

Jeżeli porównamy obie metody zdjęć polowych, t. j. metodę poligonalno-tachymetryczną z metodą wykonaną przy pomocy samolotu szeregową kamerą fotograficzną co do kosztów, to otrzymamy następujące wyniki porównawcze. Licząc jednorazowo koszt instrumentów: kamerę lotniczą, radjalny triangulator, przetwornik Zeiss'a i koszt filmów oraz lotów (46 000 zł.), wydano na polowe zdjęcia lotnicze 168 000 zł. Tym kosztem zdjęto sytuację rzek na przestrzeni około 1 000 km, czyli 1 km sytuacji rzeki kosztuje 168 zł., w stosunku do 475 zł. przy metodzie normalnej.

Ponieważ, jak już wyżej zaznaczono, zarachowano przy obliczaniu kosztów jednostki zdjętej sytuacji dosyć znaczne kwoty wydane za instrumenty, jasne jest, że wszystkie dalsze zdjęcia będą o wiele tańsze, a tem samem koszt jednostki zdjętej sytuacji będzie znacznie mniejszy.

Dzięki uprzejmości p. pułkownika Filipowicza, Naczelnika wydz. komunikacji lotniczych Ministerstwa Komunikacji, uzyskano samolot i załogę z linii lotniczych „Lot”. Latano na samolocie 3-metrowym typu Fokker, fabryki Plage-Laśkiewicz w Lublinie. Samolot prowadził pilot p. Barciszewski. Nawigatorem i zarazem operatorem fotograficznym był urzędnik Biura, emerytowany major p. Jan Röder.

Inicjatywa wykonania tych zdjęć spoczywała w ręku p. Inż. Niedzielskiego, Naczelnika Wydziału M. R. P. Kierownictwo naukowe zaś powierzono radcy ministerjalnemu p. Prof. Piątkiewiczowi.

4. Hydrografia.

W roku 1929 wykonano na terenie działalności Biura tylko uzupełnienia sieci zarówno stacji wodowskazowych, jak i opadowych, jak wreszcie wód gruntowych, wypływające z dokładniejszego zapoznania się z potrzebą i istotą warunków miejscowych. I tak w dziale służby wodowskazowej założono w roku sprawozdawczym nowych stacji 8, na ogólną ilość stacji wodowskazowych 87. Równocześnie przeprowadzono lustrację i uporządkowanie stacji istniejących w związku z ich przebudową, osadzeniem reperów i ich niwelacją, wresz-

cie z koniecznością pouczenia obserwatorów [szczególnie przy ich zmianie].

W dziale służby opadowej założono nowych stacji 2. Uruchomiono ponownie 2 stacje, nadto przeprowadzono lustrację paru stacji w związku z innymi robotami w danej miejscowości. Ogólna liczba stacji, należących do Centr. Biura Hydrograficznego, wynosi 44.

Celem uzyskania podstaw hydrologicznych do obliczeń przepływu wód, przeprowadzono pomiary, i to całkowitej wody w miejscach, gdzie jej skoncentrowanie ładami na to pozwoliło. Jednakże przewlekła odbudowa mostów, jak i oczyszczanie koryt z pali i kratownic (pozostałości z czasów wojny), utrudnia przyspieszenie wykonania pomiarów i ich dokładne przeprowadzenie. Resztę pomiarów przeprowadzono dla wód średnich i niskich, wykonywając ich ogółem 141, w tem pod lodem 26.

Badania przepływu wody na służbie IX kanału Ogińskiego dały z powodu jej nieuszczelności wyniki ujemne, dalsze badania z powodu jej przebudowy zostały przerwane.

Stacje lądowe ewaporometryczne (w Piaskach i Horodyszczu) były częściowo uruchomione.

Badania stanu wód wgłębnych rozszerzono na cały szereg studzien użytkowych na terenie Polesia, których wciągnięto do ogólnej sieci 110, na ogólną liczbę 154 studzien użytkowych i 60 wierconych.

Nadto przeprowadzono zdjęcia jezior w dorzeczu Jasiołdy o ogólnej powierzchni 37 015 km² przesondowanych, co 100, względnie 200 m.

Niwelację ustalonego zwierciadła wody na Prypeci od Pińska do granicy przeprowadzono na długości 140 km. Przytem zdjęto 59 profili poprzecznych.

