

11.4. Wpływ skończonej liczby łopatek wirnika na parametry pracy. Rzeczywiste trójkąty prędkości

11.4.1. Jednostkowa praca wirnika i wysokość podnoszenia przy skończonej liczbie łopatek

Przy nieskończonej wielkiej liczbie łopatek jednostkową pracę wirnika określa wzór (9.3)

$$L_{I\infty} = u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1}$$

oraz wysokość podnoszenia wzór (9.4)

$$H_{th\infty} = \frac{1}{g} (u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1})$$

Z przeprowadzonych rozważań wynika, iż przy skończonej liczbie łopatek następuje zmniejszenie składowej obwodowej prędkości c_{u2} do c_{u3} . Zatem zmniejszeniu ulegnie praca jednostkowa wirnika, którą obecnie określimy za pomocą wzoru

$$L_I = u_2 c_{u3} - u_1 c_{u1} \quad (11.35)$$

oraz w takim samym stopniu zmniejszy się wysokość podnoszenia

$$H_{th} = \frac{1}{g} (u_2 c_{u3} - u_1 c_{u1}) \quad (11.36)$$

Należy brać pod uwagę fakt, że zmniejszona praca jednostkowa wirnika (i w tej samej proporcji zmniejszona wysokość podnoszenia) jest równoznaczna z odpowiednio zmniejszonym poborem mocy P_w pompy od silnika napędowego.

Odejmując od siebie stronami równania (9.3) i (11.35) oraz (11.1) i (11.36), otrzymamy

$$L_{I\infty} - L_I = u_2 (c_{u2} - c_{u3}) \quad (11.37)$$

$$H_{th\infty} - H_{th} = \frac{u_2}{g} (c_{u2} - c_{u3}) \quad (11.38)$$

Zakładając, że różnica $L_{I\infty} - L_I$ jest proporcjonalna do L_I oraz $H_{th\infty} - H_{th}$ jest proporcjonalna do H_{th} , możemy ułożyć zależności

$$L_{I\infty} - L_I = p L_I \quad (11.39)$$

$$H_{th\infty} - H_{th} = p H_{th} \quad (11.40)$$

lub

$$\frac{L_{I\infty}}{L_I} = (1+p) = \frac{H_{th\infty}}{H_{th}} \quad (11.41)$$

Wprowadzony przez C. Pfeiderera *współczynnik p* (poprawka C. Pfeiderera) uwzględnia zmniejszenie jednostkowej pracy wirnika przy skończonej liczbie łopatek. A więc jest *współczynnikiem zmniejszenia poboru lub niewykorzystania mocy*, określającym jednocześnie zmniejszenie wysokości podnoszenia (ale bez wpływu na spraw-

ność pompy). W literaturze krajowej [9], [15] współczynnik ten ma nazwę *współczynnika niedoboru mocy*.

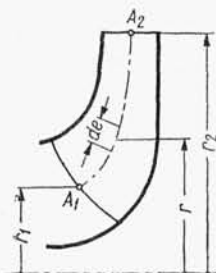
C. Pfeleiderer określił współczynnik p za pomocą wzoru

$$p = \frac{\chi r_2^2}{Z M_{st}} \quad (11.42)$$

gdzie: χ — współczynnik doświadczalny, r_2 — promień zewnętrzny wirnika, Z — liczba łopatek.

Przy czym moment statyczny rzutu południkowego środkowej linii prądu $A_1 A_2$ (rys. 11.10)

$$M_{st} = \int_{r_1}^{r_2} r \, d\sigma \quad (11.43)$$



Rys. 11.10
Wyznaczanie momentu statycznego M_{st} dla łopatki o krzywiznie przestrzennej

W przypadku pomp odśrodkowych o pojedynczej krzywiznie łopatek (rys. 11.1) moment statyczny wyniesie

$$M_{st} = \int_{r_1}^{r_2} r \, dr = \frac{r_2^2 - r_1^2}{2} \quad (11.44)$$

Zatem po podstawieniu do wzoru (11.42) i przekształceniu otrzymamy

$$p = \frac{2\chi}{Z \left[1 - \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \right]} \quad (11.45)$$

Dla łopatek o krzywiznie przestrzennej (rys. 11.10) oraz pomp helikoidalnych i diagonalnych całkę (11.43) obliczamy w sposób wykreślny, zastępując ją sumą skończonych iloczynów odcinków przez odległości ich środków od osi obrotu wirnika.

