Politechnika Warszawska Wydział Inżynierii Środowiska

Instytut Zaopatrzenia w Wodę i Budownictwa Wodnego

Mgr inż. Paweł Popielski

Model sufozji mechanicznej w ujęciu metody elementów skończonych

Rozprawa doktorska

Promotor: prof. dr hab. inż. Janusz M. Dłużewski

Warszawa 2000

Pragnę wyrazić serdeczne podziękowania Panu prof. Januszowi Dłużewskiemu za wskazanie kierunku badań, wszechstronną pomoc i troskliwą opiekę, którą otaczał mnie podczas pracy naukowej.

Pracę tą dedykuję Moim Najbliższym dziękując Im za cierpliwość i wsparcie w chwilach zwątpienia.

	Spis treści	Strona:	
1.	Wstęp	4	
2.	Tezy, cele i zakres pracy	12	
3.	Nasycony ośrodek gruntowy	14	
3.1.	Wodoprzepuszczalność gruntu	15	
3.2.	Zmiany właściwości filtracyjnych	20	
4.	Szkielet gruntowy		
4.1.	Podstawowe równania		
4.2.	Modele teorii stanu krytycznego	25	
4.2.1.	Przesłanki doświadczalne i ogólna charakterystyka modeli szkieletu		
	gruntowego	25	
4.2.2.	Modified Cam-clay	28	
5.	Woda porowa	33	
6.	Metoda elementów skończonych w zastosowaniu do ośrodka dwufazowego	36	
6.1.	Faza stała	36	
6.2.	Faza ciekła		
7.	Sformułowanie problemu sprzężonego	43	
7.1.	Wariant I – stałe ciśnienie porowe	43	
7.2.	Wariant II – znany opis zmian porowatości		
8.	Doświadczalna ocena wystąpienia sufozji		
9.	Algorytm numerycznej analizy sufozji mechanicznej		
9.1.	Poszukiwanie krzywej depresji		
9.2.	Symulacja pracy szkieletu gruntowego z wykorzystaniem modelu stanu		
	krytycznego	75	
10.	Przykład numerycznego modelowania sufozji	77	
10.1.	Opis obiektu, obliczenia wstępne i założenia symulacji	77	
10.2.	Model numeryczny obwałowania w Skawinie	86	
10.3.	Obliczenia i prezentacja wyników	88	
11.	Podsumowanie i wnioski	101	
12.	Zakres przyszłych badań	103	
13.	Załącznik A	104	
14.	Literatura	108	

1. Wstęp

Wytrzymałość podłoża gruntowego lub budowli wykonanej z gruntu zależy do jego rodzaju (między innymi od składu granulometrycznego i kształtu ziaren) oraz od jego zagęszczenia. Bardzo dobrze obrazują to przedstawione w polskiej normie [*PN–81/B-03020*] nomogramy określające zmianę parametrów wytrzymałościowych (c i ϕ) w zależności od zmiany stopnia zagęszczenia I_D dla gruntów sypkich lub stopnia plastyczności I_L dla gruntów spoistych. Analogicznie współczynnik określający zdolność ośrodka do przewodzenia cieczy (współczynnik filtracji) zależy od rodzaju gruntu oraz od jego zagęszczenia. Może on być wyrażony w funkcji średnicy miarodajnej gruntu oraz jego porowatości [*Wieczysty, 1982; Wiłun, 1987; Pazdro i Kozierski, 1990; Szuster i Utrysko, 1992*]. Wartość jego zwiększa się wraz ze wzrostem porowatości i maleje wraz z jej zmniejszaniem się.

"Filtracja może powodować odkształcenia miejscowe obejmujące na ogół niewielkie masy gruntu (przemieszczenia ziaren lub bryłek) oraz zmiany jego stanu i wewnętrznej budowy głównie składu granulometrycznego" [*Czyżewski i inni, 1973*]. W zależności od tego jaki charakter mają zmiany zachodzące w gruncie pod wpływem działania mechanicznego wody, zjawiska przy tym zachodzące dzieli się na dwa główne rodzaje: sufozję i wyparcie gruntu. Wyparcie gruntu polega na przesunięciu wszystkich ziaren pewnej objętości gruntu wraz z obciążającymi ją elementami ubezpieczeń filtracyjnych lub drenaży. Wyparta objętość gruntu ulega rozluźnieniu, a jego właściwości mechaniczne pogorszeniu - zwiększają się pory między ziarnami. Zmiany te nigdy nie występują samodzielnie, lecz są ze sobą w większym lub mniejszym stopniu połączone [*Pisarczyk, 1992*]. Bardzo często powstanie wyparcia jest poprzedzone zjawiskami sufozyjnymi, przy czym powstanie jednego z rodzajów zmian zależy od składu granulometrycznego gruntu [*Żbikowski, 1967*].

Filtracja może powodować zjawisko polegające na unoszeniu przez wodę drobnych ziaren gruntu wypełniających szkielet gruntowy zbudowany z ziaren o większych wymiarach. Takie zjawisko powodujące lokalne zwiększanie wskaźnika porowatości - osłabiające wytrzymałość ośrodka określane jest mianem sufozji. Miejscowe osłabienie wytrzymałości gruntu może powodować występowanie nieprzewidzianych przemieszczeń i osiadań, a w skrajnej sytuacji może prowadzić do utraty nośności granicznej konstrukcji.

Osiadania wywołane procesem sufozji mechanicznej łączą się ściśle z rozwojem niekorzystnych zjawisk filtracyjnych takich jak: zwiększenie ilości filtrującej wody przez zaporę, wynoszenie materiału gruntowego (piaszczenie) oraz charakterystyczne sufozyjne

zmiany wyglądu gruntu w podstawie skarpy odpowietrznej lub na dolnym stanowisku za zaporą [*Fiedler i Hrabowski, 1980*]. Zjawiska te zazwyczaj poprzedzają proces osiadań wywołany sufozją (np. zapora w Koronowie). Analogicznie osiadania mogą być spowodowane sufozją chemiczną. Obserwować je możemy w zaporach usytuowanych w utworach wrażliwych chemicznie np. wapiennych - zapora w Przeczycach. W wyniku sufozji chemicznej tworzą się w podłożu strefy z wyługowanym materiałem skalnym rejestrowane na powierzchni w postaci lei, zapadlisk i obniżeń terenu.

Sufozja chemiczna zachodzi w wyniku reakcji chemicznej pomiędzy filtrującą wodą (zawartymi w niej związkami chemicznymi), a związkami chemicznymi zawartymi w podłożu i nie jest analizowana w ramach tej pracy. W rozprawie doktorskiej studia dotyczą wyłącznie sufozji mechanicznej wywołanej niechemicznym oddziaływaniem filtrującej wody na ośrodek porowaty. W dalszej części pracy pod określeniem sufozja jest rozumiana wyłącznie sufozja mechaniczna.

Zjawisko sufozji mechanicznej dotyczy zarówno wielkich zapór takich jak zapora ziemna Teton w stanie Idaho o maksymalnej wysokości 94 m (kompletnie zniszczona 5 czerwca 1976r.), jak i małych obiektów hydrotechnicznych [Fiedler, 1984; Garbulewski i inni, 1984]. Występując w wałach przeciwpowodziowych w trakcie długotrwałego wezbrania może doprowadzić do powstania przebicia hydraulicznego - jako tragicznej konsekwencji, która była obserwowana w trakcie ostatnich powodzi. Analizując na przykład zielonogórski odcinek rzeki Odry, kilka wyrw powstało w wałach przeciwpowodziowych na skutek szkodliwego działania filtracji np.: Bytomiec - Krzesin km 538,5 - erozja wsteczna, Pomorsko km 478 i Stara Wieś km 428,7 – przebicie hydrauliczne przez zaporę i podłoże 1998]. Zjawisko sufozji nie dotyczy wyłacznie wałów [Warcholak i Tonder, przeciwpowodziowych, ale także każdej innej konstrukcji ziemnej przez którą następuje filtracja wody: zapory ziemnej, obwałowania składowiska, przyczółka zapory, w rejonie głębokich fundamentów budynku, ścian szczelinowych itd. Sufozja została uznana za przyczynę awarii obwałowania zbiornika elektrowni pompowo - szczytowej w Żarnowcu w lipcu 1981r. [Bagiński, 1984]. Zjawisko sufozji zakończone przebiciem hydraulicznym spowodowało awarię obwałowań składowisk odpadów przemysłowych w Skawinie w grudniu 1964r., w Wałbrzychu w maju 1969r., w Łaziskach w październiku 1974r. oraz w Blachowni w lipcu 1981r. [Broś, 1984]. Według jednej z hipotez zjawisko sufozji było przyczyną awarii skarpy przy zamku wodnym elektrowni pompowo – szczytowej w Dychowie 23 kwietnia 1997r. [Dłużewski i Hrabowski, 1998; Wolski i inni, 2000]. Rozmiar i efekty obsunięcia się

5

gruntu, w rejonie lewej skarpy przy ujęciu wody do elektrowni są prezentowane na rysunkach 1.1 i 1.2.



Rys 1.1. Widok na osuwisko z korony skarpy, w głębi uszkodzony budynek elektrowni



Rys 1.2. Widok na osuwisko z podnóża skarpy, w głębi ujęcie wody do elektrowni

Zjawiska spowodowane sufozją są obserwowane na stopniu wodnym Włocławek w rejonie zapory ziemnej oraz na stopniu wodnym Dębe w rejonie placu manewrowego przy elektrowni. Na Skarpie Warszawskiej zaobserwowano zjawiska sufozujne w wielu miejscach, między innymi w parku poniżej ul. Smolnej, na jezdni ul. Szczyglej, na chodnikach i trawnikach wzdłuż Tamki i innych [*Wysokiński i inni, 1999*].

Eksperci zatrudnieni przez ICOLD (International Commission on Large Dam) wykonali analizę 14700 zapór o wysokości większej niż 15 m. Badania wykazały, że 0,7 % wszystkich zapór uległo katastrofie (0,83 % zapór ziemnych) [*Fell, 1996*].

Przyczyna katastrofy	Katastrofa	Prawdopodobieństwo
	(%)	katastrofy
Przelanie w wyniku powodzi	48	1/250
Utrata stateczności korpusu zapory	8	1/1500
Erozja wewnętrzna korpusu i niekontrolowana filtracja	28	1/425
Erozja wewnętrzna podłoża i niekontrolowana filtracja	12	1/1000
Inne przyczyny	4	1/3000
Razem	100	1/120

Tabela 1.1 Przyczyny katastrofy wg. R.Fell (International Comission on Large Dam)

Erozja wewnętrzna korpusu lub podłoża oraz niekontrolowana filtracja były przyczyną katastrofy w 40 % przypadków. Wcześniejsza analiza z roku 1982 [*Wolski i inni, 1982*] obejmująca zestawienie ważniejszych przyczyn awarii wałów przeciwpowodziowych w Polsce jeszcze większy procent awarii przypisuje niekorzystnemu działaniu filtracji. Autorzy twierdzą, że przecieki przez podłoże oraz filtracja przez korpus wału powoduje 49 % awarii.

Od kilku lat odbywa się międzynarodowa konferencja "Geofilters" poświęcona filtracji i zabezpieczeniom przeciwfiltracyjnym w geotechnice i inżynierii środowiska. Ten fakt świadczy najdobitniej o klasie problemu, jaki może powodować filtrująca woda. Śledząc materiały konferencyjne można prześledzić historię i aktualne tendencje w pracach mających na celu zapewnienia bezpieczeństwa obiektów, przez które lub pod którymi występuje proces filtracji.

Zmiany w gruncie występują po przekroczeniu pewnej prędkości przepływu lub spadku hydraulicznego, który można nazwać prędkością krytyczną lub spadkiem krytycznym [Żbikowski, 1967; Czyżewski i inni, 1973; Peter, 1982]. Najczęściej kryterium wyraża się w formie wielkości miejscowego spadku piezometrycznego (gradientu), jako miary służącej do oceny możliwości wystąpienia sufozji. Oczywiście bardzo ważnym czynnikiem jest kierunek przepływu wody, który musi się pokrywać z kierunkiem, w którym istnieje możliwość

przemieszczenia ziaren gruntu.

Prawdopodobnie pierwszy obszerny opis zjawiska przedstawił Terzaghi w 1922r. [*Terzaghi, 1922*]. Filtracja wody przez korpus zapory lub jej podłoże powoduje powstanie sił erozyjnych, wykazujących tendencje do przemieszczania cząstek gruntu. Siły przeciwstawiające się erozji zależą od spójności gruntu (rodzaju gruntu), efektu zazębiania się cząstek (składu granulometrycznego, kształtu ziaren i zagęszczenia) oraz ich ciężaru. Jeżeli siły przeciwstawiające się erozji są mniejsze od sił ją wywołujących, cząstki gruntu są przemieszczane i mogą być wynoszone na zewnątrz konstrukcji. Powoduje to zjawisko sufozji mogące doprowadzić w gruntach sypkich do powstania przebicia hydraulicznego.

Na rys. 1.3 przedstawiono schemat pokazujący najbardziej narażone na zjawisko sufozji strefy w zaporze ziemnej [*Armbruster i Trogel, 1993*]. W zależności od miejsca występowania w gruncie rozróżniane są sufozje: *wewnętrzna* tzn. wewnątrz danego rodzaju gruntu, *zewnętrzna* - w strefie przypowierzchniowej zapory lub podłoża, a także na stykach różnych warstw gruntu, gdy kierunek ruchu wody jest prostopadły do styku oraz *kontaktowa* - na stykach dwóch różnych warstw gruntu, gdy kierunek ruchu wody jest równoległy do styku. Można w uproszczeniu powiedzieć, że zjawiskiem odwrotnym do sufozji jest *kolmatacja* - proces osadzania wymytych drobnych cząstek gruntu w przestrzeni porowej gruntu, powodujący zmniejszenie jego porowatości.



Rys. 1.3 Rejony najbardziej narażone na zjawisko sufozji [Armbruster 1993]

Lokalizacja fragmentu gruntu, w której analizujemy możliwość wystąpienia sufozji, jest bardzo istotna ponieważ inne skutki dla konstrukcji może spowodować sufozja wewnętrzna, a inne sufozja zewnętrzna [Żbikowski, 1967; Burenkova, 1993]. Sufozja wewnętrzna występuje najczęściej od strony wody górnej lub wewnątrz całego obszaru gruntu lecz na znacznej głębokości. Efektem jej są zmiany porowatości i współczynnika filtracji w

lokalnych strefach gruntu. Sufozja zewnętrzna występuje najczęściej w pobliżu powierzchni swobodnej, w strefach wysączania na skarpę odpowietrzną lub na powierzchni styku z warstwą gruntu o znacznie grubszym uziarnieniu. Przepływająca woda nie mając na drodze filtracji powstrzymującego masywu gruntowego, powoduje przemieszczenie najdrobniejszych frakcji poza obszar obiektu. Efektem tego jest propagacja stref o zwiększonej porowatości i współczynniku filtracji w kierunku zgodnym do kierunku filtrującej wody i przeciwnym zwrocie. Zjawisko to jest nazywane erozją wsteczną. Tak przebiegający proces filtracji może doprowadzić w konsekwencji do utraty stateczności i zniszczenia obiektu.

Terzaghi w 1948r. przyrównał wagę środków, jakie musi zapewnić projektant dla przeciwdziałania sufozji zewnętrznej do wagi środków antykorozyjnych w budownictwie stalowym lub środków zabezpieczających przed gniciem w konstrukcjach drewnianych. Podał on najwcześniejsze (1922r.), ale bardzo trafne i do dzisiaj stosowane, kryterium przydatności gruntu na filtry odwrotne – filtry zabezpieczające konstrukcję przed sufozją:

$$D_{15}/d_{15} > 4 D_{15}/d_{85} < 4 (1.1)$$

gdzie: D₁₅ - średnica ziaren gruntu filtru, których zawartość wraz z mniejszymi wynosi 15 %

d₁₅, d₈₅ - średnica ziaren gruntu chronionego, których zawartość wraz z mniejszymi wynosi odpowiednio 15 % i 85%

Tradycyjne kryteria dotyczące filtrów odwrotnych są zazwyczaj formułowane w postaci zależności pomiędzy uziarnieniem gruntu chronionego i gruntu filtru. Uziarnienia filtru powinny być tak dobrane, aby nie dopuścić do przenikania cząsteczek gruntu chronionego do złoża filtru i nie utrudniać odpływu wody. Przepuszczalność warstwy filtracyjnej powinna być większa niż gruntu chronionego. Grunt filtru nie powinien być kolmatowany drobnymi cząstkami wyniesionymi z gruntu chronionego. Teoretyczne za niesufozyjny uważa się taki grunt, w którym przesiąkająca woda może wypłukać tylko nieznaczną ilość (poniżej 3%) najdrobniejszych frakcji, w nikłym stopniu zmieniając jego strukturę i wytrzymałość. W praktyce grunt niesufozyjny wbudowany w konstrukcję hydrotechniczną też jest chroniony filtrami odwrotnymi [*Czyżewski i inni, 1973*]. Szeroki przegląd kryteriów dla filtrów odwrotnych chroniących zarówno grunty sufozyjne jak i niesufozyjne oraz metod określania sufozyjności gruntu jest przedstawiony w pracy [*Wolski, 1987*]. Obecnie wykorzystuje się również kryteria oparte na geometrii porów i na metodach prawdopodobieństwa [*Wolski, 1993*].

Jednak w praktyce inżynierskiej spotkać można wiele obiektów hydrotechnicznych dostosowanych do piętrzenia wody nie posiadających filtrów odwrotnych np. setki kilometrów wałów przeciwpowodziowych. Występują także obiekty których zabezpieczenia przeciwsufozyjne nie są w pełni sprawne np. obwałowania i zapory ziemne po wieloletniej eksploatacji. Dlatego w pracy został przeanalizowany obiekt nie posiadający zabezpieczeń przeciwfiltracyjnych i chroniących przed sufozją.

Podsumowując można stwierdzić, że wystąpienie zjawiska sufozji zależy nie tylko od uziarnienia gruntu ale także od wielu innych czynników między innymi: wystąpienia prędkości lub gradientu krytycznego, koncentracji i kierunku przepływu, układu warstw, występowania swobodnej powierzchni terenu itp. Dlatego do pełnej analizy zjawiska konieczne jest wykonanie sprężysto - plastycznej analizy wytrzymałościowej ośrodka jako zagadnienia sprzężonego z problemem przepływu wody w ośrodku porowatym. Do rozwiązania problemu wytrzymałości należy zastosować modele gruntów wrażliwe na zmiany gęstości ośrodka - uwzględniające zmiany porowatości. Modele te powinny opisywać osłabienie materiału ze wzrostem porowatości, a wzmocnienie z jej zmniejszeniem się. Te efekty opisują modele Teorii Stanu Krytycznego (TSK) np. zmodyfikowany model Cam–clay (Modified Cam–clay - MCC) [*Roscoe i Burland, 1968*].

Rozwiązując zagadnienie filtracji można określić strefy koncentracji prędkości przepływu oraz gradientów ciśnienia [*Peter, 1982; Wosiewicz i Sroka, 1992; Świątek, 1998*]. W tych strefach może wystąpić zjawisko sufozji powodujące zmianę porowatości gruntu. Razem ze zmieniającą się porowatością zmieni się także współczynnik filtracji gruntu. Zmiana ta ma bezpośredni wpływ na położenie krzywej depresji (granicy poniżej której uwzględniamy wypór) w rozpatrywanym ośrodku. W pracy zakładamy, że rozpatrujemy wyłącznie strefę suchą i w pełni nasyconą. W sprężysto – plastycznym rozwiązaniu zagadnienia wytrzymałości konstrukcji z zastosowaniem modelu MCC zmiana porowatości ma wpływ na wielkość elipsy opisującej powierzchnię plastyczności. Wprowadzając do modelu lokalne zwiększenie wskaźnika porowatości można obserwować propagację stref plastycznych oraz lokalizować fragmenty budowli ziemnej wraz z podłożem, w których ścieżka naprężeń osiąga linię stanu krytycznego, co jest utożsamiane ze zniszczeniem materiału [*Gryczmański, 1995; Chen i Mizumo, 1995; Ortigao, 1995*].

Kluczowym parametrem wpływającym na zmianę wytrzymałości ośrodka w modelach

TSK jest porowatość, a efektem sufozji zmiana porowatości spowodowana zmianą uziarnienia materiału. Dlatego wykonując badania na modelu fizycznym poszukiwano zależności pomiędzy filtrującą wodą a zmianą porowatości ośrodka gruntowego oraz obserwowano zmiany uziarnienia analizowanego materiału. Zazwyczaj możliwość wystąpienia sufozji jest określana jako kryterium wystąpienia gradientu o wartości krytycznej dla danego rodzaju gruntu. Wartość gradientu jest uzależniona do stopnia różnoziarnistości materiału [Żbikowski, 1967; Wolski, 1993]. Znając rozkład gradientów w analizowanym ośrodku, spełnienie kryterium pozwala założyć wystąpienie zjawiska sufozji. Następnie kontynuować obliczenia wytrzymałościowe z założeniem lokalnego zwiększenia porowatości powodującym osłabieniem materiału.

Jeżeli lokalne zmiany wskaźnika porowatości spowodowane przez sufozję uwzględnimy przy analizie wytrzymałości konstrukcji z zastosowaniem modelu Teorii Stanu Krytycznego – opiszemy wpływ filtrującej wody na wytrzymałość ośrodka porowatego – tym samym uzyskamy numeryczny model sufozji mechanicznej.

2. Tezy, cele i zakres pracy

Tezy pracy:

- w określonych warunkach filtracja cieczy przez ośrodek porowaty może powodować przemieszczenia ziaren, zmiany stanu zagęszczenia i wewnętrznej struktury ośrodka (głównie składu granulometrycznego i porowatości), powodując możliwe do przewidzenia zjawisko sufozji - osłabiające parametry materiałowe gruntu,
- do analizy zjawiska konieczne jest wykonanie sprężysto plastycznej analizy wytrzymałościowej ośrodka z wykorzystaniem modeli szkieletu gruntowego wrażliwych na zmiany gęstości (porowatości) ośrodka jako zagadnienia sprzężonego z rozwiązaniem problemu filtracji,
- numeryczna symulacja pracy budowli przy uwzględnieniu modelu sufozji mechanicznej daje możliwość oceny stanu obiektu tj. przemieszczeń, odkształceń i naprężeń odbiegających od projektowanych oraz sprawdzenia jego bezpieczeństwa w przypadku ekstremalnych obciążeń filtracyjnych (np. wezbranie lub długotrwałe opady). Otrzymane wyniki mogą być z powodzeniem wykorzystane do projektowania elementów przeciwdziałających niekorzystnemu zjawisku sufozji.

Celem pracy są studia doświadczalne, teoretyczne i numeryczne dotyczące zjawiska sufozji prowadzące do zbudowania modelu numerycznego, a następnie zaadaptowanie go do programu komputerowego. Rozbudowany program pozwoli na analizę rzeczywistych obiektów pod kątem występowania zjawiska sufozji.

Rozprawa opisująca analizowane zjawisko składa się z trzech głównych części: teoretycznej, doświadczalnej i numerycznej.

W części teoretycznej sformułowany jest układ równań opisujący sprzężony proces sufozji mechanicznej tj. filtracji cieczy w ośrodku porowatym powodującej wypłukiwanie drobnych cząstek gruntu i sprężysto - plastycznej analizy szkieletu gruntowego. W trakcie rozwiązywania problemu filtracji ustalonej poszukiwane jest położenie krzywej depresji oraz rozkłady gradientów wysokości piezometrycznych. Wykorzystano założenie, że koncentracje gradientów wysokości piezometrycznych, w zestawieniu z kryterium odporności gruntu na procesy erozyjne, pozwalają lokalizować strefy narażone na sufozję. Na tej podstawie wskazywano obszary o zmienionych parametrach materiałowych. Zjawisko sufozji powoduje wypłukiwanie drobnych cząstek ze struktury szkieletu gruntowego zmieniając jego porowatość i skład granulometryczny. Powoduje to lokalne zwiększanie się współczynnika filtracji. Wykorzystując model stanu krytycznego (Roscoe - Burland'a), jako klasyczny przykład teorii uwzględniającą wpływ zmian gęstości ośrodka na jego wytrzymałość, można określić zmiany wytrzymałości analizowanego ośrodka na podstawie zmian wskaźnika porowatości. Rozwiązanie równania filtracji ze zmiennym brzegiem obszaru (położenie krzywej depresji) równolegle z analizą wytrzymałościową rozpatrywanego ośrodka, umożliwiło teoretyczne sformułowanie problemu sufozji dla ośrodka dwufazowego. Do rozwiązania sformułowanego układu równań została zastosowana metoda elementów skończonych.