W dziedzinie czynności biurowych, oprócz wykazów i wykresów z napływających raportów miesięcznych poszczególnych stacji, przeprowadzono opracowanie zdjęcia jezior i pomiarów hydrometrycznych wód pod lodem, jak i wiosennych, których przekontrolowanie, zestawienie i wykresy krzywych objętościowych stanowią obecną czynność biurową.

(d. n.).

Kilka uwag, dotyczących teorii prętów i ich układów^{*)}.

Napisał Stanisław Belzecki.

Zbadamy teraz własności odkształconej

$$v = \Phi(y)_{y=0} \sin(mx);$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = -m^2 \Phi(y)_{y=0} \sin(mx),$$

skąd

$$\rho_{xx} v = -\frac{1}{m^2}, \quad \text{albo} \quad \rho_{yy} v = -\frac{1}{m^2}.$$

Jeżeli końce są zamocowane, to

$$v = \Phi(y)_{y=0} \cos(mz) + \alpha z + \beta,$$

$$\frac{\partial v}{\partial z} = -m \Phi(y)_{y=0} \sin(mz) + \alpha.$$

Ponieważ końce są zamocowane, to $\alpha = 0$:

$$v = \Phi(y)_{y=0} \cos(mz) + \beta.$$

Przesuniemy oś z równoległe do jej kierunku o β

$$v = \Phi(y)_{y=0} \cos(mz);$$

^{*)} Dokończenie do str. 623 w zesz. 35 z r. b.

$$\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = -m^2 \Phi(y)_{y=0} \cos(mz);$$

$$v \cdot \rho = -\frac{1}{m^2}.$$

Jeżeli końce są zamocowane, to $m = \frac{2\pi}{l}$.

W przedziale od 0 do l jest $\frac{\partial v}{\partial z} = 0$ i zmienia znak przy $z = \frac{l}{4}$ i $z = \frac{3l}{4}$; są to punkty przegięcia. Przez te punkty przechodzi nowa oś z^{0w} , czyli przy końcach zamocowanych zadanie sprowadza się do belki wolno podpartej na końcach, której długość równa się połowie l^1 .

Otrzymane wzory określają ogólne własności odkształconej przy symetrycznym obciążeniu i zależą tylko od stopnia swobody końców i od l , natomiast nie zależą zupełnie od sił zewnętrznych.

Krzywą $\rho \cdot y = -\frac{1}{m^2}$ będę nazywał indykatoryną płaskiej odkształconej dla obciążenia symetrycznego.

Odkształcona oś pręta ściskanego jest określona równaniem

$$v \cdot \rho = -\frac{EI}{P}.$$

Przyrównywując prawą część tego równania do prawej części indykatoryny, otrzymamy

$$\frac{1}{m^2} = \frac{EI}{P} = \frac{l^2}{\pi^2},$$

skąd

$$P = \frac{EI \cdot \pi^2}{l^2} \text{ (przy końcach wolno podpartych)}$$

lub

$$P = \frac{4EI \pi^2}{l^2} \text{ (przy końcach zamocowanych).}$$

Z równania

$$\frac{EI}{\rho} = \frac{p}{m^2} \sin^2(mz)$$

¹⁾ W punktach przegięcia możemy wyobrazić sobie siły wzajemnie zrównoważone, które ściskają środkową część i wydłużają odcinki pomiędzy punktami przegięć i końcami zamocowanymi. Bez takich zastrzeżeń samo zadanie o ściskaniu pręta przy zamocowanych końcach jest w kolizji ze zdrowym rozsądkiem.

²⁾ Dla naszego przykładu belki wolno opartej i obciążonej naprężeniem $N_2 = p \cdot \sin(mz)$:

Reakcja podpory

$$R = \int_0^{\frac{l}{2}} p \cdot \sin(mz) dz = -\frac{p}{m} \left| \cos(mz) \right|_0^{\frac{l}{2}} = -\frac{p \cdot l}{\pi};$$

p — obciążenie jednostkowe.

Moment

$$M = \frac{p \cdot l}{\pi} \cdot z - p \int_0^z \sin(mz_1) dz_1 (z - z_1) =$$

otrzymamy

$$y' = \frac{-\frac{p}{EI m^3} \cos(mz)}{\sqrt{1 - \left[\frac{p}{m^3 EI} \cos(mz) \right]^2}};$$

przy $z = 0$

$$y' = \frac{-\frac{p}{EI m^3}}{\sqrt{1 - \left(\frac{p}{EI m^3} \right)^2}}; \dots (*)$$

przy $\frac{p}{m} = EI \frac{\pi^2}{l^2} = EI m'$

$$y' = \infty.$$

Obciążenie krytyczne.

