemi przekątnemi: że zaś Om' jest częścią przekątnéj Op, przeto p i p' są na jednéj linii prostéj. c. b. d. o.

Wniosek 1. Na linii Op łączącéj punkt O z przecięciem dwóch linij Ab i a B, na krzyż poprowadzonych przez punkta przecięć linij PA i PB przychodzących, wziąwszy dowolny punkt p'' i przez niego poprowadziwszy na krzyż dwie linie przecinające ramiona Ob i OB w punktach A$'$ i a', B$'$ i b', linia łącząca dwa pierwsze zejdzie się z linią łączącą dwa drugie punkta, na linii przechodzącéj przez O i P.

Wniosek 2. Przez punkt p (fig 12) obrany dowolnie między ramionami kąta O, poprowadziwszy ilekolwiek linij Dd, Cc, Bb, Aa ... przecinające ramiona tegoż kąta, linie Dc i dC, Bd i bD, Ad aD łączące punkta przecięć odpowiednich, przetną się w punktach R, Q, P, leżących na jednéj linii prostéj przechodzącéj przez wierzchołek O.

TWIERDZENIE.

10. *Jeżeli mamy dwa trójkąty* ABC *i* DEF (fig. 13) *wpisany jeden w drugi takie, iż linie łączące ich wierzchołki przecinają się w jednym punkcie* O, *na ten czas boki przeciwległe* DE i AB, DF *i* AC, EF *i* BC, *dostatecznie przedłużone, przetną się w punktach* K, I, G *położonych na jednéj linii prostéj.*

I odwrotnie. *Gdy boki przeciwległe dwóch trójkątów, z których jeden jest w drugi wpisany, schodzą się na jednéj linii prostéj, linie łączące* *ich wierzchołki przeciwległe, przetną się w jednym punkcie.*

Uważając bowiem trójkąty AOB, BOC i AOC, i ich odpowiednie poprzeczne KDE, GEF i FDI, mamy (2)

dla trójkąta AOB ; $DO \times AK \times BE = AD \times BK \times OE$

dla trójkąta BOC ; $OE \times CF \times BG = BE \times OF \times CG$

dla trójkąta AOC ; $OF \times AD \times CI = CF \times DO \times AI$:

te trzy porównania pomnożywszy przez siebie, i wyrzuciwszy z obu stron czyniki te same, otrzymamy:

$$AK \times BG \times CI = BK \times CG \times AI:$$

skąd wnosimy, że punkta K, I i G znajdują się na poprzecznéj względem trójkąta ABC, to jest: c. b. d.

Dowodzenie to jest zupełnie niezależne od położenia dwóch trójkątów względem siebie, przeto ogólne twierdzenie jest następujące:

TWIERDZENIE.

11) *Jeżeli dwa trójkąty* ABC *i* DEF (*fig.* 11) *są takie, iż linie łączące po dwa ich wierzchołki schodzą się w jednym punkcie* O, *boki ich odpowiednie, przedłużone schodzą się w punktach* I, G, K, *leżące na jednéj linii prostéj.*

Bowiem, uważając trójkąty ODF, ODE, OEF, i ich odpowiednie poprzeczne CAI, ABK i CBG, i rozumując jak w poprzedzającym numerze, znajdziemy $FI \times DK \times EG = DI \times EK \times FG$; przeto punkta I, G, K są na jednéj linii prostéj.

TWIERDZENIE ODWROTNE.

12. *Jeżeli w dwóch trójkątach punkta zejścia się boków po dwa branych, znajdują się na jednéj linii, linie łączące ich odpowiednie wierzchołki schodzą się w jednym punkcie.*

ZAKOŃCZENIE.

Teorya linij poprzecznych jedna z najpiękniejszych części jeometryi elementarnéj, jest nierównie obszerniejsza. Niechcąc zbyt powiększać pisma mego, zebrałem te tylko twierdzenia, które koniecznie znajdą w tém dziełku zastósowanie. Ktoby chciał obszerniejszą zasięgnąć wiadomość, niechaj się poradzi dzieł Panów Carnot, *Géometrïe de position*, i Vincent, jego jeometrya elementarna.

ROZDZIAŁ I.

O PODZIAŁCE ALBO SKALI.

1. Wyobraziwszy sobie, że przez wszystkie punkta szczegółów położonych na powierzchni gruntu, przechodzą linie pionowe spotykające płaszczyznę poziomą, końce tych linij zostawiają na niéj ślady, których zbiór utworzy figurę płaską podobną w pewnym względzie do figury gruntu. Ta figura płaską, nazywa się *kartą* lub *mappą naturalną*, tego gruntu. Karty zwyczajne na papierze kreślone, są figurami podobnemi kartom natnralnym, a zatém wszelkie odległości przedmiotów są w obu proporcyonalne, i położenie szczegółów, jako dróg, rzek, gór i t. p. jako też ich kształty, są w obu kartach podobne.

2. Z karty zwyczajnéj możemy zaraz na oko powziąść wyobrażenie o kształcie gruntu który ona przedstawia; lecz w tenczas dopiero karta prawdziwe korzyści przynosi, gdy z niéj ocenić potrafimy rozległości na gruncie.

Mając przed sobą dobrze wykonaną kartę gruntu obecnego, gdybyśmy nie znali stosunku jéj do karty naturalnéj, chcąc go oznaczyć, przemierzylibyśmy na gruncie jakąkolwiek linią wyrażoną na karcie: gdyby ta długość zawierała w sobie *np.* 100 prętów, a jéj odpowiadająca na karcie pręcik, to jest $\frac{1}{10}$ pręta, wypadłoby że długości wszelkie na gruncie są 1000 razy większe od im odpowiadających na karcie. Zatém wziąwszy pręt i podzieliwszy go na 1000 równych części, każda z tych części na karcie, wyobrażałaby jeden pręt na gruncie. Tak podzieloną linią, służącą do mierzenia z karty rozległości gruntowych, nazywamy *Podziałką* albo *Skalą.*

3. Do podzielenia linii prostéj na części proporcyonalne, używają czasem inżenierowie prawidła, którego brzegi są podzielone na bardzo drobne równe części. Galileusz ów sławny Jeometra wynalazł *cyrkiel proporcyonalny*, do dzielenia linij prostych na części równe, lub proporcyonalne. Fig 15: pokazuje jego skład prosty. Dajmy, że linią AB mamy podzielić na 10 równych części: na jednym końcu téj linii ustawimy podział 100 jednéj nóżki cyrkla proporcyonalnego, i rozłożymy go tak, aby podział 100′ na drugiéj jego nóżce, przypadł na drugi koniec linii: cyrkiel proporcyonalny zatrzymawszy w tém położeniu, zwyczajnym cyrklem bierzemy odległość podziałów 10:10′, która jest $\frac{1}{10}$ częścią linii danéj.

Tak cyrkiel proporcyonalny jako téż i prawidło wyżéj wspomnione, nie są używane a przynajmniéj bardzo rzadko, już to dla tego, że długości ich są ograniczone, już to, że części niewspółmiernych nie dają.

4. W miernictwie używamy skali wykreślonéj następującym sposobem. Jeżeli skala ma nam dawać pręty i pręciki, ponieważ pręt zawiera 10 pręcików, przeto prowadzimy jedenaście linij równoległych do siebie, w dowolnéj lecz w niewielkiéj odległości ale równo oddalonych. W końcu *a* (fig. 16) prowadzimy do nich prostopadłą *am*; daléj poczynając od *a* przenosimy odległości *a*0; 0, 1; 1, 10; i t. d. wyobrażać mające po 10 prętów: wreście linią *a*0 podzielimy na 10 równych części, z których każda wyobrażać będzie pręt jeden. Przez podziały 0, 1, 10, i t. d. prowadzimy prostopadłe: nakoniec, na *mg* wziąwszy *hg* równe jednemu podziałowi pręta, kreślimy linią 0*h*, do któréj przez wszystkie podziały zawarte między *a* i 0 prowadzimy równoległe do *h*0. Podziały tak wykreślonéj skali numerujemy tak, jak figura pokazuje.

Użycie téj skali jest następujące. Dajmy, że potrzeba wziąść 38 prętów i 7 pręcików; na przecięciu się równoległéj do *ab* przechodzącéj przez podział 7, na linii *am* położony, z prostopadłą przez liczbę 30 na *ab* poprowadzoną, ustawimy jedną nóżkę cyrkla w punkcie *q*; drugą zaś posuwając po linii *q*7, ustawimy w punkcie *l* na przecięciu się *q*7 z linią przechodzącą przez podział 8, między *a* i 0 znajdującą się, a ta roztwartość cyrkla obejmuje 38,7 prętów. Jakoż od *q* do *i* jest 30 prętów, część *ki* zawiera 0,7 długości *gh*, to jest jednego pręta, nakoniec *kl* obejmuje 8 podziałów wyobrażających pręty.

5. Lubo wielkość skali, to jest stosunek jéj do jedności miar które wyobraża, zdaje się być dowolną, jednakże przeznaczenie karty kreślonéj podług skali wyznacza jéj granicę, za którą bez chybienia celu przechodzić nie można. I tak, skala karty ekonomicznéj, to jest takiéj, która obejmuje rozgraniczenie drobnych własności gruntowych, powinna być tak wielka, aby te posiadłości wyraźnie na karcie umieszczone były i aby je wygodnie czytać można; stosunek téj skali jest zawarty pomiędzy $\frac{1}{1000}$ a $\frac{1}{5000}$, rzadko bardzo, i to w tenczas, kiedy szczegóły wszystkie są znacznéj rozległości, *np.* mierząc same lasy, stosunek może być $\frac{1}{10000}$. Karta topograficzna na skalę mniejszą od $\frac{1}{100000}$ daje bardzo niedokładne wyobrażenie o szczegółach na niéj umieszczonych i t. p.

Dla zaprowadzenia jednostajności, Rząd nasz przepisał wielkość skal na karty ekonomiczne; dla kart posiadłości wiejskich, $\frac{1}{5000}$, dla kart posiadłości miejskich, po mniejszych miasteczkach, $\frac{1}{2500}$, na miasta większe, $\frac{1}{1250}$ i $\frac{1}{1000}$.

6. Zobaczemy teraz jak należy postąpić, aby mając daną długość na wyrażenie miar naturalnych, oznaczyć stosunek skali i też wykreślić. Dajmy, że cal jeden na karcie ma wyobrażać 3500 stóp na gruncie: pomnożywszy 3500 przez 12, otrzymamy 42000 cali; przeto stosunek skali będzie $\frac{1}{42000}$, to jest: że długości na gruncie są 42000 razy większe od odpowiadających długości na karcie.

Chcąc podług tego stosunku wykreślić podziałkę dającą stopy, potrzebaby 1 stopę albo 12 cali podzielić na 42000. Podzieliwszy 12 i 42000 przez 12, otrzymamy 1 cal wyobrażać mający 3500 stóp.

Dla uniknienia błędów, naprzód ten cal podzielimy na 7 części równych, z których każda wyobrażać będzie 500 stóp: jednę z tych części podzielimy na 5 równych części, z których każda przedstawiać będzie 100 stóp. Łatwo już jest otrzymać podziałkę dającą stopy i dziesiątki stóp.

Gdyby podług tego stosunku potrzeba było zrobić podziałkę dającą pręty, potrzeba najprzód uważać, że pręt zawiera 15 stóp: przeto 15 stóp albo 180 cali podzieliwszy na 42,000 części, każda część wyobrażałaby 1 pręt. Obie liczby 180 i 42000 skróciwszy przez 60, otrzymamy 3 cale wyobrażające 700 prętów: te 3 cale podzieliwszy na 7 równych części, każda z nich wyobrażać będzie 100 prętów, podług danego stosunku $\frac{1}{42000}$ i t. d.

Kiedy mamy dany stosunek, *np.* $\frac{1}{5000}$, daleko prędzéj i takowéj wykreślimy skalę: jakoż jeden cal mierniczy jest setną częścią pręta, gdybyśmy przeto podzielili cal mierniczy na 50 części, każda cząstka wyobrażałaby pręt jeden. Zwykle jednak cal dzieli się na 5 części, które wyobrażają 10 prętów, a dopiero jedną z nich dzielimy na 10 części, czyli pręty.

7. Zdarzyć się może, iż łańcuch którego użyć mamy jest innéj miary, a skala ma wyobrażać inne miary, *np*. łańcuch być może miary magde-

burgskiéj, a skala ma nam dawać pręty nowopolskie. W tym razie tak postąpić należy. Dajmy, że stosunek skali jest $\frac{1}{5000}$: wziąwszy cal mierniczy magdeburski podzielimy go na 50 równych części, i téj skali używać będziemy do przenoszenia na kartę długości mierzonych. Po utworzeniu karty wykreślimy skalę na miary nowopolskie, jak następuje: wiemy: że cal mierniczy nowéj miary polskiéj zawiera 21,6 linij, gdybyśmy przeto podzielili tę długość na 5 równych części, każdy podział zawierałby 10 prętów: lecz, chociażbyśmy mieli miarę podzieloną na połowy linij, trudno jest wziąść 0,6 linij, przeto lepiéj będzie wziąść cały pręcik, to jest 216 linij, które podzieliwszy na 5 równych części, każda wyobrażać będzie 100 prętów. Mając te podziały, nic łatwiejszego jak otrzymać podziały wyobrażające po 10 prętów, i po jednym pręcie; a postępując sposobem podanym w numerze (4) otrzymamy pręciki.

8. Skala, podług któréj kreślić mamy kartę mierzonego gruntu, powinna być wyryta na metalu, lub kości, a przynajmniéj wyrysowana na papierze przyklejonym na równém prawidle; lecz nigdy na tym samym papierze, na którym kartę kreślemy; papier bowiem przyklejony na stoliku mierniczym, będąc wystawiony na zmianę temperatury i wilgoci, stępuje się lub rozszerza, a z nim podziałka zmienia swą rozciągłość. Prócz tego, przez ciągłe przykładanie cyrkla do podziałki, punkta przecięć linij składających ją tak

się z czasem pozacierają, że podług niéj niepodobna jest daléj prowadzić roboty.

Po skończeniu karty *pierworysu* (minuty), jeżeli przekonamy się, że papier jednostajnie się ściągnął lub rozszerzył, wtedy wziąwszy na téj karcie wiadomą długość, podług niéj wykreślimy podziałkę na pierworysie.

ROZDZIAŁ II.

O UŻYCIU TYK MIERNICZYCH I MIERNICZEGO ŁAŃCUCHA,

r ó w n i e j a k

INNYCH MIAR W MIERNICTWIE UŻYWANYCH.

Użycie Tyk.

9. Wszelkie działania miernicze odnoszą się do rozwiązania trójkątów, lubo zobaczymy w rozdziale o węgielnicy mierniczéj, że niektóre zagadnienia można rozwiązać za pomocą trapezów. Te trójkąty powinny być z sobą, tak połączone, aby bok jeden był wspólny dwóm, a czasem i więcéj trójkąta. Bo mając wiadomy bok jeden którego kolwiek trójkąta i kąty wszystkich trójkątów tym sposobem połączonych, będziemy mogli rozwiązać wszystkie trójkąty. Ten bok (linia), na którym opieramy dalsze działanie, nazywa się ***Podstawą*** (Basis, Base).

Dla przemierzenia na gruncie linii prostéj, potrzeba naprzód wyznaczyć jej kierunek. Do tego używszy *tyk* albo *żerdzi mierniczych*.

Tyki powinny być z lekkiego drzewa, proste, dobrze otoczone, niezbyt grube, najwięcéj dziesięć stóp wysokie, u spodu kończystém okute żelazem; u góry rozszczepane lub opatrzone sztyftem do przyczepienia papieru lub płatka, który z daleka łatwiéj niż gołą tykę dojrzéć można. Ponieważ często się zdarza, że tyka patrząc na nią z odległego punktu rzuca się na grunt, las albo na niebo, przeto, dla łatwiejszego i wyraźnego jéj rozeznania, płatek powinien być dwu-kolorowy: biały i czarny, a lepiéj biały i czerwony, bowiem kolor czerwony łatwiéj niż czarny daje się rozróżnić od innych kolorów.

10. Kiedy punkta między któremi lub po za które mamy wytknąć linią prostą, są jeden z drugiego widziane, postępowanie jest bardzo proste i w zwyczajnych działaniach uskutecznia się za pomocą tyk dopiéro opisanych.

Dajmy, że przez punkta A i B (fig. 17) mamy wytknąć linią prostą, i tę przedłużyć podług upodobania w stronę ku D. Naprzód nastawiamy tyki w punktach A i B, pionowo i zaraz posyłamy posługacza z trzecią tyką na przedłużenie linii AB, którym kierujemy celując przez A do B. Posługacz w ciągu całéj roboty powinien trzymać tykę pionowo i z największą uwagą patrzéć na Jeometrę, aby za każdym danym znakiem natychmiast przeniósł tykę w stronę mu wskazaną; a gdy odbierze znak stosowny powinien tykę utkwić pionowo. Dla dokładnego ustawienia tyk na kierunku dwóch pierwszych, należy oddalić się o kilka kroków od tyki A i przez nią patrząc na tykę B, kierujemy pomocnikiem dając mu znaki umówione; gdy ten ustawi swą tykę tak, iż jest przez dwie piérwsze zupełnie zasłoniona, dajemy znak, aby ją utkwił.

Ponieważ niepodobna jest ustawić od oka tyki pionowo, przeto unikając błędów, należy celować przez tyki A i B przykładając oko blisko ziemi.

Tym sposobem postępując, można tyle tyk ustawić pomiędzy lub za tykami A i B i na ich kierunku ile się podoba lub ile potrzeba. Starać się tylko potrzeba, aby za pomocą dwóch tyk piérwszych, ustawić jak najdokładniéj i jak najdaléj od tyki B tykę D, ażeby, chcąc daléj pociągnąć linią, można wziąść za kierujące tyki B i D.

Jeżeli działanie odbywamy na nierównym gruncie, należy tyki ustawiać pionowo z największą dokładnością, Byłoby przeto bardzo korzystną rzeczą, gdyby tyki opatrzone były, w wysokości jak tylko ręką dosięgnąć można, sztyftem na którymby podług potrzeby mały pionek zawieszać można. Gdyby bowiem tyki zbaczały z kierunku pionowego, ponieważ w tym razie najczęściéj zmuszeni jesteśmy celować przez ich wierzchołki, popełnilibyśmy bardzo znaczne błędy.

Liczba tyk i ich odległość zależy od przeznaczenia linii wytykającéj się: jeżeli idzie tylko o wyznaczenie kierunku, tyki powinny być jak najbardziéj odległe; jeżeli zaś linią wytkniętą naznaczyć mamy rowem, ogrodzeniem, i t. p. wtedy tyki tak zbliżone do siebie być powinny, aby sznur danéj długości dostatecznie rozpięty, trzech tyk dosięgał. Jeżeli zaś wyznaczoną linią mierzyć mamy, tyki powinny być dość gęsto ustawione.

11. Jeżeli dwa punkta A i B (fig. 18) między któremi wytknąć mamy linią prostą, położone są w dolinach przedzielonych górami, i gdy z żadnego pośredniego punktu widziane być nie mogą, jeżeli oprócz tego nie ma innych przeszkód, w ówczas postąpimy następującym sposobem.

Przed rozpoczęciem działania, przebieżymy kilka razy drogę pomiędzy punktami A i B dla oznaczenia przybliżonego kierunku pomiędzy niemi, w których osadzimy ile można najwyższe tyki. To uczyniwszy ustawimy czterech pomocników z tykami w punktach *n*, *m*, *l*, *k*, tak, aby pomocnik przy *n* mógł widzieć tyki *m*, *l*, pomocnik przy punkcie *m*, żeby widział tyki *n* i B, podobnież żeby pomocnik *l*, widział tyki *k* i A, a pomocnik *k* tyki *l* i *m*

Dla łatwiejszego tłomaczenia roboty, nazwijmy robotnika przy *n* przez N, pomocnika przy *m* przez M, przy *l* przez L a przy *k* przez K.

Naprzód pomocniki L i M celując do tyk A i B ustawiają swych towarzyszów na liniach prostych *l* A i *m* B w punktach *k* i *n*. Po czém, pomocnik N celując do tyki L kieruje swym towarzyszem M, ten wzajemnie celując do tyki B kieruje pomocnikiem N, i to dotąd wykonywają, dopóki pomocnik M niestanie w punkcie *m'* na linii *n'* l, zaś N w punkcie *n'*, na linii *m'* B, w tenczas tyki *l*, *m'*, *n'*, i B znajdować się będą na jednéj linii prostéj. Gdy tyka *m'* nieporuszona zostanie, pomocniki L K, rozpoczynają podobne działanie jak dwaj poprzedni, dopóki tyki A, *k'*, *l'* i *m'* nie staną na linii prostéj.

Działania te po jednéj i po drugiéj stronie dopóty się naprzemian powtarzają, dopóki czteréj pomocnicy nie staną w punktach takich C, D, E, F, że kiedy punkta D, E, F, B, są na linii prostéj, wtedy punkta E, D, C, A także się na linii prostéj znajdować będą; w tenczas wszystkie tyki ustanowione będą na linii prostéj łączącéj punkta A i B.

Gdyby można obrać takie dwa punkta *m*, *n*, pomiędzy punktami D i B (fig. 18) przez które mamy linią prostą prowadzić; iżby z *m* można widzieć tykę B i *n*, zaś z *n* tyki *m* i D, na tenczas działanie byłoby i prostsze i krótsze od poprzedzającego. Pomocnik M celuje ciągle do tyki B i podług niéj kieruje pomocnikiem N, ten zaś ciągle celując do tyki D, kieruje pomocnikiem M; tym sposobem oba są w ciągłym ruchu, dopóki niepostawią się wzajemnie tak iż M celując do B, N do D zobaczą się na kierunkach FB, ED.

12. Z rozmaitych sposobów przedłużenia na gruncie linii prostéj po za przeszkody, podamy jeden z najłatwiejszych.

Dajmy, że między punktami K i I (fig. 13 bis) przez które mamy linią prostą prowadzić są przeszkody, *np.* zabudowania lub zarośla, i że tę linią przedłużyć mamy w stronę, od K do I. W tych punktach ustawimy tyki; z punktu I, wytkniemy linią IF pod kątem jakimkolwiek do KI byle nieostrym, i żeby z kilku jéj punktów dojrzeć można punkt K: na linii IF obieramy punkt F tak, aby z niego można wytknąć linią FG taką, że z jéj dwóch punktów E i A widzieć można punkt K i żeby do linii FI pochylona była pod ostrym kątem. Mając już dwie linie IF, FG wytknięte, z punktu A obranego na linii FG celując do tyki K, kierujemy pomocnikiem, który idąc po wytkniętéj linii IF, ustawi tykę w punkcie C: przeniosłszy się do punktu E, i podobnym sposobem postępując ustawimy tykę na linii IF w punkcie B, i wytkniemy linią EI Mając to, z punktu E, celując do tyki C wytkniemy linią CE*m*; po czém przeniosłszy się do punktu A i celując do tyki B kierujemy pomocnikiem, który idąc po linii EC*m*, ustawi tykę w punkcie *x*, na przecięciu linij CE, AB. Po tém przeniesiemy się do punktu F, wytkniemy z niego linią F *x* *y*, na któréj pomocnik idąc po linii EI ustawi tykę *y*. Nakoniec z punktu B celując przez tykę *y*, pomocnik ustawi tykę w punkcie G na przecięciu linii B *y* i FG: punkt ten G jest na linii KI (zob. wniosek Nr. 8)

Gdyby jeszcze pomiędzy punktami I, G były przeszkody, chcąc pomiędzy nimi ustawić tykę, wytknęlibyśmy linią prostą przechodzącą przez punkt F, pomiędzy liniami FI i FG; zachowawszy wytknięte linie w poprzedzającém działaniu, i daléj postąpimy jak wyżéj. Gdyby potrzeba było punktu za punktem G, potrzebaby wytknąć linią przez F przechodzącą, zewnątrz linij FI i FG.

Ponieważ nie jest konieczną rzeczą dostąpić do punktów K i I, przeto sposób w tym numerze podany służy także do przedłużenia linii KI, wtedy gdy punkta te nietylko nie są widzialne jeden z drugiego, lecz nadto gdy są niedostępne.

13 To cośmy powiedzieli o wytknięciu linii prostéj, zastosowane być może przy zdejmowaniu szczegołów gruntu objętego jednym lub najwięcéj stolikami; lecz kiedy linia jest główną w działaniach, i gdy jest bardzo długa, w tenczas postąpimy następującym sposobem. Zadawszy linią, to jest wskazawszy jéj kierunek dwiema tykami jak najdaléj od siebie pionowo zatkniętemi, ustawimy lunetę przechodową tak, aby oś jéj optyczna, czyli promień oczny przechodzący przez przecięcie nitek, znajdował się na płaszczyźnie pionowéj, przez owe tyki przechodzącéj: po czém patrząc przez lunetę, każemy ustawiać tyki tak, aby stanęły za jéj nicią pionową. Jeżeli jest grunt tak nierówny, że nam zasłania dalsze przedłużenie linii, przenosimy lunetę po za ostatnią tykę, ustawimy ją na kierunku linii tykami wskazanéj, i podobnie jak wyżéj postępując, przedłużymy linią, i t. d. aż do końca robić będziemy. Tak oznaczona linia może jeszcze nie być doskonale prostą; chcąc się o tém przekonać i zarazem poprawić błędy, potrzeba udać się do sposobów trygonometrycznych, o których zakres tego dziełka mówić nie dozwala.

Linie z taką skrupulatnością i znacznie długie wytykają się przy rewizyi pomiarów, lub gdy mają być podstawami rozległych trygonometrycznych pomiarów.

UŻYCIE

ŁANCUCHA MIERNICZEGO.

---

14 Każda długość, któréj stosunek do miar przyjętych jest wiadomy, służyć może mniéj więcéj dogodnie, do mierzenia długości na gruncie. Jeometrowie używają łańcucha żelaznego, pięć prętów długiego; czasem łaty drewnianéj, podzielonéj stósownie do potrzeby. Tam gdzie nie idzie o ścisłą dokładność, użyć można konopnego sznura, który żeby przez wpływ wilgoci nie zmieniał swéj długości, potrzeba go naprzód wygotować w oleju, a potém na żądane części podzielić.

Łańcuch mierniczy składa się z ogniw, z których każde jest dziesiątą częścią pręta, czyli jest pręcikiem zawierającym 18 cali zwyczajnéj miary, a 10 cali mierniczych. Ogniwa te połączone są kółkami mosiężnemi: pręcik przeto rachuje się od środka takiego kółka do środka drugiego. Co pół pręta jest połączenie różne od kółek spajających pręcik, każdy znów pręt odznaczony jest stósownem połączeniem. Na końcach łańcucha są pierścienie mosiężne tak obszerne, aby kostury łatwo przez nie przesunięte być mogły: długość łańcucha zawarta jest *między środkami tych pierścieni*.

Przed rozpoczęciem każdego działania, a nawet w ciągu robót przynajmniéj co drugi dzień, należy jak najstaranniéj obejrzyć łańcuch, czyli które z ogniw nie jest pogięte lub nadłamane, i wreście sprawdzić go następującym sposobem. Na gruncie równym w miejscu spokojném rozciągnąwszy sznur dobrze rozpięty, wzdłuż niego wymierzymy z jak największą starannością linią pięć prętów długą: w końcach téj linii wbijemy kołki okrągłe tak grube, aby na nie pierścienie skrajne łańcucha szczelnie wchodziły. Mając tak naznaczoną na gruncie długość łańcucha, zakładamy jeden ze skrajnych pierścieni łańcucha na jednym kołku i wytężywszy go, zakładamy drugi pierścień jego na drugi kołek. Jeżeli okaże się, że łańcuch dłuższy jest lub krótszy od naznaczonéj długości, potrzeba oznaczyć tę różnicę, chociażby najmniéjszą, którą, jeżeli łańcuch jest dłuższy, dodawać należy do długości mierzonych, tyle razy, ile w sobie mieściły łańcuchów, odjąć zaś, gdy łańcuch okaże się krótszy.

Do wymierzenia na gruncie łańcucha sprawdzającego używa się prawidła drewnianego zawierającego 5 pręcików, podzielonego na cale i linie miernicze, czyli na setne i tysiączne części pręta.

Cały łańcuch zawierać może dokładnie 5 prętów, nie będąc dokładnym, gdy pręty pojedyńcze lub pręcikî są fałszywe. Dla tego to, należy na łańcuchu sprawdzającym naznaczyć pręty, a nawet pręciki. Jeżeli okaże się łańcuch fałszywym w jego podziałach, nie można go używać, bowiem w tym razie mozolneby było, a nawet praktycznie niepodobne, obliczenie błędów mierzonych długości.

Ponieważ temperatura wpływa na rozszerzanie się metalów, potrzeba przeto główne linie mierzyć z rana przed 9tą godziną, lub po południu po godzinie szóstéj pod czas lata; w tych bowiem porach dnia jest mniéj więcéj średnia temperatura dzienna.

Mierząc linie nie należy spuszczać się na posługaczy: sam jeometra powinien być przytomnym każdemu przeniesieniu łańcucha, przestrzegać, aby spojenia łańcucha nie były *poskręcane, i aby* był w prostéj linii i dostatecznie rozpięty, tak przecież, żeby go nie zerwać, co się zdarza dosyć często przez szarpanie go przy podrzucaniu nieostrożném. Spojenia mosiężne któremi są naznaczone pręty, rzadko pękają, chybaby mocno o kamień uderzone były, lecz spojenia pręcików dosyć często się zrywają, zwłaszcza kiedy łańcuch jestzużywany. Jeżeli przeto Jeometra chce się jednym łańcuchem obchodzić, potrzeba aby był opatrzony kilko ogniwami któreby w razie potrzeby natychmiast założył. Do tego powinien mieć młoteczek i obcążki.

15. Gdybyśmy chcieli wymierzyć na gruncie linią z bardzo wielką dokładnością, potrzebaby na wytkniętéj linii ustawić poziomy mostek z tarcic, tak jak na fig 19 widzimy.

Tarcice są podparte podstawkami', których skład jest następujący. Nóżki c, c, c, (fig. 20) podpierające stołeczek B, mają stawy b, b, . . . tak urządzone, iż częściom *bc*, bc, . . można nadać wszystkie pochylenie do poziomu. W środku tego stołeczka jest mutra, w którą, wchodzi śruba *d*, za pomocą któréj podnosić lub zniżać można blat A. Do tego blatu przytwierdzone są mocno łaty *p. p.* które są wsunięte w otwory stołeczka B, przez co blat A tém mocniéj zachowuje położenie równoległe do blatu B. Takich podstawków potrzeba miéć cztery: gdy piérwsza tarcica mostka po odbytém na niéj mierzeniu jest wolna, przenosimy ją wraz z podstawkiem na drugi koniec mostku, który się tym sposobem przedłuża aż do przemierzenia całéj naznaczonéj linii. Podstawki ustawiają się od oka tak, iż tarcice na nich położone, są prawie poziome.

Do ustawienia mostka poziomo, używamy piona mularskiego. Podstawa AB (fig. 21) jak najlepiéj wyhéblowana, ma w samym środku kresę *n*: w punkcie C jest sztyft na którym zawiesza się na cienkiéj nitce ciężarek *o*. Ponieważ ramiona AC i BC są równe, zatém postawiwszy pion na płaszczyźnie pozioméj, nić C*o* przypadnie na kreskę *n*. Na téj to własności polega ustawienie każdéj tarcicy mostka do poziomu, które sprowadzamy do tego położenia za pomocą śrub podstawków, o których wyżéj wspomniono. Jeżeli grunt tak jest nierówny, iż cała wysokość podstawka nie wystarcza do ustawienia poziomo tarcicy jednym końcem na nim opartéj, na tenczas należy ustawić tarcicę *no*. (fig. 19) poziomo niezależnie od poprzedzających. Spuściwszy pion z końca *m* na tarcicę niższą i oznaczywszy punkt *n*, od tego punktu rozpoczynać się będzie przedłużenie mostka.

16. Miara niegiętka, metalowa lub lepiéj drewniana, daje wypadki dokładniejsze niżeli łańcuch. Długość miary drewnianéj jest od upodobania, jednakże nie może być zbyt długa, i trzech *prętów* nigdy przechodzić nie może: grubość jéj powinna być taka, ażeby się pod własnym ciężarem zbyt niegięła i zarazem żeby nie była ciężką. Jeden jéj koniec okuty jest żelazem BC (fig 22) zakończoném na kształt dłuta, drugi zaś zupełnie płaskim, prostopadłym do osi łaty. W końcach łaty są umocowane prostopadle sztyfty E i B, przez które celując nadajemy łatom kierunek po linii prostéj. Cała długość łaty podzielona jest na pręciki i linie.

Do wymierzenia linii za pomocą opisanéj łaty, potrzeba miéć oprócz téj łaty miarę krótką, parę pręcików obejmującą i podzieloną na najdrobniejsze części, a któréj użycie w krótce zobaczemy.

Nie należy mniemać, abyśmy przez użycie mostka opisanego i łaty otrzymali najdokładniejsze wypadki; bowiem do wymierzenia linii prostéj na gruncie, z wszelką dokładnością, potrzeba narzędzi bardzo dokładnych a zarazem kosztownych.

17. Przy mierzeniu linii na gruncie łańcuchem, jeometra potrzebuje *palików* albo *spilek* mierniczych, których użycie zaraz poznamy. Te paliki w liczbie *dziesięciu*, są zwykle żelazne; do dziesięciu cali długie. Jeżeli są drewniane, mogą być dość grube, z drzewa twardego.

Do kierowania łańcucha, potrzeba mieć dwa *kostury*. Są to kije dobrze otoczone, tak grube, że na nie bez trudności zakładać można skrajne pierścienie łańcucha, wysokie po oczy człowîeka miernego wzrostu: spód ich okuty jest kończystém żelazem, a u góry miéć mogą przewiercone dziureczki maleńkie, które w czasie mierzenia linii służyć mogą za celowniki.

Wymierzenie linii prostéj na gruncie.

18. Jeżeli linia do mierzenia dana nie jest zbyt długa, i z jednego jéj końca można wyraźnie widzieć tykę w drugim utkwioną, w tenczas tylko w jéj skrajach zatykami tyki: gdy zaś linia jest długa, ustawiemy na jéj kierunku kilka tyk, niezbyt zbliżonych, owszem tak oddalonych, żeby ze stanowiska jednéj drugą wyraźnie widzieć można było; albowiem im tyka do któréj celujemy jest odleglejszą, tem kąt pod którym widziemy jéj grubość, jest mniejszy, a następnie mniejszy błąd popełniony, choćbyśmy do punktu mimo jéj osi leżącego celowali.

Mając wytkniętą linią, przed rozpoczęciem jéj pomîaru oddajemy posługaczowi naprzód iść mającemu z jednym końcem łańcucha, dziesięć palików, z któremi i łańcuchem wzdłuż linii postępuje, a tym czasem drugi koniec łańcucha zatrzymamy kosturem w początku mierzonéj linii. Posługacz naprzód idący, którego nazwiemy *poprzednim*, na znak dany przez *następnego* z uwagą i powoli idzie daléj, a gdy łańcuch dość jest rozpięty zatrzymuje się, stawiając kostur pionowo mniéj więcéj na kierunku linii: na ten czas następny celując do tyki w końcu lub na kierunku linii ustawionéj, daje umówione znaki poprzedniemy, które w prawą lub lewą stronę przestawia kostur zawsze pionowo stawiany, dopóty, dopóki nie stanie na linii; w ten czas otrzymawszy znak od następnego, wytęża łańcuch należycie, wbija pionowo kostur, potém go wyjmuje, i w miejscu jego zastawia jeden palik. Poczém oba posługacze postępują z łańcuchem wzdłuż linii, a gdy następny dochodzi do palika, ostrzega poprzedniego aby ostróżnie szedł daléj: na stępny przyszedłszy do palika wyjmuje go i chowa, a w miejsce jego wbija pionowo kostur, tym czasem poprzedni ustawi się mniéj więcéj na linii: tu znów postępuje się jak wyżéj, to jest ustawia się kostur poprzedniego na kierunku linii, który wytrokowawszy łańcuch, wbija kostur, wyjmuje go i w miejsce jego zostawia palik: potém oba posuwają się po linii, następny podejmuje drugi palik, chowa go przy sobie, i t. d. Gdy następny ostatni palik w miejscu kostura zostawi, a następny go podejmie; odbiera jeometra wszystkie paliki, przeliczy je, dla przekonania się czyli który z nich nie uroniono: jeżeli są wszystkie, oddaje je poprzedniemu i zapisuje w regestrze liczbę 1 lub 10; w piérwszym razie 1 znaczy jedno przeniesienie (5 łańcuchów), w drugim 10 łańcuchów daléj się mierzy opisanym sposobem. Jeżeli się zdarzy, że w którém z przeniesień jednego lub kilku palików brakuje, potrzeba wracając się przemierzyć dziesięć ostatnich łańcuchów; jeżeli jeometra kazał te długości kołkami drewnianemi na gruncie oznaczyć, co też koniecznie uczynić powinien.

Rzadko linia którąśmy przemierzyć zamierzyli, zawiéra w sobie całkowitą liczbę łańcuchów, ale owszem najczęściéj się zdarza, że ostatni łańcuch rozciągnięty, przechodzi za koniec linii mierzonéj: W tych razach odlicza się liczbę prętów, pręcików i ocenia się części pręcika od oka, lub się miarą kieszonkową domierza, począwszy od ostatniego palika do końca linii.

Po ukończeniu działania, obliczamy długość linii przemierzonéj. Dajmy, żeśmy zapisali trzy razy oddane na powrót wszystkie paliki poprzedniemu posługaczowi, a przy końcu linii było siedm palików i nadto część łańcucha między ostanim palikiem a końcem linii zawierała 3 pręty, i siedm pręcików i pół; będziemy mieli długość całéj linii, pamiętając, że łańcuch zawiéra 5 prętów, 188 prętów, 7 pręcików i pół. co można napisać 188, 75 pr.

Jeżeli linia jest główna to jest taka na których opierają się dalsze działania, jak *np.* podstawa, w działaniach za pomocą stolika, węgielnicy lub kątomiara, o których niżéj mówić będziemy, wtedy nigdy nie należy poprzestawać na pojedynczém jéj przemierzeniu, ale owszem, ukończywszy wymiar linii, znów ją drugi raz, idąc od końca do początku, mierzyć będziemy z równą przezornością i dokładnością, jak po raz pierwszy. Jeżeli wypadki zgodzą się zupełnie, (co się rzadko zdarza na gruncie nierównym i pochyłym), na tenczas wypadki za dobre przyjmiemy; jeżeli różnica będzie, na znacznéj długości, o dwa lub trzy pręciki, téj różnicy połowę odejmiemy od długości większéj lub dodamy do mniejszéj, aby otrzymać wypadek średni, który za dokładny przyjmiemy; gdyby nakoniec różnica okazała się większa, natenczas potrzeba trzeci raz przemierzyć całą linią.

Idąc za pomocnikiem naprzód postępującym, gdy napotkamy palik przewrócony, nie należy go podnosić do położenia pionowego, lecz zatknąć przy jego dolnym końcu kostur, na którym drugi koniec łańcucha jest założony. Innych ostrożności jakie przemierzenie linii zachować należy, praktyka i wprawa nauczy.

Ponieważ wszelkie linie mierzone na gruncie uważane być mają jako poziome, przeto, mierząc linią na pochyłym gruncie, oba końce łańcucha wytężonego ustawić potrzeba od oka tak, aby się na jednéj pozioméj linii znajdowały.

19 Chcąc na nierównym gruncie wymierzyć linią prostą z wszelką dokładnością, użyjemy do tego łat wyżéj (16) opisanych, które będą ponumerowane liczbami 1, 2, 3, nadto potrzeba być opatrzonym trojgiem drewnianych kleszczy ze śrubami na kształt stolarskich, zwyczajnym pionem, to jest ciężarkiem na nici; nakoniec miarą kieszonkową podzieloną na części odpowiadające podziałom łaty.

Skoro mostek jest gotowy (15) z trzech lub czterech tarcic złożony i dłuższy od trzy razy wziętéj łaty, znajdziemy na nim za pomocą pionka punkt odpowiadający piérwszemu końcowi linii, od którego mierzyć rozpoczynamy. Dopiéro łatę Nr. 1 ustawiamy na mostku tak, aby jéj koniec równo ścięty przypadł zupełnie na punkt początku linii mierzonéj, a celując przez sztyfty p' p' (fig. 19) do tyki na kierunku linii ustawionéj, nadamy téjże łacie kierunek mierzonéj linii. W tém położeniu zatrzymamy łatę kleszczami, ażeby ustawiając następną Nr. 2, przypadkiem Nr. 1 z miejsca usuniętą nie była. Podobnie kleszczami zatrzymawszy łatę Nr. 2, ustawimy Nr. 3 jak dwie poprzedzające i kleszczami zatrzymamy. Łaty następne powinny się lekko dotykać końca zaostrzonego łaty poprzedzającéj i wszystkie ustawione jak piérwsza na kierunku linii. Zapisawszy ustawione trzy łaty, przenosimy dwie piérwsze, a naprzód Nr. 1, po niéj Nr. 2 ustawiamy i zatrzymujemy kleszczami; nareście i Nr, 3 przeniesiemy i ustawimy po łacie Nr. 2, to mając zapisujemy drugie trzy łaty. Tym sposobem postępuje się aż do końca linii mierzonéj.

Rzadko się zdarza, że mierzona linia zawiéra w sobie całkowitą liczbę łat, lecz albo łata ostatnia przechodzi za drugi koniec linii albo nie dostaje. W piérwszym razie odtrącimy część wystającą; w drugim domierzemy miarą kieszonkową.

Dajmy, żeśmy przenieśli wszystkie trzy łaty dwadzieścia razy, w ostatniém zaś przeniesieniu było dwie łaty i domierzyliśmy pręt i pręcików 7, 5; będziemy mieli długość całéj linii zmierzonéj, $62\times3+1,75=187,75$ prętów.

Gdybyśmy na takiéj, tém bardziéj na większéj długości mostki, budowali, wymierzenie jednéj linii byłoby bardzo kosztowne. Zwykle też przestaje się na trzech do czterech tarcic: skoro jedna z nich jest od łat uwolniona, przenosi się ją naprzód i ustawia się jak pod Nrem 15 powiedziano.

20. Używając łańcucha do pomierzenia linii poziomej na nierównym gruncie, otrzymujemy najmniéj dokładne wypadki. Wszelako, ponieważ jeometrowie używają najczęściéj samego tylko łańcucha, przestrzegamy 1ód jeżeli grunt nie jest zbyt pochyły, rozciągamy dostatecznie łańcuch cały tak, aby oba jego końce znajdowały się o ile można na linii pozioméj; 2re kiedy grunt ma nagły spadek, wtedy na kierunku linii ustawiwszy deski, mierzyć potrzeba po pochyłości, każdego spadku oznaczyć kąt, i linią zmierzoną rachunkiem do poziomu sprowadzić. Nakoniec ostrzegamy, żeby o ile można unikać pomiaru linii zbyt do poziomu nachylonéj; lepiéj ją wyznaczyć jednym z podanych niżéj sposobów.

Wyznaczenie niedostępnych długości.

21. *Wyznaczyć długość linii* AB *w końcu* A *niedostępnéj* (*fig.* 23).

Z punktu C obranego na przedłużeniu linii AB wytkniemy linią CD w dowolnym kierunku: po czém z punktu E gdziekolwiek na linii CD wziętego, wytkniemy drugą linią AE, i utkwimy tykę F na przecięciu się linij BD i AE; nakoniec przemierzywszy linie CE, ED, BF, FD, BC: i znajdziemy:

$$AB=\frac{BC\times ED\times BF}{CE\times DF-ED\times DE}$$

Jakoż, z trójkąta BCD, którego poprzeczna jest AE, mamy (2′) $AC\times ED\times BF=AB\times CE\times DF$; za AC położywszy AB+BC, i stósownie przerobiwszy znajdziemy wzór podany.

22 Widzieliśmy wyżéj że na gruncie nierównym nie podobna jest wymierzyć łańcuchem linii z wszelką ścisłością, a że grunt powszechnie jest nierówny, przeto téż unikać należy, o ile można rozmiaru wielu linij. Dla tego to podamy inny sposób rozwiązania powyższego zagadnienia, gdzie jak zobaczymy, jednę tylko przybraną linią mierzyć nam wypadnie.

Dajmy, że linia EH(fig. 9)jest niedostępna. Przedłużymy naprzód tę linią do punktu dowolnie obranego F i z punktu A zewnątrz linii wziętego wytkniemy linie AF i AE: na linii AF obieramy punkt D taki, aby z niego można wytknąć linie DH do punktu niedostępnego i DE do punktu dostępnego danéj linii: po czém naznaczymy tyką punkt B przecięcia się linij AE i DH, zaś wytykając linią BF, utkwimy tykę C na przecięciu się linij DE i BF: przez punkta A i C, wytykając linią utwierdzimy tykę w punkcie I przecięcia się linij HF i AC: nakoniec przemierzywszy EI i IF, znajdziemy:

$$EH=\frac{IE\times EF}{FI-IE}$$

Albowiem stosownie do numeru(7)mamy $EH \times FI = IE \times FH$, położywszy za $FH = EF + EH$, i stosownie przerobiwszy, znajdziemy wzór powyższy.

Przykład. Niechaj będzie $FI = 30$prętów $IE = 13$ pręt. przeto $FF = 43$ pręt. zaś $FI - IE = 17$; więc znajdzimy, $EH = \frac{13 \times 43}{17} = 32,88$ pręt.

23. Widziemy że ten sposób wyznaczenia niedostępnéj linii jest prosty, bo się najmniéj na gruncie mierzy; jednakże gdy grunt jest zarosły lub ścieśniony bagnami tak, iż niepodobna jest rozciągnąć działań na przestrzeni AFE, potrzeba użyć piérwszego sposobu, i starać się aby tyka E umieszczona była w środku linii CD (fig. 23) bo na tenczas wzór otrzymamy.

$$AB = \frac{BC \times BF.}{DF - BF} \dots\dots$$

Przykład. Niechaj będzie $BC = 12$prę. $BF = 13,7$ prętów $DF = 24,4$ pręt. będzie $DF - BF = 10,7$ pręt. przeto $AB = \frac{12 \times 13,7}{10,7} = 15,36$ pręt.

24 Jeżeli okoliczności miejscowe pozwalają, możemy to zagadnienie rozwiązać następującym sposobem:

Z punktu C (fig. 23) wziętego na przedłużeniu niedostępnéj linii AB, wytkniemy linią CD pochyloną pod jakimkolwiek kątem do linii AB, i utkwiemy tykę E w środku linii CD: przez punkt E wytkniemy dwie linie, jednę BEH przez punkt dostępny, drugą AEI przez niedostępny przechodzące; daléj, przemierzemy linią BE i tę długość odetniemy od E do H gdzie tykę ustawiemy, poczém przez D i H wytkniemy linią i w punkcie zejścia się linii D H i AI, ustawimy tykę I; nakoniec przemierzywrzy HI znajdziemy długość linii AB; łatwo bowiem okazać, że: AB=HI.

25. *Wyznaczyć długość linii w obu końcach niedostępnéj.*

Jeżeli oba końce linii są z jednego punktu widziane, zagadnienie to bardzo łatwo rozwiązać.

Dajmy, że A*b* (fig. 23) jest niedostępna w obu końcach. Na jéj przedłużenie obieramy punkt dostępny B, a uważając linie AB i *b*B jako dostępne w punkcie B, wyznaczymy ich długości jednym z podanych sposobów: mając to znajdziemy: AB—*b*B=A*b*.

26. Jeżeli na przedłużenie linii AB (fig. 24) w obu końcach niedostępnéj mierzyć nie można postąpiemy jak następuje. Z punktu C dogodnie obranego, wytkniemy linie CA i CB do obu końców danéj linii, i podanemi sposobami wyznaczymy długość linij CA i CB. Mając to odetniemy CD i CE proporcyonalne liniom CA i CB, nakoniec przemierzywszy DE, znajdziemy:

$$AB = \frac{DE \times CA}{DC}$$

co z podobieństwa trójkątów ABC i DEC wynika.

Gdybyśmy nie mogli mierzyć wewnątrz trójkąta ABC, dla przeszkód jakich, przeniesimy części proporcyonalne na przedłużenie linij CA i CB do punktów D′ i E′.

Przykład Dajmy, żeśmy znaleźli CA=105,3 pręt. CB=138,8 pręt. biorąc tych długości trzecią część, znajdziemy CD=35, 1 pręt. CE=46,27 pręt. gdyby, nadto przemierzona linia DE zawierała 30,8 pręt. znaleźlibyśmy.

$$AB=\frac{30,8 \times 105,3}{35,1}=92,4 \text{ pręt.}$$

27 Kiedy linia AB (fig. 25) tak jest położona że obu jéj końców nie można widzieć z jednego punktu zewnątrz obranego, postąpimy następującym sposobem. Przypatrzywszy się dobrze kierunkowi linii AB i obejrzawszy grunt, wytkniemy linią przybraną CD tak, aby ją mierzyć można i z obu jéj końców dojrzeć końce A i B. Z punktów C i D spuszczamy prostopadłe do CD przez A i B przechodzące: zmierzywszy CA, CD i DB znajdziemy:

$$AB=\sqrt{CD^2+(BD-AC)^2}$$

Przykład. Niechaj będzie CD=153,2 pręt. BD=80 pręt. AC=37, 5 pręt. przeto BD—AC=42,5 pręt. więc:

$$AB=\sqrt{(153,2)^2+(42,5)^2}=\sqrt{25276,49}=158,99 \text{ pr.}$$

28. *Przedłużyć linią* AB *(fig. 25) któréj końców ani jeden z drugiego dojrzeć nie można, ani z punktu jednego zewnątrz niéj wziętego.*

Postąpimy jak w numerze poprzedzającym, nadto z punktu E na przedłużeniu linii CD, wyprowadzimy do téjże linii prostopadłą i przemierzywszy CD i DE, CA i DB i znajdziemy:

$$EF=\frac{BD\times CE-AC\times DE}{CD}.$$

a punkt F znajdować się będzie na kierunku linii AB, co z podobieństwa trójkątów AHF i ABG wypływa.

Z tychże trójkątów otrzymamy, jeżeli tego potrzeba.

$$BF=\frac{AB.\times DE}{CD}$$

29. ***Przez punkt** C' (fig. 6) dany na gruncie przeprowadzić równoległą linią do* BC.

Z punktu A obranego zewnątrz linii BC wytkniemy linią AB przez punkt dany C' przechodzącą i ustawimy tykę w punkcie B na przecięciu linij AB i BC: z tego samego punktu prowadzimy drugą linią AC i naznaczymy tyką punkt C przecięcia się linij BC i AC: przemierzywszy odległość BC, w jéj środku utkwimy tykę A': daléj celując z C do danego punktu C' zastawimy tykę w punkcie O na przecięciu linii CC' i AA': nakoniec wytkniemy linią przez B i O przechodzącą i ustawimy tykę w B' na przecięciu się linii BO i AC, a linia przez C' i B' wytknięta będzie równoległa do BC (zob. Wnios 1. num 41)

30. Albo to zagadnienie tak rozwiążemy Przez dany punkt C (fig. 26) wytkniemy linią CD przecinającą się z daną linią AB w punkcie D, który tyką naznaczymy: przemierzywszy linią CD, w jéj środku ustawimy tykę E; przez tę tykę wytkniemy linią EF, a odmierzywszy na jéj przedłużeniu EG=EF, znajdziemy punkt G, który

z danym C, znajduje się na linii równoległéj do AB.

31. Kiedy linia AB (fig. 27) jest niedostępna, na tenczas obrawszy punkt D zewnątrz danéj linii poprowadzimy dwie linie, jednę DB przez dany punkt C przechodzącą, drugą dowolną AD, byle się z daną linią przecięła: punkta przecięć linii AB z liniami BD i DA oznaczywszy, obliczymy długości linij AD i DB; na AD odetniemy linią DE proporcyonalną liniom AD, BD i DC, a punkt E z punktem C znajdować się będzie na równoległéj do AB.

32. Jeżeli linia do któréj mamy prowadzić równoległą przez punkt zewnątrz niéj położony, nie może być widzianą z jednego punktu, potrzeba ją przedłużyć tak, aby można podanemi sposobami poprowadzić równoległą do jéj przedłużenia

33. *Z punktu* C *(fig. 28) danego na linii* AB *wytknąć prostopadłą.*

Od punktu C, odmierzymy dowolnie AC=CB *np.* równe 20 pręt: z punktu B wytkniemy linią BD pod jakimkolwiek kątem: na téj linii odetniemy dowolną długość BE *np.* równe 17 pręt: i odległość punktu E od A przemierzymy, dajmy, że zawiera 32 pręt: nakoniec wziąwszy:

$$ED=\frac{BE\ (AE+BE)\ (AE-BE)}{AB^2-(AE+BE)(AE-BE)}$$

Podłożywszy liczby, znajdziemy:

$$ED=\frac{17\times49\times15}{(40)^2-49\times15}=14{,}44 \text{ pręt.}$$

to jest, od E odmierzywszy na linii ED, prętów 14, 44, otrzymamy punkt D, który się znajduje na linii prostopadłéj przez C przechodzącéj.

Poprzedzający wzór wyprowadza się następującym sposobem. Z punktu E prowadźmy prostopadłą EF. W trójkącie ABE ostrokątnym przy B, mamy $\overline{AE}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BE}^2 - 2 \times AB \times BF$; zaś z podobieństwa trójkątów BDC i BEF, mamy

$$BF = \frac{\frac{1}{2} AB \times BE}{BD}:$$

tę ważność położywszy w wyrażenie AE^2 i stosownie przerobiwszy, znajdziemy wzór wskazany.

