

ROZDZIAŁ VI.

TEORJA RUCHU WÓD GRUNTOWYCH.

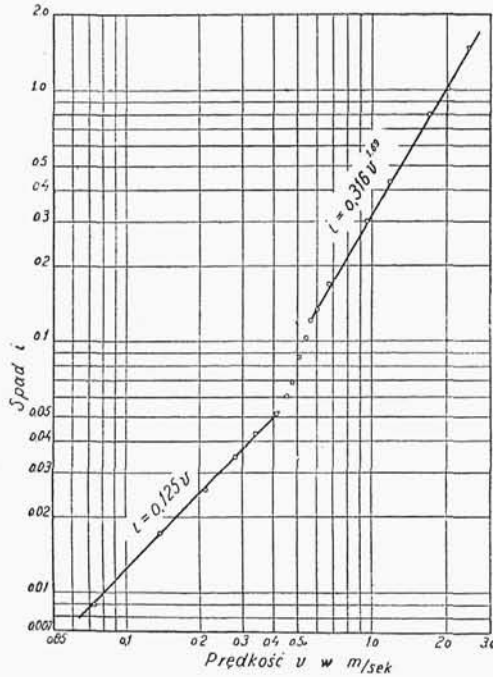
1. Wiadomości podstawowe i wstępne.

Ruch cieczy w przewodach otwartych lub zamkniętych może objawić się w dwu formach, albo jako ruch regularny (laminarny), albo też jako ruch burzliwy (turbulentny). Dla określenia, jaka forma przeważa w ruchu wód gruntowych, muszą być omówione warunki, w jakich powstaje każda z obu form.

Jeśli przez gładką prostą rurę będziemy przepuszczać wodę, inną ciecz, lub gaz, z różnemi prędkościami przepływu, pomierzone straty ciśnienia będą tem większe, im większą będzie prędkość ruchu. Jeśli w podziałce logarytmicznej naniesiemy na osi odciętych prędkości, a na osi rzędnych odpowiadające im jednostkowe straty ciśnienia, otrzymamy szereg punktów, przez które dadzą się przeprowadzić dwie proste, a mianowicie, na początku układu współrzędnych, tj. przy małych prędkościach prosta mająca nachylenie 1:1, przy dużych zaś prędkościach, dla wody i rur kołowych, inna prosta, leżąca w nachyleniu około 1:1,7 do 1:2,0, w zależności od rodzaju użytego materiału rury. Klasyczne doświadczenie Reynolds'a, wykonane z przepływem wody w gładkiej rurze ołowianej o średnicy 0,615 cm, podano na rys. 104.

Doświadczenie Reynolds'a wykazuje zatem, że przy małych prędkościach opory ruchu są wprost proporcjonalne do prędkości, albo też, że prędkość v jest wprost proporcjonalna do spadku ciśnienia i oraz pewnej stałej, w której jest zawarty wpływ kształtu, wymiaru i chropowatości ścian przewodu. Powyżej pewnej prędkości granicznej opory szybko rosną i stają się proporcjonalne do potęgi 1,7 — 2,0 prędkości. W pierwszym wypadku strugi wody ślizgają się równolegle do siebie jedna po drugiej i opory są małe, w drugim, powstają wiry i składowe prędkości w kierunku poprzecznym do zasadniczego kierunku ruchu, opory zatem szybko

rosną. Ponieważ rozgraniczenie między obu formami ruchu jest inne dla każdego warunków, tj. kształtu, średnicy, chropowatości przewodu z jednej strony, a gęstości i lepkości cieczy czy gazu z drugiej strony, dla porównania wyników różnych pomiarów musiał być wyszukany odpowiedni miernik, któryby mieścił w sobie



Rys. 104.

Wykres związku między stratą ciśnienia i prędkością wody. (Doświadczenia Reynolds'a).

wszystkie elementy mające wpływ na ruch. Takim stałym miernikiem jest cyfra Reynolds'a, będąca pewnym bezwymiarowym stosunkiem. Dla zrozumienia konstrukcji wzoru na cyfrę Reynolds'a, poniżej są podane w jednostkach *cgs* (centymetr, gram, sekunda) wymiary pewnych zasadniczych wartości stosowanych w hydrodynamicie.

