

Objętości wody Olczy w Jaszczurówce były mierzone w latach 1924/5 przez Wydział hydrograficzny w Warszawie. Z pomiarów wynika, że Olcza prowadzi znaczne i bardzo stałe ilości wody. Własne dorzecze Olczy między Nosalem a Kopieńcem jest nieduże, lecz potok otrzymuje przeważną część wody odpływającej z Hal Gąsienicowych i Czarnego Stawu. Różnica poziomów pomiędzy doliną Olczy a doliną Suchej Wody po obu stronach Kopieńca wynosi prawie 300 m, na odległości 2,0 km. Wywierzyńska Olczycka są więc bez wątplenia podziemnym odpływem z Hal Gąsienicowych poprzez wapienne skały Kopieńca. Na to wskazuje nietylko obfitość Wywierzyńska w wodę, lecz i nazwa potoku Sucha Woda, gdyż potok rzeczywiście u góry bardzo w wodę obfity, w dolnym biegu wodę zupełnie traci.

Objętość 6-miesięczna wody Olczy wynosi około 400 L/sek., najmniejsza nie spada poniżej 200 L/sek. Zakład w Bachledówce da zatem dla 6-miesięcznej wody 2220 HP. t. j. 35.500 kwg/24 g, a podczas najniższych stanów 720 HP. względnie 11.400 kwg/24 g. Roczna suma pracy wyniesie tu 10,770.000 kwg, zapas w stawie na Bystrem prawie 53 000 kwg. Zapas pracy wystarczy zatem na wyrównanie nietylko dziennych i tygodniowych wahań w odbiorze siły, lecz i na dłuższy okres czasu.

Istniejące prawa wodne są małe. Trzy zakłady turbino-we na potoku Bystrym w Kuźnicach, dwa na Fóluszowym w Zakopanem, jeden na Olczy w Jaszczurówce. Wykup ich, przez oddanie odpowiedniej ilości energii elektrycznej, nie przedstawi żadnych trudności.

W drugiej alternatywie obszerny staw założony koło Kozieńca i Antonówki może być atrakcją Zakopanego tak w lecie jak i zimą. W lecie mogą tu być urządzone kąpiele i uprawiany sport łożkowania, w zimie ślizgawka. Z rurociągu żelbetowego, który prowadzi wodę Bystrego, może się odgałęzić wodociąg użytkowy, tak bardzo tu potrzebny dla skrapiania ulic i skutecznej walki z letnią plagą Zakopanego — kurzem.

Powyżej przedstawiony plan ma tę zaletę, iż da się wykonać stopniowo, etapami, w miarę wzrostu zapotrzebowania energii. W obu alternatywach rozpocząć należałoby od przedłużenia w sztolnię istniejącego już kanału i budowy zakładu w Adasiówce, następnie wykonać ujęcie Jaworzynki, potem najwyższy stopień powyżej Kuźnic. Jako końcowy etap przysłały budowa zakładu czy w Zwierzyniu, czy też na Bachledówce.

Zestawienia mocy i pracy zakładów w obu alternatywach przedstawia się następująco:

#### Alternatywa I.

	spad netto	Woda 6-miesięczna			Woda 12-miesięczna			Suma roczna pracy kwg	U w a g a
		l/sek	HP.	kwg/24 g	l/sek	HP.	kwg/24 g		
I stopień: Kuźnice . .	70 m	750	575	9.200	150	115	1.910	2,570.000	
II " Bystry . .	150 "	790	1262	20.200	150	240	3.820	5,330.000	zbiornik 6.420 m <sup>3</sup> — 1.870 kwg
" Jaworzynka . .	90 "	360	348	5.500	150	145	2.320	1,460.000	" 5.040 " — 900 "
III " Zwierzyn . .	31,5 "	1150	392	6.300	300	100	1.600	1,650.000	" 53.460 " — 3.400 "
IV " Biała Woda . .	70 "	1150	795	12.800	300	200	3.200	3,350.000	wykonanie wątpliwe
Suma . . .			3372	54.000		800	12.850	14,360.000	6.170 kwg

#### Alternatywa II.

I stopień: Kuźnice . .	70 m	750	575	9.200	150	115	1.910	2,570.000	
II " Bystry . .	150 "	790	1262	20.200	150	240	3.820	5,330.000	zbiornik 6.920 m <sup>3</sup> — 1.870 kwg
" Jaworzynka . .	90 "	360	348	5.500	150	145	2.320	1,460.000	" 5.040 " — 900 "
III " Bachledówka	132 "	1550	2220	35.500	500	720	11.400	10,770.000	" 200.000 " — 53.000 "
Suma . . .			4405	70.400		1220	19.450	20,130.000	55.770 kwg

Warszawa, w styczniu 1926 r.