34. Ten sposób rozwiązania zdaje nam się najdokładniejszy i zarazem bardzo łatwy. Często jednak używają jeometrowie następującego acz bardzo niedokładnego. Od punktu C (fig. 29) z którego ma wychodzić prostopadła, odmierza się CA=CD tak, aby te linie były znacznie mniejsze od połowy łańcucha mierniczego; w punktach A i D utwierdzają się mocno końce łańcucha, a dopiéro ująwszy go w środku, wytężymy mocno obie połowy jego, a punkt E gdzie ten środek przypada na gruncie, z punktem danym C, znajduje się na prostopadłéj do AB. Tak wyprowadzonéj prostopadłéj niemożna bez popełnienia widocznego błędu, znacznie przedłużać.

35. *Z punktu* C (*fig.* 30) *danego zewnątrz linii* AB *poprowadzić do niéj prostopadłą.*

Z punktu C, wytkniemy dwie linie przecinające daną linią AB w punktach A i B, i przemierzymy AC, AB i BC; nareście na linii AB od punktu A odmierzymy,

$$AD=\frac{\overline{AC}^2+(AB+BC)(AB-BC)}{2\ AB}$$

a punkt D z danym C znajduje się na prostopadłéj do AB. Jakoż w trójkącie ABC przy A ostrokątnym, mamy $\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{AC}^2-2\ AB\times AD$ a stąd znajdziemy AD.

Jeżeli okaże się, że licznik jest zero, na ten-czas linia AC jest prostopadłą,

36. *Z końca B (fig. 31) linii AB, któréj po za punkt B przedłużyć nie można, wyprowadzić prostopadłą.*

Poczynając od B przemierzemy BE=EA i z punktu E wyprowadziemy' prostopadłą powyższym sposobem, na któréj odmierzymy EC= $\frac{1}{2}AB\sqrt{3}$=0,87 AB; poczem przez A i C wytknąwszy linią, na niéj odmierzywszy AD=2 AC, znajdziemy punkt D, który z punktem B jest na prostopadłéj.

Jakoż mamy $\overline{EC}^2=\frac{3}{4}\overline{AB}^2$; zaś uważając trójkąt prostokątny ACE, mamy $\overline{EC}^2=\overline{AC}^2-\frac{1}{4}\ \overline{AB}^2$; zbliżywszy do siebie wartości $\overline{EC}^2$; okaże się, że AC= AB, to jest że trójkąt ABC jest równoboczny, a następnie kąt ABD jest prosty.

Przykład. Niechaj będzie AB=20 pręt. znajdziemy EC=0,87$\times$20=17,4 pręt.

37. To samo zagadnienie można bez rachunku rozwiązać następującym sposobem. Od punktu B, (fig. 31) odmierzemy trzy pręty aż do punktu A: dopiéro sznur długi na 9 prętów

umocujemy końcami w punktach A i B, a ująwszy go w punkcie D odległym od danego punktu na 4 a od A 5 prętów, wytężmy tak, aby AD i BD były liniami prostemi, a punkt D z punktem B znajdować się będzie na prostopadłéj z B do AB poprowadzonéj jakož $(5)^2 = (4)^2 + (3)^2$

38. ***Za pomocą łańcucha i tyk wyznaczyć wysokość wieży, drzewa i t. p.***

Do tego potrzeba dwóch tyk różnéj lecz wiadoméj wysokości. Dłuższą z nich ustawiemy naprzód w jakimkolwiek punkcie D (fig 32): poczem trzymając mniejszą tykę pionowo i celując przez jéj koniec i przez koniec wyższéj dotąd się usuwać będziemy, dopóki promień oczny nieprzypadnie na punkt A, którego wysokość mamy zmierzyć. Dopiero przemierżywszy BD i DE znajdziemy.

$$AB = \frac{BE \times DF - EG \times BD}{DE} \ldots\ldots$$

Albowiem, przedłużywszy myślą linie AG i BE aż do zejścia się w punkcie C, otrzymamy trójkąty podobne ABC, DFC i EGC, z których łatwo wyprowadzimy wzór podany.

Przykład. Niechaj DF będzie wysoka na 6 stóp, EG $=3$ stopy, a przemierzone linie BD$=100$ stóp DE$=15$ stóp, znajdziemy:

$$AB = \frac{115 \times 6 - 3 \times 100}{15} = 26 \text{ stóp.}$$

Jeżeli jedna tyka jest dwa razy dłuższa od drugiéj, powyższy wzór uprości się: jakož kiedy DF$=2$EG znajdziemy:

$$AB = \frac{EG\ (2\ BE - BD)}{DE}$$

Powyższe rozwiązanie tego zagadnienia daje wypadki bardzo niedokładne; tam się go też tylko używa, gdzie nam o wielką dokładność nie idzie i jeżeli oprócz łańcucha nie mamy innego przepisanéj mierniczego narzędzia.

Jeszcze niedokładniejszy sposób, lecz w leśnictwie bardzo wygodny do ocenienia wysokości drzewa, znajdzie się w Jeometryi na szkoły przepisanéj roz. 10 zagad. 36.

39. Jakkolwiek powyższe zagadnienie zdają się być łatwe do rozwiązania, wszelako dla otrzymania o ile można dokładnych wypadków potrzeba na gruncie postępować z największą ostrożnością: każdą niemal linią po dwa razy mierzyć. Z równą rozwagą postępować powinien jeometra przy zdéjmowaniu planu pewnego pola, lubo za pomocą łańcucha samego, można tylko bardzo małe mierzyć przestrzenie, np łąki, ogrodu, i t. p. W ogóle ostrzegamy, że wszelkie zagadnienia rozwiązywane łańcuchem wtenczas tylko dają wypadki dość dokładne, kiedy linie wyznaczone nie przechodzą 200 prętów, i kiedy jak najmniéj mierzemy łańcuchem: albowiem, ponieważ grunt nigdy prawie nie jest zupełnie równy i poziomy, linie więc mierzone łańcuchem nie są zupełnie dokładne, im więc mierzemy więcéj linij, tém summa błędów jest większą.

Jeżeli obwód czyli granice pola, co obwodnicą nazywać będziemy, są liniami prostemi, zdejmomowanie jego planu nie przedstawia żadnych trudności, byleby tylko linie mierzyć można. Dosyć bowiem jest rozłożyć całą figurę pola na trójkąty i ich boki zmierzyć.

Kiedy nie można mierzyć linij wewnątrz figury, *np.* wewnątrz pola PFG′SR, (fig. 33) na ten czas, oprócz pomiaru boków figury: potrzeba utworzyć na ich przedłużeniach trójkąty, tak, aby za ich pomocą można oznaczyć położenie boków obwodnicy; jak na obecnéj figurze, zdaje się że jest najdogodniej przedłużyć boki PF, FG′, SG′ i RS aż do wzajemnego przecięcia się, skąd powstaną trójkąty FQG′ i SG′I położone zewnątrz pola mierzonego, za pomocą których położenie linij PF, FG′, G′S i SR jest naznaczone, a ponieważ mamy i ich długość, przeto i linia RP jest oznaczona.

Działanie jest trudniejsze, kiedy obwodnica pola jest złożona z linij krzywych. Na tenczas, jeżeli wewnątrz pola działać można, wpisuje się wielokąt XGF′ VDI′C′B′A′ (fig. 33) tak, aby jego boki były jak najbliżéj obwodu prowadzone. Dla naznaczenia położeń tych boków wytkniemy linią główną XY, na któréj obrawszy najdogodniejszy punkt O, poprowadzimy linie łączące ten punkt z wierzchołkami figury, stąd otrzymamy trójkąty za pomocą których będzie można wykreślić wielokąt opisany. Każdy bok wielokąta biorąc za linią główną, z rozmaitych punktów kontura pola spuszczamy na te boki prostopadłe sposobem nadanym pod n. 34. Mając długość prostopadłych i odległości ich spodków, potrafimy wykreślić figurę pola.

Kiedy pole jest wewnątrz niedostępne, na tenczas opiszemy go wielokątem BAIHVG′F (fig. 33).

Dla oznaczenia zaś położenia boków jego, poprzedłużamy je tak, abyśmy stąd otrzymali trójkąty BPA, IRH, STG′, i G′QF, z resztą wyznaczymy obwodnicę pola za pomocą prostopadłych tak jak się wyżéj powiedziało.

Jeżeli pole którego mamy zdjąć plan jest obszerne, a granice jego równie jak i obwodnice szczegółów wewnątrz niego zawarte są skomplikowane, potrzeba prowadzić dziennik figurowania gruntu, w którym zapisane będą długości linij mierzonych i ich kierunek. Oprócz tego, należy najprzód wykreślić *od ręki figurę* pola, i w miarę jak działanie postępuje, kreślić na niéj linie mierzone.

ROZDZIAŁ III.

UŻYCIE WĘGELNICY MIERNICZEJ.

40. Widzieliśmy w poprzedzającym rozdziale, że dla naznaczenia miejsca punktu położonego na płaszczyznie, potrzeba było, działając samym łańcuchem, tworzyć trójkąty i wszystkie ich boki mierzyć: zobaczemy następnie, że użycie węgelnicy mierniczéj wraz z łańcuchem, uwolni nas po części od tak długiéj i uciążliwéj roboty.

Figura 34, przedstawia węgelnicę tak jakbyśmy ją z góry patrząc widzieli. Dwa prawidła mosiężne AB i CD połączone łukami AC, CB, BD i DA są do siebie prostopadłe; na ich końcach są utwierdzone celowniki *a*, *b*, *c i d* na zawiaskach, które podczas działania ustawiają się prostopadle do płaszczyzny prawideł. Skład tych celowników jest następujący: w okienkach *m* są rozpięte włoski prostopadle do płaszczyzny narzędzia, kiedy celowniki do tegoż położenia są ustawione: na przedłużeniu włosków są małe otworki, przez które się w czasie roboty patrzy; te otworki urządzone są tak, że kiedy w celowniku *a* jest u góry, w celowniku przeciwległym *b* powinien być na dole, toż się rozumie o celownikach drugiego prawidła.

Z tego opisania widzimy, że węgelnica daje położenie punktów przez prostopadłe do pewnéj naznaczonéj linii. Lecz gdybyśmy do opisanéj węgelnicy dodali jeszcze dwa prawidła dzielące kąty między pierwszemi na dwie równe części, na tenczas będzie można otrzymywać punkta i przez prostopadłe i pochyłe pod 45° do linii stałéj którą nazwiemy podstawą *stałą* albo *podstawą figurowania gruntu.*

41. Zamiast dopiéro opisanéj węgelnicy, używają niektórzy inżenierowie pudełka ośmiościennego, w jego ścianach urządzone są celowniki C, C. (fig 35) podobnie jak w węgelnicy zwyczajnéj, z tą tylko różnicą, że na przedłużeniu włosków rozpiętych są szpary zakończone okrągłemi otworkami. Podobna osada jaką na téj figurze widziemy, znajduje się pod spodem węgelnicy zwyczajnéj. Ta osada powinna być prostopadłą do płaszczyzny narzędzia. Kostur na którym się to narzędzie w czasie działania osadza, powinien być dobrze otoczony, albowiem podług niego ustawiamy narzędzie w położeniu przynależytém, to jest tak, aby celowniki albo raczéj włoski były pionowe.

42. Poniżéj zobaczemy, że po największéj części działania tém narzędziem odnoszą się do prowadzenia prostopadłych do podstawy stałéj przez punkta zewnątrz niéj położone, i tam przekonamy się, że jakkolwiek działania te nie są trudne, są jednakże przydługie dla tego, że od razu

niemożna stanąć z narzędziem na punkcie znajdującym się na prostopadłéj z punktem przez który ta prostopadła ma przechodzić. Téj niedogodności unikniemy, jeżeli do węgelnicy zwyczajnéj dodamy prawidło ruchome literami EF na fig. 34 wskazane, którego przeznaczenie zaraz zobaczymy.

43 Dokładność węgelnicy zależy na tem, aby: 1° linie łączące spadki włosków przecinały się pod kątem prostym; 2° otworki oczne albo raczéj ich środki były na przedłużeniu włosków. O tych dwóch warunkach dokładności narzędzia przekonamy się następującym sposobem. Na wytkniętéj linii AB ustawimy węgelnicę w punkcie C (fig. 36) i skierujemy jedno prawidło wzdłuż téjże linii: dopiéro patrząc przez celowniki drugiego prawidła, każemy ustawić tykę za włoskiem w punkcie D, w znacznéj od narzędzia odległości: po czem, odwrócimy węgielnicę tak aby prawidło poprzednio stojące w kierunku linii CD obrócone było wzdłuż linii AB, a patrząc się przez celowniki drugiego prawidła, jeżeli tyka ustawiona w punkcie D przypada za włoskiem, narzędzie jest dokładnie zbudowane. Kostur czyli podpora węgelnicy powinna być w ciągu roboty pionowa, o czém się przekonamy pionkiem zwyczajnym.

Kiedy podpora jest pionowo ustawiona, celowniki a mianowicie włoski powinny być pionowe. Dla przekonania się o tém, obierzemy bardzo odległy przedmiot pionowy, jak *np.* komin na dachu, ramy okien, i t p. i ustawiwszy węgelnicę poziomo, celujemy do tego przedmiotu wszystkiemi jeden po drugim celownikiem; jeżeli włoski przypadają wzdłuż obranego przedmiotu, narzędzie jest dokładnie urządzone: w razie przeciwnym, to jest: gdy włoski z przedmiotem krzyżują się, potrzeba je sprowadzić do należytego położenia za pomocą sztyftu, lub jeźli go niema, jeden koniec włoska woskiem przylepimy w przynależytém położeniu.

44. Przy regulacyi gruntu, podziale drobnych własności na części, z wielką korzyścią użyć może jeometra węgielnicy mierniczéj, albowiem obok stolika mierniczego, bardzo ułatwia tego rodzaju działania. Lecz gdyby kto nie chciał łożyć kosztów na sprawienie narzędzi mierniczych dla rzadkiego ich użycia, *np* gospodarz rolnik, sam może zrobić sobie węgelnicę. Na równéj deseczce około ośmiu cali w zdłuż i w szerz mającéj, przykleiwszy papier jak najrówniéj, wykreśli się na nim dwie linie przecinające się pod kątem prostym: na końcach tych linij utkwi igiełki prostopadle do płaszczyzny papieru, które za celowniki służyć będą.

45. *Z punktu* C (*fig.* 36) *danego na linii* AB *wyprowadzić prostopadłą do téjże linii.*

W punkcie C ustawimy węgelnicę tak, aby pion obok podpory spuszczony był do niéj równoległy, albo co na jedno wychodzi, ustawimy podporę pionowo: (a) po czém naprowadzimy je-

---

(*a*) Ile razy powiemy *narzędzie ustawimy* zawsze się domyślić należy, że podpora węgielnicy jest pionowa ustawiona, albo że narzędzie jest w położeniu poziomem.

dno prawidło w kierunku linii danéj AB tak, aby patrząc przez celowniki tegoż prawidła, tyka lub oś przedmiotu stojącego na linii AB, znajdowała się za włoskiem: mając to, zatrzymamy narzędzie i przyłożywszy oko do otworka jednego z celowników drugiego prawidła, kierujemy pomocnikiem dotąd, dopóki nie ustawi tyki za włoskiem, to jest na promieniu ocznym, w punkcie D.

Jeżeli chcemy prowadzić prostopadłą do danéj linii z wielką dokładnością, potrzeba aby tyka D była w znacznéj odległości ustawiona.

46. ***Przez punkt*** D ***(fig.*** 36***) dany wewnątrz linii poprowadzić prostopadłą do*** AB.

Idzie tu oto aby na linii AB wynaleść taki punkt C, któryby z danym D znajdował się na prostopadłéj do AB, jeżeli działać będziemy za pomocą węgelnicy zwyczajnéj. Na ten koniec ustawimy ją w punkcie C′ od oka obranym, a skierowawszy jedno prawidło wzdłuż linii AB, jeżeli patrząc przez celowniki drugiego prawidła, tyka lub przedmiot D nieznajduje się na promieniu ocznym, przysuniemy narzędzie w stronę D i jak dopiéro się rzekło, czynimy postrzeżenie; to działanie dotąd powtarzamy, dopóki nie staniemy na punkcie C takim, iż kiedy jedno prawidło ma położenie linii AB, patrząc przez celowniki drugiego prawidła, D przypada za włoskiem.

47. Jakkolwiek wprawny inżenier może dosyć prędko utrafić punkt C, zawsze robota powoli postępuje: użycie zaś węgelnicy z jednym ruchomém prawidłem skraca robotę. Ustawiwszy

ją bowiem w punkcie C' dowolnie obranym, tak, aby jedno prawidło stałe wzięło położenie linii AB, skierujemy ruchome prawidło na punkt dany D: po czém przeniosłszy się do punktu D ustawimy węgelnicę tak, aby prawidło ruchome było w kierunku linii DC', a na ten czas prawidło to które było w położeniu linii AB, będzie miało kierunek równoległy do niéj, zaś drugie wskaże nam prostopadłą szukaną DC.

48. *Przez punkt dany* D (*fig.* 36) *poprowadzić równoległą do linii* AB.

W powyższym numerze znajduje się rozwiązanie tego zagadnienia węgelnicą z ruchomém prawidłem.

Lecz chcąc to zagadnienie rozwiązać zwyczajną węgelnicą, ustawimy ją naprzód w dowolnym punkcie C' i wytkniemy linią prostopadłą C' D' do AB, dopiéro sposobem podanym w. n. 46, poprowadzimy prostopadłą do C' D' przez punkt D przechodzącą, która będzie do AB równoległą.

49. *Przez punkt* C (*fig.* 37) *poprowadzić prostopadłą do* AB, *w tym przypadku kiedy między punktem* C *a linią* AB *jest przeszkoda.*

Rozwięzując to zagadnienie za pomocą węgelnicy z prawidłem ruchomém tak postąpimy. W punkcie F na linii AB, z któregoby można widzieć C, ustawimy węgelnicę, ruchome prawidło skierujemy do punktu C, i zaraz wytkniemy prostopadłą FG: dopiéro przeniesiemy narzędzie w punkt C, ustawimy go podług kierunku FC, a patrząc przez celowniki jednego prawidła nieruchomego wytkniemy prostopadłą CC' szukaną, drugie zaś prawidło da nam położenie linii CG równoległéj do AB: wyznaczywszy punkt G przecięcia się linii FG i CG, przemierzymy odległość CG, którą odmierzymy od F do punktu D który będzie spodkiem prostopadłéj CC′.

Jeżeli do rozwiązania tego zadania użyjemy zwyczajnéj węgelnicy, wytkniemy naprzód prostopadłą FG, do téj linii spuścimy prostopadłą z punktu C (46), po czém przeniosłszy się do tego punktu poprowadzimy CC′ prostopadłą do GC; punkt zaś D wyznaczymy jak się wyżéj powiedziało.

Stąd widzimy, że używając węgelnicy z prawidłem ruchomem, trzy razy tylko ustawiamy narzędzie w stanowisku; gdy zaś rozwięzujemy to zadanie zwyczajną węgelnicą, stawiamy ją cztery razy.

50. *Wyznaczyć długość linii* AB (*fig*. 38) *w jednym końcu niedostępnéj.*

Z punktu dostępnego B wyprowadzimy prostopadłą (45) do AB, i na niéj odmierzymy dowolne długości BC i CD, poczém przez D prowadzimy prostopadłą DF do BC i wytkniemy linią AC, wreście oznaczywszy punkt przecięcia téj linii i prostopadłéj DF tyką E, i przemierzywszy DE, znajdziemy z podobieństwa trójkątów ABC i EDC.

$$AB = \frac{BC \times DE}{DC}$$

51. *Wyznaczyć długość linii* AG (*fig* 38) *w obu końcach niedostępnéj.*

Jeżeli na przedłużeniu linii AG można ustawić węgelnicę, *np.* w punkcie B, na tenczas wyżéj podanym sposobem wyznaczymy linie AB i GB niedostępne w punktach A i G, i znajdziemy AG=AB—GB.

Albo, do AG poprowadzimy prostopadłą BD, a do téj prostopadłą DF, przechodzącą przez punkt D dowolnie na prostopadłéj DB obrany: po czém wytkniemy prostopadłą FG do DF przez G przechodzącą, (36) którą przeciąwszy linią AE, oznaczymy punkta H i E przecięć linii AF z liniami FG i DF; nakoniec przemierzywszy FE, FH i wyznaczywszy HG niedostępną w punkcie G, znajdziemy:

$$AG=\frac{FE\times HG}{HF}$$

Jeżeli jest dogodniéj mierzyć linią HE i wyznaczyć AH, będzie:

$$AG\ \frac{FE\times HA}{HE}$$

52. *Kiedy linii* AB (*fig.* 39) *mierzyć nie można, lecz w jéj końcach da się ustawić węgelnica,* wyznaczymy jéj długość następującym sposobem. Wyprowadziwszy prostopadłe BC i AD, ustawimy na jednéj z nich w punkcie dogodnym C węgelnicę i poprowadzimy do BC prostopadłą, a odnaznaczywszy przecięcie D linij DC i AD, odmierzymy DC, która jest równa linii AB.

53. *Lecz gdy końce* A *i* B (*fig.* 40) *linii* AB *są niedostępne*, dla wyznaczenia jéj długości, tak postąpimy. Wytkniemy linię AC przechodzącą przez jéj jeden koniec A; po tem do téj linij i przez drugi koniec B wyprowadzimy prostopadłą BC, nakoniec wyznaczywszy długość linii AC i BC niedostępnych w punktach A i B, znajdziemy.

$$BA=\sqrt{AC^{2}BC^{2}}$$

Działając węgelnicą z prawidłem ruchomém, unikniemy dość trudnego obliczenia linij AC i BC: można nawet przenieść linią AB na ląd, jeżeli miejsce pozwoli i łańcuchem odmierzyć jéj długość.

Co do 1°, wytknąwszy linią AC (fig 40) nieograniczonéj długości, do niéj poprowadziemy przez B prostopadłą BC. Stojąc w punkcie C, gdy prawidła nieruchome mają położenie linij AC i BC ruchome skierujemy wzdłuż lini CD pod jakimkolwiek kątem pochylonéj do linii AC; nie poruszając prawidła ruchomego i kierując się podług niego, dotąd się posuwać będziemy po linii CD, dopóki punkt A nie przypadnie za nić celownika nieruchomego prawidła: w tém położeniu zatrzymawszy narzędzie, celując przez celowniki drugiego nieruchomego prawidła, wytkniemy linią DE i naznaczemy jéj przecięcie z linią BC. Mając to, przeniesiemy się do punktu E nie poruszając ruchomego prawidła: w punkcie E tak ustawimy węgelnicę, aby jéj prawidło nieruchome było na kierunku linii E B, a na tenczas celując wzdłuż prawidła ruchomego wytkniemy linią EF i oznaczymy punkt F przecięcia się linii EF z linią AC; po czém wytkniemy linią BF, która będzie równa linii AB. Z punktu G dowolnie na CF, obranego poprowadzimy do niéj prostopadłą GH i oznaczymy punkt przecięcia się linij GH i BF: nakoniec przemierzywszy linie CG, GF i FH znajdziemy:

$$BF = AB = \frac{CF \times HF}{GF}$$

Co do 2°. Postępowanie, jest zupełnie to samo jak poprzedzające, aż do ostatniego periodu. Mając wyznaczony punkt F, przez niego i przez B wytkniemy linią nieograniczoną; linią CF przemierzemy, któréj długość przeniesiemy od F do I: wreście przez I poprowadzimy IK prostopadłą do CI, oznaczymy punkt K przecięcia linii IK i BF; nakoniec przemierzymy FK, która jest równa BF=AB, co łatwo okazać.

51. *Wyznaczyć długość linii* AB *(fig 40) niedostępnéj w obu końcach, i tak położonéj, że ani jéj przedłużyć, ani obu jéj końców razem z jednego punktu dojrzéć nie można.*

W tym przypadku wytkniemy naprzód linią DE w dogodném położeniu tak, aby można do niéj spuścić prostopadłe z końców A i B: tych prostopadłych AD i BE wyznaczymy długości (50) a linią DE przemierzywszy, znajdziemy:

$$AB = \sqrt{\overline{DE}^2 - (BE - AD)^2}$$

55. Wspomnieliśmy wyżéj, że węgelnica miernicza może być bardzo dogodném narzędziem, zwłaszcza w tenczas kiedy pole mierzone zawiéra w sobie drobne podziały gruntu, jak to zobaczymy kiedy o wyrachowaniu powierzchni gruntu mówić będziemy. Lubo podziały gruntowe ograniczone są po największéj części liniami prostemi, a rzadko się zdarza, abyśmy pole znacznéj obszerności mierzyli samą węgelnicą, podamy wszelako przykład zdjęcia planu pola ograniczonego liniami krzywemi, jako najtrudniejszy przypadek działań za pomocą węgelnicy.

Niechaj pole XOPY (fig. 41) będzie do wymierzenia. W kierunku najdogodniejszém, i jeżeli można w największéj długości szczegółu poprowadzimy podstawę rozmiarów XY. Przez punkta znaczniejsze zakrzywień jego obwodnicy, poprowadzimy do téj postawy prostopadłe, które oznaczymy na gruncie kołkami, tych prostopadłych długości i odległości ich spodków na podstawie przemierzywszy, otrzymamy to wszystko co potrzeba do wyznaczenia planu pola.

Dla uniknienia rozmiaru wielkiéj liczby *długich prostopadłych*, zamiast jednéj podstawy możemy wyznaczyć wielokąt XOPY, którego boki będą prowadzone jak najbliżéj obwodnicy szczegółu i te boki weźmiemy za podstawy, do których odniesiemy części obwodu pola. Kształt zaś tego wielokąta wyznaczymy następującym sposobem. Spuścimy prostopadłe OA i PB do głównéj podstawy przez wierzchołki O i P wielokąta przechodzące, i odmierzymy prostopadłe

OA, PB, jako też ich spodków odległości XA XB i BY.

Działając węgelnicą zwyczajną, jest dosyć trudno utrafić spodki prostopadłych prowadzonych do linii przez punkta zewnątrz niéj położone: węgelnica z ruchomém prawidłem skraca działania. Ustawiwszy ją w punkcie X, skierujemy jedno prawidło stałe wzdłuż głównéj podstawy XY, ruchome zaś w kierunku boku XO: po tém nie poruszając ruchomego prawidła, przeniesiemy węgelnicę do O: gdzie tak ją ustawimy aby ruchome prawidło poszło po kierunku linii OX, a na tenczas jedno z nieruchomych prawideł będzie prostopadłe do XY. Naznaczywszy kołkiem spodek prostopadły OA nie poruszając z miejsca węgelnicy, prawidło ruchome skierujemy do punktu P; to prawidło zatrzymawszy nieporuszone przeniesimy węgelnicę do P i w tym punkcie ustawimy ją tak, aby ruchome prawidło było w kierunku linii O P, wtenczas jedno ze stałych prawideł wskaże nam znów kierunek PB prostopadłéj do XY, i tak daléj postępując ukończymy wielokąt.

Podobnie postąpimy odnosząc obwodnicę szczegółu do jednego z boków wielokąta, *np.* do XO. Ustawiwszy węgelnicę w punkcie X, tak aby jedno prawidło stałe skierowane było po linii XO, prawidło ruchome skierujemy do punktu *h*, w którym ustawimy węgelnicę podług ruchomego prawidła, tak jakeśmy w punktach O i P czynili, a jedno ze stałych prawideł da nam prostopadłą *hg*, z punktu *h* do *h'*, przeniesiemy się podobnie jak wyżéj, i wyznaczymy położenie prostopadłéj $h'g'$; tak daléj postępując, wyznaczymy położenie wszystkich prostopadłych do XO przez najwydatniejsze krzywości obwodnicy prowadzone: a mając długości hg, $h'g'$, $h''g''$... jako téż Xg, gg' $g'h''$.... wyznaczymy linią $Xhh'h''h'''$... Tym sposobem wyznaczymy resztę obwodu pola, odnosząc go do linij OP, PY i XY.

56. Jeżeli zdejmujemy plan obszernego szczegółu, dla uniknienia błędów potrzeba: 1º żeby kołki, któremi oznaczamy spodki prostopadłych, i punkta z których je spuszczamy były numerowane; 2º wykreślić od ręki kształt pola i wszystkie linie na nim prowadzone; 3º utrzymywać dziennik figurowania gruntu, w którym zapisywać się będą odległości spadków prostopadłych, długości prostopadłych, ich kierunek, to jest: czyli po prawéj, czy po lewéj stronie podstawy rozciągają się, i nakoniec; 4º do któréj podstawy prostopadłe są odnoszone.

ROZDZIAŁ IV.

POMIARY ZA POMOCĄ STOLIKA MIERNICZEGO.

Opisanie Stolika, Kierownicy i Stadyi.

57. Wiemy z Jeometryi, że figury mające tę samę liczbę boków, są podobne, kiedy boki ich są proporcyonalne i kąty między bokami odpowiedniemi równe. Stąd wypada, że jeżeli jeden z boków figury mniejszéj, ustawimy podobnie i równolegle do odpowiadającego boku figury podobnéj większéj, wszystkie boki odpowiednie obu figur będą równoległe względem siebie, jeżeli ich płaszczyzny równolegle są ustawione, a kąty równe mieć będą podobne położenie. Jeżeli przeto obie figury tak ustawimy, że wierzchołki ich odpowiednie znajdować się będą na jednéj linii prostopadłéj do ich płaszczyzn i boki obejmujące te kąty będą równoległe, cała figura mniejsza będzie miała podobne położenie względem figury większéj. Na téj to zasadzie podobieństwa figur opierają się działania mierniczym stolikiem.

58 Z tego co poprzedziło wypływa, że jakakolwiek być może budowa stolika, składać się

on powinien z trzech głównych części: 1º z *blatu*, na którym się papier przykleja dla kreślenia figury podobnéj do karty naturalnéj, czyli karty gruntu; 2º z podstawy czyli *statywy* dla podparcia blatu wraz z 3cią częścią, którą nazwiemy *stawem*, za pomocą którego ustawia się blat do poziomu, nastawia punkt dany na stoliku na linią pionową przechodzącą przez punkt odpowiedni na gruncie, i w reście naprowadza się kierunek linii wykreślonéj na blacie, na kierunek linii odpowiedniéj na gruncie. Urządzenie stawu stanowi różnicę stolików mierniczych. Jakikolwiek jest stolik mierniczy, powinien mieć następujące przymioty. Naprzód, będąc ustawionym, powinien stać mocno, tak, iżby lada wstrząśnienie nie zmieniło jego położenia; 2re żeby go łatwo można ustawić w którémkolwiek położeniu; a następnie: 3cie nie powinien być zbyt skomplikowany w swéj budowie; nakoniec, 4te nie ma być zbyt wielki i do przenoszenia ciężki.

59. Z dotąd znanych nam stolików mierniczych, tak nazwany ***Bawarski***, w ostatnich latach udoskonalony, zdaje się najlepiéj tym warunkom odpowiadać. Fig. 42 (Tab. III.) przedstawia stolik wraz ze stawem: na obu figurach te same części i sztuczki temi samemi oznaczone są głoskami.

Blat albo deska AB, przeszło 23 calo now. pol w kwadrat majęca, a 10 linij gruba, złożona jest ze czterech tafelek, których fibry, w różne są skierowane strony, dla zapobieżenia paczeniu się blatu. Do niego przyśrubowane są ramy CC z fugami, w których blacik niniejszy D, będący częścią stawu, wsuwać i wysuwać można.

Staw składa się: 1° z blacika D ze śrubami K, służącemi do zatrzymania ruchu blatu AB w fugach ram C, C; 2° z blacikiem D złączony jest krążek mosiężny EE, którego obwód wydrążony jest nakształt zwyczajnego bloczka; sztuka LL stanowi jedno ciało z krążkiem EE; 3° sworzeń T osadzony jest w sztuce LL tak, że go łatwo około niego obracać można, drugi jego koniec zakończony jest śrubą, na którą się mutra *pp* pod kręgiem RR wkręca, za pomocą której, gdy ją mocno przyciągniemy, kręg RR, sztuka LL, wraz z blacikiem D, stanowią system nieporuszony, to jest: blacika D wraz z blatem A.B koło sworznia T obracać nie można. Blacik D ma ruch bardzo leniwy około osi krążka EE; 4° na podstawkach H drewnianych do spodu blacika D przyklejonych, oparte są dwie tafelki mosiężne GG, które gdy śrubami F,F przyciągniemy, zatrzymuje się ruch obrotowy blacika D około osi kręga EE; 5° tabliczka mosiężna Q wraz ze sztuczką P stanowi szczypczyki, które podług potrzeby mogą być śrubką N ściśnięte lub popuszczone; sprężyna *s* przyśrubowana do sztuczki P oparta jest o sztyft *n*; a śrubka I służy do powolnego odpychania sztuczki P ku sprężynie *s*. Gdy mutra *pp* przyciągnięta jest, tafelki GG opuszczone, a szczypczyki PQ śrubą Q ściśnięte, pokręcając śrubkę mikrometryczną I, sztuzcka P zbliża się do sztyfta *n*; a że krążek EE obracać się nie może około sworznia T, zatém blacik D wraz z blatem AB obraca się wolno w przeciwną stronę.

Statywa czyli podstawa stolika składa się z kręga drewnianego RR, przez którego środek przechodzi sworzeń T, blisko zaś obwodu jego wkręcone są *trzy* śruby ZX (jednę, sztuczka LL na figurze zasłania) w równéj odległości. Śruby te oparte o kręg EE, służą do ustawienia blatu AB do poziomu. Trzy nogi W, W, W, mają ruch około osi S, S, śruby zaś *rr*, służą do zatrzymywania tego ruchu.

60. Stolik wraz ze śródwagą czyli libellą i kierownicą, o któréj mówić będziemy niżéj, stanowi jedno miernicze narzędzie. Fig. 41 (Tab II.) przedstawia śródwagę, któréj skład bardzo prosty, jest następujący: do mosiężnéj tabliczki AB przytwierdzona jest rurka mosiężna CD śrubami S i G tak, że gdy jednę z nich S wkręcamy, lub wykręcamy, koniec C téj rurki podnosi się lub zniża względem podstawy AB. W rurce CD osadzona jest inna rurka szklanna EF, w obu końcach szczelnie zamknięta, cokolwiek w górę wygięta, spirytusem tak napełniona, aby w niéj pozostało cokolwiek powietrza czyli bańka *mn*, która, gdy płaszczyzna płynu równoległa jest od spodu podstawka AB, zajmuje środek rurki FF.

Ponieważ trudno jest uczynić rurkę EF doskonałym walcem i nadać szkłu jednostajną grubość, przeto téż, po największéj części płaszczyzna płynu nie jest równoległą do spodu podstawka AB, gdy ten ma położenie poziome. Przed każdą więc robotą należy sprawdzić i wyregulować śródwagę następującym sposobem. Ustawiwszy stolik od oka do poziomu, nakreślimy na nim linią prostą równoległą do linii łączącéj dwie którekolwiek śruby XZ (fig. 42) i do tak nakreślonéj linii przyłożymy wzdłuż śródwagę AB; tu najczęściéj bańka *mn* więcéj się do wyższego końca rurki EF przybliży. Wtedy, wkręcając lub wykręcając śrubkę S, naprowadzimy bańkę *mn* tak, aby jéj środek zbliżył się o połowę różnicy do środka rurki EF; po czém, jednę śrubkę XZ wkręcając, drugę wykręcając, sprowadzimy bańkę *mn* do środka rurki EF. To uczyniwszy, odwrócimy śródwagę i ustawiemy ją wzdłuż nakreślonéj linii tak, aby koniec A przypadł na punkt w którym koniec B podstawka leżał: w tém położeniu bańka *mn* jeszcze nie stanie w środku rurki EF, połowę więc błędu poprawimy śrubką S, a drugą połowę śrubami XZ, tak, jakieśmy to wyżéj powiedzieli. Odwróciwszy środwagę do piérwszego położenia, poprawimy błąd podanym dopiéro sposobem, toż uczynimy nadawszy jéj położenie drugie: zgoła dotąd opisane działanie powtarzamy, dopóki w obu kierunkach stawiając środwagę, bańka statecznie zajmie środek rurki szklannéj EF.

Tym postępując sposobem, może się często zdarzyć, że środwagę wyregulowaną poruszamy i znów ją regulujemy: lepiej jest przeto tak naprzód postąpić. Wzdłuż nakreślonéj linii na stoliku ile można od oka poziomo ułożonym, ustawiwszy śródwagę, naznaczymy ołówkiem jéj końce, jako téż na rurce szklannéj punkta w których brzegi bańki *mn* przypadły: po tém odwróciwszy śródwagę tak, aby koniec A padł na punkt końc

B i odwrotnie, jeżeli brzegi bańki *mn* nie będą tak oddalone od końców rurki EF jak w pierwszym położeniu, o czém się cyrklem przekonać należy, wtedy pokręcając śrubkę S zbliżymy jéj brzegi o połowę różnicy i nowe położenie brzegów bańki *mn* naznaczymy: wróciwszy środwagę do piérwszego położenia, gdy brzegi odpowiednie bańki nie będą tak od końcow rurki EF jak w drugim razie oddalone, znów błąd śrubką S o połowę poprawimy, i nowe punkta naznaczymy. Tak odwracając środwagę, dotąd powtarzać powyższe działanie będziemy, póki kónce bańki *mn*, w jakkolwiek środwaga wzdłuż linii nakreślonéj obróconą będzie, nie będą odpowiednio równo od końców rurki EF oddalone.

Ponieważ bańka *mn* w skutek zmiany temperatury rozszerzać się może, przeto gdy tym sposobem wyregulowaną zostanie, ustawimy podług niéj stolik do poziomu, a potém sprawdziemy ją i wyregulujemy sposobem piérwszym.

61 *Ustawienie stolika do poziomu.* Opuściwszy śruby *rr*, *rr*: oprzemy na gruncie jedne nogę W, (fig. 42) dwie zaś pozostałe ujmiemy rękoma i przyłożywszy róg blata AB między oczy, tak je ustawimy, aby mniéj więcéj obie krawędzie schodzące się w tym rogu, zdawały się być poziomemi, po czém śruby *rr*, mocno przykręcimy. Mając to, ustawimy środwagę w kierunku równoległym do dwóch którychkolwiek śrub XZ, XZ, z których jednę wkręcając, drugą wykręcając jednocześnie obiema rękami, ustawimy tę linią do poziomu, czyli co na jedno wychodzi,

naprowadzimy bańkę powietrzną na środek rurki szklannéj; poczém ustawiwszy śródwagę w kierunku dwóch innych śrub XZ, i podobnie postępując sprowadzimy tę linią do poziomu; następnie tak samo ustawimy i trzecią linią równoległą do śrub dwóch pozostałych. Podczas drugiego i trzeciego działania, linia piérwsza niezawodnie pochyliła się, przeto na wszystkich trzech liniach powtórnie wykonamy wskazane działania, które wreście dotąd powtarzać będziemy, póki libella w jakimkolwiek kierunku ustawiona, nie pokaże nam, że blat stolika doskonale jest do poziomu ustawiony.

62. *Opisanie kierownicy.* Kierownica którą nazywają jeszcze dioptrą (allidade), jest to prawidło mosiężne lub hebanowe, w obu końcach opatrzone celownikami podobnemi jak u węgelnicy. Włoski wytężone w okienkach celowników powinny być na płaszczyznie pionowéj przechodzącéj przez prawą krawędź prawidła, to jest przez tę około któréj kierunki kreślimy.

Rozmiary daleko prędzéj i z większą dokładnością wykonywają się, kiedy w miejsce celowników włosowych, kierownica opatrzona jest lunetą i takiéj też inżenierowie używają po największéj części. Figura 45 przedstawia nam kierownicę z lunetą, (a) widzianą z boku, (b) z przodu: *cd* jest luneta, któréj szkło przedmiotowe *do* sadzone jest niewzruszenie, szkło zaś oczne *c* jest osadzone w rurce *cc* która się wsuwać i wysuwać może: tę rurkę dotąd wsuwamy lub wysuwamy, dopóki nitki osadzone w lunecie nie będą się wyraźnie w oku malowały.

Wewnątrz lunety w okolicy *h* osadzona jest siatka złożona z trzech nici poziomych, a jednéj pionowéj: środkowa pozioma z pionową przecinać się powinna na osi lunety pod kątem prostym: za pomocą przyrządzenia przy *h*, można tę siatkę zbliżać lub oddalać od szkła ocznego, lub nachylać ją podług upodobania.

Tak urządzona luneta wchodzi w pierścień *n*, który ze sztuką *k* stanowi jedno ciało: za pomocą śruby *i* sztuka *k* jest przytwierdzona do słupka *e*: ten zaś jest prostopadle przytwierdzony do prawidła *ab*. Na słupku *e* umocowany jest łuk *ll*, podzielony na stopnie i przynajmniéj połowy stopnia; w jego środku jest podział *zero*, a na prawo i lewo rozciągają się podziały, najmniéj na 26 stopni; łuk przeto cały zawiérać powinien 52 stopni: skazówka *s* przytwierdzona prostopadle do osi lunety wskazuje na łuku stopnie pochylenia osi optycznéj do poziomu kiedy prawidło *ab* ma poziome położenie. Częstokroć mechanik dodaje urządzenie *fg*, za pomocą którego słupek *e* naprowadza się do położenia prostopadłego do płaszczyzny prawidła *ab*: *f* jest punkt obrotu sztuki *fg* zaś *g* jest śrubka.

63. Dokładność kierownicy zależy na tém: 1° kiedy prawa krawędź prawidła *ab* daje linie proste; 2°. kiedy promień oczny przechodzący przez przecięcie się nitek pionowéj z środkową poziomą, jest na płaszczyźnie równoległéj do płaszczyzny pionowéj, przechodzącéj przez prawą kra-

wędź prawidła, którą na przyszłość nazywać będziemy *linią kierunkową*, albo krócéj *kierującą* (*ligne de collimation*); 3⁰ kiedy, w tenczas gdy płaszczyzna prawidła jest poziomo ustawiona, trzy nitki równoległe są poziome, a czwarta przecinająca je pionowa. 4⁰ nakoniec, kiedy promień oczny w obrocie lunety zakreśla płaszczyznę pionową równoległą od kierującéj. Bez tych przymiotów kierownica daje wypadki fałszywe.

Sprawdzenie kierownicy i poprawy jéj błędów są następujące: 1⁰ Przykleiwszy równo papier na stoliku, nakréślimy ołówkiem jak najdelikatniejszą linią wzdłuż kierującéj, poczém odwróciwszy kierownicę, przyłożymy *kierującą* do dwóch punktów obranych poprzednio na określonéj linii i znów nakréślimy linią, jeżeli obie wykréślone linie zupełnie się przykryją, kierująca jest dokładnie prosta: gdyby się zaś te linie przecinały, kierująca jest fałszywa, a błąd ten sam mechanik poprawić może. Co do drugiego: Między dwiema wyraźnemi i bardzo odległemi przedmiotami, *np.* kominami domów, krzyżami na kościołach, i t. p. wytkniemy tykami linią prostą, na któréj ustawimy stolik do poziomu: znalazłszy na stoliku dwa punkta odpowiadające punktóm linii wytkniętéj i przez te dwa punkta na stoliku wykreślimy linią prostą: potém oparłszy kierownicę na jednym z tych punktów, skierujemy lunetę do jednego z przedmiotów i wzdłuż prawidła kierownicy nakreślimy linią, jeżeli te dwie linie zakryją się wzajemnie, to jest znakiem, że promień oczny jest równoległy od kierującéj. Jeżeli zaś okaże się, że te dwie linie przecinają się, podzielimy kąt między nimi zawarty na dwie równe części, ustawimy kierownicę wzdłuż linii dzielącéj kąt, i naprowadzimy nić pionową lunety na przedmiot do którego była skierowana. Tę robotę potrzeba kilka razy powtórzyć, a kreślenia na stoliku, z wszelką dokładnością i delikatnie wykonać.

3° Chcąc się przekonać czyli nić przecinająca poziome jest doskonale pionowa, obierzemy przedmiot bardzo odległy i pionowy, *np.* komin murowany, ramy okien, i t. p. a ustawiwszy stolik doskonale do poziomu, opieramy na nim kierownicę i do obranego przedmiotu celujemy, jeżeli nić pionowa zejdzie się z pionową krawędzią przedmiotu, siatka w lunecie jest dobrze osadzona: w przeciwnym razie, poprawimy błąd, obracając lunetę około swéj osi w obręczce *nn*, dopóki rzeczona nić nie weźmie przynależytego położenia.

Skoro ta nić ma położenie pionowe, trzy inne powinny być poziome, o czém się przekonamy, naprowadzając lunetę na przedmioty poziome, *np.* na gzemsy; jeżeli wszystkie trzy nici kolejno naprowadzone na krawędź takiego przedmiotu zgadzają się, siatka dobrze jest zrobiona. Gdyby zaś która z nici przecinała krawędź poziomą przedmiotu, potrzeba wyjąć siatkę z lunety, naprowadzić nitkę na położenie przynależyte i woskiem ją przyczepić, tę poprawę dotąd należy powtarzać, dopóki nie utrafimy położenia należytego. Rzadko nici siatki, które się nazywają *mikrometry-*

w lunetach astronomicznych, tak są urządzone, żeby je można łatwo odczepić, rzadko się téż zdarza, żeby je mechanik źle osadził.

Siatka mitrometryczna tak jakośmy dopiéro opisali urządzona, jest w tenczas potrzebna, kiedy do mierzenia odległości, stadyi, o któréj niżéj powiemy, używamy: jeżeli zaś łańcuchem je mierzymy, dwie tylko nici, jedna pionowa, druga pozioma, są potrzebne. W drugim razie nieszkodzi, chociażby tak jedna jak druga cokolwiek od przynależytego położenia zboczyły, byle się na osi optycznéj przecinały, lecz w tenczas celując do przedmiotu, potrzeba na niego punkt ich przecięcia naprowadzić.

4°. Luneta w obrocie swoim około osi *ik*, może nie zakreślać płaszczyzny pionowéj i równoległéj do linii kierującéj, z dwóch przyczyn; albo podpora *e* jest pochylona do płaszczyzny prawidła kierownicy, albo oś *ik* jest pochylona do słupka *e*. W obu razach ten błąd poprawimy następującym sposobem. Obrawszy przedmiot z natury swojéj koniecznie pionowy, *np.* ramy okna, krawędź muru prostego, i t. p. znacznie odległy; ale jak najaśniéj widziany, wycelowawszy do niego, obracamy lunetę na płaszczyznie pionowéj; jeżeli punkt przecięcia nici na osi optycznéj, pod czas tego ruchu lunety schodzi z przedmiotu, w tedy przykręcając śrubkę urządzenia *fg*, nadamy lunecie takie położenie, że ów punkt na osi lunety zakreśli linią pionową. To sprawdzenie i wyregulowanie kilka razy na różnych przedmiotach powtórzyć należy.

Kiedy kierownica opatrzona jest celownikami zwyczajnemi, to jest takiemy jakieśmy u węgelnicy widzieli, sprawdzenie jéj i poprawa jest taka sama, jak nici pionowéj w lunecie.

64. Wprzód nim przystąpimy do użycia stolika, podamy sposób zrobienia i użycia *Stadyi*.

Stadya jest to łata z lekkiego drzewa wycheblowana, najwięcéj czternaście stóp wysoka, do czterech cali szeroka i na cal gruba, białą olejną farbą powleczona i podzielona na części, następującym sposobem.

Na równym i poziomym gruncie, odmierzymy z największą dokładnością linią prostą 100 prętów długą: w jednym jéj końcu A ustawimy stolik poziomo, zaś w drugim B łatę BS. (fig. 46). Ustawiwszy kierownicę na stoliku, i naprowadziwszy ją tak, aby skazówka *sl.* (fig. 45) przypadła na zero, celujemy do łaty BS (fig. 46); nici skrajne i środkowa poziome odmalują się na łacie; pomocnik trzymający łatę powinien ją opasać czarną nasówką drewnianą lub czarnym papierem, dobrze dopasowanym, to jest: aby dolna lub górna linia papiéru lub nasówki była prosta i pozioma. Na znaki dawane podnosi pomocnik ub na dół opuszcza nasówką dotąd dopóki brzeg jéj umówiony nie przypadnie na obraz nici środkowéj; o czém ostrzeżony pomocnik nakreśli ołówkiem linią około brzegu umówionego, podobnie postępując naznaczymy miejsca przykryte na łacie przez górną nić i dolną, skąd otrzymamy na łacie podziały 100, *m*, *n* Mając to pomocnik przeniesie łat ę w środek C linii AB, ustaw ją jak poprzednio pionowo; inżenier zaś celując do niéj, naprowadzi nić środkową na punkt oznaczony m na łacie, i daléj postępując jak wyżéj oznaczą się linie 50 i n' gdzie ów znak czarny był nasunięty na nici spodnią, i górną. Tym sposobem, otrzymamy podziały (100, 50) i (50 m) m' n' i $n'n$ z których każdy wyobrażać będzie 25 prętów; to jest, gdziekolwiek ustawimy lunetę poziomą a stadyą pionowo, jeżeli nici przykryją przestrzeń (100, n), stadya od lunety odległa będzie na 100 prętów; jeżeli zaś nici obejmą połowę téj przestrzeni, stadya jest odległa od lunety na 50 prętów, co z podobieństwa trojkątów (O,100,n) (O,50,n') wypada.

Jeżeli działanie było wykonane dokładnie, te cztery podziały powinny być równe, o czém się zaraz na polu przekonać należy; gdy błąd się okaże, na nowo rozpocząć robotę od wymierzenia linii. Gdy już przyjdziemy do dokładnych wypadków, każdy z podziałów (100,50), (50,m'), mn', i $n'n$ podzielimy na 25 części równych, z których każda odpowiadać będzie odległości jednego pręta, i te podziały przenosimy w górę aż do wierzchu łaty. Te podziały powinny być odznaczone tak grubemi kreskami jakich donioslość lunety wymaga, i aby w niéj widziane zdawały się cienkiemi: mianowicie téż brzegi, które mają służyć za oparcie przycelowania, powinny być czysto odcięte, inaczéj bowiem trudnoby je dojrzeć ze znacznéj odl głości. D a téjże przyczyny nie mogą być cyframi numerowane, lecz przyjmują się znaki na oznaczenie stów, pięćdziesiątek i dziesiątek, lubo te znaki są dowolne, dla ułatwienia jednak oznaczyliśmy je na figurze 47, obok których są wypisane liczby które oznaczają.

65. Z zasady na któréj oparliśmy podział i użycie stadyi, wypływa 1° że stadya pod czas działań powinna być prostopadłą do osi optycznéj lunety; 2° że stadya daje odległości w kierunku osi optycznéj, tak dalece, że gdyby stadya ustawiona była poziomo, a luneta pionowo, odległość na stadyi odczytana byłaby wysokością czyli wzniesieniem stadyi nad lunetą. W ciągu działań stadyą trzymać należy pionowo: przeto ile razy celując do niéj luneta pochyloną być musi do poziomu, co się też najczęściéj przytrafia, tyle razy odczytana odległość zarażona jest błędem z dwóch przyczyn pochodzącym, naprzód, że stadya daje odległości w kierunku osi optycznéj, przeto w tym razie pochylone do poziomu; powtóre, że stadya w tenczas tylko daje rzetelne odległości kiedy jéj płaszczyzna jest prostopadłą do osi lunety.