Siła <i>P</i> ma wymiar	$\frac{c\dot{g}}{s^2}$
Naprężenie <i>p</i> , tj. siła na jednostkę powierzchni	$\frac{\dot{g}}{cs^2}$
Gęstość γ	$\frac{\dot{g}}{c^3}$

Prędkość v	$\frac{c}{s}$
Przyspieszenie ziemskie g	$\frac{c}{s^2}$
Lepkość μ ma wymiar naprężenia mnożonego przez długość i dzielonego przez prędkość, po uproszczeniu zatem *) . . .	$\frac{g}{cs}$
Lepkość kinematyczna ν jest lepkością dzieloną przez gęstość ma zatem wymiar	$\frac{c^2}{s}$

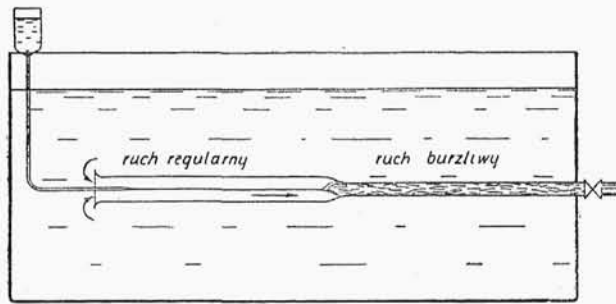
Ponieważ prędkość ruchu wody jest zależna od gęstości, lepkości cieczy oraz wymiaru przewodu, przyjmując kołowy przekrój przewodu o średnicy d , oraz niezmienną się chropowatość ścian, otrzymamy współczynnik bezwymiarowy czyli miernik, biorąc stosunek prędkości do wyrazu: lepkość dzielona przez gęstość razy średnica, $\nu : \frac{\mu}{\gamma d}$. Stosunek ten, $\frac{\gamma v d}{\mu}$, jest nazywany cyfrą Reynolds'a i oznaczany przez R . Stosunek ten jest bezwymiarowy, jak to można łatwo sprawdzić, i pozwala porównywać wyniki doświadczeń robionych tak dla wody jak i powietrza oraz innych cieczy czy gazów, jak również dla ruchu cieczy w obrębie ciała stałego, lub ciała stałego w obrębie cieczy.

Rozróżniamy dwie granice między ruchem regularnym i burzliwym, oraz pomiędzy temi granicami ruch nieokreślonej formy. Granice te pozatem przesuwają się w zależności od tego, czy przechodzimy z ruchu regularnego w burzliwy, powiększając stopniowo prędkość, czy też z burzliwego w regularny, zmniejszając prędkość.

Charakter tych form ruchu, oraz przejście z jednej formy w drugą, bardzo pomysłowo pokazał Reynolds w rurze szklanej o większej średnicy, w którą wchodziła rura o małej średnicy, z otwartym zaostrozonym końcem. Przepuszczając przez małą rurkę zabarwioną ciecz w wodę, płynącą większą rurą, otrzymuje się zależnie od formy ruchu, albo wyraźnie zabarwioną strugę o niezmienniej średnicy, równoległą do ścian rury, przy ruchu regularnym, albo struga ta ulega zaburzeniom i po przebyciu pewnej drogi zabarwia całą wodę płynącą rurą, przy ruchu burzliwym (rys. 105).

*) Niektórzy autorzy podają niekiedy μ w jednostkach ciężaru. Przy takim ujęciu, wartości μ w $kg\ m\ sek$ są mniejsze $\frac{1}{98,1}$ razy. R w jednostkach cgs jest równe $98,1 R$ w jednostkach $kg\ m\ s$. Przy wyrażeniu μ w jednostkach ciężaru lepkość kinematyczną otrzymuje się dzieląc lepkość przez ułamek: $\frac{\gamma}{g}$.

Doświadczenia, wykonane przez Stanton'a i Pannell'a^{33, 34)} na gładkich zupełnie rurach z brązu, dowodzą, że granica między obu formami ruchu leży między $R=2300$ a 3000 . Schiller³⁵⁾ zdołał doprowadzić ruch regularny aż do $R=30000$, lecz przy zachowaniu niezwyklej ostrożności tak, iż najmniejsze zaburzenie wywoływało przejście w ruch burzliwy. Najniższa granica ruchu burzliwego leży około $R=200$, przy której to cyfrze Stanton i Pannell znaleźli, że ustala się ruch regularny nawet w przewodach najbardziej szorstkich i wywołujących największe zaburzenia.



Rys. 105.

Pokazowe doświadczenie Reynolds'a rodzajów ruchu, oraz przejścia ruchu regularnego w burzliwy.

W cyfrze Reynolds'a wchodzi jako czynnik średnica rury d kołowego przekroju, dla innych, niekołowych kształtów, można cyfrę Reynolds'a obliczyć pamiętając, że $d=4r$, gdzie r jest promieniem hydraulicznym przekroju. Dla innych kształtów przekroju wstawimy zatem zamiast wartości $4r$ inną wartość, wziętą w stosunku do cyfry cztery z poniżej podanego zestawienia. Schiller³⁶⁾ w szeregu doświadczeń sprawdził słuszność tego założenia.