Prof. St. Bełzecki.

## Układy prętów o połączeniach sztywnych.

(Ciąg dalszy).

§ 5. Graniczne warunki dla układów płaskich<sup>1)</sup>. Zakładamy, że prętów o końcach swobodnych układ nie zawiera. Każdemu prętowi nadamy kierunek wskazany na schemacie strzałką i oberzemy kierunki tak, żeby schemat całego układu i każda jego część stanowiły wieloboki zamknięte.

Z teorii układów o połączeniach przegubowych wiadomo, że układ  $m$  punktów jest swobodny (wydłużenia prętów są absolutnie niezależne), jeżeli położenie  $m$  punktów jest określone zapomocą  $2m - 3$  odległości między punktami w razie układu płaskiego i  $3m - 6$  odległości między prętami dla układu przestrzennego. Taki układ jest geometrycznie niezmienny (twierdzenie Euler'a) i może być określony jako silny (ferme).

<sup>1)</sup> W niemieckiej literaturze spotykamy termin statycznie niewyznaczalny (statisch unbestimmt). Termin ten jest niewłaściwy, ponieważ mechanika układów odkształcających się jest więcej ogólną od mechaniki układów niezmiennych, a zatem nie może być podporządkowaną dyscyplinie mniej ogólnej.

Jeżeli schemat układu stanowią wieloboki zamknięte (systeme fermé) i oprócz tego układ jest silny (ferme) to będziemy go nazywać fermą.

Termin ferma dobrze określa taki układ, termin kratownica nic nie określa.

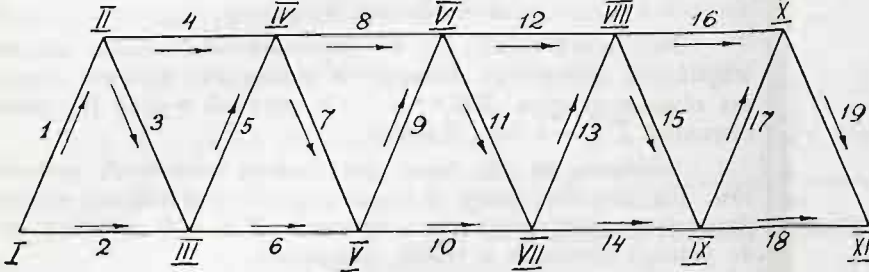
Na rys. 3 jest podany schemat fermy.

Stosując równanie I, otrzymamy:

$$\begin{aligned}
 \varphi^{\text{II}} - \varphi^{\text{I}} &= \varphi_1 \\
 \varphi^{\text{III}} - \varphi^{\text{II}} &= \varphi_2 \\
 \varphi^{\text{I}} - \varphi^{\text{III}} &= -\varphi_3 \\
 \varphi^{\text{IV}} - \varphi^{\text{II}} &= \varphi_4 \\
 \varphi^{\text{IV}} - \varphi^{\text{III}} &= \varphi_5 \\
 \varphi^{\text{II}} - \varphi^{\text{IV}} &= -\varphi_6 \\
 &\dots \\
 &\dots
 \end{aligned}
 \tag{a}$$

Dodając po trzy, otrzymamy:

$$\begin{aligned} \varphi_1 + \varphi_3 &= \varphi_2 \\ \varphi_3 + \varphi_5 &= \varphi_4 \\ \varphi_5 + \varphi_7 &= \varphi_6 \\ \varphi_7 + \varphi_9 &= \varphi_8 \\ &\dots \\ &\dots \\ \varphi_{2i+1} + \varphi_{2i+3} &= \varphi_{2i+2} \\ i &= 0, 1, 2, 3 \dots \end{aligned} \quad (A)$$



Rys. 3.

