TOM VI. 1. KWIECIEŃ — 1927. № 11.

WARSZAWSKIE TOWARZYSTWO POLITECHNICZNE

SPRAWOZDANIA I PRACE

WYDANE Z CZĘŚCIOWEJ ZAPOMOGI POLSKICH ZRZESZEŃ TECHNICZNYCH

Inż. Elektryk ROMAN TRECHCIŃSKI.

PUPINIZACJA LINJI.

Dla racjonalnej pupinizacji linji, bez uwzględniania strat dodatkowych, mamy warunek, że minimum wartości dla spółczynnika tłumienia β będzie osiągnięte, jeżeli linja przez pupinizację, to jest wprowadzenie sztucznie dodatkowej indukcyjności, zostanie doprowadzona do stanu zrównoważenia, czyli wtedy, gdy pomiędzy stałemi linji istnieje zależność:

$$\frac{R}{L} = \frac{G}{C}.$$

Oznaczymy:

C — pojemność linji w F na km.
G — upływność linji w S na km.
L — indukcyjność linji w H na km.
R — oporność linji w Ω na km.
L_s — indukcyjność dodatkową od włączenia cewek Pupina w H na km. linji.
R_e — skuteczną oporność cewek Pupina, przy danej częstotliwości, w Ω na 1 H indukcyjności cewki.
L_p — indukcyjność jednej cewki Pupina w H.
R_p — oporność rzeczywista jednej cewki Pupina w Ω.

Dla normalnych cewek Pupina oporność rzeczywista wynosi około 30 Ω na 1 H; oporność skuteczna przy 500 $\sim s^{-1}$ i prądzie o wartości 1 mA około 40 Ω na 1 H; dla 250 $\sim s^{-1}$ wartość $R_{e;\,250} = \sim 35\,\Omega \,.\, H^{-1}$; $R_{e;\,1000} = \sim 60\,\Omega \,.\, H^{-1}$.

Załóżymy linję z doskonałą izolacją: $G = O\,\mu S \,.\, \text{km}^{-1}$.

Przybliżona wartość spółczynnika tłumienia dla linji spupinizowanej, traktowanej jako linja ze znaczną indukcyjnością będzie:

$$\beta = \frac{R + R_e L_s}{2} \cdot \sqrt{\frac{C}{L + L_s}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1.$$

Dla kabli telefonicznych, które technicznie posiadają doskonałą izolację, indukcyjność L jest nieznaczna w porównaniu do L_s; ograniczając się do tego rodzaju linji, możemy we wzorze 1-ym opuścić L, wtedy wzór pierwszy przybierze postać:

$$\beta = \frac{R + R_e L_s}{2} \cdot \sqrt{\frac{C}{L_s}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2.$$

Szukając minimum dla β mamy:

$$\frac{d\beta}{d\,L_s} = O; \qquad -\frac{R}{2\,.\,2}\cdot\sqrt{\frac{C}{L_s^3}} + \frac{R_e}{2\,.\,2}\cdot\sqrt{\frac{C}{L_s}} = O;$$

$$L_s = \frac{R}{R_e} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 3.$$

Dla liczbowego przykładu zakładamy:

dla kabla Φ 0,5 mm $R = 180\ \Omega\ \mathrm{km}^{-1}$,
„ „ Φ 1,0 mm $R = 45\ \Omega\ \mathrm{km}^{-1}$,
„ „ Φ 2,0 mm $R = 11{,}3\ \Omega\ \mathrm{km}^{-1}$.

Stosując normalne cewki Pupina, otrzymamy racjonalną wartość indukcyjności na km:

Kabel	Φ 0,5 mm	Φ 1 mm	Φ 2 mm
$f = 500 \sim s^{-1}$	4,5 H km^{-1}	1,12 H km^{-1}	0,282 H km^{-1}.
$f = 1000 \sim s^{-1}$	3,0 H km^{-1}	0,75 H km^{-1}	0,188 H km^{-1}.