W części doświadczalnej analizowano zmiany właściwości ośrodka pod wpływem filtrującej wody. Zbudowano model fizyczny, w którym został umieszczony materiał z istniejącego obiektu hydrotechnicznego. Celem wykonywanych badań modelowych było wyznaczenie zależności zmiany wskaźnika porowatości od wartości czynnika krytycznego (gradientu lub prędkości) powodującego zmiany współczynnika filtracji. Analizowano przypadek sufozji wewnętrznej oraz zewnętrznej. Obserwowano również w trakcie doświadczeń zmiany głębokości strefy o zmienionych parametrach materiałowych. Opracowaną zależność wykorzystano w trakcie tworzenia modelu numerycznego.

W części numerycznej na podstawie sformułowania teoretycznego wykonano model numeryczny i adaptowano go do programu komputerowego. Wykonano obliczenia testowe w założonych warunkach początkowo brzegowych dla problemu filtracji, a następnie dla sufozji. Otrzymane wyniki porównano z wynikami otrzymanymi przez innych badaczy i dostępnymi w literaturze. Wykorzystując rozbudowany moduł obliczeniowy pakietu HYDRO-GEO przeprowadzono analizę sprężysto - plastyczną wytrzymałości konstrukcji inżynierskiej pod wpływem osłabiania parametrów materiałowych, spowodowanych zwiększeniem porowatości. Na przykładzie pokazano numeryczną symulację procesu sufozji mechanicznej, prowadzącej do utraty nośności granicznej i zniszczenia budowli. Zaprezentowano zmiany położenia krzywej depresji w analizowanym obiekcie, schematy deformacji, przemieszczenia pionowe i poziome oraz rozkłady punktów w których został przekroczony warunek plastyczności.

13

3. Nasycony ośrodek gruntowy

Ośrodek gruntowy stanowi skomplikowany system trójfazowy, w którym fazą stałą jest szkielet gruntowy, ciekłą stanowi woda (ściślej mówiąc roztwór wodny zawierający rozpuszczone substancje chemiczne), a powietrze występujące w gruncie stanowi fazę gazową. Grunt stanowi ośrodek porowaty w którym pory wypełnione są wodą lub powietrzem. Schematycznie można to przedstawić z pomocą rys 3.1.



Rys. 3.1. Schemat opisujący objętości poszczególnych faz w ośrodku gruntowym

Pory gruntu stanowią przestrzenie, które mogą być wypełnione wodą lub powietrzem i przez które może odbywać się ruch wody. W pracy założono, że ośrodek może być w pełni nasycony (w porach znajduje się woda) lub nienasycony (przestrzenie między ziarnami wypełnione są powietrzem). Matematyczny model takiego ośrodka porowatego oparty jest na koncepcji układu ciągłego. Przyjęcie takiego modelu pozwala na zastosowanie funkcji ciągłych do opisu stanu i ruchu poszczególnych faz ośrodka. Polega ona na wprowadzeniu pojęcia reprezentacyjnej cząstki elementarnej, tak dobranej aby mała zmiana jej rozmiaru nie miała wpływu na wielkość uśrednionej właściwości. [*Zijl i Nawalany, 1993; Nawalany, 1995; Nawalany i inni, 1996*].

Cechy fizyczne gruntu można podzielić na podstawowe i od nich pochodne, które oblicza się na podstawie cech podstawowych. Do podstawowych cech fizycznych gruntów zalicza się wilgotność, gęstość właściwą oraz gęstość objętościową. Cechy te określa się na podstawie badań laboratoryjnych [*Pisarczyk*, 1992]. Także na podstawie badań laboratoryjnych określa się skład granulometryczny gruntu.

Mając oznaczone podstawowe cechy fizyczne gruntu można obliczyć cechy od nich pochodne takie jak: gęstość objętościową szkieletu gruntowego, porowatość, wskaźnik porowatości. Na podstawie określonego składu granulometrycznego i porowatości można określić współczynnik filtracji gruntu. Cechy fizyczne gruntu, metody ich określania i zależności występujące między nimi omówiono w Załączniku A znajdującym się na końcu pracy.

3.1 Wodoprzepuszczalność gruntu

Wodoprzepuszczalnością gruntu nazywa się zdolność do przepuszczania wody siecią kanalików utworzonych z porów w nim występujących. Przepływ wody w ośrodku porowatym podlega prawu zachowania masy i zasadzie zachowania pędu. Do zdefiniowania prędkości przepływu cieczy przez ośrodek porowaty przyjmujemy prawo Darcy, które określa linową zależność pomiędzy wielkością objętościowego strumienia przepływu cieczy a siłą wywołującą ruch wody na jednostkę objętości.

W ogólnym przypadku w anizotropowym w pełni nasyconym trójwymiarowym ośrodku postać prawa Darcy jest następująca:

$$\mathbf{q} = -\mathbf{K} \,\nabla \mathbf{H} \tag{3.1}$$

gdzie: H – jest całkowitą wysokością hydrauliczną, \mathbf{q} – jest prędkością filtracji, ∇ - jest operatorem różniczkowym w postaci:

$$\nabla = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \\ \frac{\partial}{\partial \mathbf{y}} \\ \frac{\partial}{\partial \mathbf{z}} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{q} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_{\mathbf{x}} \\ \mathbf{q}_{\mathbf{y}} \\ \mathbf{q}_{\mathbf{z}} \end{bmatrix} \qquad (3.2)$$

K jest macierzą współczynników filtracji:

3. Nasycony ośrodek gruntowy

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} & k_{xz} \\ k_{yx} & k_{yy} & k_{yz} \\ k_{zx} & k_{zy} & k_{zx} \end{bmatrix}$$
(3.3)

W dalszej części pracy rozważania dotyczące przepływu zostaną zawężone do przypadku dwuwymiarowego w prostokątnym układzie współrzędnych (x, y). W takim przypadku współczynniki filtracji są zebrane w następującej macierzy:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{bmatrix}$$
(3.4)

a składowe wektora natężenia przepływu q określone są następująco:

$$q_{x} = -(k_{xx} \frac{\partial H}{\partial x} + k_{xy} \frac{\partial H}{\partial y})$$

$$q_{y} = -(k_{yx} \frac{\partial H}{\partial x} + k_{yy} \frac{\partial H}{\partial y})$$
(3.5)

W praktyce z powodu braku pełnego rozpoznania struktury gruntu w modelowanym obszarze i zdolności do przewodzenia wody w zależności od kierunku przepływu, oraz do potrzeb inżynierskich stosuje macierz filtracji dla materiału ortotropowego zdefiniowaną następująco:

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{\mathrm{x}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{k}_{\mathrm{y}} \end{bmatrix}$$
(3.6)

Czasami wręcz zakłada się, że ośrodek jest izotropowy. Dla takiego ośrodka współczynnik filtracji nie zależy od kierunku przepływu wody i jest wartością skalarną. Z rozważań zawartych w pracy [*Trykozko, 1997*] i wykonanych tam symulacji obliczeniowych oraz przytaczanych wyników uzyskanych przez innych autorów wynika, że upraszczanie macierzy współczynników filtracji (zaniedbywanie pozadiagonalnych elementów tensora współczynników filtracji) wpływa znacząco na uzyskane rozwiązanie. Ale należy pamiętać, że wyznaczenie rzeczywistych współczynników filtracji obarczone jest pewną niepewnością.

Odstępstwa od prawa Darcy występują dla przepływów turbulentych, których przykładem jest ruch wody w utworach skrasowiałych bądź w szczelinach skalnych (fluacja) lub w przepływach wywołanych głownie oddziaływaniem molekularnym (np. w iłach koloidalnych) [*Nawalany, 1989*]. Należy zaznaczyć, że prawo Darcy'ego stosuje się do ruchu laminarnego gdzie występuje liniowa zależność prędkości filtracji do spadku hydraulicznego.

Prawo jest słuszne jedynie w odniesieniu do przepływów dla których liczba Reynoldsa $R_e < 1.0$.

$$R_{e} = \frac{\rho_{w} v d}{\mu} = \frac{v d}{v}$$
(3.7)

gdzie: v- średnia prędkość przepływu, d – uśredniona efektywna średnica porów gruntowych. Ten warunek potwierdza słuszność prawa Darcy dla większości przepływów naturalnych w gruncie.

W najprostszej postaci (w wielu zastosowaniach inżynierskich) prawo Darcy wyrażane jest wzorem:

$$q = \frac{Q}{A} = -k\frac{\Delta H}{L} = -ki$$
(3.8)

gdzie: q – prędkość przepływu Darcy, Q – całkowity przepływ, A – przekrój prostopadły do kierunku ruchu, k - współczynnik filtracji (wodoprzepuszczalności), ΔH – spadek całkowitej wysokości hydraulicznej, L – długość na której nastąpił spadek ΔH , i – spadek hydrauliczny.

Ruch wody w warunkach naturalnych jest najczęściej spowodowany siłami grawitacji dążącymi do wyrównania poziomów wody w kanalikach gruntowych. Omawiana zależność nie uwzględnia skomplikowanej struktury wewnętrznej gruntu. Zakłada ona, że porowaty ośrodek gruntowy jest jednorodnym ciałem z przepływem równomiernie rozłożonym w całym jego przekroju poprzecznym, który stanowią wyłącznie przestrzenie porowe. Aby określić rzeczywistą prędkość przepływu wody w ośrodku porowatym należy podzielić wartość prędkości Darcy przez wartość porowatości ośrodka. W rzeczywistości pomiędzy ziarnami gruntu woda może przepływać z prędkością kilkakrotnie większą niż wynika to z równania 3.8.

Współczynnikiem filtracji nazywamy współczynnik proporcjonalności występujący w równaniu Darcy. W ogólnym przypadku, wartości współczynnika k mogą być różne zależnie od kierunku przepływu – wzór 3.3. Własności takie wynikają z kierunkowego ułożenia i kształtu ziaren, uwarstwienia gruntu. Współczynnik jest wielkością charakterystyczną dla danego ośrodka, zależy od jego porowatości, uziarnienia oraz od temperatury wody. Zależność zmiany prędkości przepływu do temperatury wody, tłumaczy się spadkiem lepkości wraz ze wzrostem temperatury. W literaturze zazwyczaj współczynniki są podawane dla wody o temperaturze 10^0 C. Empiryczną zależność określającą zmianę wartości współczynnika w zależności od temperatury przedstawia się wzorem:

3. Nasycony ośrodek gruntowy

$$k_{10} = \frac{k_{\rm T}}{0.7 + 0.03 * \rm T} \tag{3.9}$$

gdzie k_{10} – współczynnik filtracji odpowiadający temperaturze wody + 10^{0} C,

K_T – współczynnik filtracji otrzymany doświadczalnie przy temperaturze wody T

T – temperatura przepływającej wody ⁰C

Ogólnie współczynnik filtracji można wyrazić za pomocą wzoru uwzględniającego parametry cieczy i rodzaj ośrodka [*Nawalany*, 1995]:

$$k = \chi \frac{\rho_w g}{\mu} = \chi \frac{g}{\nu}$$
(3.10)

gdzie: k – współczynnik filtracji (hydraulic contactvity)

- μ współczynnik lepkości dynamicznej
- v współczynnik lepkości kinematycznej
- χ współczynnik przepuszczalności (permabilyty) charakteryzujący ośrodek porowaty opisuje go np. wzór Carman – Kozeny'ego

$$\chi = cd^2 \frac{n^3}{(1-n)^2}$$
(3.11)

gdzie: d - średnica miarodajna ziaren gruntu

n-porowatość

c - współczynnik zależny od ułożenia ziaren ośrodka

Jest znany szereg różnorodnych metod służących do określania współczynnika filtracji. Ogólnie metody wyznaczania współczynnika filtracji możemy podzielić na dwie grupy [*Pazdro, 1990; Szuster i Utrysko, 1992; Wieczysty, 1982*].

- 1 Metody polegające na obliczaniu współczynnika filtracji w funkcji innych własności gruntu. Należą do niej wzory empiryczne lub wartości odczytywanie z tablic na podstawie różnych właściwości gruntu.
- 2 Metody polegające na obliczaniu k bezpośrednio z pomiarów wielkości hydraulicznych (przepływów i ciśnień) są zaliczane do drugiej grupy. Należą do niej: metody laboratoryjne, metody terenowe takie jak: próbne pompowanie i zalewanie otworu, metody bezpośredniego pomiaru prędkości filtracji

Do pierwszej grupy należą metody obliczania współczynnika na podstawie średnicy miarodajnej - odczytywanie z tablic czyli obliczanie na podstawie doświadczalnych wzorów np. Hazena, Schlichtera, Kozeny'ego. Tablice pozwalają na bezpośredni odczyt współczynnika k, bez konieczności wykonywania obliczeń.

Wzory empiryczne dają wartości przybliżone i nie są uniwersalne. Zastosowanie każdego z nich ogranicza się do grupy gruntów o określonych cechach uziarnienia jak wielkość ziaren, średnica miarodajna, współczynnik nierównomierności uziarnienia. Wszystkie wzory empiryczne wymagają uprzednio wykonania analizy granulometrycznej, a niektóre ponadto oznaczenia porowatości.

Druga grupa obejmuje pomiary współczynnika filtracji w laboratorium. Wykorzystuje się w nich próbki gruntu pobrane z ośrodka, przy zachowaniu naturalnej ich struktury i porowatości. Oznaczenie współczynnika filtracji metodą laboratoryjną polega na pomiarze ilości wody, która w jednostce czasy przesączy się przez próbkę gruntu o określonej wielkości i przy założonej różnicy ciśnień. Metoda laboratoryjna daje możliwość określenia współczynnika filtracji w różnych kierunkach, w zależności od badanej próbki. Wycinając odpowiednio próbki gruntu możemy wyznaczyć k_x , k_y , k_z . Metoda laboratoryjna jest metodą rekomendowana dla większości gruntów, a szczególnie w przypadku gruntów organicznych.

Pozostałymi metodami w drugiej grupie są metody terenowe (in situ). Wśród metod wykonywanych w terenie rozróżniamy:

- próbne pompowanie,
- próbne zalewanie otworu,
- metody pomiaru prędkości przepływu (wskaźnikowe).

Zaletą metody próbnego pompowania jest możliwość określenia granicznej prędkości filtracji powodującej zerwanie struktury gruntu - powstania sufozji. Jest to szczególnie ważne przy projektowaniu odwodnień. Przekroczenie dopuszczalnej różnicy naturalnego poziomu wody gruntowej i w studni odwadniającej może być przyczyna zniszczenia podłoża.

Przyjęcie metody obliczania filtracji (w tym poszukiwania krzywej depresji) i modelu ośrodka decyduje o sposobie wyznaczania współczynnika filtracji. Większość metod z założenia wymaga posługiwania się obszarem jednorodnym i izotropowym i w tym wypadku musimy stosować współczynnik uśredniony i dotyczący kierunku przepływu. Najlepsze wartości takiego współczynnika dają metody terenowe, jednak metody bezpośrednie w terenie nie zawsze są możliwe do wykonania.

Wzory empiryczne dają wartości współczynnika filtracji przy założeniu , że grunt jest jednorodny i izotropowy. Bezpośrednie pomiary laboratoryjne dają lokalną wartość

19

współczynnika dla kierunku w którym przepływała woda. Bezpośrednie pomiary w terenie dają wartość k uśrednioną i dotyczącą kierunku przepływu.

Jeżeli wykorzystujemy metody które nie wymagają uproszczonego traktowania ośrodka (możliwość uwzględnienia paru warstw i soczewek różnych gruntów) i dysponujemy przekrojami badanego terenu (np. dokumentacja budowy, przekroje hydrogeologiczne) możemy przyjąć współczynnik k odczytywany z tabeli lub lokalnych badań laboratoryjnych (np. metoda standardowa lub metoda rurki Kamieńskiego [*Pazdro, 1990*]). Po przeprowadzeniu kilku symulacji, przy założeniu różnych wartości współczynnika filtracji, można uzyskać ciąg rozwiązań, uwzględniający zmiany współczynnika wynikające z niepewności jego pomiaru.

Następnym problemem który należy brać pod uwagę przy obliczaniu filtracji jest zmienność współczynnika filtracji. Zmiany mogą być powodowana przez:

- osiadanie gruntu i konsolidację podłoża ogólnie mówiąc zmniejszanie się porowatości gruntu,
- wypłukiwanie drobnych cząstek powodujące zwiększanie się porowatości gruntu spowodowane przez sufozję.

3.2 Zmiany właściwości filtracyjnych

W trakcie deformacji ośrodka porowatego następuje zmiana jego właściwości filtracyjnych. W przypadkach gdy odkształcenia są małe zmiany te są najczęściej niewielkie i pomijalne. Jednak w sytuacjach gdy odkształcenia ośrodka sięgają nawet kilkadziesiąt procent zmiany te są na tyle znaczące że muszą być uwzględnione w analizie procesu filtracji.

W przypadkach osiadań sztucznych nasypów i podłoży zapór możliwe jest wykorzystanie wzoru Kozeny'ego znając stosunek aktualnej objętości warstwy do jej objętości poprzedniej [*Szuster i Utrysko, 1992*]. Otrzymujemy wtedy uśredniony współczynnik filtracji dla warstwy o zmienionych parametrach.

Zmiany cech filtracyjnych ośrodka w trakcie deformacji były przedmiotem studiów w wielu ośrodkach akademickich między innymi w SGGW i PW. Najczęściej w doświadczeniach laboratoryjnych poszukiwane są zależności pomiędzy współczynnikiem filtracji w zależności od porowatości, wskaźnika porowatości bądź naprężenia efektywnego działającego na próbkę przez którą filtruje woda.

Rozpatrując problem stopniowego i powolnego wypłukiwania drobnych cząstek gruntu należy uwzględnić zmiany cech filtracyjnych ośrodka gruntowego. Długotrwałe procesy erozyjne będą prowadziły do wzrostu zdolności filtracyjnych ośrodka porowatego w jednych strefach przy równoczesnym zmniejszaniu się cech filtracyjnych (kolmatacji) w innych rejonach.

Wypłukiwanie cząsteczek gruntu porowatego powoduje wzrost wskaźnika porowatości szkieletu gruntowego. Z punktu widzenia aplikacji zmian filtracyjnych ośrodka gruntowego przyjmujemy, że cechy filtracyjne ośrodka zależą od jego porowatości.

$$k_{ij} = k_{ij}(n) = k_{ij}(e)$$
 (3.12)

W pracy [*Monte i Kritzen, 1976*] zmiany cech filtracyjnych ośrodka gruntowego opisane są dwuliniową zależnością w skali półlogarytmicznej, pomiędzy aktualnym wskaźnikiem porowatości a funkcją współczynnika filtracji:

$$\ln(\frac{k}{k_c}) = \frac{e - e_c}{A_i}$$
(3.13)
$$A_i = A_1 \, dla \, e < e_c \; ; \; A_i = A_2 \, dla \, e > e_c$$

gdzie: k_c , e_c są tzw. krytycznymi wartościami współczynnika filtracji i wskaźnika porowatości, natomiast A_1 , A_2 są parametrami materiałowymi.

Inna zależność pomiędzy aktualnym wskaźnikiem porowatości a funkcją współczynnika filtracji jest proponowana w pracach [*Kuklik i Zalesky, 1995; Kuklik, 1998*]. Jest ona przedstawiona w następującej postaci:

$$\mathbf{k} = \mathbf{k}_{0} \left(\frac{e}{e_{0}}\right)^{m_{1}+m_{2}} \left(\frac{1}{Sr_{0}}\right)^{m_{2}}$$
(3.14)

gdzie: m1, m2, Sr_0 są parametrami materiałowymi gruntu wyznaczonymi na drodze doświadczalnej.

W Zakładzie Budownictwa Wodnego Politechniki Warszawskiej została opracowana liniowa zależność dla ośrodka o cechach ortotropowych [*Chaciński i Dłużewski, 1995*]. Zależność pomiędzy współczynnikiem filtracji a wskaźnikiem porowatości ośrodka gruntowego opisano w skali półlogarytmicznej w następującej postaci:

3. Nasycony ośrodek gruntowy

$$\log_{10}(\frac{k_{ij}}{k_{ij}^{0}}) = \frac{e - e_{0}}{A}$$
(3.15)

gdzie e_0 jest początkowym wskaźnikiem porowatości, e jest aktualnym wskaźnikiem porowatości, k_{ij}^{0} , k_{ij} są odpowiednio początkowym i aktualnym tensorem wodoprzepuszczalności, natomiast A jest parametrem materiałowym którego geometryczną interpretacją jest tangens kąta nachylenia prostej w skali półlogarytmicznej (rys 3.3).



Rys. 3.3. Zależność współczynnika filtracji od wskaźnika porowatości, graficzna interpretacja równania 3.15 [*Chaciński i Dłużewski, 1995*]

Aby wyznaczyć zależność pomiędzy współczynnikiem filtracji a zmianą wskaźnika porowatości należy przekształcić zależność 3.15.

$$\log_{10} k_{ij} - \log_{10} k_{ij}^{0} = \frac{e - e^{0}}{A}$$
(3.16a)

$$\log_{10} k_{ij} = \log_{10} k_{ij}^{0} + \frac{e - e^{0}}{A}$$
(3.16b)

$$10^{\log_{10}k_{ij}} = 10^{(\log_{10}k_{ij}^0 + \frac{e-e^0}{A})}$$
(3.16c)

$$k_{ij} = k_{ij}^0 10^{(\frac{e-e^0}{A})}$$
 (3.16d)

Otrzymujemy wyrażenie opisujące zmiany właściwości filtracyjnych dla materiału ortotropowego w zależności od aktualnego wskaźnika porowatości:

$$\mathbf{k} = \mathbf{k}_0 10^{\left(\frac{\mathbf{e}-\mathbf{e}^0}{A}\right)} \tag{3.17}$$

gdzie: **k** – macierz współczynników filtracji w chwili aktualnej

- k₀ macierz współczynników filtracji w chwili początkowej
- e wskaźnik porowatości ośrodka w chwili aktualnej
- e⁰ wskaźnik porowatości ośrodka w chwili początkowej
- A parametr materiałowy wyznaczany laboratoryjnie

Dla potrzeb inżynierskich aplikacji macierz **k** zdefiniujemy dla materiału ortotropowego wykorzystując początkowe cechy filtracyjne ośrodka zdefiniowane w chwili początkowej za pomocą macierzy \mathbf{k}_0 :

$$\mathbf{k}_{0} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{\mathrm{x}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{k}_{\mathrm{y}} \end{bmatrix}$$
(3.18)

Równanie 3.17 jest wykorzystane w programie HYDRO-GEO do uwzględniania zmian właściwości filtracyjnych (najczęściej zamykania się porów ośrodka) przy analizie problemów konsolidacji. Do analizy zjawiska sufozji jest używana inna zależność opisująca zwiększanie się porowatości na podstawie wystąpienia czynnika krytycznego (gradientu lub prędkości) omówiona w rozdziale 8. Następnie korzystając z empirycznego wzoru na podstawie aktualnej porowatości ośrodka obliczany jest współczynnik filtracji. Do obliczeń dotyczących sufozji mechanicznej zdecydowano się na opisanie początkowych parametrów filtracyjnych ośrodka za pomocą macierzy opisanej równaniem 3.18.