☒ Nie ma dokładnego wzoru do określenia współczynnika χ . Na podstawie doświadczeń C. Pfeleiderer podał następujące wartości:

$\chi = 0,6(1 + \beta_2/60^\circ)$ — jeżeli po wyjściu z wirnika ciecz wpływa na łopatki kierownicze odśrodkowe,

$\chi = (0,65 \div 0,85)(1 + \beta_2/60^\circ)$ — gdy po wylocie z wirnika ciecz wpływa do kanału zbiorczego spiralnego,

$\chi = (0,85 \div 1,0)(1 + \beta_2/60^\circ)$ — gdy po wylocie z wirnika ciecz przepływa przez przestrzeń nieułopatkowaną (kierownica bezłopatkowa).

Oprócz tego, wartość χ jest większa dla większych wartości d_1/d_2 , przy większej przestrzeni bez łopatek między wirnikiem a kierownicą łopatkową, np. przy obtoczeniu łopatek wirnika, jak również w przypadku kierownicy bezłopatkowej dla mniejszych kątów α_3 .

Wahania wartości współczynnika doświadczalnego χ nie mają zbyt dużego wpływu na wysokość podnoszenia.

11.4.2. Wybór liczby łopatek

Określenie optymalnej liczby łopatek wymaga dużego doświadczenia w projektowaniu pompy. C. Pfeleiderer podał dla wirników pomp wolno- i średniobieżnych wzór

$$Z = 2k \frac{r_s}{e} \sin \beta_s \quad (11.46)$$

gdzie: e — długość środkowej linii A_1A_2 w rzucie południkowym (rys. 11.10), r_s — promień środka ciężkości S teźże linii, β_s — średni kąt łopatkowy środkowej linii prądu A_1A_2 w rzucie osiowym (rys. 11.10).

W przybliżeniu

$$\beta_s = \frac{\beta_1 + \beta_2}{2}; \quad k \approx 6,5; \quad r_s = \frac{r_2 + r_1}{2}; \quad e = r_2 - r_1 \quad (11.47)$$

Zatem po podstawieniu do wzoru (11.46) otrzymamy

$$Z = 6,5 \frac{r_2 + r_1}{r_2 - r_1} \sin \left(\frac{\beta_1 + \beta_2}{2} \right) \quad (11.48)$$

gdzie β_1, β_2 — kąty nachylenia łopatki do kierunku obwodowego na wlocie i wylocie z wirnika

Doświadczalny współczynnik k zależy od grubości łopatki na wlocie i wylocie oraz od chropowatości jej powierzchni. C. Pfeleiderer podaje wartości $k = 5 \div 8$.

Liczba łopatek zależy ogólnie od szybkobieżności pompy, wysokości podnoszenia (większa dla większych wysokości) oraz w dużym stopniu od zastosowania pomp i od medium pompowanego. I tak dla cieczy czystych $Z = 5$ do 8 łopatek, ale dla cieczy z zawartością ciał stałych, np. ścieki sanitarne, transport ryb, owoców, węgla itp. $Z = 2 \div 3$, a nawet 1.

Liczba łopatek nie zależy od wielkości pompy. Pompy geometrycznie podobne, lecz o różnej wielkości, mają tę samą liczbę łopatek.