Kable telefoniczne posiadają zwykle bardzo dobrą izolację; upływność w kablach ułożonych wynosi po kilkoletniej eksploatacji około 0,01 μS km^{-1}; prócz upływności w kablach tych egzystują straty na hysterezę dielektryczną; straty te można określić według wzoru, dającego wartość, analogiczną do upływności:

$$A = \Delta\,.\,\omega\,.\,C \quad \mu S\,.\,\mathrm{km}^{-1}.$$

Dla kabli z papierowo-powietrzną izolacją $C = 0{,}06\ \mu F\,.\,\mathrm{km}^{-1}$ i $\Delta = 0{,}005$, a zatem dla częstotliwości:

$$f = 500 \sim s^{-1}: A = 0{,}005\,.\,3140\,.\,0{,}06 = 0{,}94\ \mu S\ \mathrm{km}^{-1}.$$
$$f = 1000 \sim s^{-1}: A = 0{,}005\,.\,6280\,.\,0{,}06 = 1{,}88\ \mu S\ \mathrm{km}^{-1}.$$

W powyższem założeniu wzór dla spółczynnika tłumienia będzie:

$$\beta = \frac{R + R_e\,L_s}{2}\cdot\sqrt{\frac{C}{L_s}} + \frac{A}{2}\cdot\sqrt{\frac{L_s}{C}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 4.$$

$$\frac{d\beta}{d\,L_s} = O; \qquad -\frac{R}{4}\cdot\sqrt{\frac{C}{L_s^3}} + \frac{R_e}{4}\cdot\sqrt{\frac{C}{L_s}} + \frac{A}{4\sqrt{C\,.\,L_s}} = O.$$

$$L_s = \frac{R}{R_e + \frac{A}{C}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 5.$$

Dla przytoczonego przykładu i częstotliwości:

$$f = 500 \sim s^{-1}: \quad \frac{A}{C} = 16;$$

$$f = 1000 \sim s^{-1}: \quad \frac{A}{C} = 31.$$

Racjonalne warunki indukcyjności będą:

Kabel	Φ 0,5 mm	Φ 1,0 mm	Φ 2,0 mm
$f = 500 \sim s^{-1}$	3,32 H km^{-1}	0,80 H km^{-1}	0,202 H km^{-1}.
$f = 1000 \sim s^{-1}$	1,98 H km^{-1}	0,50 H km^{-1}	0,122 H km^{-1}.

Przy wyprowadzeniu wzorów 3-go i 5-go nie braliśmy pod uwagę własności aparatu nadawczego.

Założymy linję z doskonałą izolacją, bez strat na hysterezę dielektryczną i aparat nadawczy o stacjonarnem napięciu. Dla linji nieskończenie długiej wartość prądu nadawanego będzie:

$$I_0 = \frac{V_0}{\sqrt{\frac{L}{C}}}; \qquad I_x = I_0 \, . \, e^{-\beta x} = \frac{V_0}{\sqrt{\frac{L}{C}}} \, . \, e^{-\frac{R}{2} . \sqrt{\frac{C}{L}} . x}.$$

Szukamy maximum I_x:

$$\frac{d I_x}{d L} = O,$$

skąd:

$$L = \frac{C \, . \, R^2 \, . \, x^2}{4} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 6.$$

Zakładając aparat odbiorczy bez odbicia, możemy punkt obserwacji x traktować jako koniec linji l i gdybyśmy mogli pupinizować kabel bez strat w cewkach Pupina, to racjonalna indukcyjność byłaby:

$$L = \frac{C \, . \, R^2 \, . \, l^2}{4} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 7.$$

P r z y k ł a d   l i c z b o w y. Dla kabli: Φ 0,5 mm i długości $l_1 = 10$ km, Φ 1,0 mm $l_2 = 40$ km, a także Φ 2,0 mm $l_3 = 160$ km, racjonalna indukcyjność według wzoru 7-go byłaby: 0,0485 H km^{-1}.