Przyłączona tablica obliczona jest na poprawę błędu pomienionego. Umieściliśmy w niéj poprawy, na pochyłości mniejsze, od stopnia do stopnia, na większe od 30 do 30 minut. Na wierzchu wypisane liczby 1, 2.... oznaczają odległości odczytane na stadyi; w pierwszéj kolumnie są stopnie pochylenia lunety, wskazane na łuku kierownicy, zaś obok stopni pod liczbami 1, 2, 3.. są liczby pokazujące ile potrzeba brać zamiast odległości, 1, 2... tak *np.* jeżeli na stadyi odczytamy odlzgłość 5 kiedy skazówka kierownicy po-

TABLICA

REDUKCYI DO POZIOMU ODLEGŁOŚCI NA STADYI ODCZYTANYCH.

stopnie	minuty	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
1	—	0,99969	1,9994	2,9991	3,9988	4,9985	5,9981	6,9978	7,9975	8,9972
2	—	0,99878	1,9976	2,9963	3,9951	4,9939	5,9927	6,9915	7,9902	8,9890
3	—	0,99726	1,9945	2,9918	3,9890	4,9863	5,9836	6,9808	7,9781	8,9753
4	—	0,99513	1,9903	2,9854	3,9805	4,9757	5,9708	6,9659	7,9610	8,9562
5	—	0,99240	1,9848	2,9772	3,9696	4,9620	5,9544	6,9468	7,9392	8,9316
6	—	0,98905	1,9781	2,9672	3,9562	4,9453	5,9343	6,9234	7,9124	8,8915
7	—	0,98515	1,9703	2,9654	3,9406	4,9258	5,9109	6,8951	7,8812	8,8664
8	—	0,98063	1,9613	2,9419	3,9225	4,9032	5,8839	6,8644	7,8450	8,8257
9	—	0,97553	1,9511	2,9266	3,9021	4,8776	5,8532	6,8287	7,8042	8,7798
10	—	0,96985	1,9397	2,9095	3,8774	4.8492	5,8191	6,7889	7,7588	8,7286
11	—	0,96359	1,9272	2,8908	3,8544	4,8179	5,7815	6,7451	7,7087	8,6723
12	—	0,95677	1,9135	2,8703	3,8271	4,7838	5,7406	6,6974	7,6542	8,6109
13	—	0,94940	1,8988	2,8482	3,7976	4,7470	5,6964	6,6458	7,5952	8,5446
14	—	0,94147	1,8829	2,8244	3,7659	4,7073	5,6488	6,5903	7,5318	8,4732
15	—	0,93301	1,8660	2,7990	3,7320	4,6651	5,5981	6,5311	7,4641	8,3971
16	—	0,92402	1,8480	2,7721	3,6961	4,6201	5,5441	6,4681	7,3922	8,3162
17	—	0,91452	1,8290	2,7436	3,6581	4,5726	5,4871	6,4016	7,3162	8,2307
18	—	0,90451	1,8090	2,7135	3,6180	4,5226	5,4271	6,3316	7,2361	8,1406
19	—	0,89401	1,7880	2,6820	3,5760	4,4701	5,3641	6,2581	7,1521	8,0461
20	—	0,88302	1,7660	2,6491	3,5321	4,4151	5,2981	6,1811	7,0642	7,9472
—	30	0,87735	1,7547	2,6320	3,5094	4,3868	5,2641	6,1415	7,0188	7,8962
21	—	0,87157	1,7431	2,6147	3,4863	4,3579	5,2294	6,1010	6,9726	7,8441
—	30	0,86508	1,7313	2,5970	3,4627	4,3284	5,1941	6,0598	6,9254	7,7911
22	—	0,85967	1,7193	2,5790	3,4387	4,2983	5,1580	6,0177	6,8774	7,7370
—	30	0,85355	1,7071	2,5606	3,4142	4,2677	5,1213	5,9748	6,8284	7,6820
23	—	0,84733	1,6947	2,5420	3,3893	4,2366	5,0840	5,9313	6,7786	7,6260
—	30	0,84100	1,6820	2.5230	3,3640	4,2050	5,0460	5,8870	6,7280	7,5690
24	—	0,83457	1,6691	2,5037	3,3383	4,1728	5,0074	5,8420	6,6766	7,5111
—	30	0,82803	1,6561	2,4841	3,3121	4,1401	4,9682	5.7962	6,6242	7,4523
25	—	0,82139	1,6428	2,4642	3,2856	4,1070	4,9283	5,7497	6,5711	7,3925
—	30	0,81466	1,6293	2,4440	3,2586	4,0733	4,8880	5,7026	6,5173	7,3319
26	—	0,80783	1,6157	2,4235	3,2313	4,0391	4,8470	5,6548	6,4626	7,2705
—	30	0,80091	1,6018	2,4027	3,2036	4,0046	4,8055	5,6064	6,4073	7,2082
27	—	0,79389	1,5878	2,3817	3,1756	3,9695	4,7633	5,5571	6,3511	7,1450
—	30	0,78679	1,5736	2,3604	3,1472	3,9340	4,7207	5,5075	6,2943	7,0811
28	—	0,77960	1,5592	2,3378	3,1184	3,8970	4,6756	5,4562	6,2368	7,0154
—	30	0,77233	1,5447	2,3176	3,0893	3,8616	4,6340	5,4063	6,1786	6,9510
29	—	0,76496	1,5299	2,2949	3.0598	3,8248	4,5898	5,3547	6,1197	6,8846
—	30	0,75752	1,5150	2,2726	3,0301	3,7876	4,5451	5,3026	6,0602	6,8177

stop-nie	mi-nuty	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
30	—	0,75000	1,5000	2,2500	3,0000	3,7500	4,5000	5,2500	6,0000	6,7500
—	30	0,74241	1,4848	2,2272	2,9696	3,7121	4,4545	5,1969	5,9393	6,6817
31	—	0,73473	1,4695	2,2042	2,9389	3,6736	4,4084	5,1431	5,8778	6,6126
—	30	0,72700	1,4540	2,1810	2,9080	3,6350	4,3620	5,0990	5,8160	6,5430
32	—	0,71919	1,4384	2,1575	2,8768	3,5959	4,3151	5,0343	5,7535	6,4727
—	30	0,71131	1,4226	2,1339	2,8452	3,5565	4,2679	4,9792	5,6905	6,4018
33	—	0,70337	1,4067	2,1101	2,8135	3,5168	4,2202	4,9236	5,6270	6,3303
—	30	0,69536	1,3907	2,0861	2,7814	3,4768	4,1722	4,8675	5,5620	6,2582
34	—	0,68730	1,3746	2,0619	2,7492	3,4365	4,1238	4,8111	5,4984	6,1857
—	30	0,67918	1,3584	2,0375	2,7167	3,3959	4,0751	4,7543	5,4334	6,1126
35	—	0,67101	1,3420	2,0130	2,6840	3,3550	4,0261	4,6971	5,3681	6,0391
—	30	0,66278	1,3256	1,9883	2,6511	3,3139	3,9767	4,6395	5,3022	5,9650
36	—	0,65451	1,3090	1,9635	2,6180	3,2725	3,9271	4,5816	5,2361	5,8906
—	30	0,64619	1,2924	1,9386	2,5848	3,2350	3,8771	4,5233	5,1695	5,8157
37	—	0,63782	1,2756	1,0135	2,5513	3,1891	3,8269	4,4647	5,0726	5,7404
—	30	0,62911	1,2588	1,8882	2,5176	3,1471	3,7765	4,4065	5,0353	5,6647
38	—	0,62096	1,2419	1,8629	2,4838	3,1048	3,7260	4,3467	4,9677	5,5886
—	30	0,61248	1,2250	1,8374	2,4499	3,0621	3,6749	4,2874	4,8998	5,5123
39	—	0,60395	1,2079	1,8118	2,4158	3,0197	3,6237	4,2278	4,8316	5,4355
—	30	0,59541	1,1908	1,7862	2,3816	2,9770	3,5725	4,1679	4,7633	5,3587
40	—	0,58683	1,1737	1,7605	2,3473	2,9341	3,5210	4,1078	4,6916	5,2815
—	30	0,57833	1,1567	1,7350	2,3133	2,8916	3,4700	4,0483	4,6266	5,2050
41	—	0,56959	1,1302	1,7088	2,2784	2,8479	3,4175	3.9871	4,5667	5,1263
—	30	0,56094	1,1219	1,6828	2,2438	2,8047	3,3656	3,9266	4,4875	5,0485
42	—	0,55226	1,1045	1,6568	2,2090	2,7613	3,3136	3,8658	4,4181	4,9703
—	30	0,54370	1,0874	1,6311	2,1748	2,7185	3,2022	3,8059	4,3496	4,8933
43	—	0,53488	1,0698	1,6146	2,1395	2,6744	3,2093	3,7442	4,2790	4,8139
—	30	0,52617	1,0523	1,5785	2,1047	2,6308	3,1570	3,6832	4,2094	4,7355
44	—	0,51745	1,0349	1,5523	2,0698	2,5872	3,1047	3,6211	4,1396	4,6570
—	30	0,50873	1,0175	1,5262	2,0349	2,5136	3,0524	3,5611	4,0698	4,5786
45	—	0,50000	1,0000	1,5000	2,0000	2,5000	3,0000	3,5000	4,0000	4,5000

kazuje 19° odległość pozioma odpowiadająca 5 prętom pochylonym jest 4,4701 prętów.

Użycie téj tablicy objaśniemy na przykładzie. Dajmy żeśmy, na stadyi odczytali 178,5 prętów, a na łuku kierownicy 26° 30′: w wierszu 30′ pod wierszem 26° szukać będziemy wszystkich poprawek. Naprzód w kolumnie pod liczbą 1 znajdujemy 0,80091 prętów, które za 1 pręt widziany pod pochyłością 26° 30′ wziąść należy; liczbę, tę pomnożywszy przez 100, czyli w prawo posunąwszy kreskę o dwie cyfry, otrzymamy 80,061 prętów za 100; w kolumnie pod liczbą 7, mamy 5, 6064 za 7 prerów, pomnożywszy tę liczbę przez 10 czyli o jednę cyfrę posunąwszy w prawo kreskę, otrzymamy 56,061 prętów za 70; w kolumnie pod liczbą 8 natrafiamy 6,4073 prętów za 8 prętów: nakoniec w kolumnie pod liczbą 5 mamy 4,0046 za 5 prętów, podzieliwszy tę liczbę przez 10, czyli posunąwszy kreskę w lewą stroną o jednę cyfrę, otrzymamy 0,40046 pręt za 0, 5 pręta: dodawszy do siebie tak znalezione liczby.

znajdziemy; 80,091.
56,064
6,4073
0,40046

prętów 142,96276 za 178,5 pochylonych pod kątem 26° 30′; albo opuściwszy trzy ostatnie cyfry ułamka, będzie 142,96 prętów, które na kartę przenieść mamy.

Ze wzoru w następnym numerze otrzymanego widzimy, że możnaby na pierwszéj poprzestać kolumnie; jakoż, w wierszu 26° 30′ wziąwszy liczbę, 0,80091 i pomnożywszy ją przez 178,5 otrzymamy 142,9624; liczbę zgadzającą się do trzech cyfer dziesiętnych.

66 Wzór podług którego obliczyliśmy podaną tablicę otrzymaliśmy następującym sposobem.

Naprowadziwszy nić górną skrajną lunety na koniec E stadyi DE (fig. 48), oś optyczna AC pochylona będzie do poziomu pod kątem CAB który przez H oznaczymy: między skrajnemi niciami lunety odczytamy fałszywą odległość DE, a nić środkowa to jest przez oś optyczną przechodząca odmaluje się na stadyi w C. Około tego punktu C obróciwszy stadyę tak, aby *de* była prostopadłą do osi optycznéj AC, nici skrajne objęłyby przestrzeń *de* która zawiera odległość prawdziwą AC w kierunku osi optycznéj, to jest odległość pochyłą od punktu A do C. Idzie teraz o to, aby tę odległość wyrazić w funkcyi odległości DE fałszywéj odczytanéj na stadyi: tę odległość DE nazwiemy przez K′.

Z trójkątów *e* C E i *d* CD mamy,

$$Ce = \frac{CE \text{ wst. } E}{\text{wst. } e}, \quad Cd = \frac{CD \text{ wst. } D}{\text{wst. } d} \text{ skąd}$$

$$Ce + Cd, \text{ czyli } de = \frac{CE \text{ wst } E}{\text{wst. } e} + \frac{CD \text{ wst. } D}{\text{wst. } d} \quad \text{(a)}$$

Nazwijmy *h* kąt EAC zawarty między osią optyczną czyli promieniem przez środkową nić przechodzącym a promieniem przez nić skrajną przesuniętym (*), łatwo zaś przekonać się, że kąt eCE jest równy kątowi CAB czyli H, mamy więc $e=90^0+h$, $d=90^0-h$, $E=180^0-(e+C)=90^0-(H+h)$, $D=180^0-(d+C)=90^0-(H-h)$; kładąc te wartości w równanie (a) otrzymamy.

$$de=\frac{CE\ dos\ (H+h)+CD\,dos\ (H-h)}{dos\ h}$$

rozwinąwszy to wyrażenie i stosownie przerobiwszy otrzymamy, zważając że $CE+CD=DE=K'$

$$de=K'\ dos\ H-(CE-CD)\ wst\ H\ st\ h ...(b)$$

Że zaś $Cd=Ce$, przeto ich wartości wyżéj otrzymane dają $CE\ dos\ (H+h)=CD\ dos\ (H-h)$ skąd otrzymamy $CE-CD=K'\frac{wst.\ H\ st\ h}{dos.\ H}$; tę wartość kładąc w równ. (b) otrzymamy:

$$de=K'\ dos\ H-K'\frac{wst^2 H st.^2 h}{dos\ H} .....(e)$$

To równanie daje nam odległość *de* czyli długość AC pochyłą w funkcyi odległości odczytanéj DE czyli K' i kątów, H pochyleniu osi optycznéj do poziomu i h połowy kąta zawartego pomiędzy promieniami ocznemi przez nić skrajną przecho-

---

(*) Skrajne poziome nici lunety powinny być w równéj odległości od środkowéj, a następnie oś optyczna dzielić powinna kąt zawarty między promieniami przez skrajne nici przechodzącemi, na dwie równe części.

dzącemi; lecz nam idzie o znalezienie poziomej odległości AB którą nazwiemy K: że zaś H= AC*dos* H czyli *de. dos* H, przeto ostatecznie mamy:

$$K = K' dos^2 H - K' wst.^2 H st^2 h. \quad . \quad . \qquad (D)$$

Równanie to daje nam odległość poziom w funkcyi odległości na stadyi odczytanéj, ze wszelką ścisłością, lecz zważając, że gdyby w odległości 100 prętów stadyi od lunety, nici objęły 1 pręt przestrzeni, toby było $st\,h = \frac{0,5}{100}$, a przeto $st^2 h = 0,000025$, zaś w największéj pochyłości 45° lunety, mielibyśmy $wst^2 H = 0,5$, następnie $wst^2 H\, st^2 h = 0,0000125$; widzimy, że bez popełnienia błędu, możemy w powyższym równaniu drugi wyraz opuścić, stąd otrzymamy wzór ostateczny

$$K = K' dos^2 H. \; . \; : \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \qquad (A)$$

W tym wzorze uczyniwszy $K' = 1$, obliczyliśmy liczby kolumny drugiéj pod licz. 1 będącéj które mnożąc, przez 2 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. otrzymaliśmy liczby zawarte w kolumnach pod temi liczbami umieszczonych.

67. Z powyższego opisania stadyi widzimy, ile użycie tego narzędzia skraca robotę, zwłaszcza przy zbieraniu drobnych szczegółów czyli to stolikiem, czy busolą, byle tylko w miejscu celowników użyto lunetki urządzonéj tak jakeśmy w num. 62 opisali; albowiem celując do stadyi, nietylko wyznaczamy kierunek promienia ocznego, ale zarazem czytamy na niéj odległości, które chociaż zarażone są błędem pochylenia, mniéj wszakże czasu potrzeba na sprowadzenie ich do poziomu za pomocą tablicy powyższéj, niżeli na przemierzenie łańcuchem. Nadto, stadya

chroni od błędów, jakie są nieruchome gdy na gruncie bardzo nierównym zbieramy szczegóły z pomocą łańcucha: szczególniéj też przy niwellacyi topograficznéj, stadya jest niezbędnie potrzebnym narzędziem.

Największą i jedyną wadą stadyi jest to, że większych odległości nad 100 prętów dać nie może; na odległości większe, albo łata musiałaby być tak wysoką, że jéj użycie byłoby bardzo niedogodne; albo nici siatki mikrometrycznéj tak do siebie zbliżone, żeby podziały na stadyi były zbyt małe aby je wykreślić można, pamiętając, że kréski podziałowe muszą miéć znaczną grubość dla łatwego ich z odległości przeczytania.

Stąd widzimy, że stadya nie zastępuje łańcucha, ile razy wielkie odległości dokładnie przemierzyć potrzeba, ale natomiast, w wymienionych przypadkach jest nader szacowném narzędziem.

Dodać tu jeszcze wypada, że podzieliwszy odległość wyobrażającą 9 prętów na części 10, gdy podziały te wykréślone są na jednéj stronie łaty, a po drugiéj pręty, otrzymamy stąd noniusz, który nam daje pręciki. Tak urządzonéj stadyi autor w tym właśnie czasie, z wielką korzyścią używa.

Są prócz stadyi opisanéj, inne *odległomierze*, (Distansmässer); lecz nietylko są zbyt kosztowne ale nadto niedokładne dają wypadki.

68. Kiedy karta na papierze wykreślona lub mająca się wykreślić, jest równoległa do karty naturalnéj (1), to jest: kiedy są na płaszczyznach

do siebie równoległych i mają boki odpowiednie równoległe, na tenczas karta jest *w kierunku* (orientée): jeżeli nad to wierzchołki odpowiednie tych dwóch kart są na jednéj linii pionowéj, mówimy, że karta jest w *stanowisku* (en station); zatém nie może być karta w stanowisku nie będąc zarazem w kierunku (a).

Aby stolik czyli kartę na nim rysowaną ustanowić w stanowisku, dosyć jest mieć dane dwa punkta odpowiadające punktom na karcie naturalnéj, czyli na gruncie. Te punkta równie jak wszystkie inne do ktorych kartę odnosimy, nazywają się punktami *kierującemi* (points de reperv).

Zobaczmy, jak mając dwa punkta kierujące na stoliku, ustawić go w stanowisku.

Niechaj punkta *a* i *b* (fig. 49) odpowiadają punktom A i B na gruncie, stolik zaś chcemy postawić w stanowisku na punkcie A. Popuścimy śruby Z, Z...; K, K; *rr;* i *pp*...,(fig. 42) dwie nogi stolika ustawimy mniéj więcéj równolegle do linii AB, trzecią zaś tak skierujmy, aby stolik stanął prawie poziomo; nadając blatowi obrot około sworznia i wysuwając go w ramach, naprowadzimy punkt *a* nad A, za pośrednictwem pionu,

---

(a) Ogólnie mówiąc, skoro punkt na karcie z odpowiednim na gruncie są na jednéj pionowéj, wtedy karta jest w stanowisku; lecz my, dla łatwiejszego tłómaczenia rzeczy, przyjęliśmy to wyrażenie w znaczeniu tym, gdy zarazem karta jest równoległa.

kierując okiem tak, aby linia *ab* mniéj więcéj stanęła na kierunku AB; poczém przykładamy kierownicę do linii *ab* i celując do znaku B, nasuniemy *ab* nad AB; sprawdzimy pionem czyli punkt *a* nie zeszedł z pionowéj punktu A: gdy to otrzymamy, przystąpimy do ustawienia blatu, za pomocą środwagi, do poziomu; wreście jeszcze raz sprobujemy piona. Pamiętajmy, że po ustawieniu nóg, zaraz śruby *rr* przyciągnąć potrzeba, a śruby K... po ustawieniu stolika w kierunku linii AB; nadto, nogi stolika ustawić tak, aby ich położenie nie przeszkadzało pionowi.

Sztuka zdejmowania kart za pomocą stolika, nie jest trudna, byleśmy pojęli to, co dotąd powiedziano, a następujące przestrogi ułatwią nam postępowanie, i od błędów uchronią.

1° Linie łączące dwa punkta na stoliku, odpowiadające punktom kierującym, podług których stolik ma być na stanowisku ustanowiony, powinny być jak najdłuższe i po za te punkta przeciągnięte. Albowiem, ponieważ kierownica choćby najdokładniej zbudowana, niedaje linii matematycznie prostéj, linie zaś kreślone najdokładniéj nie są bez szerokości, a płaszczyzna stolika nie jest doskonałą płaszczyzną, przeto im więcéj punktów nakreślonéj linii z kierownicą zgodzimy, tém bliżéj jesteśmy prawdy.

2° Aby zaś licznemi liniami nie zamięszać roboty, i ile być może utrzymywać stolik czysto, kreślim na marginesie przyszłéj karty końce tych linij i na nich piszemy nazwiska przedmiotów lub numery kółków, jeżeli figura jest okółkowana, wewnątrz zaś marginesów tak je długie kreślimy, aby punkta odpowiadające przedmiotom na nich przypadły.

3° Punkta przez przecięcie linij otrzymywane, powinny być wyraźne: kąt przeto pod którym się linie przecinać mają, powinien być zawarty między 60° a 120°; nadto, ołówek ma być jak najlepiéj zaostrzony.

4° Potrzeba wybierać za punkta kierujące przedmioty wyraźne, nie zbyt rozległe: jeżeli to będzie drzewo, potrzeba do jego pnia celować; jeżeli wieża do podstawy krzyża, kiedy dom, do komina nad dachem, lub spodu chorągiewki i t. p.

Rozwiązanie zagadnień.

70. Stolik mierniczy, to najwygodniejsze i najdokładniejsze narzędzie do zdejmowania szczegółów gruntu, albo się używa sam jako główne narzędzie, albo jako narzędzie podrzędne, kiedy sieć trygonometryczną, dokładniejszemi od niego narzędziami otrzymaną, zapełniamy szczegółami gruntu. W piérwszym razie sam stolik wyznacza sobie *punkta główne*, to jest te, do których dalsze działania odnosimy; w drugim razie te punkta, które trygonometrycznemi zowiemy, są rachunkiem otrzymane, i gotowe przenosiemy na stolik. Dla tej to przyczyny rozwiążemy następnie rozmaite zagadnienia, takie nawet, które się na gruncie nie często bo tylko przy zarabianiu sieci trygonometrycznéj przytrafiają.

71. *Mając na stoliku położenie dwóch punktów a, b odpowiedających dwom punktom dostępnym* A, B, (*fig.* 50) *na gruncie, wyznaczyć położenie punktu* X *widzianego z obu punktów* A i B.

Ustawimy naprzód stolik na stanowisku w punkcie A: skoro A i *a* staną na jednéj pionowéj, a linia *ab* wzięła kierunek linii AB, zatrzymamy śrubami stolik nieporuszenie: dopiéro przyłożywszy kierownicę do punktu *a*, celujemy do przedmiotu X; a gdy ten stanie na osi optycznéj a kierownica nie zeszła z punktu *a*, nakreślimy wzdłuż prawidła kierownicy, delikatną linią *ax'*. Przeniosłszy się do drugiego punktu B, odbędziemy zupełnie to samo działanie jak przy punkcie A, a stąd otrzymana linia na stoliku *bx''* przetnie się z pierwszą *ax''* w punkcie *x*, który odpowiada punktowi X.

Sposób ten nazywa się *przez przecięcie*.

Gdybyśmy mieli trzy lub więcéj punktów danych na stoliku odpowiadających punktom na gruncie, natenczas stanąwszy w trzecim punkcie na stanowisku, sprawdzimy punkt otrzymany *x*, celując do X; jeżeli linia przechodzi przez *x*, ten punkt jest dobrze wyznaczony. Na początku działania możemy miéć tylko dwa punkta kierujące, lecz postępując daléj liczba punktów kierujących powiększa się: nigdy przeto tego sprawdzenia zaniedbywać nie należy, zwłaszcza punktów które na przyszłość stanowiskami lub téż kierującemi być mają.

W praktyce tak zwykle bywa, że z dwóch punktów wyznaczamy kilka, *np.* z punktów A i B, mamy wyznaczyć punkta X, Y; w tym razie celujemy z A, raz do X, drugi raz do Y, toż samo uczynimy z punktu B, i zarazem otrzymamy punkta x i y. Jeżeli przeto mamy wyznaczyć kilka punktów podług dwóch kierujących punktów, powinniśmy mieć na pamięci przestrogi numerem 69, a mianowicie 2°.

72. *Mamy na stoliku dwa punkta* a, b, (*fig.* 51) *odpowiedające punktom* A, B, *z których* B *jest niedostępny, lub nie mamy potrzeby ustawić na nim stolika, wyznaczyć punkt dostępny* X, *widzialny z obu punktów* A, B.

Ustawimy naprzód stolik na stanowisku w punkcie A i postępując tak jak w poprzedzającem zagadnieniu, nakreślimy linią ax' odpowiadającą kierunkowi AX: po czém przeniosłszy się do punktu X, na nim ustawimy stolik tak, aby linia ax' znajdowała się na kierunku AX, co uskutecznimy następującym sposobem. Naprzód ustawimy od oka stolik poziomo, tak, aby linia ax' znajdowała się mniéj więcéj na kierunku AX, dopiéro przyłożywszy kierownicę do linii ax' celujemy do A, a spuściwszy pion z punktów m i n końców linii ax' przedłużonéj aż do brzegów stolika i oznaczywszy na gruncie spodki pionów, uważamy czyli ich kierunek znajduje się na kierunku AX, to całe działanie powtarzamy dotąd: dopóki nie otrzymamy przynależytego położenia linii ax'. To mając, ustawimy stolik do poziomu i zaraz się zapewnimy czyli linia ax' z położenia swego nie zeszła. Poprawiwszy uchybienie, znajdziemy na stoliku punkt odpowiadający punktowi na gruncie X; dopiéro sparłszy kierownicę o ten punkt, celujemy do punktu B, i zaraz nakreślimy linią Xb'. Ponieważ zwykle ta linia nie przecina linii *ab* w punkcie *b* odpowiadającym punktowi B, przeto punkt znaleziony X na stoliku nie odpowiada punktowi X na gruncie: lecz przez *b* poprowadziwszy równoległą do $b'X$ ta przetnie linią ax' w punkcie szukanym *x*.

Ten sposób wyznaczenia punktu na stoliku zowie się *przez odcięcie*.

Jeżeli punkt X ma być stanowiskiem stolika do dalszych działań, co się w praktyce pospolicie przytrafia, potrzeba stolik ustawić na stanowisku po wyznaczeniu punktu *x*.

Jakkolwiek ten sposób jest bardzo dokładny, przecież jest dla tego niewygodny, że potrzeba nosić narzędzia do prowadzenia równoległych linii: radzimy przeto używać następującego sposobu.

Wykréśliwszy linią ax' dopiéro podanym sposobem i ustawiwszy stolik w punkcie X (fig. 52) na kierunku linii ax' tak, jak się wyżéj wskazało, oprzemy kierownicę o punkt *b* i celując do B wykreślimy linią *bn* która ax' przetnie w punkcie *n*; jeżeli pion spuszczony z punktu *n* niepada na punkt X, przestawimy stosownie stolik i znów przez *b* celujemy do B; a jeżeli i teraz nakréślona linia nie przecina ax', w przynależytym punkcie, znów stolik przestawić potrzeba: to działanie dotąd powtarzamy, póki nareście nieznajdziemy na stoliku punktu z którego pion spuszczony pada na punkt X, będzie to punktem szukanym; i zarazem stolik ustawiony będzie w stanowisku.

Jeżeli mamy trzeci punkt kierujący C, działanie nierówne prędzéj postępuje i dokładniejsze otrzymujemy wypadki. Jakoż, gdybyśmy mogli stolik ustawić od jednego razu w stanowisku na punkcie X, promienie oczne prowadzące do punktów A, B, C, przez odpowiednie punkta *a*, *b*, c, nakreślone, powinny przeciąć się w jednym punkcie na linii *ax'*; lecz tu widzimy, że promień *b* B przecina *ax'* w punkcie *n*, zaś *c*C, przecina tęż linią w punkcie *m* i ponieważ oba te punkta zejść się powinny, zatém punkt szukany znajduje się pomiędzy *m* i *n*: wziąwszy pomiędzy niemi punkt dowolny za odpowiedający punktowi X, podług niego i kierujący AX, ustawiwszy stolik w stanowisku, znów probujemy czyli promienie przez *b* do B i przez *c* do C prowadzone, przecinają się w jednym punkcie: jeżeli przecinają się w dwóch punktach na linii *ax'*, znów bierzemy punkt w środku pomiędzy dwiema ostatniemi przecięciami, za punkt szukany Działanie opisane dotąd powtarzamy, dopóki nie znajdziemy punktu szukanego. Wprawny jeometra trzy razy najwięcéj powtórzywszy działanie, znajdzie położenie szukanego punktu.

73 *Mamy na stoliku dwa punkta a, b, wyobrażające punkta kierujące* A, B, *oba niedostępne np.* krzyże na wieżach, lub jakie bądź przedmioty na bagnach i t. p. *jak wyznaczyć położenie trzeciego punkt dostępnego, jeżeli na kierunku* AB *możemy ustawić stolik.*

Na kierunku AB (fig. 53) w punkcie C dogodnym, którego położenia nie znamy, ustawimy stolik tak, aby linia *ab* znajdowała się na kierunku AB, podobnym jak w poprzedzającym numerze sposobem, i wynajdziemy na stoliku punktu c' będący na pionowéj punktu C. Przyłożywszy dopiero kierownicę do punktu c' celujemy do X i nakréślimy linią $c'\ x'$: po czém przeniesiemy się do punktu X, tu ustawimy stolik tak, aby $c'x'$ było na kierunku CX i znajdziemy punkt x' na pionowéj punktu X: po czém oparłszy kierownicę o punkt x' celujemy do punktu A i B i nakréślimy linie $a'x'$ i $b'x'$: nakoniec, przez *a* i *b* poprowadziwszy dwie równoległe do $a'x'$ i $b'x'$, przecięcie ich x będzie szukanym punktem.

Gdybyśmy mieć chcieli położenie punktu C, poprowadzilibyśmy przez x linią równoległą do Xc', która linią *a b* przetnie w punkcie *c* odpowiadającym punktowi C.

74. *Mamy na stoliku punktu a, b, odpowiadające punktom kierującym* A, B, *(fig. 51) które równie jak i cały kierunek* A B *są niedostępne, wyznaczyć punkt dostępny* X.

Chcąc to zagadnienie rozwiązać, nie używając w pomoc łańcucha, potrzeba przybrać punkt Y, z któregoby widzieć można punkta A, B i X. W tym punkcie ustawimy stolik poziomo, starając się, aby linia *a b* była mniéj więcéj równoległa do A B; znalazłszy na stoliku punktu y' na pionowéj punktu Y, przez niego celujemy kolejno do punktów A, B i X i nakreślimy linie $y'a'$, $y'b'$, $y'x$. Na linie $y'x'$ wyjąwszy dowolną długość $y'x'$ za podstawę YX, wyznaczymy punkta a' i b' odpowiadające punktom A i B odniesionym do punktów $y' x'$, działając tak w punkcie X, jakicśmy robili w punkcie Y. Lecz punkta a' i b', są fałszywie wyznaczone i nie zgodzą się z punktami danemi a b,.

Aby za pomocą linii $y' x'$ i punktów $a' b'$, naznaczyć przynależyte położenie punktu X, tak postąpić należy. Przeniosłszy linią $a'b'$ na daną linią a b (fig. 54 bis) wykreślmy figurę $a' b$ $x' y'$ równą i podobnie położoną figurze $a' b' x' y'$ (fig, 54); dopiero przez punkt a (fig. 54 bis) poprowadzimy równoległą do $a' x'$, która przetnie linią bx' w punkcie x odpowiadającym punktowi na gruncie X. Chcąc mieć na stoliku położenie punktu przybranego Y, przez a poprowadzimy równoległą do $a'y'$, która przetnie linią b y' w punkcie szukanym y.

Gdyby punkt X był niedostępny, potrzebaby przybrać dwa punkta, które biorąc za kierujące wyznaczylibyśmy położenie punktów X, A i B, względnie do przybranych kierujących, z resztą postąpilibyśmy jak na figurze 54 bis.

75. To zagadnienie daje się inaczéj rozwiązać wtenczas, kiedy od A do X (fig. 55) łańcuchem lub stadyą mierzyć możemy, W tym przypadku przemierzywszy naprzód odległość AX ustawimy stolik od oka w punkcie X, byle tylko był poziomym; po czém znajdziemy punkt x, na pionowéj punktu X, przez który celując do punktów A i B, wykreślimy kąt $a x'' b'$. Dopiero na danéj linii ab wykreślimy odcinek koła mieszczący w sobie kąt $ax''b'$ i wziąwszy w cyrkiel podług skali odległość A X, z punktu a jako środka ko-

ła, zakreślimy łuk przecinający $ax'b$ w punkcie x który będzie położeniem punktu X.

Aby to rozwiązanie uprościć, potrzeba celować do punktu A, przez x'' i a, a potem przez x'' do B i nakreślić kąt $ax''b'$; daléj przez b prowadzimy równoległą do $b'x''$ przecinające się z ax'' w punkcie x': mając to, zakreślimy koło przez trzy punkta a, b, i x' przechodzące, skąd otrzymamy odcinek koła $ax'b$, mieszczący w sobie kąt $ax''b$, zresztą postępuje się jak wyżéj.

76. *Mamy na stoliku punkt a, odpowiadający punktowi* A (*fig.* 56) *na gruncie, i kierunek* a z *prowadzący do punktu na gruncie Z który przypada za kartą, wyznaczyć położenie punktu* X *którego odległość od* A *mierzyć możemy.*

Ponieważ z punktu A widzimy punkt Z, przeto możemy stolik ustawić na stanowisku w punkcie A (68), co uczyniwszy przez punkt a celując do X, nakreślimy linią ax: poczém przemierzymy odległość AX, przeniesiemy ją podług skali od a do x na linii ax, a punkt x jest szukanym.

Uwaga. Rozwiązanie tego zagadnienia równie jak dwóch najpiérwszych, najczęściéj się w praktyce napotyka. Tu z największą dokładnością powinien jeometra ustawić stolik na stanowisku, linie mierzone kilka razy sprawdzić, i z całą akuratnością wnieść na stolik podług podziałki; bowiem błąd popełniony, zwłaszcza działając w gęstwinie lub w środku obszernych zabudowań, gdzie to zagadnienie prawie wyłącznie się nastręcza, nierychło postrzeżony bywa, a chcąc go poprawić, częstokroć musimy od początku działania powtórzyć.

77. *Mając na stoliku wiadome położenie* a *punktu* A *niedostępnego, i kierunek* a z *(fig. 57) prowadzący do punktu na gruncie* Z, przypadającego za kartą *wyznaczyć położenie punktu dostępnego* X, *gdy na kierunku* A Z *można stolik ustawić.*

W punkcie dowolnie obranym C, ustawimy stolik tak, aby linia *az* znajdowała się na kierunku A Z i wynajdziemy punkt *c′* na pionowéj punktu C. Przez punkt *c′* celując do punktu X nakreślimy linią *c′x′*, a odmierzywszy CX przeniesiemy tę odległość podług skali od *c′* do *x′*: poczém wziąwszy *x′* za punkt odpowiadający punktowi X, ustawimy w tym punkcie stolik w stanowisku; następnie celujemy przez *x′* do A i nakreślimy linią *a′x′*. Nakoniec przez punkt *a* prowadzimy *a x* równoległą do *a′x′*, a przez *x′* równoległą do *ac*, która pierwszą przetnie w punkcie szukanym *x*. Gdybyśmy chcieli mieć położenie punktu C, prowadzilibyśmy przez *x* równoległą do *c′x′*, która przetnie *ac* w punkcie *c* odpowiadającym punktowi C.

78. *Mając na stoliku dane trzy punkta odpowiadające trzem punktom położonym na gruncie, jak najdziemy położenie na stoliku punktu czwartego dostępnego, jeżeli w punktach danych nie możemy lub nie chcemy ustawić stolika.*

To zagadnienie rozwiązać można rozmaitemi sposobami: my te tylko pokażemy, które albo są częściéj przez jeometrów używane, albo dokładniejsze dają wypadki.

Sposób 1. Przykleiwszy na stoliku mierniczym przezroczysty papier, ustawimy go poziomo w punkcie szukanym, i naznaczymy na nim punkt znajdującéj się na pionowéj punktu szukanego. Około tak naznaczonego punktu obracając kierownicę, celujemy kolejno do trzech danych punktów i wykreślimy kąty zawarte pomiędzy temi kierunkami. To mając, odlepimy papier przeźroczysty, a przyłożywszy dwa kierunki na nim otrzymane, do dwóch danych punktów wyobrażających te, do których kierunki prowadzą, trzeci zaś kierunek powinien znajdować się ze strony punktu trzeciego: następnie papier przeźroczysty posuwamy dotąd, nie sprowadzając dwóch pierwszych kierunków z punktów na których są ustawione, dopóki trzeci kierunek nieprzypadnie na punkt trzeci: na tenczas położenie wierzchołka wspólnego tych kątów oznaczywszy na stoliku, otrzymamy położenie punktu szukanego. Starać się potrzeba, aby papier przeźroczysty był ciągle w czasie działania dostatecznie wyciągnięty.

Lubo ten sposób na pozór jest prosty i wygodny, nie radzimy go jednak używać, albowiem daje wypadki bardzo niedokładne; niepodobną jest rzeczą naciągnąć należycie i równo we wszystkie strony papier przeźroczysty.

P: Joly (Żoli) francuzki inżenier, chcąc temu zapobiedz, wynalazł kierownicę o trzech prawidłach obracających się około jednego punktu i tak urządzonych, iż każdą z osobna można do innego celować przedmiotu. Skierowawszy przeto każdą z nich do punktów danych i zatrzymawszy je w tém położeniu, otrzymamy kąty zawarte pomiędzy kierunkami z szukanego punktu do trzech danych. Z temi prawidłami postępując tak jak z przeźroczystém papierem, punkt wspólnego ich obrotu da położenie szukanego punktu. Ponieważ to narzędzie służy tylko do rozwiązania tego szczególnego zagadnienia, a jest bardzo drogie, dla tego mało jest teraz używane, a jego skład i użycie tylko z opisu w *Encyclopedie methodique* z r. 1785 poznać można.

Sposób 2. Dajmy, że punkt X (fig. 58) położony na gruncie, potrzeba wyznaczyć na karcie, mając dane trzy punkta *a*, *b*, *c*, odpowiedające punktom na gruncie A, B, C. W punkcie X szukanym ustawimy stolik poziomo tak, aby jeden z danych punktów *b* przypadł na pionową punktu X.

Zatrzymawszy w tém położeniu stolik, celujemy przez *b* do przedmiotów A, B, C, i wykreślimy kierunki ba' bb' i bc', i na tém się kończy działanie na gruncie. Dopiéro przez punkt dany *a* prowadzimy ax' równoległą do *ab* aż do przecięcia się z linią bb' w punkcie x'; podobnie przez punkt *c* prowadzimy równoległą cx'' do bc',* która przecięcia się z linią bb' w punkcie x'': nakoniec przez punkta a, b, x' poprowadzimy okrąg koła, równie przez punkt c, b, x'' przesuniemy drugi okręg koła; te dwa okręgi przesuną się w punkcie szukanym *x*.

† O tém łatwo się przekonać możemy, zważając, że kąty $a'b\,b'$, $ax'b$ i axb są sobie równe,

tak jak i kąty $c\,x''\,b$, $c'\,b\,b'$ i cxb sobie są równe.

Aby tym sposobem otrzymać wyraźnie punkt x, potrzeba *żeby koła przecinały się pod kątem zawartym między* 90° *a* 60°, to jest żeby styczne w punkcie przecięcia do obu kół poprowadzone, takie kąty czyniły: *przecięć mniejszych jak pod kątem* 30° *przyjmować niemożna.*

Jeżeli punkt X znajduje się na okręgu koła przechodzącego przez trzy dane punkta A, B, C na tenczas niepodobną jest rzeczą, tym sposobem rozwiązać dane zagadnienie.

Sposób 3. Rozwiązanie zagadnienia podanego num. 74 i do tego zastosować można. Jakoż przybrawszy punkt Y, (fig. 59) i odbywszy podobne działanie jak w przytoczonym num, uważając A i B za niedostępne punkta, wyznaczymy położenie punktu X względem A i B; jeżeli powtórzymy działanie odnosząc punkt X do punktów B i C, będziemy mieli sprawdzenie: możemy raz trzeci sprawdzić wypadek, odnosząc X do punktów A i C.

79. Wprzód nim podamy sposób rozwiązania tego zagadnienia (który powyższe tém przewyższa, iż działanie prędzéj się odbywa i skoro położenie punktu czwartego otrzymamy, tém samem stolik ustawimy na stanowisku, zgoła, sposób którego zwykle używają biegli inżenierowie zagraniczni); przypomnijmy sobie tę prawdę: że kiedy stolik stoi na stanowisku w punkcie wiadomym na gruncie i stoliku, wszystkie promienie oczne przechodzące przez dane punkta na stoliku do punktów im odpowiedających na gruncie, przeci-

nają się w jednym punkcie stanowiska. I odwrotnie, jeżeli promienie łączące punkta na stoliku z odpowiedającemi im gruncie, schodzą się w jednym punkcie na pionowéj stanowisku, stolik jest ustawiony w stanowisku, wyjąwszy kiedy wszystkie punkta dane z punktem stanowiska znajdują się na jednym okręgu koła.

Sposób 4. Niechaj A, B, C, będą punkta, którym na stoliku odpowiadają punkta *a*, *b*, *c*, (fig. 60) i punkt X którego mamy wyznaczyć położenie na stoliku.

Dla uniknienia komplikacyi figury, wyobrazimy sobie, że zamiast stolika i punktów na nim umieszczonych *a*, *b*, *c*, punkta będące na gruncie A, B, C obracają się około punktu X. Tak rzeczy uważając nie wprowadzimy w błąd czytelnika: jakoż, gdyby stolik był w stanowisku na punkcie X, kierunki *ax* i AX, *bx* i BX, *cx* i CX, jako widzimy na figurze, zupełnieby się zeszły: nadając potém stolikowi obrot poziomy około linii pionowéj punktu X, wszystkie trzy punkta dane na stoliku odbiegłyby od swego pierwszego położenia o równe odległości kątowe. Uważając teraz stolik nieporuszony, punktom zaś A, B, C nadajmy bieg około X w przeciwną stronę biegu punktów *a*, *b*, *c* poprzednio przepisanego, gdy te punkta A, B, C, ubiegną odległości kątowe równe odległościom przebieżonym przez punkta *a*, *b*, *c*, widoczną jest rzeczą, że w pierwszym i drugim razie położenie punktów *a*, *b*, *c* względem odpowiedających A, B, C, będzie to samo. To pojąwszy, łatwo zrozumiemy następujące rozwiązanie.

Oceniwszy na oko położenie punktu X, względem danych A, B, C, naznaczymy go na blacie i ustawimy stolik w tym punkcie jakby w stanowisku podług jednego z danych punktów, *np.* *a*: gdyby punkt od oka wzięty miał prawdziwe położenie, to celując z niego do punktów *a*, *b*, *c*, kierunki przez przedmioty i im odpowiadające punkta na stoliku idące, przecinałyby się w punkcie obranym; lecz w praktyce rzadko się zdarza, abyśmy biorąc od oka zaraz od pierwszego razu utrafili położenie szukanego punktu. Dajmy przeto, że pierwsze położenie stolika jest takie, iż punkta A,′ B,′ C′ odpowiedają punktom na stoliku *a*,*b*,*c*: celując przez *a* do A′, przez *b* do B′, przez *c* do C′, i kreśląc te kierunki, zobaczymy że wszystkie się nieschodzą w jednym punkcie lecz przecinając się dwa po dwa, tworzą trójkąt 1, 2, 3; co pokazuje, że punkt odpowiedający punktowi stanowiska X znajduje się wewnątrz tego trójkąta. Wziąwszy ten punkt na oko, podług niego i jednego z danych punktów ustawiwmy stolik w stanowisku; dajmy, że teraz stolik wziął takie położenie, iż punkta *a*, *b*, *c*, odpowiedają punktom A,″ B,″ C″; celując przez punkta *a* i A″, *b* i B″ *c* i C′, otrzymamy mniejszy trójkąt 1′ 2′ 3′, więc punkt stanowiska znajduje się wewnątrz tego trójkąta; który wziąwszy dowolnie, przestawimy stolik na stanowisko podług nowo obranego punktu i jednego z trzech *np.* *n* W tym razie stolik weźmie położenie takie; iż punktom *a*, *b*, *c*, odpowiadają punkta na gruncie A,''' B,''' C''': teraz odbywszy działanie podobnie jak wyżéj, otrzymamy (jeszcze mniéjszy) trójkąt 1'' 2'' 3''. Tak daléj postępując, trójkąty otrzymane co raz będą mniejsze, aż nakoniec otrzymalibyśmy trójkąt którego wszystkie wierzchołki w jedenby się punkt zeszły, to jest punkt szukany. Oczywistą jest rzeczą, że w ciągu działań wierzchołki odpowiednie, to jest powstające z przecięcia się promieni ocznych do tego samego punktu na gruncie przez odpowiadający mu wysłanych, co raz bardziéj zbliżać się będą do punktu szukanego, a zbiór ich utworzy linią krzywą, nazwaną *linią błędów*: te linie błędów przez odpowiednie wierzchołki przechodzące, jak 1-1'-1'', 2-2'-2'', 3-3'-3'' przecinać się muszą w jednym punkcie x szukanym.

Ażeby się nie pomylić w wykréśleniu tych linii, należy wierzchołki odpowiednie oznaczać temi samemi głoskami lub cyframi: jak na naszéj figurze, wierzchołki 1', 1', 1'' z przecięcia się promieni przez b do B', B'', B''' i przez c do C', C''' C''' wysłanych; wierzchołki 2, 2', 2'' są przecięciami promieni przez b do B', B'', B''' i przez a do A', A'', A''' poprowadzonemi i t. p.

Chcąc z większą pewnością przedłużyć krzywe 1-1'-1'', 2-2'-2''', 3-3'-3'' potrzeba mieć przynajmniéj po jednym punkcie za punktem przecięcia x: aby ten punkt otrzymać, stolik należy obrócić tak, iżby miarkując na oko, promienie oczne a A_{IV}, b B_{IV}, c C_{IV} przypadły po drugiéj stronie promieni XA, XB i XC; a postępując jak wyżéj otrzymamy trójkąt $1'''$-$2'''$-$3'''$, mający wierzchołki w przeciwnéj stronie wierzchołków poprzednio otrzymanych trójkątów.

W praktyce te trójkąty bywają tak małe, że pospolicie środek trzeciego jest punktem szukanym: wreście im jeometra ma więcéj wprawy tem prędzéj podanym sposobem zagadnienie rozwiąże.

80 *Znaleść odległość dwóch punktów położonych na gruncie, których bezpośrednio mierzyć nie możemy ani łańcuchem ani stadyą.*

W tém zagadnieniu mieszczą się wszystkie poprzedzające: albowiem dosyć jest wyznaczyć na stoliku położenie obu punktów, których odległość oceniemy podług skali. Okoliczności miejscowe wskażą inżenierowi którego z podanych sposobów najkorzystniéj użyć powinien.

Jeżeli grunt na którym położone są punkta, między któremi odległości szukamy, był mierzony i kartę jego pod ręką mamy, na tenczas, kiedy grunt jest otwarty, obierzemy pomiędzy wiadomemi punktami dwa lub więcéj za kierujące, i odnosząc do nich punkta szukane, znajdziemy ich położenie. Gdy zaś nie posiadamy karty gruntu, potrzeba obrać punkta kierujące, zmierzyć ich odległość, czyli podstawę, do któréj punkta szukane odniesiemy.

81. Kiedy zaś dwa punkta których odległość wyznaczyć chcemy, tak są położone, że oba zarazem z żadnego innego punktu dojrzéć nie możemy, postąpimy następującym sposobem. Dajmy, że punkta A i B (fig. 61) położone są między zaroślą, budynkami i t. p. Jeżeli mamy gotową kartę grun-

tu na którym są te punkta położone, natenczas, ze strony punktu A i w jego bliskości, obrawszy dwa wiadomego położenia punkta za kierujące, wyznaczymy położenie punktu A : toż samo uczyniwszy ze strony B, wyznaczymy położenie jego: mając na karcie położenie *a* i *b* punktów A, B, odległość *ab* otrzymamy podług skali. Tym to sposobem postępujemy, mierząc jaką okolicę zarosłą drzewami lub zabudowaną, *np.* miasto, wieś i t. p. Otoczywszy punkta niedojrzane, jeden z drugiego, punktami które na otwartym polu z wszelką dokładnością wyznaczymy, do najbliższych wiadomych, odnosimy punkta wewnątrz położone *np.* do początku ulic, w lesie do początku dróg: i t. p.

Kiedy nie mamy karty gruntu na którym się punkta A i B znajdują, należy w najdogodniejszém miejscu i ile być może najbliżéj jednego z punktów A i B, wymierzyć podstawę czyli to bezpośrednio czyli za pośrednictwem przybranych punktów; znaleść położenie punktu tego, *np.* A, względem podstawy; toż samo, idąc od podstawy przez punkta pośrednie na otwartém polu, wyznaczymy położenie względem niéj drugiego punktu B.

Jeżeli zarośla lub zabudowania nie dozwalają nam na otwarétm polu działać dla połączenia z podstawą punktów A i B, potrzeba następującym sposobem postępować. Przekonawszy się, że możemy postępować bez przeszkody kiernnkiem ACDB, ustawimy do poziomu stolik w punkcie A, i zaraz znajdziemy na stoliku punkt na pionowéj A: o ten punkt oparłszy kierownicę, celujemy do tyki C i przemierzywszy odległość AC, odetniemy ją podług skali na stoliku od *a* do *c*, a ostatni z nich odpowiedać będzie punktowi C. Przeniosłszy się na punkt C, ustawimy stolik w stanowisku z jak największą dokładnością, to jest poziomo i tak, aby punkt *c* doskonale przypadł na pionową punktu C, i linia *ac* na stoliku przypadła na kierunek AC: mając to, celujemy przez pnnkt *c* do D, nakreślimy kierunek, przemierzymy odległość CD i tę od *c* do *d* podług skali odetniemy. Tak daléj postępujemy aż do B, i wyznaczymy punkt mu odpowiadający *b*. Wziąwszy teraz odległość *ab* w cyrkiel, i przeniosłszy na skalę, dowiemy się ile linia prosta między A i B zawiéra prętów.

To zagadnienie ma liczne zastosowania przy rozmiarach lasów, dzieleniu ich na poręby i podziały używane w gospodarstwie leśném, jako też w prowadzeniu dróg prostych przez bory, kopanie rowów między zaroślami, przy wynajdowaniu kierunku granic, i t. p. Przy rozmiarach miast i wsi często na rozwiązanie tego zagadnienia natrafiamy.

82 *Mając kartę gruntu wyznaczyć na niéj punkt na tymże gruncie dany.*

To zagadnienie rozwiązaliśmy we wszystkich poprzedzających zagadnieniach. Jakoż, jeżeli dany punkt do wyznaczenia jest na otwartém polu, obierzemy dwa punkta na gruncie takie, które są na karcie oznaczone, i do nich odniesiemy punkt szukany, jednym ze sposobów podanych od nru 71 do 79: jeżeli zaś dany punkt do wyznaczenia jest w śród gęstwiny, wyznaczymy go sposobem podanym w poprzedzającym numerze.

83. *Między dwiema punktami* A, B, (*fig.* 61) *niewidzianemi, jeden z drugiego wytknąć linią prostą.*

Jeżeli oba punkta znajduja się na otwartém polu, lecz przedzielone górami, małemi zaroślami lub zabudowaniami, natenczas sposobami podanemi pod num. 79 wyznaczać będziemy rozmaite punkta, co raz bliżej punktu jednego i drugiego, okrążając przeszkody, aż nareście wyznaczymy położenie obu względem siebie: jeżeli zaś oba lub jeden z nich znajduje się w śród lasu lub zabudowań, albo jeżeli przeszkody, okrążać niepodobna, wyznaczymy położenie obu punktów sposobem podaném w poprzedzającym numerze. Mając na stoliku położenie obu punktów *a* i *b* otrzymane jakim bądź sposobem, i kilka punktów pośrednich *c*, *d*.... ustawimy stolik w stanowisku na jednym z punktów A, B, *np.* w A za pośrednictwem punktów kierujących A i C; po czém przyłożywszy kierownicę do punktów *a b*, każemy ustawiać tyki, lub wycinać drzewa na promieniu ocznym. Jeżeli się zdarzy, że punkt B jest za górami, tak, że go z A dojrzeć nie można, na tenczas ustawiwszy za pomocą stolika kilka tyk lub wyciąwszy drzewa tak daleko jak tylko dojrzéć można, daléj przedłużemy linią tykami.

Zdejmując plan *a c d b* lini ACDB (fig 61) postępować należy z największą ostrożnością, również i linią AB, potrzeba z wszelką skrupulatnością wytykać, albowiem uchybienie na kilka minut w kierunku, kiedy punkta A i B są znacznie oddalone, wyprowadzić nas może o kilkadziesiąt prętów w bok punktu B: w takim razie gdybyśmy działali w lesie, wycinając fałszywą linią zrządzilibyśmy znaczną szkodę, za którą jeometra tylko odpowiedzialnym być powinien.

84. *Wyznaczyć na gruncie punkt odpowiadający danemu na karcie.*

To zagadnienie ma liczne zastosowania, już to przy wykonywaniu robót inżenierskich na karcie oznaczonych, już to sprawdzając lub wyszukając granice na gruncie zatarte.

Punkt szukany może być dostępny lub niedostępny, na otwartém polu lub pomiędzy zaroślami i budynkami.

Jeżeli jest na otwartém polu, znajdziemy go przez przecięcie następującym sposobem. Obejrzawszy grunt w okolicy szukanego punktu, dla wyszukania dwóch punktów dostępnych A, B,(fig. 59) których położenie a i b, na karcie jest dane, ustawimy kartę na stoliku przylepioną w stanowisku, oprzemy kierownicę o punkt a i x którego na gruncie szukamy, i celując ustawimy na promieniu ocznym kilka tyk; po czém przeniosłszy się do punktu B i na nim ustawiwszy stolik w stanowisku, oprzemy kierownicę o punkt b i x i celując wytkniemy linią; naostatek znajdziemy wspólne przecięcie tych dwóch linij sposobem podanym w roz. II, które będzie punktem X szukanym.

Chcąc sprawdzić to działanie, wyobrazimy sobie, że punktu wynalezionego X mamy wyznaczyć położenie na karcie: biorąc przeto punkta A i B za kierujące rozwiążemy zagadnienie, w num. 71; jeżeli przecięcie się kierunków przypadnie na punkt dany *x* pierwsze działanie było dobre i punkt X jest dokładnie wyznaczony na gruncie.

Dajmy teraz, że naznaczonego punktu *b* na karcie chcemy wyznaczyć położenie B (fig. 61) na gruncie w pośród zarośli. Obrawszy na gruncie punkt A, którego na karcie mamy położenie *a*, ustawimy stolik za pomocą punktów wiadomych około A położonych, w stanowisku, po czém przez *a* celując w stronę ku B, do punktu C tak obranego, abyśmy mogli przemierzyć linią AC, ustawimy tykę w C, i podług odpowiedniéj podziałki odetniemy przemierzoną odległość: dajmy, że na karcie wyznaczymy punkt *c* odpowiadający punktowi C: przeniosłszy się do punktu C, za pomocą punktów A, C i im odpowiadających *a* i *c*, ustawimy stolik w stanowisku, a oparłszy kierownicę o punkt *c* celujemy w stronę B do punktu D i t. d. postępujemy jak w punkcie C. Nareście doszedłszy do takiego punktu D, że na nim ustawiwszy w stanowisku stolik, i celując przez *d* i *b* żadnéj przeszkody na promieniu ocznym nie napotykamy, ocenimy podług skali odległość punktu D od B, którą odmierzywszy na gruncie od D, znajdziemy punkt szukany B, odpowiadający punktowi *b*.

Jeżeli punkt B jest niedostępny; na tenczas wyznaczymy drugi punkt E z któregobyśmy punkt

B widzieć mogli, a biorąc D i E za punkta kierujące, wyznaczymy położenie punktu B tak, jak w pierwszym przypadku tego zagadnienia.