Przy ruchu cieczy w jakimkolwiek przewodzie opór na ścianie jest proporcjonalny do pewnego współczynnika bezwymiarowego, do gęstości cieczy oraz do kwadratu prędkości. Współczynnik oporu może być wyrażony zatem stosunkiem $\frac{P}{\gamma v^2}$, gdzie P jest naprężeniem ścinającym czyli tarcieniem cieczy o ścianę przewodu na jednostkę jego powierzchni. Podług Lea³⁷⁾, współczynnik ten, naniesiony w zależności od odpowiednich cyfr Reynolds'a, zgodnie z prawem dynamicznego podobieństwa, musi dać punkty leżące na pewnej krzywej ciągłej.

Kształt	Stosunek szerokości do głębokości	Stała
Koło	1,0	4,0
Elipsa	0,7	4,06
„	0,5	4,25
„	0,3	4,57
„	0,2	4,76
„	0,1	4,89
Prostokąt	0,0	6,00
„	0,1	5,31
„	0,2	4,76
„	0,25	4,55
„	0,333	4,30
„	0,5	3,88
Kwadrat	1,0	3,56
Trójkąt równoram. .	—	3,33

Współczynnik $\frac{P}{\gamma v^2}$ możemy zastąpić również bezwymiarową stałą C ze znanego wzoru na stratę spadu w przewodach, $h = \frac{C l v^2}{2 g r}$. Wzór ten ma kształt prawidłowy, a współczynnik C , wyrażający opór ruchu, jest również bezwymiarowym. Współczynnik oporu $\frac{P}{\gamma v^2}$ może być zastąpiony zatem przez $\frac{C}{2}$. Wartość C obliczono z doświadczeń, w których h jest mierzoną stratą, l — długością rury, v — prędkością, g — przyspieszeniem ziemskim. Wobec bezwymiarowości C , wzór ten jest ważny dla miar metrycznych, jak i wszelkich innych.

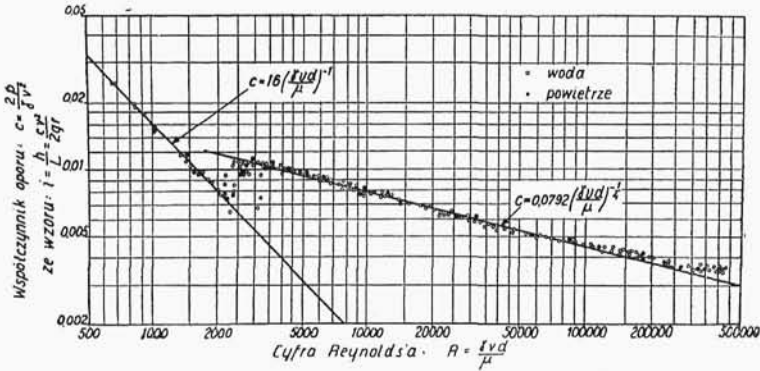
Obliczenie, przeprowadzone przez Stanton'a i Pannell'a^{33, 34)} dla rur gładkich z przepływem wody w rurach o średnicy 0,361 do 2,855 cm, oraz przepływem powietrza w rurach o średnicach 0,361 do 12,62 cm, wyraża się wykresem podanym na rys. 106.

Z wykresu odczytać możemy, że dla ruchu laminarnego, do granicy $R = 2\ 000$, współczynnik C jest odwrotnie proporcjonalny do cyfry Reynolds'a, $C = \frac{16}{R}$, dla ruchu burzliwego, który dla rur gładkich zaczyna się tu od $R = 2\ 800$, zachodzi zależność $C = \frac{0,08}{R^{0,25}}$, jest ono zatem odwrotnie proporcjonalne do czwartego pierwiastka z R .

Wykres na rys. 106 wykazuje, że prawo zmiany współczynnika oporu C w zależności od R jest różne dla ruchu regularnego

i burzliwego, że zatem i pod tym względem uwydatnia się zasadnicza różnica między obu formami ruchu.

Dla przewodów prostokątnych i kołowych, wykonanych w praktyce z różnych materiałów, i przy średnicach, dochodzących do 5,6 m, wyniki pomiarów zestawiał Hopf³⁸⁾. Gładkość ścian rur i przewodów była naogół znacznie mniejsza niż w rurach z brązu badanych laboratoryjnie. Co się tyczy formy ruchu był to niemal wszędzie ruch burzliwy. Zestawienie wykazało, iż współczynnik



Rys. 106.

Związek między cyfrą Reynoldsa, a współczynnikiem oporu dla wody i powietrza w gładkich rurach z brązu.