Temat współczynnika filtracji jest bardzo rozległy i na pewno wystarczyłby do napisania oddzielnej pracy. Skrócony przegląd metod jego wyznaczania i modyfikacji miał na celu jedynie podkreślenie, że jest to kluczowy parametr gruntowy przy analizie problemu filtracji oraz ukazanie różnych możliwości podejścia do problemu, w zależności od metody obliczeń i zmian zachodzących w badanym ośrodku.

4. Szkielet gruntowy

4.1 Podstawowe równania

Będziemy rozpatrywać ośrodek porowaty składający się ze szkieletu gruntowego i porów w pełni nasyconych wodą. Przyjmiemy za Terzagim, że naprężenia całkowite są sumą naprężeń efektywnych i ciśnienia wody wypełniającej pory:

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}' + \mathbf{m} \mathbf{p} \tag{4.1}$$

gdzie dla problemu trójwymiarowego powyższe równania możemy zapisać w następującej formie:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma'_{xx} \\ \sigma'_{yy} \\ \sigma'_{zz} \\ \sigma'_{xy} \\ \sigma'_{xz} \\ \sigma'_{yz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} p$$
(4.2)

gdzie przez p oznaczono ciśnienie porowe, σ' – naprężenia efektywne, σ - naprężenia całkowite. W pracy przyjęto ściskania za ujemne, rozciągania za dodatnie zgodnie z oznaczeniami w mechanice ciała stałego. Równanie konstytutywne będziemy formułować w naprężeniach efektywnych w postaci przyrostowej:

$$d\boldsymbol{\sigma}' = \mathbf{D}(d\boldsymbol{\varepsilon} - d\boldsymbol{\varepsilon}^{vp} - d\boldsymbol{\varepsilon}_{p} - d\boldsymbol{\varepsilon}_{c} - d\boldsymbol{\varepsilon}_{0})$$
(4.3)

gdzie: **D** jest macierzą materiałową zdefiniowaną dla materiału sprężystego, izotropowego za pomocą dwóch parametrów materiałowych np. modułu Younga – E i współczynnika Poissona - v, d**ɛ** - jest przyrostem całkowitych odkształceń, d**ɛ**^{vp} – jest przyrostem odkształceń lepkoplastycznych, d**ɛ**_p – jest przyrostem odkształceń spowodowanym przyrostem ciśnienia cieczy w porach, d**ɛ**_c – jest przyrostem odkształceń pełzania natomiast d**ɛ**₀ - jest przyrostem odkształceń spowodowanych innymi czynnikami np. efektami termicznymi, chemicznymi itd. Przyjmiemy, że przyrost odkształceń ɛ_c jest spowodowany pełzaniem, zdefiniowany jest w najprostszej formie

$$d\boldsymbol{\varepsilon}_{c} = \mathbf{c}dt \tag{4.4}$$

gdzie **c** jest funkcją pełzania, natomiast przyrost odkształceń (objętościowych) spowodowanych zmianą ciśnień cieczy wypełniającej pory zdefiniowany jest następująco:

$$d\boldsymbol{\varepsilon}_{p} = -\mathbf{m}(\frac{dp}{3K_{s}}) \tag{4.5}$$

gdzie \mathbf{m} jest wektorem zero jedynkowym, a K_s modułem ściśliwości ziaren szkieletu gruntowego.

Do analizy pracy szkieletu gruntowego przyjęto sprężysto – plastyczne modele bazujące na teorii lepkoplastyczności zaproponowanej w pracy [*Perzyna, 1966*] a zaaplikowaną numerycznie po raz pierwszy w pracy [*Zienkiewicz i Cormeau, 1974*] i rozwijaną w pakiecie HYDRO-GEO [*Dłużewski, 1997*].

4.2. Model teorii stanu krytycznego

4.2.1. Przesłanki doświadczalne i ogólna charakterystyka modeli szkieletu gruntowego

Punktem wyjścia teorii stanu krytycznego gruntów jest doświadczalne stwierdzenie faktu istnienia granicznej powierzchni stanu (state bounding surface – **SBS**), odwzorowującej w przestrzeni p'-q'-e stany normalnej konsolidacji gruntu i otaczającej obszar reprezentujący stany prekonsolidacji [*Roscoe i Burland 1968*] gdzie:

p' = $1/3(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$ - naprężenie hydrostatyczne (efektywne naprężenie średnie), q' = σ_1 - σ_3 - naprężenie ścinające (intensywność naprężenia), e = n/(1+n) - wskaźnik porowatości

Punkty leżące na powierzchni granicznej (SBS) reprezentują stany normalnej konsolidacji (grunt konsolidował wyłącznie pod własnym ciężarem), punkty leżące wewnątrz reprezentują stany prekonsolidacji (analizowany grunt był już wcześniej obciążony – np. pod wpływem działania lodowca). Wszystkie punkty leżące na zewnątrz SBS nie reprezentują realnych stanów fizycznych.

W granicznej powierzchni stanu można wyróżnić charakterystyczne powierzchnie (rys.4.1):

HS (Hvorslev surface) – powierzchnia Hvorsleva;

RS (Roscoe surface) – powierzchnia Roscoe;

TCS (tension crack surface) – powierzchnia zniszczenia przez rozrywanie;

EW (elastic wall) – ściana sprężysta;

oraz charakterystyczne linie:

NCL (normal consolidation line) – linia normalnej konsolidacji;

CSL (critical state line) – linia stanu krytycznego;

SL (swelling line) – linia odprężenia (izotropowego).

Powierzchnia *SBS* może być osiągnięta przez zmieniający się stan naprężenia (ścieżkę naprężenia) tylko po powierzchniach ścian sprężystych *EW*. Zmiany naprężenia na *RS* powodują wzmocnienie materiału (wzrost oporu na ścinanie następujący wraz ze wzrostem deformacji) z równoczesnym zagęszczaniem gruntu, zmniejszaniem wskaźnika porowatości (strzałka o zwrocie przeciwnym do osi e na rys. 4.1). Natomiast zmiany naprężenia na *HS* wywołują osłabienie (spadek oporu na ścinanie wraz z deformacjami) z równoczesnym rozluźnieniem gruntu, zwiększeniem wskaźnika porowatości (strzałka o zwrocie zgodnym z osią e na rys. 4.1).



Rys. 4.1 .Graniczna powierzchnia stanu [Gryczmański, 1996]

26

Założenia teoretyczne, wspólne dla całej rodziny modeli TSK są następujące:

- plastyczność występuje tylko w stanach normalnej konsolidacji (na powierzchni SBS)
 stany prekonsolidacji (wewnątrz powierzchni plastyczności) są sprężyste;
- opis zachowania się gruntu w ramach teorii plastyczności realizowany jest za pomocą jednoparametrowej rodziny powierzchni plastyczności *F*=0;
- powierzchnie plastyczności powstają z rzutów krawędzi przecięcia SBS ścianami sprężystymi EW na płaszczyznę p'q i obrót tych rzutów względem osi hydrostatycznej p' (rys. 4.2);
- 4) parametrem wzmocnienia, określającym rodzinę powierzchni F=0, jest plastyczna zmiana wskaźnika porowatości Δe^p ;
- 5) obowiązuje stowarzyszone prawo płynięcia plastycznego:

$$\delta \varepsilon^{p} = d\lambda \mathbf{n}_{F}, \qquad (4.6)$$

gdzie:

 $\delta \epsilon^{p}$ – mały przyrost odkształcenia plastycznego,

- \mathbf{n}_{F} jednostkowy wektor normalny do powierzchni plastyczności,
- $d\lambda$ współczynnik proporcjonalności, będący skalarną funkcją stanu naprężenia efektywnego zmiennych wewnętrznych i przyrostu odkształcenia;
- 6) sprężyste zachowanie się gruntu ma charakter izotropowy i w ogólności nieliniowy



Rys. 4.2. Powierzchnia plastyczności – obrót rzutu ściany sprężystej EW dookoła osi p' [Gryczmański, 1996]

Prekonsolidacja masywu gruntowego ma znaczący wpływ na udział deformacji plastycznych w osiadaniach, jak też w rozkładzie sił wewnętrznych konstrukcji. Przez prekonsolidację rozumie się tu przeciążenie gruntu w przeszłości np. pod wpływem działania ciężaru lodowca. Jej miarą jest współczynnik prekonsolidacji *OCR*:

$$OCR = \frac{\sigma'_{v \max}}{\sigma_{v0}} = 1 + \frac{q*}{\bar{\gamma} \cdot z}, \qquad (4.7)$$

gdzie:

 σ'_{vmax} – maksymalne pionowe naprężenie efektywne w przeszłości, σ'_{v0} – pionowe naprężenie efektywne *in situ*,

q* – maksymalne obciążenie w przeszłości (obciążenie erozyjne),

W zależności od położenia punktu reprezentującego stan naprężenia pierwotnego względem początkowej powierzchni plastyczności grunt można określić jako:

- a) normalnie skonsolidowany wówczas *OCR*=1, ścieżki naprężenia startują z powierzchni plastyczności, są całkowicie poza obszarem sprężystym,
- b) słabo prekonsolidowany *OCR*>1, ścieżki naprężenia częściowo w obszarze sprężystym,
- c) silnie prekonsolidowany *OCR*>>1, ścieżki naprężenia rozpoczynają się i kończą w obszarze sprężystym.

4.2.2. Modified Cam-clay

Jednym z najpowszechniej stosowanych modeli teorii stanu krytycznego w zagadnieniach interakcji budowli z podłożem jest Modified Cam-clay. Swą popularność zawdzięcza on stosunkowo niewielkiej liczbie (pięciu) łatwo dających się interpretować i wyznaczyć parametrów. Z tego też powodu jest on często wdrażany do pakietów MES [*Britto i Gunn, 1987, 1990; Sękowski i Sternik, 1998; Sternik, 1999*]. Modified Cam-clay jest modelem wrażliwym na aktualną porowatość ośrodka. Z tego względu może być wykorzystywany do modelowania sprzężonych procesów współpracy wody i szkieletu gruntowego w trakcie wypłukiwania drobnych cząstek gruntu.

Modified Cam-clay jest modelem sprężysto-plastycznym ze wzmocnieniem izotropowym o stowarzyszonym prawie płynięcia [Roscoe i Burland, 1968; Schofield i

28

(4.8)

Wroth, 1968; Gryczmański, 1985; Britto i Gunn, 1987; Wood, 1990]. Powierzchnia ograniczająca (równoważna powierzchni plastyczności) opisana jest równaniem elipsoidy obrotowej (rys. 4.3):

 $F(p,q,p_c) = q^2 + M^2 p'(p'-p'_c) = 0,$



Rys. 4.3. Graniczna powierzchnia stanu MCC [Gryczmański, 1996]

Przykładową pracę modelu przy wzmocnieniu (zmiany wielkości elipsy – tzw. puchnięcie) pokazano na rys. 4.3b. Jeżeli ścieżka naprężeń osiągnie powierzchnię modelu, elipsa puchnie przedstawiając wzmocnienie z równoczesnym zagęszczeniem materiału (zmniejszając wskaźnik porowatości – można porównać na rys. 4.1 przekroje przy zmniejszającym się e). Elipsa puchnie do momentu gdy ścieżka naprężeń osiągnie linię stanu krytycznego. Po dojściu do linii ścieżka zaczyna się po niej ślizgać, co modeluje plastyczne płynięcie i jest utożsamiane ze zniszczeniem materiału.

Parametrem izotropowego wzmocnienia jest ciśnienie prekonsolidacji p_c , zależne od plastycznego przyrostu wskaźnika porowatości (plastycznej części przyrostu odkształcenia objętościowego). Na podstawie rys. 4.4 przy założeniu położenia p_{c0} na osi p pomiędzy wartością 1 a p_c i wykorzystując związki geometryczne otrzymujemy wyrażenie:

$$p_{c} = p_{c0} \exp\left(\frac{\Delta e^{p}}{\lambda - \kappa}\right) = p_{c0} \exp\left(\frac{1 + e}{\lambda - \kappa}\Delta\varepsilon_{v}^{p}\right)$$
(4.9)

gdzie :

 p_{c0} – początkowa wartość ciśnienia prekonsolidacji; Δe^{p} – plastyczna część przyrostu wskaźnika porowatości; \mathcal{E}_{v}^{p} – plastyczna część odkształcenia objętościowego.

Grunt dla stanów naprężenia wewnątrz powierzchni plastyczności rozważany jest jako ośrodek nieliniowo sprężysty, charakteryzowany odpowiednio modułem ściśliwości, ścinania i współczynnikiem Poissona:

,

$$K = \frac{(1+e)p'}{\kappa}$$

$$G = \frac{3}{2} \frac{1-2\nu}{1+\nu} \frac{1+e}{\kappa} p'$$

$$\nu = \text{const}$$
(4.10)

Bieżąca wartość wskaźnika porowatości ej zależna jest od konfiguracji powierzchni plastyczności (p'_c) oraz od aktualnego stanu naprężenia (p'):

$$\mathbf{e}_{i} = \mathbf{e}_{cs} - (\lambda - \kappa) \ln \frac{\mathbf{p}_{c}'}{2} - \kappa \ln \mathbf{p}'$$
(4.11)

Plastyczna część całkowitej zmiany wskaźnika porowatości wyliczona może być na podstawie plastycznej zmiany odkształcenia objętościowego:

$$\Delta e^{p} = \Delta e - \Delta e^{e} = -\Delta \mathcal{E}_{v}^{p} (1 + e_{0})$$

$$(4.12)$$

Interpretację stałych materiałowych MCC przedstawiają (rys 4.3b i rys. 4.4).



Rys. 4.4 Interpretacja parametrów λ , κ [*Gryczmański, 1996*]

W modelu Modified Cam-clay występują zatem następujące stałe materiałowe:

- λ nachylenie linii obciążenia w układzie *e-lnp*';
- κ nachylenie linii odciążenia w układzie *e-lnp*';
- M nachylenie linii stanu krytycznego CSL w układzie p'- q,
- v współczynnik Poissona,
- e_{cs} wskaźnik porowatości w stanie krytycznym, gdy p'=1.

Zależność pomiędzy nachyleniem linii *CSL* a efektywnym kątem tarcia wewnętrznego dana jest równaniem:

$$M = \frac{6\sin\phi'}{3-\sin\phi'} \tag{4.13}$$

W momencie początku analizy, należy zdefiniować początkową konfigurację powierzchni plastyczności która ulegnie dalszej modyfikacji w trakcie obliczeń. Przekształcając równanie powierzchni plastyczności (4.6) otrzymuje się formułę na p'_c .

$$p_{c'} = \frac{q^2 + M^2 p'^2}{M^2 p'}$$
(4.14)

Dla początkowej konfiguracji powierzchni plastyczności grunt jest w stanie normalnej konsolidacji i wówczas $p'_c = p'_{c0}$, $p' = p'_{max}$, $q = q_{max}$:

$$p_{\max} = \frac{1}{3} \left(\gamma z + q^* \right) \left(1 + 2K_0^{NC} \right)$$
(4.15)

$$q_{\max} = (\gamma z + q^*)(1 - K_0^{NC})$$
(4.16)

W związku z tym:

$$\mathbf{p}_{c0}' = \frac{1}{3} \left(\gamma \mathbf{z} + \mathbf{q}^* \right) \left[1 + \left(3 \frac{1 - \mathbf{K}_0^{\text{NC}}}{1 + 2\mathbf{K}_0^{\text{NC}}} \right)^2 \right]$$
(4.17)

W algorytmie implementacji modelu MCC do kodu numerycznego metody elementów skończonych [*Britto i Gunn, 1987, 1990*] w momencie startu analizy na podstawie aktualnego stanu naprężenia wyliczona jest wartości p'_{c0} (4.17). Następnie wyliczana jest wartość lokalnego wskaźnika porowatości ośrodka na podstawie zależności 4.11. Można stwierdzić, że bieżąca wartość wskaźnika porowatości w określonym elemencie konstrukcji jest zależna, od konfiguracji powierzchni plastyczności p'_c oraz od aktualnego stanu naprężenia p'.

W analizie sufozji mechanicznej została zmodyfikowana metoda określania początkowej konfiguracji powierzchni plastyczności. W momencie startu obliczeń wytrzymałościowych dysponujemy wartościami lokalnych wskaźników porowatości w każdym elemencie konstrukcji. Założono więc, że znając zarówno wskaźnik porowatości oraz aktualny stan naprężeń można wyliczyć początkowy promień elipsy p'_{c0}. Przekształcono wyrażenie 4.9 służące do wyliczenia lokalnych wskaźników porowatości do postaci:

4. Szkielet gruntowy

$$\ln \frac{p_{c0}'}{2} = \frac{e_{cs} - e_i - \kappa \ln p}{\lambda - \kappa}$$
(4.18)

Kolejne przekształcenie (4.16) pozwoliło uzyskać wzór na początkowy promień elipsy p' $_{c0}$ przy założeniu, że znane są lokalne wskaźniki porowatości e_i .

$$p_{c0}' = 2e^{\frac{e_{cs}-e_i-\kappa\ln p}{\lambda-\kappa}}$$
(4.19)

Tak zmodyfikowana metoda wyznaczania początkowej wielkości elipsy pozwala uwzględnić lokalne zmiany wskaźnika porowatości, przy modelowaniu pracy szkieletu gruntowego, spowodowane procesami sufozji mechanicznej.

5. Woda porowa

W rozdziale zdefiniowane są równania opisujące bilans masy w dwufazowym ośrodku porowatym.

Część płynu zakumulowana w jednostkowej objętości ośrodka musi być równa sumie części wpływającej i wypływającej z niego. Rozpatrując zagadnienia sufozji problemem podstawowym jest opis zmian objętościowych poszczególnych faz ośrodka gruntowego w czasie. Ograniczając rozważania do ośrodka dla strefy w pełni nasyconej, proces wypłukiwania drobnych cząstek gruntu wymaga rozpatrywania ciała jako złożonego z ciągłych dwóch faz tj. szkieletu gruntowego i cieczy wypełniającej pory.

Rozpatrując porowaty ośrodek gruntowy równanie ciągłości może być wyrażone w następujący sposób:

(prędkość akumulacji cieczy) +
$$\nabla(\rho \mathbf{q}) = 0$$
 (5.1)

gdzie: ρ - jest gęstością cieczy, \mathbf{q} – jest prędkością filtracji, ∇ - jest operatorem różniczkowym w postaci opisanej równaniem 3.2.

Prędkość akumulacji cieczy może wynikać z wielu czynników. W opracowanej zależności dotyczącej opisu zjawiska sufozji uwzględnimy:

I. Prędkości zmiany całkowitych odkształceń

$$\frac{\partial \varepsilon_{v}}{\partial t} = \mathbf{m}^{\mathrm{T}} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t}$$
(5.2)

II. Prędkości zmiany objętości ziaren spowodowanych zmianą ciśnienia cieczy

$$\frac{(1-n)}{K_s}\frac{\partial p}{\partial t}$$
(5.3)

III. Prędkości zmiany gęstości cieczy

$$n\frac{\partial}{\partial t}(\frac{\rho_{w}}{B}) \tag{5.4}$$

gdzie: B – współczynnik zmian objętościowych danej fazy [Lewis i Schrefler, 1998]

IV. Prędkości zmiany wielkość ziaren spowodowanej zmianą naprężeń efektywnych $\frac{\partial \sigma}{\partial t}$

$$-\frac{1}{3 K_s} \mathbf{m}^{\mathrm{T}} \frac{\partial \mathbf{\sigma}}{\partial t}$$
(5.5)

V. Prędkości zmiany porowatości spowodowane procesami wypłukiwania drobnych cząstek gruntu.

$$\frac{\partial \mathbf{n}}{\partial \mathbf{t}}$$
 (5.6)

Zmiana gęstości szkieletu jest bezpośrednio związana ze zmianą gęstości cieczy. Zjawisko sufozji ujęte w ww. układ równań traktowane jest jako wypłukiwanie cząstek szkieletu i unoszenie ich przez ciecz.

Do zdefiniowania prędkości przepływu cieczy przez ośrodek porowaty przyjmujemy prawo Darcy:

$$\mathbf{q} = -\frac{1}{\mu} \mathbf{k} \nabla (\mathbf{p} + \boldsymbol{\rho}_{w} \mathbf{g} \mathbf{h})$$
(5.7)

gdzie: \mathbf{q} – jest prędkością przepływu Darcy, \mathbf{k} jest macierzą współczynników filtracji (wodoprzepuszczalności), μ jest lepkością cieczy, ∇ jest operatorem różniczkowym, g jest przyspieszeniem ziemskim, h jest wysokością hydrauliczną.

Rozpatrując problem stopniowego i powolnego wypłukiwania drobnych cząstek gruntu należy uwzględnić zmiany cech filtracyjnych ośrodka gruntowego. Długotrwałe procesy erozyjne będą prowadziły do wzrostu zdolności filtracyjnych ośrodka porowatego w jednych strefach przy równoczesnym zmniejszaniu się cech filtracyjnych (kolmatacji) w innych rejonach. W trakcie procesu wypłukiwania i unoszenia (sufozji) drobnych cząstek gruntu następują zmiany cech filtracyjnych ośrodka. Wypłukiwanie cząsteczek gruntu porowatego powoduje wzrost wskaźnika porowatości szkieletu gruntowego. W literaturze zmiany cech filtracyjnych ośrodka gruntowego opisywane są różnymi zależnościami zakładającymi, że cechy filtracyjne ośrodka zależą od jego porowatości [*Monte i Kritzen, 1976; Chaciński i Dłużewski, 1995; Kuklik i Zalesky, 1995; Kuklik, 1998*]. Wymienione zależności zostały omówione w rozdziale 3.2.

Dla potrzeb inżynierskich aplikacji macierz **k** zdefiniujemy dla materiału ortotropowego wykorzystując cechy filtracyjne ośrodka zdefiniowane w chwili początkowej za pomocą macierzy \mathbf{k}_0 :

$$\mathbf{k}_{0} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{\mathrm{x}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{k}_{\mathrm{y}} \end{bmatrix}$$
(5.8)

gdzie: k_x – współczynnik filtracji na kierunku X k_y – współczynnik filtracji na kierunku Y

Wprowadzając wszystkie zdefiniowane wielkości do równania ciągłości oraz uwzględniając zależności (4.4), (4.5) i zakładając, że współczynnik zmian objętościowych danej fazy jest równy jeden otrzymujemy:

$$-\nabla^{\mathrm{T}} \{ \frac{\mathbf{k}}{\mu} \nabla(\mathbf{p}_{\mathrm{w}} + \boldsymbol{\rho}_{\mathrm{w}} \mathbf{g} \mathbf{h}) \} + (\mathbf{m}^{\mathrm{T}} - \frac{\mathbf{m}^{\mathrm{T}} \mathbf{D}^{\mathrm{T}}}{3K_{\mathrm{s}}}) \frac{\partial \boldsymbol{\epsilon}}{\partial t} + \frac{\mathbf{m}^{\mathrm{T}} \mathbf{D}_{\mathrm{T}}}{3K_{\mathrm{s}}} + \left[\frac{(1-n)}{K_{\mathrm{s}}} + \frac{n}{K_{\mathrm{w}}} - \frac{1}{(3K_{\mathrm{s}})^{2}} \mathbf{m}^{\mathrm{T}} \mathbf{D}_{\mathrm{T}} \mathbf{m} \right] \frac{\partial \mathbf{p}_{\mathrm{w}}}{\partial t} + \frac{\partial n}{\partial t} = 0$$
(5.9)

Równanie to stanowi punkt wyjścia do formułowania równań dla metody elementów skończonych dla problemu filtracji przy uwzględnieniu procesów sufozji.