Lecz jeżeli oprócz D innego punktu mieć nie możemy z któregoby punkt B mógł być widziany, na tenczas nie ma innego sposobu wyznaczenia punktu B, jak tylko za pomocą stadyi, (chybaby dozwolone było przez wycięcie zarośli odkryć linią), w tym celu wyślemy pomocnika ze stadyą na łodzi, lub jakim bądź sposobem, który dotąd będzie się usuwał po promieniu ocznym, dopóki na stadyi nie odczytamy odległości *b d* ocenionéj podług skali. Jeżeli zaś punkt B, jest bardzo ważny, a następnie mamy go wyznaczyć z wszelką ścisłością, na tenczas poświęcić potrzeba cząstkę lasu dla odkrycia punktu B tak, aby go otrzymać przez przecięcie z punktów D i E.

Nie trzeba tu zapominać o sprawdzeniu działania, na ten koniec, gdy dojdziemy do punktu D, z którego punkt B dojrzéć można, powtórzymy robotę działając wstecznie od D do A, jeżeli natrafimy na A, to będzie znakiem dobrze odbytego działania.

Jeżeli karta na któréj oznaczyliśmy punkt do wyznaczenia go na gruncie jest kosztowna, ochraniając ją od zużycia, przeniesiemy z niéj kilka punktów ważnych, których położenie na gruncie jest wiadome, na papier przyklejony na stoliku, a odnosząc się do tych przerysowanych punktów, postępować będziemy tak, jakieśmy dopiero powiedzieli.

84. ***Wytknąć na gruncie linią prostą nakreśloną na karcie.***

Rozwiązanie tego tak ważnego zadania jest połączeniem poprzedzającego z zagadnieniem w num. 82 rozwiązaném; albowiem znalazłszy położenie dwóch końców linii, potrafimy wytknąć tę linią.

Zagadnienia: *wytknąć prostopadłą linią do danéj przechodzącą przez punkt dany: wytknąć równoległą do linii danéj przechodzącą przez punkt dany:* są szczególnemi przypadkami zadania powyższego. Jakoż wyznaczywszy na karcie położenie punktu, przez który prostopadła lub równoległa ma przechodzić, względem danéj linii, wykreślimy prostopadłą lub równoległą na karcie do otrzymanéj linii: obrawszy punkt na prostopadłéj lub równoległéj najdogodniejszy, wyznaczymy jego położenie na gruncie, a mając punkt drugi na tych liniach, to jest punkt dany, potrafimy wytknąć te linie (82).

Wszystkie dotąd w tym rozdziale podane zagadnienia, odnoszą się do wyznaczenia jednego lub dwóch punktów; z tych pojedynczych zadań składa się sposób zdejmowania planów gruntu, miast i wsi z przyległościami, i znacznéj części kraju: aby te pojedyncze zagadnienia posłużyć mogły do zdejmowania kart, w następującym paragrafie podamy krótkie lecz podług naszego przekonania dostateczne przepisy.

Ogólne przepisy prowadzenia rozmiarów gruntu.

85. Stolik, kierownica, łańcuch lub stadya, są tak prostemi narzędziami mierniczemi, że dosyć raz je z uwagą obejrzéć i sprobować ich użycia,

ażeby je nadal z korzyścią użyć można: zaś rozwiązanie pojedynczych zagadnień wielkich trudności nieprzedstawia, zwłaszcza dla tych, którzy mają dobre początki jeometryi elementarnéj: lecz wybór sposobów i przynależyte ich użycie, zależy od wprawy. Radzimy przeto poczynającym jeometrom wprzód nim przedsięwezmą rozleglejsze rozmiary, każde z powyższych zagadnień po kilka razy na gruncie rozwiązać.

Karta gruntu, jakieśmy to widzieli, jest podobną figurą do gruntu odrzuconego na płaszczyznę poziomą; a zatem powinna przedstawiać figurę utworzoną przez rzeki, strumienie, kanały, drogi, scieszki, granice państw, prowincyi, miast i wsi; kontury lasów, łąk, miejsc błotnistych, wydm, pól urodzajnych, ogrodów; miasta, wsie nawet pojedyncze zabudowania, rowy, groble i t. p. Każdy z tych szczegółów albo jest figurą prostokreślną albo złożoną z prostych i krzywych lub samych krzywych linij; jedne zatém opisané będą przez ich wierzchołki, drugie wyznaczymy przez punkta, których liczba od kształtu linii zależy. Rozpoznanie przeto gruntu przed rozpoczęciem pomiaru, koniecznie jest potrzebne, bo nietylko ułatwia robotę, wiedząc np. gdzie dwóch, a gdzie więcéj potrzeba punktów dla wyobrażenia kształtu przynależytego, ale nadto wiele się przyczynia do dokładności działań i ich wypadków.

Przeto jeometra przebiegając ponad brzegami rzek, strumieni, wzdłuż dróg, obchodząc granice lasów; i t. p. szczegółów, powinien szczególniéj uważać na punkta znacznych zmian w figurze, gdzie jedne rzeki w drugie wpadają, gdzie się drogi schodzą lub przecinają: jeżeli ma utworzyć kartę ekonomiczną, powinien przybrać świadomych miejscowości, którzy mu wskażą granice wsi, rozdziału pól stanowiących oddzielne massy noszące szczególne nazwiska, t. j uroczyska i t. p.

Szczególniéj upatrywać powinien przedmiotów, któreby mu w ciągu działania posłużyć mogły za punkta kierujące, takiemi są kominy na dachach, krzyże na kościołach lub dzwonnicach, oddzielnie stojące drzewo, krzyże przy drogach, i t. p. Jeżeli w punktach uznanych za ważne nie ma naturalnych znaków, każe na nich ustawić pionowe żerdzie proste znacznéj wysokości, opatrzone u wierzchu lekkim koszem, ażeby je zdala dojrzéć można. Wszystkie znaki czy naturalne czyli żerdzie, tak rozłożone być powinny, ażeby formowały ciąg trójkątów prawie równobocznych, położenie zaś każdego znaku powinno być takie, iżby go z wielu punktów dobrze widzieć i rozeznać można, i wzajemnie, żeby z miejsca jego można wiele obocznych przedmiotów wyraźnie dostrzedz. Ponieważ częstokroć jeden przedmiot, zwłaszcza drzewa, widziane z różnych stron inaczéj się maluje, przeto dla uniknienia pomyłki należy takich znaków odrysować widoki ze stron rozmaitych.

Karta, choćby najniedokładniejsza gruntu, który mamy mierzyć, wielce ułatwia działania, przeto dobrze jeometra uczyni, jeżeli obchodząc grunt dla rozpoznania go, wykreśli od oka kartę jego.

86 Jeżeli rozmiary rozwiązują się na gruncie wielkiéj przestrzeni, i jeżeli z nich zamierzamy otrzymać kartę z bardzo wielką dokładnością, na tenczas wyznaczymy główne punkta za pomocą narzędzi i rachunku, to jest trygonometrycznym sposobem; a dopiéro miejsca pomiędzy temi punktami, zapełniamy szczegółami które stolikiem zdejmujemy. Mając na papiérze przeznaczonym na kartę, umieszczone punkta trygonometrycznie otrzymane, tém samém mamy punkta kierujące, przeto w prost stolikiem działać możemy. Lecz kiedy poprzednio grunt nie był trójkątowany, to jest kiedyśmy nie odbyli działań które nam dają punkta kierujące, potrzeba naprzód wymierzyć podstawę, któréj końce są punktami kierującemi. Położenie i długość podstawy nie są zupełnie dowolne.

Naprzód, *podstawa rozciągać się powinna o ile można na równym i poziomym gruncie w środku przestrzeni danéj do mierzenia:* od dokładnego bowiem jéj wymierzenia zależą wypadki, a przeto, im grunt jest równiéjszy, na którym mierzemy linią, tém dokładniéj otrzymamy jéj długość. Lecz że nie można się spodziewać matematycznéj dokładności, chočbyśmy podstawą mierzyli kilka razy, przeto im punkta do niéj odniesione są jéj bliżéj, tém błąd popełniony mniéj wpływa na oznaczenie tychże punktów: a więc podstawa powinna być położona w środku gruntu mierzonego. 2re Podstawa tak położona być powinna, żeby z obu jéj końców jak najwięcéj przedmiotów dojrzeć można. 3cie Długość jéj powinna być zastósowana do odległości i położenia ważnych przedmiotów, które chcemy bezpośrednio odnosząc je do podstawy, wyznaczać; albo wyraźniéj mówiąc, podstawa powinna być tak długa, żebyśmy z niéj przecinać mogli ważne przedmioty pod kątem 60° lub jego spełnieniem, to jest pod 120° (num. 69), a następnie pod wszystkiemi kątami zawartemi między 60° a 120°.

87. Jeometrowie mając podstawę, pospolicie wprost rozpoczynają działania od zdejmowania szczegołów, nie chcąc niby tracić czasu na wyznaczenie wprzód znakomitych kierujących punktów, które dopiéro w tenczas oznaczają kiedy się nawiną. My jednak jesteśmy tego przekonania, że wyznaczenie dobrze obranych punktów kierujących daje sposób częstego się sprawdzenia, a zatém ostrzega wcześnie o błędach, co właśnie przyczynia się do pośpiechu roboty: z tego powodu podamy wyobrażenie trojkątowania gruntu za pomocą stolika mierniczego.

Wychodząc od podstawy AB (fig 62), utworzymy po obu stronach trójkąty AB *a*, AB*m*, AB*n*, AB*c*, AB*k*, wszystkie oparte na podstawie. Jeżeli punkt *o* jest ważny, wyznaczymy go tworząc trójkąt B*ko*, i znów na boku B*o* oparłszy trójkąt wyznaczymy punkt *p*: tych dwóch punktów *o* i *p* nie można było bezpośrednio odnieść do podstawy, promienie bowiem oczne z B i A do tych punktów idące przycięłyby się zbyt ukośnie, zatém to przecięcie nie byłoby wyraźne. Przypatrzywszy się z uwagą figurze, poznamy jak mniéj więcéj należy wiązać z sobą trójkąty, dla wynalezienia punktów *b*, *q*, *e*, *g*, *ł*, ... Temi punktami kierującemi które także *posiłkującemi* nazywamy, (jeżeli *główne* wyznaczone są trygonometrycznie), powinny być szczególniéj stałe przedmioty, jako drzewa odosobnione, kominy domów, i t. p.

Starać się potrzeba o zapewnienie punktów posiłkowych wewnątrz miast, wsi i pomiędzy zaroślami

Mając zapewnione punkta posiłkowe, każemy pozabijać kołki numerowane, na wydatnych punktach obwodnic szczegołów tylu, ile przez dzień zebrać można. To się zowie *obkołkowaniem*. Po tém wyznaczają się te punkta przez przecięcie, trzymając się porządku numerów.

Wprzód nim rozpoczniemy działania wewnątrz miast, wsi, lasów lub innych zarośli, wyznaczymy ich obwodnice, starannie naznaczając na nich, początek ulic lub dróg i ścieszek prowadzących wewnątrz figury; nadto na obwodnicy, lub blisko niéj na drogach, brzegach rzek, na granicach i t.p. potrzeba naprzód zapewnić sobie kilka punktów w różnych odległościach. Od tych punktów rozpoczynając działanie, cząstkowo wyznaczymy obwodnice tych szczegółów. Te punkta powinny bydź otrzymane przez pierwsze trójkątowanie, i za pomocą innych punktów również pewnych sprawdzone. Jeżeli jeometra pominie te ostrożności bardzo łatwo znaczne błędy popełni, bowiem jakośmy widzieli w num. 81, 82 i 83 pomiędzy zaroślami działając, mamy tylko punkt poprzedni i następny podług których ustawiamy stolik w stanowisku a zadnegp innego punktu nie widziemy przez który moglibyśmy otrzymane wypadki sprawdzić. Mając zapewnione punkta na obwodnicy zarośli lub miejsca zabudowanego, jeżeli wyszedłszy z jednego punktu prowadzimy robotę wskroś tych zarośli lub zabudowań, *np.* wyznaczając drogę, przyjdziemy do drugiego punktu pewnego i ten się zgodzi zupełnie z wypadkiem ostatecznie otrzymanym, znakiem jest, żeśmy wewnątrz dobrze działali: w razie przeciwnym całą robotę powtórzyć potrzeba.

Brzegi rzek i rzeczek wyznaczają się oba; strumyków, dróg i ścieszek jeden tylko, drugi kreśli się w przynależytéj odległości równolegle do pierwszego, chyba że znacznie odstępują od równoległości, lub jeżeli mierzymy grunt dla utworzenia karty ekonomicznéj, na któréj wszelkie linie i obwody powinny być sumiennie z wszelką dokładnością wyznaczone. Rzeki znaczniejsze a nawet pomniejsze pospolicie mają podwójne brzegi, to jest najwyższéj i najniższéj wody; pierwsze są wyraźne, stałe i zwykle wysokie, drugie są zmienne: jeometra powinien oba na karcie wyznaczyć, równie jak linią po którą w czasie wylewów woda sięga, chociażby pomiędzy tą linią a właściwym brzegiem rzeki były pola uprawne, łąki, budowle i t. p.

Obwód wysp wyznacza się przez przecięcie z jednego lub obu brzegów lądu dostatecznéj liczby punktów. Jeżeli wyspa jest znacznéj rozległości, lub wewnątrz znajdują się szczegóły, jako budowle, pola, łąki i zarośle, na tenczas wyznaczymy z lądu trzy a przynajmniéj dwa punkta dogodne wewnątrz niéj położone, które wziąwszy za kierujące, potrafimy zdjąć plan wyspy ze wszystkiemi jéj szczegółami.

Czyli zdejmujemy oddzielny plan wsi lub miasta, czyli one są częścią karty gruntu mierzonego, zawsze potrzeba naprzód z otwartego pola wyznaczyć z wszelką dokładnością przez przecięcia ich obwodnice, a mianowicie początek ulic i jeżeli można kilka punktów wewnątrz położonych *np.* wieże, szczyty domów i t. p. Mając to, obierzemy najprostszą i najobszerniejszą ulicę, którą, działając podobnie jak na fig. 61 wejdziemy wewnątrz: idąc wzdłuż téj ulicy naznaczać będziemy punkta w których do niéj inne ulice wpadają.

Jeżeli wewnątrz miasta jest rynek lub plac jaki, dwojakim sposobem postąpić możemy: albo z obwodu miasta wchodzimy w rynek wszystkiemi ulicami, albo wszedłszy celniejszą ulicą, wyznaczymy kształt jego i naznaczymy początek ulic z niego wychodzących; poczém temi ulicami wychodzimy na obwód miasta. Kiedy punkta poprzednio na obwodnicy naznaczone zgodzą się z wypadkami działań rozpoczętych od rynku, to będzie znakiem dobrze wykonanéj roboty. Jeżeli okoliczności miejscowe pozwolą, możnaby z balkonów, dymników lub wież, wyznaczyć najznakomitsze szczegóły miasta, mianowicie takiego gdzie ciągły ruch przeszkadzać może robocie.

Mając już na stoliku kierunek, szerokości i długości ulic, przejść i placów, to jest ogólny rys miasta lub wsi, przystępujemy do ocenienia rozległości domów, gruntów, publicznych ogrodów, i t. p. przedmiotów objętych obwodnicą wsi lub miasta. Tworząc ekonomiczną kartę, potrzeba rozległość pomienionych przedmiotów mierzyć prętem drewnianym: nietylko zaś długość i szerokość własności oddzielnych wyznaczyć, ale nawet plan budowli zdjąć potrzeba.

Gdyby budowla była znacznéj rozległości, dziedzińce obszerne, na tenczas śpieszniéj robota idzie, kiedy wewnątrz wprowadzimy stolik dla zdjęcia szczegółów wewnętrznych lub też te szczegóły zdejmujemy węgelnicą.

Kierunek karty w przestrzeni, czyli wyznaczenie południka na karcie.

88. Nie możemy sobie pochlebiać, żeby karty otrzymane wyżéj podanemi sposobami były użyteczne dla potomności, która może wcale inną postać powierzchni gruntu przez nas pomierzonego, oglądać będzie; do Geodezyi bowiem i kart ściśle topograficznych należy odległe wieki nauczyć, na jakiéj ziemi odbyło się tyle zmian politycznych lub fizycznych, jeżeliby nastąpiły. Ale prawie z pewnością spodziewać się możemy, że po dwóch jeszcze wiekach, karty nasze świadczyć mogą jakiemi granicami przez poprzedników grunt posiadany był zamknięty, do któregoby potomkowie prawnie powrócić mogli. W tym przeciągu czasu wiele zmian zajść może na powierzchni naszą kartą objętéj: lasy zamieniać

się mogą na urodzajne pola lub miasta handlowe, bagna osuszone, mogą wydawać obfite plony; jedne drogi zginąć a inne w ich miejsce powstać i t. p. Na tenczas nasza karta nie podobna będzie do tak odmienionego gruntu, i na nicby się nie przydała, gdybyśmy nie mieli sposobu naznaczenia jéj kierunku. Mając bowiem kierunek karty i przynajmniéj jeden punkt pozostały na gruncie, potrafimy ustawić kartę w stanowisku, a następnie odkryć na gruncie położenie zagubionych szczegółów; albowiem, sposób naznaczenia kierunku na karcie południka ziemskiego, w następującym numerze podany, może posłużyć do wytknięcia go na gruncie, bacząc, że na małéj przestrzeni, południki za linie równoległe być mogą uważane. Owoż, mając na gruncie i karcie po punkcie i linią kierunkową, można stolik postawić w stanowisku.

Ten to jest najgłówniejszy cel kreślenia na karcie kierunku igły magnesowéj, albo południka magnetycznego. Wyznaczenie tego południka jest bardzo łatwe. Ustawiwszy stolik na którymbądź punkcie w stanowisku, stawiamy igłę magnesową na stoliku, i dotąd zmieniamy jéj położenie, dopóki jeden z końców *np.* szmelcowany, a ciągle zwracający się ku północy, nie przypadnie na podział zero: to położenie mając, wzdłuż brzegu pudełka równoległego od igły magnesowéj nakreślona, linia jest kierunkiem igły magnesowéj, czyli południkiem magnetycznym.

Lecz, jak wiadomo, igła magnesowa zmienia z czasem kierunek, przeto należy podać sposób wykreślenia takiego kierunku, który nigdy się nie odmienia, a tym jest południk ziemski czyli geograficzny, który za pomocą dokładnych narzędzi i znajomości Astronomii wyznaczyć można prawie dokładnie: my zaś dotąd nie znając dokładniejszego narzędzia nad stolik mierniczy, za pomocą niego wyznaczymy na karcie południk ziemski dość dokładnie, następującym sposobem.

89.. Przyjmujemy jako skądinąd dwie następujące prawdy: 1° kiedy cienie rzucone w ciągu dnia od pionowego przedmiotu są równe, słońce w tych dwóch chwilach znajduje się w równéj odległości od południka ziemskiego; 2° gdy rzucone cienie przez tenże sam przedmiot pionowy są sobie równe, linia *dzieląca* kąt zawarty między temi cieniami na dwie równe części, jest linią południkową albo krócéj południkiem.

Na tych prawdach oprzemy następujące postępowanie. W punkcie A (fig. 63) na gruncie, któremu odpowiada na stoliku punkt *a*, ustawimy stolik w stanowisku, do którego przymocujemy drut wygięty, na końcu opatrzony blaszką S bardzo delikatnie przedziurawioną w środku; téj blaszce nadamy taki kierunek, aby na trzy godziny przed i trzy po południu, promienie słońca mogły przez ten otworek przechodzić. Spuściwszy delikatny pionek z otworka S, wyznaczymy jego spadek P, który wziąwszy za środek, z niego nakreślimy kilka współ-środkowych łuków $1\text{-}h\text{-}1'$, $2\text{-}h'\text{-}2'$, $3\text{-}h''\text{-}3'$ i t. d. Dopiéro cokolwiek przed godziną dziewiątą rano, zaczynamy uważać światełko rzucone na płaszczyznę stolika przez otworek S, które, skoro przypadnie na pierwszy z łuków zakreślonych, naznaczymy go liczbą 1. Podobnież śledząc nieprzestannie rzucone światełko, skoro przypadnie na drugi, trzeci, czwarty, i t. d. łuk, oznaczymy te punkta numerami 2, 3, 4.... Jeżeliśmy uważali o jakim czasie światełko na łuki padało, *to jest: o ile godzin, minut przed dwónastą* godziną, o tyleż po godzinie dwónastéj na te same łuki po drugiéj stronie środka P przypadnie. Lecz żeby nie chybić czasu, zawierzając może niedokładnemu zegarkowi, należy nieodstępnie pilnować stolika, i tak jak wyżéj oznaczać punkta wskazane na łukach przez światełko, i oznaczamy je numerami 4′, 3′, 2′, 1′. Po ukończeniu tego działania około trzeciéj godziny po południu, podzielimy łuki 1-1′, 2-2′, 3-3′, i 4-4′ na dwie równe części, w punktach h, h', h'' i h''', a linia przez te punkta przechodząca powinna być prosta i przechodzić przez punkt P. W razie przeciwnym powtórzymy na drugi dzień i na trzeci działanie, aż nakoniec otrzymamy żądaną linią P N, która będzie południkiem miejsca.

Jeżeli najdelikatniejsze działania astronomiczne nie dają kierunku południka z matematyczną ścisłością, lubo wprawdzie po licznych obserwacyach, zbliżamy się do prawdy tak blisko, że błąd popełniony jest prawie niczém;

tém bardziéj nie możemy spodziewać się, ażeby podany sposób wykreślny był dokładnym. To jednak pewna, że podanym sposobem wykréślony południk, jest bez porównania dogodniejszy i dokładniejszy niżeli południk magnetyczny. W wyznaczeniu zaś jeograficznego, tém więcéj zbliżamy się do dokładności im liczba obserwacyi jest większa, i kiedy działamy w czasie, kiedy słońce mniéj zmienia punkta wschodu i zachodu, to jest: około dnia 20go czerwca. Stolik niepowinien być ruszany z miejsca przez cały ciąg obserwacyj: w takim razie należy stolik pokryć płótnem pokostowanym na czas w którym się obserwacye nie robią.

Rozdzielenie działań mierniczych na kilka Stolików.

90. Jużeśmy wyżéj powiedzieli, że gdy mamy mierzyć grunt znacznéj rozległości, powiatu, parafii, dóbr rozleglejszych, a nawet wsi, powinien jeometra wyznaczyć stosowną liczbę punktów za pomocą dokładnych narzędzi i rachunku.

Mając tym sposobem wiadome położenie punktów jednych względem drugich, potrafimy rozdzielić zdejmowanie szczegołów na kilka stolików tak, że zarobiwszy je szczegółami gdy są złożone stosownie, stanowić będą jednę kartę. Na ten koniec wykreślimy sieć trygonometryczną (fig. 62), i stosownie do potrzeby podzielimy pole, trójkątami pokryte, na dwa, trzy, cztery, i t.d.

części jak na figurze, na cztéry: potém punkta przeniesimy na stoliki następującym sposobem. Naprzód przez punkt Q wiadomy co do położenia poprowadzimy dwie linie SR i UT, prostopadłe do siebie: do jednéj z nich *np* do SR i do punktu Q odniesimy punkta i, g, h, A, k. .... to jest: obliczymy długość prostopadłych ix, gx'', Ax' hx''', kx^{iv}... jakoteż odległości spodków tych prostopadłych Qx, Qx', Qx'', Qx''', Qx^{iv} . . . czego część trygonometryczna miernictwa naucza.

Dajmy teraz, że mamy przenieść punkta położone w sekcyi MSQU na stolik M′S′Q′U′: podług danéj skali dla stolika M′S′Q′U; przeniesiemy na krawędź Q′ S′ odpowiedającą linii QS i obliczone odległość Qx^{iv}, Q′x,′′′ Q′x'', Q′x' i Q′x z punktów x^{iv}, x''', x,′′ x' i x wyprowadzimy prostopadłe do Q′S′, na których odpowiednie odetniemy długości $x^{iv}k'$, $x'''h'$, $x''g$, x'A′, xi'; tym sposobem znajdziemy położenie punktów i',A′,g',h',k' odpowiedające punktom pierwszéj sekcyi i,a, g, hk, ′. Tym samym sposobem przeniesimy punkta, położone w innych trzech sekcyach. Na każdym stoliku powinno znajdować się najmniéj trzy punkta trygonometryczne. Nadto tak dla ułatwienia działań na gruncie jako téż obliczenia powierzchni szczegołów stolikiem objętych, kwadrat stolikowy powinien być na mniejsze podzielony kwadraty zawierające wiadomą powierzchnię, *np.* jedną lub kilka włok, albo pewną liczbę morgów.

Jeżeli jeometra obchodzić się musi samym stolikiem, natenczas tak może postąpić. Oglądając grunt (85) dany do pomiaru, jeżeli osądzimy, że go na jednym stoliku podług danéj skali zmieścić nie będzie można, natenczas starać się będziemy tak rozpocząć działania, a mianowicie obrać położenie podstawy i tak ją na pierwszym stoliku wykreślić, ażeby cały grunt zmieścił się na najmniejszéj liczbie stolików. Kreśląc trójkąty na pierwszym stoliku potrzeba koniecznie wyznaczyć kilka punktów w bliskości i na samym marginesie, jak *a*, *b*, *c*, *g*, *f*, *h*, *i* (fig 64) w *téj* stronie w którą robotę przedłużyć mamy. Te punkta które są w bliskości marginesu przypadną na marginesie stolika następującego, te zaś któreśmy na marginesie wyznaczyli, przeniesione na stolik następujący przypadną wewnątrz niego, jak *a'*. *b'*, *c' g' f' h' i'*, które będą kierującemi do wyznaczenia następnych punktów. Uważać tu potrzeba, że przez wpływ zmian atmosfery ściąga się papier na blacie stolikowym przyklejony, a następnie punkta na nim oznaczone zmienić mogą położenie względem siebie. W przenoszeniu więc punktów z jednego na drugi stolik, na tę okoliczność wzgląd mieć należy, to jest: błąd ocenić i podług tego punkta pownosić na stolik następny.

Mając po kilka punktów na każdym stoliku wyznaczonych, możemy rozpocząć zdejmowanie szczegółów od któregobądź stolika: gdy zaś wszystkie zarobione będą złożywszy je stanowić będą jednę kartę gruntu pomierzonego.

Sprawdzenie rozmiarów.

91 Jeometra ma rozmaite sposoby sprawdzenia roboty swojéj; albo ten sam punkt przecinając z różnych stanowisk, albo znaleziony punkt wziąszy za stanowiska, odnosi do niego punkta ż sprawdzone; albo przez zamykanie figur i t. p żeli zaś chce sumiennie postępować, nigdy nie ıwinien zaniedbywać sprawdzenia swéj roboty, ociażby z niéj nie miał zdać sprawy przed swoı .zwierzchnikiem.

Mimo tego, po ıkończeniu pomiaru koniecznie nastąpić powinna rewizya onego. Naprzód rawdzić należy łańcuch i podziałkę, podług któj plan jest wykonany: następnie ocenić stosunek którym długość na karcie, zmniejszyła się, skutek schychania się papieru na blacie stolika przyklejonego. Po tych przygotowaniach, tak daléj postąpić należy. Między punktami, których na karcie wiadome są położenia, wytykają się linie proste w różnych miejscach gruntu, tak jednak aby wiele przecinały szczegółów: po czém mierząc te linie *rewizyjne*, oceniamy ich części, objęte obwodnicami szczegółów przez nie przeciętych. Mając to wykreślimy na karcie linie proste pomiędzy punktami na gruncie wziętymi: części linij nakreślonych zawarte pomiędzy odpowiedniemi obwodnic punktami, ocenimy podług skali i podług wynalezionego stosunku na zeschnięcie papieru, zredukowawszy je, jeżeli ich długości zgadzają się z długościami odpowiedniemi, na gruncie przemierzonemi, na tenczas rozmiary gruntu dobrze wykonane były.

Jeżeli na kierunkach linij rewizyjnych są wody, bagna, i t, p. przeszkody, dla których nie możemy mierzyć łańcuchem niektórych jéj części, na tenczas niedostępne odległości wyznaczamy za pomocą stolika. Na ten koniec obierzemy na gruncie dwa punkta wiadome na karcie i dogodnie położone względem niedostępnych linij, wykréślimy je na czystym stoliku, i do nich odnosząc działania wyznaczymy długość niedostępnych części. Tego sposobu radziemy używać nawet w tenczas kiedy linie rewizyjne położone są na nierównym lub pochyłym gruncie.

Linie rewizyjne kréślą się na karcie karminem, i wnoszą podług podziałki planu poprawionéj ze stosunku znalezionego na uschnięcie papieru.

Pomiar uważanym będzie za dokładny, jeżeli wykryte błędy nie przechodzą na *tysiącu* prętów: na planie wykonanym podług podziałki $\frac{1}{5000}$, *jednego pręta:* na podziałkę $\frac{1}{2500}$ *połowę pręta:* na podziałkę $\frac{1}{1250}$ *ćwierć pręta*, czyli *półtrzecia pręcika.* Jeżeli większe okażą się błędy, na całéj karcie, pomiar odrzuconym być winien.

Sprawdzenie pomiarów i karty powinno się uskutecznić przed zdjęciem jéj ze stolika.

ROZDZIAŁ V.

O PRZERYSOWANIU KĄTÓW DANYCH W STOPNIACH.

Narzędzia mogące zastąpić stolik, oprócz
cha i węgelnicy, są *Grafometr i Busola.*
mocą tych narzędzi otrzymujemy kąty w sto-
h, które się na papier przenoszą za pomocą
ıośnika; lubo Grafometrem możemy wyko-
ıć trygonometryczne dzieła, o których w dru-
części tego dziełka mówić zamierzamy.

Przenośnik i jego użycie.

93. Wiemy z jeometryi, co jest kąt, co jego dopełnienie i spełnienie; dla czego kąty mierzymy łukami, o tém przeto mówić nie będziemy ale zaraz przystąpiemy do wykréślenia kątów danych w stopniach.

Narzędzie służące do wykréślenia boków danych w stopniach, nazywa się *Przenośnikiem*; Jest to półkole ADB (fig. 65) podzielone, na stopnie, oparte o swoję średnicę AB, która jest bokiem prostokąta AA′BB′ stanowiącego jedno ciało z półkolem Podziały na obwodzie *ab* idą od *a* do *b* począwszy od *zera* aż do 180 stopni, i są numerowane od 5 do 5 stopni, na obwodzie *cd* współśrodkowym z poprzedzającym; rozciągają się podziały od 180° do 360°, i są znaczone od

10 do 10 stopni. Przez punkt E wspólny środek wszystkich łuków i przez punkt D dzielący półkole na dwie równe części przez podział 90° nakréślona jest linia DE'. Taki jest skład narzędzia do przerysowania kątów danych w stopniach. Jeżeli średnica AB jest długa 8 lub 9 cali, podziały na obwodzie ADB mogą dawać połowy stopniów czyli 30 minut.

94. Dwa łuki FH i GI wpółśrodkowe z łukami AB i *ab*, stanowią *Przenośnik dopełniający*; tu podziały tak są napisane, że od podziałów przenośnika zwyczajnego są usunięte o kąt prosty czyli o 90 stopni: tak na przedłużenie podziału 90° łuku *ab* jest *zero* na łuku FH, na łuku zaś GI podział 180° odpowiada podziałowi 270° na łuku *cd*: łuk bowiem FH dopełnia łuk *ab*, a łuk GI dopełnia łuk *cd*.

Przenośnik podziału dziesiątnego jest zupełnie tym samym sposobem zbudowany: podziały idą od *zera* do 200 stopni, i od 200 do 400 stopni. Podziały przenośnika dopełniające są o 100 stopni usunięte od podziałów przenośnika zwyczajnego.

95. Dokładność przenośnika zależy na dokładnym podzieleniu go na stopnie. Podamy sposób sprawdzenia dokładności podziałów. Na papierze przyklejonym na równym blacie, wykréślimy koło promieniem większym od promienia przenośnika: w to koło wpiszemy bok pięciokąta i obok niego bok sześciokąta foremnego; piérwszy podpiéra łuk 72 stopni, drugi 60 stopni: te dwa łuki odjąwszy od siebie, otrzymany łuk

12 stopni obejmujący, a piérwsze dwa podzieliwszy przez dwa, otrzymamy ostatecznie łuki obejmujące 36, 30 i 12 stopni.

Mając kąt lub kilka kątów o wspólnym wierzchołku podanym sposobem wykréślonych, z największą dokładnością, za pomocą nich sprawdzimy podziały przenośnika jak następuje; ustawiwszy przenośnik tak, aby środek E. (fig. 65) kół przenośnika padł na wierzchołku kątów, i średnica AB, poszła po wspólném ramieniu wszystkich kątów; uważamy czyli drugie ramiona przechodzą przez podziały odpowiadające kątom nakreślonym, po czém obrócimy przenośnik około punktu E nie sprowadzając z niego wierzchołka kątów, i naprowadzimy wspólne ich ramie na podział 1 stopnia, i uważamy czyli drugie ramiona przypadają na podziały o jeden stopień posunięte, *np* gdyby w piérwszém położeniu przenośnika, ramiona drugie kątów przechodziły przez podziały 36°, 30°, 12°, w drugiém położeniu przenośnika przechodzić powinny przez podziały 37° 31°, 13°. Tak postępując, przejdziemy wszystkie podziały przenośnika.

96. *Na linii* AB *przy punkcie* C (*fig.* 66) *wykréślić kąt zawierający* 59°.

Na linii AB ustawimy przenośnik tak, aby środek jego *e* i podział 59° przypadły na téjże linii AB, po czém posuwamy przenośnik nie sprowadzając punktu *e* i podziału 59 z linii AB, dopóki krawędź *a' b'* przenośnika nie przypadnie na punkt C, a linia nakréślona wzdłuż *a' b'* czynić będzie z linią CB kąt 59°.

Wykreślić kąt większy od dwóch kątów, to jest między 180⁰ *a* 270 .

Działanie nie będzie trudniejsze od poprzedzającego. Dajmy, że na linii AB przy punkcie C (fig. 66) mamy wykréślić kąt zawierający 239°. Srodek *e* i podział 239⁰ ustawimy na linii danéj AB i dotąd posuwamy przenośnik nie sprowadzając z linii AB punktów *e* i podziału 239, dopóki punkt C nie przypadnie na linią *a' b'*, poczém na kreślimy linią C' *b'*, otrzymamy kąt DCB (uważając go w stronę strzałki) zawierający 239°.

Wykréślić kąt większy od prostego, lub większy od trzech kątów prostych.

Dajmy, że na linii AB przy punkcie C (fig. 67 mamy wykréślić kąt, któryby z linią BC czyn 125°: środek *e* i podział 125° ustawimy na linii AB tak aby podział 125° przypadł na przedłużenie BC ku A; z resztą postępując jak wyżéj, nakreślimy linią wzdłuż C*b'*, skąd otrzymamy kąt szukany BCD.

Gdybyśmy mieli wykréślić kąt 280⁰ ten podział ustawilibyśmy na przedłużeniu BC w stronę A, a nakréśliwszy linią C*a'* otrzymamy kąt szukany BCD' (czytając go w stronę strzałki).

Można w prawdzie sprowadzić wszystkie, powyższe przypadki do wykréślenia kątów ostrych pamiętając na to, że kąty przyległe na jednéj linii czynią dwa kąty proste, i że kąty wierzchołkiem przeciwległe są sobie równe: lecz dla uniknienia działań arytmetycznych lepiéj jest kréślić kąty dopiéro podanemi sposobami.

97, Użycie przenośnika dopełniającego opiera się na téj prawdzie: *jeżeli do ramion kąta danego poprowadzimy dwie prostopadłe, kąt między niemi zawarty jest równy kątowi danemu.*

Przenośnik dopełniający przeznaczony jest do kreślenia kątów bardzo ostrych, *np.* między *zerem* a 10^0. Użycie jego jest następujące.

Dajmy, że mamy wykreślić kąt zawierający 10^0. Do linii AB (fig. 68) z punkta C, który ma być wierzchołkiem kąta żądanego, wyprowadzimy prostopadłą CM: na téj linii ustawimy przenośnik tak, aby środek jego *e* padł na C a podział 10^0 wzięty na przenośnika dopełniającym przypadł na téjże linii, po czém przenośnik posuwając tak, aby punkta *e* i podział 10 nieschodził z linii CM dopóki linia *a' b'* nie przypadnie na punkt C, a linia nakreślona wzdłuż linia *a' b'* uczynić kąt BCD=10^0.

98. *Przez punkt dany zewnątrz linii poprowadzić linią, prostą, któraby z daną czyniła kąt równy danemu w stopniach.*

Jeżeli odległość punktu jest mniejsza od promienia przenośnika, natenczas wykréślenie kąta tém tylko różni się od poprzedzających, iż nie na punkt C na linii, lecz na dany zewnątrz nasuwamy linią *a' b'* (fig. 66 i 67). Gdy zaś danego punktu promień przenośnika dosięgnąć nie może, natenczas gdziekolwiek na linii wykréślimy kąt żądany, i przez punkt dany poprowadzimy linią równoległą do wykréślonego poprzednio ramienia.

ROZDZIAŁ VI.

O GRAFOMETRZE I JEGO UŻYCIU

Opisanie i sprawdzenie Grafometra.

99. Zostawując opisanie i użycie dokładn kątomierzów dających kąty z wszelką ści: ścią do trygonometrycznéj części miernictwa, szemy teraz Grafometr najprostszego składu.

Figura 69 (a) przedstawia Grafometr wid ny z góry, zaś fig 69 (b) widziany z boku. Te same części w obu figurach oznaczone są temi samemi głoskami.

Półkole ABC jest podzielone na stopnie, opiéra się na prawidle AB z którem stanowi jedno ciało. Na końcach tego prawidła są pionowo przytwierdzone celowniki *p*, *p*, podobne do opisanych przy węgelnicy (40). W środku półkola obraca się prawidło LL na czopie O, które na końcach swoich nosi celowniki *p' p'*: to prawidło krótsze jest od piérwszego AB tak, iż jego brzegi suwają się po półkolu podzielonym na stopnie. Dwie libelle *m*, *n*, przytwierdzone są tak, że osie ich czynią kąt prosty i są równoległe do płaszczyzny narzędzia. Częstokroć Grafometr opatrzony jest busolą QNES, dla łatwiéjszego ustawienia go w kierunku. W sztuce M pod spodem prawidła AB, umocowany jest walec MG prostopadle do płaszczyzny narzędzia, zakończony powierzchnią kuli. Ta gałka wchodzi czelnie w wydrążenie kuliste osady DK: śru- V służy do zatrzymania gałki G w jakiémkolek jéj położeniu. W czasie działania to narzędzie osadzone jest na trzech nogach, założonych ejka D jest zasadzone.

100. Wprzód nim podamy sposoby na które nia dokładności Grafometra, pokażemy jak kąt warty pomiędzy kierunkami AB i AC, z punktu do punktów B i C prowadzących, ocenić możemy.

W punkcie A (fig. 70) ustawimy Grafometr tak, aby pion spuszczony z punktu obrotu ruchomego prawidła, przypadł na punkt A, a bańki powietrzne w śródwagach stanęły w środku rurek szklannych. Jeżeli stopnie są numerowane od lewéj ku prawéj ręce, wtedy tak obrócimy Grafometr żeby prawidło jego nieruchome przypadło na kierunku AB, jak na figurze widzimy: w przeciwnym razie to prawidło ustawione być powinno na kierunku AC. Zatrzymawszy Grafometr w tém położeniu, wycelujemy prawidłem LL do przedmiotu C (fig. 70) i zaraz odczytamy stopień na który przypadła linia LL, zwykle przez środek prawidła ruchomego wzdłuż nakréślona. (Na fig. 70 ta linia przypadła na 44°; przeto kąt BAC zawiéra 44°). Ponieważ ustawienie narzędzia na stanowisku wiele zabiéra czasu, należy przeto starać się z jednego stanowiska, nie wzruszając Grafometru, obserwować kąty zawarte między przedmiotami do koła stanowiska rozłożonemi, jeżeli jest tego potrzeba.

Jeżeli summa kątów obserwować się mających, począwszy od skrajnego przedmiotu do ostatniego, nie przechodzi dwóch kątów prostych, natenczas kolejno nastawiamy ruchome prawidło Grafometra na przedmioty i wskazane kąty odczytujemy, zapisując je na przygotowanym papierze, z których dopiéro wyprowadzamy kąty pomiędzy kierunkami do następujących po sobie przedmiotów. Dajmy, że piérwszy kąt odczytany zawiera 38° 30′ drugi 88° 30′, trzeci 138°, i t. d. mielibyśmy, między skrajnym a drugim przedmiotem kąt 38° 30′, między drugim a trzecim kąt 88° 30′—38° 30′, między trzecim a czwartym przedmiotem kąt 138°—88° 30′=49°30′.

Gdyby potrzeba było znaleść kąt między przedmiotem czwartym a punktem C′ (fig 70), niewzruszając narzędzia nastawilibyśmy prawidło ruchome *l l′* tak, aby przedmiot C′ stanął za włoskiem celownika *l′* kiedy oko przyłożymy do otworka celownika *l*; odczytawszy kąt wskazany BAC, dodamy go do 180 i otrzymamy kąt BAC′ (czytany w stronę podziałów). Dajmy, że kąt odczytany jest 44°, więc kąt obserwowany jest 180°+44=224°: od tego kąta odjąwszy kąt poprzednio odczytany, to jest 138°, znajdziemy 224—138=86° kąt między poprzedzającym przedmiotem a punktem C′,

101. Dokładność Grafometra zależy 1º na dokładnych podziałach; 2º żeby linie AB i LL (fig 69) przecinały się w środku półkola; 3º żeby włoski celowników znajdowały się na płaszczyznie prostopadłéj do płaszczyzny prawidła AB; 4º żeby osie śródwag były równoległe do płaszczyzny narzędzia.

Ustawiwszy Grafometr na otwartém polu w ta- ı punkcie z któregoby można widzieć do koła kanaście przedmiotów, rozpoczniemy działanie wyprobowania środwag. Do tego potrzebna ıt śródwaga opisana w num. 61; za pomocą éj ustawimy Grafometr do poziomu sposobem ›danym w num. 60; jeżeli bańki w obu śródagach staną w środku ich długości, natenczas ą dobrze osadzone.

Skoro się przekonamy, że śródwagi są dobrze ustawione, przystąpimy do sprawdzenia celowników sposobem podanym w num. 63.

Dla sprawdzenia czyli linie AB i LL (fig. 69) przechodzą przez środek obrotu, naprowadzimy prawidło ruchome na prawidło stałe tak, aby celowniki z okienkami u góry były po jednéj stronie, drugie dwa po drugiéj stronie, i złożemy je tak, żeby patrząc przez szparki jednych celowników włoski przeciwległych zupełnie się przykryły; po czém przyłożywszy oko do szparek tych celowników, których włoski zakryły się, uważamy czyli włoski przeciwległych celowników zakrywają się wzajemnie: jeżeli się nie schodzą, należy odczepić włosek celownika tego który zdaje się mieć fałszywe położenie i założyć tak aby błąd był poprawiony. Czyniąc podobną poprawkę kilka razy na wszystkich czterech włoskach, przyjdziemy w końcu do przynależytego ich położenia.

Tak mając wyprobowany Grafometr przystąpimy do sprawdzenia podziałów jego. Obrawszy przedmioty wyraźne, rozłożone do koła stanowiska, przemierzymy kąty pomiędzy pierwszym a drugim, po tém między drugim a trzecim, i tak następnie: aż nakoniec, ocenimy kąt między ostatnim a pierwszym przedmiotem, nareście dodawszy do siebie wszystkie do koła obserwowane kąty, jeżeli summa ich czyni 360°: znakiem jest, że podziały Grafometra są dokładne. To działąnie powinno być kilkakrotnie powtarzane, biorąc kąty pojedyncze między co raz innemi kierunkami.

W delikatnych działaniach trygonometrycznych dokładność na jednym kącie dochodzić powinna do dwóch a nawet do jednéj sekundy, w działaniach zaś takich, o jakich w tym rozdziale mówimy, dokładność dochodzić może na jednym kącie do $\frac{1}{4}$ stopnia, czyli 15′. Zatem gdy summa kątów mierzonych do koła stanowiska pokaże się mniejsza lub większa o r stopni, tę, różnicę podzieliwszy przez m liczbę kątów, jeżeli się okaże że $\frac{r}{m} < \frac{1}{4}$ stopnia, narzędzie za dobre przyjąć można. Dajmy że summa dwunasta kątów do koła stanowiska zmierzonych, jest 372°, będzie $r = 372° - 360 = 12°$, zatem $\frac{r}{m} = \frac{12}{12} = 1°$, skąd okazuje się, że albo narzędzie jest fałszywe, albo obserwacye niedokładne. Jeżeli kilkakrotna próba pokaże że, $\frac{r}{m} > \frac{1}{4}$, narzędzie jako niedokładne odrzucić należy.

Rozwiązanie zagadnień za pomocą Grafometra.

102. Rozwiązania zagadnień za pomocą Grafometra bardzo mało się różnią od tych, któreśmy stolikiem uskutecznili. Zatém wszystkie uwagi i przestrogi tyczące się prowadzenia rozmiarów i sposoby rozwiązania szczególnych zagadnień, są te same jak w rozdziale IV. Podamy kilka z tych zagadnień, któreśmy widzieli w pomienionym rozdziale; powtarzanie bowiem wszystkich byłoby zbyteczną rzeczą.

103. *Mając odległość i położenie dwóch punktów* A *i* B *(fig. 54) niedostępnych, na których kierunku w żadnym punkcie Grafometra ustawić nie można, znaleść położenie punktu dostępnego* X, *z którego punkta dane dojrzeć możemy (roz. IV n. 74).*

Przybrawszy punkt Y z którego można widzieć punkta X, A, B, ustawimy na nim Grafometr; skierowaszy jego prawidło nieruchome na punkt B i celując do punktów do A i X, ocenimy kąty BYA, AYX: przeniosłszy się potém do X podobnież przemierzymy kąty YXA i YXB. Mając te kąty, weźmiemy dowolną odległość $y'x'$ (fig. 54 bis) za odpowiednią odległości XY; przy punkcie y' wykreślimy kąty BYA i AYX, zaś przy punkcie x' kąty AXY i YXB, skąd otrzymamy punkta a', b', na linii łączącéj te dwa punkta od punktu b' odetniemy $b'a$ podług skali równe odległości AB; zresztą postąpimy jak w num. 74.

104. *Mamy wiadomą odległość dwóch niedostępnych punktów* A, B *(fig 53); znajdziemy położenie punktu trzeciego* X *dostępnego, jeżeli kierunku* AB *można gdziekolwiek ustawić Gr fometr (roz. IV n. 74)*

Na kierunku AB, w dogodnym chociaż ni znaczonym punkcie ustawiamy Grafometr, wym rzymy kąt ACX (dla sprawdzenia można odz nie wymierzyć kąt XCB): przeniosłszy się po do punktu X wymierzymy kąty BXC i C Chcąc teraz wyznaczyć punkt x odpowiadającej punktowi na gruncie X, wykreślimy linią prostą i przy punkcie dowolnie wziętym c' wykreślimy kąt ACX; na linii $c'x'$ wziąwszy punkt dowolny x' kreślimy przy nim kąty BXC i CXA których ramiona przetną linią a' b' w punktach a', b'; dopiero na linii a' b' odciąwszy ab równe podług skali linii danéj AB, z punktów a, b, prowadzimy równoległe ax, i bx, do $a'x'$ i $b'x'$ a wspólne ich przecięcie x jest szukanym punktem.

105. *Mając wiadome położenie trzech niedostępnych punktów, wyznaczyć położenie punktu czwartego dostępnego.*

W punkcie X (fig, 71) którego położenia szukamy, ustawimy Grafometr i celując do A, C, B, którym odpowiadają punkta *a*, *c*, *b*, dane na karcie, znajdziemy kąty AXB i BXC. Te kąty mając znajdziemy na karcie położenie punktu X następującym sposobem: punkta *a* i *b*, *b*, i *c* połączymy liniami prostemi; przy punkcie *b*, kreślimy kąt *abb'* równy kątami AXB i kąt *cbc'* równy kątowi CXB; nakoniec, na cięciwach *ab* i *bc* wykreślimy koła, jedno styczne do *bb'*, drugie do *bc'* które się przetną w punkcie szukanym *x*. Jakoż kąt $axb=abb'$, $cxb'=cbc'$ i oba mają wspólny wierzchołek *x*.

UWAGI.

106. Oprócz działań trygonometrycznych, gdzie Grafometr może dawać kąty dokładne na 3 minuty i więcéj, możemy go użyć korzystnie w następujących przypadkach; 1º kiedy lata są wilgogotne a prace koniecznie wykonać się mające są rozległe; 2º mając ogólne rysy karty otrzymane za pomocą stolika, możemy za pomocą Grafometra zdejmować szczegóły drobne dla zapełnienia karty.

W obu przypadkach nie należy odwłóczyć wykréślenia, ale owszem każdego dnia w godziny południowie lub wieczorne zająć się wykréśleniem pomierzonych szczegółów.

ROZDZIAŁ VII

O ROZMIARACH ZA POMOCĄ BUSOLI

Opisanie Busoli.

107. Inżenier powinien przedewszystkiém p znać skład i użycie narzędzi mierniczych: pr tego winien mieć dokładne i jasne wyobrażenie o fenomenach natury, które albo na dokładność narzędzia i wypadków obserwacy wpywają, albo na naturze fenomenów oparta jest jego budowa. Inżenier przeto powinien znać Fizykę, a mianowicie te części które traktują o równowadze płynów, o wpływie ciepła na ciała, o świetle i t. p. Ponieważ zaś igły magnesowéj istotną rzeczą jest płyn magnetyczny który ją ożywia, przeto jeometra używający busoli powinien odświeżyć sobie w pamięci teoryą płynu magnetycznego; a mianowicie pamiętać, że igła magnesowa traci zupełnie siłę lub natężenie téj siły osłabia się; 1º przez uderzenie 2º kiedy zardzewieje; 3º kiedy przez długi czas igła niezawieszona wolno, leży w kierunku przeciwnym jéj

naturalnemu położeniu t. j. kiedy północna strona igły, zwykle szmelcowana, nie jest ku północy obrócona: 4º igła magnesowa długo w ciemności trzymana, kiedy nagle uderzy na nią promień słońca, może całkowitą lub część siły utracić. Tych wszystkich okoliczności strzedz się jeometra powinien; a szczególniéj co do 3º, ostrzegamy go żeby, kiedy busoli nie używa, ustawił ją w spokojném miejscu i nie podpierał igły aby dowolnie odbywać mogła swe wahania; lub przynajmniéj, jeśli igła jest podpartą, tak ją ustawić, żeby jéj koniec szmelcowany ku północy był obrócony.

Na wszelki wypadek, powinien jeometra posiadać dwie igiełki magnesowe.

108. Figura 72 przedstawia busolę. AB jest pudełko drewniane kwadratowe lub prostokątne, z największą troskliwością wyrobione: listwy B wystają cokolwiek nad płaszczyznę koła LL podzielonego na stopnie i półstopnie: podziały idą w jednę stronę pospolicie, od prawéj ku lewéj ręce, od *zera* do 360. W środku tego koła a raczéj na jego osi zawieszona jest na sztyfcie igła magnesowa *s n*, kształtu równoległoboka, lubo może być ostrosłupem albo tylko drutem, którego strona połnocna jest zakończona ostrzem pionowém, dla dokładniejszego odznaczenia stopni na kole LL. Dla zmniejszenia liczby wahań, igła powinna być cokolwiek wygięta do góry obiema jéj końcami. Jeżeli jeden koniec, to jest północny, pochyla się na dół, (co jest skutkiem téj własności magnesu, iż stro-

na północna pochyla się ku poziomowi w miarę jak się ku biegunowi północnemu zbliżamy z busolą), potrzeba przeciwny koniec igły obciążyć woskiem, tak żeby igła wzięła poziome położenie. Igła magnesowa przykryta jest szkłem dla utrzymania jéj czysto i ochronienia od wpływu wiatru. Na to szkło zasuwa się drewniana pokrywa, którą tylko w czasie działania odsuwamy. W miejscu *d* jest sprężyna obok szkła wychodząca, do któréj przyczepiony jest pod spodem drążek *m* a którego widełki przy *a* obejmują sztyft na którym igła jest zawieszona: gdy tę sprężynę naciśniemy w punkcie *b*, widełki podnoszą igłę i jéj ruch zatrzymują.

Wzdłuż jednego boku pudełka jest luneta L,'L', opatrzona siatką podobnie, jakieśmy widzieli w num. 62, mająca ruch na płaszczyźnie pionowéj około osi A. Zamiast lunety mogą być celowniki podobne jak u grafometra, lub w miejscu lunety znajduje się równoległościan podłużny, mający od strony oka maleńki otworek, od strony zaś przedmiotów zupełnie otwarty, gdzie jest rozpięty pionowo włosek tak, że linia przechodząca przez nią i otworek, znajduje się na płaszczyźnie pionowéj i równoległéj od krawędzi pudełka busoli.

W dobrze zbudowanéj busoli jest urządzenie zakryte zasówką *v'*, za pomocą którego możemy obrócić koło podziałowe LI i zatrzymać go w upodobaném położeniu, nie sprowadzając go z poziomu w tenczas, kiedy busola ustawiona jest poziomo.

Pod spodem pudełka jest kolano urządzone tak jak u grafometra (num. 99).

109. Dokładność busoli zależy: 1º na dokładności podziałów koła LL. 2º kiedy oś optyczna lunety L′ L′ lub w jéj miejscu celowników znajduje się na płaszczyźnie pionowéj i równoległéj do krawędzi busoli; 3º kiedy koniec północny igły porusza się po płaszczyźnie koła LL, albo raczéj kiedy go prawie dotyka; 4º. jeżeli igła magnesowa ma położenie poziome, gdyż za pomocą igły ustawiamy busolę do poziomu.