C jest wyższy od współczynnika znalezionego dla rury gładkiej, przy tych samych wartościach R , i że współczynnik ten dla jednej grupy rur i przewodów maleje ze wzrostem R , a zatem i wzrostem prędkości, podobnie jak dla rury gładkiej, podczas gdy dla drugiej grupy pozostaje stałym i niezależnym od R i v . Wynika z tego, że współczynnik oporu jest zależny od dwu niezależnych czynników odmiennych od cyfry Reynoldsa. Bliższe zbadanie tej kwestji przez Fromm'a³⁹⁾, wykonane w laboratorium Aix-la-Chapelle potwierdziły ten wniosek, oraz wykazały, że jednym z czynników, określających wielkość współczynnika C , jest rozmiar i kształt przewodu, drugim kształt, rozmiar i nierówności jego ścian w stosunku do rozmiaru przewodu. Wniosek ten, wyciągnięty z badań laboratoryjnych, jest potwierdzony także obserwacjami wziętymi z praktyki, gdy np. rura początkowo gładka i przy próbach wykazująca opory malejące ze wzrostem R , po dwuletnim użyciu wykazała współczynnik C stały, niezależny od R , na skutek powiększenia się wymiaru nierówności ścian*).

*) Sprawa oporów ruchu będzie traktowana obszerniej w tomie III „Hydrologji”, przy wodach płynących w korytach naturalnych i sztucznych.

Dla orientacji, jaka forma ruchu zachodzi przy przepływie wody przez grunt, założmy, że kanaliki między dość grubymi ziarnami gruntu mają kształt równobocznych trójkątów o wysokości np. 1 mm tj. 0,1 cm. Dla wody o temperaturze 10°C współczynnik lepkości μ jest 0,0131. Wobec szorstkości ścian przewodów możemy przyjąć najniższą górną granicę ruchu laminarnego, podaną przez Stanton'a i Pannell'a przy $R = 200$. Ze wzoru:

$$R = \frac{3,33}{4} \frac{\gamma v d}{\mu} = \frac{3,33 \times v \times 0,1}{4 \times 0,0131} \text{ otrzymamy } v = 31,2 \text{ cm/sek lub}$$

0,312 m/sek. Prędkość ta jest jednak rzeczywistą prędkością w krętych drogach wody między ziarnami gruntu. Natomiast nasze obserwacje tyczą się prędkości pozornej, będącej rzutem prędkości rzeczywistej względnie rzutem wykonanej drogi na płaszczyznę poziomą. Rzut ten jest krótszy od drogi rzeczywistej, co odpowiadałoby prędkości pozornej przesuwania się wody w kierunku poziomym, poniżej 0,3 m/sek. Dla wyżej podanych wymiarów kanalików byłaby to zatem graniczna prędkość ruchu regularnego. Obserwowane bezpośrednio pomiarami prędkości wody w gruncie są z reguły znacznie mniejsze i wynoszą niewiele decymetrów lub najwyżej metrów na dobę (porównaj Rozdział I ust. 1). Jedynie tylko w grubych otoczakach, w spękaniach skały, a przy studniach zapuszczonych w wodę gruntową, w pierścieniu najbliższym płaszcza studni, gdzie drobne ziarna piasku zostały wypłukane, pojawiają się prędkości zbliżone do rzędu wyżej obliczonego. Stąd wysnuć można wniosek, że przy ruchu wód gruntowych z reguły mieć będziemy do czynienia z ruchem regularnym, a zatem z zależnością prostą między prędkością a spadem,

$$v = k' i \tag{21}$$

gdzie k' jest współczynnikiem zależnym od rodzaju gruntu i lepkości wody, zaś i spadem jednostkowym ciśnienia, względnie spadem zwierciadła wody*). Prawo to, ustalone doświadczalnie przez Darcy, nosi dotychczas jego nazwisko. Jedynie w nielicznych wypadkach i na ograniczonych przestrzeniach przy wodach gruntowych pojawi się ruch burzliwy, z prędkością zależną od pewnego pierwiastka ze spadu.

W pewnych wypadkach obserwowano odchyłki od prawa Darcy. I tak Smreker dla pomiarów ruchu wody gruntowej, wykonanych w Strassburgu przez Thiem'a, określił związek

*) We wszystkich wzorach spadek zwierciadła wody oznaczono i , zaś nachylenie warstwy nieprzepuszczalnej J .