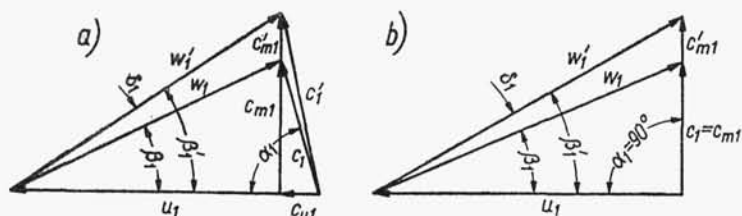
11.4.3. Wybór kątów łopatki na wlocie β_1 i wylocie β_2 z wirnika

Kąt wlotowy β_1 wynika z trójkąta prędkości przy stycznym dopływie cieczy na łopatki. Z trójkąta prędkości (rys. 11.11a) określimy

$$\operatorname{tg} \beta_1 = \frac{r \cdot c_{m1}}{u_1 - c_{u1}} \quad (11.49)$$

W większości konstrukcji wirników $\alpha_1 = 90^\circ$, wtedy

$$\operatorname{tg} \beta_1 = \frac{c_1}{u_1} \quad (11.50)$$



Rys. 11.11. Trójkąty prędkości na wlocie do wirnika: a) dla $\alpha < 90^\circ$ ($c_{u1} > 0$), b) dla $\alpha_1 = 90^\circ$ ($c_{u1} = 0$)

Zgodnie z uwagą w p. 11.3.6 oraz ze wzorem (11.34) należy kąt β_1 zwiększyć o kąt natarcia δ_1 . Tak więc kąt nachylenia łopatki wyniesie

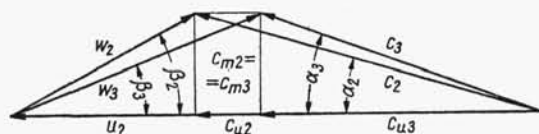
$$\beta'_1 = \beta_1 + \delta_1 \quad (11.51)$$

gdzie δ_1 — zawiera się w granicach $2 \div 5^\circ$.

Decydujący wpływ na parametry pracy wirnika i na konstrukcję łopatek ma wartość kąta wylotowego łopatki β_2 . Kąt β_2 można określić zależnością (11.6)

$$\operatorname{tg} \beta_2 = \frac{c_{m2}}{u_2 - c_{u2}}$$

Kąt β_2 zależy od trzech wielkości (rys. 11.12), a istnieje tylko jeden warunek określony podstawowym równaniem pomp wirowych, wiążący u_2 i c_{u2} z wysokością podnoszenia oraz prędkość c_{m2} z wydajnością wirnika i wymiarami jego przekroju wylotowego. Wymiarów tych zresztą przy rozpoczynaniu projektowania nie mamy.



Rys. 11.12
Teoretyczny i rzeczywisty trójkąt prędkości na wylocie z wirnika

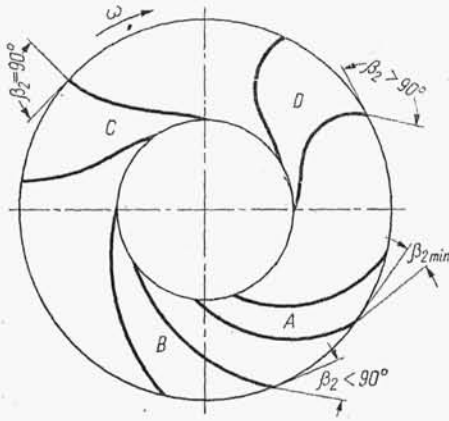
Wyznamy z równania (11.6) wielkość

$$c_{u2} = u_2 - \frac{c_{m2}}{\operatorname{tg} \beta_2} \quad (11.52)$$

i wstawmy ją do równania podstawowego pomp (11.2) przy $\alpha_1 = 90^\circ$

$$H_{th\infty} = \frac{1}{g} u_2 c_{u2} = \frac{1}{g} \left(u_2^2 - u_2 \frac{c_{m2}}{\operatorname{tg} \beta_2} \right) \quad (11.53)$$