O piérwszym warunku dokładności busoli przekonamy się postępując tak jak z grafometrem; albo, wymierzywszy kilka kątów pomiędzy przedmiotami dokładném narzędziem, też same kąty zmierzymy busolą, jeżeli się zgadzają wypadki, podziały są dobre.

Chcąc się przekonać, czyli oś optyczna lunety leży na płaszczyźnie pionowéj i równoległéj do krawędzi bocznéj pudełka, obierzemy odległy lecz wyraźny przedmiot; ustawiwszy busolę do poziomu celujemy do niego, i zaraz odczytamy liczbę stopni wskazaną przez igłę magnesową: poczém odwrócimy busolą tak, aby szkło przedmiotowe lunety było obrócone do obserwatora a oczne do przedmiotu, a potém odwrócimy samą lunetę tak, aby szkło przedmiotowe było zwrócone do przedmiotu, którego celujemy powtórnie; jeżeli teraz odczytany kąt różni się o dwa kąty proste, busola co do tego warunku jest dobrze zbudowana, Tak *np.* gdybyśmy po raz piérwszy odczytali byli 320° po odwróceniu busoli igła powinna wskazać 140°

Co do trzeciego. Jeżeli igła magnesowa zawieszona jest wyżéj lub niżéj jak płaszczyzna, koła LL natenczas koniec północny; który kąty wskazuje, nie może się znajdować na rzeczonéj płaszczyźnie, który to błąd sam mechanik poprawić może.

Co do czwartego. Rzadko busola opatrzona jest libellą czyli śródwagą taką jakąśmy poznali w num. 61. lecz układamy ją do poziomu za pomocą igły magnesowéj, która jest duszą tego narzędzia. Lecz że igła, jakeśmy to dopiéro widzieli, z natury swojéj nie może być tak urządzona, ażeby pod każdą szerokością jeograficzną zachowała położenie poziome, przeto dla ułożenia *jéj do poziomu*, a *następnie* busoli, *tak* postąpić należy. Odjąwszy szkło, ustawimy na dnie *ff* (fig. 72) libellę wyregulowaną (num. 61), równolegle do igły magnesowéj, i za pomocą téj libelli ustawimy pudełka busoli do poziomu; mając to, obciążamy woskiem stronę igły magnesowéj wzniesioną do góry dotąd, dopóki oba jéj końce nie przypadną na płaszczyznę koła LL.

110. Następujące zagadnienie pokaże użycie busoli.

Zmierzyć kąt A′CB′ *(fig. 73) zawarty między kierunkami* CA *i* CB *od punktu* C *do dwóch przedmiotów* A *i* B *prowadzącemi.*

Ustawiwszy busolę w punkcie C poziomo, naprowadzimy lunetę tak, aby przedmiot A stanął za nicią pionową lunety, natenczas skoro się igła zatrzyma, odczytamy liczbę stopni wskazaną końcem jéj północnym. Podobnież wycelowawszy do przedmiotu B odczytamy kąt kierunkowy; odjąwszy od siebie kąty otrzymane, *różnica będzie kątem szukanym: np.* Gdybyśmy odczytali byli naprzód 93° za drugą obserwacyą 61°, mielibyśmy wartość kąta ACB′, 93°— 61°=32°. Jeżeli jeden z kątów jest większy od 180 a drugi mniejszy, wtedy kąt szukany jest summą kąta mniejszego i spełnienia kąta większego do 360° *np.* gdyby jeden kąt kierunkowy był 284° a drugi 92°, mielibyśmy kąt szukany 92 +(360 —284)=168°.

Kąty odczytane za każdém skierowaniem lunety do przedmiotu, jak wyżéj 93° i 61° nazywają się *kątami kierunkowemi.*

111. W praktyce kréślą się zwykle kąty kierunkowe. Dajmy, że na linii A′C mamy wykréślić przy C kąt kierunkowy 93°. Podanym sposobem(97) wykréśliwszy linią C*n*′ (fig 73) czyniącą z AC 93° otrzymamy kierunek igły magnesowéj. Jeżeli przy tymże punkcie C mamy wykréślić kąt kierunkowy 61°, wtedy wykreślimy na linii C*n*′ przy C kąt B′C*n*′ =61°. Stąd widzimy, że linia *co*, to jest: łącząca środek busoli z podziałem *zero* powinna być równoległa do osi lunety *ab.*

Lecz kiedy kąty kierunkowe od południka ziemskiego (jeograficznego) rachujemy, natenczas położenie *zera* może być dowolne. Jakoż mając wiadomy kierunek południka PP′ (fig. 74), ustawimy busolę tak , aby oś optyczna znajdowała się na kierunku PP′, a kąt wskazany igłą jest zboczeniem jéj od południka: jeżeli strona północna igły magnesowéj przypadła w przeciwnéj stronie kierunku podziałów, ten kąt zboczenia odejmujemy od każdego kąta kierunkowego, dodajemy zaś ten kąt do kierunkowego, jeżeli igła przypada w stronie kierunku podziałów. Dajmy *np.* że podziały idą od lewéj ku prawéj ręce, i że igła ma położenie *c o;* kąt *no*P jest zboczeniem igły magnesowéj; kąt kierunkowy odniesiony do igły magnesowéj jest *ocn* zaś odniesiony do południka jest *oc*P: widzimy przeto, że dosyć jest kąt wskazany igłą powiększyć kątem zboczenia *nc* P, ażeby otrzymać kąt kierunkowy do południka ziemskiego odniesiony. Gdyby podziały szły w stronę *osn* wtedy od *osn* potrzeba odjąć kąt *nc*P.

Jeżeli koło podziałowe (lenibus) jest tak urządzone, że daje się obracać i zatrzymać podług upodobania, na tenczas możemy uniknąć pomienionéj redakcyi. Na ten koniec ustawiwszy busolę na południku, nadamy jéj takie położenie, żeby oś optyczna wzięła kierunek południka PP', następnie koło podziałowe obrócimy tak ażeby *zero* przypadło na koniec północny igły. Tak mając urządzoną busolę, każdy kąt wskazany igłą jest kierunkowym odniesionym do południka ziemskiego, albowiem, oś optyczna i podział *zero*, rownie jak igła magnesowa i południk, są w położeniu względem siebie niezmiennem, przeto, o ile stopni luneta oddali się od południka, o tyle stopni *zero* odejdzie od strony północnéj igły magnesowéj.

112. Busole miernicze są rozmaitego składu, częstokroć ich budowa więcéj się do podwyższenia ceny niż do do dokładniejszych wypadków

przyczynia (*), tu zaś opisana jest składu prostego i nie powinna być bardzo kosztowna. Lecz mając z boku przytwierdzoną lunetę, daje kąty obciążone błędem tak zwanym *mimośrodu.* Podamy tu myśl do zniesienia błędu mimośrodowego, przez małą poprawę osady busoli. Naprzód okażemy, że *gdy linia pionowa spuszczona z przecięcia się osi optycznéj z osią obrotu lunety, schodzi się z osią obrotu busoli, na tenczas błąd mimośrodowy jest zupełnie zniesiony.*

Niechaj L (fig 75) będzie punktem przyczepienia lunety i zarazem osią obrotu busoli: i obracając busolę około L, środek jéj, to jest: punkt zamieszczenia igły zakreśli koło $cc'c''$. Dajmy że kierunek osi optycznéj w pierwszém położeniu busoli jest LA, igły cn, a *zera* w punkcie o; kiedy zaś celujemy do drugiego przedmiotu, luneta weźmie położenie LB, środek busoli przypadnie w c', będzie więc kąt $c\,Lc'$=ALB, bowiem A Lc=BLc' a kąt cLB, jest wspólny; zaś o przypadnie na o', gdyż ten punkt nie zmienia swego położenia względem punktu L, przeto łuk Lo= Lo'; nakoniec igła weźmie położenie $c'\,n'$ równoległe do cn. Nakreśliwszy linią $c'n''$ tak aby był kąt $n''c'o'$=nco, punkt n'' przypadnie na ten sam podział co i punkt n, w pierwszém położeniu busoli. Wyobrazmy sobie teraz, że busola była prze-

---

(*) Opisanego składu, busola z lunetą kosztuje w Paryżu 65 franków (około] 108 złp.) gdy u nas za busolę z włosowemi celownikami płacą 250 do 300 złp.

niesiona równolegle do siebie samej, natenczas punkt o przypadnie na $o'_{\prime\prime}$, i linia cL na c'L tak, że te dwie linie równie jak co i $c'o''$ są do siebie równoległe. Mając to, widzimy naprzód, że kąt c'Lc=ALB=L$'c'$L, bowiem c'L i cL są równoległe, ale że kąty L$'c'o''$ i L$c'o'$ jako równe kątowi Lco są sobie równe, i przeto $o''co'$=ALB: lecz kąty $n'c'o''$ i $n''c'o'$ jako równe kątowi nco są sobie równe, więc od obu odtrąciwszy $n'o'c'$, pozostanie kąt $o''c'o'$=$n''c'n'$; zatem nakoniec $n''c'n'$ = ALB. W num. 111 powiedzieliśmy, że różnica kątów kierunkowych równa jest kątowi zawartemu pomiędzy kierunkami, tu zaś piérwszy kąt kierunkowy jest $n''co'$, drugi $n'c'o'$, zatem powinno być $n''c'o'$—$n'c'o'$=$n''n'c'$=ALB cośmy też dopiéro okazali,

113. Różne mogą być przyczyny dla których igła magnesowa w ciągu działania zmienia swoje położenie, to jest zbacza ku wschodowi lub zachodowi, *np.* kiedy działamy w środku miasta gdzie tu i owdzie mogą być składy żelaza, albo kraty żelazne, lub też zdejmując plan podziemnych galeryj w kopalniach, mianowicie żelaznych, i t. p. w tych razach zwyczajne postępowanie dałoby najfałszywsze wypadki; czego uniknąć można wykonywając tak nazwane *działania* albo *obserwacye odwrotne*

Niechaj będzie wiadome położenie i długość linii SA (fig 76) kierunek zaś igły w A równoległy do igły w S, o czém przekonamy się celując z punktu A do S dla ocenienia kąta n'AS; jeżeli summma kątów wewnętrznych n SA$+n'$AS$=180^\circ$, położenie igły $n'\,s'$ w punkcie A jeszcze jest równoległe względem poprzedzającego. Ale celując z punktu A do B, dąjmy żeśmy otrzymali kąt n'AB$=87^\circ$, przemierzywszy linią AD i ustawiwszy busolę w B, celujemy naprzód do A, potém do C: dajmy, żeśmy odczytali kąt do A (*) 292°, przeto kąt n'' BA$=360^\circ-292=68$; ponieważ n' AB$+n''$BA$=87^\circ+68^\circ=155^\circ$ mniéjsze od 180° o kąt 25°, przeto położenie igły $n''s''$ nie jest równoległe do $n'\,s'$. Jeżeli przy wykréśleniu karty chcemy odnosić kąty do równoległego położenia igły, widoczną jest rzeczą, że do kąta n''BA potrzeba dodać kąt n''B(n), to jest: $68^\circ+25^\circ=93^\circ=$ (n)BA, a zatém od kąta otrzymanego n''BC odjąć kąt 25°; jeżeliśmy odczytali kąt n'BC$=101'$, będzie kąt (n) BC$=101^\circ-25^\circ=76^\circ$. Po przemierzeniu linii BC, ustawimy busolę w następnym punkcie C i z niego celujemy do B: dajmy, żeśmy odczytali kąt 218°, przeto kąt n'''CB$=360^\circ-218^\circ=142^\circ$; tu uważamy, że (n) BC$+n'''CB=76^\circ+142^\circ=218^\circ$ przewyższa 180° o kąt 38', potrzeba więc od kąta n'''CB$=142^\circ$ odjąć 38°, skąd otrzymamy kąt (n) CB$=104^\circ$; ten zaś sam kąt dodamy do kąta n'''CD, który dajmy że po zredukowaniu zawiéra 74°, przeto kąt (n)'CD$=112$, i t. d. postępujemy.

(*) Dla skrócenia nazywamy kąt do A, zamiast kąt pomiędzy położeniem igły a kierunkiem BA, i tego wyrażenia nadal używać będziemy.

Z tego cośmy dopiéro powiedzieli widzimy, że, *kiedy summa kątów wewnętrznych wzajemnie obserwowanych z poprzedzającego do następnego stanowiska, z tego zaś do poprzedzającego jest większa od 180, potrzeba przewyżkę odjąć od kąta z drugiego do pierwszego stanowiska, a dodać do kąta obserwowanego z drugiego do trzeciego stanowiska: kiedy zaś ta summa jest mniejsza od* 180^0, *należy różnicę dodać do kąta z drugiego do poprzedzającego, a odjąć od kąta z tegoż do następnego stanowiska.*

W czasie działania na polu zapisują się kąty tak, jak były obserwowane, dopiéro przed wykréśleniem wypadków uczynimy redukcyą w następujący sposób: kąty z poprzedzających do następnych stanowisk, pozostają, jakiośmy odczytali, zaś z następujących do poprzedzających odczytane odejmujemy od 360^0, potém odpowiednie kąty dodajemy do siebie, a liczbę stopni o którą się summa różni od 180^0, dodajemy lub odejmujemy od kątów obserwowanych, stósownie do powyższego objaśnienia.

114. Busola służąca do zdejmowania planów galeryj podziemnych używana w górnictwie, tém się od topograficznéj różni, że nie ma celowników ani statywy czyli nóg, lecz jest zawieszona na sznurze który oboje zastępuje. Taką busolę wyobraża fig. 77. Skład jéj jest następujący: LL jest część koła podziałowego; (figura BLLC wyobraża busolę przełamaną prawie przez pół, dla odkrycia części w stronie QEF), *an* jest część igły magnesowéj, która się obraca na czopie *a*;

ten układ jest zamknięty w pudełku mosiężném CC, które za pomocą czopków *t*, *t*, zawieszone jest na obręczy mosiężnéj BB; ta obręcz wsparta jest swemi osiami na panewkach Q, Q, oprawy OOO. Oba końce téj oprawy zakończone są hakami K, K, za pomocą których busola zawiesza się na sznurze SS, dobrze w czasie działania wytężonym. Wszystkie części busoli tak są co do wagi umiarkowane, iż w jakimkolwiek położeniu i kierunku sznur jest naprężony, busola zawsze bierze położenie poziome. E, F i *v* wyobraża część busoli w położeniu poziomém: sztuczka *v* obejmuje w sobie sprężynkę spiralną; gdy tę sztuczkę pokręcimy, sprężyna zatrzymuje igłę magnesową. Dla wygodnego przenoszenia téj busoli, wkłada się w futerał, która na tenczas układa się jak ją na figurze widzimy.

Ponieważ haki KK tak są utwierdzone, że oś sznura rozpiętego znajduje się na płaszczyźnie pionowéj przechodzącéj przez podział *zera* i środek koła podziałowego, przeto igła magnesowa wskazuje kąty kierunkowe odniesione do kierunku sznura SS rozpiętego: stąd widzimy, że sznur zastępuje zarazem i statywę i celowniki.

115. Busola używana do kierowania mierniczego stolika (declinatoir), jest to igła magnetyczna znacznie długa, objęta pudełkiem prostokątnym, którego ściany dłuższe są równoległe do kierunku igły, gdy jéj północny koniec przypada na *zero*. Taka busola nie ma zwykle podziałów na stopnie, jest tylko nakréślona linia przez punkt zawieszenia igły i przez *zero* przechodzą-

ca, jednakże ponieważ igła zmienia za czasem zboczenie, przeto powinny być podziały po obu stronach *zera* przynajmniéj do 10°; gdyby bowiem w ciągu działania igła znacznie zmieniła swoje położenie, wtedy za pomocą punktów wiadomych na grunçie i odpowiadających na karcie, możemy oznaczyć jéj zboczenie, i stósownie do tego używać busoli do kierowania stolikiem.

Rozwiązanie Zagadnień.

116. *Mając wiadomą długość linii* AB (*fig.* 78) *któréj końce* A *i* B *są dostępne, wyznaczyć położenie punktu trzeciego* X.

Ustawiwszy busolę w punkcie B i wycelowawszy do punktu A, odczytamy kąt kierunkowy, za pomocą którego naznaczymy położenie igły względem linii AB; dajmy, że ten kąt zawiéra 278° po czém celujemy do punktuX i zapiszemy kąt kierunkowy, który niechaj będzie 330°. Przeniosłszy się do punktu A, celujemy wprost do punktu X i odczytamy kąt kierunkowy, który niechaj zawiéra 34°. Na tém się kończy działanie na polu. Dopiéro nakréślimy długość podług skali linii AB, przy punkcieB, wykréślimy kątABn=360°—278 = 82°, skąd otrzymamy położenie igły sn, do któréj poprowadzimy w punkcie A równoległą s' n': po czém wykreślimy kąt XBA=330°—277°= 52°, zaś przy punkcie A na kierunku s' n' wykréślimy kąt n'AX=34°a wspólne przecięcie się linii AX i BX jest położeniem punktu szukanego X.

117. *Jeden z dwóch danych punktów jest niedostępny* np. B, *wyznaczyć położenie punktu dostępnego* X (*fig*. 78)

Dla otrzymania kierunku igły, ustawimy busolę w punkcie A, skąd celując do B wyznaczymy kąt kierunkowy n' AB; po czém celujemy do X, i otrzymamy kąt n' AX: wreście przeniosłszy się do punktu X, celujemy do B, skąd otrzymamy kąt n''XB: tym sposobem mamy wszystko co potrzeba do wykréślenia trójkąta ABX; jakoż, kąt XAB$=n'$AB$-n'$AX, zaś kąt XBA$=180^0 - n''$XB.

118. *Mamy wiadomą odległość dwóch punktów* A,B, *niedostępnych, lecz gdziekolwiek na linii* AB (*fig* 77) *możemy ustawić busolę, lub mamy wiadome położenie igły względem* AB, *wyznaczyć punkt dostępny* X.

Ustawimy busolę w punkcie dowolnym C na linii AB, a celując do A lub B, oznaczymy położenie igły względem AB: po tem ustawimy busolę w punkcie X, celujemy kolejno do punktów B i A. Mając zapisane kąty kierunkowe, naprzód w punkcie A, wykréślimy położenie igły $n's'$, po czém na linii $n's'$ przy punkcie A wykréślimy kąt n'AX $=180^0$ —(360 —kąt przy X kierunkowy do A), nakoniec przy B wykreślimy kąt nBX$=180^0-n''$XB.

119. *Dwa punkta* A, B, (*fig*. 79) *których odległość jest wiadoma, są niedostępne, jakoteż cała linia* AB, *wyznaczyć położenie punktu trzeciego* X *dostępnego, niemając wiadomego położenia igły magnesowéj względem* AB.

Na ten koniec przybierzemy czwarty punkt dostępny X. W tym punkcie ustawiws zy busolę, zbierzemy kąty kierunkowe do punktów X, B i A: przeniosłszy busolę do punktu X z niego zbierzemy kąty kierunkowe do punktów B, A i Y. Chcąc wykreślić figurę XYAB, obierzemy linią dowolnéj długości $x'y'$ na tej linii przy x' wykréślimy kąty $y'x'b'$=YXB i $y'x'a'$=YXA, toż samo przy punkcie y' wykréślimy kąty $x'y'a'$= XYA i $x'y'b'$=XYB, skąd otrzymamy punkta a' i b': na kierunku $a'b'$ weźmiemy $a'b$ równe podług skali linii AB i pzez b poprowadziwszy równoległą do $b'x'$, aż do przecięcia się z linią $a'x'$ w punkcie x który jest punktem szukanym.

120. ***Punkta*** A,B (*fig.* 80) ***których odległość jest dana, punkt szukany*** X ***i cała linia*** AB ***są niedostępne, wyznaczyć punkt*** X ***kiedy położenie igły magnesowéj nie jest nam wiadome.***

Obrawszy linią A′B′ dowolnie, położoną lecz wygodnie do obserwacyj, ustawimy na przód busolę w punkcie A′ i celując do punktów B′, B, X, A, naznaczymy kąty kierunkowe: przeniosłszy się do punktu B celujemy do A, X i B dla zdjęcia kątów kierunkowych. Mając to, weźmiemy linią dowolną $a'b'$, na któréj wykréśliwszy trójkąty podobne $a'b'x'$ do A′B′X, $a'b'a$ do A′B′A $a'b'b'''$ do A′B′B; na linii ab'' wezmiemy ab równe podług skali linii AB, przez punkt b prowadzimy bb'' równoległe do bb''' aż do spotkania linii $a'b'$ w punkcie b'' przez ten punkt prowadzimy $b''a''$ równoległą do $b'a'$ do przecięcia się z aa'; nakoniec przez b'' poprowadziwszy $b''x$ równoległą do $b'x'$, wspólne przecięcie x linii $b''x$ z równoległą $a''x$ do $a'x'$ jest punktem szukanym.

121. *Mając punkt na karcie* A (*fig.* 81) *dostępny, wyznaczyć położenie punktu* X *dostępnego.*

Obrawszy jakikolwiek punkt P wiadomy co do położenia, i w A ustawiwszy busolę, celujemy do P i do X, skąd otrzymamy kąt PAX (110), po czém przemierzymy odległość A X.

Wykréślenie tego zagadnienia jest bardzo proste; na linii AP wykréślimy kąt kierunkowy *n*AX po czém na linii *ns* wykréślimy kąt kierunkowy *n*AX i od A do X, odetniemy podług skali długość odmierzoną AX.

Jeżeli położenie igły na karcie jest wiadome, na tenczas z punktu A celujemy tylko do X: Po tem poprowadzimy przez linią *ns* równoległą do kierunku igły i na téj linii wykréślimy kąt *n*AX na AX odetniemy długość znalezioną.

122 *Mamy na karcie wiadome położenie linii* AP (*fig.* 82), *wyznaczyć położenie punktu dostępnego* X, *kiedy z niego punkt* P *jest niewidziany, punkt* A *widziany lecz niedostępny i kierunek igły niewiadomy.*

Gdziekolwiek na linii AP ustawimy busolę w punkcie nieoznaczonym A′, stąd celując do A i X wyznaczymy kąty kierunkowe, po czém przeniosłszy się do X, celujemy do punktu A dla wyznaczenia kąta kierunkowego, nakoniec przemierzymy odległość A′X.

Na linii *aa′* odpowiadającéj linii AP, weźmiemy punkt dowolny *a′* przy którym wykréślimy kąty przy A′ znalezione, przez co wyznaczymy położenie igły i linii *a″x*, na któréj odmierzymy *a′x*, równe podług skali linii A′X: przy *x* wykreślimy kąt kierunkowy do A z X wyznaczony, przez co będziemy mieli linią xa''': dopiéro przez punkt dany a poprowadziwszy równoległą do $a'''x$, a przez x równoległą do aa' wspólne ich przecięcie x' jest punktem szukanym.

123. *Mając wiadome położenie trzech punktów niedostępnych, wyznaczyć położenie czwartego dostępnego, z którego można widzieć trzy dane punkta.*

Ustawiwszy busolę w punkcie, którego położenie wyznaczyć chcemy, i celując do trzech danych, znajdziemy kąty kierunkowe, z których wyprowadzimy (*n.* 110) kąty zawarte pomiędzy promieniami ocznemi do danych punktów prowadzącemi: zresztą postąpimy jak w n. 78 sposób 2gi.

Jeżeli położenie igły jest wiadome, na tenczas rozwiążemy to zagadnienie podług n. 118, gdzie dosyć jest mieć wiadome położenie dwóch punktów.

124. *Mając wiadome położenie na karcie punktu* A *i kierunek igły magnesowéj, wyznaczyć położenie punktu* B. (fig. 83).

Stanąwszy w punkcie B, celujemy do danego A, skąd otrzymamy kąt kierunkowy, i zarazem wymierzymy linią AB. Poczém przez punkt odpowiadający punktowi A poprowadzimy linią ns równoległą do wiadomego kierunku igły magnesowéj, na téj linii i przy punkcie A, wykréślimy kąt równy 180° — kątem n'BA; tym sposobem otrzymamy linią AB, na któréj od A odetniemy podług skali długość przemierzoną.

125. *Mając wiadomy kierunek igły, wyznaczyć na karcie położenie linii danéj na gruncie.*

Podług powyższego zagadnienia, wyznaczywszy położenie końców linii, będziemy mieli jéj położenie.

126. *Wyznaczyć wzajemne położenie dwóch linij przedzielonych taką przeszkodą, iż z żadnego punktu jednéj nie możemy dojrzéć żadnego punktu drugiéj linii.*

Tego zagadnienia są rozmaite przypadki:

1º *Jedna linia* AB (fig. 84) *jest dana na karcie i kierunek igły magnesowéj, obie zaś są widziane z jednego punktu* X.

a) Druga linia CD *jest dostępna w obu jéj końcach i możemy ją przemierzyć.* W tym przypadku po przemierzeniu linii CD, ustawimy busolę w punkcie C dla wymierzenia kąta kierunkowego do punktu D. Poczém, przeniosłszy się do punktu X zbierzemy kąty kierunkowe do punktów B, D, C, A, z których wyprowadzimy kąty BXD, DXC, CXA i AXB.

Wykréślenie. Naprzód przez punkt A poprowadzimy *sn*, równoległą do kierunku igły, zresztą rozwiążemy zagadnienie 118 i znajdziemy położenie punktu X względem linii AB. Mając położenie linij AX i BX, przy X na linii BX, wykréślimy kąt BXD, a przy tymże X na linii AX, wykréślimy kąt AXC. Daléj na linii CX w punkcie dowolnym *c* nakréślemy linią *n's'* równoległą do *ns* i na téj linii wykréślimy kąt kierunkowy otrzymany, kiedyśmy z C do D celowali: na otrzymanéj linii *cd* odetniemy długość przemierzoną CD, potém przez *d* poprowadzimy równoległą *d*D, aż do przecięcia XD w punkcie D, przez który nakoniec prowadzimy DC równoległą *dc*, która przetnie się w C z linią XC, a linia CD jest szukaną.

b) Punkta C *i* D *są dostępne, jeden z drugiego nie widziane, lecz odległości* CX *i* DX *możemy mierzyć.* Rozwiązanie tego przypadku zagadnienia tém się różni od poprzedzającego, że tylko przy X kąty obserwujemy i CX, DX przemierzymy. W wykréśleniu ta zachodzi różnica, że wyznaczywszy jak wyżéj położenie punktu X i linij XC i XD, na tych odetniemy podług skali przemierzone linie na gruncie, i tym sposobem otrzymamy końce linii szukanej CD.

c) Punkta C *i* D (fig. 85) *i cała linia* CD *są niedostępne.* W tym przypadku dla naznaczenia położenia linii CD względem AB, potrzeba przybrać trzy punkta Y, X, Z tak położone, ażeby ze środkowego X można widzieć wszystkie punkta A, B, Z, D, C, Y; z punktu Z punkta jemu przyległe, B, X, D; a z punktu Y, punkta A, X, C. Stanąwszy w punkcie X, celujemy kolejno do punktów A, Y, C D, Z i B, do których kąty kierunkowe zapiszemy: potém ustawimy się w punkcie Y, z którego celując do A, X, C, odczytamy kąty kierunkowe: podobnież z Z, celując do X, D i B zapiszemy kąty kierunkowe; na tém się kończy robota na polu.

Wykréślenie. Ponieważ mamy kąty kierunkowe z X do Y i Z, wykréślimy więc naprzód kąt zawarty między XY i XZ, poczém wyznaczymy położenie punktu X względem AB (n. 118). Skoro mamy położenie linii BX, na niéj przy B wykréślimy kąt n'BZ równy kątowi kierunkowemu z Z do B mniéj 180°, zaś przy X kąt NXZ —NXB, i tym sposobem wyznaczymy punkt Z: poczém wykréśliwszy kąt ZXY, i przy A kąt nAY=360°—kątem kierunkowym z Y do A, znajdziemy położenie punktu Y. Mając naznaczone położenie linij XZ i XY, znajdziemy położenie punktów D i C w ten sposób: na linii BZ przy Z, wykréślimy kąt BZD= kątowi kier. z Z do B mniéj kątem kier. z Z do D; na linii zaś XZ przy X wykréślimy kąt ZXD= kąt. kier do D mniéj kąt. kier. do Z, a wspólne przecięcie linij ZD i XD, da nam położenie punktu D. Wykréśliwszy zaś na XY przy X kąt YXC= kąt. kierunk. do Y mniéj kąt. kier. do C, a przy Y kąt XYC =kąt. kier. do C mniéj kąt. kier. do X; wspólne przecięcie linij YC i XC, da położenie punktu C; przez to położenie linii CD względem AB jest wyznaczone.

2° *Kiedy żadna z linij, których wzajemne położenie nie jest wiadome ani co do długości, ani co do kierunku względem igły magnesowéj, nie jest dostępna, jeżeli nadto z dwóch przybranych punktów nie można widzieć po dwa punkta wzięte na każdéj linii*, na tenczas tak postąpić możemy. Obierzemy punkt X (fig. 85) tak położony, żeby z niego można widziéć punkta A, B, D, C i nadto dwa przybrane Y i Z, tak położone, iż z punktu Y można dojrzéć punkta X, A i C, a z Z punkta X, B i D; nadto, żeby można przemierzyć odległości XY i XZ. To mając, z punktów X, Y i Z, poczynimy obserwacye tak, jak w powyższym przypadku i przemierzymy XY, i XZ.

Mając kąty kierunkowe z X do Y i Z, wykreślimy położenie względem siebie podstaw XY i XZ. Odnosząc punkta B i D do podstawy XZ, a punkta A i C do podstawy XY, wyznaczymy położenie tych punktów, podobnie jak w numerze 116: przeto będziemy mieli położenie linij AB i CD.

Jeżeli nie można znaleść takiego punktu z któregoby można widzieć po dwa punkta na każdéj z dwóch linij, na tenczas wyznaczymy ich położenie przez ciąg obserwacyj i linij, stósownie z sobą połączonych, jak zobaczymy w następującém zagadnieniu.

127. *Punktu przybranego na gruncie wyznaczyć położenie na karcie tegoż gruntu.*

Ponieważ mamy kartę gruntu, zatém kierunek igły magnesowéj jest wiadomy, bo chociażby igła nie była na karcie wyrysowana, zawsze możemy na gruncie znaleść dwa takie punkta, które są umieszczone na karcie: stanąwszy więc z busolą w jednym i celując do drugiego, naznaczymy położenie igły.

1º Jeżeli punkt dany na gruncie znajduje się na otwartém polu, tak, iż go możemy widzieć przynajmniéj z dwóch innych, a wreście z jednego, którego położenie na karcie jest wiadome, na tenczas to zagadnienie rozwiążemy podług sposobów podanych od numeru 116 do num. 124.

2º Kiedy punkt dany na gruncie X (fig. 86), tak jest położony, że go nie można dojrzéć z żadnego punktu danego na karcie, na tenczas tak postąpimy. Naprzód zwiedzimy okolicę przy punkcie X, starając się wynaleść najbliższy niego punkt A wiadomy na karcie, oraz najkrótszą drogę z jednego do drugiego, którąbyśmy wygodnie z busolą postępować mogli.

Ułożywszy plan postępowania, tak daléj działać będziemy. Ustawiwszy busolę w punkcie A, celujemy do punktu *m*, zapisawszy kąt kierunkowy i przemierzywszy linią A*q*, przeniesiemy się do punktu *m*: skąd celując do *o* zapiszemy kąt kierunkowy i przemierzymy linią *mo*; daléj przeniesiemy się do *o*, w którym jak poprzednio uczynimy obserwacye i tak następnie, aż z punktu *q*, z którego możemy punkt X widziéć; zresztą wykonamy działanie podobne jak w poprzedzających stanowiskach.

Mając porządnie zapisane obserwacye i od oka wykréśloną figurę A*mopq*X, obierzemy podług upodobania, lecz wielką skalę *np.* $\frac{1}{1000}$ i podług niéj wykréślimy na oddzielnym papierze figurę A*mopq*X; punkta A i X złączymy linią prostą; poczém za pomocą przenośnika ocenimy kąt kierunkowy *n*AX. Dopiéro poprowadziwszy na karcie przez punkt odpowiadający punktowi A, równoległą do wiadomego kierunku igły, przy tym punkcie i na linii wykréślonéj zrysujemy kąt przenośnikiem oceniony, znajdziemy kierunek linii AX, na tym kierunku odciąwszy od A długość ocenioną na figurze A*mopq*X, otrzymamy położenie na karcie punktu X danego na gruncie.

Uwaga 1. Zupełnie tym sposobem postępuje się, zdejmując plan obwodnicy jakiegobądź kształtu: jeżeli to jest linia krzywa, na tenczas wyznaczamy tyle punktów i w takiéj od siebie odległości, ile i jak za potrzebne uznamy, ażeby złączywszy je otrzymać kształt linii mierzonéj.

Uwaga 2. Gdybyśmy mieli wyznaczyć położenie wzajemne kilku linij, wtedy dosyć jest wyznaczyć położenie ich końców, za pośrednictwem działań w tym num. opisanych.

128. *Wyznaczyć długość linii danéj na gruncie któréj wprost mierzyć nie możemy.*

Jeżeli linia położona jest na otwartém polu, to zagadnienie rozwiążemy odnosząc jéj końce do podstawy wymierzonéj, zatém rozwiązanie tego zagadnienia jest takie, jak w num. 116.

Gdy zaś linia dana do mierzenia jest pomiędzy zaroślami, postąpimy jak w num. poprzedzającym.

129. *Wyznaczyć na gruncie punkt naznaczony na karcie.*

Ponieważ mamy kartę gruntu, zatém kierunek igły magnesowéj jest wiadomy: gdyby bowiem nie było nakréślonego kierunku igły na karcie, możemy go naznaczyć podanym sposobem w powyższych zagadnieniach, biorąc dwa punkta na gruncie ktorych na karcie położenie v, z jest wiadome.

Dajmy, że z punktu x (fig. 86) wziętego na karcie wyznaczyć mamy położenie na gruncie. 1°

Jeżeli punkt szukany znajduje się na otwartém polu, na tenczas w bliskości punktu szukanego obierzemy punkt A, którego położenie na karcie jest *a* wiadome: przez *a* na karcie poprowadzimy *ns* równoległą do kierunku *n' s'* igły magnesowéj, i ocenimy kąt kierunkowy od *a* do *x* jako téż ocenimy podług skali odległość *ax*. To mając ustawimy busolę w punkcie A tak, aby igła wskazywała kąt oznaczony na karcie przy punkcie *a* do *x*; dopiéro patrząc przez celowniki, wytkniemy linią, na któréj od A odmierzywszy ocenioną odległość *ax*, koniec linii odmierzonéj będzie szukanym punktem X.

2º Gdy na kierunku AX są przeszkody, na ten czas, obrawszy punkt *m* taki, aby jego odległość od A można wygodnie mierzyć, z punktu A ocenimy kąt kierunkowy do *m* i odległość A *m* przemierzymy, po czém zaraz wyrysujemy na karcie linią odpowiadającą linii A *m*, i oznaczymy na niéj położenie punktu *m*, co pokaże nam jak na gruncie postępować należy, żeby się od punktu szukanego zbyt nie oddalić: po czém ustawiwszy busolę w *m* celujemy do punktu *c*, oznaczymy kąt i odległość przemierzymy z *m* do *o*, znajdziemy na karcie położenie punktu *o*; t. d. postępujemy dopóki nie znajdziemy na karcie położenie takiego punktu *q*, który będąc blisko punktu *x*, między nim a szukanym X nie ma żadnéj przeszkody; oceniwszy na tenczas kąt kierunkowy z punktu odpowiadającego punktowi *q* do *x*, znajdziemy ich odległość podług skali, i zresztą postąpimy tak, jakeśmy uczynili w piérwszym przypadku tego zagadnienia.

130. *Wytknąć na gruncie linią odpowiadającą nakréślonéj na karcie.*

Tu także są dwa przypadki; albo linia znajduje się na otwartém polu, albo cała lub jéj część z jednym końcem jest pomiędzy zaroślami.

1º Jeżeli cała linia znajduje się na otwartém polu, na tenczas wyznaczymy oba jéj końce podług przypadku Igo poprzedzającego numeru, pomiędzy któremi łatwo linią wytkniemy.

2º Gdy zaś linia znajduje się między zaroślami, wyznaczymy oba jéj końce podług przypadku drugiego poprzedzającego numeru. Mając oba końce na karcie, wykréślimy w jednym *np.* *a* (fig. 86) kierunek igły, ocenimy kąt kierunkowy do *x*, a ustawiwszy busolę w punkcie A nadamy jéj taki kierunek, żeby igła wskazywała kąt ocenimy od *a* do *x*; dopiéro celując, każemy uprzątać przeszkody znajdujące się na promieniu ocznym.

131. ***Przez punkt dany na gruncie poprowadzić linią pod danym kątem do danéj linii.***

Punkt dany może być albo na danéj linii, albo zewnątrz téjże linii.

W przypadku piérwszym: Naprzód ustawiwszy busole w punkcie A (fig. 87. *a. b. c. d. e f g h.*) i celując do punktu B, wyznaczymy kąt kierunkowy *b*, który tu strzałka wygięta w łuk poczynająca się na danéj linii AB, a kończąca się na kierunku igły magnesowéj ze strony północnéj *n*, wskazuje: po czém obróciwszy się twarzą do strony północnéj *n* igły, uważamy czyli linia AB rozciąga się w prawą albo wschodnią stronę jak na fig (87, *a. d. f. g*); czyli w lewą albo zachodnią stronę, jak na fig (87 *b. c. e. h*).

1º Jeżeli dana linia AB (fig 87 *a*) ma kierunek wschodni, kąt *a* pod którym AC do danéj AB ma być prowadzona, jest mniéjszy od kierunkowego *b* do linii AB, linia zaś AC ma być położona nad linią AB, to jest ze strony północnéj *n* igły; lub gdy linia dana AB (fig 87 *b. c*) ma kierunek zachodni, a linia AC prowadzić się mająca pod kątem *a* do AB pod nią się znajduje, na tenczas, oznaczywszy przez *c* kąt kierunkowy do linii AC prowadzić się mającéj, znajdziemy wartość jego:

$$c = b - a \qquad (1)$$

Skąd widzimy, że potrzeba ustawić busolę w punkcie A, nadać jéj taki kierunek, aby igła magnesowa wskazała kąt równy $b-a$, a linia znajdująca się na kierunku promienia ocznego przez celowniki lub oś optyczną lunety przechodzącego, jest linią szukaną. Dajmy *np.* że, fig. (87 *a*) $b=91°$, $a=63°$, będzie kąt kierunkowy $c=28° = n$ AC.

2º Jeżeli dana linia AB (fig. 87 *f. g.*) ma kierunek wschodni, linia zaś AC prowadzić się mająca do AB pod kątem *a* powinna pod AB przypadać: lub gdy AB ma kierunek zachodni (fig. 87 *e*) a linia do niéj prowadzić się mająca AC, ma być nad AB położona i gdy $180° - a > b - 180°$: lub gdy linia AB ma kierunek wschodni (fig. 87 *f.g* a linia AC prowadzić się mająca powinna znajdować się pod linią AB, na tenczas mamy:

$$c=a+b \qquad (2)$$

3º Gdy linia dana AB (fig. 87 *d*) ma kierunek wschodni, linia AC prowadzić się mająca ma się znajdować nad linią AB, a kąt $a>b$, na tenczas jest:

$$c=b-a+360° \qquad (3)$$

4º Kiedy linia dana AB (fig. 87 *h.*) ma kierunek zachodni, linia AC prowadzić się mająca powina się znajdować nad linią AB, kąt zaś $180°-a<b-180°$, na tenczas mamy:

$$c=b+a-360° \qquad (4)$$

W przypadku drugim Kiedy punkt C (fig. 87) $a', b', c', d', e', f', g', h,$) przez który mamy prowadzić linią CA pod kątem a do linii AB, jest zewnątrz téjże linii, potrzeba przed rozpoczęciem dalszych działań oznaczyć kąt kierunkowy do B, który jak wyżéj oznaczymy przez b.

1º Gdy punkt C (fig. 87. a' b') jest nad linią AB rozciągającą się w stronę wschodnią; lub gdy linia AB (fig. 87. c') rozciąga się w stronę zachodnią, a punkt C znajduje się pod nią, zaś $a>b-180°$, na tenczas linią CA prowadzić należy pod kątem kierunkowym:

$$c=180°+b-a \qquad (5)$$

To jest, ustawiwszy busolę w punkcie C, i nadawszy jéj takie położenie, aby igła magnesowa wskazywała kąt wskazany, linia przez celowniki przechodząca, pochylona będzie do AB pod kątem a.

2º Gdy punkt C (fig. 87 *d'. e.'*) jest nad linią AB, która ma kierunek zachodni, na tenczas będzie:

$$c=a+b-180^\circ \qquad (6)$$

3º Gdy punkt C (fig. 87 *f'*) jest pod linią AB, która ma położenie wschodnie, zaś $180^\circ-a>b-180^\circ$ będzie,

$$c=b+a+180_0 \qquad (7)$$

4º Jeżeli punkt C fig 87 *g'*) jest pod linią AB rozciągającą się w stronę wschodnią, zaś $180^\circ-a<b$, na tenczas jest:

$$c=b-a \qquad (8)$$

5º Na koniec, gdy punkt C (fig 87 *h'*) znajduje się pod linią AB, która ma położenie zachodnie, zaś $180^\circ+a<b$, na tenczas mamy:

$$c=b-a-180^\circ \qquad (9)$$

132. Kiedy kąt a jest prosty, to jest: kiedy przez punkt dany na linii AD, lub zewnątrz niéj, mamy prowadzić prostopadłą, na tenczas w powyższych wzorach uczyniwszy $a=90$; otrzymamy
z wzorów (1), (6) i (8), $c=b-90^0$
z wzorów (2) i (5); $c=b+90^\circ$
z wzorów (3) i (7) $c=b+270^\circ$
nareszcie z wzorów (4) i (9); $c=b-270^0$

133. Jeżeli punkt A na linii AB (fig. 87. *a b....*) przez który prowadzić mamy linią AC pod danym punktem a do AB, jest niedostępny, na tenczas należy obliczyć kąt kierunkowy c tak,

jakobyśmy prowadzili linią AC przez punkt dany zewnątrz linii. Mając obliczony kąt c; stawiamy busolę zewnątrz linii AB w takiém położeniu, żeby igła magnesowa wskazywała kąt obliczony c, i żeby promień oczny przechodził przez punkt A.

Gdy zaś punkt C, dany zewnątrz linii AB, (fig. 87, *a'*, *b'*, *c'*,) przez który prowadzić mamy linią AC pod danym kątem do AB, jest niedostępny, na tenczas obliczymy kąt kierunkowy c tak, jakbyśmy mieli prowadzić linią z punktu na linii AB położonego: po czém posuwamy się po linii AB dotąd, dopóki promień oczny przez celowniki przechodzący nie przejdzie przez C, w tenczas, kiedy igła magnesowa wskazuje kąt kierunkowy c poprzednio obliczony.

Uwaga. Wszystkie przypadki zagadnienia powyższego, można sprowadzić do trzech tylko, jeżeli okoliczności miejscowe pozwalają podłużyć tak daną linią w stronę wschodnią, jako też linią poprzedzić się mającą pod nad daną linią; co łatwo pojąć można, przypatrzywszy się kierunkom na figurach 87, które są kropkami wskazane i literami kréskowanemi oznaczone.

134. *Przez punkt dany zewnątrz linii przeprowadzić do niéj równoległą.*

Oznaczywszy kąt kierunkowy do danéj linii, ustawimy busolę w punkcie danym, tak, aby celowniki były skierowane w tę samę stronę, w którą były w tenczas kiedyśmy na danéj linii kąt kierunkowy wyznaczali, i żeby igła magnesowa wskazała kąt kierunkowy oznaczony, a położenie lunety lub celowników będzie równoległe do danéj linii.

UWAGI.

135. Oprócz zagadnień podanych w tym rozdziale, może jeometra natrafić w czasie praktyki na wiele innych, które jednakże albo będą kombinacyą podanych, albo którekolwiek z nich małéj tylko ulegnie zmianie stosownéj do miejscowości.

Rzadko używa się saméj busoli do zdejmowania planów obszernego gruntu, bowiem w porównaniu ze stolikiem, daje niedokładne wypadki; lecz to narzędzie obok stolika mierniczego jest bardzo użyteczne do wyrabiania pomniejszych szczegółów, zwłaszcza położonych w zaroślach lub pomiędzy podobnemi przeszkodami.

Czyli saméj busoli używamy, czyli tylko zbieramy nią drobne szczegóły, dla uzupełnienia planu stolikiem zdjętego, należy zaraz na polu kréślić wypadki obserwacyj: jeżeli zaś dla pośpiechu zmuszeni jesteśmy odłożyć kreślenie na czas wolniejszy, potrzeba zrysować od ręki plan mierzonego szczegółu i jak najstaranniéj utrzymywać rejestr pomiaru, czyli figurowania gruntu.

Podług naszego zdania, najdogodniejszy rejestr jest taki, jaki tu za wzór podajemy który się stosuje do fig. 88.

Kąty kierunkowe i odległości pomiaru części okolicy N.

Stanowisko Iwsze jest punkt A, oznaczony stolikiem albo trygonometryczny.

stanowisko	Do punktów obserwowanych.	Kąty kierunkowe.	Odległości od stan: w pręt.	Odległości między punktami	UWAGI
A.	B(stan II)	108° 30	118,17	......	
	C(stan III)	327° 15′	82,15	......	
	a	327° 15′	47,2	......	
	a′	18° 30′	....	$aa'=32,2$	
	a″	24°	40,9	$a'a''=12,1$	
	a‴	52° 15′	42,3	......	
	a^{iv}	61° 30′	....	$a'''a^{iv}=10,9$	
	a^{v}	80° 45′	....	$a^{iv}a^{v}=17,3$	droga N
	a^{vi}	106° 30′	50,3	......	droga N
B.	*b*	319° 15′	17,3	......	
	b′	348° 45′	32,5	......	
	b″	30° 30′	....	$b'b''=29,1$	
	b‴	48°	42,7	......	
C.	D(stan IV)	40° 15′	112,8	......	
D.	E(stan V)	112° 45′	60,6	......	
	d	212° 15′	38,2	......	
	d′	173° 15′	18,9	......	
	d″	121° 30′	34,7	......	
E	F(stan VI)	36° 15′	40,5	......	
F	G(stan VII)	7° 30′	48,9	......	
G.	H(stan VIII)	18° 45′	18,3	......	
	I(stan IX)	27° 15′	19,4	......	
H.	J(stan X)	309° 45′	20,1	......	

Aby wyznaczyć punkta busolą obserwowane, naprzód potrzeba nakreślić na stoliku kierunek, igły magnesowéj. Na ten koniec ustawimy busolę w punkcie na stoliku wyznaczonym *np.* w A (fig 88), celujemy do innego również wiadomego punktu P i odczytamy kąt kierunkowy, który dajmy, zawiera 192o 30′; po czém na linii AP przy punkcie A wykréśliwszy ten kąt, otrzymamy położenie igły magnesowéj. We wszystkich innych punktach igła jest do siebie równoległa, wyjąwszy kiedy w miejscu mierzoném znajdują się istoty przyciągające magnes.

136. Chociaż busola nie daje tak dokładnych wypadków jak stolik mierniczy, jednakże jest ona bardzo szacownèm narzędziem w zdejmowaniu drobnych szczegółów, a mianowicie w pomiarach lasów i wszelkich okolic zarosłych. Nie wspominamy tu o użytku busoli w podróżach morskich, bo ten przedmiot nie może miéć miejsca w niniejszém dziełku, lecz napomkniemy o przysługach jakie w podróżach lądowych po krajach nieznanych a zwłaszcza barbarzyńskich i dzikich czyni. Tam najmniejsze działanie narzędziem nie znanem od ludzi nieokrzesanych, wprawia je w podejrzenie, a częstokroć podróżny pada ofiarą ich głupoty i barbarzyństwa.

Jeżeli podróże po dzikich krajach mają być pożyteczne pod względem jeograficznym, podróżujący powinien być opatrzony małą busolką lecz dokładną i laską do podpierania się, służącą za statywę busoli: nadto powinien wprawić się w krok regularny, wymierzyć jego długość na gruncie poziomym, idąc pod górę i z góry. Busola daje mu kierunki a liczba kroków długość drogi. Ponieważ nie podobną jest rzeczą spamiętać liczbę kroków lub się w liczeniu nie pomylić, zwłaszcza, że podróżujący winien zwracać swą uwagę na różne godne postrzegania przedmioty, zatém powinien mieć z sobą małą machinkę wielkości zegarka', która tak jest urządzona, iż skoro sprężynkę przytwierdzi do swéj nogi, pokazuje liczbę kroków ubieżonych. Téj machinki, którąby nazwać można *liczebnikiem kroków(odometr)*, używają częstokroć inżenierowie wojskowi w rekonesansach podczas wojny: sprężynka przyczepiona jest do nogi konia, którego kroki stępa, kłusa i galopu są wymierzone. Łatwo dostrzedz można, że tém sposobem mierzone odległości są bardzo niedokładne, dają przecież przybliżone wypadki.

Podajemy rejestr tego rodzaju rozmiarów:

PODROŻNIK DROGI z A....... DO F.........

Nazwiska punktów: stanowiska	Nazwiska punktów: obserwowanych.	Kąty kierunkowe odniesione do południka magnetycznego.	Odległość punktów obserwowanych. W Prętach: płaszczy:	W Prętach: pod górę	W Prętach: z góry	W Prętach: razem	W godzinach podróży: płaszczy:	W godzinach podróży: pod górę	W godzinach podróży: z góry	W godzinach podróży: razem
A	B	13° 15'	2100	4380	3620	10100	2g16'	6g23'	3g56'	11g45'
	a	318° 30'	...	...	...	...	...	...	...	...
B	C	379° 30'	370	4280	7210	11860	0g25'	6g50'	8g38'	15g53'
	b	68°	...	...	...	...	...	...	...	...
	c	321° 30'	...	...	...	...	...	...	...	...
	a	285°	...	...	...	...	...	...	...	...
C	D	315° 15'	4910	...	4590	9500	5g24'	...	5g45'	11g9'
	d	39°	...	...	...	...	...	...	...	...
	e	7° 45'	...	...	...	...	...	...	...	...
D	E	48° 30'	3450	...	...	3450	3g58'	...	...	3g58'
	c	207°	...	...	...	...	...	...	...	...
E	F	349°	3890	1880	...	5770	4g19'	2g53'	...	7g12'
F	e	310.	...	...	...	...	...	...	...	...

W tym wykazie głoski początkowe czyli kapitalne, oznaczają stanowiska położone na drodze, kursywe zaś są punkta po bokach drogi znajdujące się, a które otrzymują się przez przecięcie.

Oprócz tego wykazu potrzeba mieć brulionik, na którym należy wyznaczać wszelkie zmiany powierzchni gruntu; a zarazem zapisywać w dzienniczku gatunek gruntu, jako piaski, zarośle, bagna, i t. p.

ROZDZIAŁ VIII.

O MIARACH.

137. Jak palce u rąk musiały być najpierwszemi cyframi na oznaczenie liczb, tak z pewnością twierdzić możemy, że członki ciała ludzkiego były najpiérwszemi miarami długości. Wszakże do dziś dnia mamy we wszystkich językach *stopę*, *cal*, *sążeń* albo *siągę*, od wyrazu *sięgać*, i t. p. Lecz; że wzrost człowieka a następnie rozmiary członków jego nie są jednakowe, przeto te miary naturalne różne być musiały. Dopiéro zapewne w tenczas, kiedy własności większéj nabierały ceny, postanowiono miary jednostajne; ale jako od upodobania wzięte i z naturalnych wyprowadzone, różniły się i różnią od kraju do kraju.

Stosunki handlowe jednych krajów z drugimi spowodowały ludzi do porównania miar jednych z drugimi: stąd powstała dość zawikłana nauka o miarach. Nie wiadomo dla czego wzięto dawniéj za porównanie prawie wszystkich miar długości, stopę francuzką nazwaną *pied du roi*; bo będąc dowolnie oznaczoną, żadnéj nie miała pewności, i gdyby zaginęła ta *normalna stopa*, potrzebaby było inną na domysł utworzyć.

Uczeni mężowie znając tę niepewność i czując potrzebę oznaczenia takiéj normalnéj miary, któréjby długość nie podlegała zmianom, różne nastręczali sposoby oznaczenia onéj. Huighens Holender, Bouguer Francuz i inni radzili, żeby *jednością miar* była *długość wahadła sekundy uderzającego pod równikiem lub inném oznaczoném miejscu.* Ponieważ długość wahadła zależy nietylko od szerokości geograficznéj, ale po części od przyczyn miejscowych, których najczęściéj dociec trudno, przeto na nieprzełamane trudności natrafićby można było w oznaczeniu jednostki długości. Późniéj nieco, kommissya do utworzenia miar we Francyi wyznaczona, postanowiła, aby pewna jaka cząstka długości południka ziemskiego wziętą była za *jedność miar długości.*

Z rozmiarów części południków, blisko równika w Peru, przez PP. Bouguer i Lacondamine, jako też we Francyi przez PP. Delambre i Méchin, otrzymano stosunek spłaszczenia ziemi $\frac{1}{334}$. Uważając więc ziemię za bryłę elipsojdalną, mającą spłaszczenie otrzymane, z działań i rachunków dwóch ostatnich mężów znaleziono, że ćwierć południka ziemskiego zawiera 5130739,6952 sążni nazwanych *toise de Perou* dla tego, że takich użyto do mierzenia południka w Peru. *Dziesięcio-milionową* część téj długości, wzięto za jedność i nazwano ją *metrem.*

Metr jest to prawidło platynowe, w temperaturze śniegu topniejącego zawierające linij 443,296 miary peruwiańskiéj, również platynowéj, lecz w temperaturze 13 stopni nad zero, podziału Reaumura.