Z grupy (A) otrzymamy:

$$\begin{aligned} \varphi_1 + \varphi_4 &= \varphi_2 + \varphi_5 \\ \varphi_1 + \varphi_4 + \varphi_7 &= \varphi_2 + \varphi_6 \\ &\dots \\ \varphi_1 + \varphi_{2m-3} &= \sum_{i=2}^{i=m} \varphi_{2i+2} - \sum_{i=1}^{i=m} \varphi_{2i+4} \quad (c) \\ m &\text{ - ilość węzłów} \\ i &= 0, 2, 4, 6, 8. \end{aligned}$$

Ponieważ  $\varphi_i = \frac{l_i}{2EI_i} [M_i^o + M_i^n]$ , to (a), (A) i (c) nie zależą od  $u_i$  przy  $u_i$  nieskończenie małych.

W razie  $\varphi_i=0$ ,  $M_i^o + M_i^n = 0$ ,

a ponieważ:  $Z_0 = \frac{M_0}{M_0 - M_n} l_i$ , to  $Z_0 = \frac{l_i}{2}$ .

Jeśli kąt między stycznymi do odkształconej osi w początku i końcu pręta jest równy zeru, to styczne są równoległe, a punkt przegięcia leży po środku pręta.

Z równań (a) wynika, że:

$$\varphi^j - \varphi^o = \sum_{i=0}^{i=j-1} \varphi_{2i+1}.$$

Lewy skrajny węzeł zakładamy nieruchomym, oznaczamy go przez  $\varphi^0$  i w nim obieramy początek współrzędnych wspólnych dla całej fermy.

Równanie:  $\varphi_{2i+1} + \varphi_{2i+3} = \varphi_{2i+2}$  . . . . (A) daje nam pierwszy warunek graniczny.

Dwa inne warunki otrzymamy rzutując przesunięcia na osie współrzędnych.

Zakładamy, że pasy fermy są równoległe do osi OX, a ferma składa się z elementów trójkątnych. W ogólnym wypadku wzory będą bardziej złożone. Węzły każdego elementu zaczynając od lewego będą miały numery  $j, j+I, j+II$ .

Boki zamknięte oznaczamy przez  $l_{2i+1}, l_{2i+3}$ , bok zamknięty przez  $l_{2i+2}$ .

$$\frac{\partial l_{2i+2} - \partial l_{2i+1} \cos(l_{2i+1} x) - \partial l_{2i+3} \cos(l_{2i+3} x)}{\partial l_{2i+1} \sin(l_{2i+1} x)} \text{ oznaczmy przez } d,$$

$\eta_{2i+2} - \eta_{2i+1} \cos(l_{2i+1} x) - \eta_{2i+3} \cos(l_{2i+3} x)$  oznaczmy przez  $\Sigma \eta_y$ .

$$\partial l_{2i+1} \sin(l_{2i+1} x) \left\{ \frac{\partial l_{2i+1}}{l_{2i+1}} - \frac{\partial l_{2i+3}}{l_{2i+3}} \right\} \text{ oznaczmy przez } d_1.$$

Rzutując przesunięcia na oś OX otrzymamy:

$$\partial l_{2i+1} \cos(l_{2i+1} x) + (\eta_{2i+1} + l_{2i+1} \varphi^I) \sin(l_{2i+1} x) + \partial l_{2i+3} \cos(l_{2i+3} x) - (\eta_{2i+3} + l_{2i+3} \varphi^{j+1}) \sin(l_{2i+3} x) = \partial l_{2i+1}.$$

$$\text{Albo: } \frac{\eta_{2i+1}}{l_{2i+1}} - \frac{\eta_{2i+3}}{l_{2i+3}} - \varphi_{2i+1} = \pm d \quad (B)$$

górny znak dla elementów, dla których  $\varphi^{j+1}$  leży na pasie górnym, dolny dla takich, dla których  $\varphi^{j+1}$  leży na pasie dolnym.

Rzutując na oś OY otrzymamy:

$$\varphi_{2i+1} l_{2i+3} \cos(l_{2i+3} x) - \Sigma \eta_y = \pm d_1 \quad (C)$$

(B) i (C) są dwa warunki graniczne.