Ponieważ powinno być

$$1 > \frac{p}{EI m^3},$$

to $\frac{p}{m} < \frac{\pi^2 EI}{l^2},$

t. j. siła tnąca powinna być mniejszą od granicy Eulera.

Stąd wynika że siła Eulera jest siłą krytyczną nie tylko dla prętów ściskanych, lecz i dla prętów zginanych.

Całkując równanie

$$\rho \cdot y = -\left(\frac{l}{\pi}\right)^2 = -\frac{1}{m^2},$$

otrzymamy

$$m s = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\psi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \psi}} \quad \text{gdzie}$$

$k = \sin\left(\frac{\varphi_1}{2}\right)$ i φ_1 — kąt pochylenia stycznej do osi

z na podporach.

$$= \frac{p \cdot l}{\pi} \cdot z - p \left[z \int_0^z \sin(mz) dz - \int_0^z z \sin(mz) dz \right];$$

$$\int_0^z \sin(mz) dz = -\frac{1}{m} \left| \cos(mz) \right|_0^z = \frac{1}{m} (1 - \cos(mz));$$

$$\int_0^z z \sin(mz) dz = \left| -\frac{z}{m} \cos(mz) \right|_0^z + \frac{1}{m^2} \left| \sin(mz) \right|_0^z =$$

$$= \frac{z}{m} \cos(mz) + \frac{1}{m^2} \sin(mz) - p \left[\frac{z}{m} (1 - \cos(mz)) + \frac{z}{m} \cos(mz) - \frac{1}{m^2} \sin(mz) \right] = -p \left(\frac{z}{m} - \frac{1}{m^2} \sin(mz) \right).$$

$$M = \frac{p \cdot l}{\pi} z - \frac{p \cdot l z}{\pi} + \frac{p}{m^2} \sin(mz) = \frac{p}{m^2} \sin(mz).$$

³⁾ Przegląd Techniczny 1929, Nr. 48, str. 1057.

Dla pręta zgiętego, długość osi nie zmienia się, a zatem powinno być:

$$\pi = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\psi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \psi}} = 2F\left(k, \frac{\pi}{2}\right),$$

co jest możliwe przy $k=0$, lub przy k — nieskończenie małym, t. j. moduł całki eliptycznej Legendre'a powinien być równy zeru, albo nieskończenie mały.

W przypadku pręta ściskanego $\frac{s}{l} = 1 - \frac{\delta l}{l}$,

a zatem $\pi = \frac{2F}{\frac{\delta l}{l}}$, co jest możliwe wtedy, gdy moduł k i $\frac{\delta l}{l}$ są nieskończenie małe.

Np. przy φ_1 różnym 45° , mod. $k = \sin 22,5^\circ$,

$$\pi = 2 \times 1,63 = 3,26,$$

stosunek

$$\frac{2F}{\pi} = 1,038,$$

t. j. długość odkształconej osi pręta jest bardzo bliska długości łuku koła o promieniu równym 1.

Założenie $\varphi_1 = \frac{\pi}{4}$ odpowiada $y' = 1$; ze wzoru (*) otrzymamy

$$\frac{p}{m} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{EI \pi^2}{l^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} Ew \left(\frac{r}{l}\right)^2;$$

granica ta jest mniejszą od granicy Euler'a.

Ponieważ $r = \frac{2h}{\sqrt{12}}$, to przy $\frac{p}{mw} = 0,8 R$, gdzie

R — granica sprężystości,

$$\frac{2h}{l} = \sim 0,03 \text{ (dla stali zlewnej).}$$

Dla pręta jednym końcem zamocowanego

$$\frac{2h}{l} = \sim 0,06.$$

Warunkom

$$\frac{p}{m} < \text{siły Euler'a}$$

odpowiadają warunki:

$$\frac{2h}{l} > 0,03 \left(\frac{1}{32}\right) \text{ dla pręta wolno podpartego,}$$

$$\frac{2h}{l} > 0,06 \left(\frac{1}{16}\right) \text{ dla pręta jednym końcem zamocowanego.}$$

Powyżej udowodniliśmy istnienie granic przy zginaniu prętów. Należy jednak zastrzec, że tak jedne, jak i drugie granice uważam za mało wartościowe. W układach realnych niema prętów wyłącznie ściskanych, gdyż są one jednocześnie zginane zmiennym momentem. Bardziej wartościowe byłyby ściśle badania takich prętów.