Późniéj w przejrzeniu rachunków Panów Bouguer i Lacondamine, znalazł Delambre stosunek spłaszczenia ziemi $\frac{1}{309}$: dla tego też metr odmienić się musiał. Pomimo tego, piérwsza jego długość jest przyjęta, i nazywa się *metrem legalnym*, (a) dla odróżnienia go od *matematycznego*, który ściśle mówiąc, dotąd nie jest oznaczony. Do legalnego metra będziemy odnosili wszelkie miary.

Podziały miar, przyjęte prawie we wszystkich krajach, są wprawdzie dogodne w pospolitém użyciu: dają bowiem połowy, trzecie części, ćwiartki, szóste i dwunaste części; lecz są bardzo utrudzające w delikatniejszych rachunkach. Uczuli to naprzód inżenierowie, którzy z miar krajowych, utworzyli miary tak nazwane *jeometryczne* albo *miernicze*, w ten sposób podzielone, że ich podziały odpowiadają systematowi liczenia.

(a) Piérwotny metr zrobiony z platyny, znajduje się zachowany z największą troskliwością: od niego to wszystkie inne pochodzą i dla tego nazywa się *étalon*. Ponieważ wszystkie *porównywamy* z metrem, a zwłaszcza kiedy nasze miary od niego pochodzą, przeto oprócz *łokcia legalnego* krajowego, powinien być w Rządzie złożony *metr*. Takiego metru, oznaczonego w wiadoméj temperaturze, powinna być legalność zatwierdzona urzędownie w Paryżu.

Uczeni francuzcy, przez utworzenie metra usunęli niedogodność rachunku, dzieląc miary na części dziesiętne względem siebie.

MIARY FRANCUZKIE.

TAB. I.

Podział nowych miar francuzkich liniowych i porównanie ich do dawnego sążnia toise.

Myriametr	Kilometr	Hebtometr	Decametr	Metr	Decimetr	Centimetr	Milimetr	Toise
1	10	100	1000	10000	100000	1000000	10000000	5130,74
	1	10	100	1000	10000	100000	1000000	513,074
		1	10	100	1000	10000	100000	51,3074
			1	10	100	1000	10000	5,1307
				1	10	100	1000	0,5131
					1	10	100	0,0513
						1	10	0,0051
							1	0,0005

18. Ponieważ, jak widzimy, podziały są dziesiętne, przeto zamiast *np.* 3 myriametry, 4 dekametry, 6 metrów i 5 centimetrów, możemy położyć 3,004605 myriametrów, albo jak zwykle Francuzi piszą $30046^{m},05$: gdzie *m* oznacza *metry*.

Z samego wejrzenia, widzimy jak łatwe jest użycie téj tablicy; jakož, chcąc zamienić $46^{m},56$ na sążnie, ponieważ $1^{m}=0,513074^{t}$, pomnożymy przeto liczbę metrów przez tę ostatnią liczbę, otrzymamy $46,56 \times 0,513074 = 23,8887$ toises, poprzestawszy na czterech cyfrach ułam. dziesięt.

TAB. II.

Podział sążnia (toise) *i jego stosunek do metra.*

Toise	Pied.	Pou-ce	Ligne	Millimetr	Logarytmy Millim.
1	6	72	864	1949,04	3. 2898207
	1	12	144	324,84	2. 5116695
		1	12	27,07	1. 4324883
			1	2,26	0. 3533062

Za pomocą téj tablicy nierównie łatwiéj zamienić można sążnie na metry, lub metry na sążnie i jego podziały.

Gdybyśmy mieli 12 sążni, 4 stopy i 9 linij zamienić na metry, pomnożylibyśmy każdą z tych miar przez odpowiadający czynnik z kolumny *millimetrów*, i otrzymalibyśmy:

$$
\begin{array}{lr}
\text{Są}\ 12 \times 1949,04 = & 23^{m},38848 \\
\text{St.}\ \ 4 \times \ 324,84 = & 1,\ 29936 \\
\text{lin.}\ 9 \times \quad 2,26 = & 0,\ 02034 \\
\hline
12^{sq} + 4^{st} + 9^{li} = & 24^{m},70818
\end{array}
$$

Z pomocą logarytmów tak rozwiążemy powyższe zadanie. Szukamy w tablicach logarytmowych, logarytmów odpowiadających liczbom danym, do każdego z nich dodamy logarytm odpowiadający z tablicy przyłączonéj i wyszukamy liczb odowiadających otrzymanym logarytmom: jak to objaśnia przyłączony rachunek.

log. 12=1. 0791812.	log. 4=0. 6020600	log.=90. 0542425
3. 2808207	2. 5116695	0. 3533002
4. 3000010	3. 1137295	1. 3075487

liczby odpowiadające otrzymanym logarytmom dodawszy otrzymamy:

$$
\begin{array}{r}
23388,\ 48\ \text{mil.} \\
1299,\ 36 \\
20,\ 34 \\
\hline
\end{array}
$$

12sąż×4sto+9lin=24708,18 millim. czyli 24,70818

Biorąc dopełnienie arytmetyczne logarytmów w powyższej tablicy umieszczonych, otrzymamy inne logarytmy, które dodając do logarytmów liczb danych millimetrów, otrzymamy logarytmy sążni stóp i t. d. Niechaj będzie 24m,70818 do zamienienia na sążnie mamy:

$$
\begin{array}{l}
\text{dopeł. log. 3. 2898207=6. 7101793} \\
\text{log. 24708, 18 . . . . =4. 3928408} \\
\hline
\text{log. sążni . . . . . . 1. 1030201} \\
\quad\text{sążni} \quad 12{,}6771
\end{array}
$$

Ułamek sążnia 0,6771 mnożąc przez 6 otrzymamy 4,0626 stopy; podobnież ułamek stopy mnożąc przez 144 znajdziemy 9,0166 linii: zatém 24m,70818 czyni 12 sąż. 4 stopy, 9,0166 linii.

Oprócz wymienionych miar używają we Francyi w handlu łokciowym, łokcia nazwanego *grande aune*, który zawiéra 1m,200 Jeometrowie francuzcy tylko dla zwyczaju, nazywają sznurem (Arpent) długość 100 metrów albo hektometr. Prętem (Perche) długość 10 metr. albo dekametr.

139. Zasadą nowych miar kwadratowych do ocenienia powierzchni gruntu, jest *Are*, czyli kwadrat wystawiony na długości 10 metrów.

TAB. III.

Podział miar kwadratowych.

Myriare	Kilare	Hektare	Decare	Are	Deciare	Centiare	Milliare	Metr kwadratowy	Boki prostokąta
1	10	100	1000	10000	100000	1000000	10000000	1000000	Kilom. w kwadr.
	1	10	100	1000	10000	100000	1000000	100000	Hektom. Kolom.
	1	1	10	100	1000	10000	100000	10000	Hektom w kwad.
				10	100	1000	10000	1000	Dekam. Hektom.
				1	1 0	100	1000	100	Dekam. w kwadr
					1	10	100	10	Metr, Dekametr.
						1	10	1	Metr w kwadrat.
							1	0,1	Decim. Metr.

Jeometrowie francuzcy używają tylko hektarów, i eentiarów, którym nadają nazwiska *arpent*, *pérche currée* i *mètre carré.*

MIARY

LINIOWE NOWE POLSKIE.

---

140. Miary i wagi polskie przechodząc wraz krajem przez rozmaite zmiany, tak się pomięszały były, iż wreście okazała się potrzeba zupełnie nowe utworzyć. Kommissya do tego wyznaczona w r. 1816 na wielkie zdawała się natrafiać trudności, bo chciano zarazem naznaczyć stosunek współmierny nowo utworzonych miar do metra, i nie wiele oddalić się od dawniéj w Polsce używanych. Wzięto nakoniec 2 millimetry na *linią* polską; a zatem łokieć nowo-polski zawiéra 576 millimetrów.

Oddając sprawiedliwość uczonym i mozolnym pracom członków téj kommissyi, dziwimy się jednak, że w tenczas nie przyjęto bez żadnéj zmiany miar francuzkich. Jeżeli szło o to, aby się od dawnych zbyt nieoddalić, a zarazem wygodnie podzielić na części zwyczajem poświęcone, zdaje nam się, że biorąc 6 decymetry, czyli 600 millimetrów za łokieć, ten byłby więcéj do dawnego koronnego zbliżony, który podług Colberga, miał zawiérać 595,5 millimetrów. Tak utworzony łokieć byłby od koronnego większy o 2,3 linij teraźniejszych polskich, gdy tym czasem przez kommissyą oznaczony jest mniejszy o 9,7 takichże linii.

TAB. IV

Podział łokcia nowego i jego stosunek do metra.

Sążeń	Łok.	Stop	Ćwier	Cali	Linij	Mill.	Logarytm millimetr.
1	3	6	12	72	864	1728	3.2375437
	1	2	4	24	288	576	2.7604225
		1	2	12	144	288	2.4593925
			1	6.	72	144	2.1583625
				1	12	24	1.3802112
					1	2	0.3010300

141. To cośmy powiedzieli o zamianie dawnych miar francuzkich na nowe, zupełnie daje się tu zastosować przy użyciu powyższéj Tablicy.

Dajmy, że mamy zamienić 42 sąż. 5 stóp. i 10 linij na metry. Będziemy mieli podług tablicy

$$24\times1728=72576$$
$$5\times 288= 1440$$
$$10\times 24 = 20$$

24 sąż+5sto+ 10 lin.=74036 milim. albo 74^{m},036.

Gdybyśmy mieli zamienić miary francuzkie na nowe polskie, liczby millimetrów będą dzielnikami. Dajmy, że mamy 94^{m},564, albo co na jedno wychodzi 94564 millimetrów, do zamienienia na stopy, otrzymamy $\frac{94564}{288}=328$ stóp, i jeszcze pozostanie 100 millimetrów, które przez 2 podzielone dadzą nam 50 linii, a zatém 94^{m},564= 328 stóp+50 linii.

Ostatni przykład przerobimy za pomocą logarytmów.

$$\begin{array}{rl} \text{log. } 94564 & = 4.9757258 \\ \text{dop. log. millim.} & = 67.624563 \\ \hline \text{log. sążni } & = 1.7381821 \end{array}$$

liczba odpowiadająca jest 54,72454 sążni; mnożąc ułamek dziesiętny przez 6, otrzymamy 4,34724 stóp; tu znowu ułamek mnożąc przez 144, będziemy mieli 50,00256 linij.

142. Sznur mierniczy zawiéra 75 łokci, albo 150 stóp: jest on największą miarą jeometryczną. Podział jego jest dziesiętny podobnie jak metra.

TAB. V.

Podział nowych miar mierniczych i ich stosunek do metra i stopy nowo-polskiéj.

Pręt zawiéra 7,5 łokcia.

Sznur	Pręt	Pręt albo stop	Ławk. albo cal	Millim.	Ich logaryt	Stopy.	Ich logaryt
1	10	100	1000	43200	4. 6334837	150	5. 1760913
	1	10	100	4320	3. 6354837	15	1. 1760913
		1	10	432	2. 6354837	1,5	0. 1760913
			1	43,2	1. 6354837	0,15	9. 1760913

Chcąc za pomocą téj tablicy zamienić sznury, pręty i t. d. na millimetry lub stopy, dosyć jest ich liczby pomnożyć przez odpowiadające liczby millim. lub stóp. Jeżeliby przeciwnie potrzeba było zamienić millimetry na sznury, pręty i t. d. podzielimy daną liczbę przez odpowiadającą z tablicy: toż się ma rozumiéć o stopach.

Działając za pomocą logarytmów, postąpimy podobnie jak wyżéj, to jest: chcąc zamienić sznury, pręty i t. p. na millim. lub stopy, do logarytmów liczb danych, dodać potrzeba logar. odpowiadające z tablicy. Gdyby przeciwnie millimetry lub stopy były dane, do ich logarytmów dodamy dopełnienia logarytmów z tablicy.

143. Miary jeometryczne, podług których karty gruntów w rozmaitych czasach u nas sporządzone były, są: *dawna koronna polska*, *litewska*, *chełmińska dawna* i *nowa*, *wiedeńska*, *reńska* i *rossyjska*. Tych tylko podamy stosunki do miar nowo-polskich.

Mówi ś. p. Colberg w swém dziele o miarach
,, Podług najpewniejszych podań, łokieć da-
,, wny polski zawiéra 264 linii francuzkich,
,, czyli 0^{m},5955384'' a zatém przyjąwszy to za pewną zasadę, stosunek dawnego do nowego łokcia jest. 595,5384:576.

Ponieważ podział miar mierniczych, dawnych polskich, litewskich, chełmińskich i t. p. jest ten sam co nowych, zatém stosunki prętów dawnych są te same co i łokci.

Podług uchwały Sejmu w r. 1764. łokieć litewski zawiéra 2 stopy francuzkie (pied du roi), czyli 288 linii, co czyni 324,84 millimetrów; zatém stosunek litewskich miar do nowo-polskich jest 649,68:576.

Pręt dawny chełmiński, podług Nelkenbrechera (Colberg), zawiéra linii francuzkich 1915 czyli 4321,762 millim. przeto stosunek dawnego chełmińskiego pręta do nowo-polskiego. jest 4321,762:4320.

Podług tegoż, pręt chełmiński nowy, zawiéra 1945,73 linij francuzkich; albo 4389,234 millim. przeto stosunek jego do nowopolskiego jest: 4389,234 : 4320.

Dawny i nowy pręt chełmiński, najczęściéj bywał używany do pomiaru gruntu. Ponieważ pręt dawnéj polskiéj miary nie wiele się różni od dawnego chełmińskiego, bo tylko o 38,664 linij dawnych polskich, często téż jeometrowie brali jeden za drugi. Słusznie więc Colberg, przestrzega teraźniejszych jeometrów, ażeby przy zamianie miar chełmińskich na nowe polskie, wprzód się przekonali na gruncie, czyli chełmińskie za dawne polskie lub odwrotnie nie były wzięte.

Nadmieniamy tu, że nie rachowano na sznury, tylko na pręty chełmińskie. Lecz kiedy jego podziały są takie jak polskiego, obojętną będzie rzeczą napisać 10 prętów lub jeden sznur chełmiński.

Stopa reńska, używana dawniéj w prowincyach prusko-polskich, a teraz za normalną miarę w całych Prusach przyjęta, zawiera 139,13 linij francuzkich, albo 313,8528, millimetr. zatém stosunek jéj do łok. now. pol. jest 313,8528:576.

Pręt reński zawiera 12 stóp reńskich, zatém 3766,2336 millim. jego więc stosunek do pręta nowo-polskiego jest: 3766,2336 : 4320.

W Krakowskiém, Sandomiérskiém i Lubelskiém, używano przez czas niejaki pręta zawierającego 12 stóp wiedeńskich. Ponieważ stosunek stopy wiedeńskiéj do łokcia nowo-polskiego, jest: 316,132 : 576; zatém stosunek pręta wiedeńskiego do pręta nowo-polskiego jest 3793,584 : 4320. Czasem używano łokcia wiedeńskiego, który zawiera 345,4 linij francuzkich, albo 779,163 millim., stosunek przeto jego do nowego polskiego jest 779,163 : 576. Łokieć wyższéj Austryi zawiera 354,5 linij francuzkich albo 799,6912 mill. a zatem stosunek jego do nowo-polskiego jest 799,6912 : 576.

Wychodząc z téj zasady że 7 stóp angiels. czynią jeden sążeń rossyjski czyli sażeń, a stopa angiel. zawiera 135,116 lin. franc. albo 304,7989 mill. znajdziemy, że *sażeń* zawiera 2133,59 milim. przeto stosunek sażenia do łokcia nowo-polskiego jest, 2133,59 : 576. Podług tego, ułożymy tabliczkę zamiany miar rossyjskich na millimetr. i miary nowo-polskie.

TAB. VI.

Podział Sażenia i jego stosunek do millimetrów i łokcia polskiego.

Sażeń	Arszyn	Werszk	Milli-metr.	Ich logarytmy	Łokcie nowo-polskie	Ich logarytmy
1	3	48	2133,59	3. 3291114	3,70415	0. 5686827
	1	16	711,1967	2. 8519897	1,23470	0. 0915614
		1	44,45	1. 6478697	0,07710	8. 8870544

Użycie téj tablicy jest podobne jak Tab. V. Następujące Tab. dają nam czynniki, przez które mnożąc liczby dane miar odpowiadających, otrzymamy miary nowo-polskie.

TAB. VII.

Zamiana dawniéj używanyah miar na łokcie nowo-polskie.

NAZWISKA MIAR	Czynniki	Ich logarytmy
Łokieć dawny polski	1,033922	0. 0144874
Ł. litewski	1,127915	0. 0522762
Ł. wiedeński	1,352714	0. 1312060
Stopa wiedeńska	0,548840	9. 7394458
Ł. Austryi wyższéj	1,388352	0. 1424999
Stopa reńska	0,544883	9. 7363035

TAB. VIII.

Zamiany dawniéj używanych prętów na pręty nowopolskie.

Nazwiska prętów	Czynniki	Ich logarytmy
Polski dawny koronny	1, 033922	0. 0144874
Litewski	1, 127915	0. 0522764
Chełmiński dawny	1, 0004080	0. 0002119
.... nowy	1, 016027	0. 0069051
Wiedeński	0, 878144	9 9435658
Reński	0, 8718134	9. 9404235
Sażen	0, 4938800	9. 6936214

144. Użycie tych tablic jest bardzo łatwe, jak to z przykładów zobaczymy:

Przykład 1. Mamy zamieniać 500 stóp reńskich na łokcie nowe polskie. Otrzymamy $500 \times 0,545 = 272,5$.

II. Chcąc 272,5 łok. pol. na stopy reńskie zamienić, liczbę łokci podzielimy przez czynnik z tablicy, otrzymamy $\frac{272,5}{0,545} = 500$ stóp reń.

III. Prętów chełmińskich dawnych 74 zamienić na nowe polskie. Będzie $74 \times 1,000262 = 74,019388$ pręt. polsk.

IV. Prętów polskich nowych 74,019388, zamienić na dawne chełmińskie.

Ten przykład wykonamy logarytmami.

log. 74,019=1. 8693432
dop. log. z Tab. VIII=9. 9998427

log. pręt. cheł.=1. 8691859,

liczba odpowiadająca temu logar. jest 73,993 co można za 74 uważać.

Gdybyśmy mieli zamienić inne podziały miar *np.* cale reńskie na polskie, ponieważ podziały łokcia reńskiego i polskiego są te same, stosunki też podane w Tab. nieodmienne są.

Miary powierzchni.

145. Zasadą miar powierzchni gruntu, prawie we wszystkich krajach, jest *pręt kwadratowy*, to jest kwadrat wystawiony na długość pręta. Największa miara powierzchni gruntu jest *Włóka* albo *Łan.*

Podziały miar powierzchni są także w wielu krajach jednakowe, a przynajmniéj dawniéj w Polsce używanych. Przeto następująca tablica podziału, jest ogólna dla wszystkich miar któremi się zaraz zajmiemy.

TAB. IX.

Podział miar kwadratowych

Wło-ska	Mórg	Sznur kwadr.	Pręt kwadr	Pręcik kwadr,	Ławek kwadrato:
1	30	90	9000	900000	90000000
	1	3	300	30000	3000000
		1	100	10000	1000000
			1	100	10000
				1	100

Włóka przeto jest prostokąt wystawiony na bokach 9 i 10 sznurów. Mórg jest prostokąt wystawiony na bokach 1 i 3 sznurów.

Jak w miarach liniowych, tak też i w kwadratowych, nie ma sznurów dawnéj i nowéj miary chełmińskiéj.

146. Włóka reńska zawiera 30 morgów reńskich, nazwanych magdeburgskiemi, lecz mórg zawiera tylko 180 prętów reńskich kwadratowych. Dalszy podział pręta jest taki jak w powyższéj tablicy.

Wiedeński mórg nazwany *Joch* zawiera 400 prętów kwadratowych, albo 1600 sążni wiedeń. kwadratowych

Dawnemi czasy używane były w polsce miary gruntowe: dwa *Łany frankońskie*, *mniejszy* i *większy; teutoński* albo *niemiecki*; dwa polskie nazwane *kmiece*, *mniejszy* i *większy*.

Łan frankoński mniejszy, był to prostokąt mający długości 3915 łokci koronnych, a 174 łok. kor. szerokości. Łan frankoński większy był długi na 3915 łok. koron a szeroki 217,5 łok. koronnych.

Łan teutoński był długi 4050 łokci koron- a szeroki 180 łokci koronnych.

Łan kmiecy, z którego kmiecie dzień w tygodniu podług prawa odrabiali, zawierał: mniejszy 1200 łok. kor. w podłuż, a wszerz 96: większy zaś był długi 3024 łok. kor. a szeroki 120.

147. Naprzód znajdziemy stosunki miar nowych polskich kwadr. do nowych francuzkich, a potém łatwiéj nam będzie podług poprzedzających wiadomości, ułożyć tablicę zamiany miar kwadratowych dawniéj w Polsce używanych na nowe polskie.

Pręt nowy polski zawiera 4m,32, a 15 stóp pol: podniosłszy te liczby do kwadratu znajdziemy że pręt kwadrat: nowy polski zawiera 18m,6624 kwadratowych, zaś stóp kwadr: nowo-polskich, 225. Tablica powyższa daje czynniki, przez które mnożąc albo dzieląc podług potrzeby, powyższe ilości, znajdziemy liczby do następującéj tablicy.

TAB. X.

Porównanie miar kwadratowych nowych polskich z metrami kwadr. i stopami nowo-pols. kwadratowemi.

	Metrów kwadrat:	Ich logarytmy	Stop. no. pol kwa:	Ich logarytmy
Włoka —	167961,6	5. 2252098	2025000	6. 3064250
Mórg —	5598,718	3. 7480886	67500	4. 8293038
Sznur kwadr:	1866,239	3. 2709674	22500	4 3521826
Pręt kwadrat:	18,6024	1. 2709674	2250	2, 3521826
Pręcik kwadr:	0,1866	9. 2709674	2, 25	0, 3521826
Ławka kwadr:	0,00187	7. 2709674	0,0225	8, 3521826

148. Wiemy że podniosłszy do kwadratu liczby danego stosunku, otrzymamy inny którego wykładnikiem jest kwadrat z danego stosunku jakoż, kiedy $a : b$ czyli $\frac{a}{b} = m$, będzie $\left(\frac{a}{b}\right)^2$, czyli $a^2 b^2 = m^2$ Zatem stosunki Tab. VIII podniosłszy do kwadratu, i ich logarytmy podwoiwszy, otrzymamy stosunki miar kwadratowych, i ich logarytmy.

Co się zaś tycze łanów frankońskich i kmiecych tak postąpimy. Naprzód łokcie koronne dawne zamienimy na nowe podług Tab VII, poczém mnożąc długość przez szerokość, otrzymamy ich powierzchnie w łokciach kwadr. now. polskich, które pomnożywszy przez 4, otrzymamy stopy kwadratowe, a te podług powyższéj tablicy zamienimy na pręty kwadratowe. Tym sposobem uformowana jest następująca Tablica.

TAB. XI.

Porównanie prętów kwadratowych dawniéj w Polsce używanych z nowemi polskimi.

NAZWISKO PRĘTA	Pręt. kwad. now. polski	Ich logarytmy
Polski dawny	1,06899	0. 0289748
Litewski	1,27219	0. 1045524
Chełmiński dawny	1,00082	0. 0003560
Chełmiński nowy	1.03230	0. 0138102
Wiedeński	0,77114	9. 8871316
Reński	0,7600584	9. 8808470
Frankoński mniejszy	1,43844	0. 1578908
Frankoński większy	1,79805	0. 2548008
Kmiecy mniejszy	0,24325	9. 3860623
Kmiecy większy	0,76629	9. 8843944

Przykład I. Włók chełmińskich dawnych 5, wiele uczyni stóp kwadr. now. polskich?

Naprzód pomnożymy 5 włók przez 9000, otrzymamy 27000 prętów kwad. daw. chełm. Tę ostatnią liczbę mnożąc przez 1,00072, czynnik z poprzedzającéj Tab. znajdziemy prętów nowych pol. kwadr. 27019,55. Nareście, wziąwszy czynnik 225 z Tab. X. i przez niego pomnożywszy liczbę pręt. kwad. now. otrzymamy 6079398,75 stóp kwadr. now. polskich.

Daleko prędzéj uczynimy tę zamianę za pomocą logarytmów: jakoż odbędziemy tylko dodawanie logarytmów odpowiadających czynników, do log. liczby danéj pręt. chełm.

$$
\begin{aligned}
\text{log. } 27000 &= 4.\ 4313638 \\
\text{log. czyn. pręt.} &= 0.\ 0003144 \\
\text{log. czyn. stóp} &= 2.\ 3521826 \\
\hline
\text{log. stóp} &= 6.\ 7838608
\end{aligned}
$$

liczba odpowiadająca 6079401,40 stóp kwadr. now. polskich.

Gdybyśmy mieli 3 włóki, 19 pręt. kwadr. 55 pręcików i 70 ławek nowych pol. do zamienienia na włóki chełmińskie dawne; naprzód zamienilibyśmy włóki na pręty kwadr., do których dodalibyśmy dane 19, otrzymalibyśmy 27019,5570 pręt. kwadr. now. polsk. wreście do logar. téj liczby dodamy dopełnienie arytmetyczne logar. czynnika odpowiadającego z Tab. XI,

$$
\begin{aligned}
\text{log. } 27019{,}5570 &= 4.\ 4316783 \\
\text{dop.log. stosun.} &= 9.\ 9996855 \\
\hline
\text{log. pręt. cheł.} &= 4.\ 4313638
\end{aligned}
$$

znajdziemy liczbę odpowiadającą 27000, co podzieliwszy przez 9000, otrzymamy 3 włóki dawne chełmińskie.

ROZDZIAŁ IX.

OBLICZENIE POWIERZCHNI GRUNTU.

149. Po ukończeniu na gruncie działań mierniczych i po wykreśleniu karty, należy zaraz przed nałożeniem barw czyli kolorów, przystąpić do obliczenia powierzchni gruntu.

Jeżeli grunt był strójkątowany, obliczmy naprzód powierzchnią trójkątów tych tylko które obok siebie leżą: części zaś nie pokryte trójkątami doliczymy sposobami które niżéj podamy. Potém obliczymy powierzchnie figur utworzonych przez wszystkie szczegóły gruntu; których summa powinna być równa powierzchni całéj karty ogółem obliczonéj. Rzadko, a można powiedzieć, że wypadki dwóch rachunków wspomnionych nigdy z sobą zupełnie się nie zgadzają; jeżeli niewielka okaże się różnica, wtedy za ostateczny wypadek bierze się średnio arytmetyczny: błąd 1 na 10000 powierzchni przyjąć można; gdyby przeto okazał się większy, potrzeba oba rachunki przerobić Dla uniknienia pomyłek, należy każdy w szczególności rachunek parę razy powtórzyć; a jeszcze lepiéj będzie, gdy ten sam rachunek dwie osoby niezależnie od siebie robić będą.

W pomiarach rozległych przestrzeni, cała powierzchnia dzieli się na stoliki, czyli kwadraty równéj powierzchni *np.* wszystkie po 26 włók; te zaś stoliki rozdzielone są na pomniejsze kwadraty, każdy *np.* włokę jednę obejmujący. Tym sposobem mając rozłożoną powierzchnią pomierzonego gruntu, łatwo jest ocenić i całą massę jego, i każdego szczegółu. W tedy bowiem, obliczywszy powierzchnie części kwadratów niezarobionych, i summę ich odjąwszy od powierzchni objętéj kwadratami, otrzymamy powierzchnię całego pola lub szczegółu. Podział ten na kwadraty kart ekonomiczych i topograficznych i w tem jeszcze jest nader korzystny, że figury nieregularne można zamienić na trójkąty prostokątne, których dwa boki są częściami boków tychże kwadratów.

Po tych uwagach, przystąpimy do rozwiązania szczególnych zagadnień.

154. *Powierzchnia trójkąta.* Mając p podstawę i w wysokość powierzchnia jego jest:

$$P=\frac{p\times w}{2}.$$

Czyli na karcie, czy na gruncie mierzymy dane w trójkącie, dokładniejszy otrzymamy wypadek gdy wszystkie trzy przemierzymy boki: oznaczywszy je przez a, b, c, i uczyniwszy $\frac{a+b+c}{2}=s$, będzie powierzchnia trójkąta:

$$P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \qquad (a)$$

Przykład. Niechaj będzie $a=100$ pręt. $b=120$ pr. $c=150$ pr. będzie $\frac{a+b+c}{2}=185=s$, pr. $s-a=85$ pr. $s-b=65$ prętów, $s-c=35$ pr. otrzymamy:

$$P=\sqrt{185\times85\times65\times35}=73332.$$

Gdy mamy wiadome dwa boki a, c, i kąt B między niemi zawarty, będzie:

$$P=\frac{a\times c \text{ wst. B.}}{2}$$

Gdy są dwa kąty B, C, i bok przy nich leżący a wiadome, będzie:

$$P=\frac{a^2 \, wst. \ C}{2 \, wst. \, (B+C)}$$

151. Z jednego wierzchołka A (fig 90) spuściwszy prostopadłe Aa, Ac, Ab, na boki wielokąta, znajdziemy powierzchnią jego, mnożąc wysokości przez połowę boków odpowiednich i dodawszy stąd otrzymane iloczyny.

Albo przemierzywszy boki i przekątne wielokąta i podług wzoru (a) znalazłszy powierzchnie trójkątów stąd otrzymanych, summa tych powierzchni, jest powierzchnią całéj figury.

452. W wielokącie foremnym, środek S (fig. 91) połączywszy z wierzchołkami jego, otrzymamy tyle trójkątów ASB... równych sobie, ile wielokąt ma boków: przeto znalazłszy powierzchnią jednego, pomnożywszy ją przez m liczbę boków wielokąta, otrzymamy powierzchnią jego. Nazwawszy AB przez a, AS$=r$, będziemy naprzód

mieli, $Sp=\sqrt{r^2-\frac{1}{4}a^2}$, więc powierzchnia P trójkąta ASB jest $\frac{1}{2}a\sqrt{r^2-\frac{1}{4}a^2}$, całego zaś wielokąta powierzchnia jest, $\frac{1}{2}a\times m\sqrt{r^2-\frac{1}{4}a^2}$, czyli:

$$\tfrac{1}{2}a\times m\sqrt{(r+\tfrac{1}{2}a)(r-\tfrac{1}{2}a)} \qquad \text{(b)}$$

Oznaczywszy przez n stosunek boku wielokąta do promienia koła na nim opisanego, czyli $\frac{a}{r}=n$, będziemy mieli $r=\frac{a}{n}$, powyższy przeto wzór zamieni się na:

$$\frac{a^2\times m}{4n}\sqrt{4-n^2} \qquad \text{(c)}$$

Z tego wzoru widzimy, że do obliczenia powierzchni wielokąta foremnego, dosyć jest przemierzyć jego bok jeden i znać stosunek promienia koła opisanego na tym wielokącie do jego boku. Chociaż w praktyce mierniczéj rzadko na wielokąty foremne natrafiamy, podamy jednakże wartość stosunku n, począwszy od trójkąta równobocznego aż do dwunastokąta foremnego.

Wielokąty	*Stosunek*	*Logar. stosun.* n
Trójkąt . . .	1,7325 . . .	0.2385606
Kwadrat . . .	1,4142 . . .	0.1505150
Pięciokąt. . .	1,1756 . . .	0.0702487
Sześciokąt . .	1,0000 . . .	0.0000000
Siedmiokąt . .	0,8678 . . .	9.9384022
Ośmiokąt. . .	0,7654 . . .	9.8838697
Dziewięciokąt .	0,6840 . . .	9.8350817
Dziesięciokąt .	0,6180 . . .	9.7910124

Wielokąty	*Stosunek*	*Logar. stosun. n.*
Jedenastokąt .	0,5635 . . .	9.7508661
Dwunastokąt .	0,5176 . . .	9.7140262

Przykład. Niechaj bok ośmiokąta foremnego zawiéra 58 sążni: wzór (c) daje

$$\frac{58^2\times 8}{4\times 0,7654}\sqrt{4-(0,7654)^2}:$$

wykonawszy działanie, znajdziemy powierzchnią szukaną ośmiokąta 16235,45 sążni kwadratowych.

153. *Obrachować powierzchnią czworokąta, mając wiadome wszystkie boki i kąty jego.*

Czworokąt ABCD (fig. 89) podzielimy przekątną AC na dwa trójkąty ABC i ADC; oznaczywszy AB przez a, BC przez b, CD przez c, i DA przez d, będzie powierzchnia P czworokąta

$$P=\frac{c\times d\ wst.D+a\times b\ wst.\ B}{2},$$

albo; $$=\frac{b\times c\ wst.\ C+a\times d\ wst.\ A.}{2}$$

154. *Obliczyć powierzchnią P czworokąta, mając wiadome jego przekątne* AC, BD (fig. 89) *i kąty pomiędzy temi przekątnemi zawarte.*

Przekątne AC i BD podzieliły czworokąt na cztéry trójkąty, których wierzchołek wspólny jest E, mamy więc, $AEB=DEC=\gamma$, $BEC=AED=180^0-\gamma$; naznaczywszy $BE=x$, $ED=y$, $AE=t$, $EC=z$, otrzymamy powierzchnie:

$$\text{trójkąta AEB} = \frac{t\times x}{2}\,wst.E$$

$$\text{BEC} = \frac{x\times z}{2}\,wst.E$$

$$\text{CED} = \frac{z\times y}{2}\,wst.E$$

$$\text{DEA} = \frac{y\times t}{2}\,wst.E$$

$$\text{Pow: czwor. ABCD} = \frac{t\times x + x\times z + z\times y + y\times t}{2}\,wst.E$$

albo rozłożywszy na czynniki, będzie:

$$P = \frac{(x+y)(t+z)}{2}\,wst.E = \frac{AC\times BD}{2}\,wst.E$$

155. *Czworokąta* ABCD *(fig. 89) wpisanego w koło są wszystkie cztery boki* a, b, c, d. *wiadome, obrachować jego powierzchnią.*

Kiedy kąt B zawarty jest między bokami a,b, wtedy kąt D zawarty między c,d, równy jest $180°-B$, więc *wst* D $=$ *wst.* B: naznaczywszy T, T′ powierzchnie trójkątów ABC i CDA, będzie powierzchniu P, czworokąta:

$$P = T + T' = \left(\frac{a\times b}{2} + \frac{c\times d}{2}\right) wst\,B.$$

ale, oznaczywszy AC przekątną i wspólną podstawę trójkątów przez z, mamy:

$$\left.\begin{aligned} z^2 &= a^2+b^2-2a\times b\ \text{dos. B} \\ z^2 &= c^2+d^2+2c\times d.\ \text{dos. B} \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

$$\text{skąd, dos. B} = \frac{a^2+b^2-c^2-d^2}{2\,(a\times b+c\times d)}:$$

aże,

$$wst.\ B = \sqrt{1-dos^2 B} = \sqrt{1-\frac{(a^2+b^2-c^2-d^2)^2}{4(a\times b+c\times d)^2}},$$

zatém, w równ: na P położywszy wartość za *wst*. B, otrzymamy:

$$P=\frac{a\times b+c\times d}{2}\sqrt{1-\frac{(a^2+b^2-c^2-d^2)^2}{4(a\times b+c\times d)^2}}:$$

wykonawszy działanie, będzie:

$$P=\tfrac{1}{4}\sqrt{4(a\times b+c\times d)^2-(a^2+b^2-c^2-d^2)^2}:$$

rozłożywszy na czynniki, otrzymamy:

$$P=\tfrac{1}{4}\sqrt{2(a\times b+c\times d+a^2+b^2-c^2-d^2)}$$
$$\times\sqrt{2(a\times b+c\times d-a^2-b^2+c^2+d^2)},$$

albo:

$$P=\tfrac{1}{4}\sqrt{\{(a+b)^2-(c-d)^2\}\{(c+d)^2-(a-b)^2\}}:$$

rozłożywszy na czynniki, znajdziemy:

$$P=\tfrac{1}{4}\sqrt{(a+b+c-d)(a+b+d-c)(c+d+a-b)}$$
$$\times\sqrt{(c+d+b-a)}$$

albo:

$$P=\tfrac{1}{4}\sqrt{\frac{(a+b+c-d)}{2}\,\frac{(a+b+d-c)}{2}\,\frac{(a+c+d-b)}{2}}$$
$$\times\sqrt{\frac{(b+c+d-a)}{2}}:$$

uczyniwszy $\frac{a+b+c+d}{2}=s$ otrzymamy na koniec wzór bardzo prosty:

$$P=\sqrt{(s-a)\,(s-b)\,(s-c)\,(s-d)}$$

Powyższy wywód wzoru obecnego, należy się Panu Puissant: Legendre innym do niego doszedł sposobem.

156. *Cztery boki trapeza* ABCD (fig. 92) *są wiadome, wyrachować powierzchnią jego*.

Boki równoległe są: b, d; nierównoległe a, c; nazwawszy y wysokość Ce, znajdziemy powierzchnią P trapeza: $\frac{b+d}{2}\times y$. Poprowadźmy CE równoległą do AD, będzie BE $=b-d$; uczyniwszy $b-d=g$, i $\frac{a+c+g}{2}=s'$, będzie powierzchnia trójkąta BCE $=\sqrt{s'(s'-a)(s'-c)(s'-g)}$ $=\frac{g\times y}{2}$, skąd $y=\frac{2}{g}\sqrt{s'(s'-a)(s'-c')(s'-g)}$: tę wartość na y położywszy w wyrażenie powierzchni trapeza, i wróciwszy $b-d$ za g, znajdziemy powierzchnią jego:

$$P=\frac{b+d}{b-c}\sqrt{s'(s'-a)(s'-c)(s'-b+d)}$$

Przykład. Gdy $a=18$ prętów, $b=50$ prętów $c=24$ pręt. $d=30$ pręt. będzie $b-d$ czyli $g=20$ pręt. $s'=\frac{18+24+20}{2}=31$; więc $s'-a=13$ pr. $s'-c=7$, $s'-g=11$, zatém: $P=\frac{50+30}{50-30}\sqrt{31\times13\times7\times11}$ $=704$ pręt kwadr. 62 pręci: kwadratowych.

157. Gdy możemy przemierzyć promień R koła, mamy powierzchnią jego πR^2, gdzie $\pi=3{,}141$.

Jeżeli promień niedostępny, przemierzywszy obwód O, mamy powierzchnią koła $=\frac{O^2}{4\pi}$

Powierzchnia W wycinka koła obejmującego stopni n, jest $W=\frac{n}{360^0}\times\pi R^2$.

Powierzchnia odcinka koła objętego łukiem n stopni mającego, jest $\frac{R^2}{360}(n\pi \pm 180^0 \; wst.n)$: znak górny dla łuku mniejszego od 180°, znak dolny dla łuku większego od 180°.

Sposoby obliczenia powierzchni dotąd podanę stosują się do figur wykreślonych na karcie, lub gdy elementa rachunku są nam skądinąd wiadome. Podamy teraz sposoby obliczenia powierzchni gruntu nie mając karty jego.

Użycie Węgelnicy.

158. *Obliczyć powierzchnie czworokątów* A*b*, *ac*, *d*C, *składających jeden czworokąt* BD (fig. 93).

Przez D, C, *c*, *b*, poprowadzimy prostopadłe do AB: w punktach *k*, *h* gdzie prostopadła D*l* przecina linie *ab*, *dc*, ustawimy tyki: przemierzymy linie A*l*, AB, B*g*, *gm*, *mn*, i na prostopadłéj, *lh*, *hk*, *k*D, jako też A*a*, *ad*, *d*D, *bg*, linie zaś *mc* i *n*C, potrzeba przemierzyć i obliczyć dla sprawdzenia.

Mając to, obliczymy naprzód trapez D*ln*C i trójkąt A*l*D, których summę nazwiemy S i powierzchnią trójkąta BC*n*, którą nazwiemy T; przeto powierzchnia ABCD=S—T.

Teraz obliczymy powierzchnie trapezów *klmc*, *hlbg*, które nazwiemy P,P′; powierzchnie trójkątów D*dk*, D*ah*, które nazwiemy *t*, *t′*; trapezów *mn*C*c*=*p*, *gmcb*=*p′* i trójkąta B*gb*=*t″*.

Znajdziemy:

Powierzchnią $ABba = P' + AlD - (t' + t'')$..

Pow $abcd = P + AlD - (t + p + t'' + \text{pow. } ABba)$

Pow. $DCcd = S - (T + \text{pow.} ABba + \text{pow. } abcd)$

159. *Wymierzyć powierzchnią trójkąta* ABC (fig. 94), *którego oprócz boku* AB *żaden punkt nie jest dostępny.*

Ustawiwszy węgelnicę w punkcie A, wytkniemy prostopadłą AE do AC; daléj, na boku AB naznaczymy D spodek prostodadłéj przez C przeprowadzonéj; wreście przez B poprowadzimy prostopadłą do AE i punkt E oznaczymy tyką: nakoniec przemierzymy AB, AD, AE i EB, znajdziemy powierzchnią T trójkąta ABC:

$$T = \frac{AB \times AD \times AE}{2EB}.$$

Bowiem, wyobraziwszy sobie BF równoległą do AE, otrzymamy trójkąty ABF i ADC podobne, jako prostokątne i mające wspólny kąt A, a nadto ponieważ trójkąty ABE i ABF przystają do siebie, więc $DC : AD = AE : BE$; skąd:

$$DC = \frac{AD \times AE}{BE}; \quad \text{a następnie :}$$

$$T = \frac{AB \times AD \times AE}{2BE}.$$

Jeżeli CD przedłużyć możemy aż do przecięcia się w D' z linią AE, otrzymamy z trójkąta prostokątnego ACD', $CD = \frac{\overline{AD}^2}{DD'}$, skąd;

$$T = \frac{AB \times \overline{AD}^2}{2DD'}$$

160. *Nieregularnego pola* ABCDE.... (fig. 95) *obliczyć powierzchnią.*

W najdogodniejszém położeniu wytkniemy linią AX nazwaną *podstawą działań*, do któréj przez wszystkie wierzchołki A, B, C ..... pospuszczamy prostopadłe: wymierzymy długości prostopadłych i odległości ich spodków, nareście obliczymy powierzchnie wszystkich trapezów i trójkątów prostokątnych otrzymanych z poprzedniego działania: summa tych powierzchni jest powierzchnią całéj figury. Uważać jednak potrzeba, że od summy powierzchni trapezów, i trójkątów, potrzeba odtrącić summę powierzchni figur będących po za obrębem pola: tak, na naszéj figury trapez *l*IK*k*, i trójkąt A E *x*, są za obrębem pola, przeto ich powierzchnie odjąć potrzeba od summy obliczonych powierzchni.

Wziąwszy liczby napisane na figurze, znajdziemy summę wszystkich trapezów i trójkątów. . . . . 59,56 pręt. kwadr.
summa zaś powierzchni
trapeza *l*IK*k* i trójkąta AE*x* 1,62

więc powierz. pola ABCD jest 57,94 pręt. kwadr.

161. Jeżeli figura pola jest bardzo pokrzywiona, wtedy dogodniéj częstokroć odnosić działania do kilku podstaw, położonych w najdogodniejszych kierunkach. Gdyby to była figura 96, wytknęlibyśmy podstawy A B, BC, DE: położenie BC względem AB naznaczymy, spuściwszy z *n* prostopadłą do BC i przemierzywszy B*n* i *n m*; dla wyznaczenia zaś położenia DE,

poprowadzimy ts i mm' prostopadłe do BC i przemierzymy Bm, mt, jako też prostopadłe ts i mm'; zresztą postąpimy jak w poprzedzającym numerze.

Jeżeli obwodnica pola jest linią krzywą, potrzeba prowadzić prostopadłe do podstawy w takiéj odległości, żeby część linii krzywéj między nimi zawartą, można wziąść bez błędu za linią prostą.

162. Kiedy obwodnica pola nie jest zbyt pogięta, wtedy ułatwimy rachunek, gdy odnosząc działanie do jednéj podstawy AB (fig. 97), weźmiemy równe odległości Aa, ac, ce.. spodków prostopadłych, gdyż jak to łatwo z figury widzieć można, powierzchnia całego pola będzie:

$$\left(\frac{Aa'}{2}+bb'+dd',+ff'+hh'+kk',+mm',+oo';+qq'\right)Aa$$

163. Gdy pole wewnątrz jest niedostępne, opiszemy go wielokątem jak najprostszym, którego boki za podstawy weźmiemy, oznaczywszy naprzód ich wzajemne położenie. Obliczywszy naprzód powierzchnią wielokąta, od niéj odejmiemy summę powierzchni trapezów i trójkątów będących zewnątrz pola. Tego sposobu jeszcze wtenczas użyć można, kiedy przewidzimy, że przez to ułatwimy sobie robotę. Figury 98 i 99 przedstawiają przykłady tego rodzaju: liczby na nich popisane są dla wprawy. Co do fig. 98, znajdziemy powierz. trój. opisanego 29,994 pr. kw.
Powierz. nadmiarów wszystkich jest 7,966

więc powierzchnia pola jest; 22,028 pr. kw.

164. Jeżeli obwodnica pola nie jest zbyt pozaginana, poprowadzimy bok wielokąta tak, aby części przybrane z częściami odciętemi wzajemnie się zniosły, chociażby niezupełnie dokładnie, byleby wielkiéj różnicy nie było, jak to na fig. 99 wzdłuż boku A*b* widzimy.

165. Kiedy w żadnym punkcie wewnątrz figury na jéj obwodzie nie można ani ustawić węgelnicy, ani dostąpić z łańcuchem, wtedy tak postąpić potrzeba. Wytkniemy dwie linie XY, XP (fig. 100), przecinające się pod kątem prostym i tak położone, żeby nie będąc zbyt oddalone od figury pola BADD'.... bez trudności można na nich wykonywać działania węgelnicą i łańcuchem; po czém każemy ustawić tyki w punktach B, *c*, *b*, *a*, *b'''* *c'''* B,'' A,'' D,'' E, D, A, tak, ażeby części obwodnicy zawarte między temi punktami wziąść można za linie proste. Mając to, pospuszczamy prostopadłe naprzód do osi XY, potém do XP, przez wszystkie tyki przechodzące i nakoniec na obu osiach XY, XP, przemierzymy odległości spodków prostopadłych, skąd otrzymamy liczby do obrachowania powierzchni pola. Jakoż mamy wiadome Xc''=cc', Xb=bb', XB'=Bb' boki równoległe trapezów B$b'c'c$ i $bb'c'c$ i ich wysokość $b'c'$, więc znajdziemy ich powierzchnie, których różnica jest powierzchnią części bcB całego pola; i t. d. Albo, przemierzymy D'''d' i D'E', otrzymamy podstawę i wysokość trójkąta DED; A'''a' i D'''d' są bokami trapeza DAA''D'' a jego wysokość D'A': i t. d.

Dla zapewnienia sobie dość dokładnych wypadków, potrzeba mieć przytomnego pomocnika, któryby przynależycie tyki na obwodnicy pola ustawić umiał: nadto, należy od ręki wykréślić na papierze figurę pola.

166. Dla wprawy w rachunek, wyznaczymy węgelnicą powierzchnią pola ABCDE (fig. 101) i jego szczegółów ALME, EMNORF, FRGD, LQPON, QBKP, PKIO, OIHS, SHGC.

Obejrzawszy granice całego pola i jego szczegółów, wykréślimy naprzód od ręki figurę jego i na niéj ułożymy plan postępowania. Dajmy, że AB będzie najdogodniejszą podstawą działań, jako téż dwie przybrane aD, op, obie prostopadle poprowadzone do AB, piérwsza przez punkt D, druga przez P. Ustawiwszy tyki we wszystkich wierzchołkach figury, spuścimy z nich prostopadłe do podstawy AB i oznaczymy kołkami numerowanemi ich spodki e', a, s, v, i, Q', o, b; podobnież przez E, F, C do aD, a przez K, I, H, O, S, G do op poprowadziwszy prostopadłe, oznaczymy ich spodki kołkami y, r, g; α, β, q', γ, t', p.

Przypatrzywszy się z uwagą figurze wykréślonéj od ręki zobaczymy, że do obliczenia powierzchni wszystkich szczegółów, potrzeba przemierzyć na gruncie następujące linie, które niechaj będą: na AB; Bb= 24 pręt. bo= 36 prętów oQ'= 8,5 pręt. Q'Q= 8 pręt. Qi= 7,1 pr. iL=27,2 pręt. Lv= 12 pręt. vs= 5,1 pręt. sa= 50,1 pręt. aA= 36 pręt. Ae' = 14,5 prętów: na aD; ay = 54 pręt. yd'= 37,1 pręt. $d'r$ = 2,3 pręt. rg=11,5 pręt. gD = 18,5 prętów: na op; $o\alpha$ = 40 prętów

αP = 9 pręt. Pβ = 24 pręt. βq = 6 pręt. qq' = 1 pręt. $q'\varepsilon$ = 10,9 pręt. $\varepsilon\gamma$ = 5,5 pręt. γt = 4,5 pręt. tt' = 1,5 pręt. $t'\delta$ = 5,5 prętów; nakoniec przemierzymy Mv, które niechaj zawiera 44 pręty.

Nie potrzebujemy tu przypominać, że linie AB, aD, op z ich częściami powinny być po dwa razy mierzone.

Unikając pomiaru innych linij, znajdziemy je rachunkiem. Tak: z podobieństwa trójkątów gDC i g'GC mamy, $g'G = \frac{gD \times g'C}{gC} = \frac{18,5 \times 59,6}{154} = 7,81$; więc $iG = ag + g'G = 115$. Z podob. trój. sNL i vML jest, $sN = \frac{vM \times sL}{vL} = \frac{44 \times 17,1}{12} = 62,7$. Następnie, trójkąty podobne bBC i cKC; bBC i dIC; lOG i nSG; BbC i eHC; DgC i δwC; lOG i mrG; rFD i EDy; Frz i FRd'; mr'R i zd'R; dają: $cK = \frac{bB \times cC}{bC} = \frac{24, \times 67,9}{40} = 15,1$; $dI = \frac{bB \times \beta\delta}{bC} = \frac{24 \times 34,9}{107,9} = 7,76$; $nS = \frac{iQ' \times nG}{lG} = \frac{15,1 \times 13,31}{35,71} = 5,63$; $eH = \frac{bB \times \gamma\delta}{o\delta} = \frac{24 \times 11,5}{107,9} = 2,56$; $\delta w = \frac{gD \times ob}{ab} = \frac{18,5 \times 36}{154} = 4,32$; $mR = \frac{iQ' \times mG}{lG} = \frac{15,1 \times 24,81}{35,71} = 10,59$; $Fr = \frac{Ey \times rD}{yD} = \frac{50,5 \times 33}{72,4} = 23,02$; $rz = \frac{Fc' \times Fr}{Rc'} = \frac{2,5 \times 23,02}{127,91} = 0,45$; $mr' = \frac{zd' \times mR}{d'R} =$

$\frac{1,85\times10,49}{104,89}=0,18$; $lo'=\frac{Ob'\times iQ'}{SQ}=\frac{16,3\times15,1}{59,4}=$ 4,14: zważając zaś, że przybrawszy MΘ równoległą od AB, znajdziemy z podobnych trójkątów EΘM i πXM, $\pi x=\frac{(e'E-Mv)\times av}{e'v}$, zatém $ax=$ $Mv+\pi x=\frac{av\times Ee'+ae'\times Mv}{e'v}=\frac{55,2\times54+50,5\times44}{105,7}$ $=49,22$. Te mając obliczone linie, znajdziemy nadto; $iG=ag+g'G=115$; $Av=91,2$; $oP=49$; $Q'O=80$; $oQ=16,5$; $Qs=51,4$; $aK=51,1$; $\beta q'=7$; $Pq=30$; $I\beta=7,76+36=43,76$; $St'=23,6-5,63=17,97$; $\gamma H=36+2,56=38,56$; $wp=7,81-4,32=3,49$. Mając przygotowane wszystkie linie potrzebne do rachowania powierzchni, zaczniemy od massy całego pola, które rozłożone jest na następujące części:

Trapez $e'GDA=\frac{ay+aD}{2}\times e'a$

$=\frac{54+126,4}{2}\times50,5$ 4555,10

Trapez $aDGi=\frac{aD+iG}{2}\times ai$

$=\frac{126,4+115,71}{2}\times94,4$ 11427,59

Trapez $iGCB=\frac{iG+bC}{2}\times ib$

$=\frac{115,71+107,9}{2}\times59,6$ 6663,59

Trójkąt $bCB=\frac{bC\times bB}{2}=\frac{107,9\times24}{2}$. 1294,80

Razem . 23941,07 p. k.

z przeniesienia . . 23941,07

do odjęcia trójkąt. $e'AE = \frac{e'A \times e'E}{2}$

$= \frac{14,5 \times 54}{2}$ 391,51

Powierzchnia całego pola . . . 23549,57 p. k.

Teraz przystąpimy do obliczenia szczegółów tego pola, które rozłożone są na części dodatne i odjemne następujące:

Trapez $e'EMv = \frac{ay + Mv}{2} \times e'v$

$= \frac{54+44}{2} \times 105,7$ . . 5179,30

Trojkąt $vML = \frac{Mv \times vL}{2}$

$= \frac{44 \times 12}{2}$ . . . . . 264,00 +5443,30

do odjęcia trój. $e'EA = \frac{ay \times e'A}{2}$ . . —391,50 p. k.

Powierzchnia AEML . 5051,80

Tra. $sNOQ' = \frac{sN + OQ'}{2} \times sQ'$

$= \frac{62,7+80}{2} \times 59,4$ . . . 4238,19

Tra. $Q'o'qO = \frac{OQ' + oP}{2} \times oQ'$

$= \frac{80+49}{2} \times 8,5$ . . . . 548,25 +4786,44

z przeniesienia . . 4786,44

do odjęcia trój. $sLN = \frac{sN \times sL}{2}$

$= \frac{62{,}7 \times 17{,}1}{2}$ 536,09

tró $oPQ = \frac{oP \times oQ}{2} = \frac{49, \times 16{,}5}{2}$ 404,25 } −940,34

Powierzchnia LNOPQ . 3846,10 p. k.