Dla każdego zamkniętego konturu o połączeniach sztywnych mamy trzy warunki graniczne, które można zastąpić jednym, jak to będzie wskazane niżej.

Równanie (A) nie zależy od  $\partial l$ . W równaniach (B) i (C) wyrazy  $d$  i  $d_1$  są funkcją  $\partial l_i$ .

Funkcje  $d$  i  $d_1$  są wiadome przy połączeniach przegubowych; w tym wypadku osie prętów są głównymi osiami sprężystości. Przy połączeniach sztywnych osie prętów nie są głównymi osiami, wektory sił sprężystości odchylają się od osi. Odchylenia te są tak małe, że cosinusy kątów, które robią wektory z osiami prętów, możemy założyć równymi jedności. Przy takim założeniu wektory sił są wiadome funkcje sił zewnętrznych, a zatem są

wiadome liczbowe przy nich współczynniki czyli funkcje wpływowe<sup>1)</sup>.

Korzystając ze wzorów:

$$\begin{aligned} \varphi_i &= \frac{l_i}{2EI_i} (M_i^o + M_i^n) \\ \eta_i &= \frac{l_i^2}{6EI_i} (2M_i^o + M_i^n) \end{aligned}$$

otrzymamy z (A) i (B):

$$\begin{aligned} M_{2i+2}^n &= -M_{2i+2}^o + K_{2i+2} (M_{2i+1}^o + M_{2i+1}^n) + \\ &+ K_{2i+2} (M_{2i+3}^o + M_{2i+3}^n) \end{aligned}$$

$$M_{2i+3}^n = -2M_{2i+3}^o - K_{2i+3} (M_{2i+1}^o + 2M_{2i+1}^n) \mp 6dEK_{2i+3}$$

$$K_i = \frac{I_i}{l_i}, \quad K_{\frac{m}{n}} = \frac{K_m}{K_n}.$$

Podstawivszy te wartości do równania (C) otrzymamy:

$$\begin{aligned} A M_{2i+1}^o + B M_{2i+1}^n + C M_{2i+2}^o + D M_{2i+3}^o &= q_j \\ i &= 0, 1, 2, 3 \dots \\ j &= 1, 2, 3 \dots \end{aligned}$$

jest to linjowe równanie czterech momentów.

Te równanie będziemy nazywać twierdzeniem czterech momentów.

Graniczne warunki streszczają się w jednym twierdzeniu czterech momentów.

<sup>1)</sup> Przytaczam szereg liczb z obliczenia mostu przez rz. Biała w założeniu przegubów

W założeniu przegubów	W układzie sztywnym
104,3	105,87
47,2	47,1
20,4	22,665
47	46,66
81,4	84,006
0	3,03
84,	88,864
67,	69,58
114,7	115,034
22,7	26,81
114,2	114,541
132,9	133,496

Największe różnice dają reakcje w słupkach, różnice w pasach i krzyżulcach nie przekraczają 4%. Łatwo uniknąć różnic w słupkach, odpowiednią ich konstrukcją (przeguby Mesnager).

Samo przez się zrozumiałe, że znaki po komicie tak w jednym jak i w drugim wypadku nie mogą mieć żadnego decydującego znaczenia.

$$A = \frac{l_{2i+1} l_{2i+3} \cos(l_{2i+3} x)}{I_{2i+1}} - \frac{l_{2i+2}^2}{6 I_{2i+2}} (K - K_I K_{II}) + \\ + \frac{l_{2i+1}^2}{3 I_{2i+1}} \cos(l_{2i+1} x) - \frac{l_{2i+3}^2}{6 I_{2i+3}} \cos(l_{2i+3} x)$$

$$B = \frac{l_{2i+1} l_{2i+3} \cos(l_{2i+3} x)}{I_{2i+1}} - \frac{l_{2i+2}^2}{6 l_{2i+2}} (K - 2 K_I - K_{II}) + \\ + \frac{l_{2i+1}^2}{6 I_{2i+1}} \cos(l_{2i+1} x) - \frac{l_{2i+3}^2}{3 I_{2i+3}} \cos(l_{2i+3} x)$$

$$C = -\frac{l_{2i+2}^2}{6 I_{2i+2}}$$

$$D = -K_I C$$

$$q_j = \pm d_1 + d K_3 \left( \frac{l_{2i+2}}{I_{2i+2}} \mp \frac{l_{2i+3}}{I_{2i+3}} \cos(l_{2i+3} x) \right)$$

$$K_I = K_1, \quad K_{II} = K_2, \quad K_{III} = K_3$$

$$i = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$j = 1, 2, 3, \dots$$

Oprócz  $n-1$  równań czterech momentów mamy  $n+1$  równań ( $\sum M_i = 0$ ) równowagi momentów w każdym węźle.