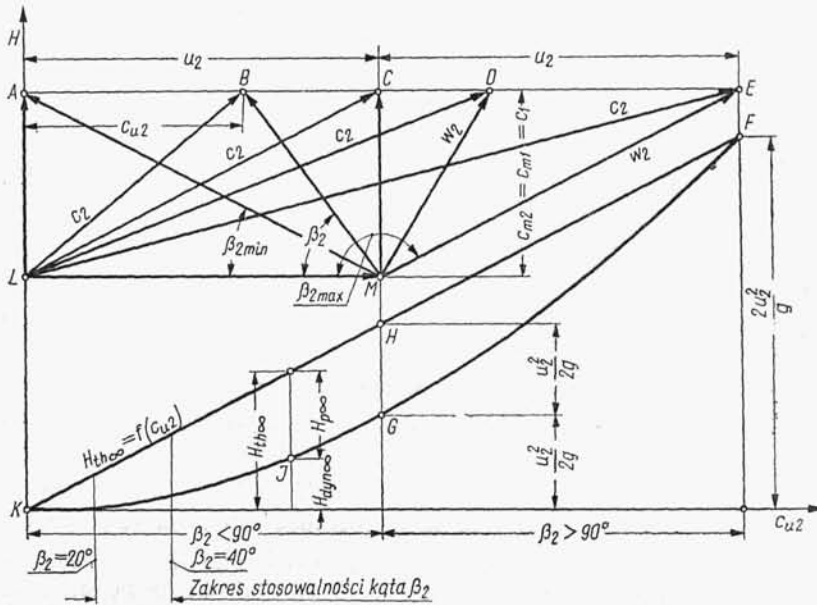
Teoretycznie, ze wzrostem kąta β_2 rośnie wysokość podnoszenia i można sobie wyobrazić łopatki z kątami mniejszymi i większymi od 90° (rys. 11.13). Przy dużych kątach β_2 otrzymuje się duże prędkości bezwzględne c_2 , które muszą być zamieniane na ciśnienie w dalszych elementach przepływowych pompy (zwykle w międzyłopatkowych kanałach kierownic). Jak stwierdzono doświadczalnie przemiana ta powoduje znaczne straty. Również i w kanale międzyłopatkowym wirnika występują zwiększone straty przepływu, dodatkowe zawirowania i skłonności do odrywania się strug od ścianek. Z tych przyczyn przy łopatkach zagiętych ku przodowi, gdy $\beta_2 > 90^\circ$ (rys. 11.13—D), wirnik wykazuje mniejszą sprawność niż przy $\beta_2 < 90^\circ$ (rys. 11.13—B).



Rys. 11.13
Kształty łopatek wirnika w zależności od kąta β_2 przy niezmiennym kącie β_1 (zarysy A, B, C, D odpowiadają trójkątom prędkości na rys. 11.14)

Przy łopatkach zagiętych do tyłu, czyli przy $\beta_2 < 90^\circ$ kanał międzyłopatkowy jest smukły, łopatki mają mniejszą krzywiznę, co jest korzystne mimo zwiększonej drogi przepływu i w sumie przy $\beta_2 < 90^\circ$ wirnik wykazuje większą sprawność. Wprowadzie mniejszy kąt β_2 wymaga większej średnicy wirnika, a więc zwiększa straty tarcia ścian wirnika o ciecz, lecz nie równoważą one wymienionych zalet. Z tych względów przyjmuje się kąt β_2 w granicach $20^\circ \div 40^\circ$.

Na rys. 11.14 są przedstawione trójkąty prędkości dla różnych wartości kąta β_2 . Dla uproszczenia rozumowania przyjęto, iż wirnik ma niezmienną prędkość kątową ω i niezmiennie wymiary, a przez to stałą prędkość unoszenia u_2 . Ponadto założono równość $c_{m1} = c_{m2} = c_1$, tzn. iż nie ma składowej c_{u1} oraz, że wszystkie trójkąty prędkości mają tę samą wysokość. Rozpatrzmy kolejne warianty kątów β_2 .