6. Metoda elementów skończonych w zastosowaniu do ośrodka dwufazowego

6.1. Faza stała

Punktem startu do sformułowania równań metody elementów skończonych dla fazy stałej (szkieletu gruntowego) jest zasada prac wirtualnych. W opracowaniu ograniczymy rozważania do zagadnień geometrycznie liniowych i przyjmiemy, że:

$$\int_{V} \delta \boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\sigma} \mathrm{d} \mathbf{V} = \int_{V} \delta \mathbf{u}^{\mathrm{T}} \mathbf{f} \mathrm{d} \mathbf{V} + \int_{\Omega} \delta \mathbf{u}^{\mathrm{T}} \mathbf{t} \mathrm{d} \Omega$$
(6.1)

gdzie przez δ oznaczamy wirtualne tj. $\delta \epsilon$ - wirtualne odkształcenie, δu – wirtualne przemieszczenie, **f** i **t** są to siły objętościowe i powierzchniowe:

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{x} \\ \mathbf{f}_{y} \\ \mathbf{f}_{z} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{t} = \begin{bmatrix} \mathbf{t}_{x} \\ \mathbf{t}_{y} \\ \mathbf{t}_{z} \end{bmatrix} \qquad (6.2)$$

gdzie przy zwrocie osi z do góry najczęściej są przyjmowane jako f_x=f_y=0 oraz f_z= - γ

Przyjmujemy do dalszej analizy równanie (6.1) w przyrostowej formie

$$\int_{V} \delta \boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{T}} \mathrm{d}\boldsymbol{\sigma} \mathrm{d}V = \int_{V} \delta \boldsymbol{u}^{\mathrm{T}} \mathrm{d}\boldsymbol{f} \mathrm{d}V + \int_{\Omega} \delta \boldsymbol{u}^{\mathrm{T}} \mathrm{d}\boldsymbol{f} \mathrm{d}\Omega$$
(6.3)

Przyrost naprężeń całkowitych wyrazimy za pomocą równania (4.1), a następnie przyrost naprężeń efektywnych za pomocą równania (4.3),

$$\int_{V} \delta \boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{T}} \Big[\mathbf{D} (\mathrm{d}\boldsymbol{\varepsilon} - \mathrm{d}\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{vp}} - \mathrm{d}\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{p}} - \mathrm{d}\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{c}} - \mathrm{d}\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{0}}) + \mathbf{m} \mathrm{d}p \Big] \mathrm{d}V = \int_{V} \delta \mathbf{u}^{\mathrm{T}} \mathrm{d}\mathbf{f} \mathrm{d}V + \int_{\Omega} \delta \mathbf{u}^{\mathrm{T}} \mathrm{d}\mathbf{f} \mathrm{d}\Omega$$
(6.4)

Przyjmiemy, że przyrost odkształceń ε_c jest spowodowany pełzaniem, zdefiniowany jest w najprostszej formie
$$d\boldsymbol{\varepsilon}_{c} = \mathbf{c}dt \tag{6.5}$$

gdzie **c** jest funkcją pełzania, natomiast przyrost odkształceń (objętościowych) spowodowanych zmianą ciśnień cieczy wypełniającej pory zdefiniowany jest następująco:

$$d\boldsymbol{\varepsilon}_{p} = -\mathbf{m}(\frac{dp}{3K_{s}}) \tag{6.6}$$

gdzie \mathbf{m} jest wektorem zero jedynkowym, a K_s modułem ściśliwości ziaren szkieletu gruntowego.

Przyjmując następnie cały aparat metody elementów skończonych [*Zienkiewicz, 1972*] z podziałem na elementy, itd., odkształcenia, przemieszczenia i ciśnienia porowe wyrażamy w następującej formie:

$$\varepsilon = \mathbf{B}\mathbf{u}^{e}$$
$$\mathbf{u}^{e} = \mathbf{N}\mathbf{u}$$
$$\mathbf{p}^{e} = \mathbf{N}\mathbf{p}$$
(6.7)

Korzystając z równania $(6.7)_{1,2}$ i eliminując kinematycznie dopuszczalne pole przemieszczeń wirtualnych równanie (6.4) przyjmuje postać:

$$\int_{V} \mathbf{B}^{\mathrm{T}} \Big[\mathbf{D} (d\boldsymbol{\varepsilon} - d\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{vp}} - d\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{p}} - d\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{c}} - d\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{0}}) + \mathbf{m} d\mathbf{p} \Big] d\mathbf{V} = \int_{V} \mathbf{N}^{\mathrm{T}} d\mathbf{f} d\mathbf{V} + \int_{\Omega} \mathbf{N}^{\mathrm{T}} d\mathbf{t} d\Omega$$
(6.8)

Równanie (6.8) możemy przedstawić w następującej formie korzystając z (6.5) (6.6) (6.7):

$$\int_{V} \mathbf{B}^{\mathrm{T}} \mathbf{D} \mathbf{B} \mathrm{d} \mathrm{V} \mathrm{d} \mathbf{u} - \int_{V} \mathbf{B}^{\mathrm{T}} \mathbf{D} \mathrm{d} \boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{vp}} \mathrm{d} \mathrm{V} - \int_{V} \mathbf{B}^{\mathrm{T}} \mathbf{D} \mathbf{m} \frac{\mathrm{d} \mathbf{p}}{3K_{\mathrm{s}}} \mathrm{d} \mathrm{V} - \int_{V} \mathbf{B}^{\mathrm{T}} \mathbf{D} \mathrm{c} \mathrm{d} \mathrm{t} \mathrm{d} \mathrm{V} - \int_{V} \mathbf{B}^{\mathrm{T}} \mathbf{D} \mathrm{d} \boldsymbol{\varepsilon}_{0} \mathrm{d} \mathrm{V} + \int_{V} \mathbf{B}^{\mathrm{T}} \mathbf{D} \mathrm{d} \mathbf{v} \mathrm{d} \mathrm{d} \mathrm{V} + \int_{V} \mathbf{B}^{\mathrm{T}} \mathbf{m} \mathrm{d} \mathrm{V} \mathrm{d} \mathbf{p} = \int_{V} \mathbf{N}^{\mathrm{T}} \mathrm{d} \mathbf{f} \mathrm{d} \mathrm{V} + \int_{\Omega} \mathbf{N}^{\mathrm{T}} \mathrm{d} \mathbf{f} \mathrm{d} \Omega$$

$$(6.9)$$

Rozpatrując zagadnienia erozji wewnętrznej trzeci człon równania (6.9) nie będzie miał znacznego wpływu ze względu na występujący w mianowniku moduł ściśliwości szkieletu K_s, którego wartość jest duża. Nie będziemy rozpatrywać także w dalszej analizie

efektów pełzania i stanów początkowych spowodowanych termiką, chemią itd. Macierzowe równanie (6.9) redukujemy do następującej postaci:

$$\int_{V} \mathbf{B}^{\mathrm{T}} \mathbf{D} \mathbf{B} \mathrm{d} \mathrm{V} \mathrm{d} \mathbf{u} - \int_{V} \mathbf{B}^{\mathrm{T}} \mathbf{D} \mathrm{d} \boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{vp}} \mathrm{d} \mathrm{V} + \int_{V} \mathbf{B}^{\mathrm{T}} \mathbf{m} \mathrm{d} \mathrm{V} \mathrm{d} \mathbf{p} = \int_{V} \mathbf{N}^{\mathrm{T}} \mathrm{d} \mathbf{f} \mathrm{d} \mathrm{V} + \int_{\Omega} \mathbf{N}^{\mathrm{T}} \mathrm{d} \mathbf{t} \mathrm{d} \Omega$$
(6.10)

oznaczając

$$\mathbf{dF} = \int_{\mathbf{V}} \mathbf{N}^{\mathrm{T}} \mathbf{df} \mathbf{dV} + \int_{\Omega} \mathbf{N}^{\mathrm{T}} \mathbf{dt} \mathbf{d\Omega}$$
(6.11)

otrzymujemy:

$$\int_{V} \mathbf{B}^{\mathrm{T}} \mathbf{D} \mathbf{B} \mathrm{d} \mathrm{V} \mathrm{d} \mathbf{u} + \int_{V} \mathbf{B}^{\mathrm{T}} \mathbf{m} \mathrm{d} \mathrm{V} \mathrm{d} \mathbf{p} = \mathrm{d} \mathbf{F} + \int_{V} \mathbf{B}^{\mathrm{T}} \mathbf{D} \mathrm{d} \boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{vp}} \mathrm{d} \mathrm{V}$$
(6.12)

Równanie (6.12) możemy zapisać w postaci prędkościowej

$$\int_{V} \mathbf{B}^{\mathrm{T}} \mathbf{D} \mathbf{B} \mathrm{d} \mathbf{V} \frac{\mathrm{d} \mathbf{u}}{\mathrm{d} t} + \int_{V} \mathbf{B}^{\mathrm{T}} \mathbf{m} \mathrm{d} \mathbf{V} \frac{\mathrm{d} \mathbf{p}}{\mathrm{d} t} = \frac{\mathrm{d} \mathbf{F}}{\mathrm{d} t} + \int_{V} \mathbf{B}^{\mathrm{T}} \mathbf{D} \mathrm{d} \boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{vp}} \mathrm{d} \mathbf{V}$$
(6.13)

Wprowadzając oznaczenia mamy

$$\mathbf{K}\frac{\mathrm{d}\mathbf{u}}{\mathrm{d}t} + \mathbf{L}\frac{\mathrm{d}\mathbf{p}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\mathbf{F}}{\mathrm{d}t} + \mathbf{R}^{\mathrm{vp}}$$
(6.14)

gdzie K jest macierzą sztywności, L jest macierzą sprzęgającą, natomiast wektor \mathbf{R}^{vp} jest różny od zera w przypadku przekroczenia warunku plastyczności

$$\mathbf{K} = \int_{\mathbf{V}} \mathbf{B}^{\mathrm{T}} \mathbf{D} \mathbf{B} \mathrm{d} \mathbf{V}$$
$$\mathbf{L} = \int_{\mathbf{V}} \mathbf{B}^{\mathrm{T}} \mathbf{m} \mathrm{d} \mathbf{V}$$
$$\mathbf{R}^{\mathrm{vp}} = \int_{\mathbf{V}} \mathbf{B}^{\mathrm{T}} \mathbf{D} \mathrm{d} \boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{vp}} \mathrm{d} \mathbf{V}$$
(6.15)

6.2 Faza ciekła

Dla fazy ciekłej poszukujemy rozwiązania problemu przepływu opisanego różniczkowym równaniem ciągłości (5.9) w obszarze V ograniczonym brzegiem Ω . Do rozwiązania będziemy stosować metodę Galerkina przyjmując funkcje próbne w następującej postaci:

$$\widehat{\mathbf{p}}(\mathbf{x}_{i}, t) = \sum_{i=1}^{k} \overline{\mathbf{N}}_{J}(\mathbf{x}_{i}) \mathbf{p}_{J}(t) = \overline{\mathbf{N}}_{J}(\mathbf{x}_{i}) \mathbf{p}_{J}(t) = \overline{\mathbf{N}}\mathbf{p}$$
(6.16)

gdzie \overline{N}_J są funkcjami bazowymi zdefiniowanymi w obszarze poszukiwanego rozwiązania, natomiast p_J są nieznanymi parametrami do wyznaczenia. Przyjmując funkcje wagowe w takiej samej postaci jak funkcje bazowe otrzymujemy:

$$\int_{V} \overline{\mathbf{N}}^{\mathrm{T}} \{(-\nabla^{\mathrm{T}}) \{\frac{\mathbf{k}}{\mu} \nabla(\mathbf{N} \mathbf{p}_{\mathrm{w}} + \rho_{\mathrm{w}} \mathrm{gh})\} + (\mathbf{m}^{\mathrm{T}} - \frac{\mathbf{m}^{\mathrm{T}} \mathbf{D}^{\mathrm{T}}}{3K_{\mathrm{s}}}) \frac{\partial \boldsymbol{\epsilon}}{\partial t} + \frac{\mathbf{m}^{\mathrm{T}} \mathbf{D}_{\mathrm{T}} \mathbf{c}}{3K_{\mathrm{s}}} + \left[\frac{(1-n)}{K_{\mathrm{s}}} + \frac{n}{K_{\mathrm{w}}} - \frac{1}{(3K_{\mathrm{s}})^{2}} \mathbf{m}^{\mathrm{T}} \mathbf{D}_{\mathrm{T}} \mathbf{m}\right] \frac{\partial \mathbf{p}_{\mathrm{w}}}{\partial t} + \frac{\partial n}{\partial t} \} \mathrm{dV} = 0$$

$$(6.17)$$

Dla fazy ciekłej będziemy przyjmować typowe warunki brzegowe w następującej formie [*Nawalany, 1995; Nawalany i inni, 1996*].

Warunek brzegowy Dirichleta (pierwszego rodzaju) zadane ciśnienie porowe (wysokość piezometryczna) na brzegu analizowanego obszaru. Na powierzchni skarpy (brzeg analizowanego obszaru) w punkcie znajdującym się poniżej swobodnego zwierciadła wody wartość ciśnienia wynika z położenia punktu względem powierzchni cieczy.

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}^{\mathsf{b}} = \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \tag{6.18a}$$

Wprowadzenie warunku Dirichleta do układu równań wymaga modyfikacji macierzy filtracji, aby wyeliminować z układu równań, te zmienne węzłowe w których spełniony jest warunek pierwszego rodzaju. Realizowane jest to poprzez usunięcie wierszy i kolumn o numerach odpowiadającym numerom węzłów należących do brzegu z warunkiem Dirichleta. W wyniku tego postępowania zostaje także zmodyfikowany wektor prawych stron.

Warunek brzegowy Neumanna (drugiego rodzaju) na brzegu obszaru na którym zakładamy zadany wydatek

$$\mathbf{q}_{n} = \mathbf{n}^{\mathrm{T}} \frac{\mathbf{k}}{\mu} \nabla(\mathbf{p} + \boldsymbol{\rho}_{\mathrm{w}} \mathbf{g} \mathbf{h})$$
(6.18b)

Używane są dwa typu warunku drugiego rodzaju. Pierwszy gdy $q_n = 0$ zakłada brak przepływu przez brzeg obszaru np. podłoże nieprzepuszczalne. Drugi przy założeniu, że znany jest przepływ modeluje zadany wydatek na brzegu obszaru. Realizację tych warunków uzyskuje się za pomocą wprowadzenia po prawej stronie równania zadanych wydatków.

Warunek brzegowy Robbinsa lub Cauchy (trzeciego rodzaju), mieszany wprowadzający na zadanym brzegu ciśnienie i przepływ nie jest wykorzystywany w opracowywanym sformułowaniu.

Stosując twierdzenia Gaussa do pierwszego członu równania oraz wprowadzając warunki brzegowe otrzymujemy:

$$\int_{V} (\nabla \mathbf{N})^{\mathrm{T}} \frac{\mathbf{k}}{\mu} \nabla \mathbf{N} \mathbf{p} \mathrm{d} \mathbf{V} + \int_{\Omega} (\nabla \overline{\mathbf{N}})^{\mathrm{T}} \frac{\mathbf{k}}{\mu} \nabla \rho_{\mathrm{w}} \mathrm{ghd} \Omega - \int_{\Omega} \overline{\mathbf{N}}^{\mathrm{T}} \overline{\mathbf{q}} \mathrm{d} \Omega + \int_{V} \overline{\mathbf{N}}^{\mathrm{T}} (\mathbf{m}^{\mathrm{T}} - \frac{\mathbf{m}^{\mathrm{T}} \mathbf{D}^{\mathrm{T}}}{3K_{\mathrm{s}}}) \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \mathrm{d} \mathbf{V}$$
$$+ \int_{V} \overline{\mathbf{N}}^{\mathrm{T}} \frac{\mathbf{m}^{\mathrm{T}} \mathbf{D}_{\mathrm{T}} \mathbf{c}}{3K_{\mathrm{s}}} \mathrm{d} \mathbf{V} + \int_{V} \mathbf{N}^{\mathrm{T}} [\frac{(1-n)}{K_{\mathrm{s}}} + \frac{n}{K_{\mathrm{w}}} - \frac{1}{(3K_{\mathrm{s}})^{2}} \mathbf{m}^{\mathrm{T}} \mathbf{D}_{\mathrm{T}} \mathbf{m}] \frac{\partial \mathbf{p}_{\mathrm{w}}}{\partial t} \mathrm{d} \mathbf{V}$$
(6.19)
$$+ \int_{V} \mathbf{N}^{\mathrm{T}} \frac{\partial n}{\partial t} \mathrm{d} \mathbf{V} = 0$$

Korzystając z równania (6.7) oraz wyrażając porowatość za pomocą porowatości węzłowych i współrzędne w dowolnym punkcie za pomocą współrzędnych węzłowych otrzymujemy:

$$\rho_{szk}^{e} = \overline{\overline{N}} \rho,$$

$$x^{e} = \overline{\overline{N}} x \qquad (6.20)$$

$$n^{e} = \underline{N} n$$

Wprowadzając oznaczenia poszczególnych macierzy oraz porządkując równanie (6.19) ostatecznie otrzymujemy:

$$\mathbf{H}\mathbf{p} + \mathbf{S}\frac{d\mathbf{p}}{dt} + \mathbf{L}^{\mathrm{T}}\frac{d\mathbf{u}}{dt} + \mathbf{G}\frac{d\mathbf{n}}{dt} = \mathbf{f}$$
(6.21)

gdzie powyższe macierze przyjmują postać:

$$\mathbf{H} = \int_{V} (\nabla \overline{\mathbf{N}})^{\mathrm{T}} \frac{\mathbf{k}}{\mu} \nabla \overline{\mathbf{N}} dV$$

$$\mathbf{S} = \int_{V} \overline{\mathbf{N}}^{\mathrm{T}} [\frac{(1-n)}{K_{\mathrm{s}}} + \frac{n}{K_{\mathrm{w}}} - \frac{1}{(3K_{\mathrm{s}})^{2}} \mathbf{m}^{\mathrm{T}} \mathbf{D}_{\mathrm{T}} \mathbf{m}] \overline{\mathbf{N}} dV$$

$$\mathbf{L}^{\mathrm{T}} = \int_{V} \overline{\mathbf{N}}^{\mathrm{T}} (\mathbf{m}^{\mathrm{T}} - \frac{\mathbf{m}^{\mathrm{T}} \mathbf{D}^{\mathrm{T}}}{3K_{\mathrm{s}}}) \mathbf{B} dV$$

$$\mathbf{G} = \int_{V} \overline{\mathbf{N}}^{\mathrm{T}} \underline{\mathbf{N}} dV$$
(6.22)

Macierz **H** jest odpowiedzialna za zdolności filtracyjne ośrodka porowatego, **S** za ściśliwość szkieletu i wody porowej, **L** za współpracę (sprzężenie) fazy ciekłej ze szkieletem, natomiast $\overset{*}{\mathbf{G}}$ wynika ze zmian porowatości ośrodka na skutek procesów erozyjnych. Należy pamiętać że tak sformułowane równanie macierzowe jest nieliniowe i uwikłane.

Wektor prawej strony zdefiniowany jest następująco:

$$\mathbf{f} = \int_{\Omega} \mathbf{N}^{\mathrm{T}} \mathbf{q}_{\mathrm{n}} \mathrm{d}\Omega + \int_{\mathrm{V}} \frac{\overline{\mathbf{N}}^{\mathrm{T}}}{3\mathrm{K}_{\mathrm{S}}} \mathbf{m} \mathbf{D} \mathbf{c} \mathrm{d} \mathrm{V} + \int_{\mathrm{V}} (\nabla \mathbf{N})^{\mathrm{T}} \frac{\mathbf{k}}{\mu} \nabla \rho \mathrm{ghdV}$$
(6.23)

Pierwszy człon wyrażenia prawej strony jest odpowiedzialny za wydatek na brzegu, drugi za zjawiska reologiczne (np. pełzanie i nie będzie dalej rozpatrywany), trzeci wynika z siły grawitacji.

Analizując wpływ poszczególnych członów równania macierzowego (6.21) opisującego proces erozji wewnętrznej dochodzimy do wniosku, że macierz **S** zawiera elementy bardzo małe wynikające ze znajdujących się w mianowniku dużych wartości K_s i K_w tzn. modułów zmian objętościowych dla ziaren szkieletu gruntowego i wody porowej. Ponieważ wpływ ściśliwości ziaren szkieletu gruntowego i wody porowej ma znikome oddziaływanie na proces sufozji pomijamy drugi człon w równaniu (6.17) otrzymując:

$$\mathbf{H}\mathbf{p} + \mathbf{L}^{\mathrm{T}} \frac{\mathrm{d}\mathbf{u}}{\mathrm{d}t} + \mathbf{G}^{*} \frac{\mathrm{d}\mathbf{n}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{f}$$
(6.24)

Wprowadzając zależność pomiędzy właściwościami filtracyjnymi ośrodka, a aktualnym wskaźnikiem porowatości powyższe, równanie staje się silnie nieliniowe. Macierz **H** zależy do porowatości n która zawiera się w wartości współczynnika filtracji.

W dalszej części pracy będzie analizowane równanie 6.24 jako sformułowanie uwzględniające zmiany porowatości ośrodka spowodowane zjawiskami sufozyjnymi. W tezach pracy do modelowana pracy szkieletu gruntowego założono wykorzystanie modelu stanu krytycznego. Jednym z parametrów modelu jest wskaźnik porowatości. Ponieważ wskaźnik porowatości e można wyrazić prostą zależnością od porowatości n:

$$e = \frac{n}{1 - n} \tag{6.25}$$

wybór równania ciągłości wydaje się oczywisty.

7. Sformułowanie problemu sprzężonego

Problem sprzężony rozpatrywany jest tutaj wyłącznie dla drugiego przypadku zmian objętościowych opisanego zmianą porowatości ośrodka tj. równanie (6.24).

7.1 Wariant I – stałe ciśnienie porowe

Zapisując razem równania ciągłości (6.24) i równanie równowagi (6.14) oraz przyjmując, że zmiany ciśnienia porowego w czasie są pomijalnie małe otrzymujemy macierzowy układ równań:

$$\dot{\mathbf{K}} \overset{\bullet}{\mathbf{u}} = \overset{\bullet}{\mathbf{F}} + \mathbf{R}^{vp}$$

$$\mathbf{H} \mathbf{p} + \mathbf{L}^{\mathrm{T}} \overset{*}{\mathbf{u}} + \overset{*}{\mathbf{G}} \overset{*}{\mathbf{n}} = \mathbf{f}$$
(7.1)

Zapisując powyższy układ równań w postaci macierzy blokowych otrzymujemy

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{0} \\ \mathbf{L}^{\mathrm{T}} & \mathbf{G} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{\dot{u}} \\ \mathbf{\dot{n}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{H} \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{\dot{F}} + \mathbf{R}^{\mathrm{vp}} \\ \mathbf{f} \end{bmatrix}$$
(7.2)

Blokowy układ równań można rozwiązać sekwencyjnie przyjmując, że ciśnienie porowe jest stałe w trakcie całego procesu. Najpierw równanie pierwsze tj. równanie równowagi

$$\mathbf{K} \mathbf{\dot{u}} = \mathbf{F} + \mathbf{R}^{vp}$$
(7.3)

wyznaczamy z niego prędkości przemieszczeń

$$\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{K}^{-1}(\mathbf{F} + \mathbf{R}^{vp}) \tag{7.4}$$

Znając **u** możemy rozwiązać równanie ciągłości

$$\mathbf{H}\mathbf{p} + \mathbf{L}^{\mathrm{T}} \mathbf{u} + \mathbf{G} \mathbf{n} = \mathbf{f}$$
(7.5)

wyznaczając

$$\dot{\mathbf{n}} = \mathbf{G}^{*^{-1}} (\mathbf{f} - \mathbf{H}\mathbf{p} - \mathbf{L}^{\mathsf{T}} \mathbf{u})$$
(7.6)

Całkowanie równań (7.4) i (7.6) należy wykonać w tym samym kroku czasowym tak aby uzyskać pełną spójność modelowania procesów po czasie.

Powyższe sformułowanie nie zawiera bezpośredniej zależności pomiędzy składem granulometrycznym próbki gruntu, gradientem hydraulicznym a porowatością.