Przechodząc stopniowo od jednego elementu trójkątnego do drugiego w kierunku zlewa na prawo możemy do każdego równania czterech momentów dodać jedno równanie równowagi  $\sum M_i = 0$  dla lewego węzła.

Rugując za pomocą tego równania jeden z momentów, w równaniu czterech momentów otrzymamy równanie trzech momentów. Dla skrajnego prawego elementu będziemy mieli nie jedno lecz trzy równania  $\sum M_i = 0$ , to równanie da nam zależność między  $M_1^o$  i  $M_n^o$ . Wszystkich równań będziemy mieli  $n-1$ . Te równania będą zawierały:

$$3(n-2) + 1 - 2(n-2) = n-1$$

niewiadomych momentów. Zadanie jest kompletnie rozwiązane.

Cała teoria układów sztywnych streszcza się w jednym twierdzeniu trzech momentów. Analitycznie teoria ta niczem się nie różni od teorii belek ciągłych.

Załóżmy teraz, że ferma składa się z  $m$  elementów czworokątnych (ferma Virandela). Dla każdego czworokąta graniczne warunki streszcza się w jednym równaniu z sześciu niewiadomych. Dla każdego elementu zaczynając od lewej nieruchomej podpory możemy dodać dwa równania równowagi ( $\sum M_i^{o,n} = 0$ ) lewych węzłów; a zatem równanie graniczne zredukuje się do równania o czterech momentach.

W każdym czworoboku lewy dolny węzeł oznaczymy przez  $j$ . Numera węzłów będą:  $j, j+I, j+II, j+III$ . Boki zamknięte oznaczamy przez  $l_{2i+1}, l_{2i+2}$ , boki zamykające  $2i+4, 2i+5$ ; opuszczamy znakowanie  $l_{2i+3}$  odpowiadające krzyżulcom.

Równanie graniczne (twierdzenie 4 momentów) będzie linjową funkcją momentów  $M_{2i+1}^o, M_{2i+2}^o, M_{2i+4}^o, M_{2i+5}^o$ . To równanie dla ostatniego elementu wobec dwóch równań  $\sum M_i^{o,n} = 0$  dla prawych węzłów zredukuje się do równania dwóch momentów.

Przy  $m$  elementach ilość węzłów równa się  $2(m+1)$ , ilość boków wspólnych  $m-1$ . Ilość niewiadomych:

$$4(m-1) + 2 - 2(m-1) = 2m$$

Ilość równań granicznych równa się  $m$ . Wyobraźmy, że każdy element czworokątny przecięty jest projekcją równoległym do kierunku sił zewnętrznych (pionowych); napisawszy warunki równowagi dla lewych części fermy otrzymamy  $m$  równań, które razem z równaniami granicznymi dadzą nam  $2m$  równań, z których określimy  $2m$  momentów. Za pomocą tych równań możemy wyrugować jeden moment z równania czterech momentów, otrzymując równanie trzech momentów.

Dla określenia reszty momentów mamy równania:

$$M_{2i+4}^o = -M_{2i+2}^o + K [M_{2i+1}^o + M_{2i+3}^o] + \\ + K_1 [M_{2i+2}^o + M_{2i+4}^o] - K_2 [M_{2i+5}^o + M_{2i+1}^o]$$

<sup>1)</sup>  $(n-2)$  ilość boków wspólnych. Ilość niewiadomych  $n-1$ , w teorii Mohra ilość niewiadomych  $n+1$ .