Trapez $EFry = \frac{e'a \times Fr}{2} \times yr$

$= \frac{50{,}5 + 23{,}02}{2} \times 39{,}4$ . . 1448,34

Trójk. $Eyx = \frac{ay - ax}{2} \times e'a$

$= \frac{4{,}78 \times 50{,}5}{2}$ 120,70

Trap. $axr'i = \frac{ar' + r'i}{2} \times ai$

$= \frac{93{,}4 + 90{,}9}{2} \times 94{,}4$ . . 8[illegible]98,96

Trójkąt $r'mR = \frac{mR \times mr'}{2}$

$= \frac{10{,}49 \times 0{,}18}{2}$ 0,94

Trap. $mlOR = \frac{lQ' + mR}{2} \times q'i$

$= \frac{15{,}1 + 10{,}49}{2} \times 10{,}9$ . . 139,47

Trójkąt $Olo' = \frac{lQ' \times lo'}{2}$

$= \frac{15{,}1 \times 4{,}14}{2}$ 31,26

Powierzchnia sLN . 536,09 } +10975,76

z przeniesienia . . 10975,76

do odjęcia; trój. $Frz = \frac{Fr \times rz}{2}$

$= \frac{23,02 \times 0,45}{2}$ 5,18

Trapez $o'isN = \frac{sN + o'i}{2} \times si$

$= \frac{62,7 + 75,86}{2} \times 44,3$ . . 3069,10

Trapez $axMv = \frac{ax + Mv}{2} \times av$

$= \frac{49,22 + 44}{2} \times 55,1$ . . . 2568,21

powierzchnia vML . . 264,00 — 5906,49

Powierzchnia EMNORF . 5069,27

Trójkąt $Fr\,D = \frac{Fr. \times rD}{2}$

$= \frac{23,02 \times 33}{2}$ 379,83

Trap z $DGr' = \frac{zD + Gr'}{2} \times ai$

$= \frac{33,45 + 24,81}{2} \times 94,4$. 2749,87

Trójkąt $r'RG = \frac{r'G \times mR}{2}$

$= \frac{24,81 \times 10,49}{2}$ 130,13

powierzchnia Frz . . 5,18

Powierzchnia DFRG 3265,01

Trójkąt $oPQ = \frac{oP \times oQ}{}$

$= \frac{49 \times 16{,}5}{5}$ 404,25

Trójkąt $P\alpha K = \frac{\alpha K \times \alpha P}{2}$

$= \frac{51{,}1 \times 9}{2}$ 229,95

Trap. $Bo\alpha K = \frac{\alpha K + oB}{2} \times o\alpha$

$= \frac{51{,}1 + 60}{2} \times 40$ 2222,00

Powierzchnia QPKB 2856,20

Trójkąt $Oq'P = \frac{Pq' \times Oq'}{2}$

$= \frac{31 \times 8{,}5}{2}$ 131,75

Trójkąt $q\beta I = \frac{\beta I \times \beta q}{2}$

$= \frac{43{,}76 \times 6}{2}$ 131,28

Trapez $\alpha\beta IK = \frac{\alpha K + \beta I}{2} \times \alpha\beta$

$= \frac{51{,}1 + 43{,}76}{2} \times 33$ . . 1565,19 +1828,22 z przeniesienia 1828,22

do odjęcia:

Trójkąt $Oqq' = \frac{Oq' \times qq'}{2}$

$= \frac{8{,}5 \times 1}{2}$ 4,25

powierzchnia PaK . 229,95 —234,20

Powierzchnia PKIO . 1594,02

Trapez $Oq't'S = \frac{Oq' + St'}{2} \times q't'$

$= \frac{8{,}5 + 17{,}97}{2} \times 22{,}4$ . . 296,46

Trap. $\beta\gamma HI = \frac{\beta I + \gamma H}{2} \times \beta\gamma$

$= \frac{43{,}76 + 38{,}56}{2} \times 23{,}4$ . . 969,15

Trójkąt $\gamma t H = \frac{\gamma H \times \gamma t}{2}$

$= \frac{38{,}56 \times 4.5}{2}$ 86,76

powierzchnia Oqq' . . 4,25 +1356,62

do odjęcia trójk. $Stt' = \frac{St' \times tt'}{2}$

$= \frac{17{,}97 \times 1.5}{2}$ 13,48

powierzchnia $q\beta I$ . . 131,28 —144,76

Powierzchnia IHSO . . 1205,86

Trapez $St'pG=\frac{St'+oi}{2}\times t'p$

$=\frac{17,97+23,6}{2}\times 13,31$. 276,65

Trójkąt $\delta wC=\frac{\delta C\times\delta w}{2}$

$=\frac{36\times 4,32}{2}$ 77,76

Trap. $\gamma HC\delta=\frac{\delta C+\gamma H}{2}\times\gamma\delta$

$=\frac{36+38,56}{2}\times 11,5$ . . . 428,72

Powierzchnia Stt' . . 13,48 +796,61

do odjęcia trójkąta $Gpw=$

$\frac{oi\times pw}{2}=\frac{23,6\times 3,49}{2}$. 41,18

Powierzchnia γtH . . 86,76 —127,94

Powierzchnia CGSH . . 668,67 p.k.

Summa tych szczegółów jest więc 23556,93 prętów kwadrat.; ażeśmy znaleźli powierzchnią ogółu 23549,57 pręt. kwad. zatém różnica 7,36 pręt. kwad. jest za wielka, bowiem 1 na 10000 pręt. kwad. może tylko być przyjęte. Te 7,36 pochodzić mogą z opuszczenia tysiącznych w ułamkach liczb wchodzących do obliczenia ogółu pola: gdyby wszakże ten błąd wynikł z niedokładnego rozmiaru linij na gruncie, potrzeba te działanie nieuchronnie powtórzyć.

167. Przykład powyższy daje dokładne wyobrażenie prowadzenia rachunku przy obliczaniu

powierzchni gruntu, czyli *dane* (data) do rachunku są z karty wzięte podług skali, czyli innym sposobem otrzymane; bowiem szczegółowe rachunki odnoszą się tylko do obliczenia powierzchni trójkątów, prostokątów i trapezów.

Kiedy z karty oceniamy powierzchnią gruntu, wszystkie linie krzywe i łamane zamieniają się na linie proste, skąd powstają jedne z powyżej wymienionych figur: niektórzy jednak jeometrowie, wszelkie figury zamieniają na trójkąty, co wszakże nietylko niekoniecznie jest potrzebne, ale nadto jest przyczyną błędów, z samego graficznego postępowania wynikających. Radzimy przeto, aby wszelkie prostoliniowe figury przekątniami na trójkąty dzielono, których powierzchnie z dokładnością zupełną wyrachować można podług podanego wzoru (n. 150), ... $P=\sqrt{s\,(s-a)\,(s-b)\,(s-c)}$. Będzie to wprawdzie cokolwiek mozolna praca, ale nią okupi jeometra *spokojność sumienia* i zapewni sobie *szacunek* jaki się temu szanownemu zawodowi należy.

168. Uczeni i pracowici inżenierowie usiłowali zbudować takie narzędzie, któremby można było prędko i dokładnie powierzchnie rachować; lecz się praktycznie mówiąc, nieudały żadnemu. Jeden *Zeliński* jeometra, osiadły przed 30 laty we Francyi wymyślił taki *powierzchniomierz*, że przy swej prostocie daje dokładne wypadki bez rachunku. Dziwną jest wszakże rzeczą, że to tak szacowne narzędzie, chociaż przyjęte jest od jeometrów francuzkich za rozkazem ministerstwa, do-

tąd nigdzie opisane nie jest; i dla tego zapewne prócz Francyi, nigdzie go podobno nie używają.

Figura 102 przedstawia to narzędzie prawie w naturalnéj wielkości.

Do prawidła mosiężnego DE przyczepione jest za pomocą sztuczki mosiężnéj LO prawidło kryształowe AB obracać się mogące około punktu O w ten sposób, że obrączka *zki* sztuczki LO i pod nią druga, mogą się obracać ślizgając się po obwodzie; zatém środek O obrotu prawidła jest w przeźroczu. Długość i szerokość kryształowego prawidła jest dowolna. Widzimy na niém narysowane linie równoległe do siebie O*x*; 0-500; *ab*; *od*. O*x* przechodzi przez środek obrotu i na niéj się podziały znajdują: *ab* przechodzi przez środek szerokości prawidła zaś 0-500 oddalona jest od O*x* o $\frac{1}{10}$ całéj szerokości jego, którą uważamy od linii *cd* do O*x*. Ta szerokość wziętą jest podług przyjętéj skali, a dla łatwego użycia zawiera 10 prętów.

Srubka *s* służy do wyregulowaniu prawideł AB, DE, które gdy są położone, jak figura pokazuje, powinny być równoległe do siebie. Listewka *ee'* służy do przytrzymania narzędzia w czasie jego użycia.

Prawidło mosiężne lub drewniane FG odłączne jest od reszty narzędzia; *ff* jest listewka do tego samego użycia jak *ee'* na prawidle DE.

Dokładność tego narzędzia należy 1º na dokładném podzieleniu skali; 2º na doskonałéj równoległości krawędzi prawidła AB i na niém nakréślonych linij O*x*; 0-500; *ab*, *cd*, 3º kiedy początek skali jest w punkcie O obrotu: 4º prawidło AB ani bardzo luźno ani tęgo obracać się nie powinno.

169. ***Podział skali i użycie narzędzia.*** Niech szerokość *dx* równe będzie 10 prętów podług pewnéj danéj skali, i dajmy że na linii O*x* już są podziały uskutecznione a chcemy obliczyć powierzchnią trójkąta OPC wykréślonego podług téj saméj skali. Złożywszy narzędzie tak, aby prawidła AB i DE do siebie przystawały, ustawimy go w ten sposób, aby początek podziałów prawidła AB padł na koniec O podstawy jego i żeby linia O*x* poszła po podstawie OP: prawidło DE przytrzymawszy w miejscu nieporuszone, drugie AB obrócimy około O, dopóki linia *cd* nieprzejdzie przez drugi koniec P podstawy OP. Wyobraziwszy sobie CC′ równoległą do podstawy OP, ta przetnie linią OC′ która jest linią O*x* lecz w drugim położeniu prawidła, w punkcie C′, ten punkt złączywszy myślą z punktem P otrzymamy trójkąt OPC′ równy trójkątowi OPC. Lecz w trójkącie OPC′ wziąwszy OC′ za podstawę, P-100 będzie jego wysokością, która jest szerokością prawidła AB. Podobnie każdy trójkąt zamienić można na inny mający stałą wysokość *dx*, a podstawę wzdłuż linii O*x* przechodzącéj przez środek obrotu O. Stąd oczywiście wypływa, że *powierzchnie tak zamienionych trójkątów są w stosunku ich podstaw*; aże te podstawy przypadają na linią O*x*, przeto na niéj kréślimy podziałkę

nazwaną *podziałkę powierzchni*, którą, jak zobaczymy, bardzo łatwo otrzymamy.

Niechaj wysokość stała trójkątów czyli szerokość dx prawidła AB będzie przez w, a podstawa OC przez p oznaczona, powierzchnia trójkąta OPC, czyli OPC′ będzie. $w \times \frac{1}{2}p$. Gdyby było $w=1$ pręt' ta powierzchnia byłaby $\frac{1}{2}p$, to jest: połowa prętów zawartych w podstawie; a przeto aby liczba podziałów podstawy oznaczała powierzchnią, potrzeba liczbę prętów p, podzielić na części dwa razy mniéj; *np.* 100 prętów podzielić na 50 części, z których każda oznaczać będzie 1 pręt kwadratowy. Stąd widzimy, że *podziały skali powierzchni są dwa razy dłuższe od podziałów skali zwyczajnéj*

Gdy $dx=10$ prętów czyli $w=1$ sznur, wtedy $\frac{1}{2}p$ wyobraża sznury kwadratowe; przeto każdy podział na linii Ox, znaczy 10 prętów kwadratowych.

Podziałka więc *powierzchni* robi się następującym sposobem. Na prawidle AB kréśli się linie Ox i cd w odległości 10 prętów podług podziałki $\frac{1}{5000}$ linie zaś, ab o 5 prętów, a 0-500 o jeden pręt od linii Ox są odległe: nakoniec, wziąwszy że zwyczajnéj podziałki długość dwóch prętów, i tę przeniosłszy na linią Ox, otrzymamy podziały, z których każdy wyobraża 10 prętów kwadratowych, gdy je do szerokości dx odnosimy.

170. *Użycie tak zbudowanego narzędzia.* Dajmy, że mamy ocenić powierzchnią trójkąta OPC

(fig. 102). Podług tego cośmy na początku 69 numeru powiedzieli, przyprowadzimy narzędzie, i trójkąt do położenia takiego jakie jest na figurze: po czém do prawidła DE przyłożymy prawidło FG, które zatrzymawszy nieporuszone, wzdłuż niego posuniemy całe narzędzie ku wierzchołkowi C, dopóki linia OC' nieprzypadnie na linią O'C przechodzącą przez wierzchołek C, a podział wskazany wierzchołkiem C na skali powierzchni, da nam powierzchnią trójkąta danego OPC; jakoż w równoległoboku O'O C'C jest, O'C=OC'. Stąd widzimy, że bez kréślenia linii CC' oceniamy powierzchnie trójkątów.

Niechaj będzie do ocenienia powierzchnia trójkąta OP *w* (fig. 102). Złożywszy narzędzie tak jak na figurze widzimy i przyłożywszy prawidło FG, położymy linią podziałów O*x* na podstawie trójkąta OP tak, aby początek skali O*x* czyli środek obrotu, przypadł na koniec O podstawy OP: gdy prawidło AB obrócimy tak, aby linia *cd* przeszła przez drugi koniec P téjże podstawy, zdarzyć się może, że wierzchołek *w* przypadnie wewnątrz prawidła. W tym razie obracając prawidło AB, zamiast linii *cd*, nastawimy linią *ab* na punkt P. Gdyby i w tym razie wierzchołek trójkąta przypadł wewnątrz prawidła, nastawilibyśmy na punkt P linią 0-500. Jeżeliśmy nastawili *ab* na P, postępując jak wyżéj, potrzeba liczbę prętów kwadratowych wskazanych wierzchołkiem trójkąta na skali O*x*, podzielić przez 2, bowiem podziały téj skali odnoszą się do wysokości dx=10 prętów, a $d\,b=\frac{1}{2}\,dx$. Dajmy że odczy taliśmy 110, trójkąt w tym razie zawiéra tylko 55 prętów kwadratowych. Jeżeli przez punkt P przechodziła linia 0-500, wtedy liczbę odczytaną na skali Ox podzieliwszy przez 10 otrzymamy powierzchnią trójkąta.

Gdyby postępując wskazaną drogą, cała linia Ox przeszła pod wierzchołkiem trójkąta, jak to na fig. 103 widzimy, wtedy trójkąt ma większą powierzchnią, niżeli ją narzędzie wskazać może. W tym przypadku, podstawę AB (fig. 103) podzielimy na dwie lub więcéj części, *np.* na dwie w punkcie a i uważając jakoby były dwa trójkąty mające wspólny wierzchołek C, a podstawy Aa, aB, każdego z nich ocenimy powierzchnią.

Stąd widzimy, że tém narzędziem można wszelkich trójkątów ocenić powierzchnią. Byłoby jednak bardzo ograniczonego użycia gdybyśmy nim nie mogli ocenić powierzchni wszelkich figur tak prostoliniowych jak krzywoliniowych.

Dajmy, że mamy ocenić powierzchnią figury ABCDE. Wziąwszy najmniejszy bok AB (fig. 104) za podstawę, ustawimy złożone narzędzie tak, aby linia An na któréj jest skala, przystała do podstawy AB i żeby punkt obrotu prawidła kryształowego przypadł na początek podstawy AB, po tém nie poruszając prawidła F nadamy ruch obrotowy prawidłowi kryształowemu około punktu A i linią podziałów naprowadzimy na punkt D, nareście, po prawidle F posuniemy całe narzędzie dopóki linia skali an nie przejdzie przez wierzchołek E wielokąta, a wtedy początek podziałów przypadnie w punkcie a'. Nieruszając z miejsca narzędzia złożymy prawidło kryształowe tak aby spodnia krawędź tego przeszła przez wierzchołek C i zaraz wzdłuż nieporuszonego prawidła F posuniemy całe narzędzie i linią skali naprowadzimy na punkt D, która przetnie przedłużenie podstawy AB w punkcie a''. Uważając linią a''B za podstawą trójkąta którego wierzchołek jest C, podanym sposobem znajdziemy jego powierzchnią, a zatém wielokąta ABCDE. Jakoż, ponieważ krawędź AD usunęliśmy równolegle do położenia a'E, zatém figura a'BCD równa jest danemu wielokątowi: podobnież, krawędź a'C usunęliśmy równolegle do położenia a''D, zatém trójkąt a''BC równy jest figurze a'BCD, czyli wielokątowi ABCDE.

Z tego cośmy dopiéro powiedzieli, widziemy że bez kréślenia znajdziemy podstawę a'B ostatecznego trójkąta i początek podziałów skali przypada w końcu jéj a'', a więc nie kréśląc trójkąta mamy jego trzy wierzchołki.

Gdybyśmy mieli wynaleść powierzchnią figury 105, postąpilibyśmy jak następuje. Przyłożywszy złożone narzędzie do podstawy AB tak, aby początek podziałów przypadł na punkt A, naprowadzimy linią AE podziałów na punkt E, posuniemy całe narzędzie równoległe do siebie, dopóki linia podziałów nie przejdzie przez F, a w tedy początek podziałów padnie w punkcie a': około tego punktu obrócimy linią podziałów tak, aby przez wierzchołek D przeszło i zaraz ją równolegle odsuniemy do położenia Ea'': tu znów około a'' obrócimy linią podziałów do położenia

$a''C$ i potem posuniemy równolegle, aż do położenia Da'''; tym sposobem znajdziemy ostatecznie punkt a''' a linia $a'''B$ jest podstawą trójkąta mającego wierzchołek w punkcie C, którego powierzchnia równa jest powierzchni wielokąta danego.

Gdyby figura miała kształt jak na fig. 106 widzimy, bardzo pogięty, dla ułatwienia roboty podzielimy ją na kilka części i każdéj z nich ocenimy powierzchnią: tož samo się rozumie o każdéj figurze któréj powierzchnia jest większa od téj którą narzędzie na raz dać może.

Sprawdzenie wypadków otrzymamy, powtórzywszy działania odniesione do innego boku wielokąta, czyli biorąc za podstawę wielokąta bok inny.

Chociaż podziałka opisanego narzędzia przeznaczona jest do ocenienia powierzchni szczegółów karty wykreślonéj na podziałkę $\frac{1}{5000}$, można jednakże użyć jéj do liczenia powierzchni kart podług podziałek $\frac{1}{2500}$ i $\frac{1}{1250}$ zrysowanych: w pierwszym razie znalezione powierzchnie potrzeba tylko dzielić przez 4, w drugim przez 16.

ROZDZIAŁ X.

O PODZIALE GRUNTU.

171. Wyroki sądów, kupno jednéj własności przez kilka osób, a najczęściéj wola testatora i t. p. w towarzystwie ludzkiém mogące zajść umowy, dają powód do podzielenia jednéj własności gruntowéj na kilka części równych lub nierównych, stosownie do podanych warunków. Wszelkie działania potrzebne do podzielenia gruntu podług warunków danych, odbywać się powinny z największą ścisłością na gruncie lub na dokładnym planie; bo jeżeli kilka i kilkadziesiąt prętów kwadratowych niczem są dla właściciela rozległych włości, jeden pręt nawet pręcik wielką jest rzeczą dla posiadacza kilku zagonów. W żadnym więc przypadku nie powinien jeometra przenosić części na grunt, otrzymanych wykréślnym sposobem: dla téj to przyczyny podając rozwiązanie zagadnień, opuściliśmy wszelkie sposoby wykréślne.

172. *Trójkąt* ABC (fig. 107) *podzielić na kilka części* np. na cztery, w *stosunku jak m: n: p: q: liniami wychodzącemi z wierzchołka* C.

Podzieliwszy podstawę AB na części AD DE, EF i FB w stosunku danym, punkta D, E, F, połączywszy z wierzchołkiem C, otrzymamy podziały żądane. Gdyby np. linia AB zawiérała 208 prętów, a stosunki były 2 : 3 : 5 : 7: otrzymalibyśmy część AD z proporcyi; 2+3+5+7 czyli.

$$17:208=2: AD=\frac{2\times208}{17}=24{,}47 \text{ pr.}$$

$$DE \text{ z propor. } 17:208=3: DE=\frac{3\times208}{17}=36{,}7 \text{ pr.}$$

$$EF \text{ z propor. } 17:208=5: EF=\frac{5\times208}{17}=61{,}18 \text{ pr.}$$

$$FB \text{ z propor. } 17:208=7: FB=\frac{7\times208}{17}=85{,}65 \text{ pr.}$$

których summa wynosi 208 prętów:

173. *Trójkąt* ABC(fig. 108)*podzielić w stosunku jak m: n: p: q: r: na pięć części, liniami wychodzącemi z punktu* D *położonego na boku* AB.

Uważać potrzeba, że wszystkie części prócz DGCH obejmującéj wierzchołek C, będą trójkątami.

Przemierzywszy wszystkie boki trójkąta ABC jako też linią DB, obliczymy naprzód powierzchnią podług wzoru $P=\sqrt{s(s-a)(s-b)s-c)}$: nazwijmy P powierzchnią trójkąta ABC; T trójkąta DBC; T′=P—T powierzchnią trójkąta DAC; nadto t, powierzchnią trójkąta ABE, który jest działem piérwszym.

Ponieważ trójkąty T i t mają w D wierzcho-

łek wspólny przeto mamy: $T : t = BC : BE.$
lecz że: $P : T = AB : DB.$

przeto

$$P : t = AB \times BC : BD \times BE:$$

aże $P : t = Q : m$, gdzie $Q = m+n+p+q+r$, więc

$$Q : m = AB \times BC : BD \times BE;$$

skąd

$$BE = m \times \frac{AB \times BC}{Q \times BD}$$

Wziąwszy trójkąt DBF zamiast trójkąta DBE. i postępując jak wyżéj, z poprzedzającego wzoru znajdziemy inny w którym zamiast m położywszy $m+n$, otrzymamy wartość na BF: kładąc $m+n+p$ za m, otrzymamy wyrażenie następnéj części BG, i t. d.

Obliczając linie BE, BF, i t. d. gdy znajdziemy wartość większą od BC, to będzie znakiem że punkta podziałów następnych przypadają na linii AC. Na tenczas powyższy wzór pozostanie ten sam, tylko za BC położymy AC, to jest bok na którym punkta podziałów przypadają, i zamiast BD odcinek AD przyległy bokowi AC. Kiedy działy mają być równe wtedy $m = n = p = q$

Przykład. Niechaj będzie $AB = 250$ prętów $BC = 380$ prętów, $AC = 315$ pręt. $AD = 150$ pręt. $m = 1$, $n = 2$, $p = 4$, $q = 3$, $r = 6$.

Ponieważ $\frac{AB \times BC}{Q \times BD}$ jest wspólnym czynnikiem wszystkich części opartych na odcinku BD, przeto naprzód go obliczywszy znajdziemy:

$\frac{250 \times 380}{(1+2+4+3+6) \times 150} = 39{,}583.$ Ten czynnik mnożąc przez $m=1$, znajdziemy EB=39,58 prętów: mnożąc go przez $m+n=3$, otrzymamy BF=118,75 prętów; mnożąc przez $m+n+p=7$, będziemy mieli BG=276,88 pręt. lecz gdybyśmy ten czynnik pomnożyli przez $n+m+p+q=10$ otrzymalibyśmy dla następnego podziału linią zawierającą 395,83 prętów; a że BC=380, przeto działu następnego granica przypadnie na linii AC: potrzeba więc obliczyć czynnik stały $\frac{AB \times AC}{Q \times AD} = \frac{250 \times 315}{16 \times 100} = 49,219.$

Mnożąc ten stały czynnik przez $r=6$, otrzymamy AH=295,31 prętów i t. d.

Z punktu D poprowadziwszy linie do znalezionych punktów E, F, G, H, otrzymamy działy żądane.

To zagadnienie rozwięzuje się przez wykréślenie następującym sposobem. Podstawę AB (fig. 109) w stosunku danym podzieliwszy na części, przez wszystkie punkta podziałów prowadzimy równoległe linie do linii DC łączącéj punkt D wspólny wszystkim podziałom, z wierzchołkiem C przeciwległym bokowi AB; te linie podzielą boki BC i AC, będącemi podstawami działów szukanych. Jakoż niechaj BE będzie jedną z części na linii AB, a linia EF równoległa do C; podług num. 175, trójkąt EBC jest równy piérwszemu działowi; a że trójkąty DEC i DEF są sobie równe, więc EBC= DBC—DEC=DBC—DEF=DBF.

174. *Podzielić trójkąt* ABC (*fig.* 110) *na części w stosunku jak m: n: p: q: r: liniami wychodzącemi z punktu* D *położonego wewnątrz figury.*

Stósownie do umowy może być piérwsza linia DE podziałów albo prostopadła do jednego z boków (fig. 110), albo piérwsza linia DB (fig. 111) łączy punkt D z jednym wierzchołkiem trójkąta, albo téż piérwsza linia D*b* (fig. 112) jest równoległa do jednego z boków. To co powiemy o przypadku piérwszym, daje się zastósować do dwóch drugich.

W każdém z tych trzech przypadków naprzód przemierzymy linie AB, BC, CA, DE lub D*a*, DA, DB, DC, i obliczymy powierzchnie trójkątów ABC=P, EDB=T, BDC=T′, CDA=T″, DAE=‴; oznaczywszy powierzchnie działów przez t, t', t'', t''', t^{IV}, z proporcyi $Q : m = P : t$, znajdziemy $t = \frac{m \times P}{Q}$, podobnież $t' = \frac{n \times P}{Q}$, $t'' = \frac{p \times P}{Q}$, $t''' = \frac{q \times P}{Q}$, $t^{\text{IV}} = \frac{r \times P}{Q}$. Mając to, uważamy czyli t jest mniejsze lub większe od T: jeżeli $t < T$ oczywistą jest rzeczą, że linia podziału piérwszego przetnie linią EP i piérwszy dział będzie trójkątem mającym wspólny wierzchołek D z trójkątem T, będzie więc $T : t = EB : EL$, skąd:

$$EL = \frac{t}{T} \times EB.$$

Gdy zaś jest $t > T$, wtedy linia piérwszego działu przecina bok BC, i dział ten jest czworokątem: od t. działu piérwszego, odjąwszy T, reszta będzie trójkątem mającym wierzchołek wspólny z trójkątem T', będziemy przeto mieli $T' : t - T = BC : x$: skąd:

$$x = \frac{t-T}{T'} \times BC.$$

Lecz dajmy, że linia piérwszego działu przecina EB w punkcie L, ale $t+t' > T$, oczywistą jest rzeczą, że linia drugiego działu przetnie bok BC, np. w punkcie G: w tym razie mamy $t+t' - T = BDG$; więc linią BG znajdziemy z proporcyi

$$T' : t+t' - T = BC : BG,$$

stąd:

$$BG = \frac{t+t'-T}{T'} \times BC.$$

Do trójkąta BDG czyli $t+t'-T$ dodawszy trzeci dział t'', jeżeli się okaże, że $t+t'+t'' - T < T'$, wtedy linia tego działu przetnie jeszcze linią BC; a postępując jak wyżéj, znajdziemy:

$$BF = \frac{t+t'+t''-T}{T'} \times BC.$$

Jeżeli summa czterech działów jest większa od $T+T'$, wtedy linia działu czwartego przetnie linią AC. Od $t+t'+t''+t'''$ odjąwszy $T+T'$, pozostanie trójkąt HDC (reszta do działu czwartego), mający wspólny wierzchołek z trójkątem ADC, czyli T'', przeto z proporcyi $T'' : t+t'+t''+t''' - T - T' = AC : CH$, mamy:

$$CH = \frac{t+t'+t''+t''' - T - T'}{T''} \times AC.$$

Przypatrzywszy się tym wszystkim wzorom, porównawszy je z sobą i rozważywszy cośmy powiedzieli przy każdym, wyprowadzimy prawidło i wzór ogólny.

Wartość na odległość punktu podziału od początku każdéj linii głównéj składa się, *z dwóch czynników: jednym czynnikiem jest linia, na któréj punkt podziału przypada; drugim zaś jest summa działów wszystkich od piérwszego aż do tego, którego szukamy włącznie, zmniejszana summą trójkątów częściowych* T, T'.... *poprzedzających trójkąt w którym linia podziału szukanego przypada, podzielona przez ten ostatni trójkąt.*

Oznaczywszy przeto odległość punktu szukanego podziału przez X, linią zaś na którą punkt tegoż podziału przypada, przez A, będzie wzór najogólniejszy:

$$X = \frac{t + t' + \ldots (T + \ldots T_{(n-2)})}{T_{(n-1)}} \qquad \text{(a)}$$

gdzie n oznacza miejsce cząstkowych trójkątów T, T'... Prócz tego, pamiętać należy, że największa wartość dla n jest 4, a to w tenczas kiedy linia piérwszego działu nie przechodzi przez którykolwiek wierzchołek trójkąta; kiedy zaś przechodzi, wtedy $n = 3$.

Jeżeli działy są równe, to jest: gdy $t = t' = t''\ldots$, wzór powyższy zamieni się na,

$$X = \frac{m \times t - (T + \ldots T_{(n-2)})}{T_{(n-1)}} \qquad \text{(b)}$$

gdzie m jest liczba działów łącznie z szukanym.

Użycie takich wzorów na przykładach zobaczymy.

Przykład I. Mamy pole trójkątne ABC (fig. 110) do podzielenia na pięć części, któreby się miały jak 1 : 3 : 4 : 6 : 8, liniami wychodzącemi z punktu D, z warunkiem, żeby DE była linią pierwszą działów, które mają być położone w porządku stosunków, idąc od lewéj ku prawéj ręce.

Dajmy, że z przemierzenia na gruncie, lub ocenienia z karty, znaleźliśmy AB=300 prętów, BC=380 pręt. AC=294 pręt. DE=76 pręt. BE =162 pręt. AE=138 pręt. DB=178,94 pręt. AD =157,54 prętów, DC=232,1 prętów.

Nasamprzód obliczymy powierzchnie trójkątów.

ABC, czyli $P=\sqrt{498\times189\times105\times195}=43500,8$ pręt. kwadratowych.

BDE. . . . $T=\sqrt{208,47\times29,53\times46,47\times132,47}$ $=6156,00$.

BCD. . . . $T'=\sqrt{397,52\times13,52\times218,58\times165,42}$ $=13936,93$

ACD. . . $T''=\sqrt{341,82\times47,82\times184,28\times109,72}$ $=18172,28$.

ADE. . . . $T'''=\sqrt{185,77\times28,23\times47,77\times109,72}$ $=5244,00$.

Summa cząstkowych trójkątów $T+T'...=$ 43509,21 pręt. kwadr. większą jest od powierzchni P całego na raz obliczonego pola, o 8,41 pręt. kwadratowych. Ten błąd jest za wielki: pochodzi on z niedostatecznego ocenienia linij wchodzących w obliczenie powierzchni trójkątów. Stąd widzimy, z jaką skrupulatnością postępować należy w działaniach podobnych, i zarazem przekonywamy się, że rozwiązania rachunkiem zadań tego rozdziału w tém przynajmniéj są lepsze od wykréslnych, że pokazują stopień przybliżenia się do prawdy, i jak zobaczymy, dają sposób poprawienia błędów, chociaż z niezupełną dokładnością.

Z ogólnéj proporcyi $Q:q=P:p$, gdzie $Q=m+n+...$; q stosunek działu rachowanego; P powierzchnia całego pola, a p powierzchnia działu szukanego, znajdziemy:

$$
\begin{aligned}
t &= 1977,31 \\
t' &= 5931,93 \\
t'' &= 7909,24 \\
t''' &= 11863,85 \\
t^{iv} &= 15818,47 \\
\hline
\text{Summa } P &= 43500,80 \text{ pręt. kwadrat:}
\end{aligned}
$$

Teraz przystąpimy do obrachowania odległości punktów przez które linie działów przechodzić mają. A naprzód, ponieważ $t<T$ zatém, dział pierwszy jest częścią trójkąta T, to jest punkt L działu przypada na linii EB: w tym razie wzór ogólny zamieni się na $EL=\frac{t}{T}\times EB$ czyli, położywszy wartości, będzie:

$$EL=\frac{1977,31}{6156}\times 162=50,034 \text{ prętów.}$$

Punkt drugiego działu przypadnie na linii BC bo $t+t'>T$; zatém wzór ogólny (a) daje, $BG=\frac{t+t'-T}{T'}\times BC$, czyli wstawiwszy wartości otrzymamy:

$$BG=\frac{7909,24-6156}{13936,93}\times 384=18,31 \text{ pręt.}$$

Dział następujący jeszcze przypada w trójkącie T', przeto wzór do obliczenia linii BF jest $BF = \frac{t+t'+t''-T}{T'} \times BC$; a zatém położywszy wartości, znajdziemy:

$$BF = \frac{15818,48-6156}{13936,93} \times 384 = 266,79 \text{ prętów.}$$

Linia oddzielająca przedostatni od ostatniego działu przypada na bok AC, gdyż $t+t'+t''+t''' > T+T'$, będziemy więc mieli: $CH = \frac{t+t'+t''+t'''-(T+T')}{T''} \times AC$, a podstawiwszy liczby będzie:

$$CH = \frac{27682,33-20092,93}{18172,28} \times 294 = 122{:}79 \text{ pręt.}$$

Dla sprawdzenia ostatniego wypadku, potrzeba obliczyć linią AH. Tu ponieważ $t^{\text{IV}} > T'''$, zatém punkt podziału pada na linii AC, a w tym razie mamy, $AH = \frac{t^{\text{IV}}-T'''}{T''} \times AC$, podstawiwszy liczby otrzymamy:

$$AH = \frac{15818,47-5241}{18172,28} \times 294 = 171,08 \text{ prętów}$$

Ponieważ być powinno CH+AH=294, z otrzymanych zaś wypadków mamy 122,79 + 171,08 =293,87, zatém błąd popełniony o 0,13 pręta potrzeba na dwie części rozdzielić, skąd ostatecznie będzie CH = 122,79 + 0,06 = 122,85 prętów. Uważać tu potrzeba, że ten błąd tak jest wielki, że zaledwo być może cierpiany:

gdyby więc pokazał się większy, potrzeba koniecznie wszystkie działania na gruncie lub na karcie sprawdzić i rachunki całkowicie przerobić. Dodajmy tu jeszcze, że błąd tak wielki jak wyżéj wykazany pochodzić może z opuszczenia dalszych cyfer ułamka dziesiętnego; dla tego to ułamki pociągnięte być powinny do czterech przynajmniéj cyfer dziesiętnych.

Przykład II. Mamy do rozwiązania powyższe zdanie, z tą tylko różnicą, że wszystkie działy mają być równe. Podzieliwszy powierzchnią P na 5 równych części, otrzymamy 8700,16 pręta. Ponieważ $t>T$, więc linia działu pierwszego przypadnie w trójkącie T, oznaczywszy przez x odległość punktu szukanego od B, będzie:

$x=\frac{t-T}{T'}\times BC$, czyli, położywszy liczby, znajdziemy $x=\frac{8700,16-6156}{13936,93}\times 384=70,098$ prętów.

Linia następnego działu przypada jeszcze na bok BC, znajdziemy przeto $x'=\frac{2t-T}{T'}\times BC=309,81$ prętów. Oznaczywszy przez y, y', odległości od C punktów podziałowych na AC położonych, znajdziemy:

$$y=\frac{3r-(T+T')}{T''}\times AC,$$

$$y'=\frac{4t-(T\times T')}{T''}\times AC;$$ położywszy wartości, będzie $y=95,57$ pręt. $y'=237,95$ pręt.

175. *Trójkąt* ABC (fig. 113) *podzielić na kilka, np. na trzy części w stosunku jak* $m: n: p$: *liniami równoległemi do boku* AB.

Oznaczywszy powierzchnią danego trójkąta przez P, działy zaś przez t, t', t'' i uczyniwszy $m+n+p=Q$, będzie $P.\ t=Q:m$; a że $P:t=\overline{AC}^2:\overline{CF}^2$, zatém $Q:m=\overline{AC}^2:\overline{CF}^2$, a stąd:

$$CF=AC\times\sqrt{\frac{m}{Q}};$$

podobnie,

$$CE=AC\times\sqrt{\frac{m+n}{Q}};$$

nadto, na boku BC znalazłszy $CG=BC\times\sqrt{\frac{m}{Q}}$ i $CD=BC\times\sqrt{\frac{m+n}{Q}}$, będziemy mieli punkta przez które przechodzące linie FG i ED są równoległe do boku AB i dzielą pole na żądane części.

Kiedy działy są równe, wtedy $m=n=p$, zaś $Q=3m$: więc zamiast stosunku $\frac{m}{Q}$ będzie $\frac{1}{3}$, zamiast $\frac{m+n}{Q}$ będzie $\frac{2}{3}$; zatém powyższe wzory zamienią się na, $CF=AC\times\sqrt{\frac{1}{3}}$; $CE=AC\times\sqrt{\frac{2}{3}}$; $CG=BC\times\sqrt{\frac{1}{3}}$; $CD=BC\times\sqrt{\frac{2}{3}}$.

Z tych wzorów widzimy, że, do rozwiązania tego rodzaju zagadnień, potrzeba przemierzyć tylko dwa boki trójkąta.

Przykład. Pole trójkątne ABC (fig. 113) podzielić mamy na *trzy* części w stosunku jak 2. 3: 5 liniami równoległemi do boku AB. Dajmy, żeśmy znaleźli CA=400 prętów, CB=386; znajdziemy

$$CF=400\times\sqrt{\frac{2}{10}}=178{,}8 \text{ prętów.}$$

$$CG=386\times\sqrt{\tfrac{2}{10}}=172{,}54 \text{ prętów.}$$

$$CE=400\times\sqrt{\frac{5}{10}}=283{,}12 \text{ prętów.}$$

$$CD=386\times\sqrt{\frac{5}{10}}=273{,}21 \text{ prętów.}$$

***Trójkąt* ABC (fig. 114) *podzielić liniami prostopadłemi do boku* AB, *na części, któreby się miały jak* m: n: p: q . . .

Oceniwszy boki trójkąta, znajdziemy powierzchnią jego P: zatém wysokość $CD=\frac{2\times P}{AB}$, a następnie $AD=\sqrt{\overline{AC}^2-\overline{CD}^2}$: potém obliczymy powierzchnie T trójkąta ACD i T′ powierz. trójk. BCD, jako też działy t, t', t'' ... sposobem w num. 174 podanym. Ponieważ linie działów są równoległe do wysokości CD, przeto dalsze postępowanie podobne jest do rozwiązania poprzedzającego zadania, z tą jedynie różnicą, że w miejsce danych stosunków mamy powierzchnie t, t'... i dany trójkąt rozdzielony jest na dwa, których powierzchnie T, T′ już mamy obliczone. Z resztą, przykład następujący lepiéj wyjaśni cały sposób postępowania.

Przykład. Trzy osoby kupiły grunt trójkątny ABC: piérwsza zapłaciła 2500 złp.; druga 4000 złp;. trzecia 3000 złp. ten grunt podzielić mamy pomiędzy te osoby liniami prostopadłemi do boku AB; (może to być kierunek połaci lub drogi); nadto, działy mają być przy sobie w tym porządku położone, jak są wymienione summy opłacone.

Dajmy, że znaleziono AB=460 prętów, AC =400 pręt. BC=350 prętów; naprzód obliczymy powierzchnią całego pola, podług wzoru,

$P=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, która jest 67718,716 prętów kwadratowych; po tém znajdziemy;

$$CD=\frac{2\times 67718{,}716}{460}=294{,}429 \text{ prętów;}$$

$AD=\sqrt{(400^2-(294{,}429)^2}=270{,}08$ prętów, BD =189,2 pr. Mając wiadome trzy ostatnie linie znajdziemy powierzchnie;

$$T=\frac{294{,}429\times 270{,}8}{2}=39865{,}69 \text{ prętów kwadr.}$$

$$T'=\frac{294{,}429\times 189{,}2}{2}=27852{,}98 \text{ pręt. kwadrat.}$$

Summy zapłacone są wyrazami stosunków, które pomnożywszy przez 2 a przez 100 podzieliwszy, otrzymamy skrócone stosunki 5:8:6; podług tych wyrazów znajdziemy działy sposobem podanym wyżéj: $t=17820{,}716$ pręt. kwadr. $t'=28513{,}145$ pr. kwadr. $t''=21384{,}859$ pr. kwadr. Ponieważ $T>t$, przeto dział piérwszy jest częścią trójkąta ADC, będzie więc $T:t=\overline{AD}^2:\overline{AF}^2$ i $T:t=\overline{AC}^2:\overline{AE}^2$; skąd

$AF = AD \times \sqrt{\frac{t}{T}}$; $AE = AC \times \sqrt{\frac{t}{T}}$; podobnie, ponieważ $T'' > t''$ przeto dział trzeci jest częścią trójk. BCD, a zatém $BH = BD \times \sqrt{\frac{t''}{T'}}$; $BG = BC \times \sqrt{\frac{t''}{T'}}$. Podłożywszy liczby, znajdziemy AF=180,875 prętów, AE=267,2 prętów; BH=165,74 prętów; BG=306,6 prętów.

177. *Trójkąt* ABC (fig. 115) *podzielić na kilka, np. na cztery części, w stosunku jak m: n: p: q, liniami najkrótszemi, przeciwległemi kątami* C.

Okażemy naprzód, że *najkrótsza linia objęta dwiema ramionami kąta, tworzy z nimi trójkąt równoramienny.*

Niechaj DE będzie linią działu, spuściwszy na nią prostopadłą CK i uczyniwszy kąt DCK $= r$, będzie $ECK = C - r$, $KDC = 90° - r$, $KEC = 90 + r - C$.

Powierzchnia trójkąta $DCE = \frac{DE \times DC}{2} \times dos. r$; prócz tego mamy $DC : DE = wst\left(90° - (C - r)\right) : wst\, C$ skąd $DC = \frac{DE \times dos.\ (C - r)}{wst.\ C}$, zatém powierzchnia trójkąta DCE jest,

$$\frac{\overline{DE}^2 \times dos.\, r \times (dos.\ (C-r))}{2.\ wst.\ C};$$

mamy nadto, powierzchnią trójkąta,

$ABC = \frac{AC \times BC \times wst. C}{2}$. A że, $ABC : DCE = Q : m$

czyli

$$\frac{AC\times BC\times wst.C}{2.} : \frac{\overline{DE}^2\times dos.r.\times dos(C-r.)}{2.\ wst.\ C} = Q:m,$$

otrzymamy, $\overline{DE}^2 = \dfrac{m\times AC\times BC\times wst.^2C}{Q\times dos.r\times dos.(C-r)}$:

rozwinąwszy *dos. r* $\times$ *dos.* $(C-r)$ będzie, *dos.* $C\times dos^2.r+wst.C\times wst.r\ dos.r$; położywszy, $dos^2.r=\frac{1}{2}dos.2r+\frac{1}{2}$; $wts.r\times dos\ r=\frac{1}{2}wst.2r$ będzie, $dos.r\times dos.(C-r)=\frac{1}{2}dos.C\times dos.2r+\frac{1}{2}wst.C\times wst.2r+\frac{1}{2}dos.C$, albo:

$dos.r\times dos\ (C-r)=\frac{1}{2}dos.(C-2r)+\frac{1}{2}dos.C$,

przeto:

$$\overline{DE}^2=\frac{m\times AC\times BC\times wst^2\ C}{Q\{\frac{1}{2}dos\ (C-2r)+\frac{1}{2}dos.C\}}.$$

Żeby DE było najmniejsze, mianownik powinien być największy, co w tenczas ma miejsce, kiedy $C=2r$, to jest: kiedy prostopadła CK do DE dzieli kąt C na dwie równe części, co jest własnością trójkąta równoramiennego.

To mając wiadome, rozwiążemy zagadnienie dane w następujący sposób. Z punktów B i E spuściwszy prostopadłe do AC będzie $BC:EC=BL:Ez$; lecz $BL=\dfrac{2.P}{AC}$, $Ez=\dfrac{2.m\times P}{Q\times DC}$, (gdzie P jest powierzchnią trójkąta ABC, zaś $Q=m+n+p+q$; przeto zważając, że $EC=DC$, mamy $BC:DC=\dfrac{2.P}{AC}:\dfrac{2m\times P}{Q\times DC}$, skąd nakoniec:

$$DC=\sqrt{\frac{m\times AC\times BC}{Q}}.$$

Dla CF; mamy wartość równą,

$\sqrt{\frac{(m+n)\times AC\times BC}{Q}}$; dla następnego działu,

$\sqrt{\frac{(m+n+p)\times AC\times BC}{Q}}$; i t. d.

Przy obrachowaniu tych wyrażeń potrzeba obliczyć naprzód czynnik $\frac{AC\times BC}{Q}$ który jest im wszystkim wspólny.

178. *Czworokąt* ABCD (fig. 116) *podzielić liniami wychodzącemi z wierzchołka* A, *na części w stosunku jak m: n: p: ...*

Przemierzywszy wszystkie boki czworokąta i przekątną przez A przechodzącą, obliczymy naprzód powierzchnie, T, T′, trójkątów ADC, ABC; więc powierz. P czworokąta jest $T+T'$. Po czem obliczymy podanym wyżej sposobem, działy t, t', t''.. Jeżeli $T>t$, znajdziemy z proporcyi $T:t=BC:BM$ skąd $BM=\frac{t\times BC}{T}$: gdy się okaże, że $T<t+t'$, wtedy punkt podziału przypadnie na linii DC; poczynając więc od ostatniego działu t''' znajdziemy:

$$DN=\frac{t''\times DC}{T'},\quad DM=\frac{t'''+t''}{T'}\times DC, \text{ i t. d.}$$

Jeżeli czworokąt jest równoległobokiem, wtedy mierzą się tylko dwa boki przyległe i przekątną AC (fig. 117), i nadto mamy $T=T'$.

179. Gdy punkt E (fig. 118, 119), z którego wychodzić mają linie działów, położony jest na boku lub wewnątrz czworokąta, postępowanie będzie podobne do powyższego, potrzeba tylko prócz wszystkich boków czworokąta, przemierzyć wszystkie linie łączące jego wierzchołki z punktem wspólnym E podziałów i obliczyć stąd powstałe trójkąty.

Przykład. Czworokąt ABCD (fig. 119) podzielić na pięć części w stosunku 7 : 5 : 12 : 16 : 2, liniami wychodzącemi z punktu E położonego wewnątrz, tak, że piérwsza dana linia jest EM i działy iść mają w porządku od M do B,C,D... Z przemierzenia linij znaleziono AB=80 prętów, BC=44 pręt. CD=55 pręt. DA=59,9 pręt. AE=60 pręt. BE=38 pręt. CE=30 pręt. DE=40 pręt: EM=27,35 pręt. AM=56 pręt. BM=24 pręt.

Obliczymy naprzód powierzchnie trójkątów podług wzoru $P=\sqrt{s(s-a)\ (s-b)\ (s-c)}$, i znajdziemy powierzchnie trójkątów:

	AEB ...	1088,43 pr. kw.
	DEC ...	585,49 pr. kw.
	BEC ...	629,20 pr. kw.
	AED ...	1007,32 pr. kw.
Powierz. czworo. ABCD ...		3310,44 pr. kw.

Nadto obliczymy powierzchnią T trójkąta EMB, która jest 326,82 prętów, zatém powierzchnia T^{IV} trójkąta AEM= 761,61 prętów kwadratow. Następnie obliczyć potrzeba działy podług wzoru $t=\frac{m\times P}{Q}$, gdzie $Q=m+n+p+$...

$t \quad = \ 551,74$ pręt. kwadr.
$t' \quad = \ 394,10$ pręt. kwadr.
$t'' \quad = \ 945,84$ pręt. kwadr.
$t''' \ = 1261,12$ pręt. kwadr.
$t^{\text{iv}} \quad = \ 157,64$ pręt. kwadr.

$P = 3310,44$ pręt. kwadr.

Ponieważ $EMB < t$, przeto część działu piérwszego przypadnie w trójkącie BEC; zatém od działu tego odjąwszy powierzchnią 326,82, będzie 224,92=BEG; a więc:

629,20 : 224,92=44 : BG=15,7 prętów

629,20 : 224,92+394,10=44 : BH=43,3 pr.

Część działu piérwszego wraz z działem drugim wynosi 619,02, zostaje przeto w trójkącie CEB na dział trzeci 10,18 prętów kwadratowych, a że trójkąt DEC wraz z trójkątem HEC mniejszy jest od działu trzeciego, przeto od t'', odjąwszy HEC+CED, pozostanie trójkąt DEL=350,14; a że DEA=1007,32, przeto:

1007,32 : 350;14=59,9 : DL=20,8.

Od trójkąta AED odjąwszy trójkąt DEL, pozostanie 657,18 pręt. kwadr., a że dział czwarty t'''=1261,12, przeto linia tego działu przypadnie w trójkącie AEM: odjąwszy więc od 1261,12, liczbę 657,18, pozostanie 603,94 prętów kwadr. część działu czwartego przypadająca w trójkącie AEM, mamy więc:

761,61 : 603,94=56 : AF=44,4 pręty.

Dla sprawdzenia obrachujemy położenie punktu F z proporcyi:

761,61 : 157,64=AM : NG=11,6:

a że $44{,}4+11{,}6=56$ przeto jest dział dobrze uskuteczniony.

180. *Czworokąt* ABCD (fig. 120) *podzielić liniami równoległemi do boku* AB, *na części w stosunku* $m:n:p:\ldots.$

Dla uniknienia mnogich robót na gruncie, które być mogą powodem do błędów; postąpimy jak następuje:

Przemierzymy wszystkie cztery boki czworokąta i obie jego przekątne: summa powierzchni obliczonych dwóch trójkątów BCD, BCA lub ABC, ACD jest powierzchnią P czworokąta danego: potém oznaczywszy przez T powierzchnią trójkąta BCD, przez T′ powierzchnią trójkąta BCA, znajdziemy ich wysokości Aa i Dd, które oznaczywszy W, w, będzie, $W=\frac{2.T}{BC}$, $w=\frac{2.T'}{BC}$. Wyobraziwszy sobie linią DE równoległą do linii AB, z podobieństwa trójkątów BAa, EDd znajdziemy $Ed=\frac{Ba\times w}{W}$; a że $Cd=\sqrt{DC^2-w^2}$, mamy więc wiadome EC i powierzchnią trójkąta $CDE=\frac{EC\times w}{2}$; wreście obrachujemy działy $t, t', t''\ldots.$

Wystawiwszy sobie, że linie DC i BC są przedłużone do spotkania się w punkcie F, z proporcyi $aF:dF=W:w$, znajdzie $dF=\frac{w\times ad}{W-w}$, stąd $CF=\frac{w\times ad}{W-w}-Cd$: mając D$d$ i CF obliczymy powierzchnią trójkąta $CDF=s$, którą dodawszy do działu piérwszego, otrzymamy w miejsce *m*, inny stosunek: z resztą postąpimy tak, jak w numerze 175.

181. *Czworokąt* ABCD (fig. 121) *podzielić liniami prostopadłemi do boku* AB *na części w stosunku* $m:n:p$....

Z wierzchołków D i C spuściwszy prostopadłe, przemierzymy je, jako też linie Ad, dB, Bc: obrachujemy potém powierzchnie trójkątów ADd, BCc i trapeza $DdcC$, będziemy więc mieli powierzchnią danego czworokąta. Jeżeli powierzchnia trójkąta AdD większa jest od działu piérwszego, odjąwszy od tego trójkąta dział piérwszy, znajdziemy powierzchnią $eEdD$, którą uważając za dział drugi trójkąta AdD, podług num. 175 znajdziemy punkt E działu piérwszego. Od działu drugiego odjąwszy powierzchnią $eEdD$, otrzymamy resztę, którą za dział piérwszy czworokąta $DdBC$ uważać będziemy; zresztą postąpimy jak w poprzedzającym numerze, ponieważ linie działów IH, KL,... są równoległe do Dd.

Uwaga. To cośmy dotąd o czworokątach powiedzieli, zastosować się daje do wszystkich wielokątów.

182. *Czworokąt podzielić w stosunku* $m:n:p$... *tak, aby podstawy działów na jednym z boków były w stosunku do powierzchni tychże działów.*

Podzieliwszy bok dany na części w stosunku $m:n:p$... otrzymamy punkta, z których linie działów wychodzić mają, zresztą podobnie postąpiemy jak w następującym numerze.

183. *Figurę nieforemną* ABCDE... (fig. 122) *podzielić na części w danych stosunkach liniami wychodzącemi z danych punktów* I, K, L...

Z każdego punktu I, K, L... wytkniemy trzy lub dwie linie łączące wierzchołki wielokąta, tak, aby tę figurę rozłożyć na trójkąty: poczém przemierzymy wszystkie te linie i boki wielokąta, obrachujemy powierzchnie trójkątów stąd powstałych, których summa jest powierzchnią całego wielokąta: następnie znajdziemy działy. Mając to, uważamy jeżeli dział piérwszy większy jest od powierzchni LBCD, wtedy od niego odjąwszy powierzchnią czworokąta LCBD, pozostanie część, która będzie trójkątem mającym wspólną wysokość z trójkątem LDE, zatém podług tego cośmy tyle razy powiedzieli, znajdziemy punkt O, przez który i przez L przechodząca linia odetnie dział piérwszy LBCDO. Jeżeli przekonamy się, że summa powierzchni OLE i LEK mniejsza jest od działu drugiego, wtedy od niego odjąwszy powierzchnią LOEK, znajdziemy resztę działu drugiego, która będzie trójkątem mającym wspólną wysokość z trójkątem KEF; postąpimy więc jak wyżéj. i t. d.