7.2 Wariant II – znany opis zmian porowatości

Załóżmy, że znamy z doświadczeń eksperymentalnych zależność w czasie pomiędzy gradientem hydraulicznym, współczynnikiem filtracji i zmianą porowatości ośrodka. Inaczej mówiąc znamy funkcję

$$\mathbf{n} = \mathbf{n}(\mathbf{k}, \mathbf{i}, \mathbf{t}) \tag{7.7}$$

Możemy wtedy wyznaczyć jej pochodną

$$\stackrel{\bullet}{n} = \frac{\mathrm{dn}}{\mathrm{dt}} = \frac{\mathrm{dn}(\mathrm{k},\mathrm{i},\mathrm{t})}{\mathrm{dt}}$$
(7.8)

Zapiszmy powtórnie równanie równowagi (6.14) i równanie ciągłości (6.24) razem w postaci blokowego macierzowego układu równań:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{L} \\ \mathbf{L}^{\mathrm{T}} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{\dot{u}} \\ \mathbf{\dot{n}} \\ \mathbf{\dot{n}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{H} \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{\dot{F}} + \mathbf{R}^{\mathrm{vp}} \\ * \mathbf{\dot{f}} \\ \mathbf{f} - \mathbf{G} \mathbf{\dot{n}} \end{bmatrix}$$
(7.9)

Powyższy układ równań opisuje sprzężony proces zachowania się ośrodka dwufazowego w pełni nasyconego przy założeniu zmian jego porowatości w czasie. Ograniczając dalej nasze rozważania do ośrodków sypkich układ równań (7.9) rozprzęga się gdy przyjmiemy:

$$\mathbf{L}^{\mathrm{T}} \stackrel{\bullet}{\mathbf{u}} = \mathbf{L} \stackrel{\bullet}{\mathbf{p}} = \mathbf{0} \tag{7.10}$$

Fizykalną interpretacją powyższego równania jest przyjęcie że nie występuje nadwyżka ciśnienia porowego mogąca powodować przyrost przemieszczeń.

*

Korzystając z (7.9) otrzymujemy dwa następne równania macierzowe

$$\mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{F} + \mathbf{R}^{\mathrm{vp}} \tag{7.11}$$

oraz

$$\mathbf{H}\mathbf{p} = \mathbf{f} - \mathbf{G}\,\mathbf{n} \tag{7.12}$$

Układ równań mimo, że jest rozprzężony w sposób formalny zależy jednak od podstawowej wielkości tj. od porowatości n (równocześnie od gęstości szkieletu gruntowego). Zarówno pierwsze równanie jest wrażliwe na zmiany porowatości poprzez model stanu krytycznego, który bazuje na aktualnej porowatości ośrodka, jak też drugie równanie (7.12) zawierające macierz **H**, gdzie cechy filtracyjne ośrodka zależą od aktualnej porowatości. Na etapie symulacji numerycznej, proces obliczeń został podzielony na kilka kroków i równania były rozwiązywane sekwencyjnie. Jako pierwsze było rozwiązywane równanie 7.12 opisujące zagadnienia filtracji. Przy jego rozwiązaniu przyjęto założenie, że w danym kroku obliczeń prędkość zmian porowatości jest pomijalnie mała. Następnie rozwiązywano równanie 7.11 opisujące analizę sprężysto - plastyczną. Algorytm numerycznej analizy sufozji mechanicznej jest podany w rozdziale 9.

8. Doświadczalna ocena wystąpienia sufozji

Celem doświadczenia była obserwacja przemieszczania drobnych ziaren w obrębie badanej próbki i określenie zależności pomiędzy zmianami wskaźnika porowatości próbki a wielkością przyłożonego gradientu ciśnienia. Określanie przemieszczania się ziaren było wykonywana za pomocą wyznaczania krzywych przesiewu przed i po doświadczeniu. Zmiany porowatości obserwowane były na podstawie zmian współczynnika filtracji.

W trakcie doświadczenia określano wpływ filtrującej wody na zmiany porowatości lokalnym zmianami zageszczenia gruntu spowodowane ośrodka oraz składu granulometrycznego. Wykorzystano do tego celu model przedstawiony na rys. 8.1. Składał się on z: dwóch zbiorników, pompy, odcinka pomiarowego, zestawu piezometrów oraz wodomierza. Zbiorniki pracowały w obiegu zamkniętym wymuszonym przez pompę. Górny zbiornik był zaopatrzony w przelew awaryjny, zapewniający stały poziom zwierciadła wody. Pomiędzy zbiornikiem górnym a odcinkiem pomiarowym został zainstalowany wodomierz, określający ilość wody przepływającej przez model. Dodatkowo określano chwilowy wydatek z pomoca naczynia pomiarowego i stopera. Mierzono objętość wody wypływającej z odcinka pomiarowego z założonym czasie. Odcinek pomiarowy został wykonany z przezroczystej rury plastikowej o średnicy wewnętrznej 96 mm i składał się z sześciu części. Wstępnej służącej do rozpraszania koncentracji strumienia wody dopływającej do odcinka pomiarowego i zapewniającej równomierne zasilanie następnych części, czterech jednakowych odcinków zawierających próbkę gruntu oraz części końcowej pozwalającej na obserwację zabarwienia (klarowności) wypływającej wody. Przykładowe części modelu pokazano na rys. 8.2. Pierwsza od lewej jest to część wstępna, dalej znajduje się jedna z części zawierającej w trakcie badania próbkę gruntu. Ostatnia na rysunku jest przedstawiona cześć służąca do oceny klarowności wody. Wszystkie elementy odcinka pomiarowego (rys. 8.2) były wyposażone w połączenia kołnierzowe łączone na śruby motylkowe z uszczelnieniem w postaci gumowej uszczelki. Taka konstrukcja zapewniała etapowe składanie i rozkładanie odcinka pomiarowego, pozwalające na podział badanej próbki na cztery części. Podział ten umożliwiał oddzielną analizę poszczególnych próbek i niezależne określanie wykorzystywanych w obliczeniach parametrów. Części odcinka zawierające próbkę gruntu (pierwsza i ostatnia) były zabezpieczone siatką filtracyjną, blokującą wynoszenie drobnych ziaren poza odcinek pomiarowy. Osiem piezometrów zostało rozmieszczonych równomiernie na odcinkach zawierających badaną próbkę gruntu.

Piezometry zostały wykonane z plastikowej rurki o średnicy 8 mm przykręconej do aluminiowych łat zaopatrzonych w miarki centymetrowe. Cały zestaw piezometrów został zawieszony na ścianie bezpośrednio nad modelem.



Rys. 8.1 Schemat modelu



Rys. 8.2 Elementy odcinka pomiarowego

Wszystkie połączenia piezometrów z odcinkiem pomiarowym zabezpieczono siatką

filtracyjną. Zabezpieczenie to zapobiegało wynoszeniu drobnych cząstek, które mogły spowodować zapiaszczanie piezometrów i uniemożliwić odczyty poziomu wody.

W trakcie doświadczenia kontrolowany był czas, przepływ oraz poziomy wody w piezometrach. Na podstawie odczytanych wartości wyliczano współczynnik filtracji na poszczególnych częściach odcinka pomiarowego. Porównywano współczynnik filtracji wyznaczony na podstawie warunków panujących na modelu ze współczynnikiem wyliczonym za pomocą wzoru teoretycznego i za jego pomocą określano porowatość próbki. Do obliczeń przyjęto wzór Schlichter'a jako wzór teoretyczno - doświadczalny, dostosowany do uziarnienia analizowanej próbki. Jako średnicę ziaren do wzoru teoretycznego stosowano zmienną dla każdego odczytu średnicę miarodajną. Uzyskano ją z krzywych przesiewu przed i po doświadczeniu zakładając, że w trakcie doświadczenia zmieniała się liniowo proporcjonalnie do czasu jego trwania. Przyjęto stałą geometrię odcinka pomiarowego (L - długość i A - pole przekroju), w trakcie doświadczenia mierzono Q - wydatek i Δ H - poziomy wody w piezometrach. Obliczenia były przeprowadzone według algorytmu przedstawionego poniżej.

$$i = \frac{\Delta H}{L}$$
 $k = \frac{Q}{A*i}$ (8.1)

$$k_{10} = \frac{k_{\rm T}}{0.7 + 0.03 * \rm{T}} \tag{8.2}$$

$$k_{10} = 7.8 * n^{3.26} * d_{10}^2 \rightarrow n = \left(\frac{k_{10}}{7.8 * d_{10}^2}\right)^{\frac{100}{326}}$$
 (8.3)

$$e = \frac{n}{1 - n} \tag{8.4}$$

Wykorzystując poszczególne elementy odcinka pomiarowego, wykonano cztery modyfikacje doświadczenia. Rysunki 8.3 – 8.6 przedstawiają schematy odcinka pomiarowego w poszczególnych wariantach doświadczenia. Na rysunku 8.3 przedstawiono model całkowicie wypełniony badanym gruntem który był wykorzystany do obserwacji sufozji wewnętrznej – wariant I. Model był zasilany z lewej strony odpływ znajdował się na górze odstojnika, przepływ wody odbywał się w poziomie.



Rys. 8.3 Schemat odcinka pomiarowego w pierwszym wariancie doświadczenia

Rysunek 8.4 przedstawia model w którym jedna część była wypełniona badanym gruntem i który był wykorzystywany do określenia gradientu krytycznego i porowatości po zniszczeniu struktury gruntu - wariant II. Model był zasilany z od dołu odpływ znajdował się w połowie wysokości odstojnika, przepływ wody odbywał się w kierunku pionowym.



Rys. 8.4 Schemat odcinka pomiarowego w drugim wariancie doświadczenia

Rysunek 8.5 obrazuje model do obserwacji sufozji zewnętrznej na granicy dwóch warstw gruntu – wariant III. Ostatnia część odcinka pomiarowego jest wypełniona kulkami modelującymi grunt gruboziarnisty o znacznie większej porowatości niż grunt badany. Model był zasilany z lewej strony odpływ znajdował się na górze odstojnika, przepływ wody odbywał się w poziomie.



Rys. 8.5 Schemat odcinka pomiarowego w trzecim wariancie doświadczenia

W wariancie IV przedstawionym na rysunku 8.6 modelowany jest przypadek sufozji zewnętrznej – ostatni element modelu nie jest wypełniony gruntem i w trakcie doświadczenia znajduje się w nim wyłącznie woda. Model był zasilany z lewej strony odpływ znajdował się na górze odstojnika, przepływ wody odbywał się w poziomie.



Rys. 8.6 Schemat odcinka pomiarowego w czwartym wariancie doświadczenia

Zdecydowano, że próbki do badań pobierane będą z obiektu hydrotechnicznego na którym występują lokalne osiadania terenu. Jedną z hipotez przyjętych w celu wyjaśnienia przyczyny występowania niszczących przemieszczeń jest występowanie w podłożu zjawiska sufozji. Wykonane wcześniej sondowania potwierdziły istnienie rozluźnionych stref gruntu [Rzadkowski, 1996; Hrabowski i Stencel, 1996]. Próbki pobierano z placu manewrowego elektrowni stopnia wodnego Dębe.

Przed wykonaniem odwiertów zapoznano się z dokumentacją budowy oraz historią eksploatacji obiektu i wyznaczono położenie otworów. W trakcie wykonywania obiektu wykop budowlany był chroniony grodzą wykonaną ze ścianek Larsen'a która pozostała w gruncie po zakończeniu budowy. Nieprzepuszczalna przegroda wpływa na proces filtracji w rejonie lewego przyczółka zapory [Świątek, 2000]. Występują osiadania podłoża pomiędzy budynkiem a pozostawioną grodzą. Koncepcja doświadczenia polegała pobraniu i przebadaniu próbki gruntu nie narażonego na działanie sufozji oraz próbki bezpośredni ze strefy co do której jest podejrzenie o występowanie zjawiska erozji wewnętrznej (rys. 8.7). Wykonano jeden odwiert na terenie byłego wykopu budowlanego w strefie występowania osiadań, a drugi poza grodzą chroniącą wykop. Głębokość pobierania próbki w pierwszym otworze odpowiada poziomowi styku dna wykopu budowlanego i warstwy niwelującej teren budowy. W drugim otworze próbka była pobierana z analogicznej głębokości, poza terenem objętym przez wykop budowlany.

Odwierty wykonano 17.06.1997 roku za pomocą wiertnicy mechanicznej na podwoziu samochodowym rys. 8.8. Otwory wykonywano z poziomu placu manewrowego po usunięciu fragmentu nawierzchni w postaci kilku trelinek. Po osiągnięciu założonej głębokości odwiertu zostały pobrane próbki o nienaruszonym uziarnieniu. Prace zostały wykonane przez wykwalifikowany zespół wiertniczy mający praktykę w podobnych badaniach.

50



Rys. 8.7 Schemat koncepcji pobrania próbek do doświadczenia

Podczas wykonywania pierwszego otworu bezpośrednio przy budynku, do głębokości 1,5 m wiertło opadało pod ciężarem własnym, następnie zwiększony opór występował na odcinku 0,5 m, następnie zmniejszył się i od głębokości 2 m wiertło zagłębiało się z równomiernym oporem, bez wyraźnej różnicy (zmniejszenia oporu) poniżej poziomu występowania wody gruntowej. W trakcie wykonywania drugiego odwiertu opór stawiany przez grunt był równomierny do głębokości odpowiadającej poziomowi wody gruntowej, następnie zmalał.



Rys. 8.8 Wiertnica mechaniczna na podwoziu samochodowym w trakcie wykonywania drugiego odwiertu

Próbki gruntu z poszczególnych odwiertów przy zachowaniu identycznej procedury w trakcie pobierania różniły się zarówno barwą jak i konsystencją. Do badań na modelu została

wykorzystana próbka gruntu z drugiego otworu. Próbka gruntu pobrana z pierwszego odwiertu była traktowana jako wzorzec gruntu naturalnego zniszczonego przez sufozję

Przed przystąpieniem do doświadczenia zostały określone podstawowe parametry analizowanego materiału. Określono: $\rho_{d \min}$, $\rho_{d \max}$, wilgotność, krzywą przesiewu, wskaźnik różnoziarnistości i wskaźnik uziarnienia. Oznaczenie granicznych objętości szkieletu gruntowego wykonano zgodnie z normą [*PN* – 88/*B-04481*]. Wilgotność, krzywą przesiewu i wskaźniki określono na podstawie pracy [*Pisarczyk 1992*]. Do określenia krzywej przesiewu wykorzystano typowy zestaw sit. Czas przesiewania próbki na wstrząsarce wynosił 5 minut.

Na podstawie uzyskanych danych zostało sprawdzone kryterium podatności gruntu na sufozję [*Czyżewski 1973*]. Jeżeli nierówność 8.6 jest spełniona grunt jest wrażliwy na zjawiska spowodowane przez filtrującą wodę. Grunt użyty w doświadczeniu był gruntem podatnym na działanie sufozji.

$$\frac{d_3}{d_{17}} > N$$
 (8.5)

$$N = (0.32 + 0.016U)^{6} \sqrt{U} \frac{n}{1 - n}$$
(8.6)

$$U = \frac{d_{60}}{d_{10}}$$
(8.7)

gdzie:

U - wskaźnik różnoziarnistości gruntu d₃,d₁₀,d₁₇,d₆₀ - średnice ziaren, których zawartość wraz z mniejszymi wynosi odpowiednio 3, 10, 16, 60 %, mm,

n - porowatość gruntu.

W trakcie etapowego składania odcinka pomiarowego, grunt był zagęszczany i kontrolowano masę gruntu wypełniającą poszczególne elementy. Poniżej omówiono przygotowanie odcinka pomiarowego w pierwszym wariancie doświadczenia. Identyczną procedurę wbudowywania próbki gruntu zastosowano w wszystkich analizowanych przypadkach.

Poszczególne części odcinka pomiarowego wypełniano materiałem pobranym z drugiego odwiertu. Z pobranej próbki gruntu odważano porcję a następnie, umieszczano ją w oddzielnym pojemniku i wsypywano warstwami zagęszczając do ostatniej części odcinka pomiarowego rys. 8.9.



Rys. 8.9 Wypełnianie odcinka pomiarowego etap 1

Doważano następną porcję i wbudowywano ją do całkowitego wypełnienia ostatniej części odcinka pomiarowego rys. 8.10. Po jej całkowitym wypełnieniu ważono porcję która została na blaszce i określano masę gruntu wypełniającą określony fragment modelu.



Rys. 8.10 Wypełnianie odcinka pomiarowego etap 2



Rys. 8.11 Wypełnianie odcinka pomiarowego etap 3

Następnie mocowano za pomocą połączenia kołnierzowego i śrub motylkowych kolejną część odcinka pomiarowego rys. 8.11. Połączenie poszczególnych odcinków modelu należało wykonać bardzo starannie, aby zapewnić szczelność w trakcie badania. Jakiekolwiek przecieki po wypełnieniu wodą modelu dyskwalifikowały doświadczenie i należało rozpocząć całą procedurę instalacji próbek od początku.

W identyczny sposób wypełniono i połączono wszystkie pozostałe elementy modelu rys. 8.12 i 8.13. Z każdym razem kontrolując masę wbudowanego materiału i dokładność połączenia między elementami modelu. Na podstawie uzyskanych danych i znanej geometrii poszczególnych odcinków modelu (L - długość części pomiarowych, A - pole przekroju części pomiarowych) został określony stopień zagęszczenia (każdej z próbek i całego modelu), porowatość próbki oraz wskaźnik porowatości próbki. Złożony odcinek pomiarowy połączono elastycznymi przewodami ze zbiornikami. Uruchomiono bardzo mały przepływ w celu spokojnego nawodnienia modelu. Przed rozpoczęciem pomiarów odczekano w celu pełnego nasycenia wodą porów gruntu oraz odpowietrzono model i piezometry. Model wykorzystany w pierwszym wariancie doświadczenia jest przedstawiony na rys. 8.14.



Rys. 8.12 Wypełnianie odcinka pomiarowego etap 4

Rys. 8.13 Wypełnianie odcinka pomiarowego etap 5



Rys. 8.14. Model wykorzystany w pierwszym wariancie doświadczenia

Na rys 8.15 przedstawiono odcinek pomiarowy w drugim wariancie doświadczenia. Zdjęcie wykonano w trakcie nawadniania modelu. Widoczny jest rozkład piezometrów na długości odcinka pomiarowego oraz odpływ z modelu określający położenie zwierciadła wody.



Rys. 8.15 Odcinek pomiarowy w drugim wariancie doświadczenia w trakcie nawadniania modelu

Na rys 8.16 przedstawiono fragment odcinka pomiarowego wykorzystanego w trzecim wariancie doświadczenia. Zdjęcie wykonano przed nawodnieniem modelu. Wyraźnie widać różnice w uziarnieniu materiału znajdującego się w końcowych odcinkach modelu. Widoczne są także elementy do mocowania piezometrów oraz końcówka do podłączenia odpływ wody z modelu.



Rys. 8.16 Odcinek pomiarowy wykorzystany w trzecim wariancie doświadczenia w trakcie składania modelu

Na rys. 8.17 przedstawiono fragment odcinka pomiarowego wykorzystanego w czwartym wariancie obliczeń. Widoczna jest pochyła powierzchnia badanej próbki, znajdująca się pod wodą. W trakcie doświadczenia obserwowano zmiany powstałe na powierzchni wytworzonej skarpy oraz obserwowano ich propagację w głąb próbki.



Rys. 8.17 Odcinek pomiarowy wykorzystany w czwartym wariancie doświadczenia

Na podstawie przeprowadzonych doświadczeń można stwierdzić, że laboratoryjne badania sufozji są bardzo trudne. Jest to związane z koniecznością prowadzenia czasochłonnych obserwacji, efektem skali i masowym charakterem zjawiska, którego przebieg jest uzależniony od rozmiaru badanej próbki. Dlatego efekty uzyskane w laboratorium mogą odbiegać od obserwowanych w naturze.

W przypadku pierwszego wariantu doświadczenia potwierdzono jedynie, że analizowany grunt jest wrażliwy na zjawiska spowodowane przez filtrującą wodę. W trakcie badania wewnątrz odcinka pomiarowego nastąpiło lokalne przemieszczenie ziaren gruntu które spowodowało zmniejszenie jego właściwości filtracyjnych. Doświadczenie trwało 1200 godzin. Po jego zakończeniu odcinek pomiarowy rozbierano stopniowo, wykonując analizę granulometryczną próbek znajdujących się w poszczególnych elementach modelu. Otrzymane wyniki zestawiono na rys. 8.18. Numery krzywych od 1 do 4 odpowiadają uziarnieniom uzyskanych w poszczególnych elementach modelu (licząc od odpływu), a krzywa 5 odpowiada uziarnieniu próbki przed przystąpieniem do badań.

Zjawisko doprowadziło zahamowania przepływu przez odcinek pomiarowy (kolmatacji ośrodka) i uniemożliwiło prowadzenie dalszych badań mimo zwiększania przyłożonego gradientu ciśnienia.



Rys 8.18. Pierwszy wariant doświadczenia. Zestawienie krzywych przesiewu

Na rys. 8.19 przedstawiono zmiany poziomu wody w piezometrach w trakcie doświadczenia, w którym utrzymywano stały gradient. Wynik potwierdza tezę, że w przypadku analizowania zjawiska sufozji bardzo ważnym uwarunkowaniem jest położenie i otoczenie próbki gruntu który poddajemy analizie. Bardzo ważną cechą jest kierunek przepływu wody i istnienie możliwości przemieszczania się drobnych cząstek.



Rys. 8.19 Pierwszy wariant doświadczenia. Zmiany wysokości piezometrycznych w czasie doświadczenia (odczyty średnio co 24 godziny)

Na podstawie drugiego wariantu doświadczeń można stwierdzić, że dla każdego gruntu istnieje gradient krytyczny który spowoduje jego zniszczenie. Na rysunku 8.18 przedstawiono efekt zniszczenia próbki gruntu przez działanie gradientu krytycznego.



Rys. 8.20 Drugi wariant doświadczenia. Zniszczenie próbki gruntu przez działanie krytycznego gradientu ciśnienia.

Na rysunku widać, że badana próbka gruntu w momencie zniszczenia struktury zwiększyła swoją objętość prawie o 50%. Skutki lokalnego przekroczenia granicznych wartości gradientu filtracji w gruncie pod budowlą (lub w budowli – zapora ziemna) są zależne od tego gdzie przekroczenie nastąpiło. Generalnie jeżeli te strefy są na początkowym lub środkowym odcinku filtracji, niekorzystne zmiany są lokalne (np. rozluźnienie gruntu, miejscowe obniżenie położenia krzywej depresji) nie zagrażają stateczności obiektu. Jeżeli przekroczenie granicznych wartości gradientu filtracji zachodzi na końcowym odcinku filtracji, to wywołane przez strumień filtracyjny niekorzystne zjawisko może przenosić się na coraz wcześniejsze odcinki. Wywołana przez nie sufozja lub wypór gruntu może doprowadzić do poważnego uszkodzenia a nawet katastrofy budowli.

Znajomość cech fizyczno-mechanicznych ośrodka pozwala na przewidzenie charakteru zmian, które mogą nastąpić w wyniku przekroczenia dopuszczalnych gradientów hydraulicznych. Na podstawie wartości liczbowej wskaźnika różnoziarnistości uziarnienia (8.7) można orientacyjne stwierdzić na jaką zmianę jest podatny ośrodek [Żbikowski, 1962]. Zmiany te nigdy nie występują w czystej postaci lecz są w mniejszym lub większym stopniu

ze sobą połączone [*Piasarczyk, 1992*]. Jeżeli U ≤ 10 (8.7), to należy się spodziewać wyporu gruntu. Jeżeli $10 < U \leq 20$ to możliwa jest zarówno sufozja jak i wyparcie. Jeżeli U > 20 to w gruncie będzie zachodziła sufozja.

Dla typowego zjawiska filtracji w rejonie budowli hydrotechnicznej gradient krytyczny (J_{kr}) dla przepływu pionowego określa się na podstawie znanego od lat, przedstawionego poniżej wzoru [*Zmigrodzki i inni, 1957; Wieczysty, 1982*]. Opiera się on na porównaniu sił utrzymujących i wypierających wybrany fragment gruntu.

$$J_{kr} = \frac{\Delta H}{\Delta L} = \frac{(1-n)(\gamma_s - \gamma_w)}{\gamma_w}$$
(8.8)

gdzie:

n – porowatość

 γ_w – ciężar objętościowy wody

 γ_s – ciężar właściwy szkieletu gruntowego

Przy podstawieniu typowych wielkości dla piasku średniego $\gamma_w = 10 \text{ kN/m}^3$, n = 0,36, $\gamma_s = 26,5 \text{ kN/m}^3$ otrzymujemy dla przepływu w kierunku pionowym J_{kr} ≈1.