Uwzględniając straty w cewkach Pupina:

$$I_x = \frac{V_0}{\sqrt{\frac{L_s}{C}}} \, . \, e^{-\frac{R + R_e L_s}{2} . \sqrt{\frac{C}{L_s}} . x};$$

$$\frac{d I_x}{d L_s} = O; \quad L_s = \left| -\frac{1}{R_e \sqrt{C} \, . \, x} + \sqrt{\frac{1}{R_e^2 \, C \, x^2} + \frac{R}{R_e}} \right|^2 \quad \ldots\ldots \quad 8.$$

Z zastrzeżeniami, jak powyżej:

$$L_s = \left| -\frac{1}{R_e \sqrt{C} \, l} + \sqrt{\frac{1}{R_e^2 \, C \, x^2} + \frac{R}{R_e}} \right|^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 9.$$

P r z y k ł a d. Dane liczbowe te same:

Kabel	Φ 0,5 mm	Φ 1 mm	Φ 2 mm
$f = 500 \sim s^{-1}$	0,041 H km^{-1}	0,031 H km^{-1}	0,031 H km^{-1}
$f = 1000 \sim s^{-1}$	0,041 H km^{-1}	0,031 H km^{-1}	0,026 H km^{-1}.

Jeżeli uwzględnimy straty w cewkach Pupina i na dielektryczną hysterezę:

$$I_x = \frac{V_0}{\sqrt{\frac{L_s}{C}}} \cdot e^{-\left(\frac{R+R_e L_s}{2} \cdot \sqrt{\frac{C}{L_s}} + \frac{A}{2} \cdot \sqrt{\frac{L_s}{C}}\right) \cdot x} .$$

$$\frac{d I_x}{d L_s} = O; \quad L_s = \left[-\frac{\sqrt{C}}{R_e C x + A x} + \sqrt{\frac{C}{(R_e C x + A x)^2} + \frac{R C}{R_e C + A}} \right]^2 \quad \ldots \quad 10.$$

Z zastrzeżeniem, że aparat odbiorczy jest bez odbicia:

$$L_s = \left[-\frac{\sqrt{C}}{R_e C l + A l} + \sqrt{\frac{C}{(R_e C l + A l)^2} + \frac{R C}{R_e C + A}} \right]^2 \quad \ldots\ldots \quad 11.$$

P r z y k ł a d:

Kabel	Φ 0,5 mm	Φ 1 mm	Φ 2 mm
$f = 500 \sim s^{-1}$	0,049 H km^{-1}	0,038 H km^{-1}	0,031 H km^{-1}
$f = 1000 \sim s^{-1}$	0,041 H km^{-1}	0,031 H km^{-1}	0,028 H km^{-1}.

Aparaty telefoniczne pracujące jako nadawcze, posiadają charakterystykę zewnętrzną taką, że w pewnej części, odpowiadającej maximum mocy, można ją uważać za charakterystykę o stałej mocy pozornej; napięcie nadawane w omawianej części charakterystyki zmienia się odwrotnie proporcjonalnie do prądu nadawanego.

$$I_x = I_0\, e^{-\beta x} = \frac{V_0}{\sqrt{\frac{L}{C}}} \cdot e^{-\beta x}; \qquad I_0 = \frac{V_0}{\sqrt{\frac{L}{C}}};$$

$$V_0 \cdot I_0 = P_0 = \text{const.} = \frac{V_0^2}{\sqrt{\frac{L}{C}}}; \qquad V_0 = \sqrt{P_0 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}};$$

$$I_x = \frac{\sqrt{P_0}}{\sqrt[4]{\frac{L}{C}}} \cdot e^{-\beta x} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 12.$$

Przypuszczając, że możemy pupinizować bez strat w cewkach Pupina i zakładając: $G = O\,\mu S$ km^{-1}, $A = O\,\mu S$ km^{-1}, aparat odbiorczy bez odbicia, szukamy maximum I_x:

$$\frac{d I_x}{d L_s} = O \quad \text{skąd} \quad L_s = C \cdot R^2 \cdot x^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 13.$$

$$L_s = C \cdot R^2 \cdot l^2 \; H\,\text{km}^{-1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 14.$$

P r z y k ł a d:

Kabel	Φ 0,5 mm	Φ 1 mm	Φ 2 mm
l	10 km	40 km	160 km
L_s	0,194 H km^{-1}	0,194 H km^{-1}	0,194 H km^{-1}.