między spadem a prędkością wzorem poniższym, ważnym w granicach od $v=0,001$ do $0,04$ *cm/sek*. Wzór ten ma oczywiście tylko lokalne znaczenie:

$$i = 10,7 v^{3/2} + 31,2 v^2 \quad (22)$$

Badania Ph. Forchheimer'a⁴⁰⁾ doprowadziły do ustalenia wzorów:

$$\text{w żwirach Morawy } i = 1,53 v + 237 v^2, \quad (23)$$

$$\text{dla } v = 0,00031 - 0,011 \text{ cm/sek,}$$

$$\text{w żwirach Lechu } i = 0,71 v + 8 v^2, \quad (24)$$

$$\text{dla } v = 0,12 - 1,2 \text{ cm/sek,}$$

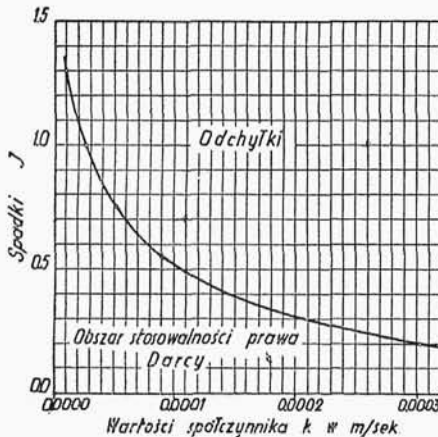
$$\text{w żwirach Drawy } i = 0,033 v + 0,79 v^2. \quad (25)$$

Podobnie ustalił P. Kresnik zależność przy temperaturze 10°C :

$$1000 i = \frac{v_1}{0,7 + v_1} \left[\frac{1}{d} + \frac{v_1}{0,8 d + 10,5 d^2} + \frac{v_1^2}{30\,000 d^2} \right] \quad (26)$$

Gdzie oznaczają: v_1 — prędkość w metrach na dobę, d — miarodajną średnicę w *cm*.

Woda w gruncie porusza się tylko jego porami a nie całym przekrojem gruntu. Dla obliczenia ilości przepływu należy wprowadzić zatem jeszcze współczynnik porowatości gruntu p . Wzór na przepływ przez jednostkę pola będzie więc brzmiał: $q_1 = p k' i$. Z reguły łączymy oba współczynniki $p k'$ w jeden współczynnik k , charakteryzujący rodzaj gruntu. Wobec tego, że i jest bezwymiarowym stosunkiem spadku do długości, współczynnik k musi mieć wymiar prędkości. Prędkość graniczna, przy której ruch jest jeszcze zgodny z prawem Darcy, zależy przy danym spadku od wartości k , współczynnika przepuszczalności gruntu. Rys. 107

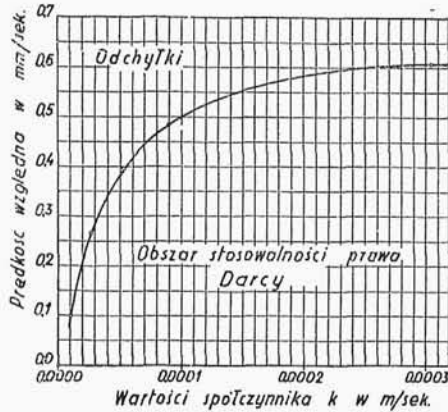


Rys. 107.

Obszar stosowalności prawa Darcy w zależności od wartości k .

dzie od wartości k , współczynnika przepuszczalności gruntu. Rys. 107

przedstawia zależność, otrzymaną z doświadczenia S i c h a r d t'a⁴¹), między spadem a współczynnikiem k , a rys. 108 zależność między prędkością a współczynnikiem k .



Rys. 108.

Obszar stosowności prawa Darcy
w zależności od wartości k .

Wielkość stałej k we wzorze Darcy zależy między innymi od współczynnika lepkości μ . Współczynnik ten oblicza się, jako lepkość w dynach na cm^2 , ze wzoru:

$$\mu = \frac{0,017\ 756}{1 + 0,03\ 368\ t + 0,000\ 221\ t^2} \quad (27)$$

gdzie t jest temperaturą wyrażoną w stopniach Celsjusza. Na zasadzie tego wzoru obliczyć można tabelę następującą:

Temp. w C°=	0°	5°	10°	15°	20°	30°	40°	50°
Lepkość $\mu =$	0,01 776	0,01 522	0,01 310	0,01 143	0,01 008	0,00 810	0,00 663	0,00 554

Wobec tego, że gęstość wody przyjęto jako równą jednostce i że jest ona niemal zupełnie stała, przy zmianie temperatury w granicach od 0 do 50°C, lepkość kinematyczna ν ma tę samą wartość co lepkość bezwzględna, podana w powyższej tabeli. Wartości powyższe są podane w jednostkach $cg\ s$.

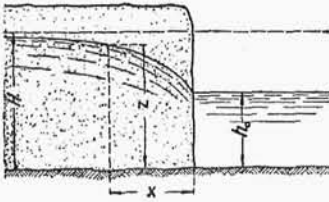
2. Dopływ wody gruntowej do kanału otwartego.

Zbiornik poziomy o wolnym zwierciadle.

(Warstwa nieprzepuszczalna pozioma).