Jeżeli analizujemy przypadek przepływu w kierunku poziomym lub do niego zbliżonym, przeciwdziałaniu siłom filtracyjnym przeciwstawia się nie ciężar gruntu, lecz tylko tarcie na płaszczyźnie styku przemieszczanego się gruntu z fundamentem budowli lub z gruntem nie ulegającym przemieszczeniu. Jeżeli przyjmiemy współczynnik tarcia gruntu po gruncie f = 0,6 [*Wieczysty, 1982*] oraz typowe wartości dla piasku średniego podane powyżej otrzymujemy dla przepływu poziomego $J_{kr} \approx 0,6$. Otrzymana wartość jest mniejsza niż dla przepływu pionowego. Można stwierdzić, że dla takiego samego gruntu przy wystąpieniu sprzyjających okoliczności, pojawienie się deformacji filtracyjnych może łatwiej nastąpić przy przepływie poziomym.

Przy określaniu wielkości gradientu dopuszczalnego J_{dop} (8.9), stosowanego w praktyce hydrotechnicznej, zazwyczaj przyjmuje się współczynnik pewności na poziomie M = 2 ÷ 3.

$$J_{dop} = \frac{J_{kr}}{M}$$
(8.9)

Niektórzy autorzy [*Wieczysty*, 1982] zalecają przyjmować jeszcze większe współczynniki pewności $M = 4 \div 10$. Przy przyjęciu współczynnika pewności w pierwszych

granicach wartość gradientu dopuszczalnego odpowiednio wyniesie. Dla przepływu w kierunku pionowym $J_{dop} = 0,3 \div 0,5$ lub dla przepływu w kierunku poziomym $J_{dop} = 0,2 \div 0,3$.

Mając dane przykładowe gradienty dopuszczalne i krytyczne wyznaczone na podstawie doświadczeń lub odczytane z dokumentacji, można wyznaczyć zależność pomiędzy wartością gradientu a porowatością ośrodka rys. 8.21.



Rys. 8.21 Zależność określająca zmiany porowatości w zależności od wartości gradientu hydraulicznego

Zakładamy, że do momentu kiedy wartość gradientu dopuszczalnego nie zostanie przekroczona, porowatość ośrodka nie ulega zmianie. Jeśli wartość gradientu osiągnie wartość dopuszczalną porowatość zacznie się zmieniać punkt A na rys. 8.21. Jeżeli gradient osiągnie wartość gradientu krytycznego (punkt B) ośrodek zostanie zniszczony i porowatość będzie odpowiadała porowatości krytycznej i wynosiła maksymalnie 1. Jako porowatość krytyczną rozumiemy, porowatość gruntu w momencie występowania gradientu krytycznego. Charakter zmiany porowatości pomiędzy punktami A i B jest cały czas tematem badań. Obecnie do symulacji numerycznych przyjęto zależność w postaci linii prostej przedstawionej na rys. 8.21.

Omówioną zależność można przedstawić w formie zależności matematycznej dla danego rodzaju gruntu gdzie stałymi są dopuszczalne i krytyczne wartości gradientów oraz porowatość początkowa i krytyczna.

Jeżeli J < J_{dop}

$$\mathbf{n} = \mathbf{n}_0 \tag{8.10}$$

Jeżeli $J_{dop} < J < J_{kr}$

$$n = \frac{n_{kr} - n_0}{J_{kr} - J_{dop}} (J - J_{dop}) + n_0$$
(8.11)

gdzie: n - aktualna porowatość gruntu

nkr - krytyczna porowatość gruntu

n₀ - początkowa porowatość gruntu

 J_{kr} – krytyczny gradient hydrauliczny

 J_{dop} – dopuszczalny gradient hydrauliczny

J – aktualny gradient hydrauliczny

Jest to zależność służąca do przeliczania zmiany porowatości w zależności od określonego gradientu. Jest ona wykorzystywana przy numerycznej analizie zjawiska sufozji. Zależność 8.11 została zaimplementowana do rozbudowanego modułu liczącego pakietu HYDRO-GEO.

Na podstawie obserwacji trzeciego wariantu doświadczenia można stwierdzić, że w strefie kontaktu analizowanego gruntu z gruntem o większej porowatości (rys 8.16) powstają dobrze widoczne rozluźnienia - zwiększenia porowatości. Objawiają się one możliwym do zaobserwowania "gołym okiem" pustkami w gruncie i są prezentowane na rys 8.22.



Rys. 8.22. Trzeci wariant doświadczenia. Stery rozluźnienia gruntu powstałe na kontakcie z gruntem o większej porowatości

Dodatkowo zaobserwowano nierównomierne rozprzestrzenianie się wyniesionych drobnych cząstek z badanego gruntu w materiale o większej porowatości. Wypłukany materiał tworzy pochyłą strefę prezentowaną na rys.8.23.



Rys. 8.23 Trzeci wariant doświadczenia. Rozprzestrzenianie się wypłukanych cząstek w materiale o większej porowatości.

Wyniki czwartego wariantu doświadczenia prezentowane są na rys. 8.24 do 8.27. W trakcie doświadczenia obserwowano zniszczenie materiału na skutek procesu filtracji. Rys. 8.24 przedstawia końcowy fragment odcinka pomiarowego. Znajdujący się wewnątrz modelu powierzchnia gruntu tworzy skarpę nachyloną pod pewnym kątem do poziomu. Podnóże skarpy badanego gruntu znajdują się w połowie ostatniego odcinka pomiarowego. Na górze skarpy widać tworzące się zagłębienie. Na rys. 8.25 przedstawiono analogiczny odcinek modelu. Widać na nim powiększające się zagłębienie oraz lokalne zwiększenia porowatości (pustki w gruncie) układające się równolegle do powstałej skarpy.



Rys.8.24. Czwarty wariant doświadczenia. Końcowy fragment odcinka pomiarowego na początku procesu oddziaływania filtracji.



Rys.8.25. Czwarty wariant doświadczenia. Końcowy fragment odcinka pomiarowego w trakcie procesu oddziaływania filtracji.

Na rys. 8.26 pokazano rozmytą skarpę gruntu. Wyraźnie widać zmianę nachylenia i położenia podnóża skarpy której koniec znajduje się przy końcowej ścianie odcinka pomiarowego.



Rys.8.26. Czwarty wariant doświadczenia. Końcowy fragment odcinka pomiarowego zniszczony przez proces filtracji.

Na rys.8.27 widać zniszczona próbkę gruntu. Widoczne są rozmycia spowodowane przez filtrującą wodę i rozprowadzenie gruntu po dostępnym obszarze odcinka pomiarowego.



Rys.8.27. Czwarty wariant doświadczenia. Fragment odcinka pomiarowego zniszczony przez filtrację

Na podstawie obserwacji poszczególnych wariantów doświadczenia zaproponowano wprowadzenie pojęcia "zasięgu zjawiska". Pojęcie ma za zadanie wskazywanie kolejnych stref analizowanego obszaru w których możliwe jest wystąpienie zjawiska sufozji. Ma to szczególne znaczenie przy modelowaniu sufozji zewnętrznej. Zakładając, że jeżeli mamy rząd kulek toczących się prostopadle do krawędzi stołu, zanim spadnie piąta kulka muszą spaść ze stołu kulki ją poprzedzające. Wprowadzone pojęcie ma działać podobnie.

Zasada działania "zasięgu zjawiska" jest przedstawiona na rys. 8.28. Rozpatrując problem powstania zjawiska sufozji w trakcie filtrację przez jednorodną zaporę, znamy położenie krzywej depresji i analizujemy dwa punkty C i D w których został przekroczony gradient dopuszczalny. Założono, że analiza zjawiska jest podzielone na kilka kroków i w każdym z nich zjawisko może występować w ograniczonej strefie. Analizowany obszar podzielono liniami równoległymi do skarpy odpowietrznej zapory.

W pierwszym kroku zasięg zjawiska jest równy Z1, w drugim obszar w którym dopuszczamy zmianę porowatości jest większy i wynosi Z2. Zasięg zjawiska powiększa się równomiernie w kolejnych krokach obliczeń. Przy tak sformułowanych założeniach, w pierwszym kroku obliczeń zjawisko może wystąpić w obszarze o szerokości Z1 i porowatość zostanie zmodyfikowana wyłącznie w punkcie C.



Rys. 8.28 Zasada działania pojęcia "zasięg zjawiska"

9. Algorytm numerycznej analizy sufozji mechanicznej

W opracowywanym algorytmie sufozja traktowana jest jako sprzężony proces przepływu cieczy i zachowania szkieletu gruntowego. Podczas rozwiązania problemu określane są strefy narażone na sufozję i modelowany jest wpływ erozji wewnętrznej na wytrzymałość ośrodka. W trakcie analizy stosuje się równoległe rozwiązanie dwóch zadań. Zadania filtracji oraz sprężysto-plastycznej analizy wytrzymałościowej ośrodka. Opisują to równania 7.2 lub 7.9 w zależności od przyjętego wariantu analizy. Proces obliczeń jest podzielony na kilka etapów. Aby uzyskać spójność problemu w czasie należy rozwiązać oba zadania w tym samym kroku czasowym.

9.1. Poszukiwanie krzywej depresji

Pierwszym zadaniem koniecznym do przeprowadzenia analizy zagadnienia sufozji jest określenie położenia krzywej depresji. W pracy ograniczono się do analizy filtracji wody w obszarze w pełni nasyconym. W analizie filtracji założono, że w modelu występują tylko dwie strefy: strefa nasycona (saturacji) oraz strefa sucha (aeracji). Z punktu widzenia opisu zjawiska sufozji położenie krzywej filtracji jest bardzo ważne. Jedynie w strefie nasyconej w zależności od zaistnienia niekorzystnych zjawisk filtracji może nastąpić sufozja. Bardzo często zjawiska sufozji są obserwowane w rejonie wahań położenia zerowej izolinii ciśnienia.

Jako przykład typowego zagadnienie z hydrotechniki rozpatrzono problem filtracji przez jednorodną zaporę przedstawioną na rys. 9.1 i na jej przykładzie zostaną omówione typowe algorytmy poszukiwania krzywej depresji z pomocą metody elementów skończonych.



Rys. 9.1. Schemat zapory do obliczeń krzywej depresji [Gioda i Desideri, 1988]

Założono, że na poszczególnych krawędziach obszaru występują odpowiednie warunki brzegowe:

- Krawędź 1-2, 4-5: przepuszczalny brzeg z założonymi ciśnieniami na krawędziach w zależności od położenia względem zwierciadła wody.
- Krawędź 3-4 (tak zwana strefa wysączania): warunek brzegowy występujący warunkowo w przypadku "wyjścia" krzywej depresji na skarpę (punkt 3 na rys. 9.1). Zakładamy ciśnienie równe ciśnieniu atmosferycznemu i nieznany wydatek.
- Krawędź 1-5: nieprzepuszczalny brzeg obszaru. Zakładamy przepływ prostopadły do krawędzi równy zero i nieznane ciśnienie porowe wyznaczane podczas obliczeń.
- Krawędź 2-3: położenie krzywej depresji graniczna linia prądu. Zakładamy, że wysokości piezometryczne są równe wysokości położenia krzywej (ciśnienie równe zero) i nie występuje przepływ prostopadły do krawędzi.

Przy tak sformułowanym problemie niewiadomą jest położenie krzywej depresji w sensie mechaniki jest to problem z nieznanym brzegiem obszaru, na którym występuje warunek, aby ciśnienia równe były ciśnieniu atmosferycznemu a wydatki zerowe. Najbardziej popularne są dwie metody poszukiwania krzywej depresji za pomocą metody elementów skończonych: metoda zmiennej siatki oraz metoda zmiennego współczynnika filtracji.

Metoda zmiennej siatki

Metoda zmiennej siatki sprowadza się do znalezienia położenia krzywej spełniającej warunki dla krawędzi 2-3 (rys. 9.1). W tym celu przyjmuje się, że położenie węzłów będzie ulegać zmianom (wraz z całą lub częścią siatki) tak, aby znaleźć niewiadomy brzeg. Metoda została omówiona w pracy dyplomowej autora oraz został wykonany model numeryczny z pomocą którego przeprowadzono obliczenia testowe [*Popielski, 1995*]. Otrzymane za jej pomocą wyniki zostały porównane z literaturą [*Włosiewicz i Sroka, 1992*] oraz z wynikami ekspertyz wykonanych na Politechnice Warszawskiej [*Jaworowska i inni, 1993*; *Dłużewski i inni, 1993*]. Otrzymane wyniki były zbieżne .

Algorytm obliczeń metodą zmiennej siatki komplikuje się w momencie wyjścia krzywej na skarpę i powstania powierzchni wysączania. Zmieniająca się geometria siatki nie może przekroczyć granic wyznaczonych przez obrys (kontur) obiektu. Podstawowym problemem jest określenie położenia punktu wyjścia krzywej na skarpę (punkt styku krzywej

depresji ze skarpą odpowietrzną zapory) i obliczenie wydatku przez powierzchnię wysączania np. w celu zaprojektowania odpowiedniego drenażu. W literaturze [*Lacy i Prevost, 1987; Gioda i Desideri, 1988; Włosiewicz i Sroka, 1992*] jest prezentowanych kilka metod rozwiązywania problemu z występowaniem powierzchni wysączania i określania położenia punktu wyjścia krzywej na skarpę. Można między innymi zastosować algorytmy dopuszczające redukcję ilości węzłów i ich poziome przemieszczanie. Jednak żadna z proponowanych w literaturze metod nie zapewnia bezwzględnej stabilności procesu. Zbieżność iteracji zależy w dużej mierze od podziału na elementy w okolicy punktu połączenia powierzchni swobodnej z powierzchnią wysączania - punkt ten nie jest znany w momencie uruchamiania obliczeń.

W aktualnie stosowanej analizie metoda nie może być wykorzystana ponieważ siatka elementów dopasowuje się do położenia krzywej depresji. W analizowanym procesie opisującym zjawisko sufozji wykorzystywana do obliczeń jest ta sama siatka, zarówno przy rozwiązaniu problemu filtracji jak i w analizie sprzężysto-plastycznej. Konieczne jest inne rozwiązanie problemu filtracji ponieważ siatka (odtwarzająca geometrię obszaru) musi zostać nienaruszona. Ten wymóg spełnia druga metoda poszukiwania krzywej depresji.

Metoda zmiennego współczynnika filtracji przy stałej siatce

Przy poszukiwaniu położenia krzywej depresji metodą zmiennego współczynnika filtracji podstawowym założeniem jest utworzenie w momencie startu stałej siatki (linie przerywane na rys. 9.2), mieszczącej w swoim obrysie domniemane położenie krzywej depresji nie przekraczającej oczywiście w swoim obrysie konturu konstrukcji.



Rys. 9.2. Schemat obszaru do obliczania metodą zmiennego współczynnika filtracji [Lacy i Prevost, 1987]

W analizowanych przykładach obszarem do generacji siatki jest kontur budowli. Na podstawie wyliczonych w pierwszej iteracji ciśnień wprowadza się podział analizowanego obszaru na dwie strefy B i C (rys. 9.3) rozgraniczone zerową izolinią ciśnienia.



Rys. 9.3. Schemat obszaru do wyznaczania zmian współczynnika k.

Odcinek A - A przedstawia linię wyliczonych zerowych ciśnień (p = 0). Ciśnienia w obszarze B są mniejsze (występują ssania), a w obszarze C - większe od zera. Do obliczeń zostaje wprowadzony mnożnik K' mieszczący się w granicach 0 < K' < 1. Za pomocą mnożnika jest modyfikowany współczynnik filtracji w obszarze B powyżej granicy występowania ciśnień równych zero.

Modyfikacja współczynnika filtracji z obszaru B (przez wprowadzenie mnożnika K') odbywa się według zależności przedstawionej na rys. 9.4. Metoda określania mnożnika K' nie bazuje na żadnych przesłankach fizycznych, ani na wynikach doświadczeń. Jest jedynie zależnością matematyczną, która pozwala nam osiągnąć zamierzony efekt jakim jest zamodelowanie warstwy nieprzepuszczalnej nad krzywą depresji [*Gioda i Desideri, 1988; Bakker i Knibbeler, 1990*].



Rys. 9.4. Charakter zmian współczynnika filtracji w okolicy krzywej depresji.

Obliczenia K' odbywają się na podstawie podanych poniżej wzorów:

$$\Delta p = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{A_{\min}}{N_{pg}}}$$
(9.1)

$$\delta = \frac{1}{2}\Delta p, \quad p_1 = \frac{1}{2}\Delta p, \quad p_2 = -\frac{1}{2}\Delta p$$
 (9.2)

dla px > p1 K' = 1
dla px < p2 K' = R
dla p₁ ≥ p₂ > p₂ K' =
$$\frac{|p_2 - p_x|(1 - R)}{\Delta p} + R$$
 (9.3)

gdzie: A_{min} – pole najmniejszego elementu przyjętego do obliczeń

- N_{pg} ilość punktów całkowania numerycznego (p. Gaussa) w elemencie
- Δp szerokość strefy przejściowej pomiędzy gruntem w pełni nasyconym a strefą areacji
- R wartość minimalna zapewniająca zbieżność procesu

Istotne jest, aby zmodyfikowany współczynnik filtracji nie przekroczył pewnej minimalnej wielkości, a tangens nachylenia odcinka łączącego poziome charakterystyki współczynnika k mieścił się w określonych granicach rys. 9.4. W przeciwnym wypadku mogą wystąpić trudności numeryczne. Zależy to od przyjętej wartości Δp wynikającej z parametrów elementów skończonych przyjętych do obliczeń. W trakcie testów numerycznych omawianej procedury przebadano zbieżność procesy iteracyjnego i dokładności uzyskanego rozwiązania dla różnych wartości Δp . Dla wykorzystywanych sześciowęzłowych elementów trójkątnych o funkcjach kształtu drugiego stopnia, najlepsze wyniki osiągnięto dla wartości Δp określonych z pomocą wyrażenia 9.1.

Zmodyfikowanie współczynnika filtracji powoduje zmiany macierzy filtracji w układzie równań. Rozwiązanie nowego układu równań zmienia położenie zerowej linii ciśnień, co powoduje kolejną iterację i modyfikacje współczynnika filtracji w rozpatrywanym obszarze. Obliczenia zakończone są w momencie ustabilizowania się położenia krzywej depresji.

Obliczenia odbywają się według algorytmu:

 Wyliczenie globalnej macierzy filtracji przy stałej objętości (w przypadku zagadnienia płaskiego - przy stałej powierzchni). Zmienia się tylko lokalny współczynnik filtracji w zależności od strefy, do której należy element. Powoduje to zmiany macierzy k⁽ⁿ⁾ w układzie równań:

$$\mathbf{H}^{(n)} = \int_{\mathbf{v}} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} \mathbf{k}^{(n)} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} \mathbf{d} \mathbf{v}$$
(9.4)

2. Wyliczamy ciśnienia i wydatki w poszczególnych węzłach:

$$\mathbf{p}^{(n+1)} = (\mathbf{H}^{(n)})^{-1} \mathbf{q}.$$
(9.5)

3. W zależności od strefy, w której znajduje się element, przyjmujemy współczynnik filtracji:

W strefie B:

$$\mathbf{k}^{(n+1)} = \mathbf{k} (\mathbf{p}^{(n)}) = \mathbf{K'k}$$
(9.6a)

W strefie C:

$$\mathbf{k}^{(n+1)} = \mathbf{k}^{(n)} \tag{9.6b}$$

4. Wyliczamy prędkości filtracji element po elemencie w punktach Gaussa, zgodnie z prawem Darcy'ego:

$$\mathbf{V}^{(n)} = -\frac{\mathbf{k}^{(n)}}{\mu} \frac{\partial \mathbf{p}^{(n)}}{\partial \mathbf{x}}$$
(9.7)

5. Proces obliczeń można uznać za zakończony w momencie ustabilizowania się położenia krzywej, w zależności od spełnienia narzuconego kryterium:

$$\frac{\left|\mathbf{p}_{(i)} - \mathbf{p}_{(i-1)}\right|}{\mathbf{p}_{\text{atm.}}} < \varepsilon \tag{9.8}$$

Gdzie:

 $p_{(i)}$ – ciśnienie w iteracji nr i $p_{(i-1)}$ – ciśnienie w iteracji nr i -1 p_{atm} . – ciśnienie atmosferyczne ϵ - założona dokładność.
W standardowym algorytmie poszukiwania krzywej depresji metodą zmiennego współczynnika k, procedura określająca położenie punktu wyjścia krzywej na skarpę i obliczenia wydatku w strefie wysączania, jest bardzo wolno zbieżna. Konieczne jest zastosowanie na etapie przygotowania danych specjalnych elementów w strefie spodziewanego wyjścia krzywej na skarpę (tzw. elementy drenujące). Są to elementy liniowe typu interface o zerowej grubości, przyłożone wzdłuż krawędzi skarpy odpowietrznej. Elementy te charakteryzują się bardzo dużym współczynnikiem filtracji (tj. co najmniej większym o rząd niż przyjęty do zapory) i modelują wypływ wody z ośrodka [*Bakker i Knibbeler, 1990*].

Na rysunkach 9.5 – 9.8 pokazano porównanie wyników uzyskanych z pomocą poszczególnych metod poszukiwania krzywej depresji w zaporze ziemnej. Metoda zmiennej siatki jest prezentowana na rys. 9.5 i 9.6. Rys 9.5 przedstawia siatkę elementów po przeprowadzeniu procedury obliczeń metodą zmiennej siaki. Uzyskany rozkład ciśnienia w formie izolinii kreślonych co 5 kPa na tle konturu obszaru przedstawiono na rys 9.6. Zerową izolinię ciśnienia stanowi górna krawędź analizowanego obszaru.



Rys 9.5 Siatka elementów po przeprowadzeniu procedury obliczeń metodą zmiennej siaki



Rys 9.6 Rozkład ciśnienia w formie izolinii kreślonych co 5 kPa

Na rys 9.7 zaprezentowano siatkę elementów wykorzystaną do obliczeń metodą zmiennego współczynnika filtracji. Uzyskany rozkład ciśnienia w analizowanym obszarze w formie izolinii kreślonych co 5 kPa na tle konturu budowli przedstawiono na rys. 9.8. Jak wyraźnie widać na rysunkach 9.6 i 9.8 stosując inne metody obliczeń otrzymano analogiczny rozkład ciśnienia w analizowanym obszarze.



Rys. 9.7 Siatka elementów wykorzystaną do obliczeń metodą zmiennego współczynnika filtracji



Rys. 9.8 Rozkład ciśnienia w analizowanym obszarze w formie izolinii kreślonych co 5 kPa

Na tej podstawie przyjęto poprawność opracowanego algorytmu poszukiwania krzywej depresji. W dalszych obliczeniach do określania położenia swobodnego zwierciadła cieczy została wykorzystana metoda zmiennego współczynnika filtracji.

Analogiczna metoda modyfikacji współczynnika filtracji odbywa się przy obliczeniach z uwzględnieniem strefy nienasyconej. Oczywiście na za pomocą innych zależności wyznaczonych na podstawie parametrów ośrodka dla strefy nienasyconej [*Van Genuchten, 1979*]. Metoda ta jest szczegółowo opisana w pracy [*Świątek, 1998*] z podaniem całego zakresu wykorzystanej literatury. Parametry wykorzystywane do modelowania strefy nienasyconej są trudno wyznaczalne i bardzo często korzysta się ze sformułowań empirycznych.