Uwzględniając straty w cewkach Pupina i na dielektryczną hysterezę:

$$I_x = \frac{\sqrt{P}}{\sqrt[4]{\frac{L_s}{C}}} \cdot e^{-\left(\frac{R + R_e L_s}{2} \sqrt{\frac{C}{L_s}} + \frac{A}{2} \cdot \sqrt{\frac{L_s}{C}}\right) \cdot x} \, .$$

$$\frac{d\, I_x}{d\, L_s} = O\,; \quad L_s = \left[- \frac{\sqrt{C}}{2x \,.\, (R_e\, C + A)} + \sqrt{\frac{C}{4x^2 (R_e\, C + A)^2} + \frac{R\, C}{R_e\, C + A}} \right]^2 \quad . \; 15.$$

Jeżeli aparat odbiorczy jest bez odbicia:

$$L_s = \left[- \frac{\sqrt{C}}{2l \,.\, (R_e\, C + A)} + \sqrt{\frac{C}{4l^2 \,.\, (R_e\, C + A)^2} + \frac{R\, C}{R_e\, C + A}} \right]^2 \quad . \; . \; . \; . \; 16.$$

Przypuszczając: $A = O$

$$L_s = \left[- \frac{1}{2l \,.\, R_e \,.\, \sqrt{C}} + \sqrt{\frac{1}{4l^2 \,.\, R_e^2\, C} + \frac{R}{R_e}} \right] \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; 17.$$

Przykład dla $A = O$:

Kabel	Φ 0,5 mm	Φ 1 mm	Φ 2 mm
l	10 km	40 km	160 km
$f = 500 \sim s^{-1}$	0,53 H km^{-1}	0,32 H km^{-1}	0,19 H km^{-1}
$f = 1000 \sim s^{-1}$	0,46 H km^{-1}	0,26 H km^{-1}	0,109 H km^{-1}.

Z uwzględnieniem strat na hysterezę dielektryczną:

Kabel	Φ 0,5 mm	Φ 1 mm	Φ 2 mm
l	10 km	40 km	160 km
$f = 500 \sim s^{-1}$	0,169 H km^{-1}	0,130 H km^{-1}	0,074 H km^{-1}
$f = 1000 \sim s^{-1}$	0,158 H km^{-1}	0,106 H km^{-1}	0,053 H km^{-1}.

Najbardziej korzystnemi warunkami pracy aparatów telefonicznych, nadawczego i odbiorczego, będzie rezonans na napięcie dla aparatu nadawczego i rezonans na prąd dla aparatu odbiorczego między samoindukcją aparatu i pojemnością końców linji.

Omawiane zjawisko jest przyczyną, dlaczego końce linji bywają niedopupinizowane, to jest spupinizowane mniej, niż cała linja. Odcinek nie podlegający pupinizacji może być określony według przybliżonego wzoru:

$$l_1 = \frac{1}{4\pi^2 \,.\, f^2 \,.\, L_a \,.\, C} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 18.$$

gdzie L_a jest indukcyjność aparatu.

Konsekwencja z rozważań powyższych:

Pupinizacja linji jest funkcją nietylko własności linji, ale i charakterystyki aparatów nadawczego i odbiorczego; niedopupinizowanie końców linji musi być dostosowane do własności aparatów.

RÉSUMÉ.

Une ligne électrique avec pertes diélectriques, capacité, écoulement, induction et résistance doit être pupinisée à l'aide des bobines avec pertes. L'auteur arrive aux formules, qui déterminent l'inductance en fonction de la fréquence variable. Cette inductance diminue pour les fréquences plus hautes. La pupinisation de la ligne dépend non seulement des propriétés de la ligne, mais aussi de la caractéristique des appareils d'émission et de reception. Les bouts de la ligne doivent être pupinisés plus faiblement que la ligne entière — conformément aux propriétés des appareils.