Oznaczmy ilość wody dopływającej z każdej strony kanału na jednostkę jego długości przez q .

Przy oznaczeniach jak na rys. 109 przy ruchu trwałym, przez dowolny przekrój w odległości x od brzegu kanału przepływać będzie stała ilość wody $q = vz$, gdzie z jest rzędną krzywej zwierciadła, mierzoną od warstwy nieprzepuszczalnej, v — prędkość średnia pozorną, tj. taką, jakaby istniała, gdyby woda płynęła pełnym przekrojem bez uwzględnienia przestrzeni zajętej przez materiał gruntu.



Rys. 109.

Dopływ wody gruntowej do kanału otwartego. Zbiornik poziomy o wolnym zwierciadle.

Przyjmując, że ruch odbywa się

zgodnie z prawem Darcy możemy napisać:

$$v = ki = k \frac{dz}{dx}$$

stąd

$$q = z k \frac{dz}{dx} \quad (28)$$

Po scałkowaniu w granicach od $z = z_1$ do $z = z$ i $x = x_1$ do $x = x$ otrzymujemy ogólne równanie krzywej zwierciadła:

$$z^2 - z_1^2 = \frac{2q}{k} (x - x_1) \quad (29)$$

Jest to równanie paraboli, które przy znanem q i k może być określone z dowolnego znanego punktu krzywej zwierciadła o współrzędnych x_1 i z_1 .

Za punkt taki możemy uważać punkt na krawędzi kanału, jeżeli znamy rzędną zwierciadła kanału. Będzie wtedy $x_1 = 0$; $z_1 = h_0$, a wstawiając do (29) otrzymamy:

$$z^2 - h_0^2 = \frac{2q}{k} x \quad (30)$$

Należy zwrócić uwagę, że dla rosnącego x , z rośnie nieograniczenie. W rzeczywistych warunkach granicą z jest rzędna pierwotnego

zwierciadła H , którego z nie może przekroczyć. Rozbieżność powstaje stąd, że przyjęte w założeniach warunki ruchu trwałego nie zachodzą w zbiorniku o poziomym zwierciadle wody.

Dla celów praktycznych możemy jednak równanie (30) stosować.

Jeżeli znamy drugi punkt krzywej zwierciadła o współrzędnych x_2 i z_2 , to możemy wyznaczyć q :

$$q = (z_2^2 - h_0^2) \frac{k}{2x_2} \quad (31)$$

3. Dopływ wody gruntowej do kanału otwartego. Warstwa płynącej wody o wolnym zwierciadle.

(Warstwa nieprzepuszczalna pochyła).

Jeżeli pochylenie warstwy nieprzepuszczalnej jest J (rys. 110) to

$$v = k \left(J + \frac{dz}{dx} \right), \text{ a wobec tego } q = k \left(J + \frac{dz}{dx} \right) z \quad (32)$$

stąd po scałkowaniu w granicach $x = x_1$, $x = x$; $z = z_1$ i $z = z$ otrzymujemy:

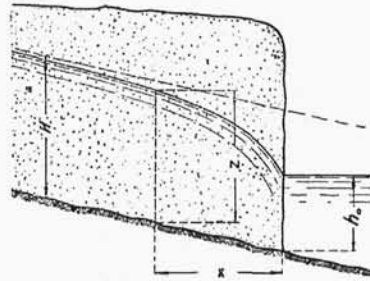
$$J(x - x_1) = \frac{q}{kJ} \ln \frac{q - kJz_1}{q - kJz} + z_1 - z^* \quad (33)$$

Podstawiając dla krawędzi kanału $x_1 = 0$, $z_1 = h_0$ mamy:

$$Jx = \frac{q}{kJ} \ln \frac{q - kJh_0}{q - kJz} + h_0 - z \quad (34)$$

Możemy przyjąć, że w warunkach naturalnych w dostatecznie dużej odległości od brzegu kanału zwierciadło wody nie uległo zmianie, to znaczy pozostało równoległe do warstwy nieprzepuszczalnej. Oznaczając wysokość zwierciadła wody, mierzoną od warstwy nieprzepuszczalnej, przez H możemy napisać:

$$q = k J H \quad (35)$$



Rys. 110.

Dopływ wody gruntowej do kanału otwartego. Warstwa płynącej wody o wolnym zwierciadle.

*) Uwaga: \ln oznacza logarytm naturalny, lg — logarytm dziesiętny.