9.2. Symulacja pracy szkieletu gruntowego z wykorzystaniem modelu stanu krytycznego

Podczas rozwiązania problemu sprzężonego w trakcie rozwiązania zadania filtracji określane są strefy narażone na sufozję a następnie w trakcie analizy sprężysto-plastycznej modelowany jest wpływ erozji wewnętrznej na wytrzymałość ośrodka. Do rozwiązania obydwu zadań stosuje się tą samą siatkę elementów i w każdym kroku czasowym obliczenia odbywają się według algorytmu:

- 1. Rozwiązanie problemu filtracji.
 - a) określenie położenia krzywej depresji. W pierwszym kroku obliczeń przy zadanym początkowym współczynniku filtracji k₀ dla wszystkich elementów. W kolejnych krokach obliczeń wartość współczynnika filtracji jest modyfikowana na podstawie zmian porowatości w poszczególnych elementach ośrodka.
 - b) obliczenie rozkładu gradientów ciśnienia w analizowanym ośrodku.
 - c) lokalizacja elementów, w których został przekroczony gradient dopuszczalny i zostało spełnione kryterium zakładające możliwość modyfikacji porowatości.
 - d) zmiana porowatości w określonych elementach w zależności od wartości gradientu ciśnienia (mieszczącej się pomiędzy wartością dopuszczalną a wartością krytyczną).
 - e) wyliczenie wskaźników porowatości dla każdego elementu do wykorzystania przy analizie sprężysto-plastycznej.
- 2. Analiza sprężysto-plastyczna.
 - a) wczytanie wskaźników porowatości z rozwiązania problemy filtracji dla poszczególnych elementów
 - b) wyznaczenie początkowych wielkości powierzchni modelu Modified Cam-clay
 - c) rozwiązanie sprężysto plastycznego problemu, wyliczenie przemieszczeń i naprężeń w analizowanym obszarze
 - e) modyfikacja wielkości powierzchni plastyczności modelu Modified Cam-clay, oraz wartości wskaźnika porowatości na podstawie aktualnego stanu naprężenia
 - f) przeliczenie wskaźników porowatości na porowatość do wykorzystania w kolejnym kroku analizy filtracji.

Powyższy algorytm został oprogramowany w HYDRO-GEO pakiecie programów metody elementów skończonych dla geotechniki, hydrotechniki i inżynierii środowiska. Za pomocą zwartego w nim oprogramowania przygotowano dane, wykonano obliczenia i prezentacje wyników numerycznego modelowania problemu sufozji.

10. Przykład numerycznego modelowania sufozji

Do przykładowej analizy rzeczywistego obiektu na którym wystąpiło zjawisko sufozji wykorzystano przypadek konstrukcji zniszczonej w 1964 r. Przyczyną awarii była destrukcyjna działalność filtrującej wody [*Broś, 1984*]. Na podstawie danych archiwalnych przyjęto geometrię obiektu. Parametry materiałowe do rozwiązania problemu filtracji i analizy sprężysto - plastycznej z wykorzystaniem modelu Modified Cam-clay przyjęto na podstawie literatury [*Wood, 1990*] i przedstawiono w tabeli 10.1. W tabeli znajdują się początkowe wartości współczynników filtracji. W trakcie obliczeń ulegały one modyfikacji na podstawie lokalnych zmian porowatości ośrodka.

Tabela 10.1. Parametry materiałowe

γ	k _x	k _y	λ	κ	ν	М	e _{cr}
[kN/m ³]	[m/s]	[m/s]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]
20,0	0,0001	0,0001	0,125	0,056	0,3	1,2	1,1

10.1 Opis obiektu, obliczenia wstępne i założenia symulacji

Zbiornik osadowy elektrowni Skawina wzniesiony został bezpośrednio w pobliżu kanału żeglugowego dolnego stanowiska śluzy w Borku Szlacheckim, na podłożu wielowarstwowym. Bezpośrednio pod obwałowaniem zalegała nieprzepuszczalna warstwa glin rzecznych z wkładkami z torfów i namułów o miąższości około 3,5 m. Poniżej znajdowała się pięciometrowa warstwa piasków i żwirów. Głębiej zalegały iły mioceńskie. Woda nadosadowa wewnątrz składowiska stykała się bezpośrednio ze skarpą obwałowania. Wał pierwszego etapu wykonano z wypadów paleniskowych na warstwie glin bez drenażu (filtru odwrotnego) tak, że na nieprzepuszczalnym podłożu wystąpiły wysiąki w poziomie podstawy obwałowania. Spowodowało to wysączenia w rejonie skarpy odpowietrznej i wypłukiwanie drobnych cząstek popiołu przy gradiencie i = 0,3 [*Broś, 1984*]. Po obfitych deszczach nastąpiło przebicie hydrauliczne obwałowania o wysokości 5,6 m na długości około 30 m, a popioły zostały wyniesione wraz z wodą nadosadową do kanału żeglugowego rys 10.1.



Rys. 10.1. Przekrój przez obwałowanie w miejscu awarii: 1 - obwałowanie z zagęszczonych popiołów, 2 - rurowa strefa luźnych popiołów, 3 – składowane popioły, 4 - gliny rzeczne z torfami, 5 - piaski i żwiry, 6 – iły mioceńskie, 7 – woda nadosadowa, 8 – kanał żeglugowy [*Broś, 1984*].

Jako przyczynę awarii przyjęto przebicie hydrauliczne obwałowania w strefie rozrzedzonych popiołów. Pod wpływem filtracji w warstwie o małej odporności hydraulicznej następuje wymywanie (sufozja mechaniczna) cząstek gruntu, a tym samym jego stopniowe rozluźnienie. W opracowaniu [*Chaciński i inni, 1993*] przyjęto założenie, że zjawiska te spowodowały powstanie rurowej strefy luźnych popiołów w poprzek obwałowania. Wydzielono strefę materiałową o osłabionych parametrach – uprzywilejowaną drogę filtracji rys 10.2. Przy przekroczeniu granicznego gradientu postępowała degradacja struktury gruntu powodując w końcowym efekcie przebicie hydrauliczne.



Rys. 10.2. Schemat stref materiałowych na tle siatki elementów wykorzystany w opracowaniu [*Chaciński i inni, 1993*]. Numeracja stref materiałowych zgodna z opisem materiałów na rys. 10.1.

W analizowanym przykładzie przyjęto założenie, że obwałowanie jest zbudowane z jednorodnej warstwy popiołów bez różnicowania stref materiałowych obwałowania. Oznacza to, że w obwałowaniu nie występuje warstwa rozrzedzonego co za tym idzie osłabionego popiołu. Przeprowadzono obliczenia stateczności skarpy zarówno za pomocą metody redukcji c-\$\phi\$ wykorzystując program HYDRO-GEO [Dłużewski i inni, 2000] jaki i metod paskowych wykorzystując program SKARPA [Bartkiewicz i Stasierski, 1999]. Wyniki obliczeń wskazują na stateczność takiego obwałowania. Schemat stref materiałowych wykorzystanych do metody redukcji c-\$\phi\$ przedstawiono na rys. 10.3.



Rys. 10.3. Schemat stref materiałowych na tle siatki elementów wykorzystany w obliczeniach stateczności obwałowania za pomocą metody redukcji c-φ: 1 - zagęszczone popioły, 2 – zagęszczone popioły pod wodą, 3 – składowane popioły, 4 - gliny rzeczne z torfami, 5 - piaski i żwiry

Parametry materiałowe przyjęte do obliczeń stateczności przedstawiono w tabeli 10.2. Wartość kata tarcia wewnętrznego "odzyskano" z nachylenia linii stanu krytycznego – parametru M zamieszczonego w tabeli 10.1

Tabela 10.2. Parametr	y materiałowe do	o obliczeń	stateczności	metodą	redukcji o	c-φ
-----------------------	------------------	------------	--------------	--------	------------	-----

Lp	Materiał	γ	Е	ν	С	¢
		[kN/m ³]	[kPa]	[-]	[kPa]	[⁰]
1	Wbudowany popiół	14	10 000	0,35	3	30
2	Wbudowany popiół pod wodą	14-10=4	10 000	0,35	3	30
3	Składowany popiół pod wodą	11-10=1	7 000	0,35	0	19
4	glina z wkładkami torfów	18	5 000	0,4	20	7
5	Piaski i żwiry	20	100 000	0,25	0	33

Wyniki obliczeń za pomocą metody redukcji c-φ zaprezentowano na rys: 10.4 –10.11. Schemat siatki z zaznaczonymi punktami węzłowymi jest przedstawiony na rys. 10.4. Model jest zbudowany z 921 elementów i zawiera 1946 węzłów.



Rys. 10.4. Schemat siatki elementów skończonych z zaznaczonymi punktami węzłowymi

Wyniki odtworzenia budowy obiektu jako przyłożenie obciążeń wynikających z ciężarów poszczególnych materiałów – zaprezentowano na rys. 10.5 w formie deformacji oraz na rys. 10.6 w formie izolinii przemieszczeń pionowych kreślonych co 1 cm. Obraz deformacji przedstawiony na rys. 10.5 jest przeskalowany w celu lepszej prezentacji. Maksymalne osiadania obiektu wynoszą 0,039 m.



Rys 10.5. Schemat deformacji budowli wywołanej przyłożeniem obciążeń wynikających z ciężaru materiałów



Rys 10.6. Przemieszczenia pionowe budowli wywołane przyłożeniem obciążeń wynikających z ciężaru materiałów, w formie izolinii kreślonych co 1 cm

Punkty plastyczne w których wystąpiło przekroczenie warunku plastyczności Culomba-Mohra w trakcie odtwarzania wznoszenia budowli, przedstawiono na rys. 10.7. Wszystkie punkty w czasie procesu iteracyjnego wróciły do zakresu sprężystego z tolerancją 0,1 kPa.



Rys 10.7. Punkty w których w trakcie obliczeń wystąpiło przekroczenie warunku plastyczności Culomba-Mohra. Wszystkie punkty w czasie procesu iteracyjnego wróciły do zakresu sprężystego z tolerancją 0,1 kPa Deformację obiektu w momencie inicjacji zniszczenia, po przeprowadzeniu procedury

redukcji c-φ przedstawiono na rys. 10.8.



Rys. 10.8 Wynik obliczeń za pomocą metody redukcji c-φ. Deformacja obiektu w momencie inicjacji zniszczenia

Na rys. 10.9 zaprezentowano przemieszczenia całkowite po przeprowadzeniu procedury redukcji c-φ w formie izolinii. Zagęszczenia izolinii przemieszczeń pokazują obraz spodziewanej powierzchni poślizgu.



Rys 10.9. Wynik obliczeń za pomocą metody redukcji c-φ. Obraz spodziewanej powierzchni poślizgu w formie izolinii przemieszczeń całkowitych

Wszystkie punkty plastyczne w których wystąpiło przekroczenie warunku plastyczności Culomba-Mohra w trakcie procedury redukcji c- φ , w czasie procesu iteracyjnego wróciły do zakresu sprężystego z tolerancją 0,1 kPa. Na rys. 10.10 przedstawiono punkty w których w trakcie obliczeń wystąpiło przekroczenie warunku plastyczności Culomba-Mohra i które jako ostatnie w czasie procesu iteracyjnego wróciły do zakresu sprężystego z tolerancją 0,1 kPa. W tych punktach należy oczekiwać inicjacji procesu zniszczenia. Na podstawie obliczeń z wykorzystaniem procedury c- φ redukcji otrzymano wartość współczynnika stateczności F = 1.17.



Rys. 10.10 Wynik obliczeń otrzymane za pomocą metody redukcji c-φ. Punkty w których w trakcie obliczeń wystąpiło przekroczenie warunku plastyczności Culomba-Mohra i które jako ostatnie w czasie procesu iteracyjnego wróciły do zakresu sprężystego z tolerancją 0,1 kPa.

Obliczenia porównawcze wykonano metodami: szwedzką (Felleniusa), uproszczoną metodą Bishopa i metodą Morgensterna-Price'a. Schemat obliczeniowy przyjęty do obliczeń, wiernie odpowiada schematowi przyjętemu w przykładzie zastosowanym w MES dla procedury redukcji c- ϕ . Ze względu na wymagania programu realizującego obliczenia metodami pasków, konieczne było odwrócenie kierunku poziomej osi układu odniesienia. Geometrię przekroju obliczeniowego, wraz z podziałem na warstwy, przedstawia rys. 10.11. Parametry geotechniczne poszczególnych warstw przedstawia Tablica 10.3. Wszystkie obliczenia prowadzono w warunkach naprężeń efektywnych.

W celu precyzyjnego określenia wartości współczynnika stateczności przekroju i potencjalnej strefy poślizgu, obliczenia wykonano w dwóch etapach. W etapie pierwszym wykonano cięcie ok. 2000 kołowych powierzchni poślizgu, wyprowadzonych ze środków rozmieszczonych na siatce o skoku 0,5 m, zlokalizowanej nad skarpą odpowietrzną przekroju i promieniach o długości od 1 do 30 m ze skokiem 0,5 m.

Wstępna analiza pozwoliła stwierdzić, że w analizowanym przekroju uaktywnia się jedna strefa lokalnego minimum wartości współczynnika stateczności, zlokalizowana w skarpie odpowietrznej najwyższej warstwy obwałowania. Wyniki obliczeń dla pierwszego etapu analizy przedstawiono w Tablicy 10.4.

Nr warstwy	γ	$\gamma_{ m \acute{s}r}$	φ'	c'
[-]	[kN/m ³]	$[kN/m^3]$	[°]	[kPa]
1	-	11,0	19	0,0
2	14,0	14,0	30	3,0
3	18,0	-	20	7,0
4	20,0	-	33	0,0
5	20,0	22,0	33	0,0

Tablica 10.3. Parametry geotechniczne gruntów przekroju obliczeniowego - etap I



Rys.10.11. Schemat do obliczeń metodami pasków – etap pierwszy

Metoda obliczeń	Х	Y	R	F	Nr powierzchni
	[m]	[m]	[m]	[-]	na rys.10.11
Szwedzka Felleniusa – standardowa	28,50	13,00	5,00	1,218	1
Szwedzka Felleniusa – zmodyfikowana	28,00	14,50	6,50	1,211	2
Uproszczona Bishopa – standardowa	28,50	15,50	7,50	1,311	3
Uproszczona Bishopa – zmodyfikowana	28,50	14,00	6,00	1,236	4
Morgensterna-Price'a	28,50	14,00	6,00	1,176	4

Tablica 10.4.	Wyniki	obliczeń	dla	pierwszego	etapu	analizy
						/

W etapie drugim schemat obliczeniowy ograniczono do dwóch warstw gruntów – najwyższej warstwy nasypu, w której stwierdzono lokalne minimum wartości współczynnika stateczności i warstwy leżącej bezpośrednio pod nią. Geometrię schematu obliczeniowego przedstawia rys. 10.12, a parametry geotechniczne warstw gruntów – Tablica 10.5.

Tym razem powierzchnie poślizgu prowadzono ze skokiem równym 10 cm dla osi poziomej i pionowej prostokąta środków obrotu oraz promieni powierzchni poślizgu (co oznacza pięciokrotne zagęszczenie cięcia w każdym kierunku).

Nr warstwy	γ	$\gamma_{ m \acute{s}r}$	φ'	c'
	[kN/m ³]	[kN/m ³]	[°]	[kPa]
1	14,0	14,0	30	3,0
2	18,0	-	20	7,0

Tablica 10.5. Parametry geotechniczne gruntów przekroju obliczeniowego – etap II



Rys.10.12. Schemat do obliczeń metodami pasków - etap drugi

Wyniki obliczeń dla drugiego etapu analizy przedstawiono w Tablicy 10.6. Otrzymane wyniki świadczą o stateczności obwałowania. Otrzymane wartości współczynnika stateczności mieszczą się w granicach wymaganych dla trzej klasy składowisk i są zbliżone do wartości otrzymanej za pomocą metody redukcji c- ϕ (F=1.17).

Metoda obliczeń	Х	Y	R	F	Nr powierzchni
	[m]	[m]	[m]	[-]	na rys.10.12
Szwedzka Felleniusa - standardowa	28,30	12,90	5,00	1,189	1
Szwedzka Felleniusa – zmodyfikowana	28,50	13,10	5,20	1,179	2
Uproszczona Bishopa - standardowa	28,60	15,60	7,70	1,301	3
Uproszczona Bishopa – zmodyfikowana	28,70	13,40	5,50	1,219	4
Morgensterna-Price'a	28,50	13,10	5,20	1,138	2

Tablica 10.6. Wyniki obliczeń dla drugiego etapu analizy

Dodatkowym wnioskiem, który można wyciągnąć na podstawie położenia powierzchni utraty stateczności jest stwierdzenie, że zniszczeniu ulega wyłącznie obwałowanie bez warstw podłoża. Dlatego do dalszych obliczeń wykonano wyłącznie model obwałowania bez warstw zalegających w podłożu.

Następnie modelowano proces sufozji mechanicznej. Rozwiązując zadanie filtracji poszukiwano stref koncentracji gradientów hydraulicznych. W następnym kroku przeprowadzona była analiza położenia strefy wewnątrz korpusu i na tej podstawie według kryterium omówionego w rozdziale 8 i prezentowanego w pracy [*Dłużewski i Popielski, 1999*] zmieniano wartości porowatości ośrodka. Każde rozwiązanie zadania filtracji wraz z lokalizacją obszarów rozluźnionego gruntu (określanego zmianą wskaźników porowatości) było punktem startu do analizy wytrzymałościowej obwałowania z wykorzystaniem modelu gruntu wrażliwego na zmiany wskaźnika porowatości ośrodka.

10.2. Model numeryczny obwałowania w Skawinie

Do symulacji numerycznej zjawiska sufozji przyjęto jedynie model korpusu obwałowania, bez uwzględniania głębiej zalegających warstw wykorzystując, następujące założenia:

- obwałowanie zostało wybudowane na warstwie nieprzepuszczalnej proces filtracji odbywa się wyłącznie w jego korpusie,
- powierzchnie poślizgu (przy analizie stateczności) obliczone w rozdziale 10.1 zlokalizowane są wyłącznie w obwałowaniu.

Do generacji siatki posłużono się narzędziami zawartymi w pakiecie HYDRO-GEO. Alternatywnie wykorzystywano dwie metody. Pierwsza polegała na wykorzystaniu istniejącej dokumentacji. Rysunek przekroju przez obwałowanie wykonany na papierze został zdygitalizowany do programu ACAD. Następnie rysunek został zapisany w formacie .IGS, z którego za pomocą programu zawartego w pakiecie, została wykonana konwersja do formatu wykorzystywanego przez generator siatek. Na podstawie przygotowanego obrysu stref materiałowych została wygenerowana siatka elementów. Następnie za pomocą kolejnego programu pliki zawierające geometrię przekroju zostały uzupełnione o pozostałe dane wymagane przez moduł liczacy takie jak parametry materiałowe, warunki brzegowe, obciążenia. Druga metoda polegała na określeniu jedynie współrzędnych charakterystycznych punktów konstrukcji. Na ich podstawie zdefiniowano wierzchołki obwiedni stref materiałowych. Następnie wykonano całą procedurę przygotowania danych do generacji siatki elementów za pomocą interaktywnego preprocesora przygotowania danych. Po wykonaniu generacji analogicznie jak w pierwszej metodzie przygotowano zbiory do obliczeń. Rysunek siatki elementów skończonych z zaznaczonymi punktami węzłowymi oraz z punktami Gaussa przedstawiono na rys. 10.13. Do obliczeń numerycznych zastosowano izoparametryczne trójkątne elementy sześciowęzłowe o funkcjach kształtu stopnia drugiego.



Rys. 10.13. Schemat siatki elementów z zaznaczonymi węzłami i punktami Gaussa

W pliku do obliczeń filtracji uwzględniono istnienie na powierzchni skarpy odpowietrznej specjalnych elementów kontaktowych. Wykorzystywane są one do modelowania warstwy drenującej. Schemat siatki elementów skończonych z zaznaczonymi elementami typu interface przedstawiono na rys. 10.14. Zadaniem warstwy drenującej jest zapewnienie swobodnego wypływu wody z modelu w przypadku wystąpienia "strefy wysączania". Taki układ warstw materiału jest wymagany przy stosowaniu algorytmu poszukiwania krzywej depresji za pomocą zmiennego współczynnika filtracji [*Bakker i Knibbeler, 1990*].



Rys. 10.14. Schemat siatki elementów z zaznaczonymi elementami kontaktowymi i wymiarami obszaru

Analizę zjawiska sufozji przeprowadzono według algorytmu opisanego w rozdziale 9. Jako obciążenie w analizie filtracji przyjęto ciśnienie wynikające z położenia zwierciadła wody na terenie składowiska. Rozwiązanie problemu filtracji wykonano w dwóch wariantach. W wariancie pierwszym dopuszczono możliwość zmiany porowatości ośrodka niezależnie od strefy w której znajdował się analizowany element – wystarczyło wyłącznie spełnienie kryterium. W wariancie drugim narzucono dodatkowy warunek dotyczący położenia względem skarpy odpowietrznej. Proces obliczeń podzielono na kilka etapów. Założono, że w poszczególnych etapach obliczeń zjawiska sufozyjne mogą wystąpić w ograniczonej strefie. Najbardziej narażone na zjawisko sufozji są obszary położone bezpośrednio przy skarpie odpowietrzej obwałowania, poniżej zwierciadła krzywej depresji. Dlatego w tych miejscach było spodziewane wystąpienie zjawisk sufozyjnych. Założono, że w kolejnych wariantach obliczeń zjawisko będzie mogło zachodzić coraz głębiej. Dopuszczano możliwość przemieszczania się zjawiska do wewnątrz obwałowania w kierunku zgodnym z kierunkiem filtracji o zwrocie przeciwnym Wprowadzono pojęcie "zasięgu zjawiska" określające odległość od skarpy odpowietrznej i sukcesywnie je zwiększano w trakcie obliczeń. Każde rozwiązanie zadania filtracji, pozwalało na lokalizację położenia krzywej depresji oraz strefy

materiału o osłabionych parametrach. Obciążenie w każdym kroku analizy sprężysto plastycznej wynikało z ciężaru materiału oraz ciśnienia spływowego wynikającego z aktualnego położenia krzywej depresji.

10.3. Obliczenia i prezentacja wyników

5

6

5,0

6,0

Obliczenia przeprowadzono za pomocą rozbudowanego modułu liczącego zawartego w pakiecie HYDRO-GEO [*Dłużewski, 1997*]. Zastosowano algorytm poszukiwania krzywej depresji metodą zmiennego współczynnika filtracji. Założono dopuszczalny globalny błąd ciśnienia ɛ, określony spełnieniem kryterium (9.8), o wartości 0,05. Założono maksymalnie 35 iteracji do osiągnięcia rozwiązania zadania filtracji. Dla wszystkich przypadków obliczeń osiągnięto zbieżność procesu pomiędzy 7 a 25 iteracją. Po uzyskaniu rozwiązania i określeniu zmiany wskaźnika porowatości przeprowadzono sprężysto plastyczną analizę wytrzymałości ośrodka gruntowego. Wyniki zaprezentowano w tabelach 10.7 i 10.8 oraz w formie rysunków wykonanych z pomocą postprocesora zawartego w pakiecie.

Krok	Maksymalne przemieszczenie [cm]	Ilość punktów plastycznych [%]
1	10,9	12,3
2	12,7	24,5
3	15,4	28,2

Tabela 10.7 Wyniki obliczeń wg wariantu I

	•	e	
Krok	Zasięg zjawiska [m]	Maksymalne przemieszczenie [cm]	Ilość punktów plastycznych [%]
1	1,0	5,62	4,1
2	2,0	6,91	6,2
3	3,0	8,02	9,0
4	4,0	10,30	12,4

12,50

14,80

14,9

16,2

Tabela 10.8 Wyniki obliczeń wg wariantu II

Ze względu na ograniczoną objętość pracy przedstawiono tylko wybrane wyniki dla poszczególnych wariantów symulacji. Wyniki analizy problemu sufozji dla wariantu I zaprezentowano na rysunkach 10.15 – 10.26. Wyniki zgrupowano dla poszczególnych kroków analizy. Na rys. 10.15, 10.19, 10.23 przedstawiono ciśnienia w analizowanym obszarze w formie izolinii kreślonych co 5 kPa. Na kolejnych rysunkach widać zmianę położenia krzywej depresji, spowodowaną lokalną zmianą współczynnika filtracji. Na rys 10.16, 10.20, 10.24 przedstawiono rozkład wskaźnika porowatości w analizowanym obszarze w formie przekrojów – widać na nich pogłębiająca się strefę zwiększonego wskaźnika porowatości na skutek występowania zjawiska erozji wewnętrznej. Izolinie przemieszczeń poziomych co 0.01 m przedstawiono na rys. 10.17, 10.21, 10.25 – kolejne rysunki obrazują zwiększenie się wartości przemieszczenia i zagęszczenie izolinii w strefie koncentracji zjawiska sufozji. Punkty plastyczne pokazane są na rys. 10.18, 10.22, 10.26. Przedstawiają powiększającą się strefę w której jest wyczerpana nośność materiału.