Z powyższej analizy wynika, że w bardzo szerokich granicach przesunięcia są proporcjonalne do sił, t. j. podlegają twierdzeniu Betti dla prętów nieważkich, a zatem potencjał wewnętrzny jest jednorodną funkcją drugiego stopnia niezmienników odkształceń, t. j. ma postać

$$2U = (\lambda + 2\mu) \theta^2 + \mu \left[\beta_1^2 + \beta_2^2 + \beta_3^2 - 4(\alpha_1 \alpha_2 + \alpha_1 \alpha_3 + \alpha_2 \alpha_3) \right],$$

gdzie θ — rozszerzalność przestrzenna,

α_i ($i = 1, 2, 3$) — stosunkowe wydłużenia,

β_i ($i = 1, 2, 3$) — zmiany katowe (poślizgi).

W tych granicach v i w nie są nieskończenie małe i, pomimo że są skończone, nie wykraczają poza granice zadań ogólnej teorii sprężystości.

Ze wzoru

$$v = \frac{Mm^2}{2E} \cdot \frac{q_1}{q} = \frac{p}{2E} \cdot \frac{q_1}{q} \sin(mz)$$

mamy

$$\frac{\partial v}{\partial z} = m \cdot \frac{p}{2E} \cdot \frac{q_1}{q} \cdot \cos(mz);$$

przy $z = 0$

$$\left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)_{z=0} = m \frac{p}{2E} \cdot \frac{q_1}{q},$$

a zatem

$$v = \frac{\left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)_{z=0}}{m} \sin(mz),$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = -m \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)_{z=0} \cdot \sin(mz).$$

O przesunięciach i o krzywiznie decyduje $\left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)_{z=0}$ dla pręta wolno podpartego,

lub $\left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)_{z=\frac{l}{4}}$ dla pręta o końcach zamocowa-

nych. $\frac{\partial v}{\partial z}$ — jest to obrót elementu linowego osi z

około osi równoległej do osi x . W układach realnych wchodzi w grę jeszcze kąty obrotu węzłów. Badanie znaku warjacji pełnej potencjalnej energii układu, jako funkcji tych obrotów, będzie zadaniem więcej pożytecznym niż badanie stateczności.

Indykatorysa daje wyniki zgodne z całą równania

$$\frac{EI}{\rho} + M = 0$$

do granicy Euler'a. Sprawdzimy teraz, do jakich granic będzie ona w zgodzie z równaniem

$$v = y = \frac{\left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)_{z=0}}{m} \sin(mz).$$

Różniczkując równanie

$$\frac{1}{\rho} = -m^2 \cdot y$$

$$d\left(\frac{1}{\rho}\right) = -m^2 dy$$

i mnożąc je przez $\frac{1}{\rho}$, otrzymamy

$$\frac{1}{\rho} d\left(\frac{1}{\rho}\right) = -m^2 \frac{dy}{\rho} = -m^2 \sin \varphi \cdot d\varphi.$$

Całkując, otrzymamy

$$2\left(\frac{1}{\rho}\right)^2 = m^2 \cdot \cos \varphi + C.$$

Obierając początek spólrzędnych w punkcie $\frac{\partial v}{\partial z} = 0$

i $z = \frac{l}{2}$, mamy

$$\frac{1}{\rho} = m \sqrt{2(\cos \varphi - \cos \varphi_1)};$$

φ_1 — kąt pochylenia stycznej na podporach, gdzie $\frac{1}{\rho} = 0$,

$$y = -\frac{1}{m^2 \rho} = \frac{1}{m} \sqrt{2(\cos \varphi - \cos \varphi_1)},$$

a zatem przy $z = \frac{l}{2}$, $\varphi = 0$

$$y'_{z=0} = \sqrt{2(1 - \cos \varphi_1)}.$$

Ostatnie równanie trzeciego stopnia ma jeden pierwiastek oczywisty $\varphi_1 = 0$; drugi jest bliski 20° , trzeci jest nam niepotrzebny ($\varphi_1 > \frac{\pi}{2}$). Pierwiastkowi $\varphi_1 = 20^\circ$ odpowiada (dla stali zlewnej) stosunek $\frac{2h}{l} = 0,05$, a zatem prętem będziemy nazywali takie ciało pryzmatyczne, dla którego stosunek $\frac{2h}{l}$ zawarty jest w granicach

$$0,2 \geq \frac{2h}{l} \geq 0,05$$

przy końcach wolno podpartych i

$$0,2 \geq \frac{2h}{l} \geq 0,1$$

przy jednym końcu zamocowanym.