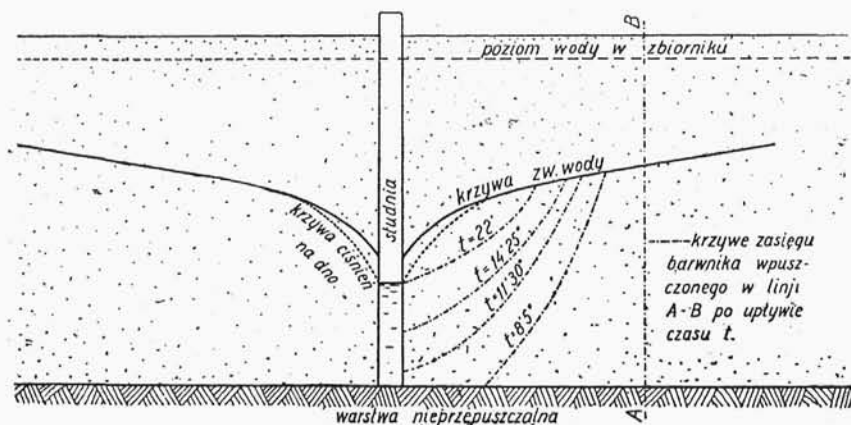
$\ln a = 2,3026 \lg a$.

Podstawiając otrzymaną wartość we wzór (34) otrzymamy:

$$Jx = H \ln \frac{H - h_0}{H - z} - (z - h_0) \quad (36)$$

Jest to równanie krzywej ustalonego zwierciadła, wyrażone w funkcji rzędnej pierwotnego zwierciadła H i poziomu wody w kanale h_0 .

Przedstawiona poniżej teoria studzien, jest teorią klasyczną, podawaną przez wszystkie podręczniki. Przy niedużych depresjach rzeczywisty przebieg zjawisk nie o wiele odbiega od założeń tej teorii i błędy obliczeń są małe, przy depresjach wielkich popełniany błąd staje się bardziej znaczny. Jak wykazują badania przeprowadzane w Laboratorium Wodnym Politechniki Warszawskiej przez inż. Z. Śliwińskiego, założenia teorii klasycznej są nieściśle w następujących punktach: po pierwsze, prędkości w walcowych powierzchniach otaczających studnię nie są stałe, lecz zmienne i u dołu nad warstwą nieprzepuszczalną znacznie większe niż u góry pod zwierciadłem wody, po drugie, krzywa leja depresji w gruncie nie spada do poziomu depresji w studni, lecz na obwodzie studni leży o pewien wymiar wyżej, istnieje zatem zawsze pewna różnica pomiędzy poziomem wody w studni, a poziomem w gruncie tuż za korpusem studni*), różnica ta jest tem większa im większa jest depresja, po trzecie, w związku z poprzednim,



Rys. 111 a.

Badania na modelu dopływu wody do studni.

*) Por. Rozdział V, ust. 12.

krzywa poziomów ciśnienia w płaszczyźnie dna studni nie jest zgodną z krzywą zwierciadła w leju depresyjnym, lecz odbiega od niego w pobliżu studni i dopiero w pewnej odległości schodzi się z krzywą zwierciadła. Przebieg zjawisk, zachodzących przy ruchu wody przy studni, wykazuje schematycznie rys. 111a.

4. Studnia zapuszczona w zbiornik wody stojącej o wolnym zwierciadle.

(Warstwa nieprzepuszczalna pozioma).

Przy ruchu trwałym przez powierzchnię walcową $2\pi xz$ (oznaczenia jak na rys. 111) przepływa stała ilość wody $Q = 2\pi xz v$. Przy założeniu prędkości $v = ki$ otrzymujemy:

$$Q = 2\pi xz ki = 2\pi xz k \frac{dz}{dx} \quad (37)$$

Po scałkowaniu w granicach $x = x_1$ do $x = x$ i od $z = z_1$ do $z = z$ mamy:

$$z^2 - z_1^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{x}{x_1} \quad (38)$$

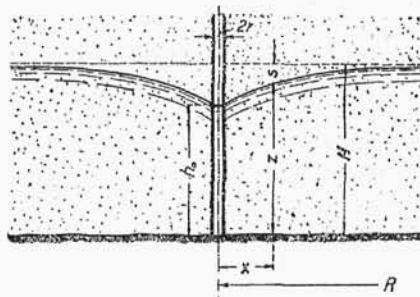
lub podstawiając $x_1 = r$, $z_1 = h_0$:

$$z^2 - h_0^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{x}{r} \quad (39)$$

Jest to równanie krzywej zwierciadła. Przy wzroście x , z rośnie nieograniczenie. W rzeczywistych warunkach granicą z jest rzędna pierwotnego zwierciadła H , którego z nie może przekroczyć. Rozbieżność, podobnie jak przy kanale otwartym, powstaje stąd, że przy warstwie poziomej niema warunków na ustalenie ruchu, które w założeniu przyjęliśmy.