$$M_{2i+5}^o = -2M_{2i+3}^o + K_3 [2M_{2i+1}^o + M_{2i+4}^o] - \\ - 3K_4 [M_{2i+2}^o + M_{2i+4}^o] - 6dK_5$$

$$K = \frac{h}{l} \frac{I_{2i+4}}{I_{2i+1}}, \quad K_1 = \frac{I_{2i+4}}{I_{2i+2}}, \quad K_2 = \frac{h}{l} \frac{I_{2i+4}}{I_{2i+5}}, \\ K_3 = \frac{I_{2i+5}}{I_{2i+1}}, \quad K_4 = \frac{l}{h} \frac{I_{2i+5}}{I_{2i+4}}$$

$$K_5 = \frac{I_{2i+5}}{h^2}; \quad h = l_{2i+1} = l_{2i+5}, \quad l = l_{2i+2} = l_{2i+4}$$

$$d = \partial l_{2i+4} - \partial l_{2i+2}$$

Jeśli  $m=1$  (rama) to w zależności od kierunku sił zewnętrznych mamy: a) równanie 4 momentów, b) dwa równania równowagi typu  $\sum M_i^{o,n} = 0$  dla prawych węzłów i c) jedno równanie  $\sum X = 0$  lub  $\sum Y = 0$ .

Wiadomo, że siła tnąca jest funkcją końcowych momentów. Dla niepełnej rami (o trzech prętach) przy końcach utwierdzonych warunki graniczne i równania  $\sum M_i = 0$  redukują się do jednego równania o trzech momentach.

Korzystając z warunku  $\sum Y = 0$  możemy zredukować całą teorię ferm Wirandela do jednego równania o trzech momentach.

Reasumując powyżej wypowiedziane myśli przychodzimy do wniosku, że wogóle teoria układów sztywnych streszcza się w jednym równaniu trzech momentów i jest pewnym uogólnieniem belek ciągłych. Nie trudno teorię belek ciągłych otrzymać jako szczególny wypadek układów sztywnych.

Więcej ogólne równania otrzymamy korzystając ze wzorów:

$$\varphi_i = \frac{l_i}{2EI_i} [M_i^o + M_i^n + A_\mu]$$

$$\eta_i = \frac{l_i^2}{6EI_i} [2M_i^o + M_i^n + B_\mu]$$

Korzystając ze wzorów:

$$M_i^n = \frac{2EI}{l_i} \left( 2\varphi_i - \frac{3\eta_i}{l_i} \right) - 2A_\mu + B_\mu$$

$$M_i^o = \frac{2EI}{l_i} \left( \frac{3\eta_i}{l_i} - \varphi_i \right) + A_\mu - B_\mu$$

otrzymamy równanie trzech kątów  $\varphi_i$ , lub trzech  $\eta_i$ .

Przy obecnym stanie techniki fermy ciągle powinny mieć szerokie zastosowanie jako ekonomiczne<sup>1)</sup>. Obliczenie ciągłych ferm jako układów sztywnych pozwoli znacznie zwiększyć naprężenia dopuszczalne i może doprowadzić do typów kompletnie racjonalnych. Teorię układów przegubowych można uważać za wyczerpaną. Teoria układów sztywnych powinna stanąć na poziomie teorii układów przegubowych lub teorii belek ciągłych.

O ile chodzi o mosty są to układy przestrzenne, a nie płaskie i powinny być liczone jako takie. Niestety postęp w tym kierunku jest znikomy.

Przestrzenne fermy ciągle nawet w założeniu połączeń przegubowych będą znacznie lżejsze i racjonalniejsze od obecnie używanych typów, szczególnie w obecnym czasie u nas powinny być stosowane.

Podana wyżej metoda jest zupełnie ogólną i może być stosowaną w dowolnym wypadku. Będąc ogólną nie jest jedyną i można łatwo podać szereg innych metod, które w pewnych wypadkach prędzej prowadzą do celu.

Warunki graniczne są to warunki jedyne; one określają układ w zupełności. Żadnych innych warunków nie ma. Jakoby metodę my nie stosowali, zawsze otrzymamy te tylko trzy warunki.

<sup>1)</sup> Nieuzasadniona obawa niejednakowego osiadania podpór powinna być zlikwidowana. Stosunek poprzecznych wymiarów od długości w belkach ciągłych wogóle jest taki, że przesunięcia belki mogą być skończone, lecz ich pochodne po  $x$  i  $y$  pozostają nieskończone małe. Przy obecnych sposobach fundamentowania taka obawa jest tembardziej nieuzasadniona.