Przy $\frac{2h}{l} > 0,2$ będziemy mieli ciała pryzmatyczne o wymiarach jednego rzędu. Dla takich ciał v i w będą zawsze nieskończenie małe.

Do prętów i ciał o wymiarach jednego rzędu ma zastosowanie twierdzenie Betti (Maxwell), pomimo że dla prętów v i w mogą być skończone.

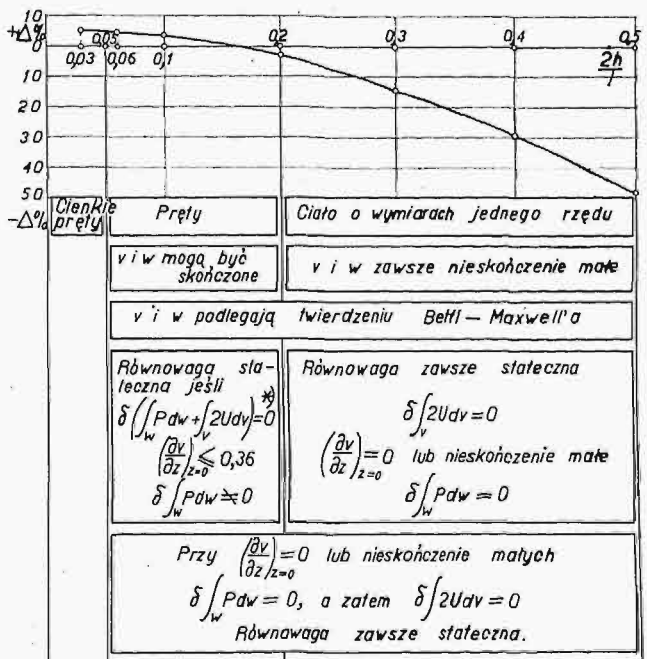
Przy $\varphi_1 \leq 20^\circ$ rzut odkształconej na oś z różni się od długości samej krzywej mniej więcej o 2% , a zatem w równaniu $\frac{EI}{\rho} + M = 0$ możemy pisać momenty, nie uwzględniając odkształceń.

Wzór

$$v = \frac{y'_{z=0}}{m} \sin(mz)$$

jest miarodajny do tej granicy.

Poza temi granicami ($\varphi_1 > 20^\circ$) będziemy mieli do czynienia z cienkimi prętami, których teoria stanowi specjalny dział teorii sprężystości.



*) Przez P oznaczamy pracę sił zewnętrznych. Wzór $\delta \left(\int Pdw + \int 2Udv \right) = 0$ wyraża granicę, do której strata energii potencjalnej sił zewnętrznych zużywa się na zwiększenie wewnętrznej energii ciała, przy zastrzeżeniu, że pomiędzy ciałem i światem zewnętrznym nie ma innej wymiany energii.

Przytoczona analiza, oparta na szczególnym wypadku obciążenia symetrycznego, nie może mieć znaczenia decydującego. Badania w ogólnej postaci, oparte na operacjach nad szeregami, są dość zawile i nudne dla szerszego ogółu czytelników. Przeprowadzona, chociaż częściowo, rewizja zasad uchroni od stosowania wzorów poza ustalonymi granicami, po których przekroczeniu wzory tracą swój sens. Wektor naprężenia N_3 będzie równy zeru tylko wtedy, kiedy T_1 przy $y = \pm h$ jest równe zeru, a zatem przy zmiennym h stosowanie wzoru $EIy'' + M = 0$ jest błędne.

Zbadałem pręty, pozostaje zbadać płyty i powłoki, których teoria także wymaga rewizji.

W dalszych badaniach będę się powoływał na podane wyżej wzory ogólne dla u , v i w , które będą potrzebne przy badaniu płyt