Jeżeli prócz poziomu wody w studni znamy drugi punkt krzywej zwierciadła, to możemy wyznaczyć:

$$Q = \pi k \frac{z_2^2 - h_0^2}{\ln \frac{x_2}{r}}$$



Rys. 111.

Obniżenie poziomu wody przez studnię, zapuszczoną w zbiornik wody stojącej o wolnym zwierciadle.

lub podstawiając $x_2 = R$ i $z_2 = H$ otrzymamy:

$$Q = \pi k \frac{H^2 - h_0^2}{\ln \frac{R}{r}} \quad (40)$$

Przez R rozumiemy odległość od osi studni do punktu, w którym praktycznie możemy uważać, że depresja się kończy. Ze względu na to, że R występuje pod znakiem \ln i zmiana jego nieznacznie wpływa na zmianę pozostałych składników, nawet przy pewnych błędach w określeniu R otrzymujemy dostatecznie dokładne wyniki. (Patrz ustęp o zasięgu depresji).

Wprowadzając do (40) $h_0 = H - s$, gdzie s jest obniżeniem zwierciadła wody w studni, otrzymujemy:

$$Q = \pi k \frac{H^2 - (H - s)^2}{\ln \frac{R}{r}}$$

lub: $s = H - \sqrt{H^2 - \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{R}{r}}$ (41)

Położenie warstwy nieprzepuszczalnej możemy określić mierząc różnicę wysokości zwierciadła wody w dwóch punktach, odległych od osi studni o x_1 i x_2 , wydatek wody Q i znając współczynnik k .

Z równania (38) mamy:

$$z_1^2 - z_2^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{x_1}{x_2}$$

stąd:

$$z_1 + z_2 = \frac{Q}{\pi k} \frac{\ln \frac{x_1}{x_2}}{z_1 - z_2} \quad (42)$$

nazywając $z_1 - z_2 = s$, otrzymamy:

$$s = \frac{Q}{\pi k} \frac{\ln \frac{x_1}{x_2}}{z_1 + z_2} \quad (43)$$

Mając zmierzone $z_1 - z_2 = s$ i posilkując się ostatniem równaniem znajdziemy z_1 i z_2 .

Porchet^{42, 43)} określa położenie warstwy nieprzepuszczalnej ze znanych objętości przepływu wody przy dwu różnych stanach

(rys. 112). Jeśli przy stanie y_1 płynie objętość Q_1 , a przy stanie y_2 objętość Q_2 , w spadzie zwierciadła wody i_1 , względnie i_2 , to rzędną spągu nieprzepuszczalnego obliczymy z równania:

$$y_2 - y = m (y_2 - y_1) \quad (44)$$

$$\text{przyczem } m = \frac{i_2 - \sqrt{Bi_1^2 - (B-1)i_2^2}}{i_2 - i_1}$$

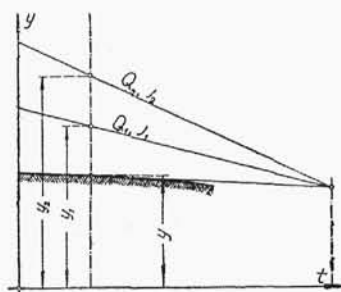
Dla $i_2 = i_1$ otrzymamy $m = B = \frac{1}{1 - \frac{Q_1}{Q_2}}$

W końcu kładąc $\frac{i_1}{i_2} = \alpha$ otrzymamy:

$$m = 1 - \frac{\sqrt{1 - B(1 - \alpha^2)}}{1 - \alpha} \quad (45)$$

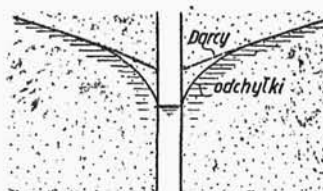
Zaznaczyć należy, że tak znalezione położenie spągu może się nie zgadzać z rzeczywistym położeniem warstwy nieprzepuszczalnej, która może leżeć niżej. Obliczony poziom oddziela jednak warstwę wody płynącą górą od warstwy wody stojącej, poniżej tego poziomu.*)

Naogół dla wartości k , spotykanych w warunkach praktycznych, prawo Darcy będzie słuszne tylko dla małych i średnich spadów. Obliczone więc na zasadzie prawa Darcy zależności będą słuszne w przyległych częściach gruntu, gdzie prędkość nie przekroczy prędkości granicznych ruchu laminarnego. Zmianę krzywej depresji z powodu odchyłek od zwykłej proporcjonalności ruchu laminarnego wykazuje schematycznie (rys. 113).



Rys. 112.

Określenie położenia warstwy nieprzepuszczalnej (według Porchet'a).



Rys. 113.

*) W przytoczonym referacie Porchet'a^{42, 43}) podany jest przykład obliczenia według powyższych wzorów dla doliny rzeki Crau.