Wyniki analizy problemu sufozji dla wariantu II zaprezentowano na rysunkach 10.27 -10.50. Rysunki przedstawiają wyniki rozwiązania problemu filtracji i analizy sprężystoplastycznej dla wariantu z uwzględnieniem zasięgu zjawiska sufozji. Wyniki analogicznie jak dla wariantu I, zgrupowano dla poszczególnych kroków analizy. Na rys. 10.27, 10.31, 10.35, 10.39, 10.43, 10.47 przedstawiono ciśnienia w analizowanym obszarze w formie izolinii kreślonych co 5 kPa. Na kolejnych rysunkach widać zmianę położenia krzywej depresji, spowodowaną lokalną zmianą współczynnika filtracji. Na rys 10.28, 10.32, 10.36, 10.40, 10.44, 10.48 przedstawiono rozkład wskaźnika porowatości w analizowanym obszarze w formie przekrojów – widać na nich pogłębiająca się strefę zwiększonego wskaźnika porowatości na skutek występowania zjawiska erozji wewnętrznej. Wyraźnie widać działanie ograniczenia rozwoju strefy zmian wskaźnika porowatości, jakim jest uwzględnieniem zasiegu zjawiska sufozji. Izolinie przemieszczeń poziomych co 0.01 m przedstawiono na rys. 10.29, 10.33, 10.37, 10.41, 10.45, 10.49 – kolejne rysunki obrazują zwiększenie się wartości przemieszczenia i zagęszczenie izolinii w strefie koncentracji zjawiska sufozji. Punkty plastyczne pokazane są na rys. 10.30, 10.34, 10.38, 10.42, 10.46, 10.50. Przedstawiają powiększającą się strefę w której jest wyczerpana nośność materiału. Ułożenie punktów jest analogiczne do położenia rurowej strefy luźnych popiołów z rys. 10.1 która według [Broś, 1984] była wynikiem działania zjawiska sufozji. W celu przejrzystej prezentacji rozwoju zjawiska wykonano zbiorcze rysunki wyników analiz według wariantu II. Na rysunku 10.51 zaprezentowano wyniki rozwiązania problemu filtracji, a na rysunku 10.52 analizy sprężysto – plastycznej w poszczególnych krokach obliczeń.



Rys. 10.15 Wariant I. Krok 1. FILTRACJA. Rozkład ciśnienia w analizowanym obszarze w formie izolinii kreślonych co 5 kPa



Rys. 10.16 Wariant I Krok 1. FILTRACJA. Rozkład wskaźnika porowatości w analizowanym obszarze w formie przekrojów



Rys. 10.17 Wariant I. Krok 1. ANALIZA SPRĘŻYSTO PLASTYCZNA. Przemieszczenia w kierunku poziomym w formie izolinii kreślonych co 0,01 m



Rys. 10.18 Wariant I. Krok 1. ANALIZA SPRĘŻYSTO PLASTYCZNA. Punkty plastyczne



Rys. 10.19 Wariant I. Krok 2. FILTRACJA. Rozkład ciśnienia w analizowanym obszarze w formie izolinii kreślonych co 5 kPa



Rys. 10.20 Wariant I. Krok 2. FILTRACJA. Rozkład wskaźnika porowatości w analizowanym obszarze w formie przekrojów



Rys. 10.21 Wariant I. Krok 2. ANALIZA SPRĘŻYSTO PLASTYCZNA. Przemieszczenia w kierunku poziomym w formie izolinii kreślonych co 0,01 m



Rys. 10.22 Wariant I. Krok 2. ANALIZA SPRĘŻYSTO PLASTYCZNA. Punkty plastyczne



Rys. 10.23 Wariant I. Krok 3. FILTRACJA. Rozkład ciśnienia w analizowanym obszarze w formie izolinii kreślonych co 5 kPa



Rys. 10.24 Wariant I. Krok 3. FILTRACJA. Rozkład wskaźnika porowatości w analizowanym obszarze w formie przekrojów



Rys. 10.25 Wariant I. Krok 3. ANALIZA SPRĘŻYSTO PLASTYCZNA. Przemieszczenia w kierunku poziomym w formie izolinii kreślonych co 0,01 m



Rys. 10.26 Wariant I. Krok 3. ANALIZA SPRĘŻYSTO PLASTYCZNA. Punkty plastyczne



Rys. 10.27 Wariant II. Krok 1. FILTRACJA. Rozkład ciśnienia w analizowanym obszarze w formie izolinii kreślonych co 5 kPa



Rys. 10.28 Wariant II. Krok 1. FILTRACJA. Rozkład wskaźnika porowatości w analizowanym obszarze w formie przekrojów



Rys. 10.29 Wariant II. Krok 1. ANALIZA SPRĘŻYSTO PLASTYCZNA. Przemieszczenia w kierunku poziomym w formie izolinii kreślonych co 0,01 m



Rys. 10.30 Wariant II. Krok 1. ANALIZA SPRĘŻYSTO PLASTYCZNA. Punkty plastyczne



Rys. 10.31 Wariant II. Krok 2. FILTRACJA. Rozkład ciśnienia w analizowanym obszarze w formie izolinii kreślonych co 5 kPa



Rys. 10.32 Wariant II. Krok 2. FILTRACJA. Rozkład wskaźnika porowatości w analizowanym obszarze w formie przekrojów



Rys. 10.33 Wariant II. Krok 2. ANALIZA SPRĘŻYSTO PLASTYCZNA. Przemieszczenia w kierunku poziomym w formie izolinii kreślonych co 0,01 m



Rys. 10.34 Wariant II. Krok 2. ANALIZA SPRĘŻYSTO PLASTYCZNA. Punkty plastyczne



Rys. 10.35 Wariant II. Krok 3. FILTRACJA. Rozkład ciśnienia w analizowanym obszarze w formie izolinii kreślonych co 5 kPa



Rys. 10.36 Wariant II. Krok 3. FILTRACJA. Rozkład wskaźnika porowatości w analizowanym obszarze w formie przekrojów



Rys. 10.37 Wariant II. Krok 3. ANALIZA SPRĘŻYSTO PLASTYCZNA. Przemieszczenia w kierunku poziomym w formie izolinii kreślonych co 0,01 m



Rys. 10.38 Wariant II. Krok 3. ANALIZA SPRĘŻYSTO PLASTYCZNA. Punkty plastyczne



Rys. 10.39 Wariant II. Krok 4. FILTRACJA. Rozkład ciśnienia w analizowanym obszarze w formie izolinii kreślonych co 5 kPa



Rys. 10.40 Wariant II. Krok 4. FILTRACJA Rozkład wskaźnika porowatości w analizowanym obszarze w formie przekrojów



Rys. 10.41 Wariant II. Krok 4. ANALIZA SPRĘŻYSTO PLASTYCZNA. Przemieszczenia w kierunku poziomym w formie izolinii kreślonych co 0,01 m



Rys. 10.42 Wariant II. Krok 4. ANALIZA SPRĘŻYSTO PLASTYCZNA. Punkty plastyczne



Rys. 10.43 Wariant II. Krok 5. FILTRACJA. Rozkład ciśnienia w analizowanym obszarze w formie izolinii kreślonych co 5 kPa



Rys. 10.44 Wariant II. Krok 5. FILTRACJA. Rozkład wskaźnika porowatości w analizowanym obszarze w formie przekrojów



Rys. 10.45 Wariant II. Krok 5. ANALIZA SPRĘŻYSTO PLASTYCZNA. Przemieszczenia w kierunku poziomym w formie izolinii kreślonych co 0,01 m



Rys. 10.46 Wariant II. Krok 5. ANALIZA SPRĘŻYSTO PLASTYCZNA. Punkty plastyczne



Rys. 10.47 Wariant II. Krok 6. FILTRACJA. Rozkład ciśnienia w analizowanym obszarze w formie izolinii kreślonych co 5 kPa



Rys. 10.48 Wariant II. Krok 6. FILTRACJA Rozkład wskaźnika porowatości w analizowanym obszarze w formie przekrojów



Rys. 10.49 Wariant II. Krok 6. ANALIZA SPRĘŻYSTO PLASTYCZNA. Przemieszczenia w kierunku poziomym w formie izolinii kreślonych co 0,01 m



Rys. 10.50 Wariant II. Krok 6. ANALIZA SPRĘŻYSTO PLASTYCZNA. Punkty plastyczne



Rys. 10.51. Wariant II. Zestawienie wyników rozwiązania problemu filtracji w poszczególnych krokach obliczeń

10. Przykład numerycznego modelowania sufozji Krok 1 Krok 1 Krok 2 Krok 2 e sant i Krok 3 Krok 3 Krok 4 Krok 4 a friede de Krok 5 Krok 5 and the sector Krok 6 Krok 6





Rys. 10.52. Wariant II. Zestawienie wyników rozwiązania analizy sprężysto - plastycznej w poszczególnych krokach obliczeń

11. Wnioski

Analiza teoretyczna, przeprowadzone doświadczenia i testy numeryczne pozwalają na wyciągnięcie następujących wniosków:

- Opracowany model zjawiska sufozji daje możliwość analizy efektu zmiany porowatości ośrodka pod wpływem filtrującej wody. Zaproponowane sformułowanie umożliwia rozwiązanie problemu filtracji i sprężysto - plastycznej analizy wytrzymałości budowli, przyjmując porowatość jako parametr wiodący i decydujący o rozwoju zjawiska erozji wewnętrznej.
- Opracowana metoda opisu zmian porowatości daje możliwości wyznaczenia aktualnych parametrów ośrodka w zależności od strefy gruntu i na podstawie wartości działającego gradientu ciśnienia wody.
- Stosowana metoda pozwala na lokalizację stref sufozyjnych w trakcie rozwiązywania zadania filtracji.
- Laboratoryjne badania sufozji są bardzo trudne z uwagi na konieczność prowadzenia czasochłonnych obserwacji, efekt skali i masowy charakter zjawiska.
- Dla każdego gruntu istnieje gradient krytyczny który powoduje jego zniszczenie.
- Zaproponowane sformułowanie uwzględnienia zasięgu wypłukiwania drobnych cząstek, pozwala na sterowanie rozprzestrzenianiem się sufozji w poszczególnych etapach symulacji. Ma to szczególne znaczenie przy modelowaniu sufozji zewnętrznej.
- Zjawisko sufozji mechanicznej możne być skutecznie modelowane za pomocą zmodyfikowanego modelu Cam-clay. Sprężysto plastyczna praca szkieletu gruntowego jest analizowana równocześnie z problemem przepływu, przy wykorzystaniu zjawisk opisujących zmianę wskaźnika porowatości w zależności od wartości gradientu ciśnienia charakterystycznego dla danego rodzaju gruntu.

- Zmiana w definiowaniu początkowej powierzchni plastyczności w MCC daje możliwość uwzględnienia lokalnych zmian wskaźnika porowatości w modelowanym obszarze budowli.
- Zaproponowany opis zjawiska sufozji pozwolił na odwzorowanie awarii która wystąpiła w istniejącym obiekcie, a uzyskane wyniki są analogiczne do tych które zaobserwowano w naturze.
- Metoda elementów skończonych daje możliwość rozwiązywania zagadnienia początkowo

 brzegowego problemu przepływu wody powodującej wypłukiwanie drobnych cząstek
 gruntu i osłabienia podłoża na skutek erozji wewnętrznej
- Oprogramowane metody poszukiwania krzywej depresji pozwalają na analizę zjawiska filtracji przy założeniu istnienia wyłącznie strefy nasyconej (saturacji) i nienasyconej (aeracji). Wykazują one zbieżność wyników z innymi programami metody elementów skończonych, przez co można je uznać za równie skuteczne i dające poprawne wyniki.
- Do analizy zjawiska sufozji należy wykorzystać metodę poszukiwania krzywej filtracji nie powodującą zmiany geometrii zdyskretyzowanego obszaru obliczeń.
- Zaimplementowanie opracowanej metody do istniejącego pakietu ukierunkowanego na zagadnienia geotechniki, hydrotechniki i inżynierii środowiska pozwala na wykorzystanie istniejącego sprawdzonego oprogramowania do przygotowania danych oraz prezentacji wyników.
- Analizowany problem wymaga dalszych badań teoretycznych, numerycznych i doświadczalnych. Konieczne są dalsze prace studialne prowadzące do numerycznego modelowana zagadnienia sufozji, określania wpływu zjawiska na poszczególne budowle oraz projektowania zabezpieczeń przeciwdziałających temu zjawisku

12. Kierunki przyszłych badań

Wykonane studia i badania pozwalają na wskazanie kilku kierunków dalszych badań zjawiska sufozji. Można podzielić ja na trzy grupy: teoretyczne, numeryczne i doświadczalne.

W części teoretycznej należałoby uwzględnić przy opisie zagadnienia filtracji istnienie strefy nienasyconej oraz filtracji nieustalonej, przy uwzględnieniu do opisu zmian współczynnika filtracji w strefie nienasyconej zależności podanej w pracy [Van Genuchten, 1979]. Do rozwiązania problemu wytrzymałości należy stosować modele gruntów wrażliwe na zmiany gęstości ośrodka - uwzględniające zmiany porowatości. Modele te powinny opisywać osłabienie materiału ze wzrostem porowatości, a wzmocnienie z jej zmniejszeniem się. Te efekty opisują modele Teorii Stanu Krytycznego (TSK). Wprowadzenie zmiany nachylenia linii stanu krytycznego w trakcie obliczeń, jako wpływ osłabienia parametrów materiału na skutek rozwoju zjawiska sufozji, powinno lepiej uwzględnić wypłukiwanie drobnych cząstek w trakcie procesu sufozji.

W części numerycznej należy oprogramować pełny sprzężony opis zjawiska wyrażony układem równań (7.9) prezentowanym w rozdziale 7. Rozbudowując oprogramowanie uzyskamy zintegrowany opis zjawiska, analogiczny jak w przypadku konsolidacji, umożliwiający automatyczne uwzględnianie zmian położenia krzywej depresji, modyfikację porowatości wpływającej na zmianę parametrów filtracyjnych i opisujących wytrzymałość ośrodka.

W badaniach laboratoryjnych należy wykonać serię eksperymentów, aby wyznaczyć wartości krytycznych i dopuszczalnych gradientów dla poszczególnych gruntów w zależności od ich parametrów i zagęszczenia (porowatości początkowej). Również celowa jest analiza przebiegu zależności opisującej zmiany porowatości w zakresie pomiędzy wartością krytyczną a dopuszczalną gradientu. Należy wziąć pod uwagę możliwość istnienia innego czynnika krytycznego mogącego mieć wpływ na zmianę porowatości ośrodka np. prędkości przepływu.

13. Załącznik A

Sypki, porowaty ośrodek gruntowy jest zbiorowiskiem oddzielnych ziaren i cząstek, między którymi znajdują się pory wypełnione wodą lub powietrzem. Zgodnie z rys. 3.1 można wypisać zależności pomiędzy objętościami poszczególnych faz jak i odpowiadającymi im masami (zakładamy, że masa powietrza jest równa zero).

$$V = V_s + V_w + V_a = V_s + V_p$$

$$m_m = m_s + m_w$$
 (ZA.1)

gdzie:

V – objętość gruntu

V_s – objętość szkieletu gruntowego

Vw-objętość wody

V_a – objętość powietrza

V_p=V_w+V_a – objętość porów

m_m – masa gruntu wilgotnego

- m_s masa gruntu suchego (szkieletu gruntowego)
- m_w masa wody

Gęstością właściwą gruntu ρ_s nazywa się stosunek masy suchego szkieletu gruntowego m_s do jej objętości V_s. Oblicza się ją według wzoru:

$$\rho_{\rm s} = \frac{m_{\rm s}}{V_{\rm s}} \tag{ZA.2}$$

Gęstość właściwą gruntu określa się laboratoryjnie za pomocą piknometru zgodnie z wymaganiami normy PN-88/B-04481. Gęstość właściwa zależy od składu mineralnego gruntu lub skały i wnosi od 1,4 do 3,2 g/cm³. Dla gruntów mineralnych $\rho_s = 2,65 - 2.78$ g/cm³. Średnio przyjmuje się 2,65 g/cm³. Jeżeli gęstość właściwa gruntu wzrasta ponad średnią wartość oznacza to, że w skład ziaren gruntu wchodzą ciężkie minerały. Jeżeli natomiast gęstość spada mamy do czynienia z gruntem którego ziarna zawierają domieszki organiczne.

Gęstość objętościowa gruntu p jest to stosunek masy próbki gruntu do objętości próbki gruntu łącznie z porami. Gęstość pozorną oblicza się ze wzoru:

$$\rho = \frac{m_m}{V} \tag{ZA.3}$$

gdzie: m_m – masa próbki gruntu

V – objętość próbki gruntu

Gęstość objętościowa gruntów jest wielkością zmienną, zależną od porowatości, wilgotności i gęstości właściwej. Oznacza się ją na próbkach o nienaruszonej strukturze (NNS) w laboratorium. W przypadku gruntów w których pobranie próbki o nienaruszonej strukturze jest prawie niemożliwe (grunty kamieniste i żwirowe), gęstość objętościową wyznacza się metodą dołka, ważąc wydobyty grunt i mierząc jego objętość za pomocą odpowiednich metod [*Pisarczyk, 1992*]. Wartość gęstości objętościowej zależy od zagęszczenia szkieletu gruntowego, a więc od zmniejszenia ilości porów a poza tym od stanu wypełnienia porów wodą lub powietrzem. Najczęściej w stanie naturalnym grunt zawiera pewną ilość wilgoci.

Wilgotnością gruntu nazywamy stosunek masy wody m_w zawartej w jego porach do masy szkieletu gruntowego m_s :

$$w = \frac{m_w}{m_s} 100\%$$
(ZA.4)

Gęstość objętościowa szkieletu gruntowego ρ_d jest to stosunek masy szkieletu gruntowego w danej próbce do jej objętości pierwotnej (razem z porami). Wyznacza się ją ze wzoru:

$$\rho_{\rm d} = \frac{m_{\rm s}}{V} = \frac{100\rho}{100 + w_{\rm p}} \tag{ZA.5}$$

gdzie: m_s – masa próbki wysuszonej do stałej wagi w temperaturze 105 - 110 ^{0}C ,

V – objętość próbki gruntu przed wysuszeniem,

ρ - gęstość objętościowa gruntu,

w_n – wilgotność gruntu [%]

Znajomość gęstości objętościowej szkieletu gruntowego jest konieczna do obliczania porowatości i wskaźnika porowatości oraz wskaźnika zagęszczania nasypów. Pomiędzy gęstością objętościową szkieletu gruntowego, gęstością objętościową gruntu i wilgotnością istnieje następująca zależność:

$$w = \frac{\rho - \rho_d}{\rho_d} 100\%$$
(ZA.6)

Porowatość gruntu n jest to stosunek objętości porów V_p w danej próbce gruntu do jej całkowitej objętości V. Porowatość oblicza się ze wzoru:

$$n = \frac{V_p}{V}$$
(ZA.7)

Wobec trudności występujących podczas bezpośredniego pomiaru objętości porów V_p i objętości szkieletu V_s wykorzystuje się metodę pośrednią, wyprowadzając wzór w oparciu o zależności (ZA.1), (ZA.2), (ZA.5) wynikające z rys. 3.1, a mianowicie:

$$n = \frac{V_{p}}{V} = \frac{V - V_{s}}{V} = 1 - \frac{\frac{m_{s}}{\rho_{s}}}{V} = 1 - \frac{\rho_{d}}{\rho_{s}} = \frac{\rho_{s} - \rho_{d}}{\rho_{s}}$$
(ZA.8)

Porowatość gruntów zależy od struktury gruntu. Grunty o strukturze ziarnistej (piaski i żwiry) mają mniejszą porowatość niż grunty spoiste, których cząstki tworzą przeważnie strukturę komórkową lub kłaczkowatą [*Wiłun, 1980; Pisarczyk, 1992*]. Porowatość gruntu równoziarnistego nie zależy od wielkości średnic ziaren, lecz tylko do sposobu ich ułożenia. Przy założeniu, że grunt składa się z ziaren kulistych o jednakowych średnicach, maksymalną porowatość ($n_{max} = 0,476$) uzyskuje się w przypadku kul ułożonych w siatkę sześcianów. Porowatość minimalną ($n_{min} = 0,258$) uzyskuje się w przypadku gdy środki kul ułożone są w wierzchołkach romboedrów.

Porowatość równoziarnistych piasków i żwirów mieści się w podanym wyżej zakresie. Piaski różnoziarniste mogą mieć porowatość mniejszą [*Pisarczyk*, 1992].

Wskaźnikiem porowatości gruntu e nazywa się stosunek objętości porów V_p do objętości ziaren szkieletu gruntowego V_s . Wskaźnik porowatości oblicza się ze wzoru:

$$e = \frac{V_{p}}{V_{s}} = \frac{V_{p}}{V - V_{p}} = \frac{\frac{V_{p}}{V}}{1 - \frac{V_{p}}{V}} = \frac{n}{1 - n} = \frac{\rho_{s} - \rho_{d}}{\rho_{d}}$$
(ZA.9)

Wskaźnik porowatości gruntów niespoistych waha się w granicach 0,3 - 1,0 (w przybliżeniu odpowiada to porowatości w granicach 0,23 - 0,5), w gruntach spoistych może być znacznie większy. Zależność pomiędzy porowatością a wskaźnikiem porowatości przedstawiono na rys ZA.1.

Porowatość w funkcji wskaźnika porowatości można przedstawić w postaci wyrażenia:

$$n = \frac{e}{1+e}$$
(ZA.10)



Rys. ZA.1 Schemat opisujący zależność pomiędzy porowatością a wskaźnikiem porowatości [*Pisarczyk, 1992*]

Pory gruntu mogą być wypełnione całkowicie lub częściowo przez wodę. Gdy jego pory są całkowicie wypełnione wodą grunt ma *wilgotność całkowitą*. Wilgotność całkowitą gruntu w_{sr} określa się na podstawie wzoru:

$$w_{sr} = \frac{n\rho_{w}}{(1-n)\rho_{s}} 100\% = \frac{e\rho_{w}}{\rho_{s}} 100\%$$
(ZA.11)

Stopień wilgotności gruntu S_r określa stopień wypełnienia porów przez wodę. Jest to stosunek wilgotności naturalnej do całkowitej określany według wzoru:

$$S_{r} = \frac{W_{n}}{W_{sr}}$$
(ZA.12)

W zależności od wartości stopnia wilgotności S_r rozróżnia się różne stany zawilgocenia gruntów niespoistych. Minimalna wartość Sr = 0,0 oznacza, że grunt jest suchy – w porach znajduje się wyłącznie powietrze. Oczywiście maksymalną wartość $S_r = 1,0$ uzyska się wtedy, gdy wszystkie pory są całkowicie zapełnione wodą, czyli gdy grunt jest nasycony. Jeżeli grunt jest nasycony to znaczy, że znajduje się poniżej zwierciadła wody gruntowej i cząstki gruntu będą doznawać wyporu. W opracowanej pracy rozważano wyłącznie takie dwa stany gruntu rozgraniczone płożeniem krzywej depresji (swobodnego zwierciadła cieczy). Powyżej krzywej depresji traktowano grunt jako nienasycony, poniżej jako w pełni nasycony. W obszarze gruntu poniżej położenia krzywej depresji może odbywać się proces filtracji wody i występować zjawiska z nim związane.