Rys. 11.14. Trójkąty prędkości na wypływie z wirnika przy różnych kątach β_2 oraz odpowiadające im wykresy wysokości podnoszenia (kształty łopatek przy różnych kątach β_2 przedstawiono na rys. 11.13)

W przypadku trójkąta prędkości *AML* składowa obwodowa $c_{u2} = 0$, zatem $H_{th\infty} = 0$ (zgodnie ze wzorem 11.2). Jest to graniczna wartość kąta $\beta_2 = \beta_{2min}$.

Przy wzroście kąta β_2 otrzymamy w następnym przypadku trójkąt *BML*, w którym $\beta_2 < 90^\circ$. Całkowita wysokość podnoszenia $H_{th\infty}$ ma pewną wartość, na którą składają się dynamiczna wysokość podnoszenia $H_{dyn\infty}$ i potencjalna $H_{p\infty}$.

W punkcie *C* mamy przypadek szczególny, w którym $\beta_2 = 90^\circ$, zatem $c_{u2} = u_2$, wtedy $H_{th\infty} = u_2^2/g$

$$H_{dyn\infty} = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2g} \approx \frac{c_2^2 - c_{m2}^2}{2g} \approx \frac{c_{u2}^2}{2g} \approx \frac{u_2^2}{2g} \quad (11.54)$$

więc

$$H_{p\infty} = H_{th\infty} - H_{dyn\infty} = u_2^2/g - u_2^2/2g = u_2^2/2g = H_{dyn\infty} \quad (11.55)$$

W punkcie *D* kąt $\beta_2 > 90^\circ$, $\text{tg } \beta_2$ ma wartość ujemną i równanie (11.53) przyjmie postać

$$H_{th\infty} = \frac{1}{g} \left(u_2^2 + u_2 \frac{c_{m2}}{\text{tg } \beta_2} \right)$$

W punkcie *E*, dobranym tak aby $c_{u2} = 2u_2$, otrzymamy (11.56)

$$H_{th\infty} = \frac{2u_2^2}{g} = H_{dyn\infty}, \quad \text{więc} \quad H_{p\infty} = 0$$

W punkcie tym nie ma przyrostu ciśnienia na wirniku. Całkowita wysokość podnoszenia jest równa przyrostowi wysokości prędkości. Przy dalszym wzroście kąta β_2 mielibyśmy na wirniku zjawisko spadku ciśnienia, gdyż przyrost wysokości prędkości byłby większy od całkowitej wysokości podnoszenia: $H_{dyn\infty} > H_{th\infty}$. Oczywiście z powodu dużych strat wynikających z oporu przepływu i bardzo dużego wygięcia łopatek ku przodowi praca wirnika byłaby utrudniona lub wręcz niemożliwa.

Przy obecnie stosowanych kątach $\beta_2 = 20 \div 40^\circ$ kanały międzyłopatkowe mają kształty zapewniające dużą sprawność hydrauliczną pomp, głównie wskutek mniejszej przemiany energii prędkości w energię ciśnienia po wypływie cieczy z wirnika.

Przy mniejszych kątach β_2 uzyskuje się bardziej strome lecz stabilne charakterystyki, przy większych kątach β_2 charakterystyki są bardziej płaskie, lecz często niestabilne.

11.5. Wpływ skończonej grubości łopatek na kształt pola prądu w wirniku pompy odśrodkowej

11.5.1. Wpływ grubości łopatek na pole prądu na wlocie do wirnika

Grubość łopatek zmienia kształt pola prądu na wlocie i wylocie z wirnika przez zmniejszenie czynnego (netto) przekroju przepływu. Rozpatrzmy przepływ bezpośrednio przed i na wlocie do wirnika oraz na wylocie i bezpośrednio za wylotem z wirnika. Poprowadzimy w tym celu współśrodkowe powierzchnie cylindryczne, o promieniach r_0 i r_3 , okalające wirnik w bezpośredniej jego bliskości (rys. 11.15).