184. *Wewnątrz pola* ABCDEF... (fig. 123) *jest woda lub inny jaki przedmiot a b c d e f... podzielić to pole w danych stosunkach tak, aby wszystkie granice między działami przytykały do obwodu a b c d e f....*

Przemierzywszy boki wielokąta ABCDE.... jako też linie *ab*, *bc*, *cd*, *da*, które za proste uważać można, pole otaczające figurę *abcd* rozłożymy na trójkąty; potrzebne przemierzymy linie, obliczymy powierzchnią tych trójkątów, których summa jest powierzchnią pola. Po czém uważając figury *Aab*DCB, BDEF*c*, F*cd*HG, HIA *ad* jako oddzielne wielokąty, obierzemy na obwodzie *abcd* najdogodniejsze punkta *a*, *n*, *b*, *o*, *d* z których granice działów wychodzić mają; i każdą z tych figur podzielimy podług danych warunków. Uważać tylko potrzeba, że wyrazy stosunków odmienią się, to jest: dajmy że cała powierzchnia jest P, stosunek piérwszego działu *m*, drugiego *n*..., powierzchnia HIA*ad* =T, HGF *cd*=T'; dla piérwszego stosunku nie będzie P: *t*, gdzie $t=\frac{m \times P}{Q}$, lecz T: *t*; a jeżeli *t*=A*ad*NI, będzie zamiast *t'* powierzchnia H*dl*L czyli *t'*=N*d*H, to jest: stosunek T:*t'*=N*d*H. i t. d.

185. *Pole* ABCDE... (fig. 124) *podzielić w danych stosunkach liniami równoległemi do linii* AC.

Przez punkt B poprowadzimy prostopadłą B*b* do linii AC, i przez wszystkie wierzchołki równoległe H*h*, D*d*, EG; przemierzymy te równoległe i odległości ich B*m*, *mn*, *no*, *op*, *pb* jako też bok EF z jego częściami F*b*, *b*E; wreście obliczywszy powierzchnie trapezów i trójkątów składających pole, będziemy mieli powierzchnią jego. Jeżeli powierzchnia ABC jest mniejsza od działu pierwszego, odejmujemy od niego tę powierzchnią ABC, a resztę porównywając z trapezem AC*h*H podług numeru 182, znajdziemy położenie granicy IK i t. d. postąpimy.

Zagadnienie to: *Podzielić pole liniami prostopadłemi do danéj linii* B*b* (fig. 124) rozwięzuje się zupełnie tym samym sposobem jak powyższe.

186. *Pole* P *obejmujące trzy gatunki* A, B, C, *tak, że mórg gruntu* A *wart jest złotych* h, *pola* B *zło.* k, *pola* C *zło.* l: *zakupiły trzy osoby: piérwsza zapłaciła złotych* m, *druga zło:* n, *trzecia zło.* p. *podzielić pomiędzy te trzy osoby.*

Jeżeli pola A jest morgów F, pola B morgów G, pola C morgów H, znajdziemy wartość pola P, którą Z nazwiemy: $Z = F \times h, + G \times k + H \times l = m + n + p$.

Tu mogą być dwa przypadki; albo osoby te zgodziły się przyjąć część pola wartości summy przez każdą z nich wyliczonéj, bez względu na gatunek gruntu; albo każdym gatunkiem gruntu podzielić się chcą proporcyonalne do summ zapłaconych.

W piérwszym razie: gdy wartość pola F, to jest: $F \times h$ zło: jest większa od summy: m zło:, oddzielimy z pola F dla piérwszéj osoby liczbę morgów wartującą złotych m, z proporcyi

$$F \times h : m = F : \frac{m}{h}$$

Jeżeliby zaś było $F \times h < m$, wtedy do całego pola A przydamy z B tyle morgów, aby z wartością $F \times h$ czyniły summę m, to jest: $F \times h + x \times g = m$. skąd otrzymamy x morgów z pola B, to jest będzie:

$$x = \frac{m - F \times h.}{g}$$

W drugim razie, potrzeba każde pole podzielić w stosunku $m : n : p$. Tu jeometra, stosownie do okoliczności miejscowych, powinien tak odgraniczyć działy, żeby wszystkie części trzech gruntów, składające jeden dział, utworzyły jedno pole, niezbyt pogiętemi objęte miedzami.

187, *Pastwisko od wieków wspólne trzem wsiom pomiędzy też wsie* podzielić. Zagadnienie tego rodzaju bardzo rzadko w naszym kraju nadarzyć się może, bo gospodarstwo nasze nierychło przyjdzie do téj doskonałości, że pastwiska staną się niepotrzebnemi tak jak zawsze są szkodliwemi: są jednakże i będą w użyciu, lecz tylko jako *malum necessarium.*

Ponieważ śladu nie ma kupna wspólnego, niema więc jeometra stosunku działów, bo tych z ludności wsi brać niemoże. Użytki każdéj wsi z tego wspólnego pastwiska być mają zasadą do działów. W tym celu zażąda jeometra wykazów wierzytelnych ilości bydła i jego gatunku posiadanego przez każdą wieś i pasanego na wspólném pastwisku: przejrzy akta dotyczące się wspólności tego pastwiska, gdzie zapewne znajdzie w których porach roku i jakiego gatunku inwentarz każda wieś pasała i w których częściach pastwiska; jeżeli tego nie znajdzie, uważać ma wspólność bezwarunkową: nareście, biegli oznaczą pod przysięgą żerność każdego gatunku inwentarza, wskażą stosunek dobroci paszy w szczególnych miejscach i w każdéj porze roku. Wykazy ilości bydła powinny być przynajmniéj z dwudziestu lat po sobie idących, z których średnią ilość wziąść potzeba za daną do rachunku; gdyby w którym roku zarazy umniejszyły liczbę bydła, do rachunku wziąść należy liczbę z roku poprzedzającego klęskę, a nawet tę liczbę przez trzy następne lata powtórzyć należy.

Dajmy, że w przecięciu było:

we wsi 1éj	bydła roga. a	Owiec b	trzody chlewnéj c
2éj	. . . a'	. . b'	. . . . . . c'
3éj	. . . a''	. . b''	. . . . . . c''

wartość paszy zjedzonéj w piérwszym czasie, dla krowy h, dla owcy k, dla wieprza l, otrzymamy użytek.

$$\left.\begin{array}{ll} \text{wsi 1éj} \ldots & a\times h+b\times k+c\times l \\ \text{2éj} \ldots & a'\times h'+b'\times k'+c'\times l' \\ \text{3éj} \ldots & a''\times h''+b''\times k''+c''\times l'' \end{array}\right\} \ldots \text{(a)}$$

gdyby żadnych innych nie było warunków, te wartości wzięlibyśmy za stosunki m: n: p: działów.

Lecz jeżeli te wsie mają przywileje pasać w pewnych porach roku, *np.* 1wsza na wiosnę przez miesięcy d, 2ga w lecie przez miesięcy d' trzecia w jesieni przez miesięcy d''; cena zaś paszy w odpowiednich porach roku jest e, e', e'', mamy stosunki wartości stosownie do czasu i dobroci paszy, $d\times e$, $d'\times e'$, $d''\times e''$: przez te liczby pomnożywszy wartości (a), otrzymamy dla

$$\begin{array}{ll} \text{wsi 1éj} & d\times e\,(a\times h+b\times k+c\times l)=m \\ \text{2éj} & d'\times e'(a'\times h'+b'\times k+c'\times l)=n \\ \text{3éj} & d''\times e''(a''\times h''+b''\times k+c''\times l)=p \end{array}$$

Podług tych stosunków uskutecznimy podział podanymi sposoby.

ROZDZIAŁ XI.

O ZAMIANIE FIGUR I ICH DODAWANIU DO SIEBIE.

188. Wzajemne umowy, polepszenie trybu gospodarstwa, lub prawne zobowiązania, mogą być przyczyną zmiany kształtów gruntu z zachowaniem téj saméj objętości jego: temu też poświęcamy ten rozdział.

189. *Trójkąt* ABC (fig. 125 *zamienić na inny równy mu co do powierzchni stojący na téj saméj podstawie* AB *lecz którego bok iść ma po kierunku linii* BC'.

Przez punkt C poprowadzimy równoległą do podstawy AB która przetnie się w C' z linią naprzód wytkniętą BC', ten punkt C' będzie wierzchołkiem szukanego trójkąta ABC'.

Albo: z punktu A spuścimy prostopadłą za pomocą węgelnicy na bok BC', wymierzymy tę prostopadłą, przez którą podzieliwszy podwójną powierzchnią trójkąta ABC' znajdziemy bok BC'.

Między innemi może być takie zastosowanie. Kierunek drogi BC zmieniono na BC' a właściciel gruntu ABC chce mieć tę nową drogę granicą swego pola.

190 *Trójkąt* ABC (fig. 125) *potrzeba zamienić na równoległobok równy mu co do powierzchni, stojący na téj saméj podstawie.*

Powierzchnią P trójkąta danego ABC podzieliwszy przez bok AC, znajdziemy wysokość równoległoboka: poprowadziwszy przez koniec *a* prostopadłéj A*a* równoległą do AB, i przez A równoległą do kierunku danego boku Bc'', otrzymamy równoległobok ABc''c'''.

Podobnie postąpimy chcąc trójkąt na prostokąt zamienić. Nie będzie żadnéj trudności w rozwiązaniu zagadnień: 1º *Zamienić równoległobok na trójkąt równy mu co do powierzchni i na téj saméj stojący podstawie;* 2º *Zamienić równoległobok na inny równy mu co do powierzchni a stojący na téj saméj podstawie.* W piérwszym razie podzielimy podwójną powierzchnią równoległoboka przez jego podstawę a iloraz będzie wysokością trójkąta; w drugim zaś razie, wysokości obu równoległoboków są te same: zresztą na gruncie postępuje się tak, jakeśmy wyżéj powiedzieli.

191. *Wielokąt* ABCDE (fig. 126) *zamienić na trójkąt równéj powierzchni, i żeby punkt* D *pozostał wierzchołkiem a kierunek* AB *bokiem tego trójkąta.*

Powierzchnią wielokąta podzieliwszy przeż połowę prostopadłéj z wierzchołka C na linii AB spuszczoną, znajdziemy długość podstawy. Kiedy koniec G téj podstawy dany jest na gruncie, długość jéj obliczoną przemierzymy od G do F; jeżeli zaś nie ma żadnego warunku, wtedy poczynając od *d*, spodka wytkniętéj prostopadłéj, odmierzymy po jednéj i po drugiéj stronie połowę podstawy, przez co utworzymy trójkąt równoramienny.

Dzieląc powierzchnią wielokąta przez całą wysokość otrzymamy podstawę prostokąta.

192. *Krzywą granicę* ABCD *między dwiema własnościami*, W i V (fig. 127) *zamienić na prostą, tak, aby kopiec narożny* D *między trzema własnościami pozostał nieporuszony.*

Z punktu D spuścimy prostopadłą DG na miedzę AM przeciwległą punktowi D, i oznaczymy punkta, w których ta linia przetnie granicę ABCD: poczém obliczymy powierzchnią ABgG odciętą od własności W, i powierzchnią *g* CD odciętą od własności V; jeżeli *g* CD>ABgG, odejmiemy je od siebie i podwojoną różnicę podzieliwszy przez linią DG, znajdziemy odległość punktu M od G, przez który i przez D przechodząca linia DM będzie nową granicą.

193. *Trapez* ABCD (fig. 128) *zamienić na prostokąt o danéj podstawie: tak, aby kierunek granicy* AD *równoległéj od* BC *pozostał niezmieniony.*

Z punktu któregokolwiek E obranego na linii AD wytkniemy do niéj prostopadłą, na któréj odmierzymy EF daną długość prostokąta: przemierzywszy po tém boki nierównoległe AB, CD, w środku ich ustawimy tyki G, H, przez które poprowadzimy Gg. H*h* prostopadłe do linii CD; przez F poprowadziwszy *gh* prostopadłą do EF naznaczymy punkta *h*, *g* przecięcia się linii G*g*, H*h* z linią *gh*. Mając to wytkniemy linie E*g*, E*h* wychodzące z punktu E do punktów *g*, *h*, i na wspólnym przecięciu się tych linij z bokiem CB przeciwległym punktowi E, utkwimy tyki *m*, *n*: nakoniec wytkniemy linie przez te punkta prostopadle do *gh* poprowadzone, które utworzą wraz z liniami AD, *gh* prostokąt IKLM równy trapezowi danemu ABCD.

Jakoż, nazwawszy powierzchnią trapeza T, a powierzchnią prostokąta P, mamy $T = GH \times Ee$, $P = KL \times EF$; lecz z trójkąta E*gh*, w którym *mn* jest równoległą do *gh* mamy $HG : KL = EF : Ee$, skąd $GH \times Ee = KL \times EF$ czyli $T = P$.

Odległość punktów A, D, bynajmniej niewypływa na rozwiązanie tego zagadnienia, może być nawet żadna: przeto zupełnie tym samym sposobem zamienić można trójkąt na prostokąt o danéj podstawie.

194. *Wielokąt* ABCDE...(fig. 129) *zamienić na prostokąt równy mu co do powierzchni, z tym warunkiem żeby jeden bok jego znajdował się na kierunku* EF, *a drugi przez punkt* A *przechodził.*

Naprzód przez punkt A poprowadzimy dwie linie jednę AA′ prostopadłą do boku EF, drugą AQ prostopadłą do AA′, po tém ze wszystkich wierzchołków K, L, H...pospuszczamy prostopadłe do linii AC i oznaczymy ich spodki *k*, *i*, *h*, *g*, *d*, *c*, *b*; następnie przemierzymy wszystkie boki wielokąta i z ich środków wytkniemy prostopadłe 1-I, 2-II, 3-III, 4-IV, 5-V... których spodki kołkami naznaczymy. Z punktu A wytkniemy linie proste do wszystkich spodków I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII, IX.

Linia AI przetnie prostopadłą K*k* w punkcie *m*, skąd otrzymamy linię *km* która jest wysokością prostokąta mającego podstawę AA' Przez punkt *m* poprowadziwszy *mn* równoległą do A-II znajdziemy punkt *n* przecięcia linii *i*L przez linią *mn*, a linia *in* jest wysokością prostokąta stojącego na linii AA' i równego figurze AKL*i* Poprowadziwszy bowiem przez *k* równoległą *kn'* do *mn*, otrzymamy trójkąt *kin'* podobny trójkątowi AA'-II, zatém $AA' : A''\text{-II} = ki : in'$, skąd $AA' \times in' = A''\text{-II} \times ki = \frac{(Kk+Li)}{2} \times ki$;

widzimy więc, że prostokąt mający za wysokość *in'* a podstawę AA' jest równy trapezowi *k*KL*i*; zatém prostokąt stojący na téj saméj podstawie AA' mający wysokość $in = in' + n'n$ równy jest figurze AKL*i*, gdyż $nn' = km$.

Na téj opierając się zasadzie, poprowadziwszy *on* równoległą do A-III znajdziemy punkt przecięcia *o*, przez który poprowadzona linia *op* równoległa do A-IV przetnie linią G*g* w punkcie *p*; nakoniec przez *p* przechodząca linia równoległa do A-V, przetnie bok EF w punkcie *q*: przez ten punkt prostopadła *q* Q poprowadzona do EF utworzy z liniami AA', AQ, i EF prostokąt równy wielokątowi AKLHGFA'.

Postępując tym samym sposobem pod linią AA' zamienimy wielokąt ABCDEA' na prostokąt AT*t*A'; zatém prostokąt TQ*qt* jest równy danemu wielokątowi.

Zagadnienie to dosyć często nastręczyć się może w praktyce, żeby zaś podany sposób dał wypadki dokładne, powinien jeometra postępować z największą uwagą Chcąc zaś przekonać się o dokładności wypadku: należy obrachować powierzchnie wszystkich trójkątów i trapezów składających wielokąt i obliczyć powierzchnią prostokąta otrzymanego, która powinna być równa summie powierzchni trapezów i trójkątów składających wielokąt.

DODAWANIE FIGUR I ZAMIANA ICH NA OZNACZONE KSZTAŁTY.

195. ***Dwie powierzchnie jakichkolwiek figur zamienić na trójkąt któregoby powierzchnia równa była summie danych powierzchni.***

Oznaczywszy T summę danych powierzchni, jeżeli trójkąt ma być równoboczny, z równ. $T=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, ponieważ $s=\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}b+\frac{1}{2}c$, uczyniwszy $a=b=c$, będzie:

$$T=\sqrt{\frac{3}{2}a\times\left(\frac{1}{2}a\right)^3}=\sqrt{\frac{3}{16}a^4},\ \text{skąd}$$

$$a=2\sqrt{T\times\frac{1}{\sqrt{3}}}.$$

Kiedy trójkąt ma być równoramienny wtedy mamy wiadomą podstawę a lub jedno z ramion kąta przeciwległego podstawie a. W piérwszym razie wyprowadzimy ze środka podstawy prostopadłą i na niéj odetniemy wysokość trójkąta, to jest: nazwawszy $h=\frac{2.P}{a}$: końce podstawy połączywszy z punktem znalezionym na wysokości h otrzymamy trójkąt żądany.

W drugim razie, to jest; kiedy jedno ramie b jest wiadome, ponieważ $b=c$; będzie

$T=\sqrt{\frac{2b+a}{2}\times\frac{2b-a}{2}\times\frac{a^2}{4}}$, wykonawszy działanie znajdziemy $a=\sqrt{2b+\sqrt{4b^2+16T^2}}$.

Gdyby były wiadome dwa boki a, b, wziąwszy jeden z nich za podstawę, znajdziemy wysokość $h=\frac{2.T}{a}$, a odległość spodka prostopadłéj, to jest: wysokości h będzie $\sqrt{b^2-h^2}$....

Dwa prostokąty lub równoległoboki zamienić na prostokąt lub na równoległobok równy summie dwóch danych.

Szukanego prostokąta lub równoległoboka musi być dana podstawa i pochylenie drugiego boku. Jeżeli summa powierzchni danych jest T, a dana podstawa szukanego prostokąta lub równoległoboka jest a, mamy wysokość $h=\frac{T}{a}$.

Daną powierzchnią T objąć wielokątem foremnym.

Nazwawszy promień koła opisanego na wielokącie przez R, i wyobraziwszy sobie wszystkie wierzchołki wielokąta połączone ze środkiem koła, otrzymamy tyle trójkątów równych sobie, ile jest boków w wielokącie; wysokością tych trójkątów jest R. Jeżeli liczba boków wielokąta jest m, powierzchnia jednego trójkąta jest $\frac{T}{m}$; zatém podstawa jego czyli bok wielokąta będzie $a=\frac{2.T}{m\times R}$. A że do wykréślenia wielokąta potrzeba znać linie łączące wierzchołki jego ze środkiem koła opisanego; naznaczywszy więc przez b jednę z tych linij, mamy

$$b=\sqrt{R^2+\tfrac{1}{4}a^2}$$

czyli:

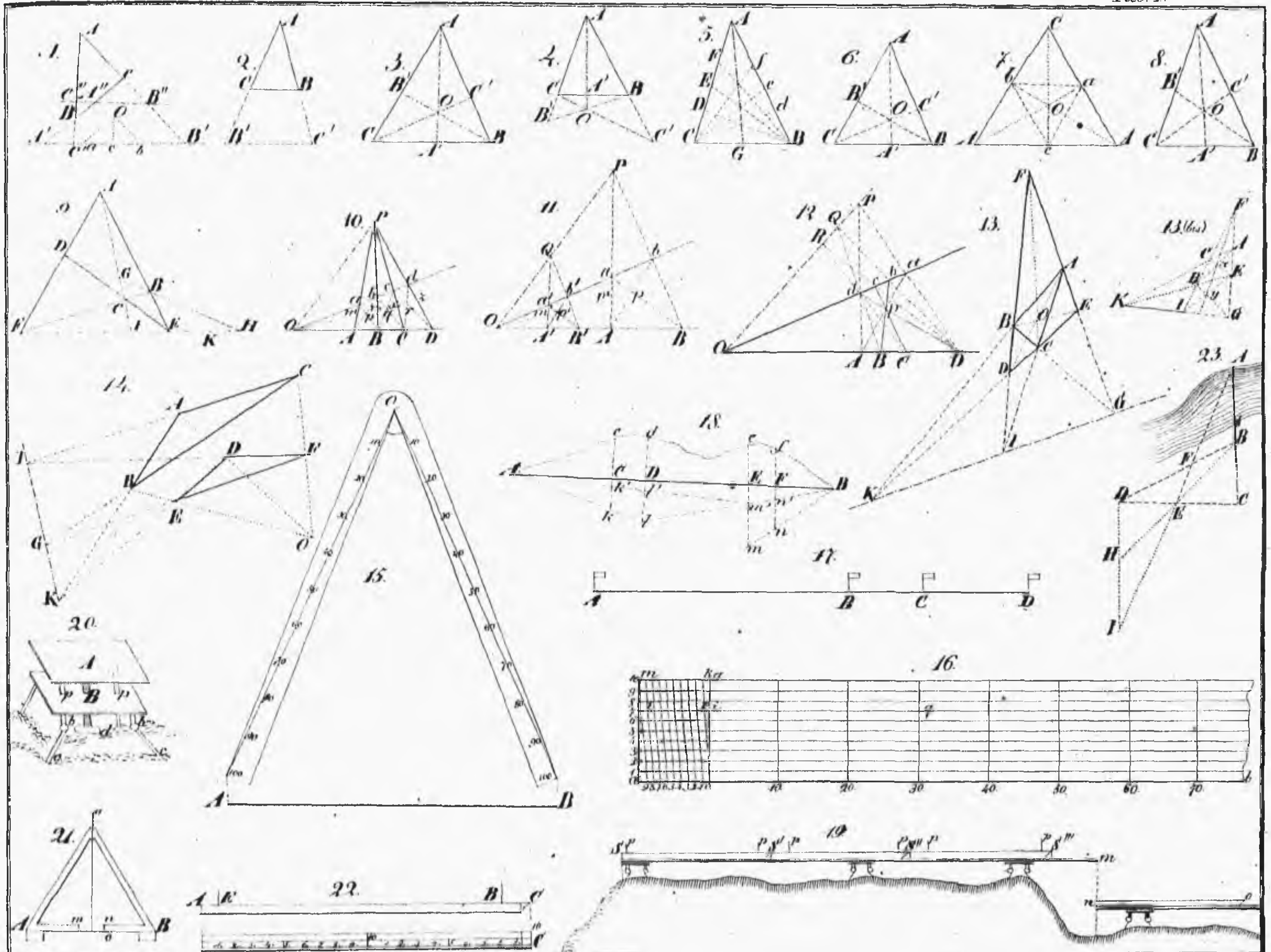
$$b=\sqrt{R^2+\frac{T^2}{m^2\times R^2}}=\frac{\sqrt{m^2R^4+T^2}}{m\times R}.$$

Stósownie do num. 152, wyznaczywszy $R=\frac{a}{n}$, powyższe wzory zamienią się na

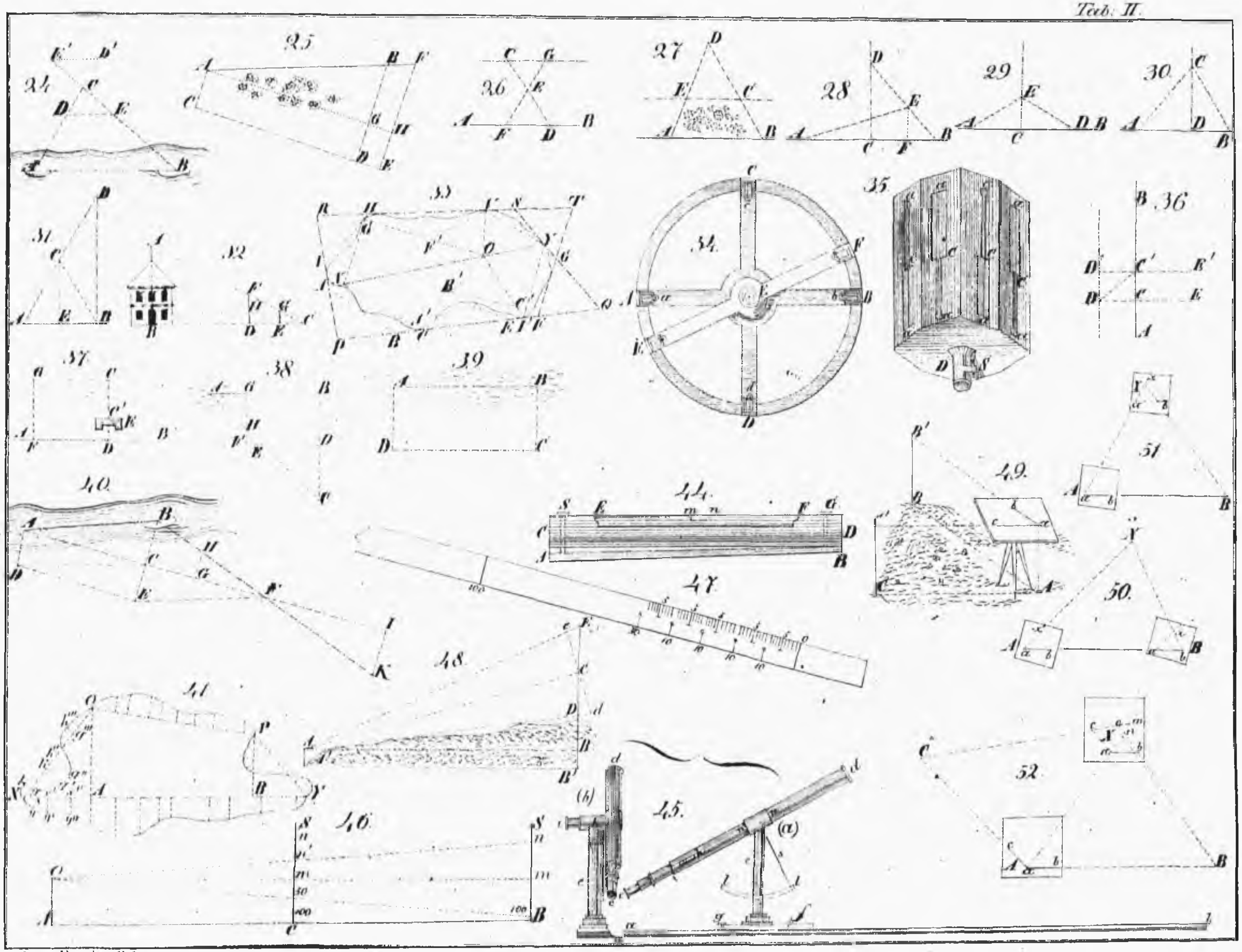
$$a=\frac{\sqrt{2.n\times T}}{m}$$

$$b=\frac{\sqrt{a^4+n^4\times T^2}}{m\times n\times a}.$$

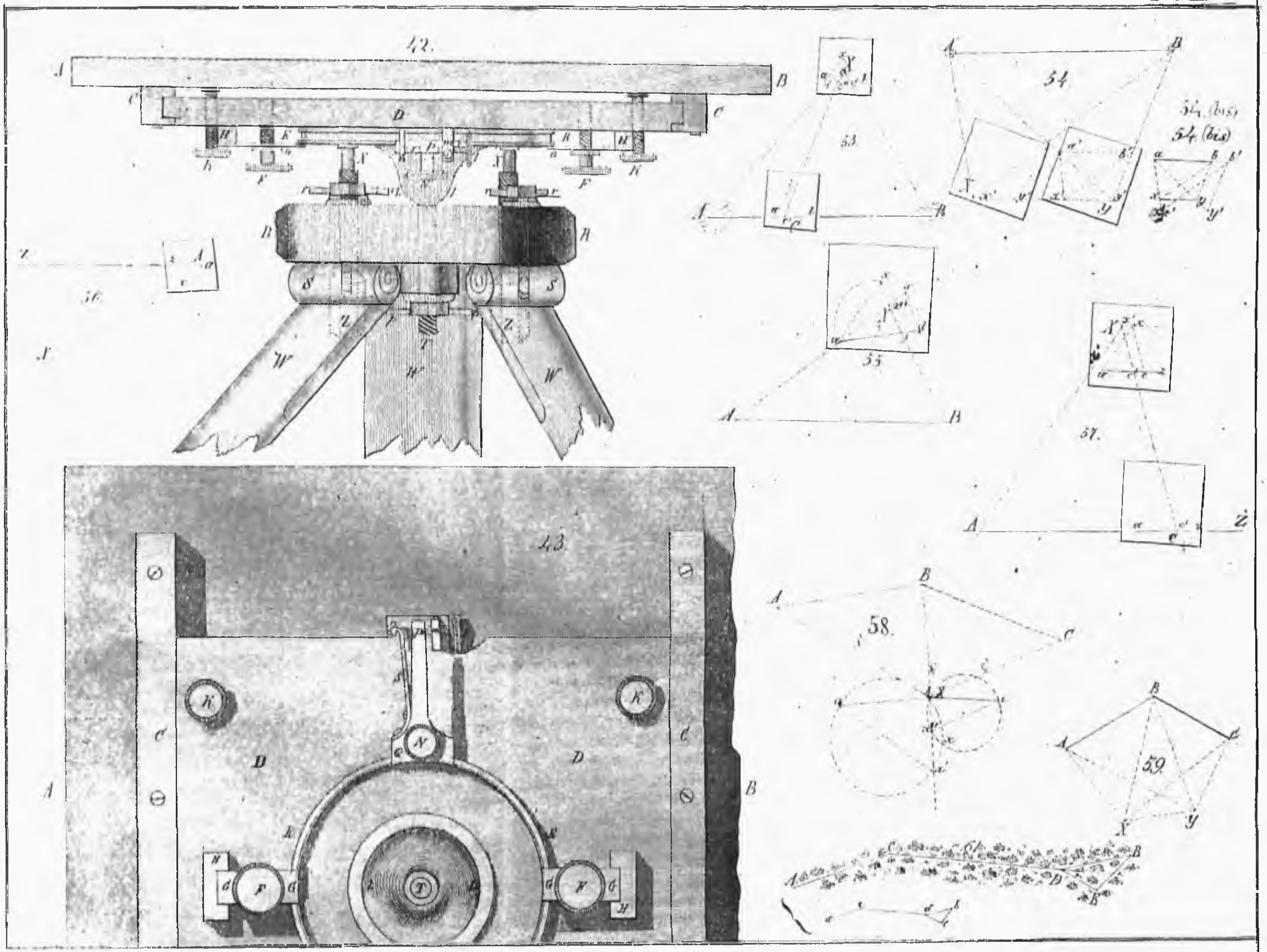
KONIEC.



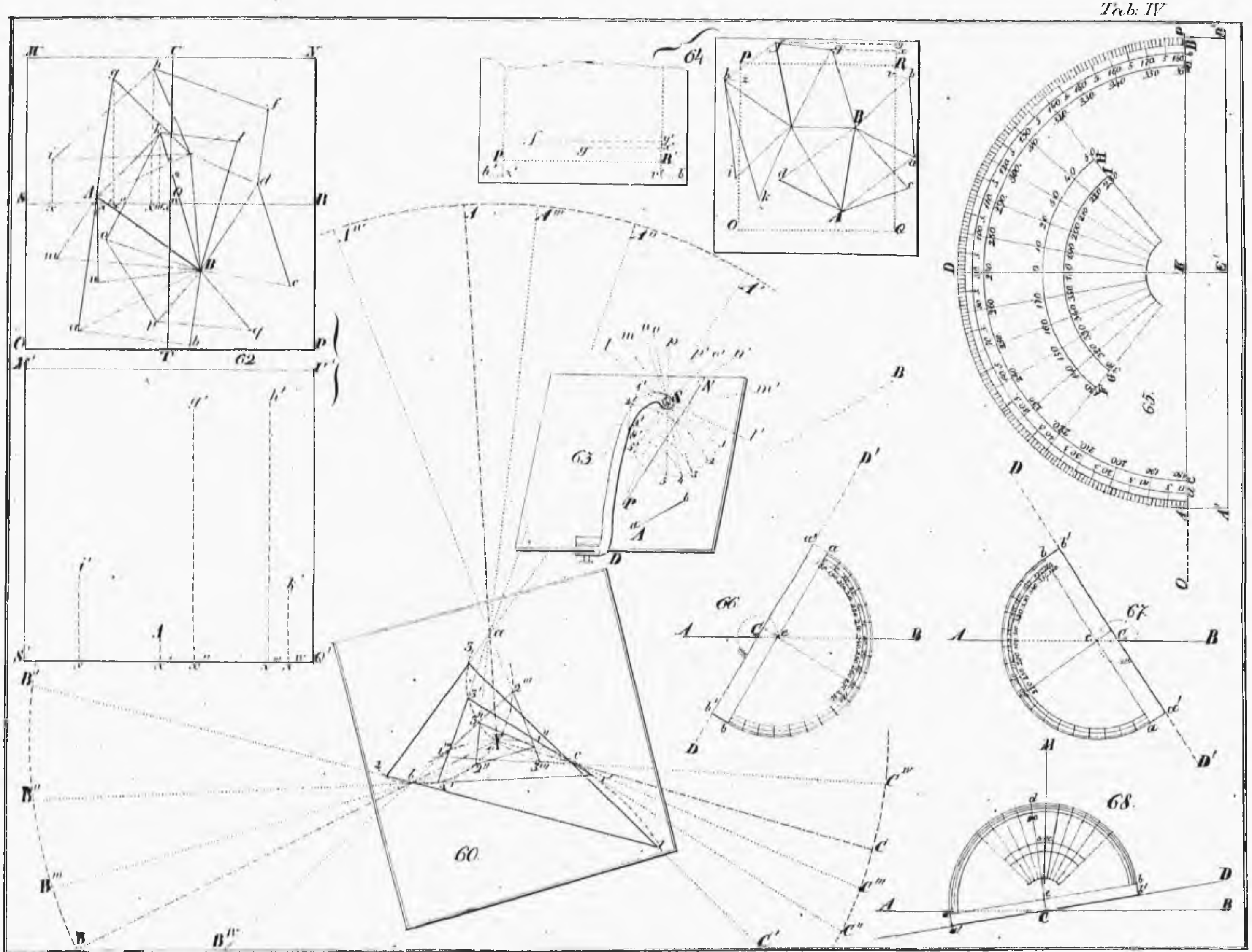
w. lito. Banku Pols.



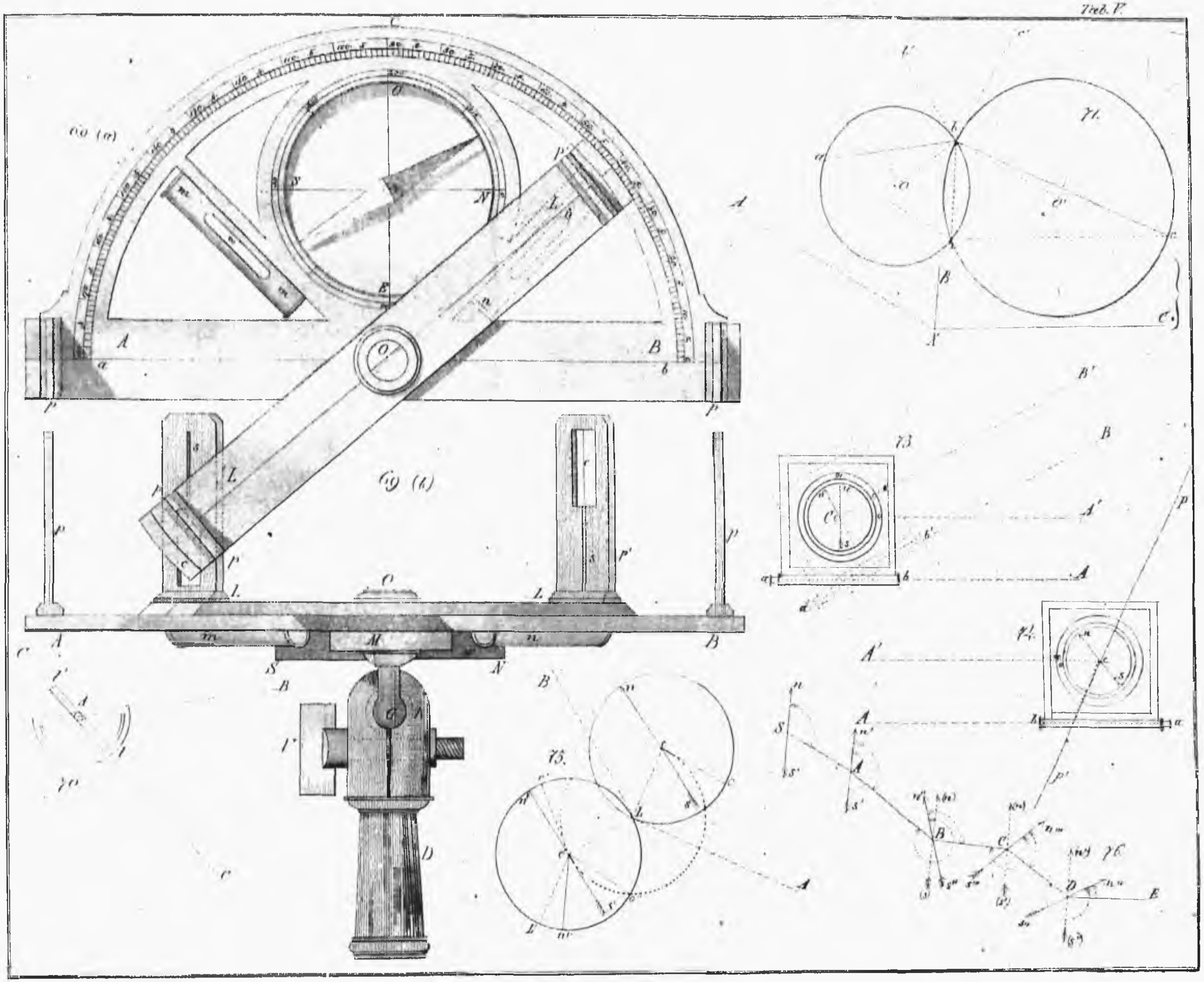
Lith. Danken Pols.

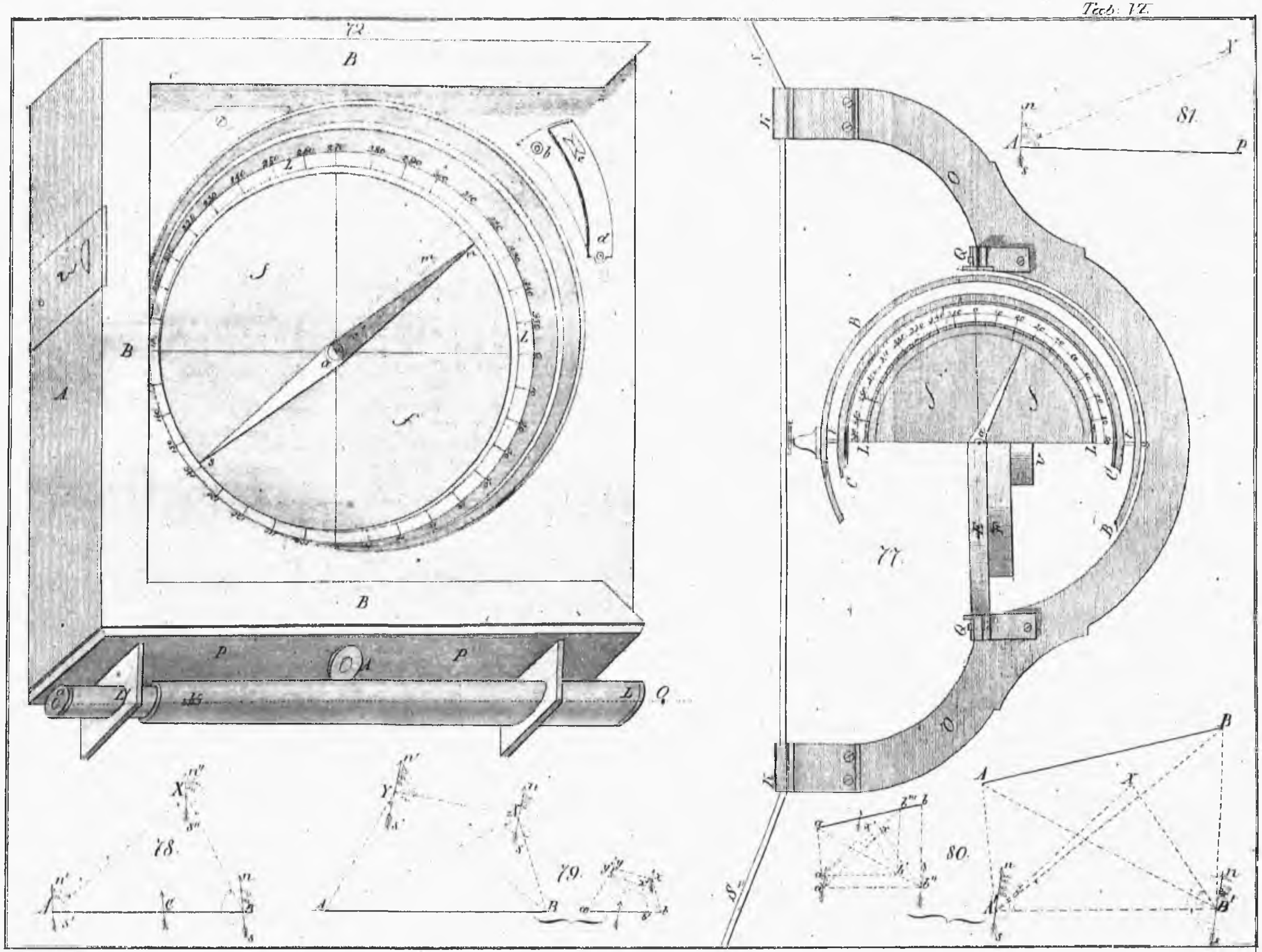

42.
43.
53.
54.
54 (bis)
55.
56.
57.
58.
59.

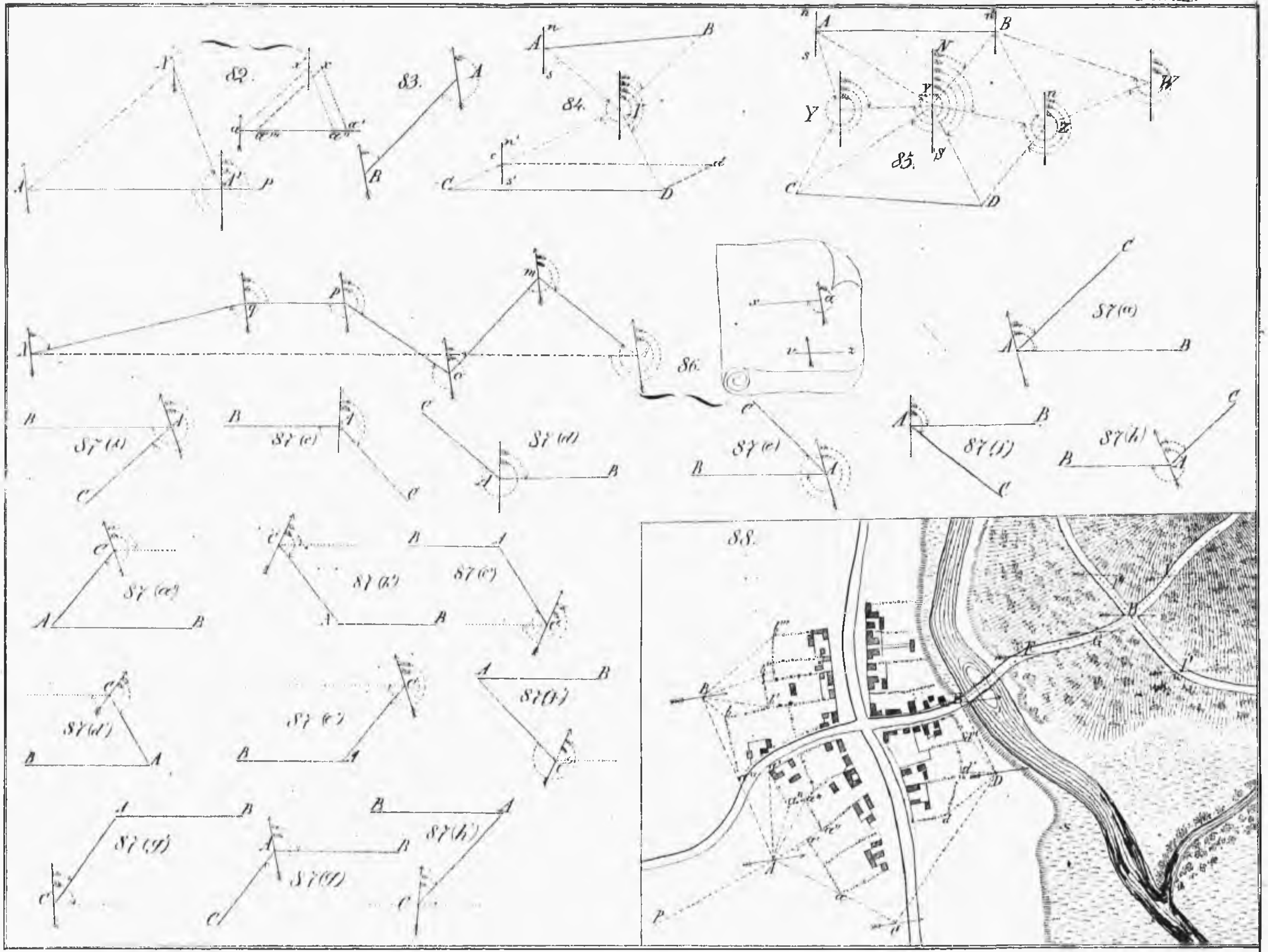
Tab. IV

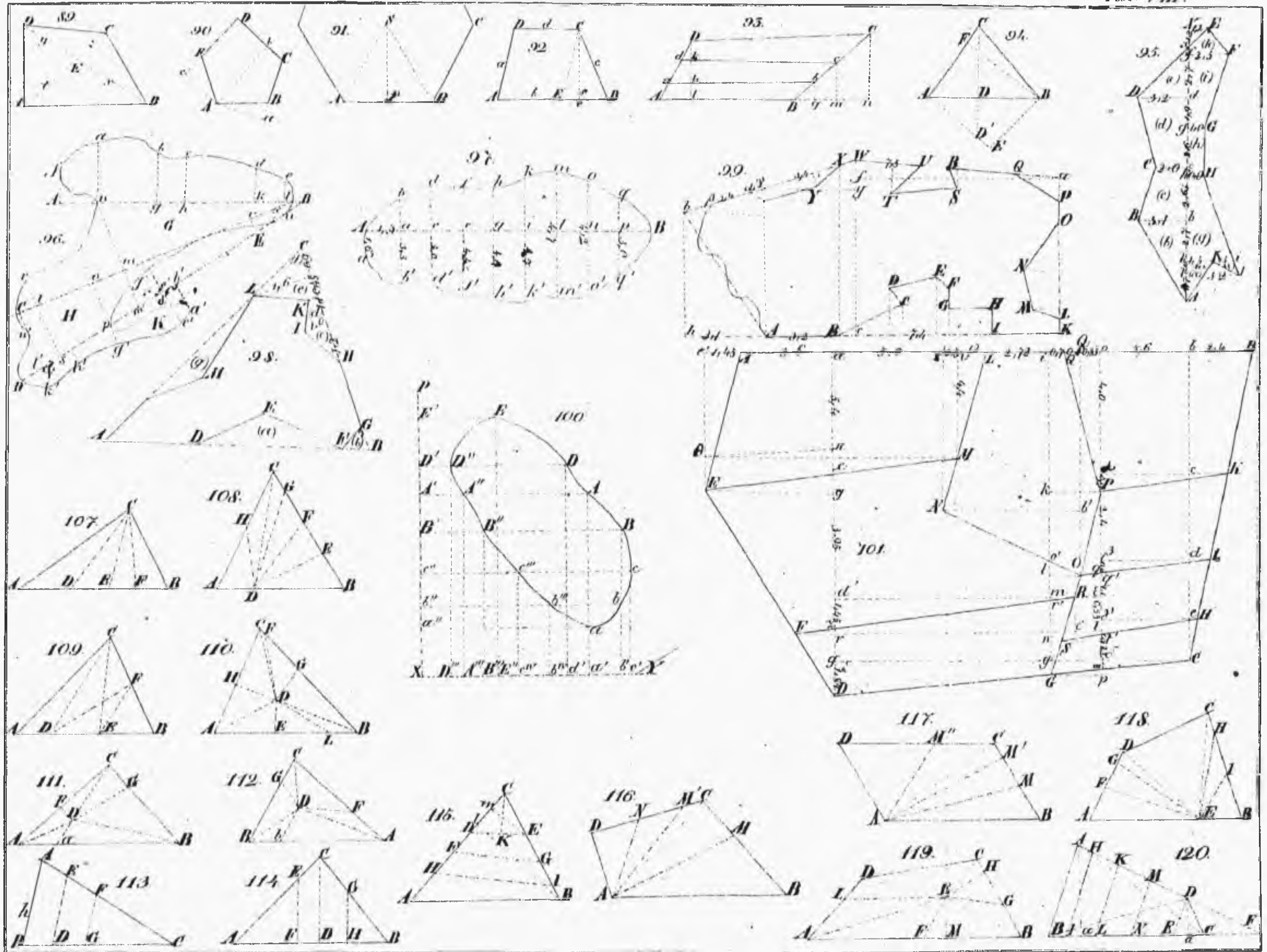


w lito. Banku Pols.

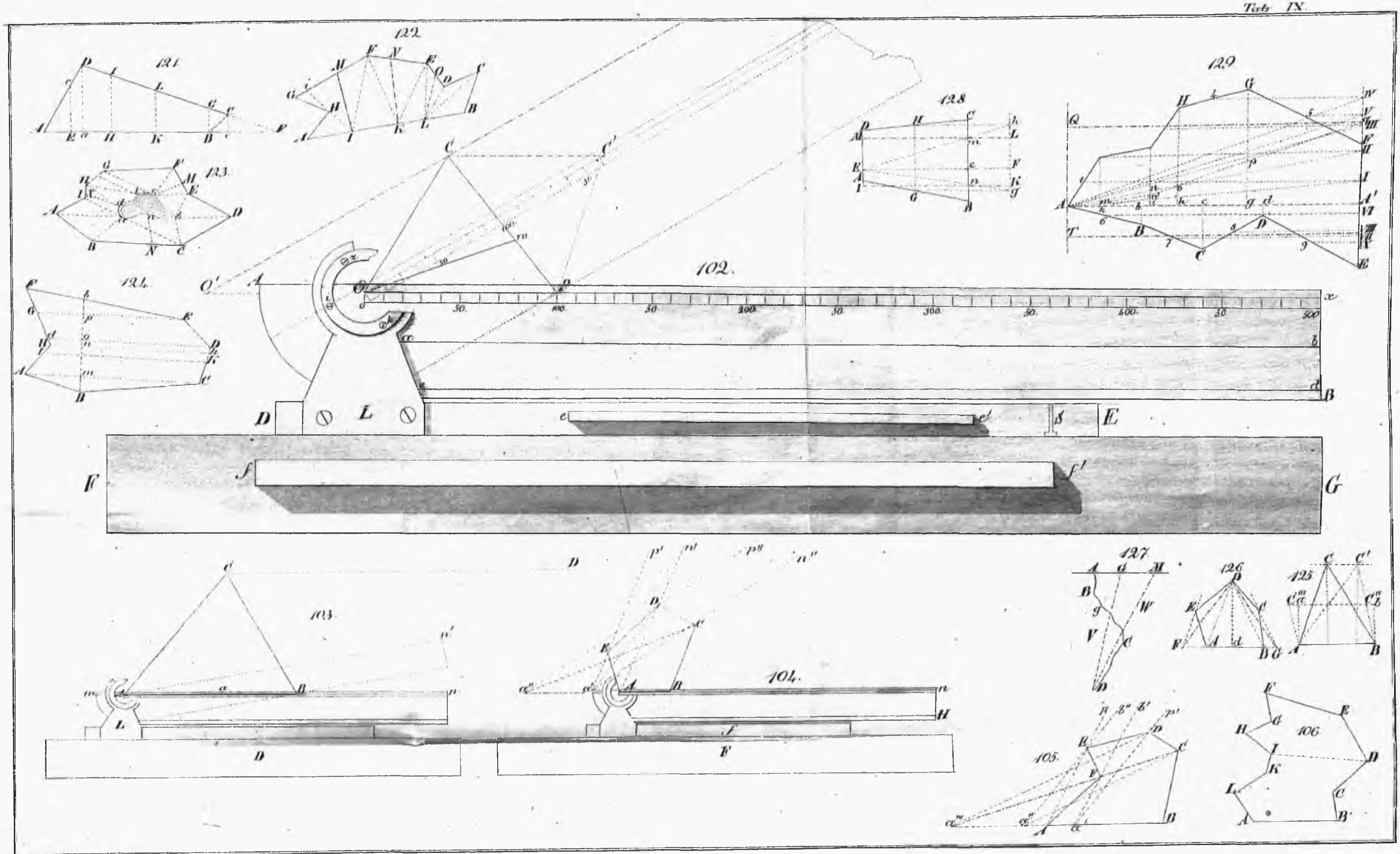

69 (a)
69 (b)
70
71.
73
74.
75.
76


72.
B
B
B
A
P
P
L
Q
77.
B
S
S
L
L
C
C
Q
Q
K
K
B
78.
X
79.
Y
A
B
80.
A
B
X
n
s
81.
A
X
P
n
s


82.
83.
84.
85.
86.
87 (a)
87 (b)
87 (c)
87 (d)
87 (e)
87 (f)
87 (h)
88.



w. Lito Bauhe Pols



w Lito Bantu Pots: